

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ  
УКРАЇНИ**

**Івано-Франківський національний технічний  
університет нафти і газу**

**Кафедра загальної та прикладної фізики**

**Т. І. Луцишин, Ю. Б. Басараба**

**ФІЗИКА:  
КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

**Частина II**

**Івано-Франківськ  
2013**

УДК 53  
ББК 22.3  
Л-82

**Рецензент:**

**Гевик В. Б.** кандидат фізико-математичних наук, доцент  
кафедри загальної та прикладної фізики  
ІФНТУНГ

*Рекомендовано методичною радою університету  
(протокол №5 від 28.05.2013 р.)*

**Луцишин Т. І. , Басараба Ю. Б.**

Л-82 Фізика: конспект лекцій. Частина II. - Івано-Франківськ,  
ІФНТУНГ, 2013. – 216 с.

МВ 02070555-5039-2013

Конспект лекцій містить 18 лекцій, які читають у другому семестрі двосеместрового навчального курсу. У конспекті викладено основи магнетизму, оптики, атомної та ядерної фізики. Кожен розділ закінчується тестами для перевірки знань засвоєння матеріалу. Основну увагу звернено на висвітлення теоретичних питань класичної та сучасної фізики у тісному зв'язку новітніх досягнень науки і техніки.

Конспект лекцій відповідає програмі та призначений для підготовки бакалаврів за напрямом 6.040103 «Геологія», а також для студентів неспеціалізованих вузів.

УДК 53  
ББК 22.3

МВ 02070855-5039-2013

© Луцишин Т. І., Басараба Ю. Б.  
©ІФНТУНГ, 2013

# 1 МАГНІТНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ

Магнетизм – особлива форма взаємодії між електричними струмами, між і магнітами. Магнітні властивості характерні в тій чи іншій мірі для всіх тіл без винятку, тому при розгляді магнітних властивостей речовин введено загальний термін - магнетики.

Загалом магнетизм можна визначити як особливу форму матеріальної взаємодії, що виникає між електричними зарядженими частинками, що рухаються. Магнітна взаємодія між розділеними тілами відбувається завдяки магнітному полю.

Для характеристики магнітного поля, яка виявляється через силову дію на провідники зі струмом, вводять фізичну величину – вектором магнітної індукції.

Магнітне поле досліджують за допомогою замкненого контуру зі струмом. Контур повинен мати малі розміри і мізерно малий струм для малого збурення зовнішнього магнітного поля.

Розташуємо довгий провідник на відстані, значно більшій за розміри рамки (рис. 1.1 а). Якщо пропускати струм через рамку і прямий провідник, то рамка повертається і розташовується так, що провідник опиняється в площині рамки (рис. 1.1 б). Як відомо з курсу механіки, тіло повертається тільки під дією моменту сил.

Якщо брати різні за площею рамки з різними струмами, то моменти сил, що діють на ці рамки в даній точці поля, будуть різними.

Проте відношення максимального моменту сил до добутку сили струму в рамці на її площу буде для даної точки поля одним і тим самим. Це відношення приймають як величину, що характеризує магнітне поле, і називають індукцією магнітного поля в даній точці.

Магнітна індукція ( $\vec{B}$ ) – це векторна фізична величина, яка є силовою характеристикою магнітного поля і чисельно дорівнює

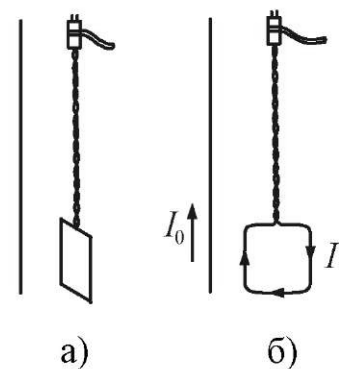


Рисунок 1.1

відношенню максимального обертового моменту  $M_{\max}$ , що діє на контур зі струмом в однорідному магнітному полі, до добутку сили струму  $I$  в контурі на його площу  $S$ :

$$B = \frac{M_{\max}}{IS}. \quad (1.1)$$

З дослідів Ампера випливає, що на провідник зі струмом, який розміщений у магнітному полі, діє сила, яка пропорційна струму в провіднику і довжині провідника. Величина сили також залежить від орієнтації провідника в магнітному полі. Виявляється, що відношення максимальної сили, що діє на провідник зі струмом, до добутку сили струму на довжину провідника, для даної точки поля залишається сталим. Тому можна дати інше визначення магнітній індукції.

Магнітна індукція ( $\vec{B}$ ) – це векторна фізична величина, яка є силовою характеристикою магнітного поля і чисельно дорівнює відношенню максимального значення сили  $F_{\max}$ , що діє на провідник зі струмом, до добутку сили струму  $I$  в ньому на довжину провідника  $l$ :

$$B = \frac{F_{\max}}{Il} [B] = \frac{H}{A \cdot m} = \frac{kg \cdot m}{A \cdot c^2 \cdot m} = \frac{kg}{A \cdot c^2} = Tл(тесла).$$

Окрім вектора магнітної індукції для характеристики магнітного поля використовують допоміжну величину  $\vec{H}$ , яку називають напруженістю магнітного поля. Магнітна індукція і напруженість зв'язані між собою співвідношенням:

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}}, \quad (1.2)$$

де  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнітна стала;  $\mu$  – відносна магнітна проникність середовища;  $H$  – напруженість магнітного поля  $[H] = A/m$ .

Магнітна проникність середовища  $\mu$  - це фізична величина, яка показує, у скільки разів магнітна індукція поля в даному середовищі відрізняється від магнітної індукції поля у вакуумі. Для вакууму  $\mu = 1$ .

Напруженість магнітного поля  $\vec{H}$  – це векторна величина, яка є кількісною характеристикою магнітного поля у вакуумі.

### Закон Біо - Савара -Лапласа

У 1820 році французькі вчені Біо і Савар провели дослідження магнітних полів струмів, що протікали тонкими провідникам різної форми. Лаплас проаналізував експериментальні дані і отримав співвідношення, яке дозволяє визначити магнітну індукцію  $d\vec{B}$  поля, створюваного елементом струму. Під елементом струму розуміють добуток струму  $I$  на елемент довжини  $d\vec{l}$  провідника.

Згідно із законом Біо-Савара-Лапласа індукція  $d\vec{B}$  магнітного поля, створюваного елементом струму  $I d\vec{l}$  в довільній точці  $A$ , визначається виразом:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (1.3)$$

де  $\alpha$  – кут між напрямками елемента струму і радіус-вектора  $\vec{r}$ , що йде від елемента струму до точки, в якій визначається індукція (рис. 1.2).

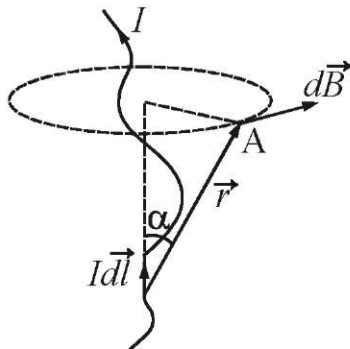


Рисунок 1.2

Аналогічні формули можна записати для напруженості магнітного поля:

$$d\vec{H} = \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}, \quad (1.4)$$

$$dH = \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \quad (1.5)$$

Магнітне поле будь-якого струму може бути обчислено як векторна сума полів, створюваних елементарними ділянками струмів:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}.$$

Якщо магнітне поле створюється системою провідників із струмами, то індукція результуючого поля в будь-якій його точці

дорівнює векторній сумі індукцій магнітних полів, створюваних кожним струмом окремо:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n.$$

Це твердження носить назву *принципу суперпозиції полів*.

### Приклади розрахунку магнітних полів

1. Поле прямого струму. Всі елементи струму прямолінійного провідника дають спів напрямлені вектори  $d\vec{B}$  (для наведеного на рис. 1.3 напрямку струму вектори  $d\vec{B}$  направлені перпендикулярно до площини креслення до нас). Векторне підсумовування замінимо скалярним:

$$B = \int_l dB = \int_l \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \quad (1.6)$$

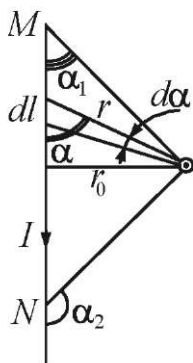


Рисунок 1.3

Перетворимо підінтегральний вираз до однієї змінної  $\alpha$ . З рис. 1.3 випливає, що

$$r = \frac{r_0}{\sin \alpha},$$

$$dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

Отримані вирази підставимо у формулу (1.6):

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{r_0 d\alpha \sin^3 \alpha}{\sin^2 \alpha r_0^2} = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \sin \alpha d\alpha,$$

Інтегрування дає співвідношення:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (1.7)$$

Кути  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  позначені на рис. 1.3.

Розглянемо провідник нескінченної довжини. Практично це виконується за умови  $r \ll l$ , а  $\alpha_1 = 0$  та  $\alpha_2 = \pi$ , тоді

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos 0 - \cos \pi) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} 2, \text{ або } B_\infty = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}. \quad (1.8)$$

де  $r_0$  - відстань від провідника із струмом до точки, в якій визна-

чається магнітна індукція.

Аналогічну формулу можна записати для напруженості магнітного поля:

$$\boxed{H = \frac{I}{2\pi r_0}}. \quad (1.9)$$

2. Поле кругового струму на його осі. Знайдемо індукцію магнітного поля  $\vec{B}$  в точці А, розташованій на осі кругового струму радіусу  $R$ , на відстані  $x$  від його центру (рис. 1.4). Індукція  $d\vec{B}$  поля, створеного елементом струму  $I d\vec{l}$ , згідно із формулою (1.3):

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}.$$

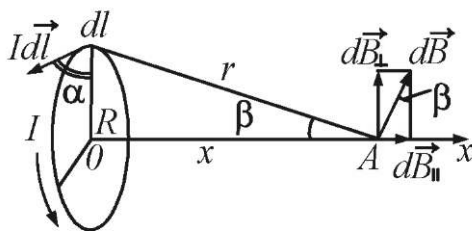


Рисунок 1.4

Розкладемо вектор  $d\vec{B}$  на дві складові  $d\vec{B}_{||}$  – направлену вздовж осі  $Ox$  і  $d\vec{B}_{\perp}$  – перпендикулярну до неї.

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}_{||} + \int_l d\vec{B}_{\perp}.$$

При підсумовуванні полів всіх елементів струму по довжині кола складові  $d\vec{B}_{\perp}$  в сумі отримаємо нуль, тобто

$$\int_l d\vec{B}_{\perp} = 0.$$

Вектори  $d\vec{B}_{||}$  співнаправлені, тому векторну суму замінимо скалярною:

$$B = \int_l dB_{||} = \int_l dB \sin \beta.$$

З рис. 1.4 знаходимо

$$r^2 = R^2 + x^2, \quad \sin \beta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}.$$

Підставивши отримані співвідношення і враховуючи, що  $\sin \alpha = 1$ , маємо:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I R dl}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Проінтегруємо по  $dl$  і враховуємо, що  $\int_l dl = l = 2\pi R$ , отрима-

ємо:

$$B = \int_l \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I dl R}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I R}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \int_l dl = \frac{\mu_0 I 2\pi R^2}{4\pi (R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}}, \text{ або } \boxed{H = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}}. \quad (1.10)$$

При  $x=0$  отримаємо вираз для розрахунку індукції в центрі кругового струму:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2R}}, \text{ або } \boxed{H = \frac{I}{2R}}. \quad (1.11)$$

3. Поле скінченного соленоїда. Якщо на циліндричний каркас намотати щільно дріт, то отримаємо соленоїд (рис. 1.5 переріз соленоїда). Магнітна індукція  $\vec{B}$  поля такого соленоїда рівна геометричній сумі індукції  $\vec{B}_i$  полів всіх витків цього соленоїда:

$$B = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i \quad (1.12)$$

Усередині соленоїда напрям індукції  $\vec{B}$  співпадає з напрямком осі.

Використовуючи формули (1.11) і (1.12), можна отримати формулу для розрахунку індукції магнітного поля в довільній точці, що лежить на осі соленоїда кінцевої довжини:

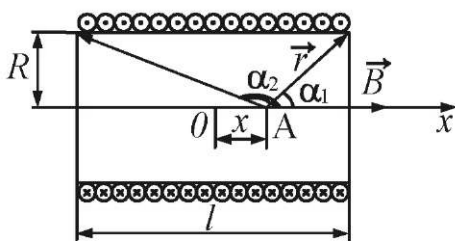


Рисунок 1.5

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2l} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (1.13)$$

де  $N$  – кількість витків;  $l$  – довжина соленоїда;  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  – кути, під якими з точки А видно кінці соленоїда (рис. 1.5).

Напруженість магнітного поля в довільній точці на осі соленоїда кінцевої довжини

$$H = \frac{IN}{2l}(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (1.14)$$

Соленоїд вважають нескінченно довгим, якщо  $l \gg R$ . Для нескінченно довгого соленоїда  $\alpha_1 = 0$  та  $\alpha_2 = \pi$  Тоді:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2l}(\cos 0 - \cos \pi) = \frac{\mu_0 IN}{2l} \cdot 2 = \mu_0 \frac{IN}{l}, \text{ або } \boxed{B = \mu_0 \frac{IN}{l}}. \quad (1.15)$$

**Магнітний потік.** За аналогією до електричного поля вводять потік вектора магнітної індукції або магнітний потік ( $d\Phi$ ) називається скалярна фізична величина, яка рівна добутку індукції  $\vec{B}$  на елементарну площу  $dS$  через яку відбувається потік:

$$d\Phi = \vec{B} d\vec{S} = B dS \cos \alpha \quad (1.16)$$

де  $d\vec{S} = \vec{n} dS$   $\vec{n}$  - одиничний вектор нормалі до площадки;  $\alpha$  - кут між напрямом нормалі  $\vec{n}$  і вектором магнітної індукції  $\vec{B}$  (рис. 1.6).  $[\Phi] = Tл \cdot м^2 = Вб(\text{вебер})$

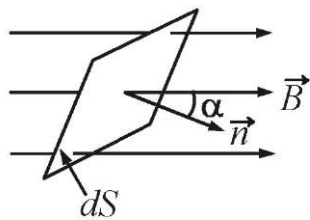


Рисунок 1.6

Магнітний потік через довільну поверхню  $S$  дорівнюватиме:

$$\Phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S}. \quad (1.17)$$

Якщо поле однорідне ( $\vec{B} = \text{const}$ ), а поверхня плоска, то

$$\boxed{\Phi = BS \cos \alpha}. \quad (1.18)$$

**Теорема Гауса для магнітного поля** формулюється так: потік вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  через будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (1.19)$$

Закон (1.19) виражає також і той факт, що в природі не існує магнітних зарядів, на яких починалися б або закінчувалися лінії вектора  $\vec{B}$ . Теорема Гауса відображає той експериментальний факт, що лінії вектора  $\vec{B}$  не мають ні початку, ні кінця. Тому число ліній вектора  $\vec{B}$ , що виходять з будь-якого об'єму, обмежено-

го замкненою поверхнею  $S$ , завжди рівно числу ліній, що входять в цей об'єм.

**Циркуляція вектора магнітної індукції  $\vec{B}$**  по замкнутому контуру  $l$  називається інтеграл вигляду:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint B dl \cos(\vec{B}, d\vec{l}), \quad (1.20)$$

де  $l$  – замкнений контур довільної форми,  $d\vec{l}$  - вектор елементарної довжини контуру, спрямований за напрямом обходу контуру.

Згідно із *законом повного струму*: Циркуляція вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  у вакуумі за довільним замкненим контуром  $l$  дорівнює добутку магнітної сталої  $\mu_0$  на алгебричну суму струмів, які контур охоплює:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k, \quad (1.21)$$

де  $N$  – кількість провідників із струмом, охоплюваних контуром  $l$  довільної форми.

**Графічне зображення магнітних полів.** Графічно магнітні поля можна зображати за допомогою силових ліній магнітного поля. Лінія, дотична до якої в будь-якій точці простору співпадає з напрямом вектора магнітної індукції, називається *силовою лінією магнітного поля*. Чим більша густина ліній магнітного поля, тим більше значення індукції.

Лінії індукції магнітного поля є неперервними. Вони не мають ні початку, ні кінця. Цим силові лінії магнітного поля відрізняються від силових ліній електростатичного поля, які завжди починаються і закінчуються на електричних зарядах або йдуть в нескінченність. Векторне поле, що має безперервні силові лінії, називається вихровим полем. Магнітне поле - це вихрове поле. Отже, магнітних зарядів не існує. Магнітне поле виникає навколо рухомих зарядів або навколо магнітних матеріалів.

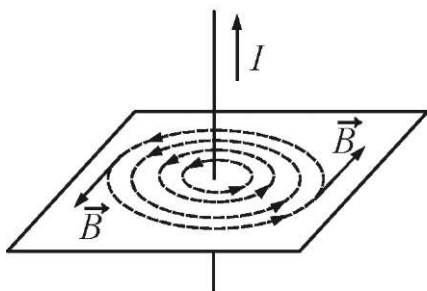


Рисунок 1.7

Лінії індукції прямого провідника із струмом є концентричними колами, що лежать у площині, перпендикулярній до провідника. Центри кіл розміщені на осі провідника (рис. 1.7) Напрямок ліній індукції магнітного поля

визначається за *правилом буравчика*: напрям ліній індукції співпадає з напрямом ручки буравчика, який вкручувати вздовж напрямки струму.

Якщо у всіх точках деякої частини простору вектор магнітної індукції  $\vec{B}$  не змінює свого напрямку і чисельного значення, то магнітне поле в цій частині простору називається однорідним. У протилежному випадку магнітне поле є неоднорідним.

Лінії індукції кругового струму представлені на рис. 1.8. Лінії індукції поля, створюваного постійним магнітом – на рис. 1.9

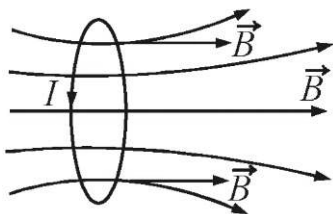


Рисунок 1.8

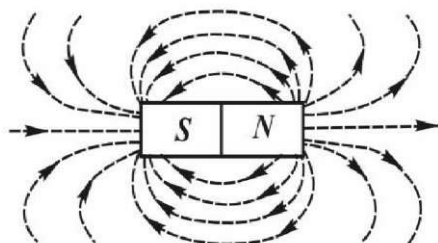


Рисунок 1.9

**Закон Ампера.** Узагальнивши експериментальні дані стосовно дослідження дії магнітного поля на різні провідники із струмом, Ампер встановив, що сила  $d\vec{F}$ , з якою магнітне поле діє на елемент струму, дорівнює векторному добутку елемента струму  $I d\vec{l}$  на магнітну індукцію  $B$ .

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \text{ або } dF = IBdl \sin \alpha, \quad (1.22)$$

де  $\alpha$  – кут між напрямом струму і вектором магнітної індукції  $B$  (рис. 1.10).

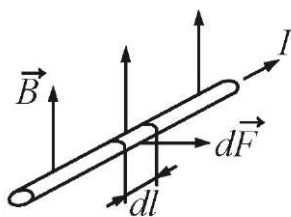


Рисунок 1.10

Напрямок сили  $d\vec{F}$  визначають за правилом векторного добутку. На практиці частіше застосовують *правило лівої руки*: якщо розташувати долоню лівої руки так, щоб вектор магнітної індукції входив у

долоню, а чотири витягнуті пальці розташувати за напрямом струму, то відхилений на  $90^\circ$  великий палець вкаже напрям сили Ампера (рис. 1.10).

Якщо провідник має скінченні розміри, то

$$\vec{F} = \int_l d\vec{F} = \int_l I d\vec{l} \times \vec{B}. \quad (1.23)$$

Сила, що діє на прямолінійний провідник зі струмом (рис. 1.11) в однорідному магнітному полі ( $\vec{B} = \text{const}$ ) визначатиметься:

$$F = \int_l I d\vec{l} \times \vec{B} = \int_l IB \sin \alpha dl,$$

$$\boxed{F = I B l \sin \alpha}, \quad (1.24)$$

де  $l$  – довжина провідника,  $\alpha$  – кут між напрямом струму і вектором магнітної індукції.

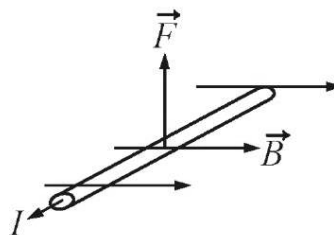


Рисунок 1.11

Розглянемо два паралельні струми  $I_1$  і  $I_2$ , що знаходяться на відстані  $d$  один від одного (рис. 1.12). Із дослідів Ампера випливає, що

- паралельні струми одного напрямку притягуються;
- паралельні струми протилежних напрямів відштовхуються.

Нехай довжина кожного провідника  $l$ . Кожен з провідників зі струмом перебуває в магнітному полі струму іншого провідника. Сила, з якою другий струм діє на перший

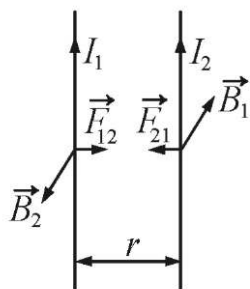


Рисунок 1.12

$$F_{12} = I_1 B_2 l \sin \alpha, \quad \alpha = 90^\circ, \quad \sin 90^\circ = 1.$$

Оскільки провідники довгі, то

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}.$$

Зробимо заміну, отримаємо

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l. \quad (1.25)$$

Можна показати, що сила  $F_{21}$ , з якою перший струм діє на другий, рівна і протилежна силі  $F_{12}$ , з якою другий струм діє на перший. Сила, що діє на одиницю довжини провідника:

$$F_l = \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}. \quad (1.26)$$

Відповідно з формули (1.26) дається визначення одиниці сили струму – ампер. Ампер – це така сила струму, яка при протіканні двома паралельними прямолінійними провідниками нескінченної довжини розміщених на відстані 1 м один від одного у вакуумі, створює силу взаємодії між ними, яка дорівнює  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на кожний метр довжини провідника.

**Робота, що виконується при переміщенні провідника зі струмом у магнітному полі.** Розглянемо коло зі струмом, де рухомий провідник завдовжки  $l$ , ковзає по нерухомих контактах (рис. 1.13).

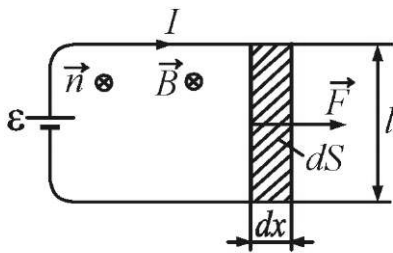


Рисунок 1.13

Коло перебуває в однорідному магнітному полі ( $B = \text{const}$ ), що направлене перпендикулярно до площини креслення. За законом Ампера на провідник діє сила  $F = I B l$ . При переміщенні провідника на відстань  $dx$  ця сила виконує роботу

$$\delta A = F dx = I B l dx = I B dS, \quad (1.27)$$

де  $dS = l dx$  – заштрихована площа (рис.1.13).

Добуток  $B dS$  дає магнітний потік  $d\Phi$  (1.16). Зробимо заміну в (1.27), отримаємо

$$\delta A = I d\Phi. \quad (1.28)$$

де  $d\Phi$  – магнітний потік через площу, яку перетинає провідник при русі.

Таким чином, робота, що виконується у магнітному полі дорівнює добутку сили струму та магнітного потоку.

$$A = \int_1^2 I d\Phi. \quad (1.29)$$

$$\text{Для } I = \text{const}: \quad \boxed{A = I \Delta \Phi}, \quad (1.30)$$

де  $\Delta \Phi = (\Phi_2 - \Phi_1)$  – зміна магнітного потоку.

**Дія магнітного поля на контур зі струмом у магнітному полі.** Магнітним моментом ( $\vec{p}_m$ ) плоского замкненого контуру зі струмом  $I$  називається векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює добутку струму  $I$  на площу контуру  $S$ :

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad [\vec{p}_m] = A \cdot \text{м}^2 \quad (1.31)$$

де  $\vec{n}$  – одиничний вектор позитивної нормалі до поверхні, обмеженої цим контуром. Напрямок нормалі визначається правилом правого гвинта. Тому напрям вектора  $\vec{p}_m$  збігається з напрямом зовнішньої нормалі до площини  $S$ , встановленої в геометричний центр площини (рис. 1.14).

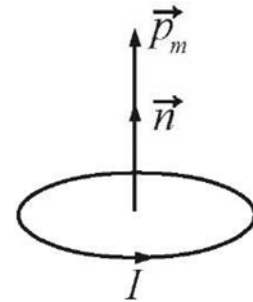


Рисунок 1.14

**Обертальний момент сил контуру зі струмом.** Розглянемо плоский контур, що перебуває в однорідному магнітному полі ( $\vec{B} = \text{const}$ ). Нехай контур орієнтований так, що лінії магнітної індукції паралельні площині контуру (рис. 1.15). На сторони 1-2 і 3-4 контуру діють сили  $\vec{F}_{12}$  і  $\vec{F}_{34}$ :

$$F_{12} = F_{34} = Iba, \quad (1.32)$$

де  $a$  – сторона 1-2 контуру.

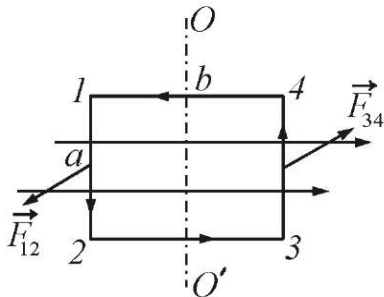


Рисунок 1.15

Сили прикладені до протилежних сторін контуру утворюють пару сил, момент яких дорівнює:

$$M = F_{12}l, \quad (1.33)$$

У результаті контур обертається відносно осі  $OO'$ . На рис. 1.16 показаний вигляд контуру зверху. З рисунка

отримуємо, що плече пари сил

$$l = b \sin \varphi,$$

де  $b$  – сторона 1-4 контуру;  $\varphi$  – кут між напрямом вектора  $\vec{B}$  і нормаллю  $\vec{n}$  до контуру.

Замінивши в (1.33)  $F_{12}$  за формулою (1.24), отримаємо

$$M = IBab \sin \varphi \quad (1.34)$$

Добуток  $ab$  дає площу контуру. Таким чином,

$$M = IB S \sin \varphi. \quad (1.35)$$

Вираз (1.35) можна перетворити, скориставшись поняттям магнітного моменту. Замінивши добуток  $IS$  через магнітний момент, отримаємо

$$M = p_m B \sin \varphi. \quad (1.36)$$

Формулу (1.36) можна записати у векторній формі:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}. \quad (1.37)$$

Вектор обертового моменту  $M$  спрямований вздовж осі обертання  $OO'$  (рис. 1.16).

Якщо магнітне поле спрямоване перпендикулярно до площини контуру, то вектори  $\vec{p}_m$  і  $\vec{B}$  будуть співнаправлені. У цьому випадку обертовий момент  $\vec{M}$  (1.36) дорівнює нулю.

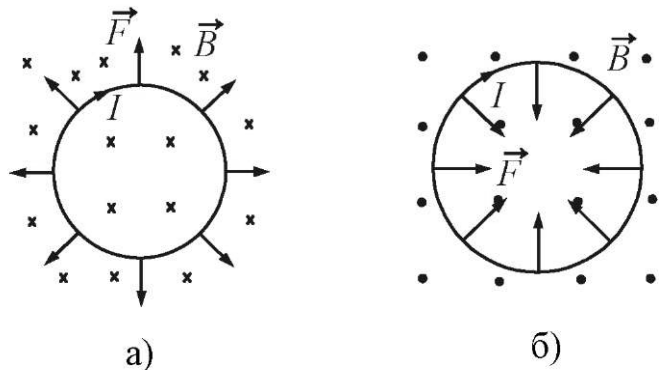


Рисунок 1.17

Сили, які діють на різні елементи контуру, залежно від напрямку поля і струму, або розтягують його (рис. 1.17 а), або стискають (рис. 1.17 б).

**Сила Лоренца.** Магнітне поле діє не тільки на провідники із струмом, але і на окремі заряджені частинки, що рухаються в магнітному полі. Сила  $F_L$ , що діє на електричний заряд, який рухається у магнітному полі, називається силою Лоренца. Силу Лоренца розраховують за формулою:

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (1.38)$$

Модуль сили Лоренца дорівнює:

$$F_L = qBv \sin \alpha, \quad (1.39)$$

де  $q$  – заряд частинки;  $B$  – індукція магнітного поля, в якому рухається заряд;  $v$  – швидкість заряду;  $\alpha$  – кут між векторами  $\vec{v}$  і  $\vec{B}$ . Напрямок сили Лоренца визначається за правилом векторного добутку.

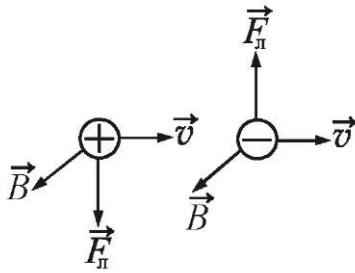


Рисунок 1.18

На практиці можна використовувати правило лівої руки, при цьому треба враховувати знак заряду. Для негативних частинок напрям сили змінюється на протилежний.

Взаємні розташування векторів  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$  і  $\vec{F}_L$  для позитивного ( $q > 0$ ) і негативного ( $q < 0$ ) зарядів показано на рис. 1.18

Сила Лоренца спрямована завжди перпендикулярно швидкості руху зарядженої частинки і надає їй доцентрове прискорення. Не змінюючи модуля швидкості, а лише змінюючи її напрям, сила Лоренца не виконує роботи і кінетична енергія зарядженої частинки за умов руху в магнітному полі не змінюється.

Розглянемо випадок руху зарядженої частинки в однорідному магнітному полі перпендикулярно лініям індукції. Під дією сили Лоренца заряджена частинка буде рухатися по колу радіусом  $R$  (рис. 1.19).

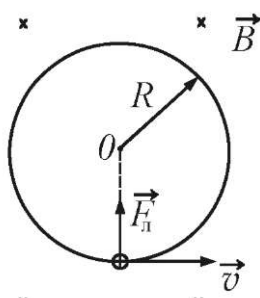


Рисунок 1.19

$$F_L = qBv, \quad (1.40)$$

( $\sin \alpha = 1$ , оскільки  $\vec{v} \perp \vec{B}$ ).

За другим законом Ньютона:

$$F = ma_n \quad (1.41)$$

де  $m$  – маса частинки.

Нормальне (доцентрове) прискорення:

$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

Прирівняємо вирази (1.40) і (1.41), замінивши  $a_n$ :

$$qBv = m \frac{v^2}{R}.$$

Знайдемо радіус кола:

$$\boxed{R = \frac{mv}{qB}}. \quad (1.42)$$

Період обертання (час одного повного оберту):

$$T = \frac{l}{v} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{qB},$$

де  $l = 2\pi R$  – довжина кола.

$$\boxed{T = \frac{2\pi m}{qB}}. \quad (1.43)$$

Нехай заряджена частинка влітає в однорідне магнітне поле під кутом  $\alpha$  до ліній магнітної індукції. Розкладемо швидкість  $\vec{v}$  частинки на дві складові (рис. 1.20):  $\vec{v}_{||}$  – паралельну складову, і  $\vec{v}_{\perp}$  – перпендикулярну вектору  $\vec{B}$ . Швидкість  $\vec{v}_{||}$  в магнітному полі не змінюється і забезпечує переміщення зарядженої частинки уздовж силової лінії. Швидкість  $\vec{v}_{\perp}$  в результаті дії сили Лоренца змінюватиметься тільки за напрямом. Рух частинки можна розглядати як накладання двох рухів: рівномірного обертання по колу з швидкістю  $\vec{v}_{\perp}$  і рівномірного переміщення уздовж поля з швидкістю  $\vec{v}_{||}$ . У результаті частинка буде рухатися по гвинтовій лінії.

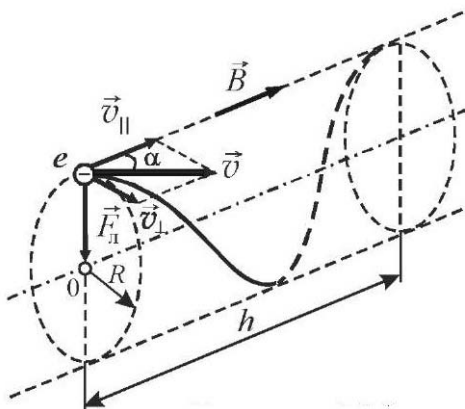


Рисунок 1.20

На підставі формули (1.42)

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \alpha}{qB}. \quad (1.44)$$

Крок  $h$  гвинтової лінії (відстань між сусідніми витками)

$$h = v_{||} T.$$

Замінивши  $T$  за формулою (1.43), отримаємо

$$h = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}. \quad (1.45)$$

Якщо на електричний заряд, що рухається, окрім магнітного поля індукцією  $\vec{B}$  діє і електричне поле напруженістю  $\vec{E}$ , то результуюча сила  $\vec{F}$ , прикладена до заряду, дорівнюватиме векторній сумі сили  $\vec{F}_e = q\vec{E}$  і сили Лоренца (1.38):

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (1.46)$$

Вираз (1.46) також називають силою Лоренца, іноді – узагальненою силою Лоренца.

**Ефект Холла.** Якщо металеву пластинку, уздовж якої тече постійний електричний струм, вмістити в перпендикулярне до неї магнітне поле, то між протилежними гранями, які паралельні напрямку струму і поля, виникає різниця потенціалів. Це явище було виявлене Е. Холлом в 1879 році і називається ефектом Холла.

Величина різниці потенціалів  $U$  залежить від струму  $I$ , індукції магнітного поля  $B$  і товщини пластинки  $b$ :

$$U_H = R_H \frac{IB}{b}, \quad (1.47)$$

де  $R_H$  – стала Холла. Її значення і знак визначаються природою провідника. Напрями магнітної індукції  $\vec{B}$ , струму  $I$  вказані на рис. 1.21. Однією з основних причин ефекту Холла є відхилення носіїв заряду, що рухаються в магнітному полі, під дією сили Лоренца. Спостерігається ефект Холла у всіх провідниках і напівпровідниках, незалежно від матеріалу. Для металів і домішкових напівпровідників з одним типом провідності стала Холла дорівнює:

$$R_H = \frac{1}{nq}, \quad (1.48)$$

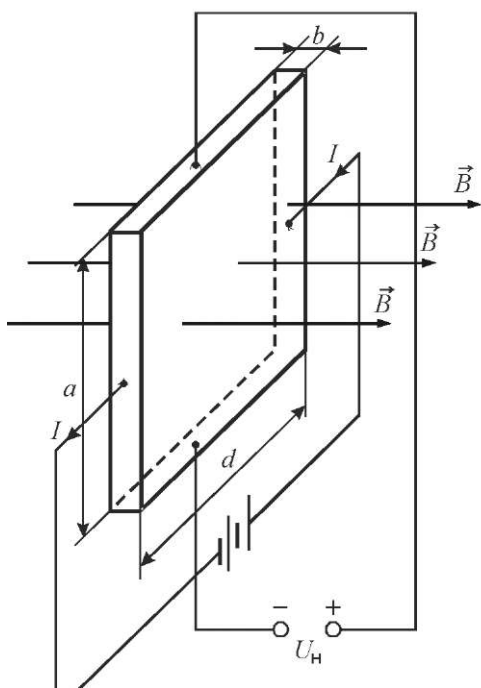


Рисунок 1.21

де  $q$  – заряд;

$n$  – концентрація носіїв заряду.

Ефект Холла є одним з ефективних методів дослідження носіїв заряду, особливо в напівпровідниках. Він дозволяє оцінювати концентрацію носіїв і визначати їх знак, судити про кількість домішок в напівпровідниках і характер хімічних зв'язків. Окрім цього ефект Холла застосовують для вимірювання величини магнітної індукції (датчики Холла), визначення величини сильних розрядних струмів.

## 2 МАГНІТНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ

### Намагнічування магнетика

Магнетик – термін, який використовується до всіх речовин при розгляді їх магнітних властивостей. Особливості магнетиків визначаються магнітними властивостями мікрочастинок речовини і характером взаємодії між ними.

Експерименти показують, що всі речовини під дією магнітного поля намагнічуються. Для пояснення намагнічування тіл А. Ампер висунув гіпотезу, за якою в молекулах речовини циркулюють кругові (молекулярні) струми. Кожний такий струм має магнітний момент  $\vec{p}_m$  і створює в навколишньому просторі магнітне поле. Магнітне поле тіла складається з магнітних полів цих кругових струмів.

У ненамагнічуваному тілі всі елементарні струми розташовані хаотично (рис. 2.1 а). При додаванні магнітних моментів вони компенсують один одного, тому в зовнішньому просторі не спостерігається ніякого магнітного поля. Процес намагнічування тіла полягає в тому, що під впливом зовнішнього магнітного поля його елементарні струми в більшому або меншому ступені

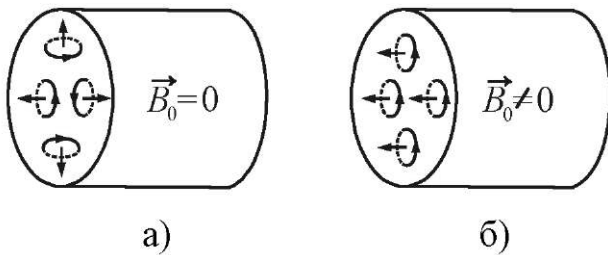


Рисунок 2.1

встановлюються паралельно один до одного (рис. 2.1 б). Сумарний магнітний момент магнетика стає відмінним від нуля.

Розрізняють два види струмів – макроструми і мікроструми. Макрострумами називаються струми провідності. Мікрострумами (молекулярними) називаються струми, які є наслідком руху електронів в атомах, молекулах і іонах. Магнітне поле в речовині є векторною сумою двох полів: зовнішнього магнітного поля, яке створюване макрострумами, і внутрішнього, яке створюється мікрострумами.

Вектор магнітної індукції  $\vec{B}$  в речовині характеризує ре-

зультуюче магнітне поле і дорівнює геометричній сумі магнітних індукцій зовнішнього  $\vec{B}_0$  і внутрішнього  $\vec{B}'$  магнітних полів:

$$\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0. \quad (2.1)$$

Первинним джерелом магнітного поля в магнетиках є макроструми. Їх магнітні поля є причиною намагнічування речовини. Кількісно намагнічування характеризується вектором намагніченості.

Намагніченість ( $\vec{J}$ ) – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює сумарному магнітному моменту одиниці об'єму магнетика:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{m_i}, \quad [J] = \frac{A \cdot m^2}{m^3} = \frac{A}{m}. \quad (2.2)$$

де  $\Delta V$  – малий об'єм, узятий поблизу даної точки;  $\vec{p}_{m_i}$  – магнітний момент однієї молекули. Одиниця вимірювання намагніченості співпадає з одиницею вимірювання напруженості магнітного поля.

### Класифікація магнетиків

За характером залежності намагніченості  $\vec{J}$  магнетики поділяються на три групи:

- 1) діамагнетики;
- 2) парамагнетики;
- 3) феромагнетики.

Намагніченість ізотропних парамагнетиків і діамагнетиків, що перебувають у слабких магнітних полях, прямо пропорційна напруженості магнітного поля:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (2.3)$$

де  $\chi$  – магнітна сприйнятливість. Магнітна сприйнятливість залежить від фізико-хімічних властивостей середовища. Для вакууму  $\chi = 0$ .

$$B' = \mu_0 \cdot J, \text{ тоді } B = \mu_0 \chi H_0 + \mu_0 H_0 = \mu_0 (1 + \chi) H_0.$$

Безрозмірна величина

$$\mu = 1 + \chi, \quad (2.4)$$

називається магнітною проникністю речовини. Вона є характери-

стикою магнітних властивостей речовини. Для вакууму  $\mu=1$ . І відповідно тримаємо

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}. \quad (2.5)$$

**Діамагнетики** – речовини, у яких магнітна сприйнятливість  $\chi$  від'ємна:  $\chi < 0$ . Чисельне значення  $\chi$  є в межах  $10^{-4} \div 10^{-5}$ . Вектор намагніченості  $\vec{J}$  діамагнетиків напрямлений у протилежному напрямі напруженості  $\vec{H}$  поля, що намагнічує. Якщо діамагнетик помістити в магнітне поле, то він виштовхується з нього.

Магнітна проникність діамагнетиків  $\mu < 1$ , але відмінність від одиниці мала. До діамагнетиків відносяться інертні гази, водень, силіцій, вісмут, олово, мідь, цинк, вода, кварц і багато органічних сполук.

**Парамагнетики** – речовини, у яких магнітна сприйнятливість додатна:  $\chi > 0$ . Чисельне значення  $\chi$  є в межах  $10^{-3} \div 10^{-4}$ . Напрямок намагніченості  $\vec{J}$  парамагнетиків співпадає з напрямом напруженості  $\vec{H}$  поля. Парамагнетики втягуються в неоднорідне магнітне поле.

Магнітна сприйнятливість парамагнетиків залежить від температури і підпорядковується закону Кюрі:

$$\chi = \frac{C}{T}. \quad (2.6)$$

де  $C$  – стала Кюрі;  $T$  – абсолютна температура.

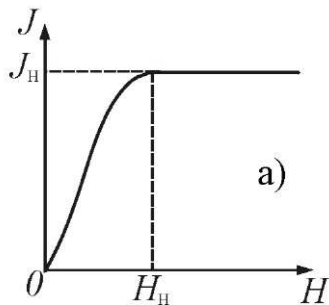
Магнітна проникність парамагнетиків  $\mu > 1$  і близька до одиниці. До парамагнетиків відносяться алюміній, манган, паладій, платина, розчини залізних і нікелевих солей, кисень, повітря та ін.

Потрібно особливо підкреслити, що для парамагнітних і діамагнітних речовин магнітна проникність  $\mu$  не залежить від напруженості зовнішнього поля, що намагнічує, тобто є сталою величиною, що характеризує дану речовину.

**Феромагнетики** – речовини, у яких магнітна проникність набагато більша від одиниці, і вони здатні мати намагніченість за відсутності зовнішнього магнітного поля. Свою назву вони

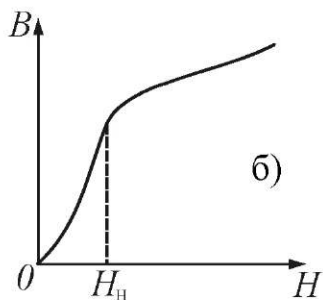
отримали за найпоширенішим представником – залізом.

До феромагнетиків окрім заліза, належать нікель, кобальт, гадоліній, їх сплави і сполуки, деякі інші сплави.



Феромагнетики мають такі характерні властивості:

1. Мають дуже великі значення  $\mu$  і  $\chi$  ( $\mu$  досягає значень  $10^4 \div 10^5$ ). Це означає, що феромагнетики створюють сильне магнітне поле.



2. Величини  $\mu$  і  $\chi$  змінюються, тобто є функціями напруженості зовнішнього поля. Тому намагніченість  $J$  і магнітна індукція  $B$  також не пропорційні напруженості  $H$  магнітного поля, а залежать від неї складним чином (рис. 2.2).

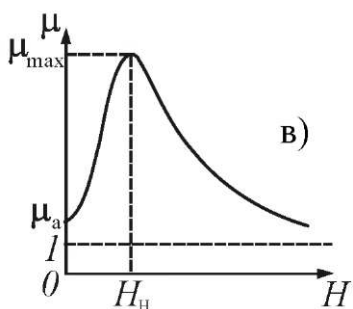


Рисунок 2.2

Залежність намагніченості  $J$  від напруженості  $H$  зовнішнього магнітного поля характеризується наявністю магнітного насичення  $J_n$ , яке настає за умов  $H > H_n$  (рис. 2.2 а).  $H_n$  – напруженість насичення.

Магнітна індукція  $B$  збільшується із зростанням поля  $H$  і при  $H = H_n$  крива переходить у пряму (рис. 2.2 б).

3. Залежність магнітної проникності  $\mu$  від  $H$  має складний характер.  $\mu_a$  – початкова магнітна проникність. При прямованні напруженості  $H$  до нескінченності магнітна проникність  $\mu$  асимптотично наближається до одиниці (рис. 2.2 в).

4. Феромагнетикам властиве явище магнітного гістерезису. Гістерезис – явище відставання зміни  $B$  індукції магнітного поля від зміни напруженості  $H$  змінного за величиною і напрямом зовнішнього магнітного поля.

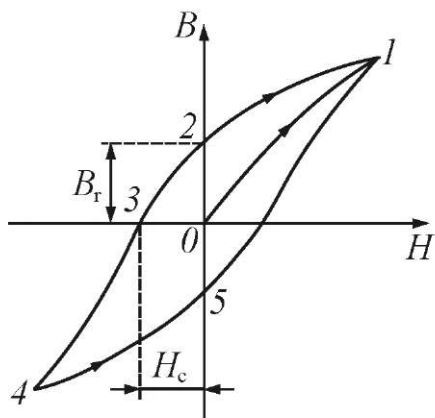


Рисунок 2.3

На рис. 2.3 крива 0-1 відповідає основній кривій намагнічування. Якщо довести намагнічування до насичення (точка 1), а потім зменшувати напруженість поля, то індукція  $B$  змінюється не за первинною кривою 0-1, а за кривою 1-2. При  $H = 0$  у феромагнетику зберігається залишкова намагніченість, яка характеризується залишковою індукцією –  $B_r$ . Індукція перетворюється

в нуль лише під дією поля  $H_z$ , що має напрям, протилежний полю, що викликав намагнічування. Напруженість  $H_z$  називається коерцитивною силою.

Збільшуючи зворотне поле, потім зменшуючи його і накладаючи знов позитивне поле, отримуємо, що індукція змінюється відповідно до кривої 1-2-3-4-5-1, яка називається петлею гістерезису. Перемагнічування феромагнетика пов'язано із зміною орієнтації областей спонтанної намагніченості і вимагає здійснення роботи за рахунок енергії зовнішнього магнітного поля. Кількість теплоти, що виділилася під час перемагнічування, пропорційна площі петлі гістерезису. Залежно від форми і площі петлі феромагнетики поділяють на:

- магнітом'які (вузька петля гістерезису  $H_c \sim 1 \div 100$  А/м);
- магнітотверді (широка петля гістерезису  $H_c \sim 10^3 \div 10^5$  А/м).

Для виготовлення постійних магнітів використовують магнітотверді феромагнетики, для осердя трансформаторів – магнітом'які.

5. При намагнічуванні феромагнетиків відбувається зміна їх лінійних розмірів і об'єму. Це явище називається магнітострикцією. Відносне видовження феромагнетиків досягає величини  $\sim 10^{-5} \div 10^{-2}$ . Магнітострикцію використовують в гідроакустиці, в ультразвукових технологіях, акустoeлектроніці та інших галузях техніки.

6. Перелічені вище властивості феромагнітних речовин ви-

являються за температур, менших від точки Кюрі. Точка Кюрі ( $T_c$ ) - температура, за якої феромагнетик втрачає свої феромагнітні властивості і стає парамагнетиком. Магнітна сприйнятливість за температури  $T > T_c$  підпорядковується закону Кюрі - Вейса:

$$\chi = \frac{C}{T - T_c}. \quad (2.7)$$

де  $C$  – стала Кюрі.

За температури, більшої від  $T_c$  Кюрі енергія теплового руху молекул більша за енергію взаємодії, тому домени втрачають свої властивості, тобто руйнуються.

Точка Кюрі для заліза 1063 С, для нікелю 623 С, для кобальту 1423 С, для сплаву пермалою - 823 С. За умов зниження температури нижче від точки Кюрі феромагнітні властивості відновлюються.

7. Магнітні властивості феромагнетиків визначаються магнітними моментами електронів (їх також називають спінами). За певних умов у кристалах виникають сили, які примушують магнітні моменти електронів орієнтуються паралельно один одному. Ці сили називаються обмінними. У результаті виникають області спонтанного намагнічування, які називають також доменами. Домени мають розміри порядку 1-400 мкм. У межах кожного домену феромагнетик спонтанно намагнічений до насичення і має певний магнітний момент. Напрями цих моментів для різних доменів різні, тому за відсутності зовнішнього поля сумарний момент зразка дорівнює нулю і зразок у цілому представляється макроскопічно ненамагніченим.

При включенні зовнішнього магнітного поля домени, орієнтовані за полем, зростають завдяки доменам, що орієнтовані проти поля. Таке зростання в слабких полях має оборотний характер. У сильних полях відбувається одночасна переорієнтація магнітних моментів у межах всього феромагнетику. Цей процес є незворотним і служить причиною гістерезису і залишкового намагнічування.

### 3 ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

**Явище електромагнітної індукції.** Досліди Ерстеда і Ампера показали, що навколо провідників із струмом виникає магнітне поле. М. Фарадей висунув зворотню ідею: під дією

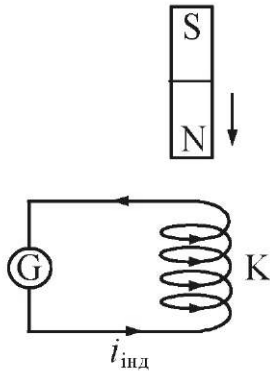


Рисунок 3.1

магнітного поля, що змінюється, в замкнутому провіднику повинен виникати електричний струм. Для доказу цієї ідеї Фарадей виконав ряд дослідів. Один з них полягає в наступному. Якщо смуговий магніт переміщати уздовж осі котушки К (рис. 3.1), то в цей момент у ній з'являється струм, який реєструє гальванометр G.

Напрямок струму залежить від того, яким полюсом був спрямований магніт до котушки і від напрямку його руху. Такий результат виникає, якщо магніт залишався нерухомим, а котушку переміщали. Відкрите Фарадеєм явище було названо явищем електромагнітної індукції.

Електромагнітною індукцією називається явище виникнення електрорушійної сили в провідному контурі при зміні магнітного потоку. ЕРС, що виникає, називається електрорушійною силою електромагнітної індукції  $\varepsilon_i$ . Якщо провідник замкнений, то виникає струм, який називають індукційним.

Експерименти показали, що ЕРС електромагнітної індукції пропорційна швидкості зміни магнітного потоку, що пронизує контур:

$$\boxed{\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}}, \quad (3.1)$$

де  $N$  – кількість витків у контурі.

При цьому неістотно, чим викликана зміна магнітного потоку. Це може бути деформація або переміщення контуру в зовнішньому полі, або зміна магнітного поля в часі.

Вираз (3.1) називається законом Фарадея для електромагні-

тної індукції. Знак « - » введений у формулу відповідно до правила Ленца. Правило Ленца: індукційний струм має такий напрям, що створене ним магнітне поле протидіє зміні магнітного потоку, який викликав цей індукційний струм.

### Принцип дії генератора змінного струму

Одним з найважливіших застосувань явища електромагнітної індукції є перетворення механічної енергії в електричну.

Розглянемо рамку, що складається з  $N$  витків, яка обертається в магнітному полі ( $\vec{B} = \text{const}$ ) зі сталою кутовою швидкістю  $\omega$  (рис. 3.2).

Повний магнітний потік, що пронизує рамку, у будь-який момент часу визначається співвідношенням:

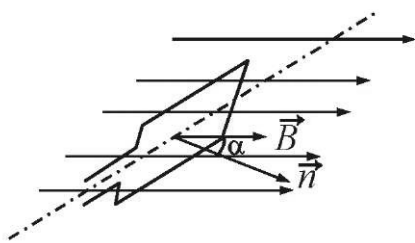


Рисунок 3.2

$$\Phi = NBS \cos \alpha,$$

де  $S$  – площа рамки;  $\alpha$  – кут між векторами нормалі  $\vec{n}$  і вектором магнітної індукції  $\vec{B}$ . При рівномірному обертанні  $\alpha = \omega \cdot t$ . Знайдемо ЕРС індукції, що виникає в рамці під час її обертання, використовуючи закон Фарадея (3.1):

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(NBS \cos \omega t)}{dt} = NBS\omega \sin \omega t,$$

або

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t = \varepsilon_{\max} \sin \omega t, \quad (3.2)$$

де величину  $\varepsilon_{\max} = NBS\omega$  можна розглядати як амплітудне значення змінної ЕРС.

Виникнення ЕРС індукції в рамці, яка обертається в магнітному полі є основою для створення генераторів змінного струму. Якщо до кінців витка жорстко приєднати два мідні кільця, то на дотичних до них вугільних щітках виникає ЕРС яка описується (3.2).

**Струми Фуко.** Індукційні струми, що виникають в суцільних масивних провідниках, які перебувають у змінному магнітному полі, називають вихровими струмами або струмами Фуко.

Відповідно до правила Ленца струми Фуко мають такі на-

прями, щоб своєю дією компенсувати зміну магнітного потоку, що їх спричинив. Тому провідники, які рухаються в сильному магнітному полі, зазнають сильне гальмування, що є наслідком взаємодії струмів Фуко з магнітним полем. Це використовують для демпфування (заспокоєння) рухомих частин гальванометрів, сейсмографів і інших приладів.

Теплова дія струмів Фуко використовується в індукційних печах. Така піч є котушкою, що живиться високочастотним струмом великої сили. Якщо помістити всередину котушки провідне тіло, то в ньому виникають інтенсивні вихрові струми. Ці струми розігрівають тіло до плавлення.

Струми Фуко бувають і небажаними. В електричних машинах і трансформаторах вони приводять до значних втрат енергії. Тому осердя трансформаторів виготовляють з тонких пластин розділені ізолюючим прошарком.

В провідниках, якими течуть змінні струми, також виникають струми Фуко. Вони спрямовані так, що ослаблюють струм усередині дроту і посилюють поблизу поверхні. У результаті дії струму високої частоти, він виштовхується на поверхню провідника. Це явище називається скін-ефектом (skin – шкіра). Через скін-ефект внутрішня частина провідників у високочастотних колах виявляється непотрібною. Тому у високочастотних колах застосовують провідники у вигляді трубок.

**Індуктивність контуру.** Згідно з формулою (1.18):

$$\Phi = B \cdot S.$$

Для соленоїда  $B$  за формулою (1.15) визначається

$$B = \frac{\mu\mu_0 IN}{l}.$$

Тоді згідно з законом електромагнітної індукції (3.1)

$$\varepsilon = -N \frac{d}{dt} \left( \frac{\mu_0 \mu I N S}{l} \right) = -\frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l} \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt}, \quad (3.3)$$

де  $L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l}$  – називається індуктивністю соленоїда.

Звідси отримуємо

$$\boxed{\Phi = L \cdot I} \text{ або } L = \frac{\Phi}{I}, [L] = \frac{Вб}{А} = Гн(генрі). \quad (3.4)$$

Індуктивність (L) – це скалярна фізична величина, що характеризує магнітні властивості електричного кола і визначає інерціальні характеристики контуру.

За одиницю індуктивності в СІ приймається індуктивність такого провідника (контуру), у якому при силі струму в ньому 1 А виникає зчеплений з ним повний потік  $\Phi$ , що дорівнює 1 Вб. Цю одиницю називають генрі (Гн).

**Самоіндукція** – це явище виникнення додаткової електро-рушійної сили в провідному контурі при зміні електричного струму. Самоіндукція є окремим випадком електромагнітної індукції. При зміні струму в контурі змінюється потік магнітної індукції. У результаті цього в ньому збуджується ЕРС самоіндукції. При збільшенні в колі сили струму ЕРС самоіндукції перешкоджає його зростанню, а при зменшенні струму – його спаданню. Можна сказати, що самоіндукція подібна явищу інерції в механіці. З експерименту виходить, що величина ЕРС самоіндукції пропорційна швидкості зміни сили струму та індуктивності.

Якщо соленоїд не змінює своїх геометричних розмірів, то індуктивність L є величиною постійною. У цьому випадку:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (3.5)$$

З формули (3.5) випливає, що ЕРС самоіндукції пропорційна швидкості зміни сили струму. Знак « - » обумовлений правилом Ленца, згідно з яким індукційний струм завжди спрямований так, щоб протидіяти причині, яка його викликає.

Співвідношення (3.5) дає можливість визначити індуктивність як коефіцієнт пропорційності між швидкістю зміни сили струму в контурі і ЕРС самоіндукції.

**Струми при замиканні і розмиканні кола.** При замиканні кола (рис. 3.3), сила струму завдяки самоіндукції встановлюється не миттєво, а через деякий час. Це пояснюється тим, що в контурі з'являється індукційний струм, який за правилом Ленца протидіє

зміні струму у колі. Індукційний струм, накладаючись на основний струм, сповільнює його зростання.

а) замикання кола. До індуктивності  $L$  під'єднують опір  $R$ , який за допомогою перемикача  $\Pi$  підключають джерело ЕРС (рис. 3.3).

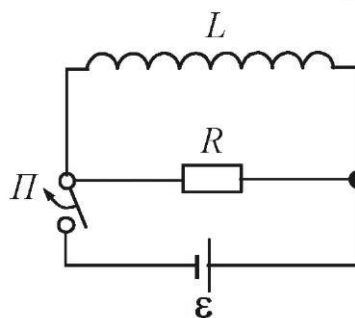


Рисунок 3.3

Після замикання ключа  $\Pi$  сила струму в колі зростає до того часу, поки не досягне сталого значення  $I_0$ . У колі окрім ЕРС є діятиме ЕРС самоіндукції  $\varepsilon_s$ . Тоді за законом Ома:

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_s = \varepsilon - L \frac{dI}{dt}.$$

Розділивши це рівняння на  $L$ , призведемо його до вигляду:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = \frac{\varepsilon}{L}.$$

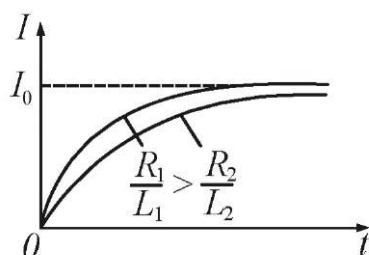


Рисунок 3.4

Розв'язуючи дане лінійне неоднорідне диференціальне рівняння (спробуйте виконати це самостійно) і враховуючи, що у момент часу  $t = 0$  сила струму дорівнює нулю, отримаємо:

$$I = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad (3.6)$$

де  $I_0 = \varepsilon / R$ .

Графік зростання сили струму наведений на рис. 3.4. З якого видно, що чим менша індуктивність кола і більший опір, тим швидше зростає струм.

б) розмикання кола. У момент часу  $t = 0$  відключимо джерело перемикачем  $\Pi$  (рис. 3.4). Сила струму почне спадати, у колі виникає ЕРС самоіндукції. За законом Ома:

$$IR = \varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

Розділимо рівняння на  $L$ , отримаємо:

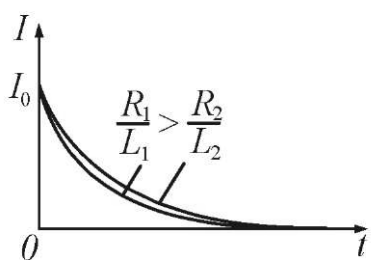


Рисунок 3.5

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = 0.$$

Розв'язуючи дане лінійне однорідне диференціальне рівняння (спробуйте виконати це самостійно) і врахувавши, що при  $t = 0$  сила струму мала значення  $I_0$ , отримаємо:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (3.7)$$

Після відключення джерела напруги, сила струму в ланцюзі спадає за експоненціальним законом. Графік залежності  $I = f(t)$  наведений на рис. 3.5. З графіка видно, що чим більша індуктивність і чим менший опір, тим повільніше спадає сила струму в колі.

**Енергія магнітного поля.** Згідно з (1.28)  $dA = I \cdot d\Phi$  та врахувавши, згідно з (3.4)  $\Phi = IL$  і  $d\Phi = L dI$  отримаємо

$$dA = I L dI. \quad (3.8)$$

Робота, що виконана у колі за весь час, протягом якого зникає магнітне поле:

$$A = - \int_1^0 L I dI = \frac{L I_2^2}{2} - \frac{L I_1^2}{2}.$$

Оскільки робота визначається через початкове та кінцеве значення струмів, то кожен доданок буде енергією магнітного поля:

$$W = \frac{L I^2}{2}. \quad (3.9)$$

Виразимо енергію магнітного поля через величини, що характеризують саме поле. Якщо соленоїд довгий, то його індуктивність дорівнює (3.4), а напруженість та індукція магнітного поля (1.15).

Підставимо значення  $L$  і  $I$  у вираз (3.9) і, провівши перетворення, отримаємо:

$$W = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V. \quad (3.10)$$

Оскільки магнітне поле нескінченного соленоїда однорідне, то енергія розподілена за його об'ємом зі сталою густиною  $\varpi$ .

Об'ємна густина енергії магнітного поля дорівнює відношенню енергії до об'єму:

$$\varpi_m = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}. \quad (3.11)$$

Використовуючи співвідношення (1.2), можна формулі (3.11) надати вигляду:

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}. \quad (3.12)$$

З формули (3.12) випливає, що носієм енергії є магнітне поле, яке локалізоване в просторі з об'ємною густиною  $\omega$ . Об'ємна густина енергії пропорційна квадрату напруженості магнітного поля.

## 4 ЗМІННИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

**Змінний струм** – це струм який змінюється за величиною і за напрямком. Змінний струм можна вважати квазістаціонарним, якщо сила струму у всіх перерізах практично однакова, тому що їхньої зміни відбуваються досить повільно. Для миттєвих значень квазістаціонарних струмів виконуються закон Ома і правила Кирхгофа.

Розглянемо процеси, які відбуваються на ділянці, яка містить резистор, котушку індуктивності і конденсатор, якщо до кінців прикладене змінна напруга

$$U = U_m \cos(\omega t), \quad (4.1)$$

де  $U_m$  – амплітуда напруги.

**Опір у колі змінного струму.**  $R$  ( $L \rightarrow 0$ ,  $C \rightarrow 0$ ) (рис. 4.1, а). При виконанні умови квазістаціонарності струму виконується закон Ома:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m \cos(\omega t)}{R} = I_m \cos(\omega t), \quad (4.2)$$

де амплітуда сили струму  $I_m = U_m/R$ .

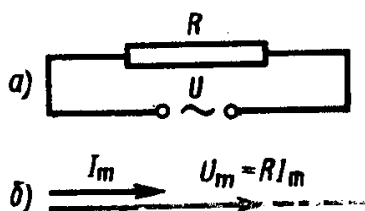


Рисунок 4.1

Для наочного зображення співвідношень між змінними струмами і напругами скористаємося методом векторних діаграм. На рис. 4.1, б дана векторна діаграма амплітудних значень струму  $I_m$  і напруги  $U_m$  на резисторі (зсув фаз між  $I_m$  і  $U_m$  дорівнює нулю).

**Котушка індуктивності  $L$  у колі змінного струму** ( $R \rightarrow 0$ ,  $C \rightarrow 0$ ) (рис. 4.2, а). Якщо прикладена змінна напруга (4.1), то в котушці протікатиме змінний струм, який створює ЕРС самоіндукції  $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$ . Тоді закон Ома набуде вигляду:

$$U_m \cos(\omega t) - L \frac{dI}{dt} = 0.$$

Звідси 
$$dI = \frac{U_m}{L} \cos(\omega t) dt.$$

Після інтегрування (поставимо нульову сталу інтегрування) отримаємо:

$$I = \frac{U_m}{\omega L} \sin(\omega t) = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (4.3)$$

де  $I_m = U_m/(\omega L)$ . Величина

$$\boxed{X_L = \omega L}, \quad (4.4)$$

називається реактивним індуктивним опором або індуктивним опором. Підстановка значення  $U_m = \omega L I_m$  у вираз (4.1) приводить до такого значення спаду напруги на котушці індуктивності:

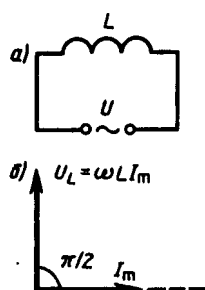


Рисунок 4.2

$$U_L = \omega L I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \quad (4.5)$$

Порівняння виразів (4.1) та (4.5) приводить до висновку, що спад напруги  $U_L$  випереджає за фазою струм  $I$ , що тече через котушку, на  $\pi/2$ , що і показано на векторній діаграмі (рис. 4.2, б).

**Конденсатор  $C$  у колі змінного струму ( $R \rightarrow 0$ ,  $L \rightarrow 0$ )** (рис. 4.3, а). Якщо змінна напруга (4.1) прикладена до конденсатора, то він увесь час перезаряджається, і в зовнішньому колі протікає змінний струм. Тоді

$$\frac{q}{C} = U_c = U_m \cos(\omega t).$$

Звідси сила струму

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega C U_m \sin(\omega t) = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (4.6)$$

де  $I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{1/\omega C}$ . Величина

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}}, \quad (4.7)$$

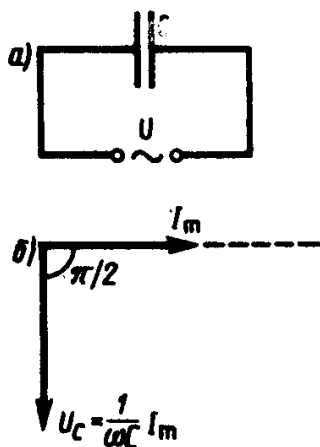


Рисунок 4.3

називається реактивним ємнісним опором (або ємнісним опором). Для постійного струму ( $\omega = 0$ )  $R_C = \infty$ , або постійний струм через конденсатор текти не може.

Порівняння виразів (4.1) та (4.6) приводить до висновку, що спад напруги  $U_C$  відстає за фазою від струму на  $\pi/2$ . Це відображено на векторній діаграмі (рис. 4.3, б).

**Коло змінного струму, з послідовно з'єднаними резистором, котушкою індуктивності і конденсатором.** На рис. 4.4, а

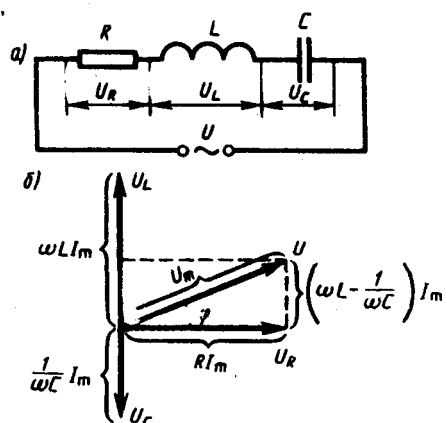


Рисунок 4.4

наведена ділянка кола, що містить резистор опором  $R$ , котушку індуктивністю  $L$  і конденсатор ємністю  $C$ , до кінців якого прикладена змінна напруга (4.1). У ланцюзі виникає змінний струм. На рис. 4.4, б представлена векторна діаграма амплітуд спадів напруг на резисторі ( $U_R$ ), котушці ( $U_L$ ) і конденсаторі ( $U_C$ ). Амплітуда  $U_m$  прикладеної напруги повинна бути рівною

векторній сумі амплітуд цих спадів напруг. Як видно з рис. 4.4, б, кут  $\varphi$  визначає різниця фаз між напругою і силою струму. З малюнка випливає, що

$$\boxed{\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}}, \text{ або } \boxed{\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}} \quad (4.8)$$

З прямокутного трикутника одержуємо

$(RI_m)^2 + \left[\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)I_m\right]^2 = U_m^2$  звідки амплітуда сили струму має значення

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (4.9)$$

Отже, якщо напруга в колі змінюється за законом  $U = U_m \cos \omega t$ , то сила струму описується законом

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (4.10)$$

де  $\varphi$  і  $I_m$  визначаються відповідно формулами (4.8) і (4.9). Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad (4.11)$$

називається повним опором.

Якщо в колі відсутній певний елемент, наприклад конденсатор, то відповідний доданок буде рівний нулю ( $X_C = 0$ ).

**Резонанс напруг.** Якщо в колі змінного струму, що містить послідовно включені конденсатор, котушку індуктивності і резистор, буде виконуватись рівність

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}, \quad (4.12)$$

то кут зсуву фаз між струмом і напругою (4.8) буде рівний нулю ( $\varphi = 0$ ), тобто струм і напруга змінюються синфазно. Умові (4.12) відповідає частота

$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4.13)$$

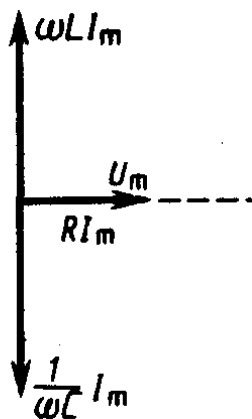


Рисунок 4.5

У даному випадку повний опір кола  $Z$  (4.11) стає мінімальним, і рівним активному опору  $R$ , і струм у ланцюзі визначається цим опором, приймаючи максимального (можливі при даному  $U_m$ ) значення. При цьому спад напруги на активному опорі дорівнює зовнішній напрузі, прикладеній до ділянки ( $U_R = U$ ), а спади напруг на конденсаторі ( $U_C$ ) і котушці індуктивності ( $U_L$ ) однакові за

амплітудою і протилежні за фазою. Це явище називається резонансом напруг (послідовним резонансом), а частота (4.13) – резонансною частотою. Векторну діаграму для резонансу напруг наведено на рис. 4.5.

У випадку резонансу напруг  $(U_L)_{рез} = (U_C)_{рез}$  підставивши в цю формулу значення резонансної частоти й амплітуди напруг на котушці індуктивності і конденсаторі, одержимо

$$(U_L)_{рез} = (U_C)_{рез} = I_m \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} U_m = Q U_m,$$

де  $Q$  – добротність контуру. Оскільки добротність звичайних коливальних контурів більше одиниці, то напруга як на котушці індуктивності, так і на конденсаторі перевищує прикладену напругу. Тому явище резонансу напруг використовується в техніці для підсилення коливань напруги певної частоти. Наприклад, у випадку резонансу на конденсаторі можна одержати напруга з амплітудою, яка може бути набагато більшою  $U_m$ . Це підсилення напруги можливо тільки для вузького інтервалу частот поблизу резонансної частоти контуру, що дозволяє виділити з багатьох сигналів одне коливання визначеної частоти, тобто радіоприймач налаштовувати на потрібну довжину хвилі. Явище резонансу напруг необхідно враховувати при розрахунку ізоляції електричних ліній, що містять конденсатори і котушки індуктивності, тому що може спостерігатися їхній пробій.

**Резонанс струмів.** Розглянемо коло змінного струму, що містить паралельно включені конденсатор ємністю  $C$  і котушку

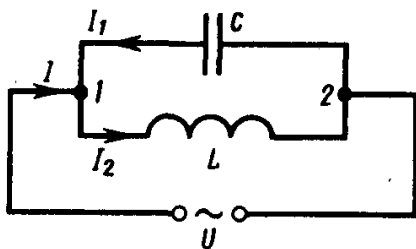


Рисунок 4.6

індуктивністю  $L$  (рис. 4.6). Для простоти припустимо, що активний опір обох ділянок настільки малий, що ним можна зневажити. Якщо прикладена напруга змінюється за законом  $U = U_m \cos(\omega t)$ , то, відповідно до формули (4.10), на ділянці 1-С-2 тече струм

$$I_1 = I_{1m} \cos(\omega t - \varphi_1),$$

амплітуда якого визначається з виразу (4.7) за умови  $R = 0$  і  $L = 0$ . Початкова фаза  $\varphi_1$  цього струму за формулою (4.8) визначається рівністю

$$\operatorname{tg}(\varphi_1) = -\infty, \quad \varphi_1 = (2n + 3/2)\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.14)$$

Аналогічно, сила струму на ділянці  $IL2$

$$I_2 = I_{2m} \cos(\omega t - \varphi_2),$$

амплітуда якого визначається з (4.4) за умови  $R = 0$  і  $C = \infty$  (умова відсутності ємності в ланцюзі). Початкова фаза  $\varphi_2$  ці струми

$$\operatorname{tg}(\varphi_2) = +\infty, \quad \varphi_2 = (2n + 1/2)\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.15)$$

З порівняння виразів (4.14) і (4.15) випливає, що різниця фаз струмів у ділянках  $IC2$  н  $IL2$  дорівнює  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ , тобто струми на ділянках протилежні за фазою. Амплітуда сили струму в зовнішньому колі

$$I_m = |I_{1m} - I_{2m}| = U_m \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|.$$

Якщо  $\omega = \omega_{\text{рез}} = 1/\sqrt{LC}$ , то  $I_{m1} = I_{m2}$  і  $I_m = 0$ . Явище різкого зменшення амплітуди сили струму в зовнішньому колі, що живить паралельно включені конденсатор і котушку індуктивності, при наближенні частоти  $\omega$  прикладеної напруги до резонансної частоти  $\omega_{\text{рез}}$  називається резонансом струмів (рівнобіжним резонансом). У даному випадку для резонансної частоти одержали таке ж значення, як і при резонансі напруг (4.13).

Амплітуда сили струму  $I_m$  дорівнює нулю тому, що активним опором знехтували. Якщо врахувати опір  $R$ , то різниця фаз  $\varphi_1 - \varphi_2$  не буде дорівнює  $\pi$ , тому при резонансі струмів амплітуда сили струму  $I_m$  буде відмінна від нуля, але набуде найменшого значення. Таким чином, при резонансі струмів у зовнішньому ланцюзі струми  $I_1$  і  $I_2$  компенсуються і сила струму  $I$  у провідниках, що підводять, досягає мінімального значення. Цей струм зумовлений тільки активним опором кола. При резонансі струмів сили струмів  $I_1$  і  $I_2$  можуть значно перевищувати силу струму  $I$ .

**Потужність, яка виділяється в ланцюзі змінного струму.**  
Миттєве значення потужності змінного струму дорівнює добутку миттєвих значень напруги і сили струму:

$$P(t) = U(t) \cdot I(t),$$

де  $U(t) = U_m \cos \omega t$ ,  $I(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi)$ . Розкривши  $\cos(\omega t - \varphi)$ , одержимо

$$\begin{aligned} P(t) &= U_m \cdot I_m \cdot \cos(\omega t - \varphi) \cdot \cos(\omega t) = \\ &= U_m \cdot I_m (\cos(\varphi) \cdot \cos^2(\omega t) + \sin(\varphi) \cdot \cos(\omega t) \cdot \sin(\omega t)) \end{aligned}$$

Практичний інтерес має не миттєве значення потужності, а її середнє значення за період коливання. Оскільки  $\langle \cos^2 \omega t \rangle = 1/2$ ,  $\langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0$ , одержимо

$$\boxed{\langle P \rangle = \frac{1}{2} U_m I_m \cos(\varphi)} \quad (4.16)$$

Оскільки коефіцієнт  $1/2$  стосується обох множників в однаковій мірі, то вводять такі позначення

$$I_\partial = I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U_\partial = U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad (4.17)$$

які називаються відповідно діючими (або ефективними) значеннями струму та напруги. Всі амперметри і вольтметри градууються за діючим значенням струму та напруги.

З огляду на діючі значення струму і напруги, вирази для середньої потужності (4.16) можна запасати у вигляді

$$\langle P \rangle = U_\partial I_\partial \cos(\varphi), \quad (4.18)$$

де множник  $\cos \varphi$  називається коефіцієнтом потужності.

Формула (4.18) показує, що потужність, виділювана в ланцюзі змінного струму, у загальному випадку залежить не тільки від сили струму і напруги, але і від зсуву фаз між ними. Якщо в ланцюзі реактивний опір відсутній,  $\cos \varphi = 1$  то  $P = IU$ .

## 5 ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ МАКСВЕЛА

**Вихрове електричне поле.** З закону Фарадея випливає, що будь-яка зміна потоку магнітної індукції приводить до виникнення електрорушійної сили індукції і внаслідок цього з'являється індукційний струм.

За теорією Максвела, змінне в часі магнітне поле породжує електричне поле  $E_B$ , :

$$\oint E dl = - \frac{d\Phi}{dt} . \quad (5.1)$$

Підставивши у формулу (5.1) вираз (1.17), одержимо:

$$\oint E dl = - \frac{d}{dt} \int B dS . \quad (5.2)$$

Якщо розміри контуру незмінні, то можна змінити черговість операцій диференціювання й інтегрування. Отже,

$$\oint E dl = - \int \frac{\partial B}{\partial t} dS , \quad (5.3)$$

де символ частинної похідної підкреслює той факт, що інтеграл є функцією тільки від часу.

З електростатики відомо, що циркуляція вектора напруженості електростатичного поля вздовж довільного замкнутого контуру дорівнює нулю. Отже, за рівністю (5.3) електричне поле, яке виникає внаслідок зміни магнітного (яке є вихровим) буде також як і магнітне вихровим.

**Струм зміщення.** За Максвелом: будь-яке змінне магнітне поле збуджує вихрове електричне поле. Але повинно існувати і зворотне явище: усяка зміна електричного поля повинне викликати появу вихрового магнітного поля. Для встановлення кількісних співвідношень між електричним полем, що змінюється, і спричинене ним магнітним полем Максвел ввів поняття струм зміщення.

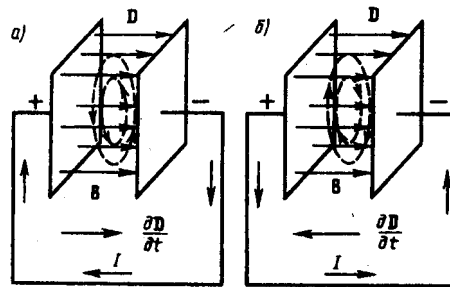
Розглянемо коло змінного струму, що містить конденсатор. Між обкладками конденсатора, який заряджається і розряджається, виникає змінне електричне поле. За теорією Максвела, через

конденсатор «протікають» струми зміщення, причому в тому місці, де відсутні провідні частини кола:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \int_s \sigma dS = \int_s \frac{\partial \sigma}{\partial t} dS = \int_s \frac{\partial D}{\partial t} dS. \quad (5.4)$$

Поверхнева густина заряду  $\sigma$  на обкладках конденсатора дорівнює вектору діелектричного зсуву  $D$ . Тоді для густини струму зміщення ( $I = \int j dS$ ) можемо записати:

$$j_{зм} = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (5.5)$$



Далі Максвелл ввів поняття повного струму, який рівний сумі струмів провідності і струму зміщення:

$$j_n = j_{зм} + j_{пров} = j + \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (5.6)$$

Тоді узагальнену теорему про циркуляцію вектора  $H$  запишемо у вигляді

$$\oint_L H dl = \int_s \left( j + \frac{\partial D}{\partial t} \right) dS. \quad (5.7)$$

Вираз (5.7) справедливий завжди, і як наслідок є повне співпадіння теорії і проведених дослідів.

### Система рівнянь Максвелла.

1. Перше рівняння Максвелла є рівняння (5.3) яке має такий фізичний зміст: змінне в часі магнітне поле спричиняє вихрове електричне.

2. Узагальнена теорема про циркуляцію вектора  $H$  (5.7) є другим рівнянням Максвелла. Це рівняння показує, що магнітні поля можуть створюватися рухомими зарядами (електричними струмами) або змінними електричними полями.

3. Теорема Гаусса для електростатичного поля:

$$\oint_S D dS = \sum q_i . \quad (5.8)$$

Якщо заряд розподілений усередині замкнутої поверхні з об'ємною густиною  $\rho$ , то формулу (5.8) запишемо у вигляді:

$$\oint_S D dS = \int_V \rho dV . \quad (5.9)$$

Останнє рівняння має фізичний зміст: джерелом електростатичного поля є електричні заряди або силові лінії електричного поля починаються на позитивних та закінчуються на негативних зарядах. Тому електростатичне поле називають зарядовим.

4. Теорема Гаусса для магнітного поля:

$$\oint_S B dS = 0 . \quad (5.10)$$

Фізичний зміст останнього рівняння наступний: відсутні магнітні заряди. Звідси силові лінії магнітного поля починаються на нескінченності та йдуть у нескінченність. Таке силове поле називають соленоїдальним, або без зарядовим.

Отже, повна система рівнянь Максвелла в інтегральній формі:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \oint_L E dl = - \int_S \frac{\partial B}{\partial t} dS; & \oint_S D dS = \int_V \rho dV \\ \oint_L H dl = \int_S \left( j + \frac{\partial D}{\partial t} \right) dS; & \oint_S B dS = 0. \end{array} \right. \quad (5.11)$$

Величини, що входять у рівняння Максвелла, не є незалежними і між ними існує такий зв'язок:

$$D = \epsilon \epsilon_0 E; \quad B = \mu \mu_0 H; \quad j = \gamma E, \quad (5.12)$$

де  $\epsilon_0$  і  $\mu_0$  – відповідно електрична і магнітна постійні,  $\epsilon$  і  $\mu$  – відповідно діелектрична і магнітна проникності,  $\gamma$  – питома провідність речовини.

Систему рівнянь Максвелла можна представити також і в диференціальній формі:

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}; \operatorname{div} D = \rho; \quad \operatorname{rot} H = j + \frac{\partial D}{\partial t}; \quad \operatorname{div} B = 0. \quad (5.13)$$

Рівняння (5.13) використовують, якщо усі величини в просторі і часі змінюються безперервно.

## **ТЕСТИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ РОЗДІЛУ «МАГНЕТИЗМ»**

1. Які з перелічених процесів приводять до виникнення магнітного поля?

1. Рух заряджених частинок.
2. Електризація тіл.
3. Зміна в часі електричного поля.
4. Протікання струму по провіднику.

2. Магнітне поле у вакуумі може бути створене:

1. Нерухомими електричними зарядами.
2. Намагніченими тілами.
3. Рухомими електричними зарядами.
4. Електричними струмами.
5. Змінними електричними полями.

3. Що доводить дослід Ерстеда?

1. Магнітне поле діє на намагнічені тіла.
2. Магнітне поле виявляє силову дію на рухомі заряджені частинки.
3. Навколо провідників із струмом виникає магнітне поле.
4. Магнітне поле виникає при русі заряджених частинок.

4. Вкажіть формулу, що виражає закон Біо-Савара-Лапласа.

$$1. d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} \quad 2. d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad 3. d\vec{H} = \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

5. Вкажіть формулу, що виражає закон повного струму.

$$1. \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{k=1}^n q_k \quad 2. \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k=1}^n I_k \quad 3. d\vec{H} = \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

6. Вкажіть формулу, що виражає напруженість магнітного поля, створеного провідником кінцевої довжини.

$$1. H = \frac{nl}{2} (\cos \phi_1 - \cos \phi_2) \quad 2. H = nl \quad 3. H = \frac{I}{2\pi R}$$
$$4. H = \frac{I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

7. Вкажіть формулу, що виражає напруженість магнітного поля, створеного нескінченно довгим провідником із струмом.

1.  $H = \frac{B}{\mu\mu_0}$ ; 2.  $H = nl$ ; 3.  $H = \frac{I}{2\pi R}$ ; 4.  $d\vec{H} = \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$ .

8. Вкажіть формулу, що виражає напруженість магнітного поля, створеного круговим струмом на його осі.

1.  $H = \frac{I}{2R}$ ; 2.  $H = nl$ ; 3.  $H = \frac{I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$ ;

4.  $H = \frac{I}{4\pi r_0}(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$ .

9. Вкажіть формулу, що виражає напруженість магнітного поля, створеного круговим струмом у центрі контуру.

1.  $H = \frac{I}{2R}$ ; 2.  $H = nl$ ; 3.  $H = \frac{I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$ ;

4.  $H = \frac{I}{4\pi r_0}(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$ .

10. Як зміниться значення індукції магнітного поля в центрі кругового провідника, якщо радіус його збільшиться в 2 рази, а сила струму в провіднику зменшиться в 3 рази?

1. Зменшиться в 6 разів.                      3. Збільшиться в 1,5 раза.  
2. Збільшиться в 6 разів.                      4. Зменшиться в 1,5 раза.  
5. Зменшиться в 5 разів.

11. Вкажіть формулу, що виражає напруженість магнітного поля, створеного соленоїдом кінцевої довжини.

1.  $H = \frac{nl}{2}(\cos \phi_1 - \cos \phi_2)$ ;                      2.  $H = nl$                       3.  $H = \frac{I}{2\pi R}$

4.  $H = \frac{I}{4\pi r_0}(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$

12. Вкажіть формулу, що виражає напруженість магнітного поля, створеного нескінченно довгим соленоїдом.

$$1. H = \frac{B}{\mu\mu_0}; \quad 2. H = nl; \quad 3. H = \frac{I}{2\pi R}; \quad 4. d\vec{H} = \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}.$$

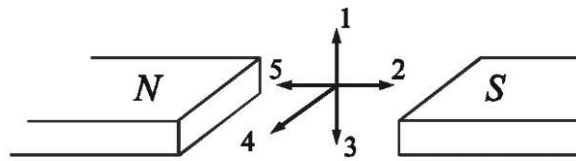
13. Які з формул визначають силу дії магнітного поля на провідник із струмом (силу Ампера)?

$$1. F = IBl \sin \alpha \quad 2. d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} \quad 3. \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad 4. F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} l$$

14. Яка з формул визначає силу взаємодії провідників із струмом у вакуумі?

$$1. F = IBl \sin \alpha \quad 2. d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} \quad 3. \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad 4. F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} l$$

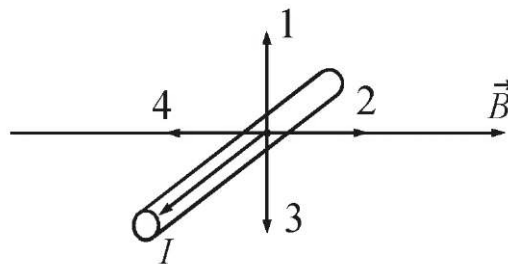
15. Вкажіть напрям індукції магнітного поля в точці, розташованій між полюсами магніту.



16. Чим визначається значення магнітного моменту контуру із струмом?

1. Добутком сили струму на довжину контуру  $p_m = \vec{I} \times \vec{l}$ .
2. Добутком сили струму на площу контуру  $p_m = IS\vec{n}$ .
3. Добутком магнітної індукції на площу контуру  $p_m = \vec{B} \times \vec{S}$ .
4. Добутком магнітної індукції на силу струму  $p_m = \vec{B} \times I$ .

17. Який з вказаних на рисунку напрямів співпадає з напрямом сили Ампера, що діє на прямолінійний провідник із струмом, розташований у магнітному полі індукцією  $B$ ?



18. Контур із струмом перебуває в однорідному магнітному полі. Чому дорівнює обертаючий момент, що діє на рамку із струмом з боку поля?

$$1. p_m = IS\vec{n}; \quad 2. \vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}; \quad 3. W_m = -\vec{p}_m \times \vec{B}; \quad 4. \vec{p}_m = \vec{B} \times \vec{S}.$$

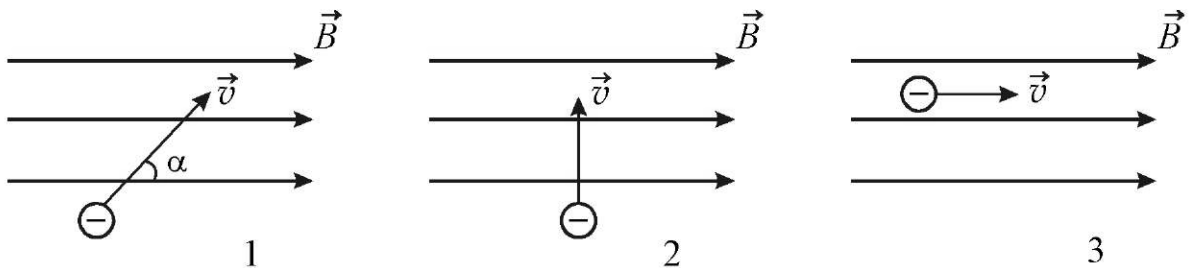
19. Що прийнято називати силою Лоренца?

1. Силу взаємодії двох провідників із струмом.
2. Силу, що діє на провідник із струмом з боку магнітного поля.
3. Силу, що діє з боку магнітного поля на заряджену частинку.
4. Силу, що діє з боку магнітного поля на рухому заряджену частинку.

20. Яка формула визначає силу Лоренца?

1.  $F = IBl \sin \alpha$ ;
2.  $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ ;
3.  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ ;
4.  $\vec{F} = q\vec{E}$ .

21. У якому з наведених на рисунку випадків електрон, що влітає в однорідне магнітне поле, рухатиметься за гвинтовою лінією?



22. У якому з наведених на рисунку випадків електрон, що влітає в однорідне магнітне поле, рухатиметься прямолінійно?

23. У якому з наведених на рисунку випадків електрон, що влітає в однорідне магнітне поле, рухатиметься за колом?

24. Яке твердження відноситься до ефекту Холла?

1. Якщо металеву пластинку, уздовж якої тече змінний електричний струм, помістити в перпендикулярне їй магнітне поле, то між гранями, паралельними напрямкам струму і поля, виникає різниця потенціалів.
2. Якщо металеву пластинку, уздовж якої тече постійний електричний струм, помістити в паралельне їй магнітне поле, то між гранями, паралельними напрямкам струму і поля, виникає різниця потенціалів.
3. Якщо металеву пластинку, уздовж якої тече постійний електричний струм, помістити в перпендикулярне їй магнітне поле, то між гранями, паралельними напрямкам струму і поля, виникає різниця потенціалів.

4. Якщо металеву пластинку, уздовж якої тече постійний електричний струм, помістити в перпендикулярне їй магнітне поле, то між гранями, перпендикулярними напрямкам струму і поля, виникає різниця потенціалів.

25. Які з перелічених формул визначають холловську різницю потенціалів?

$$1. U_H = \frac{1}{ne} \frac{BI}{b}; \quad 2. U_H = \frac{1}{ne} \frac{I}{Ba}; \quad 3. U_H = R_H a j B; \quad 4. U_H = \frac{1}{ne} \frac{a}{BI}.$$

26. У чому полягає явище електромагнітної індукції?

1. У замкненому провідному контурі при зміні потоку вектора напруженості електричного поля через поверхню, обмежену цим контуром, виникає електричний струм.

2. У замкненому провідному контурі при зміні потоку магнітної індукції через поверхню, обмежену цим контуром, виникає електричний струм.

3. У замкненому непровідному контурі при зміні потоку магнітної індукції через поверхню, обмежену цим контуром, виникає електричний струм.

4. Індукційний струм завжди має такий напрям, щоб протидіяти тій причині, що його викликає.

27. Від чого залежить електрорушійна сила індукції, що виникає в замкненому контурі?

1. Від величини магнітного потоку крізь поверхню, обмежену цим контуром.

2. Від швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену цим контуром.

3. Від опору контуру.

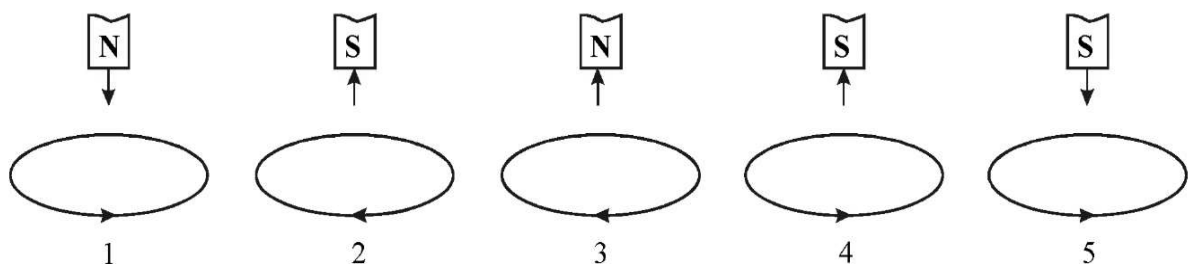
4. Від величини індукції зовнішнього магнітного поля.

28. Яка з формул є виразом закону Фарадея для електромагнітної індукції?

$$1. \varepsilon = I(R + R); \quad 2. \varepsilon = \frac{A^{стоп}}{q}; \quad 3. \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}; \quad 4. \varepsilon = \frac{1}{ne} \frac{aBI}{b}.$$

29. Про що йде мова у правилі Ленца?

1. У замкненому провідному контурі при зміні потоку магнітної індукції через поверхню, обмежену цим контуром, виникає електричний струм.
  2. Індукційний струм завжди більший від струму, що його спричиняє.
  3. Індукційний струм завжди направлений так, щоб протидіяти причині, що його викликає.
30. На яких рисунках правильно вказано напрям індукційного струму у витку, щодо якого переміщається магніт (напрямок переміщення магніту показаний стрілками)?



31. Від чого залежить величина електрорушійної сили самоіндукції, що виникає в контурі?
1. Від індуктивності контуру.
  2. Від опору контуру.
  3. Від сили струму в контурі.
  4. Від швидкості зміни сили струму в контурі.
  5. Від орієнтації контуру щодо зовнішнього магнітного поля.
32. Яка з формул виражає ЕРС самоіндукції, якщо контур не має феромагнітного осердя?

$$1. \varepsilon = -L \frac{dI}{dt}; \quad 2. \varepsilon = \frac{A^{stop}}{q}; \quad 3. \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}; \quad 4. \varepsilon = \frac{1}{ne} \frac{aBI}{b}.$$

33. Від чого залежить індуктивність контуру (контур перебуває у вакуумі)?
1. Від сили струму в контурі.
  2. Від швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену контуром.
  3. Від форми і розмірів контуру.
  4. Від матеріалу провідника.

5. Від орієнтації контуру щодо зовнішнього магнітного поля.
34. Яка з формул виражає ерс самоіндукції, якщо контур має феромагнітне осердя?
1.  $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$ ; 2.  $\varepsilon = \frac{A^{стор}}{q}$ ; 3.  $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ ; 4.  $\varepsilon = \frac{dI}{dt} \left( I \frac{dL}{dt} + L \right)$ .
35. Від чого залежить індуктивність соленоїда, що має феромагнітне осердя?
1. Від кількості витків.
  2. Від геометричних розмірів соленоїда.
  3. Від опору провідника, з якого виготовлений соленоїд.
  4. Від сили струму в соленоїді.
  5. Від площі поперечного перерізу провідника, з якого виготовлений соленоїд.
36. Що називають індукційними (вихровими) струмами Фуко?
1. Індукційні струми, які завжди спрямовані так, щоб протидіяти причині, що їх викликає.
  2. Індукційні струми, які збуджуються в суцільних масивних провідниках у магнітних полях, що змінюються.
  3. Індукційні струми, які збуджуються в замкнених провідниках при зміні в них сили струму.
  4. Індукційні струми, які збуджуються в замкненому провіднику за наявності різниці потенціалів.
37. Яка формула виражає енергію магнітного поля, що створюється струмом?
1.  $W_M = \frac{BH}{2}$ ; 2.  $W_M = \frac{q^2}{2C}$ ; 3.  $W_M = \frac{LI^2}{2}$ ; 4.  $W_M = -L \frac{dl}{dt}$ .
38. Які формули дозволяють розрахувати щільність енергії магнітного поля?
1.  $\omega_M = \frac{BH}{2}$ ; 2.  $\omega_M = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$ ; 3.  $\omega_M = \frac{LI^2}{2}$ ; 4.  $\omega_M = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$ .
39. Для кожної з перелічених величин вкажіть її буквене позначення і одиницю вимірювання. *Приклад:* Сила струму -  $I$  - А (ампер).

Напруженість магнітного поля, магнітний потік, магнітна стала, об'ємна щільність енергії магнітного поля, магнітний момент.

40. Для кожної з перерахованих величин вкажіть її буквене позначення і одиницю вимірювання. *Приклад:* Сила струму -  $I$  - А (ампер).

Магнітна індукція, магнітна проникність, індуктивність, намагніченість, магнітна сприйнятливість.

41. Яке значення відносної магнітної проникності відповідає парамагнетикам?

1. 2000; 2. 0,9998; 3. 100; 4. 1,000023; 5. 10.

42. Які значення магнітної сприйнятливості відповідають діамагнетикам?

1. - 0,0002; 2. 0,0002; 3. 1999; 4. 0,000023; 5. 0,0004.

43. Які значення відносної магнітної проникності відповідають феромагнетикам (дані для  $\mu$  наведені для однієї і тієї ж напруженості зовнішнього магнітного поля)?

1. 5000; 2. 0,99996; 3. 1,00017; 4. 0,9998; 5. 10.

44. Для якого типу магнетиків залежність магнітної сприйнятливості від температури описується формулою  $\chi = \frac{C}{T}$ ?

1. Парамагнетики

2. Феромагнетики

3. Діамагнетики

4. Антиферомагнетики

45. Для якого типу магнетиків залежність магнітної сприйнятливості від температури описується

формулою  $\chi = \frac{C}{T - T_c}$ ?

1. Парамагнетики.

2. Феромагнетики.

3. Діамагнетики.

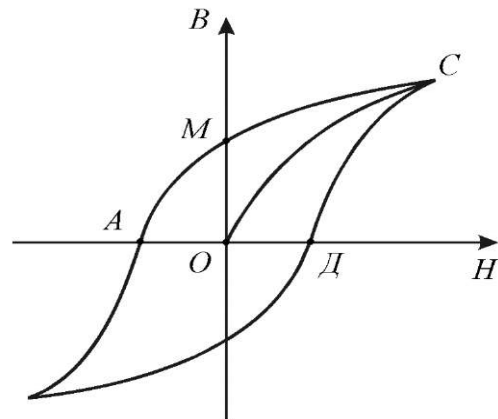
4. Антиферомагнетики.

46. Які з перелічених нижче тверджень відносяться до характеристики феромагнетиків?

1. Феромагнетики є сильномагнітними речовинами.
2. Це речовини, що мають магнітну проникність, менша від одиниці.
3. Залежність між індукцією і напруженістю магнітного поля нелінійна.
4. Це речовини, які мають намагніченість у відсутності зовнішнього магнітного поля.
5. Магнітна проникність нелінійно змінюється з напруженістю магнітного поля.

47. Який з відрізків (або ділянок) на наведеній петлі гістерезису феромагнетика відповідає коерцитивній силі?

1.  $OC$
2.  $AM$
3.  $OA$
4.  $OM$
5.  $AC$



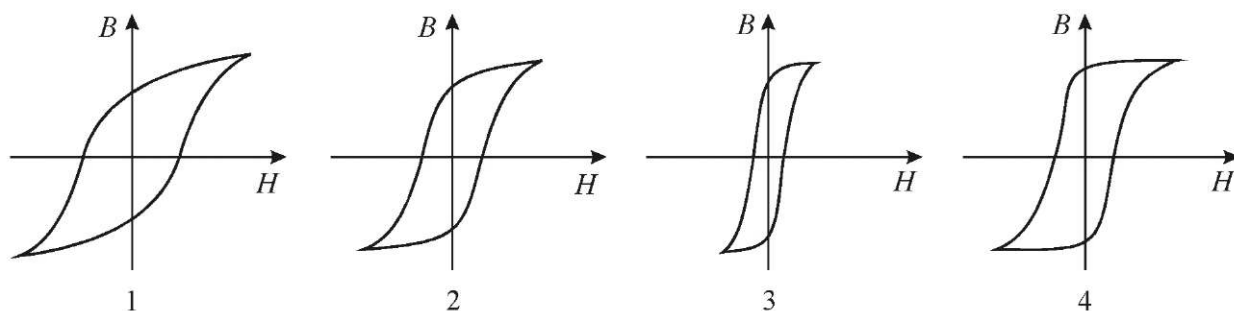
48. Який з відрізків (або ділянок) на наведеній петлі гістерезису феромагнетика відповідає залишковій індукції?

1.  $AM$
2.  $OM$
3.  $OC$
4.  $OA$
5.  $AC$

49. Для феромагнетиків характерно:

1.  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$      $\mu \geq 1$      $B = \text{const}$ ;
2.  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$      $\mu \gg 1$      $B = \text{const}$ ;
3.  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$      $\mu \gg 1$      $B = f(H)$ ;
4.  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$      $\mu < 1$      $B = f(H)$ .

50. Який з феромагнетиків, петлі гістерезису яких наведені на рисунку, є найбільш магнітно-м'яким?



### КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «магнетизм»

| №<br>питан<br>ня | Код<br>відпо<br>віді | №<br>питан<br>ня | Код<br>відпо<br>віді | №<br>питан<br>ня | Код<br>відпо<br>віді | №<br>питан<br>ня | Код<br>відпо<br>віді | №<br>питан<br>ня | Код<br>відпо<br>віді |
|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|
| 1                | 1,3,4                | 11               | 1                    | 21               | 1                    | 31               | 4                    | 41               | 4                    |
| 2                | 2,3,4,5              | 12               | 2                    | 22               | 3                    | 32               | 1                    | 42               | 1,5                  |
| 3                | 3                    | 13               | 1,2                  | 23               | 2                    | 33               | 3                    | 43               | 1,5                  |
| 4                | 2                    | 14               | 4                    | 24               | 3                    | 34               | 4                    | 44               | 1                    |
| 5                | 2                    | 15               | 2                    | 25               | 1                    | 35               | 1,2,4                | 45               | 2                    |
| 6                | 4                    | 16               | 2                    | 26               | 2                    | 36               | 2                    | 46               | 1,3,4,5              |
| 7                | 3                    | 17               | 1                    | 27               | 2                    | 37               | 3                    | 47               | 3                    |
| 8                | 3                    | 18               | 2                    | 28               | 3                    | 38               | 1,2                  | 48               | 2                    |
| 9                | 1                    | 19               | 4                    | 29               | 3                    | 39               | 3                    | 49               | 3                    |
| 10               | 1                    | 20               | 3                    | 30               | 1,3,4                | 40               | 3                    | 50               | 3                    |

## 6 ВІЛЬНІ ГАРМОНІЙНІ КОЛИВАННЯ

Коливанням називають процес який характеризується певною повторюваністю в часі.

Коливання дуже поширені в природі і техніці. У фізичних науках коливання зустрічаються в оптиці, акустиці, механіці, електриці, теорії атома.

**Класифікація коливань.** Залежно від фізичної природи процесу, що повторюється, розрізняють коливання:

- 1) механічні (коливання маятників, струн, частин машин і механізмів, споруд, тиску повітря при поширенні звуку і т. п.);
- 2) електромагнітні (коливання змінного електричного струму в колі; коливання векторів електричної напруженості  $\vec{E}$  і магнітної індукції  $\vec{B}$  змінного електромагнітного поля і т. п.);
- 3) електромеханічні (коливання мембрани телефону, дифузора електродинамічного гучномовця і т. п.).

Система, що здійснює коливання, називається коливальною системою або осцилятором. Залежно від характеру дії на коливальну систему розрізняють коливання:

- 1) власні;
- 2) автоколивання.

За формою і видом коливання поділяють на:

- 1) згасаючі;
- 2) вимушені;
- 3) релаксаційні.

Власними називаються коливання, які відбуваються в системі, що залишена сама на себе після того як їй надали початкове збурення або вона була виведена з положення рівноваги. Наприклад, щоб кулька, яка підвішена на нитці, почала коливатися, потрібно штовхнути її, або, відвівши убік, відпустити її.

*Вимушеними* називаються коливання, які здійснюються під дією зовнішньої сили, що періодично змінюється з часом за гармонічним законом. Наприклад, коливання сили струму в електричному колі, що викликані змінною ЕРС.

*Згасаючими* називаються вільні коливання, амплітуда яких зменшується з часом. Згасання механічних коливань пов'язане з наявністю сил тертя і опору. Згасання коливань в електричних коливальних системах обумовлене тепловими втратами в провідниках.

*Автоколиваннями* називаються коливання, що супроводжуються дією на систему, в якій здійснюються коливання, зовнішніх сил, при цьому система сама керує цією дією. Наприклад, у годиннику маятник отримує поштовх завдяки енергії піднятої гирі або закрученої пружини, причому поштовхи відбуваються в той момент, коли маятник проходить через положення рівноваги.

*Релаксаційними* називаються періодичні процеси, у яких є повільна та швидка зміни стану системи. Релаксаційні коливання виникають у системі, зображеній на рис. 6.1.

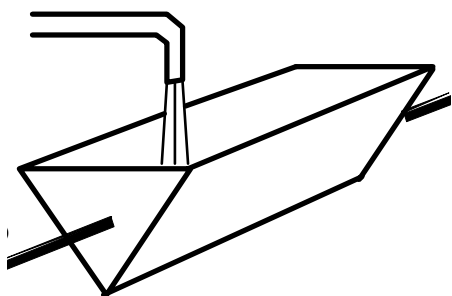


Рисунок 6.1

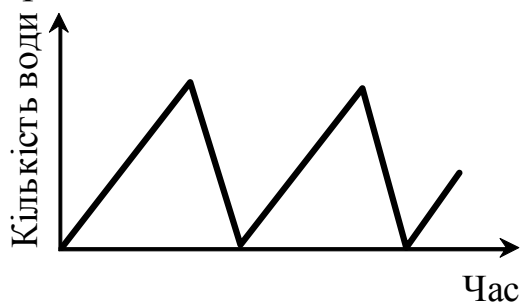


Рисунок 6.2

Рівень води у посудині поступово зростає і відповідно положення центра мас переміщається вгору – повільний процес зміни стану системи. У момент коли центр мас буде вищим від осі обертання, сила тяжіння буде більшою за силу тертя, посудина повертається і вода виливається. Положення центра мас різко знижується – швидка фаза зміни стану системи. При такому повороті під струмінь рідини потрапляє наступний резервуар, і процес наповнення повторюється. Зміна рівня води у посудині описується релаксаційними коливаннями, графік яких схематично представлений на рис. 6.2.

**Характеристики коливань.** Коливання описують рівнянням:

$$\xi(t) = f(t) = f(t + T), \quad (6.1)$$

де  $\xi(t)$  – миттєве значення величини, яка змінюється,

$f(t)$  – задана періодична функція часу.

Величина, що коливається, визначає положення (координату) або стан (заряд, тиск, температуру, швидкість) коливальної системи (тіла, електричного контуру).

*Амплітуда коливань* ( $A$ ) – максимальне значення величини, що змінюється. Амплітуда – додатна величина.

*Період коливань* ( $T$ ) – це час одного повного коливання:

$$T = \frac{t}{N}, \quad [T] = \text{с.}$$

де  $t$  – час коливань системи,  $N$  – кількість повних коливань, які здійснила система за час  $t$ .

*Частота коливань* ( $\nu$ ) – це число коливань за одиницю часу.

$$\nu = \frac{N}{t}, \quad \nu = \frac{1}{T}, \quad [\nu] = 1/\text{с}. \quad (6.2)$$

*Кутова або циклічна частота* ( $\omega$ ) – число коливань за  $2\pi$  секунд.

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \quad [\omega] = \text{рад/с}. \quad (6.3)$$

*Фаза коливань* ( $\varphi$ ) – це величина, що визначає миттєвий стан коливального процесу

$$\varphi = (\omega t + \varphi_0), \quad [\varphi] = \text{рад}, \quad (6.4)$$

де  $\varphi_0$  – початкова фаза (значення фази при  $t = 0$ ).

### **Гармонічні коливання**

*Гармонічні коливання* – це коливання які описуються законом косинуса або синуса:

$$\xi(t) = \xi_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{або} \quad \xi(t) = \xi_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (6.5)$$

Обидва визначення є рівносильними. Надалі ми використовуватимемо закон косинуса. Такі коливання є найпоширенішими в техніці.

Періодичні процеси іншої форми (з іншою залежністю від часу  $t$ ) можуть бути представлені як накладання кількох гармонічних коливань.

Гармонійні коливання скалярної величини визначаються трьома незалежними параметрами: частотою, амплітудою і початковою фазою. Амплітуда коливань і початкова фаза визначаються початковими умовами, а частота і період - властивостями коливальної системи. Якщо хоча б один з цих параметрів змінюється в часі, то коливання не будуть гармонійними.

**Швидкість і прискорення при гармонічних коливаннях.** З курсу механіки відомо, що швидкість зміни величини визначається як перша похідна цієї величини за часом:

$$v = \frac{d\xi}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -v_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = v_{\max} \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right). \quad (6.6)$$

де  $v_{\max} = A\omega_0$  – максимальне (амплітудне) значення швидкості.

Прискорення визначається як друга похідна величини, що коливається, за часом:

$$a = \frac{d^2\xi}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -a_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = a_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi). \quad (6.7)$$

де  $a_{\max} = A\omega_0^2$  – максимальне (амплітудне) значення прискорення.

Гармонійні коливання можна представити графічно. Для випадку  $\varphi_0 = 0$  вони мають вигляд, показаний на рис. 6.3. З формул (6.6) і (6.7) і порівняння графіків можна зробити такі висновки:

- $\xi(t)$  і  $a(t)$  коливаються в протифазі, тобто  $a(t)$  випереджає  $\xi(t)$  за фазою на  $\pi$  (на півперіоду);
- $v(t)$  випереджає  $\xi(t)$  за фазою на  $\pi/2$  (на чверть періоду).

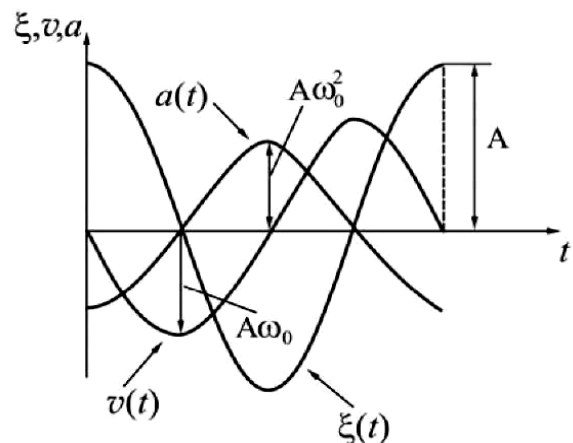


Рисунок 6.3

## Диференціальне рівняння гармонічних коливань.

Згідно з рівняння (6.7)

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Порівнявши даний вираз з формулою (6.5), можна зробити висновок, що

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = -\omega_0^2 \xi, \quad \text{або} \quad \boxed{\frac{d^2 \xi}{dt^2} + \omega_0^2 \xi = 0}. \quad (6.8)$$

Рівняння (6.8) називається диференціальним рівнянням гармонічних коливань. Воно є лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку. Диференціювання ведеться за часом  $t$ .

Згідно з позначенням, прийнятим Ньютоном, похідні за часом позначаються таким чином:

$$\frac{d\xi}{dt} = \dot{\xi}, \quad \frac{d^2 \xi}{dt^2} = \ddot{\xi} \quad (6.9)$$

Тоді диференціальне рівняння гармонічних негасаючих коливань можна записати у вигляді:

$$\ddot{\xi} + \omega_0^2 \xi = 0 \quad (6.10)$$

Якщо аналізуючи фізичні процеси тієї або іншої природи, на основі відомих законів виникає рівняння (6.8), то це означає, що система може здійснювати гармонічні коливання.

**Енергія коливань.** Потенціальна енергія гармонічного коливання, що здійснюється під дією пружної сили

$$W_{\Pi} = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.11)$$

Кінетична енергія гармонічного коливання

$$W_K = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.12)$$

Повна енергія гармонічного коливання:

$$W = W_K + W_{\Pi},$$

$$W = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{kA^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) =$$

$$\frac{kA^2}{2}[\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)] = \frac{kA^2}{2}. \quad (6.13)$$

Таким чином, повна енергія гармонічних коливань рівна

$$W = \frac{kA^2}{2}, \quad (6.14)$$

і залишається величиною постійною в часі. Відзначимо, що повна енергія пропорційна квадрату амплітуди.

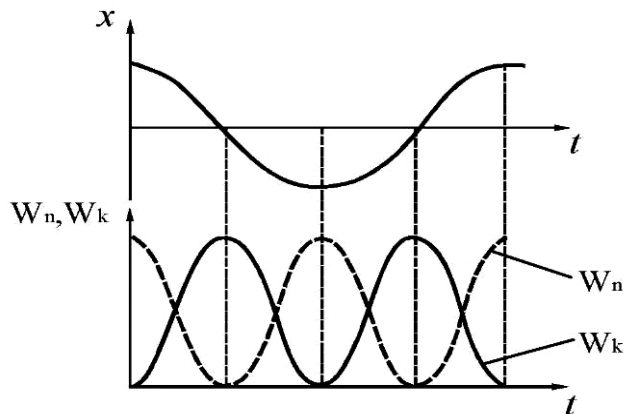


Рисунок 6.4

У процесі коливань відбувається перетворення кінетичної енергії на потенціальну. Процес переходу енергії з одного виду в інший є періодичним (рис. 6.4). Частота зміни енергії в 2 рази перевищує частоту коливань. У моменти найбільшого зсуву  $x$  потенціальна

енергія  $W_{\Pi}$  досягає максимуму. При проходженні системою положення рівноваги ( $x = 0$ ) потенціальна енергія дорівнює нулю, а кінетична енергія максимальна. Найбільші значення кінетичної і потенціальної енергії є рівними між собою.

**Пружинний маятник** – це матеріальна точка масою  $m$ , яка прикріплена до пружини жорсткістю  $k$  (рис. 6.5). Змістимо матеріальну точку від положення рівноваги на відстань  $x$ , після чого залишимо систему саму на себе. Сила пружності, що виникає, намагається повернути кульку до положення рівноваги. За законом Гука

$$F = -kx \quad (6.15)$$

За другим законом Ньютона

$$F_{np} = ma, \quad (6.16)$$

де  $a$  – прискорення, що отримане кулькою. Оскільки

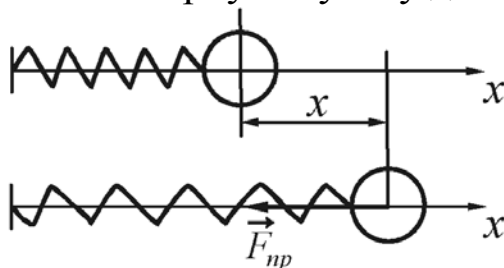


Рисунок 6.5

$$a = \frac{d^2x}{dt^2},$$

то 
$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \text{ або } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0. \quad (6.17)$$

Введемо позначення:

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2 \text{ або } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (6.18)$$

Тоді з урахування (6.18) рівняння (6.17) можна переписати у вигляді:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (6.19)$$

де  $\omega_0$  – це власна частота коливань коливальної системи.

Таким чином, рух кульки під дією пружної сили  $F = -kx$  описується диференціальним рівнянням гармонічних коливань. Загальний розв'язок рівняння (6.19) має вигляд:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.20)$$

Період коливань пружинного маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (6.21)$$

У цьому прикладі сила є пружною. Якщо сила іншого походження виявляє ту ж закономірність, тобто буде рівною  $-kx$ , де  $k$  – стала величина, то вона незалежно від її природи, називатиметься квазіпружною.

**Фізичний маятник** – це тверде тіло, яке здатне здійснювати коливання відносно нерухомої горизонтальної осі, яка не проходить через центр мас.

Відхилимо маятник на кут  $\alpha$  від положення рівноваги (рис. 6.6). При цьому виникає обертальний момент  $M$ , який прагне повернути маятник до положення рівноваги:

$$M = -mgl \sin \alpha, \quad (6.22)$$

де  $m$  – маса маятника,  $l$  – відстань між точкою підвісу  $O$  і центром мас  $C$ .

Знак "-" поставили тому, що момент сили тяжіння прагне зменшити кут відхилення маятника.

Згідно з основним рівнянням динаміки обертального руху

$$M = J\varepsilon, \quad (6.23)$$

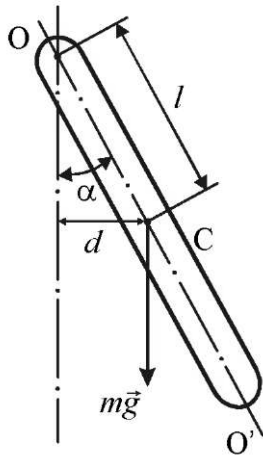


Рисунок 6.6

де  $\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$  – кутове прискорення маятника;  $J$  – момент інерції маятника відносно даної осі коливальності.

На підставі (6.23) і (6.22) можна записати

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgl \sin \alpha,$$

$$\text{або } J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \sin \alpha = 0. \quad (6.24)$$

Рівняння (6.24) є нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку. Коливання, що описуються цим рівнянням, не будуть гармонічними.

Якщо кут відхилення  $\alpha$  малий (до  $3^\circ \div 5^\circ$ ), то  $\sin \alpha \approx \alpha$  ( $\alpha$  в радіанах). Рівняння (6.24) в цьому випадку можна привести до вигляду:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \alpha = 0. \quad (6.25)$$

Введемо позначення:

$$\omega_0^2 = \frac{mgl}{J} \text{ або } \omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}}. \quad (6.26)$$

$$\text{Тоді:} \quad \ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0 \quad (6.27)$$

Розв'язок рівнянь (6.25) і (6.27) має вигляд:

$$\alpha(t) = \alpha_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.28)$$

де  $A = \alpha_{\max}$  – амплітуда коливань, тобто найбільший кут, на який відхиляється маятник.

Отже, малі коливання фізичного маятника є гармонійними. Період гармонійних коливань фізичного маятника обчислюється за формулою

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}. \quad (6.29)$$

**Математичний маятник** – це матеріальна точка, яка підвішена на невагомій нерозтяжній нитці і здійснює коливання у вертикальній площині під дією сили тяжіння.

Вдалим наближенням до математичного маятника служить невелика кулька масою  $m$ , яка підвішена на довгій нитці довжиною  $l$  (рис. 6.7). Математичний маятник можна розглядати як граничний випадок фізичного маятника, маса якого зосереджена в одній точці.

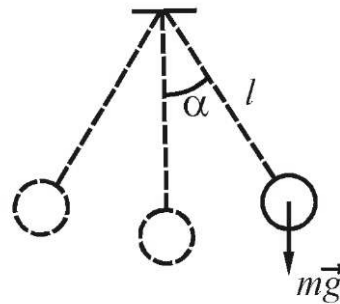


Рисунок 6.7

Рух фізичного маятника описують рівнянням (6.25):

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J}\alpha = 0.$$

Якщо нитка довга, то кульку можна вважати матеріальною точкою. Момент інерції  $J$  кульки відносно осі коливань у цьому випадку дорівнює:

$$J = ml^2. \quad (6.30)$$

Циклічна частота (6.26) і період коливань математичного маятника обчислюють за формулою:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ і } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (6.31)$$

Із зіставлення формул (6.25) і (6.30) випливає, що математичний маятник з довжиною

$$l_{np} = \frac{J}{ml}, \quad (6.32)$$

матиме такий самий період коливань, як і даний фізичний маятник.

Величину (6.32) називають зведеною довжиною фізичного маятника. Таким чином, *зведена довжина фізичного маятника* – це довжина такого математичного маятника, період коливань якого співпадає з періодом коливань даного фізичного маятника.

**Коливальний контур** – це електричне коло, що містить котушку індуктивністю  $L$  і конденсатор ємністю  $C$  (рис. 6.8).

Коливання в контурі можна викликати, надавши обкладкам конденсатора деякий початковий заряд. Замкнемо ключ  $K$  в положення 1 (рис. 6.9). На обкладках виникнуть два різнойменні заряди  $+q$  і  $-q$ . Між ними виникне електричне поле, енергія якого.

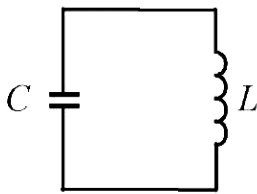


Рисунок 6.8

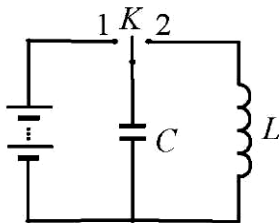


Рисунок 6.9

$$W_{el} = \frac{q_{\max}^2}{2C}. \quad (6.33)$$

Якщо потім відключити джерело напруги і замкнути конденсатор на індуктивність (ключ  $K$  – в положенні 2), то конденсатор почне розряджатися, в контурі потече струм. У результаті цього енергія електричного поля зменшуватиметься, проте виникне магнітне поле з енергією

$$W_M = \frac{LI^2}{2}, \quad (6.34)$$

яка зростає до свого максимального значення  $I_{\max}$ . У цей момент конденсатор стає повністю розряджений. Потім струм у котушці зменшується і конденсатор заряджається в протилежній полярності. Із закону збереження енергії випливає рівність максимального електричного та максимального магнітного полів:

$$W_m^{\max} = W_e^{\max},$$

або  $U_{\text{конд}} = \varepsilon_{\text{инд}}$ , або  $\frac{q}{C} = -L \frac{dI}{dt}$ . Згадаємо, що отримаємо рівняння

$$\frac{q}{C} = -L \frac{d^2 q}{dt^2}, \text{ або } \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (6.35)$$

Якщо ввести позначення:

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2 \text{ або } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad (6.36)$$

і перетворимо рівняння (4.23) до вигляду:

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (6.37)$$

Розв'язком цього рівняння є функція

$$q = q_{\text{max}} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (6.38)$$

де  $q_{\text{max}}$  – максимальне (амплітудне) значення заряду.

Таким чином, заряд на обкладках конденсатора змінюється за гармонічним законом. Період коливань у коливальному контурі обчислюється за формулою, яка називається формулою Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (6.39)$$

Напруга на конденсаторі відрізняється від заряду множником  $1/C$  (нагадаємо, що за визначенням  $C = q / U$ ):

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_{\text{max}}}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_{\text{max}} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (6.40)$$

де  $U_{\text{max}} = q_{\text{max}} / C$  – амплітудне значення напруги.

Диференціюючи функцію (6.38) за часом, отримаємо вираз для сили струму:

$$I = -\omega_0 q_{\text{max}} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_{\text{max}} \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (6.41)$$

де  $I_{\text{max}} = \omega_0 q_{\text{max}}$  – амплітудне значення сили струму.

Таким чином, сила струму випереджає за фазою напругу на конденсаторі на  $\pi/2$  (на чверть період)

**Додавання гармонічних коливань.** Будь-яка коливальна система в загальному випадку може брати участь одночасно в

декількох коливаннях, які відрізняються одне від одного частотою, фазою, напрямом. Додавання декількох коливань значно полегшується і стає наочним, якщо зображати коливання графічно у вигляді векторів на площині.

**Векторна діаграма.** Візьмемо вісь, яку позначимо буквою  $x$ . З точки  $0$ , узятою на осі, відкладемо вектор завдовжки  $A$ , що створює з віссю  $Ox$  кут  $\varphi_0$ , який дорівнює початковій фазі (рис. 6.10).

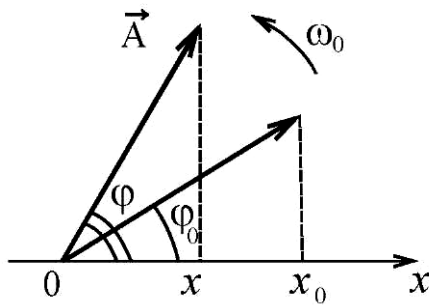


Рисунок 6.10

Якщо привести цей вектор в обертання із сталою кутовою швидкістю  $\omega_0$ , то проекція кінця вектора переміщатиметься вздовж осі  $x$  в межах від  $-A$  до  $+A$ . З часом кут змінюватиметься згідно із законом

$$\varphi = (\omega_0 t + \varphi_0),$$

відповідно, проекція вектора  $\vec{A}$  на вісь  $x$  змінюється згідно із законом

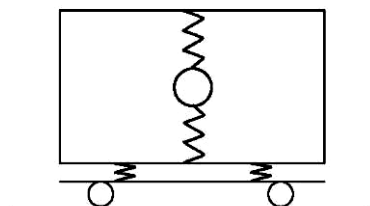
$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

тобто здійснює гармонічні коливання.

Із сказаного випливає, що гармонічне коливання може бути задане за допомогою вектора, довжина якого дорівнює амплітуді коливання, а напрям вектора утворює з віссю  $x$  кут, який дорівнює фазі коливання. Отримана схема називається векторною діаграмою.

**Додавання гармонічних коливань одного напрямку** можна спостерігати на прикладі коливань кульки, що підвішена на пружині у вагоні. Кулька коливається на пружині відносно точки підвісу і разом з вагоном коливається на ресорах відносно Землі (рис. 6.11). Обидва коливання мають однаковий напрям.

1) знайдемо закон коливання кульки як додавання коливань однакової частоти, тобто  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ . Зсув  $x$  тіла, що коливається, буде дорівнюватиме сумі



зсувів  $x_1$  і  $x_2$ , які описуються рівняннями:

Рисунок 6.11

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}), \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}). \end{aligned} \quad (6.42)$$

Обидва коливання представимо у вигляді векторів  $\vec{A}_1$  і  $\vec{A}_2$  і додамо їх за правилом паралелограма (рис. 6.12). Проекція вектора  $\vec{A}$  на вісь  $x$  дорівнює сумі проекцій складових векторів:  $x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}) + A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01})$ .

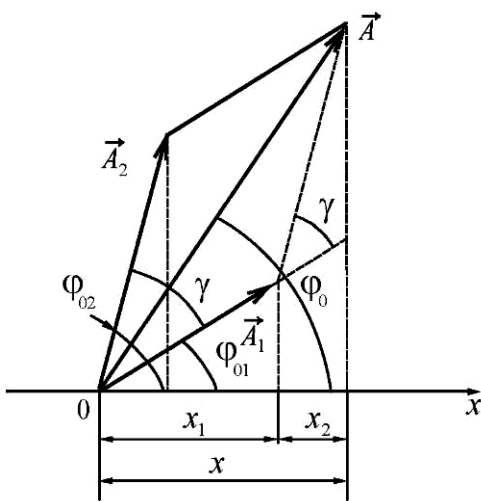


Рисунок 6.12

Тоді, вектор  $\vec{A}$  є результуючим коливанням. Цей вектор обертається з тією ж кутовою швидкістю  $\omega_0$ , як і вектори  $\vec{A}_1$  і  $\vec{A}_2$ , так що результуючий рух буде гармонічним коливанням з тією ж частотою  $\omega_0$ , амплітудою  $A$  і початковою фазою  $\varphi_0$ :

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.43)$$

З рис. 6.12 за теоремою косинусів випливає:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos \gamma. \quad (6.44)$$

Знайдемо амплітуду  $A$  результуючого коливання, зробивши заміну в (6.44):

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\omega_{02} - \varphi_{01})}. \quad (6.45)$$

З рис. 6.12 визначаємо початкову фазу  $\varphi_0$  результуючого коливання:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}. \quad (6.46)$$

Отже, подання гармонічних коливань за допомогою векторів дозволяє звести додавання декількох коливань до операції додавання векторів.

2) Розглянемо додавання коливань в одному напрямку з різними, але близькими частотами. У результаті виникають негармонічні коливання, які називають биттям.

Позначимо частоту одного коливання  $\omega$ , а частоту другого –  $(\omega + \Delta\omega)$ . За умовою  $\Delta\omega \ll \omega$ . Вважатимемо, що амплітуди обох коливань однакові і дорівнюють  $A$ . Нехай початкові фази обох коливань дорівнювали нулю. Тоді рівняння коливань набудуть вигляду:

$$x_1 = A \cos \omega_0 t, \quad (6.47)$$

$$x_2 = A \cos(\omega + \Delta\omega)t. \quad (6.48)$$

Результуюче коливання опишеться рівнянням

$$x = x_1 + x_2 = A(\cos \omega_0 t + \cos(\omega + \Delta\omega)t) = 2A \cos \frac{\Delta\omega t}{2} \cos \omega t,$$

(у другому співмножнику нехтуємо доданком  $\Delta\omega/2$  в порівнянні з  $\omega$ ). Таким чином, рівняння, що описує биття, має вигляд:

$$x = 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \cos \omega t. \quad (6.49)$$

Зміщення  $x$  визначатиметься частотою  $\omega$ , а вираз  $A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t$  змінюється повільно і визначає амплітуду биття.

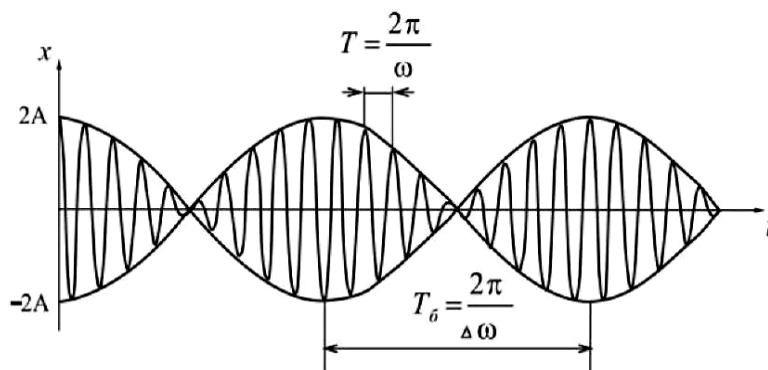


Рисунок 6.13

Таким чином, биття можна розглядати як майже гармонічне коливання із змінною в часі амплітудою. Графік функції (6.49) наданий на рис. 6.13. Амплітуда

$$A(t) = 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t$$

характеризує розмах коливань при битті. Циклічна частота  $\Delta\omega$  називається циклічною частотою биття. Тоді період биття

$$T_{\phi} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}. \quad (6.50)$$

Биття використовують для вимірювання частоти коливань шляхом їх порівняння з частотою еталонних коливань, наприклад, при настроюванні музичних інструментів.

### Додавання взаємно перпендикулярних коливань

Додавання взаємно перпендикулярних коливань можна спостерігати на прикладі кульки, яка закріплена на пружинах у вагоні (рис. 6.14). Кулька коливається на пружинах уздовж напрямку руху вагону і разом з вагоном коливається на ресорах перпендикулярно напрямку руху.

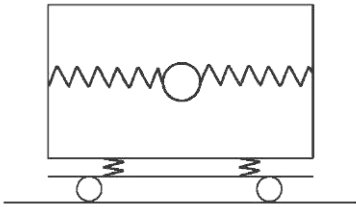


Рисунок 6.14

1) Нехай точка здійснює гармонічні коливання однієї і тієї ж частоти, які відбуваються уздовж координатних осей  $x$  і  $y$ . Нехай, початкова фаза першого коливання рівна нулю. Тоді рівняння коливань запишемо таким чином:

$$\begin{cases} x = A_1 \cos \omega t \\ y = A_1 \cos(\omega t + \Delta\varphi) \end{cases} \quad (6.51)$$

де  $\Delta\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01}$  – різниця фаз коливань, що додаються. Ці два рівняння складають систему, яка задає траєкторію руху в параметричній формі. Щоб отримати рівняння траєкторії у звичайній формі, виключимо з системи (6.51) параметр  $t$ . Для цього з першого рівняння:

$$\cos \omega t = \frac{x}{A_1}. \quad (6.52)$$

Тоді

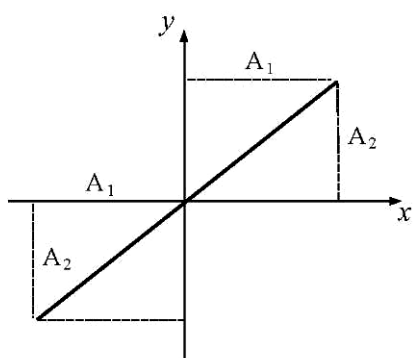


Рисунок 6.15

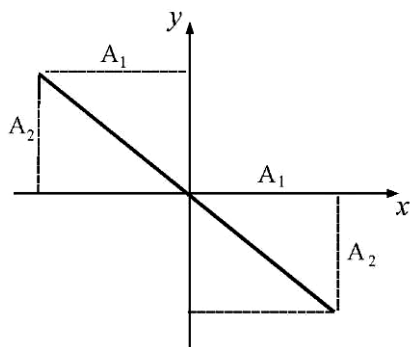


Рисунок 6.16

З аналітичної геометрії відомо, що рівняння (6.55) є рівнянням еліпса, осі якого орієнтовані відносно координатних осей  $x$  і  $y$  довільно.

Розглянемо деякі окремі випадки:

1. Різниця фаз коливань, що накладаються  $\Delta\varphi = 0$ .

У цьому разі рівняння (6.55) набуває такого вигляду:

$$\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} = 0.$$

З нього випливає рівняння прямої, що проходить через початок координат і лежить у I і III чвертях (рис. 6.15)

$$y = \frac{A_2}{A_1} x. \quad (6.56)$$

2. Різниця фаз коливань, що накладаються  $\alpha = \Delta\varphi = \pm\pi$ .

Рівняння (6.55) набуде вигляду:

$$\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} = 0.$$

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - \cos^2 \omega t} = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A_1}\right)^2}. \quad (6.53)$$

З другого рівняння системи (6.51) за формулою косинуса суми маємо:

$$\begin{aligned} \frac{y}{A_2} &= \cos(\omega t + \Delta\varphi) = \\ &= \cos \omega t \cos \Delta\varphi - \sin \omega t \sin \Delta\varphi. \end{aligned} \quad (6.54)$$

У вираз (6.54) підставимо замість  $\sin \omega t$  і  $\cos \omega t$  їх значення за формулами (6.51) і (6.53). У результаті отримаємо:

$$\frac{y}{A_2} = \frac{y}{A_1} \cdot \cos \Delta\varphi - \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A_1}\right)^2} \sin \Delta\varphi. \quad (6.55)$$

З нього випливає рівняння прямої, що проходить через початок координат і лежить у II і IV чвертях (рис. 6.16):

$$y = -\frac{A_2}{A_1} x. \quad (6.57)$$

3. Різниця фаз коливань, що накладаються  $\alpha = \Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$

Рівняння (5.15) переходить в наступне:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1. \quad (6.58)$$

тобто в канонічне рівняння еліпса. Піввісь еліпса дорівнює відповідним амплітудам. Якщо  $A_1 = A_2 = R$ , то еліпс вироджується в коло

$$x^2 + y^2 = R^2. \quad (6.59)$$

Випадки  $\alpha = \pi/2$  і  $\alpha = \Delta\varphi = -\pi/2$  відрізняються напрямом руху тіла за еліпсом або колом (рис. 6.17).

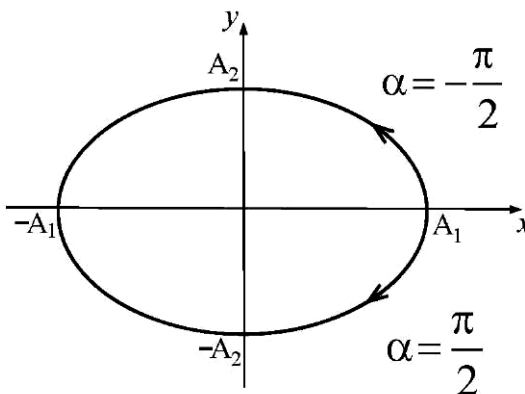


Рисунок 6.17

Якщо точка одночасно коливається в двох взаємно-перпендикулярних напрямках так, а частоти відносяться як цілі числа (тобто частоти кратні), то вона рухатиметься уздовж замкненої кривої, форма якої залежить від відношення амплітуд  $A_2/A_1$ , кратності частота  $\omega_2/\omega_1$  і різниці початкових фаз  $\Delta\varphi$ .

Такі замкнені траєкторії точки, що одночасно здійснює гармонічні коливання у двох взаємно перпендикулярних напрямках, називаються фігурами Лісажу. Фігури Лісажу вписуються в прямокутник, сторони якого паралельні осям координат  $0x$  і  $0y$  і дорівнюють відповідно  $2A_1$  і  $2A_2$ . Відношення частот  $\omega_y/\omega_x$  дорівнює відношенню числа точок дотикання фігури Лісажу до відпо-

відних горизонтальних і вертикальних сторін прямокутника, в який вона вписана.

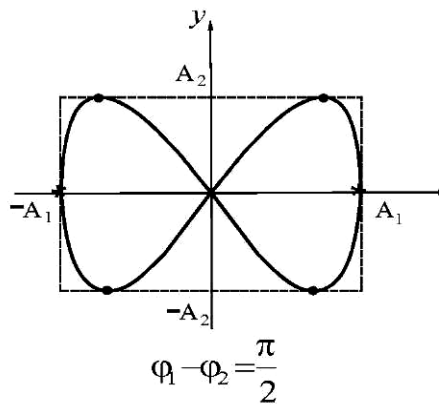


Рисунок 6.18

$$\frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{n_x}{n_y} \quad (6.60)$$

Приклад: Число точок дотикання фігури з горизонтальними сторонами  $n_x = 4$ , число точок дотикання з вертикальними сторонами:  $n_y = 2$  (рис. 6.18). Відношення частот

$$\frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{4}{2} = 2.$$

Спостереження фігур Лісажу лежить в основі досить зручного методу дослідження співвідношень між частотами і фазами коливань, а також форми коливань.

## 7 ЗГАСАЮЧІ ТА ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ

У реальних фізичних системах, що беруть участь у колиальному русі, завжди присутні сили опору (внутрішнє тертя, опір середовища, втрати енергії через нагрівання провідників і т. п.), дія яких зменшує енергію системи. Зменшення енергії системи відповідно приводить до згасання коливань.

**Згасаючі коливання пружинного маятника.** У реальних умовах на кульку маси  $m$ , що здійснює коливання уздовж осі  $Ox$  під дією сили пружності, діє також сила опору. Припустимо, що це сила в'язкого тертя. За малих швидкостей вона пропорційна швидкості:

$$F_c = -rv = -r \frac{dx}{dt}, \quad (7.1)$$

де  $r$  – коефіцієнт опору. Знак "-" зумовлений тим, що сила опору і швидкість мають протилежні напрями. У цьому випадку другий закон Ньютона запишеться у вигляді:

$$-kx - r \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}. \quad (7.2)$$

Розділивши обидві частини отриманого рівняння на  $m$ , перепишемо його таким чином:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0, \quad (7.3)$$

або

$$\boxed{\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0}. \quad (7.4)$$

де позначено:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \beta = \frac{r}{2m}$

Величину  $\beta$  називають коефіцієнтом згасання. Нагадаємо, що  $\omega_0$  - власна частота незагасаючих коливань, тобто частота, з якою здійснювалися б вільні коливання за відсутності тертя.

Рівняння (7.4) називають диференціальним рівнянням згасаючих коливань. Розв'язок рівняння (7.4) залежить від співвід-

ношення між коефіцієнтом згасання  $\beta$  і власною частотою  $\omega_0$ . Якщо загасання невелике ( $\beta < \omega_0$ ), то його розв'язок має вигляд:

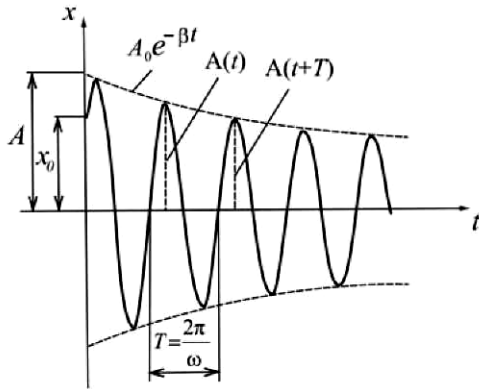


Рисунок 7.1

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0) \quad (7.5)$$

$$\text{де } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad (7.6)$$

$\omega$  – частота згасаючих коливань. Згідно з (7.5) рух маятника можна розглядати як коливання з частотою  $\omega$  і амплітудою  $A$ , яка змінюється згідно із законом

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t} \quad (7.7)$$

Графік функції  $x(t)$  наведений на рис. 7.1

**Згасаючі коливання в коливальному контурі.** Будь-який реальний контур (рис. 7.2) має активний опір ( $R \neq 0$ ). Енергія, яка запасена в контурі, витрачається в цьому опорі на нагрівання, тому вільні коливання згасають.

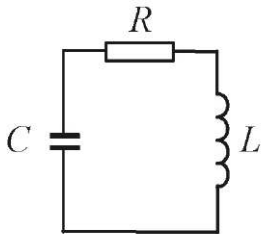


Рисунок 7.2

Встановимо диференціальне рівняння згасаючих коливань. Сума спадів напруги на конденсаторі та опорі повинні бути рівні електрорушійній силі самоіндукції.

$$U_C + U_R = \mathcal{E},$$

$$\frac{q}{C} + I \cdot R = -L \frac{dI}{dt}. \quad (7.8)$$

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad \frac{dI}{dt} = \frac{d^2 q}{dt^2},$$

отримаємо диференціальне рівняння другого порядку:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0, \quad (7.9)$$

або

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (7.10)$$

де

$$\beta = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

Рівняння (7.10) за своїм виглядом співпадає з диференціальним рівнянням (7.4) для загасаючих механічних коливань. Якщо згасання невелике ( $\beta < \omega_0$ ) то його розв'язок має вигляд:

$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (7.11)$$

де  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  – частота згасаючих коливань.

Графік функції  $q(t)$  має той самий вигляд, що і  $x(t)$  (рис. 7.1).

**Основні характеристики згасаючих коливань.** Величинами, які характеризують згасаючі коливання, є:

1. *Коефіцієнт згасання* ( $\beta$ ) – скалярна фізична величина, що характеризує швидкість згасання.  $[\beta] = 1/c$ .

Для механічних коливань

$$\beta = \frac{r}{2m}. \quad (7.12)$$

Для електромагнітних коливань

$$\beta = \frac{R}{2L}. \quad (7.13)$$

Чим більше коефіцієнт згасання, тим швидше зменшується амплітуда (рис. 7.3).

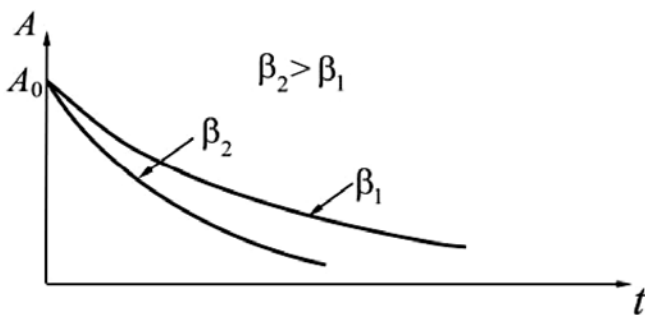


Рисунок 7.3

2. *Час релаксації* ( $\tau$ ) – час, протягом якого амплітуда коливань зменшується в  $e = 2,71828...$  раз ( $e$  – основа натуральних логарифмів).

І визначається:

$$\tau = \frac{1}{\beta}. \quad (7.14)$$

3. *Логарифмічний декремент згасання* ( $\Delta$ ) – безрозмірна величина, кількісна характеристика швидкості згасання коливань, що чисельно дорівнює натуральному логарифму відношен-

ня двох послідовних амплітуд  $A(t)$  і  $A(t+T)$  в одну і ту саму сторону (рис. 7.1)

$$\Delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{1}{N} \ln \left( \frac{A_0}{A_N} \right). \quad (7.15)$$

Встановимо зв'язок між логарифмічним декрементом згасання і коефіцієнтом згасання.

$$\Delta = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T, \text{ або } \boxed{\Delta = \beta T}. \quad (7.16)$$

Середні значення логарифмічних декрементів деяких систем наведені в таблиці 6.1.

4) *Число коливань за час релаксації* –  $N_e$

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta T} = \frac{1}{\Delta}. \quad (7.17)$$

5) *Добротність коливальної системи* ( $Q$ ) – безрозмірна фізична величина, яка характеризує резонансні властивості лінійної коливальної системи, що дорівнює добутку  $2\pi$  на відношення енергії  $W(t)$  коливань системи в даний момент часу  $t$  до втрат енергії за один період  $T$ :

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{\Delta W_T}, \quad (7.18)$$

де  $\Delta W_T = W(t) - W(t+T)$ .

Якщо згасання невелике, то можна вважати, що

$$Q = \frac{\pi}{\Delta} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\omega_0}{2\beta}. \quad (7.19)$$

Великим значенням  $Q$  відповідає слабке згасання. Типові значення добротності деяких систем наведені в таблиці 6.1.

*Енергія коливань.* Оскільки енергія коливань пропорційна квадрату амплітуди (6.33), то закон зміни енергії згасаючих коливань набуде вигляду:

$$W(t) = W_0 e^{-2\beta t}, \quad (7.20)$$

де відповідно до (6.33) :

$$W_0 = \frac{kA_0^2}{2}. \quad (7.21)$$

Таблиця 6.1 – Середні значення логарифмічних декрементів згасання  $\Delta$  і типові значення добротності  $Q$  деяких систем

| Коливальна система     | Декремент згасання, $\Delta$ | Добротність, $Q$ |
|------------------------|------------------------------|------------------|
| Радіоконттури звичайні | 0,02 ÷ 0,05                  | 10 ÷ 100         |
| Камертон               | 0,001                        | 100              |
| Кварцова пластинка     | $10^{-4} \div 10^{-5}$       | $2 \cdot 10$     |
| НВЧ резонатори         | $10^{-3} \div 10^{-4}$       | $10^3 \div 10^1$ |
| Оптичний резонатор     | $10^{-6} \div 10^{-7}$       | $10^6 \div 10^7$ |
| Сейсмічні хвилі        |                              | 25 ÷ 1400        |
| Струна (скрипка)       |                              | 1000             |

**Аперіодичний процес.** Розглянемо, яким буде характер руху при великих коефіцієнтах згасання. Згідно з (7.6) частота згасаючих коливань:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Якщо  $\beta = \omega_0$ , то частота згасаючих коливань обертається в нуль, а період – в нескінченність, тобто, рух перестає бути періодичним.

Якщо  $\beta > \omega_0$ , то рух носить аперіодичний (неперіодичний) характер. Це означає, що виведена з положення рівноваги система повертається в положення рівноваги, не здійснюючи коливань.

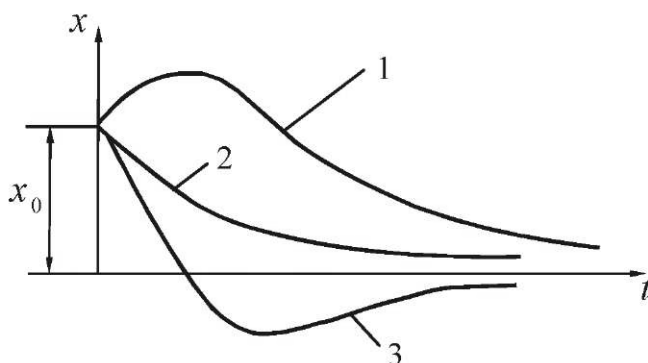


Рисунок 7.4

На рис. 7.4 наведено графіки зміни координати при аперіодичному процесі залежно від початкових умов:

1 – напрям відхилення і напрям початкової швидкості співпадають;

2 – напрям відхилення і

напряг початкової швидкості протилежні, але швидкість маленька;  
3 – напрям відхилення і напрям початкової швидкості протилежні.

**Вимушені механічні коливання.** Нехай пружинний маятник, здійснює коливальний рух уздовж осі ОХ. Періодична зовнішня сила, що прикладена до системи і викликає її механічні коливання, називається вимушуючою силою. Нехай вимушуюча сила змінюється згідно із законом

$$F(t) = F_0 \cos \Omega t, \quad (7.22)$$

де  $\Omega$  – частота вимушуючої сили, а  $F_0$  – її амплітудне значення. Окрім вимушуючої сили на маятник діють також ті сили, що і при вільних коливаннях, тобто квазіпружна сила і сила опору. Запишемо другий закон Ньютона:

$$-kx - r \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \Omega t = m \frac{d^2 x}{dt^2}.$$

Розділивши це рівняння на  $m$ , перепишемо його у вигляді:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{F_0}{m} \cos \Omega t, \quad (7.23)$$

або

$$\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \Omega t \quad (7.24)$$

де

$$f_0 = \frac{F_0}{m},$$

$$\beta = \frac{r}{2m},$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Графічно розв'язок диференціального рівняння (7.24) можна представити на рис. 7.5. Вимушені коливання складаються із

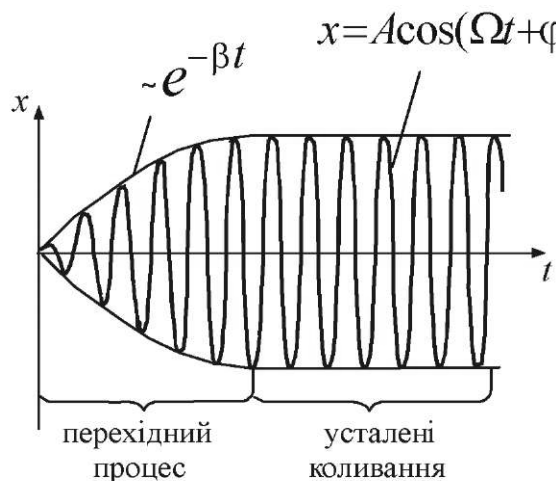


Рисунок 7.5

двох процесів. Спочатку система збільшує амплітуду коливань за рахунок вимушуючої сили. У момент, коли підведена енергія до системи буде рівна втраті, яка витрачається на загасання, то перехідний процес переходить у встановлені коливання, які описуються рівнянням

$$x(t) = A \cos(\Omega t + \varphi). \quad (7.25)$$

де  $\varphi$  – фаза коливань яка визначається за рівнянням (7.26), та  $A$  – амплітуда вимушених коливань, розраховується за (7.27).

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}, \quad (7.26)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}. \quad (7.27)$$

Амплітуда коливань  $A$  і значення  $\varphi$  є функціями від параметрів як самої системи  $(m, \omega_0)$ , так і вимушуючої сили  $(F_0, \Omega)$ . Графік залежності тільки амплітуди  $A$  вимушених коливань від частоти  $\omega_0$  вимушуючої сили (тобто амплітудно-частотна характеристика), має вигляд, представлений на рис. 7.6.

При деякій частоті  $\Omega_p$ , званою резонансною, амплітуда досягає максимального значення  $A_p$ . *Явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань внаслідок наближенні частоти вимушуючої сили до власної частоти  $\omega_0$  називається резонансом.*

Щоб визначити резонансну частоту  $\Omega_p$  треба досліджувати вираз (7.26) на екстремум. При цьому для резонансної частоти впливає наступний вираз:

$$\Omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \quad (7.28)$$

Підставивши це значення частоти в (7.26), отримаємо вираз для резонансної амплітуди:

$$A_p = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (7.29)$$

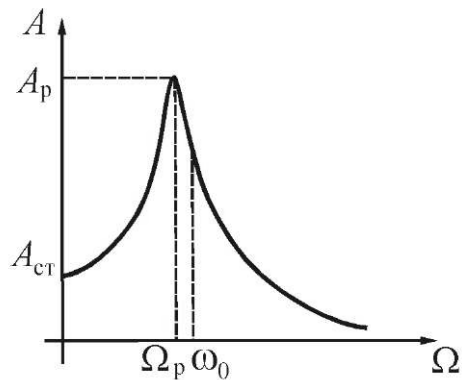


Рисунок 7.6

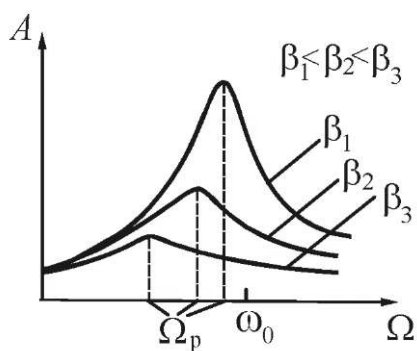


Рисунок 7.7

З (7.29) випливає, що при  $\beta = 0$  (сил опору немає) амплітуда при резонансі оберталася б у нескінченність. Резонансна частота при цьому співпала б з власною частотою  $\omega_0$ .

З (7.28) і (7.29) також випливає, що чим менше  $\beta$ , тим вище максимум кривої і правіше зміщений (рис. 7.7).

Для  $\beta \ll \omega_0$  відношення резонансної амплітуди до статичної дорівнює добротності системи:

$$\frac{A_p}{A_{cm}} = Q. \quad (7.30)$$

**Вимушені коливання в коливальному контурі.** Для отримання вимушених коливань у коливальному контурі, потрібно включити послідовно з елементами контуру періодичну ЕРС (рис. 7.4):

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos \Omega t, \quad (7.31)$$

де  $\varepsilon_0$  – амплітудне значення ЕРС.

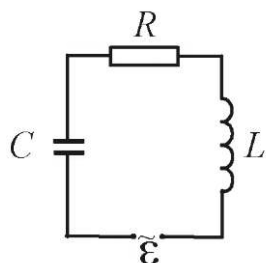


Рисунок 7.8

Щоб вивести диференціальне рівняння вимушених коливань до рівняння (7.9) додамо вимушуючу зовнішню періодичну напругу  $U = \varepsilon_0 \cos(\Omega t)$

Провівши ряд перетворень, отримаємо таке рівняння:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \Omega t, \quad (7.32)$$

або:

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = f_0 \cos \Omega t, \quad (7.33)$$

де  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ,  $\delta = \frac{R}{2L}$ ,  $f_0 = \frac{\varepsilon_0}{L}$ .

При встановлених вимушених коливаннях заряд змінюється за гармонічним законом:

$$q(t) = q_0 \cos(\Omega t + \varphi). \quad (7.34)$$

Амплітудне значення заряду  $q_0$  і зсув фаз  $\varphi$  знаходять за формулами, аналогічними для механічних коливань:

$$q_0 = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}, \quad (7.35)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} = \frac{R}{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}. \quad (7.36)$$

Графік залежності заряду  $q$  від частоти  $\Omega$  співпадає з графіком  $A = f(\Omega)$  для вимушених механічних коливань (рис. 7.5).

Сила струму в коливальному контурі при встановлених коливаннях:

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_0 \sin(\Omega t + \varphi) = I_0 \cos\left(\Omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (7.37)$$

де  $I_0 = q_0\Omega$  – амплітуда сили струму,  $\varphi = \varphi_0 + \frac{\pi}{2}$  зсув фаз між струмом і прикладеною напругою.

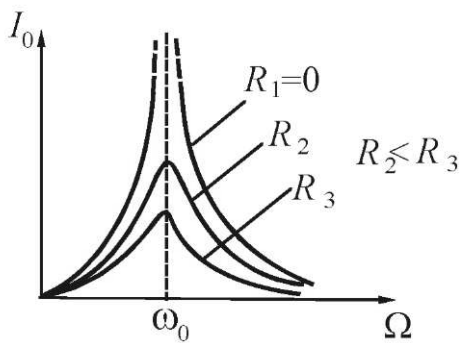


Рисунок 7.9

Графіки залежності сили струму  $I_0$  від  $\Omega$  при різних  $R$  називаються резонансними кривими (рис. 7.9). Резонансна циклічна частота  $\Omega_p$ , ордината максимуму амплітуди сили струму в контурі, не залежить від активного опору  $R$

$$\Omega_p = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (7.38)$$

Явище резонансу відіграє велику роль у техніці. Його використовують в акустиці для підсилення звучання музичних інструментів, в електротехніці – для вимірювання частоти струму, в радіотехніці – для виділення потрібного сигналу з інших, що відрізняються частотою, а також у багатоканальній телеграфії і телефонії.

## **ТЕСТИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ РОЗДІЛУ**

### **«КОЛИВАННЯ»**

1. Власними називають коливання ...
  - 1) які відбуваються в системі, залишеній саму на себе після того, як вона була виведена з положення рівноваги;
  - 2) які супроводжуються дією на систему зовнішніх сил, але при цьому система сама управляє цією дією;
  - 3) амплітуда яких зменшується з часом.
2. Величинами, що характеризують коливання, є ...
  - 1) частота коливань;
  - 2) частота і час коливань;
  - 3) частота, амплітуда, період, початкова фаза коливань;
  - 4) частота коливань, маса вантажу і коефіцієнт жорсткості пружини;
  - 5) маса маятника, його довжина і час коливань.
3. Початкова фаза гармонічних коливань матеріальної точки визначає ...
  - 1) амплітуду коливань;
  - 2) відхилення точки від положення рівноваги в початковий момент часу;
  - 3) максимальну швидкість проходження точкою положення рівноваги;
  - 4) період і частоту коливань;
  - 5) повний запас механічної енергії точки.
4. Математичним маятником є ...
  - 1) стержень, що коливається відносно горизонтальної осі, яка проходить через кінець стрижня;
  - 2) кулька, що підвішена на пружині;
  - 3) кулька, що повішена на нитці, довжина якої набагато більша за розмір кульки;
  - 4) кулька, що підвішена на нитці, довжина якої дорівнює радіусу кульки.

5. Зменшити частоту коливань математичного маятника дозволить така дія ...
- 1) зменшення довжини підвісу;
  - 2) збільшення амплітуди коливань;
  - 3) збільшення маси вантажу;
  - 4) збільшення довжини підвісу;
  - 5) зменшення маси вантажу.
6. Якщо довжину математичного маятника зменшити в 4 рази, то період коливань ...
- 1) збільшиться в 4 рази;
  - 2) збільшиться в 2 рази;
  - 3) зменшиться в 4 рази;
  - 4) зменшиться в 2 рази.
7. Фізичним маятником називається ...
- 1) матеріальна точка, що підвішена на невагомій нерозтяжній нитці;
  - 2) вантаж, що підвішений на пружині;
  - 3) тверде тіло, що коливається відносно осі, яка не проходить через центр мас;
  - 4) коло, що складається з котушки індуктивності і конденсатора.
8. Рівняння руху точки дане у вигляді  $x(t) = 2 \cos(\pi t / 2 + \pi / 4)$   
Період коливань  $T$  дорівнює ...
- 1) 2 с;
  - 2) 4 с;
  - 3) 0,5 с;
  - 4) 0,25 с.
9. Є три маятники: математичний, пружинний, фізичний. Вкажіть для кожного маятника вираз, який дозволяє розрахувати його період коливань.
- 1)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ;
  - 2)  $\frac{2\pi}{\omega}$ ;
  - 3)  $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ;
  - 4)  $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$ ;
  - 5)  $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ ;
  - 6)  $2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}$ .
10. Якщо період коливань вантажу масою  $m$ , який підвішений на пружині жорсткістю  $k$ , дорівнює  $T$ , то період коливань вантажу масою  $2m$ , підвішеного на половині цієї пружини, буде рівний:
- 3) 1)  $4T$ ;
  - 2)  $2T$ ;
  - 3)  $T$ ;
  - 4)  $T/2$  ;
  - 5)  $T/4$ .

11. Вантаж масою  $m$ , підвішений на легкій пружині, здійснює вільні гармонічні коливання. Для збільшення частоти коливань в 2 рази треба підвісити до тієї ж пружини вантаж, маса якого
- 1)  $m/4$ ;                      2)  $m/2$ ;                      3)  $2m$ ;                      4)  $4m$ .
12. Точка здійснює гармонічні коливання згідно із законом  $x(t) = 0,05 \cos(10\pi t + \pi/2)$ . Швидкість цієї точки змінюється згідно із законом ...
- 1)  $v(t) = -0,5\pi \sin(10\pi t + \pi/2)$ ;    2)  $v(t) = 0,05\pi \cos(10\pi t + \pi/2)$ ;  
3)  $v(t) = 0,05 \sin(10\pi t + \pi/2)$ ;    4)  $v(t) = 0,05\pi \cos(10\pi t - \pi/2)$ .
13. Точка здійснює коливання згідно із законом  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Швидкість коливань дорівнює 0, якщо фаза коливань дорівнює ...
- 1)  $\omega t + \varphi = 0$ ;    2)  $\omega t + \varphi = \pi$ ;    3)  $\omega t + \varphi = \pi/2$ ;    4)  $\omega t + \varphi = \pi/4$ .
14. Точка здійснює гармонічні коливання згідно із законом  $x = 0,8 \cos(4t + \pi/2)$  (см). Максимальна швидкість точки дорівнює ...
- 1)  $0,4\pi$  (см/с);    2)  $0,2\pi$  (см/с);    3)  $1,6\pi$  (см/с);    4)  $3,2\pi$  (см/с).
15. Швидкість проходження положення рівноваги вантажем масою  $m$ , що коливається на пружині жорсткістю  $k$  з амплітудою коливань  $A$ , дорівнює:
- 1)  $A\sqrt{\frac{k}{m}}$ ;    2)  $A\sqrt{\frac{m}{k}}$ ;    3)  $A\sqrt{mk}$ ;    4)  $A\frac{k}{m}$ ;    5)  $\sqrt{A\frac{k}{m}}$ .
16. Точка здійснює гармонічні коливання згідно із законом  $x = 0,6 \cos 3t$ . Прискорення цієї точки змінюється згідно із законом ...
- 1)  $a(t) = -1,8 \sin 3t$ ;    2)  $a(t) = -5,4 \cos 3t$ ;  
3)  $a(t) = +5,4 \sin 3t$ ;    4)  $a(t) = +1,8 \cos 3t$ .
17. Дано рівняння коливань  $x = 0,02 \cos(5t + \pi)$  (м). Максимальне прискорення точки, що коливається, дорівнює ...
- 1)  $1 \text{ м/с}^2$                       2)  $0,5 \text{ м/с}^2$                       3)  $0,25 \text{ м/с}^2$                       4)  $0,1 \text{ м/с}^2$ .
18. Вкажіть диференціальне рівняння гармонічних (власних) незатухаючих коливань.

$$1) \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0; \quad 2) \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = f_0 \cos \Omega t; \quad 3) \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0.$$

19. Рівняння коливань матеріальної точки задане у вигляді  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Вкажіть вираз для кінетичної енергії точки, що коливається.

$$1) \frac{kA^2}{2}; \quad 2) \frac{kA^2}{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi); \quad 3) \frac{2\pi A}{T} \cdot \cos(\omega t + \varphi);$$

$$4) \frac{4\pi^2 Am}{T^2} \cdot \sin^2(\omega t + \varphi); \quad 5) \frac{mA^2}{2} \cdot \cos^2(\omega t + \varphi).$$

20. Рівняння коливань матеріальної точки задане у вигляді  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Вкажіть вираз для потенціальної енергії точки, що коливається.

$$1) \frac{mA^2 \omega^2}{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi); \quad 2) \frac{kA^2}{2} \cdot \sin^2(\omega t + \varphi); \quad 3) \frac{kA^2}{2};$$

$$4) \frac{2\pi A}{T} \cdot \cos(\omega t + \varphi); \quad 5) \frac{4\pi^2 Am}{T^2} \cdot \sin(\omega t + \varphi).$$

21. Повна енергія при гармонійних коливаннях ...

- 1) змінюється в часі за гармонійним законом.
- 2) зростає з часом.
- 3) зростає з часом.
- 4) залишається без зміни.

22. Рівняння коливань матеріальної точки задане у вигляді  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Вкажіть вираз для повної енергії точки, що коливається.

$$1) \frac{mA^2 \omega^2}{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi); \quad 2) \frac{kA^2}{2} \cdot \sin^2(\omega t + \varphi); \quad 3) \frac{kA^2}{2};$$

$$4) \frac{2\pi A}{T} \cdot \cos(\omega t + \varphi); \quad 5) \frac{4\pi^2 Am}{T^2} \cdot \sin(\omega t + \varphi).$$

23. При додаванні двох однаково напрямлених гармонічних коливань з однаковими частотами результуюче коливання ...

- 1) має ту ж частоту, але нову амплітуду і нову початкову фазу;
  - 2) збільшує частоту в 2 рази, не змінюючи амплітуди;
  - 3) збільшує амплітуду в 2 рази, не змінюючи частоти;
  - 4) має ту ж частоту, початкову фазу, рівну нулю, і амплітуду, яка дорівнює сумі амплітуд коливань, що складаються.
24. Биттям називають коливання, які виходять у результаті ...
- 1) додавання коливань одного напрямку з однаковими частотами, але різними амплітудами;
  - 2) додавання гармонічних коливань, що відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках;
  - 3) додавання гармонічних коливань одного напрямку з різними, але близькими частотами.
25. Тіло, що бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, описує замкнену фігуру Лісажу, якщо ...
- 1) частоти коливань однакові;
  - 2) частоти коливань кратні;
  - 3) частоти коливань різні (довільні);
  - 4) амплітуди коливань однакові;
  - 5) початкові фази коливань різні.
26. Додаються два коливання одного напрямку і однакової частоти. Амплітуда результуючого коливання буде найбільшою, якщо різниця фаз коливань, що складаються, дорівнює .
- 1)  $\Delta\varphi = \pi / 4$ ; 2)  $\Delta\varphi = 3\pi / 4$ ; 3)  $\Delta\varphi = \pi / 2$ ; 4)  $\Delta\varphi = \pi$ .
27. Додаються два коливання одного напрямку і однакової частоти. Амплітуда результуючого коливання дорівнює сумі амплітуд коливань, що складаються, якщо різниці фаз дорівнює .
- 1) 0; 2)  $\pi / 2$ ; 3)  $\pi$ ; 4)  $3\pi / 2$ ; 5)  $2\pi$ ; 6)  $2,5\pi$ ; 7)  $4\pi$ ; 8)  $5\pi$  .
28. Додаються два взаємно перпендикулярних коливання однакової частоти з різними амплітудами ( $A_1 \neq A_2$ ). Різниця фаз коливань дорівнює  $\pi / 2$  . Траєкторією руху при цьому є .
- 1) пряма; 2) еліпс; 3) коло; 4) парабола.
29. Додаються два взаємно перпендикулярних коливання однакової частоти. Різниця фаз коливань дорівнює  $\pi$  . Траєкторією руху при цьому є ...

- 1) пряма;      2) коло;      3) еліпс;      4) парабола.

30. Згасаючими називаються коливання, при яких ...

- 1) амплітуда яких зменшується з часом.  
2) частота яких зменшується з часом.  
3) система, що коливається, піддається дії зовнішньої сили, що періодично змінюється.

31. Вкажіть диференціальне рівняння згасаючих коливань.

$$1) \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0; \quad 2) \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = f_0 \cos \Omega t;$$

$$3) \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0; \quad 4) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \varphi = 0.$$

32. Диференціальне рівняння згасаючих коливань має вигляд

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 0,8 \frac{dx}{dt} + \frac{\pi^2}{4} x = 0 \text{ Коефіцієнт згасання коливань дорівнює ...}$$

- 1).  $0,8 \text{ с}^{-1}$ ;      2).  $0,4 \text{ с}^{-1}$ ;      3).  $\pi/2 \text{ с}^{-1}$ ;      4).  $\pi^2/4 \text{ с}^{-1}$ .

33. Вимушеними називаються коливання ...

- 1) у процесі яких амплітуда коливань зростає з часом;  
2) у процесі яких система, що коливається, піддається дії зовнішньої сили, що періодично змінюється;  
3) які відбуваються в системі, залишеній самій на себе, як вона була виведена з положення рівноваги.

34. Вкажіть диференціальне рівняння вимушених коливань:

$$1) \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0; \quad 2) \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = f_0 \cos \Omega t; \quad 3) \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0.$$

35. Коливання здійснюються в двох різних середовищах з коефіцієнтами опору  $r_1$  і  $r_2$  під дією зовнішньої сили, що періодично змінюється  $F_{\text{вим}} = F_0 \cos \Omega t$ . При цьому  $r_1 > r_2$ . Вкажіть правильне співвідношення між резонансними амплітудами.

- 1)  $A_1 = A_2$ ;    2)  $A_1 > A_2$ ;    3)  $A_1 < A_2$ .

36. Диференціальне рівняння вимушених коливань тіла, що під-

вішене на пружині, має вигляд  $\frac{d^2 x}{dt^2} + 0,3 \frac{dx}{dt} + 4\pi^2 x = 2 \sin 6\pi t$ .

- Частота сили, що періодично діє на тіло, дорівнює ...
- 1)  $2\pi$ ;                      2)  $6\pi$ ;                      3)  $4\pi^2$ ;                      4) 0,3.
37. Резонанс у коливальній системі спостерігається, якщо ...
- 1) нема тертя;  
 2) частота зовнішньої сили, що періодично діє, наближається до власної;  
 3) частота власних коливань не співпадає з частотою зовнішньої, періодично діючої сили;  
 4) діє будь-яка зовнішня сила.
38. Диференціальне рівняння вимушених коливань має вигляд:  

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 10^{-5} \frac{dx}{dt} + 16\pi^2 x = 2 \sin \Omega t.$$
 Резонанс коливань спостерігається, якщо частота сили, що періодично діє, дорівнює ...
- 1) 1;    2) 16;    3)  $\pi$ ;    4) 2;    5)  $10^{-5}$ .
39. Диференціальне рівняння вимушених коливань вантажу, підвішеного на пружині, має вигляд  $\frac{d^2x}{dt^2} + 0,3 \frac{dx}{dt} + 4\pi^2 x = 2 \sin 6\pi t$ . Резонансна циклічна частота дорівнює ...
- 1)  $\approx 6\pi$ ;    2)  $\approx 4\pi^2$ ;    3)  $\approx 2\pi$ ;    4) 0,15.
40. До складу коливального контуру входять ...
- 1) конденсатор і резистор;    2) котушка і резистор;  
 3) котушка і конденсатор;    4) трансформатор і резистор.
41. При вільних електромагнітних коливаннях ...
- 1) амплітуда коливань напруги на конденсаторі зростає;  
 2) заряд пластини конденсатора періодично змінює знак;  
 3) енергія коливань зростає;  
 4) частота коливань поступово збільшується.
42. Вкажіть, яку характеристику вільних електромагнітних коливань можна обчислити як  $2\pi\sqrt{LC}$ .
- 1) циклічну частоту;    2) амплітуду;  
 3) частоту;    4) період.

43. До коливального контуру входить конденсатор ємністю  $C$ . Якщо даний конденсатор замінити конденсатором ємністю  $4C$ , то частота коливань у контурі ...
- 1) зменшиться в 4 рази;
  - 2) збільшиться в 2 рази;
  - 3) зменшиться в 2 рази;
  - 4) збільшиться в 4 рази.
44. До коливального контуру входить конденсатор ємністю  $C$ . Щоб період вільних електромагнітних коливань у контурі збільшився в 3 рази, треба ємність конденсатора ...
- 1) зменшити в 9 разів;
  - 2) збільшити в 9 разів;
  - 3) зменшити в 3 рази;
  - 4) збільшити в 3 рази.
45. Заряд на пластинах конденсатора змінюється з часом згідно із законом  $q(t) = 5 \cdot 10^{-5} \cos 200\pi t$ . Сила струму в коливальному контурі при цьому змінюється за законом ...
- 1)  $i(t) = 5 \cdot 10^{-5} \sin 200\pi t$ ;
  - 2)  $i(t) = -10^{-2} \pi \cos \pi t$ ;
  - 3)  $i(t) = 10^{-2} \pi \cos 200\pi t$ ;
  - 4)  $i(t) = -10^{-2} \pi \sin 200\pi t$ .
46. При резонансі в коливальному контурі різко зростає ...
- 1) частота змінного струму;
  - 2) амплітудне значення струму;
  - 3) циклічна частота змінного струму;
  - 4) період змінного струму.
47. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю  $C$  і котушки індуктивністю  $L$ . Якщо і ємність конденсатора, і індуктивність котушки збільшити в 3 рази, то період електромагнітних коливань у цьому контурі ...
- 1) збільшиться в 3 рази.
  - 2) зменшиться в 3 рази.
  - 3) не зміниться.
  - 4) збільшиться в 9 разів.
48. Щоб частота власних електромагнітних коливань у контурі збільшилася в 3 рази, індуктивність  $L$  котушки в коливальному контурі треба ...
- 1) зменшити в 9 разів.
  - 2) збільшити 3 рази.
  - 3) зменшити в 3 рази.
  - 4) збільшити в 9 разів.
49. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю  $C$  і котушки індуктивністю  $L$ . Якщо ємність конденсатора збіль-

шити в 2 рази, а індуктивність котушки зменшити в 2 рази, то період електромагнітних коливань у цьому контурі ...

- 1) збільшиться в 4 рази;                      2) збільшиться в 2 рази;  
3) не зміниться;                                  4) зменшиться в 4 рази.

50. Вкажіть буквене позначення і одиницю вимірювання кожної з перелічених величин. *Приклад:* сила - F - Н (ньютон).

Період, частота коливань, фаза коливань, коефіцієнт згасання, логарифмічний декремент згасання, добротність коливної системи.

### КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Коливання»

| № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді |
|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|
| 1         | 1             | 11        | 1             | 21        | 4             | 31        | 3             | 41        | 2             |
| 2         | 3             | 12        | 1             | 22        | 3             | 32        | 2             | 42        | 4             |
| 3         | 2             | 13        | 3             | 23        | 1             | 33        | 2             | 43        | 3             |
| 4         | 3             | 14        | 4             | 24        | 3             | 34        | 2             | 44        | 2             |
| 5         | 4             | 15        | 1             | 25        | 2             | 35        | 3             | 45        | 4             |
| 6         | 4             | 16        | 2             | 26        | 1             | 36        | 2             | 46        | 2             |
| 7         | 3             | 17        | 2             | 27        | 1,5,7         | 37        | 2             | 47        | 1             |
| 8         | 2             | 18        | 1             | 28        | 2             | 38        | 4             | 48        | 1             |
| 9         | 3,1,6         | 19        | 5             | 29        | 1             | 39        | 3             | 49        | 3             |
| 10        | 3             | 20        | 2             | 30        | 1             | 40        | 3             | 50        | -             |

## 8 ХВИЛЬОВІ ПРОЦЕСИ. ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА

**Основні закони оптики. Повне відбивання.** Ще до встановлення природи світла були відомі такі основні закони оптики: закон прямолінійного поширення світла в оптично однорідному середовищі.

Закон прямолінійного поширення світла: світло в оптично однорідному середовищі поширюється прямолінійно. Доказом цього закону є наявність тіні з різкими межами від непрозорих предметів при освітленні їх точковими джерелами світла (джерела, розміри яких значно менше освітлюваного предмета і відстані до нього). Точні експерименти показали, що цей закон порушується, якщо світло проходить крізь дуже малі отвори, причому відхилення від прямолінійного поширення тим більше, чим менші отвори.

Якщо світло падає на межу розділу двох середовищ (двох прозорих речовин), то падаючий промінь I (рис. 8.1) поділяється на два - відбитий II і заломлений III, напрямки яких задаються законами відбиття і заломлення.

*Закон відбивання:* падаючий промінь, відбитий промінь, і перпендикуляр проведений в точці падіння лежать в одній площині; кут  $i_1$  падіння рівний куту  $i_1'$  відбивання:

$$i_1' = i_1.$$

*Закон заломлення:* падаючий промінь, заломлений промінь і перпендикуляр, проведений до межі поділу в точку падіння, лежать в одній площині; відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величина постійна для даних середовищ:

$$\boxed{\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21}}, \quad (8.1)$$

де  $n_{21}$  – відносний показник заломлення другого середовища відносно першого.

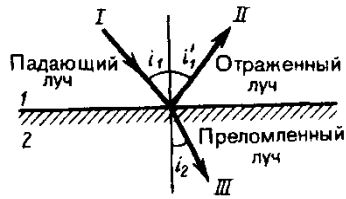


Рисунок. 8.1

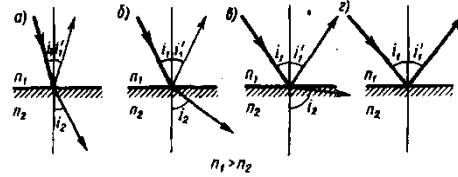


Рисунок. 8.2

Відносний показник заломлення двох середовищ дорівнює відношенню їх абсолютних показників заломлення:

$$n_{21} = n_2 / n_1. \quad (8.2)$$

Абсолютним показником заломлення середовища називається величина  $n$ , рівна відношенню швидкості поширення  $c$  електромагнітних хвиль у вакуумі до їх фазової швидкості  $v$  в середовищі:

$$n = c / v. \quad (8.3)$$

Отже,  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$  – відповідно електрична ( $\epsilon$ ) і магнітна проникності ( $\mu$ ) середовища. Враховуючи (8.2), закон заломлення (8.1) можна записати у вигляді

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2. \quad (8.4)$$

З симетрії виразу (8.4) впливає оборотність світлових променів.

Якщо світло поширюється з середовища з великим показником заломлення  $n_1$  (оптично більш густе) в середовище з меншим показником заломлення  $n_2$  (оптично менш густе) ( $n_1 > n_2$ ), наприклад зі скла в повітря, то, згідно з законом заломлення:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1} > 1 \quad (8.5)$$

Звідси впливає, що кут заломлення  $r$  більший, ніж кут падіння  $i$  (рис. 8.2, а). При збільшенні кута падіння збільшується і кут заломлення (рис. 8.2, б, в) доти, поки при деякому куті падіння ( $i_{cp}$ ) кут заломлення буде рівний  $\pi/2$ . Кут  $i_{cp}$  називається граничним кутом. Промені у яких кути падіння  $i > i_{cp}$  повністю відбивається (рис. 8.2, г), тобто зазнають повного внутрішнього відби-

вання.

Граничний кут визначається за формулою (8.4) з врахуванням  $r = \pi / 2$ :

$$\sin i_{cp} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{n_{21}} \quad (8.6)$$

Рівняння (8.6) задовольняє значенням кута  $i_{cp}$  при  $n_2 \leq n_1$ . Отже, явище повного відбивання має місце тільки при падінні світла з оптично більш густого в менш густе середовище.

Явище повного відбивання використовується в призмах повного відбивання. Показник заломлення скла дорівнює  $n \approx 1,5$ , тому граничний кут для межі поділу скло-повітря дорівнює  $i_{cp} = \arcsin(1/1,5) = 42^\circ$ . Тому при падінні світла на межу скло-повітря при  $i > 42^\circ$  завжди матиме місце повне відбивання. На рис. 8.3, а-в показані призми повного відбивання, що дозволяють: а) повернути промінь на  $90^\circ$ ; б) перевернути зображення; в) перевернути промені. Такі призми застосовуються в оптичних приладах (наприклад, в біноклях, перископах), а також у рефрактометрах, що дозволяють визначати показники заломлення тіл (за законом заломлення, вимірюючи  $i_{cp}$ , знаходимо відносний показник заломлення двох середовищ).

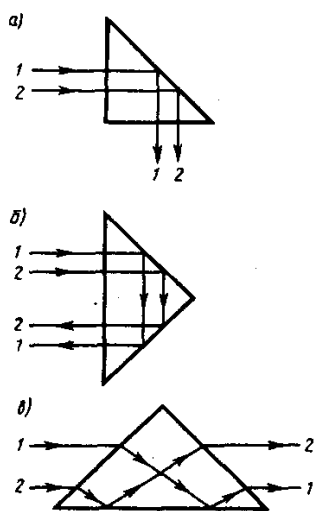


Рисунок. 8.3

Явище повного відбивання використовується також у світловодах, це тонкі, довільним чином вигнуті нитки (волокна) з оптично прозорого матеріалу. У волоконних деталях застосовують скляне волокно, світловедуча жила (серцевина) якого оточується склом - оболонкою з іншого скла з меншим показником заломлення. Світло, що падає на торець світловоду під

кутами, більшим граничного, зазнає на поверхні розділу серцевини і оболонки повного відбивання і поширюється тільки по світловедучій жилі.

**Лінзи. Зображення предметів за допомогою лінз.** Лінзи це прозорі тіла, обмежені двома поверхнями одна з яких сферична, а друга - сферична або плоска. Заломлені промені на лінзі, можуть формувати оптичні зображення предметів. Матеріалом лінз служать скло, кварц, кристали, пластмаси і т. д. За зовнішньою формою (рис. 8.4) лінзи діляться на: 1) двоопукла, 2) плосковипукла, 3) двояковвігнута, 4) плосковигнута, 5) опукло-увігнута; 6) угнутоопукла. За оптичними властивостями лінзи поділяються на збирають і розсіюють.

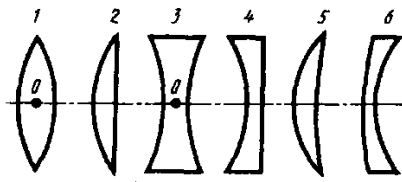


Рисунок 8.4

Лінза називається тонкою, якщо її товщина значно менша радіусів її поверхонь. Пряма, що проходить через центри кривизни поверхонь лінзи,

називається головною оптичною віссю. Для всякої лінзи існує точка, яка називається оптичним центром лінзи (т.О рис. 8.5). Промені що проходять через неї не заломлюються.

Для визначення оптичної сили тонкої лінзи використовують формулу:

$$D = \left( \frac{n_l}{n_{cp}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), [D] = \text{дптр}, \quad (8.7)$$

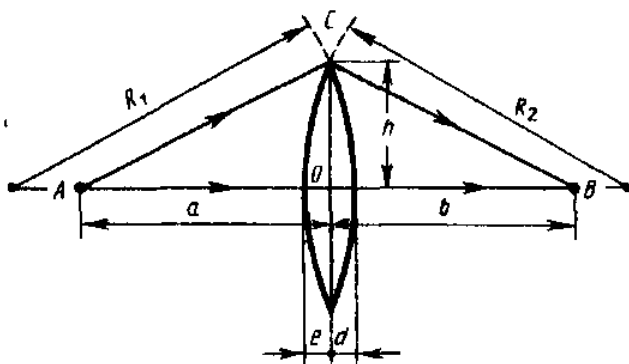


Рисунок 8.5

де  $n_l$ ,  $n_{cp}$  – показники заломлення лінзи та середовища відповідно,  $R_1$  і  $R_2$  – радіуси кривизни поверхонь лінзи (рис. 8.5). Діоптрія – оптична сила лінзи з фокусною відстанню 1 м: 1дптр = 1/м. Оптична сила та фокусна відстань зв'язані оберненим співвідношенням:

$$F = \frac{1}{D}. \quad (8.8)$$

Кожна лінза володіє фокусом ( $F$ ) – точка у якій перетинаються усі промені які ішли паралельно головній оптичній осі і заломлюються на лінзі (рис. 8.6, а). Відстань від центру лінзи до фокусу називається фокусною відстанню. Згідно з принципом оборотності променів справедливим буде і зворотне твердження: промені, які виходять із фокуса, заломившись на лінзі, далі ідуть паралельно головній оптичній осі.

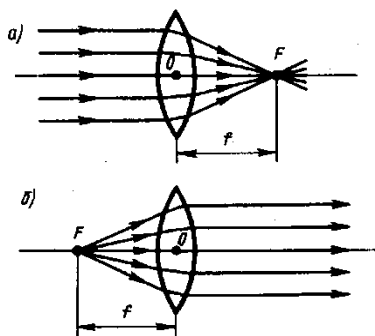


Рисунок 8.6

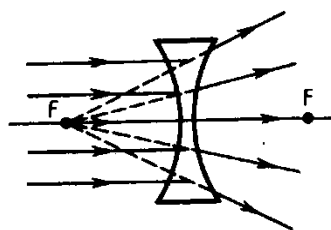


Рисунок 8.7

Лінзи з додатною оптичною силою є збиральними, з негативною - розсіювальні. На відміну від збиральної, розсіювальна лінза має уявні фокуси. В уявному фокусі сходяться продовження променів (пунктирні лінії на рис. 8.7), що падають на розсіювальну лінзу паралельно головній оптичній осі.

Для визначення положення зображення ( $b$ ) залежно від фокусної відстані лінзи ( $F$ ) та положення предмета перед лінзою ( $a$ ) використовують таку формулу:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \quad (8.9)$$

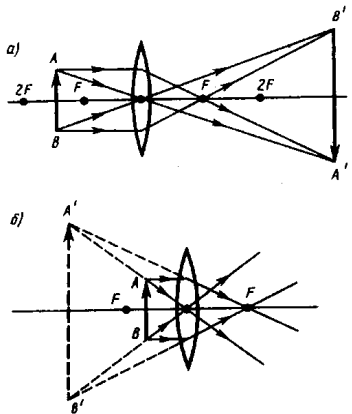


Рисунок 8.8

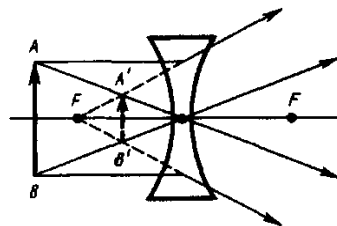


Рисунок 8.9

Для розсіювальної лінзи відстані  $F$  і  $b$  є негативними.

Побудова зображення предмета в лінзах здійснюється за допомогою таких правил:

- 1) промінь, що проходить через оптичний центр лінзи і не змінює свого напрямку;
- 2) промінь, що йде паралельно головній оптичній осі після заломлення на лінзі, проходить через другий фокус лінзи;
- 3) промінь (або його продовження), що проходить через перший фокус лінзи після заломлення в ній він виходить з лінзи паралельно її головній оптичній осі.

Для прикладу наведено побудову зображення у збірній (рис. 8.8) та в розсіювальній (рис. 8.9) лінзах: дійсне (рис. 8.8, а) і уявне (рис. 8.8, б) зображення – для збиральної лінзи, уявне – для розсіювальної.

Відношення лінійних розмірів зображення ( $h_2$ ) і предмета ( $h_1$ ) називається лінійним збільшенням лінзи ( $\Gamma$ ).

$$\Gamma = \frac{h_2}{h_1} = \frac{b}{a}. \quad (8.10)$$

**Основні фотометричні величини та їх одиниці.** Фотометрія – розділ оптики, що займається питаннями вимірювання інтенсивності світла і його джерел. У фотометрії використовують такі величини:

- 1) енергетичні – характеризують енергетичні параметри оптичного випромінювання;
- 2) світлові - характеризують фізіологічні дії світла і оцінюються за впливом на око (виходять з так званої середньої чутливості ока).

1. Енергетичні величини. *Світловий потік*  $\Phi_e$  - величина, що дорівнює відношенню енергії  $W$  випромінювання до часу  $t$ , за який випромінювання сталося:

$$\Phi_e = \frac{W}{t}, [\Phi_e] = \text{Вт}. \quad (8.11)$$

*Енергетична світність* (випромінюваність)  $Re$  - величина, що дорівнює відношенню потоку випромінювання  $\Phi_e$ , що випромінюється поверхнею до площі  $S$  перерізу, через яку цей потік проходить:

$$R_e = \frac{\Phi_e}{S}, [R_e] = \frac{Вт}{м^2}. \quad (8.12)$$

тобто являє собою поверхневу густину потоку випромінювання.

*Енергетична сила світла* (сила випромінювання)  $I_e$  визначається за допомогою поняття про точкове джерело світла. Енергетична сила світла  $I_e$  – величина, що дорівнює відношенню потоку випромінювання  $\Phi_e$  джерела до тілесного кута  $\omega$ , в межах якого це випромінювання поширюється:

$$I_e = \frac{\Phi_e}{\omega}, [I_e] = \frac{Вт}{ст.рад}. \quad (8.13)$$

*Енергетична яскравість*  $B_e$  – величина, що дорівнює відношенню енергетичної сили світла  $\Delta I_e$ , елемента випромінюючої поверхні до площі  $\Delta S$  проекції цього елемента на площину, перпендикулярну напрямку спостереження:

$$B_e = \frac{\Delta I_e}{\Delta S}, [B_e] = \frac{Вт}{ст.рад \cdot м^2}. \quad (8.14)$$

*Енергетична освітленість*  $E_e$  характеризує величину потоку випромінювання, що падає на одиницю освітлюваної поверхні. Одиниця енергетичної освітленості збігається з одиницею енергетичної світності (Вт/м<sup>2</sup>).

2. Світлові величини. При оптичних вимірах використовуються різні приймачі випромінювання (наприклад, очі, фотоеlementи, фотопомножувачі), які не характеризуються однаковою чутливістю до енергії різних довжин хвиль. Кожен приймач випромінювання характеризується своєю кривою чутливості до світла різних довжин хвиль. Основною світловою одиницею в СІ є одиниця *сили світла* - кандела (кд).

*Світловий потік*  $\Phi$  визначається, як потужність оптичного випромінювання за спричиненим ним світловим відчуттям (за дією його на селективний приймач світла із заданою спектральною чутливістю).

Одиниця світлового потоку – люмен (лм): 1 лм – світловий потік, що випромінюється точковим джерелом силою світла в

1 кд всередині тілесного кута в 1 ст.рад (при рівномірності поля випромінювання всередині тілесного кута) ( $1 \text{ лм} = 1 \text{ кд} \cdot \text{ст.рад}$ ).

*Світність*  $R$  визначається співвідношенням світлового потоку до площі з якої він випромінюється:

$$R = \frac{\Phi}{S}, [R] = \frac{\text{лм}}{\text{м}^2}. \quad (8.15)$$

*Яскравість*  $B_\varphi$  світної поверхні в деякому напрямку  $\varphi$  є величина, рівна відношенню сили світла  $I$  в цьому напрямку до площі  $S$  проекції світної поверхні на площину, перпендикулярну даному напрямку:

$$B_\varphi = \frac{I}{S \cos \varphi}, [B_\varphi] = \frac{\text{кд}}{\text{м}^2}. \quad (8.16)$$

*Освітленість*  $E$  – величина, що дорівнює відношенню світлового потоку  $\Phi$ , що падає на поверхню, до площі  $S$  цієї поверхні:

$$E = \frac{\Phi}{S}, [E] = \frac{\text{лм}}{\text{м}^2}. \quad (8.17)$$

## 9 ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА

**Розвиток поглядів на природу світла.** Згідно з рівняннями Максвелла (5.13), світло – це поширення в просторі електромагнітних коливань. Із результатів експериментів Гюйгенсом сформульовано, а пізніше Френелем доповнено принцип поширення світлових хвиль (принцип Гюйгенса-Френеля): кожна точка, до якої доходить хвиля, стає центром вторинних когерентних хвиль. А обвідна хвиль визначає положення хвильового фронту в наступний момент часу. Хвильовим фронтом називається геометричне місце точок, до яких доходять коливання на момент часу  $t$ .

**Інтерференція світла.** Припустимо, що дві монохроматичні світлові хвилі, накладаючись одна на одну, збуджують у певній точці простору коливання однакового напрямку:  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  і  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ . Під  $x$  розуміють напруженість електричного  $E$  або магнітного  $H$  полів хвилі; вектори  $E$  і  $H$  коливаються у взаємно перпендикулярних площинах. Напруженості електричного і магнітного полів підкоряються принципу суперпозиції. Амплітуда результуючого коливання в даній точці отримано в рівнянні (6.44):  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ . Так як хвилі когерентні, то  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$  має постійне в часі (але своє для кожної точки простору) значення, тому інтенсивність результуючої хвилі ( $I \sim A^2$ )

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (9.1)$$

У точках простору, де  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$ , інтенсивність  $I > I_1 + I_2$ , а для  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) < 0$  – інтенсивність  $I < I_1 + I_2$ . Отже, при накладенні двох (чи кількох) когерентних світлових хвиль відбувається просторовий перерозподіл світлового потоку, в результаті якого в одних місцях виникають максимуми, а в інших – мінімуми інтенсивності. Це явище називається інтерференцією світла.

Когерентними називаються світлові промені які:

- мають однакову частоту світла;
- постійну в часі різницю фаз;

- вектори електричної напруженості коливаються в одній площині.

Для отримання когерентних світлових хвиль застосовують метод поділу хвилі, випромінюваної одним джерелом, на дві частини, які після проходження різних оптичних шляхів накладаються один на одного, і спостерігається інтерференційна картина.

Нехай поділ на дві когерентні хвилі відбувається в певній точці. До точки спостереження, одна хвиля поширюється в середовищі з показником заломлення  $n_1$  пройшла шлях  $s_1$ , друга – в середовищі з показником заломлення  $n_2$  – шлях  $s_2$ . Якщо в початковій точці фаза коливань дорівнює  $\omega t$ , то в точці, де хвилі зустрілись, перша хвиля створює коливання  $A_1 \cos(\omega(t-s_1/v_1))$ , друга хвиля –  $A_2 \cos(\omega(t-s_2/v_2))$ , де  $v_1$  і  $v_2$  – відповідно фазова швидкість першої та другої хвилі. Різниця фаз коливань, що збуджуються хвилями в точці М, дорівнює

$$\delta = \omega \left( \frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (s_2 n_1 - s_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

(ми врахували, що  $\omega/c = 2\pi\nu/c = 2\pi/\lambda_0$ , де  $\lambda_0$  – довжина хвилі у вакуумі). Добуток геометричної довжини  $s$  шляху світлової хвилі в даному середовищі на показник  $n$  заломлення цього середовища називається оптичною довжиною шляху  $L = n s$ , а  $\Delta = L_2 - L_1$  – різниця оптичних довжин пройдених хвилями шляхів – називається оптичною різницею ходу. Якщо оптична різниця ходу дорівнює цілому числу довжин хвиль у вакуумі

$$\Delta_{\max} = \pm k \lambda_0, \text{ або } \delta = \pm 2k\pi, (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (9.2)$$

то коливання хвилі, які прийшли в точку, будуть в однаковій фазі. Отже, (9.2) є умовою максимуму.

Якщо оптична різниця ходу

$$\Delta_{\min} = \pm (2k + 1) \frac{\lambda_0}{2} = \pm \left( k + \frac{1}{2} \right) \lambda_0, \text{ або } \delta = \pm (2k + 1)\pi, (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (9.3)$$

і коливання будуть у протифазі. Отже, (9.3) є умовою мінімуму.

**Методи спостереження інтерференції світла.** Для отримання інтерференції світла необхідно отримати когерентні світ-

лові пучки. Для цього застосовують різні прийоми. До появи лазерів у всіх приладах для спостереження інтерференції світла когерентні промені отримували поділом фронту хвиль або амплітуди коливань на два і подальшим зведенням світлових променів. Практично це можна здійснити за допомогою екранів та щілин, дзеркал і заломлюючих тіл. Розглянемо деякі з цих методів.

1. *Метод Юнга.* Джерелом світла служить яскраво освітлена щілину  $S$  (рис. 9.1), від якої світлова хвиля падає на дві вузькі рівновіддалені щілини  $S_1$  і  $S_2$ , паралельні щілини  $S$ . Таким чином, щілини  $S_1$  та  $S_2$  грають роль когерентних джерел.

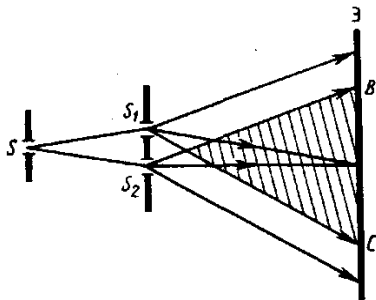


Рисунок 9.1

Інтерференційна картина (область BC) спостерігається на екрані (E), розташованому на деякій відстані паралельно  $S_1$  та  $S_2$ . Т. Юнгу належить перше спостереження явища інтерференції.

2. *Дзеркала Френеля.* Промені від джерела  $S$  (рис. 9.2) падають розбіжним пучком на два плоских дзеркала  $A_1O$  і  $A_2O$ , розташованих відносно один одного під кутом, лише трохи відрізняється від  $180^\circ$  (кут  $\phi$  малий). Використовуючи правила побудови зображення в плоских дзеркалах, можна показати, що і джерело, і його зображення  $S_1$  та  $S_2$  (кутова відстань між якими дорівнює  $2\phi$ ) лежать на одному колі радіуса  $r$  з центром в  $O$  (точка дотику дзеркал).

Світлові пучки, що відбилися від обох дзеркал, можна вважати такими, що виходять з уявних джерел  $S_1$  та  $S_2$ , які є уявними зображеннями  $S$  у дзеркалах. Уявні джерела  $S_1$  та  $S_2$  взаємно когерентні, і виходять із них світлові пучки, зустрічаючись один з одним, інтерферують в області взаємного перекривання. Інтерференційна картина спостерігається на екрані (E), захищеному від прямого попадання світла заслонкою (З).

3. *Біпризма Френеля.* Вона складається з двох однакових, складених основами призм з малими заломлюючими кутами. Сві-

тло від джерела  $S$  (рис. 9.3) заломлюється в обох призмах, у результаті чого після біпризми поширюються світлові промені, які ніби виходять з уявних джерел  $S_1$  та  $S_2$ , які є когерентними. Таким чином, на поверхні екрану (у заштрихованій області) відбувається накладання когерентних пучків і спостерігається інтерференція.

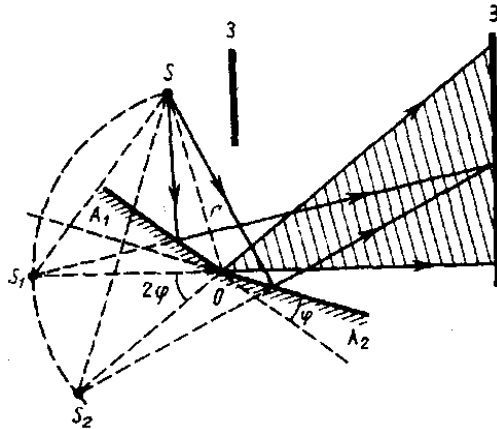


Рисунок 9.2

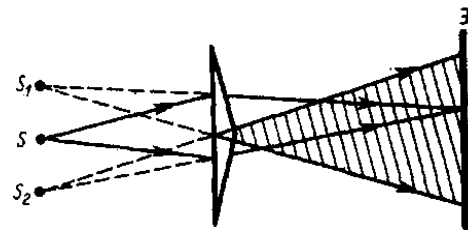


Рисунок 9.3

Розглянемо утворення інтерференційної картини від двох вузьких паралельних щілин, розташованих досить близько одна від одної (мал. 9.4). Щілини  $S_1$  та  $S_2$  перебувають на відстані  $d$  одна від одної і є когерентними джерелами світла. Інтерференція спостерігається в довільній точці  $A$  екрану, паралельного обома щілинами і розташованого від них на відстані  $L$ , причому  $L \gg d$ . Початок відліку обрано в точці  $O$ , симетричною щодо щілин.

Інтенсивність у будь-якій точці  $A$  екрана, що лежить на відстані  $x$  від  $O$ , визначається оптичною різницею ходу  $\Delta = s_2 - s_1$ . З рис. 9.4 отримаємо

$$s_2^2 = L^2 + (x + d/2)^2; s_1^2 = L^2 + (x - d/2)^2,$$

звідки,  $s_2^2 - s_1^2 = 2xd$ . Якщо врахувати  $s_1^2 - s_2^2 = (s_1 - s_2) \cdot (s_1 + s_2)$ , то

$$\Delta = s_2 - s_1 = 2xd / (s_1 + s_2)$$

З умови  $L \gg d$  випливає, що  $s_1 + s_2 \approx 2L$ , тому

$$\Delta = xd / L \quad (9.4)$$

Підставивши знайдене значення  $\Delta$  (9.4) в умови (9.2) та (9.3), отримаємо, що максимуми інтенсивності будуть спостерігатися у

випадку, якщо

$$x_{\max} = \pm \frac{kl\lambda_0}{d}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (9.5)$$

а мінімуми — у випадку, якщо

$$x_{\min} = \pm \frac{\left(k + \frac{1}{2}\right)L\lambda_0}{d}. \quad (9.6)$$

Відстань між двома сусідніми максимумами, буде рівною:

$$x_{k+1} - x_k = \Delta x = \frac{L}{d} \lambda_0, \quad (9.7)$$

$\Delta x$  не залежить від порядку інтерференції (величини  $k$ ) і є постійною для даних  $L$ ,  $d$  і  $\lambda_0$ . Відповідно до формули (9.7),  $\Delta x$  обернено пропорційно  $d$ ; отже, при великій відстані між джерелами, наприклад при  $d \approx L$ , окремі смуги стають невиразними. Для видимого світла  $\lambda_0 \approx 10^{-7}$  м, тому чітка інтерференційна картина при  $L \gg d$ . З виразів (9.5) та (9.6) випливає, що інтерференційна картина, створювана на екрані двома когерентними джерелами світла, являє собою чергування світлих і темних смуг, паралельних одна одній. Головний максимум, відповідний  $k=0$ , проходить через точку О. Вгору і вниз від нього на рівних відстанях один від одного розташовуються максимуми (мінімуми) першого ( $k=1$ ), другого ( $k=2$ ) порядків і т.д.

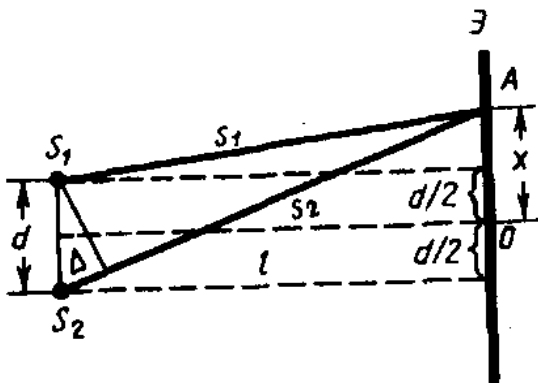


Рисунок 9.4

Описана картина, однак, справедлива лише при освітленні монохроматичним світлом ( $\lambda_0 = \text{const}$ ). Якщо використовувати біле світло, що складається з безперервного набіру довжин хвиль від 0,39 мкм (фіолетова границя спектра) до 0,75 мкм (червона межа

спектру), то інтерференційні максимуми для кожної довжини хвилі будуть, згідно з формулою (9.7), зміщені один від одного і мати вигляд райдужних смуг. Тільки для  $k=0$  максимуми усіх до-

вжин хвилі співпадають, і в середині екрану буде спостерігатися біла смуга, по обидві сторони якої симетрично розташовані спектрально забарвлені смуги максимумів першого, другого порядків і т. д. (ближче до білої смуги будуть знаходитися зони фіолетового кольору, далі – зони червоного кольору).

**Інтерференція світла в тонких плівках.** У природі часто можна спостерігати райдужне забарвлення тонких плівок (масляні плівки на воді, мильні бульбашки, оксидні плівка на металах), що виникає в результаті інтерференції світла, відбитого двома поверхнями плівки.

Нехай на плоскопаралельну прозору плівку товщиною  $d$  з показником заломлення  $n$  під кутом  $i$  (рис. 9.5) падає плоска монохроматична хвиля. На поверхні плівки в точці  $O$  промінь розділяється на два: відіб'ється від верхньої поверхні плівки, а частково заломлюється. Заломлений промінь, в точці  $C$ , частково відіб'ється і в потрапить в точку  $B$ . Тут він заломиться в повітря під кутом  $i$ . Промені 1 і 2 є когерентні. Якщо на їх шляху поставити збиральну лінзу, то вони зустрінуться в точці  $P$  фокальної площини лінзи, де і виникає інтерференційна картина.

До оптичної різниці ходу додається фазовий множник  $\pm \lambda_0/2$  зумовлений втратою півхвилі при відбиванні промені від межі поділу оптично густіше – оптично менш густе середовище. Згідно рис. 9.5, і  $OC=CB=d/\cos r$ ,  $OA = OB \sin i = 2d \operatorname{tg} r \sin i$ . Враховуючи для даного випадку закон заломлення  $\sin i = n \sin r$ , отримаємо для оптичної різниці ходу з урахуванням втрати півхвилі

$$\Delta = 2dn \cos r = 2dn\sqrt{1 - \sin^2 r} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i}. \quad (9.8)$$

Для випадку, зображеного на рис. 9.5 ( $n > n_0$ ),

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \lambda_0 / 2.$$

У точці  $P$  буде інтерференційний максимум, якщо виконується умова (9.2)

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \lambda_0 / 2 = k\lambda_0, \text{ або } \boxed{2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = (k + 1/2)\lambda_0}, \quad (9.9)$$

і мінімум, якщо (див. (9.3)) ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ),

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda_0}{2} = (2k + 1)\frac{\lambda_0}{2} \text{ або } \boxed{2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = k\lambda_0}. \quad (9.10)$$

1. *Смуги рівного нахилу.* З виразів (9.9) та (9.10) випливає, за даних  $\lambda_0$ ,  $d$ , і  $n$  кожному нахилу ( $i$ ) променів відповідає своя інтерференційна смуга. Інтерференційні смуги, що виникають у результаті накладання променів, що падають на плоскопаралельну плівку під однаковими кутами, називаються *смугами рівного нахилу*.

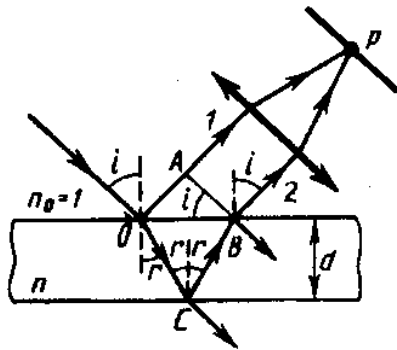


Рисунок 9.5

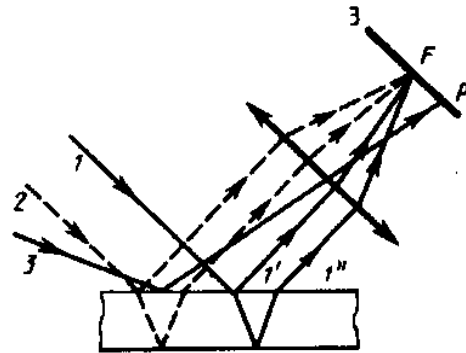


Рисунок 9.6

2. *Смуги рівної товщини.* З виразів (9.9) та (9.10) випливає, за даних  $\lambda_0$ , ( $i$ ), і  $n$  кожній товщині пластинки (плівки)  $d$  відповідає своя інтерференційна смуга. Нехай на клин (кут  $\alpha$  між бічними гранями малий) падає плоска хвиля, напрям поширення якої

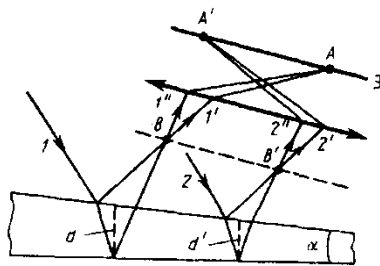


Рисунок 9.7

збігається з паралельними променями 1 і 2 (рис. 9.7). З усіх променів, на які поділяється падаючий промінь 1, розглянемо промені 1' і 1'', що відбилися від верхньої і нижньої поверхонь клина. Оскільки ці промені когерентні, вони будуть

інтерферувати. Якщо джерело розташоване досить далеко від поверхні клина і кут  $\alpha$  мізерно малий, то оптична різниця ходу між інтерферуючими променями може бути обчислена за (9.9), де  $d$  – товщина клина в місці падіння на нього променя. Таким чином, на екрані виникає система інтерференційних смуг. Кожна зі смуг виникає при відображенні від місць пластинки, які мають одна-

кову товщину. Інтерференційні смуги, які виникають, називають смугами рівної товщини.

3. *Кільця Ньютона* є класичним прикладом смуг рівної товщини, спостерігаються при відбиванні світла від повітряного зазору, утвореного плоскопаралельною пластинкою і дотичної з нею плосковипуклою лінзою з великим радіусом кривизни  $R$  (рис. 9.8).

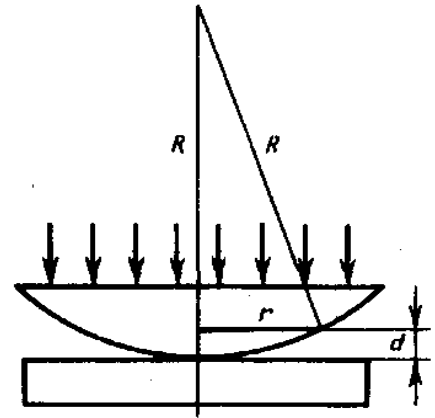


Рисунок 9.8

Нехай світло падає нормально на плоску поверхню лінзи і частково відбивається від верхньої т.А і нижньої т.В поверхонь повітряного зазору між лінзою і пластинкою. При накладенні відбитих променів виникають смуги рівної товщини, які мають вигляд концентричних кіл.

У відбитому світлі оптична різниця ходу (з урахуванням втрати півхвилі при відбиванні), згідно (9.2), за умови, що показник заломлення повітря  $n=1$ , а  $i=0$ ,  $d$  – ширина зазору. З рис. 9.8 б, випливає, що  $R^2 = (R-d)^2 + r^2$ , де  $R$  – радіус кривизни лінзи,  $r$  – радіус кривизни кола, всі точки якої відповідає однаковий зазор  $d$ . Тоді  $2dR - d^2 = r^2$ , і якщо врахувати  $d^2 \ll R$ , то нехтуємо доданком  $d^2$ , отримаємо  $d=r^2/(2R)$ . Отже,

$$\Delta = r^2 / R + \lambda_0 / 2 \quad (9.11)$$

Прирівнявши (9.11) до умов максимуму (9.2) і мінімуму (9.3), отримаємо вирази для радіусів  $k$ -го світлого кільця  $r_k^{\max}$  і  $k$ -го темного  $r_k^{\min}$  кільця відповідно (у випадку відбитого світла)

$$r_k^{\max} = \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right) \lambda_0 R}, \quad r_k^{\min} = \sqrt{k \lambda_0 R}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (9.12)$$

Система світлих і темних смуг виходить тільки при освітленні монохроматичним світлом.

## 10 ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

Дифракцією називається відхилення від прямолінійного поширення хвиль поблизу перешкод і потрапляння їх у область геометричної тіні. Наприклад, звук добре чути за рогом будинку, тобто звукова хвиля його огинає.

Явище дифракції пояснюється за допомогою принципу Гюйгенса-Френеля: кожна точка, до якої доходить хвиля, стає джерелом вторинних когерентних хвиль, які інтерферують між собою.

Нехай плоска хвиля нормально падає на отвір у непрозорому екрані (рис. 10.1). Згідно з принципом Гюйгенса-Френеля, кожна точка отвору є джерелом вторинних хвиль. Побудувавши обвідну вторинних хвиль для деякого моменту часу, бачимо, що фронт хвилі заходить в область геометричної тіні, тобто хвиля огинає край отвору.

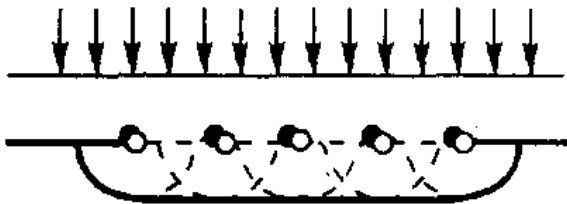


Рисунок 10.1

Згідно з принципом Гюйгенса-Френеля, світлова хвиля, може бути представлена як результат суперпозиції когерентних вторинних хвиль, які випромінюються фіктивними джерелами.

**Метод зон Френеля.** (рис. 10.2). Нехай від точкового джерела  $S$  поширюється сферична хвиля, яка досягає непрозорої ширми на відстані  $a$ , у якій є малий отвір на відстані  $b$  від якого перебуває екран. На екрані спостерігається інтерференційна картина. Згідно з принципом Гюйгенса-Френеля, замінимо дію джерела  $S$  дією уявних джерел, розташованих на допоміжній поверхні  $\Phi$ , що є фронтом хвилі, що йде з  $S$  (поверхня сфери з центром  $S$ ). Френель розбив хвильову поверхню  $\Phi$  на кільцеві зони такого розміру, щоб відстані від країв зони до  $M$  відрізнялися на  $\lambda/2$ , тобто  $P_1M - P_0M = P_2M - P_1M = P_3M - P_2M = \dots = \lambda/2$ .

Розбиття фронту хвилі на зони можна зробити, провівши сфери з центром у точці  $M$  радіусами  $b + \frac{\lambda}{2}$ ,  $b + 2\frac{\lambda}{2}$ ,  $b + 3\frac{\lambda}{2}$ , ... .

Оскільки як коливання від сусідніх зон проходять до точки М відстані, що відрізняються на  $\lambda/2$ , то в точку М вони приходять в протилежній фазі і при накладенні ці коливання будуть взаємно послаблювати один одного. Тому амплітуда результуючого світлового коливання в точці М

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots, \quad (10.1)$$

де  $A_1, A_2, \dots$  - амплітуди коливань, які збуджуються 1-ю, 2-ю, ...,  $m$ -ю зонами.

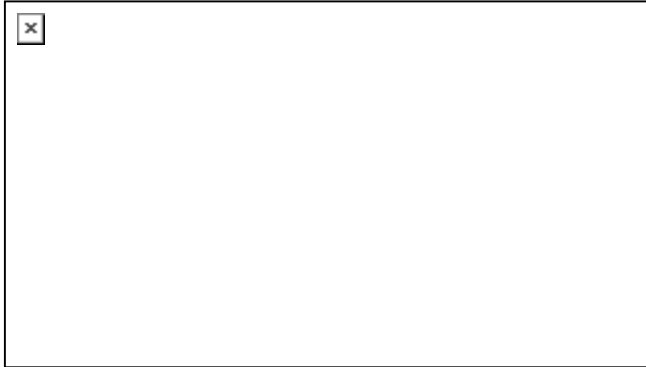


Рисунок 10.2

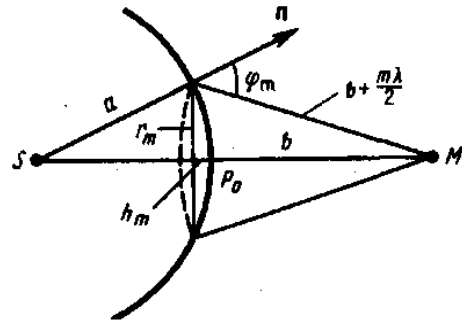


Рисунок 10.3

Для оцінки амплітуд коливань знайдемо площі зон Френеля. Площа сферичного сегмента  $\sigma_k$ :

$$\sigma_k = \frac{\pi b a \lambda}{a + b} k, \quad \Delta \sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1} = \frac{\pi b a \lambda}{a + b}. \quad (10.2)$$

Вираз (10.2) не залежить від  $k$ , отже, при не надто великих  $k$  площі зон Френеля однакові. Таким чином, побудова зон Френеля розбиває хвильову поверхню на рівні зони. Оскільки площі зон Френеля рівні, то інтенсивності світла яке вони випромінюють, будуть майже однакові, або можна припустити, що

$$A_k = \frac{A_{k-1} + A_{k+1}}{2}. \quad (10.3)$$

Тоді ряд (10.1) можна переписати з врахуванням (10.3)

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots \pm \frac{A_k}{2} = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_k}{2}. \quad (10.4)$$

Вирази у дужках (10.4) рівні нулю. І результуюча інтенсивність в центрі екрану визначається тільки кількістю відкритих зон Френеля. Якщо буде відкрито непарна кількість зон Френеля – це

відповідатиме знаку «+», тобто в центрі спостерігатиметься світла точка; якщо відкрито парна кількість зон Френеля – в (10.4) це відповідатиме знаку «-», а на екрані буде темна точка.

Якщо розглядати дифракцію світла на маленькому непрозорому екрані, то результуюча амплітуда коливань у центрі екрану визначатиметься першою відкритою зоною Френеля, оскільки всі решта відкритих зон компенсують одна одну, тоді

$$A = \frac{A_k}{2}. \quad (10.5)$$

Таким чином, амплітуда результуючих коливань у довільній точці М визначається дією тільки половини центральної зони Френеля. Отже, в точці В завжди спостерігається інтерференційний максимум (світла пляма). Центральний максимум оточений концентричними темними і світлими кільцями, а інтенсивність максимумів зменшується з відстанню від центру картини.

Знайдемо радіус зовнішньої межі  $k$ -ї зони Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}. \quad (10.6)$$

Наприклад, нехай  $a=b=10$  см  $\lambda=0,5$  мкм радіус першої (центральної) зони  $r_1 = 0,158$  мм.

**Дифракція Фраунгофера на одній щілині.** Німецький фізик І. Фраунгофер (1787-1826) розглянув дифракцію плоских світлових хвиль, або дифракцію *в паралельних променях*. Нехай плоска монохроматична світлова хвиля падає нормально площині вузької щілини шириною  $a$  (рис. 10.4, а). Оптична різниця ходу між крайніми променями МС і ND, що йдуть від щілини в довільному напрямі  $\varphi$ ,

$$\Delta = NF = a \sin \varphi, \quad (10.7)$$

де F – точка перетину перпендикуляра, опущеного з точки М на промінь ND.

Розіб'ємо відкриту частину хвильової поверхні в площині щілини MN на зони Френеля, що мають вигляд смуг, паралельних до ребра М щілини. Ширину кожної зони вибирають так, щоб різни-

ця ходу від країв цих зон дорівнювала  $\Delta\lambda/2$ , тобто всього на ширині щілини вміститься  $\Delta:\lambda/2$  зон. Так як світло на щілину падає нормально, то площину щілини збігається з хвильовим фронтом, отже, всі точки хвильового фронту в площині щілини будуть коливатися в однаковій фазі. Амплітуди вторинних хвиль у площині щілини будуть рівні, оскільки вибрані зони Френеля мають однакові площі й однаково нахилені до напрямку спостереження.

З виразу (10.7) випливає, що кількість зон Френеля, що укладаються на ширині щілини, залежить від кута  $\varphi$ . Від числа зон Френеля, в свою чергу, залежить результат накладення всіх вторинних хвиль. З наведеної побудови випливає, що при інтерференції світла від кожної пари сусідніх зон Френеля амплітуда результуючих коливань дорівнює нулю, оскільки коливання від кожної пари сусідніх зон взаємно гасять один одного. Отже, якщо число зон Френеля парне, то

$$a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad \text{min} \quad (10.8)$$

і в точці В спостерігається дифракційний мінімум (повна темрява), якщо ж число зон Френеля непарне, то

$$a \sin \varphi = \pm \left( k + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad \text{max} \quad (10.9)$$

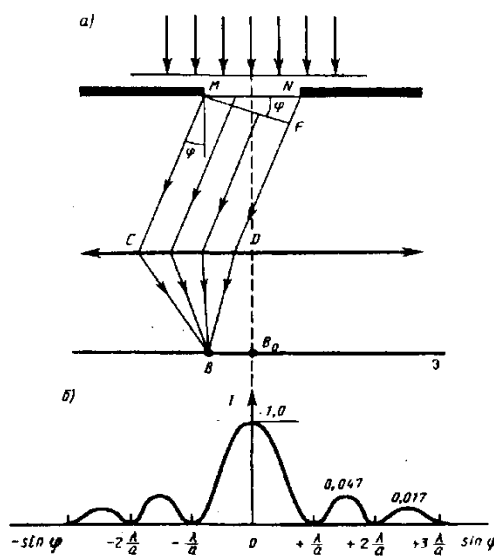


Рисунок 10.4

і спостерігається дифракційний максимум. Відзначимо, що в напрямку  $\varphi=0$  щілину діє як одна зона Френеля, і в цьому напрямку світло поширюється з найбільшою інтенсивністю, тобто в точці  $B_0$  спостерігається центральний дифракційний максимум.

Розрахунки показують, що інтенсивності в центральному і наступних максимумах

(рис. 10.4, б) відносяться як 1: 0,047: 0,017: 0,0083: .... тобто основна частина світлової енергії зосереджена в центральному максимумі. З досвіду та відповідних розрахунків випливає, що звуження щілини призводить до того, що центральний максимум розпливається, а інтенсивність зменшується (це, природно, відноситься і до інших максимумів). Навпаки, чим щілина ширша ( $a > \lambda$ ), тим картина яскравіша, але дифракційні смуги вузьчі, а число самих смуг більше. При  $a \gg \lambda$  в центрі отримується різке зображення джерела світла, тобто спостерігається прямолінійне поширення світла.

**Дифракція Фраунгофера на дифракційних ґратках.** Велике практичне значення має дифракція, яка спостерігається при проходженні світла через одновимірну дифракційну ґратку – систему паралельних щілин рівної ширини, що лежать в одній площині і розділених рівними за шириною непрозорими проміжками.

На рис. 10.5 для наочності показані тільки дві сусідні щілини MN і CD. Якщо ширина кожної щілини дорівнює  $a$ , а ширина непрозорих ділянок між щілинами  $b$ , то величина  $d = a + b$  називається постійною (періодом) дифракційної решітки. Нехай плоска монохроматична хвиля падає нормально до площини щілин. Так як отвори знаходяться на однакових відстанях, то різниця ходу променів, буде для даного напрямку  $\varphi$  однаковою в межах всієї дифракційної решітки:

$$\Delta = d \sin \varphi. \quad (10.10)$$

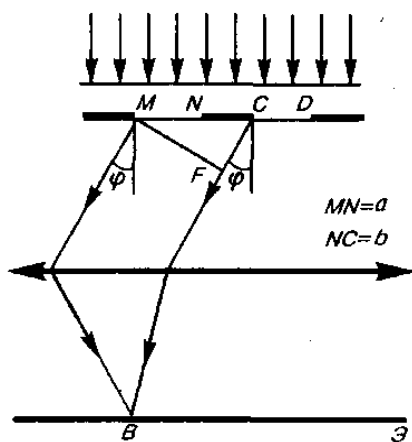


Рисунок 10.5

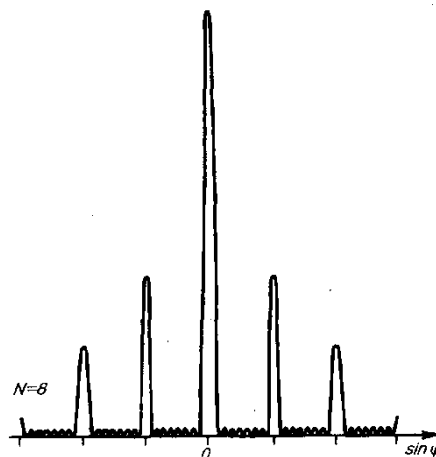


Рисунок 10.6

Отже, умова мінімуму для дифракційної ґратки (умова погасання світла):

$$d \sin \varphi = \pm \left( k + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (10.11)$$

А умова головних максимумів набуде вигляду:

$$\boxed{d \sin \varphi = \pm k \lambda}. \quad (10.12)$$

Якщо дифракційна решітка складається з  $N$  щілин, то умовою головних мінімумів є умова (10.11), умовою головних максимумів – умова (10.12), а умовою додаткових максимумів

$$\boxed{d \sin \varphi = \pm k \lambda / N} \quad (k = 1, 2, 3, \dots, N - 1, N + 1, \dots, 2N - 1, 2N + 1, \dots), \quad (10.13)$$

де  $k$  - може приймати всі цілі значення, крім 0,  $N$ ,  $2N$ , .... тобто крім тих, за яких умова (10.13) переходить в (10.12). Отже, у випадку  $N$  щілин між двома головними максимумами розташовується  $N-1$  додаткових мінімумів, розділених вторинними максимумами, що створюють дуже слабкий фон.

Чим більше щілин  $N$ , тим більша кількість світлової енергії пройде через отвори, тим більш інтенсивними і гострими будуть максимуми. На рис. 10.6 якісно представлена дифракційна картина від восьми щілин.

Останній порядок максимумів мав би спостерігатися під кутом  $\varphi = 90^\circ$  ( $\sin 90^\circ = 1$ ), тобто

$$\boxed{k_{\max} = d / \lambda}. \quad (10.14)$$

Зауваження у формулі (10.14) заокруглення проводиться до меншого числа.

Положення головних максимумів залежить від довжини хвилі  $\lambda$ . Тому при пропусканні через ґратку білого світла всі максимуми, крім центрального ( $m=0$ ), розкладуться в спектр, фіолетова область якого буде ближчою до центру дифракційної картини, червона – далі. Це властивість дифракційної решітки використовується для дослідження спектрального складу світла (визначення довжин хвиль і інтенсивності всіх монохроматичних компонентів), т. е. дифракційна решітка може бути використана як спектральний прилад.

Дифракційні ґрати, використовувані в різних областях спектру, відрізняються розмірами, формою, матеріалом поверхні, профілем штрихів та їх частотою (від 6000 до 0,25 штрих/мм, що дозволяє перекривати область спектра від ультрафіолетової його частини до інфрачервоної). Наприклад, ступінчастий профіль решітки дозволяє концентрувати основну частину падаючої енергії в напрямку одного певного ненульового порядку.

Окрім періоду та загальної кількості максимумів характеристикою дифракційної ґратки є її роздільна здатність. Якщо у спектрі є дві лінії з близькими довжинами хвиль  $\lambda$  та  $\lambda + \Delta\lambda$ , то вони будуть спостерігатися під дуже близькими кутами. Щоб ці лінії були просторово розділені (спостерігалися як дві окремі лінії), то оптичний прилад повинен володіти роздільною здатністю

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \quad (10.15)$$

Для дифракційної ґратки  $R = N \cdot k$ .

Окрім роздільної здатності для дифракційної ґратки вводять величину – кутова дисперсія  $D_\varphi$  :

$$D_\varphi = \frac{d\lambda}{d\varphi} = \frac{k}{d \cdot \cos(\varphi)}. \quad (10.16)$$

**Дифракція на просторовій решітці.** Для спостереження дифракційної картини необхідно, щоб постійна решітки була того ж порядку, що й довжина хвилі падаючого випромінювання. Кристали, будучи тривимірними просторовими ґатками, мають постійну порядку  $10^{-10}$  м і, отже, непридатні для спостереження дифракції у видимому світлі ( $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-7}$  м). Ці факти дозволили німецькому фізику М. Лауе (1879-1960) прийти до висновку, що в якості природних дифракційних решіток для рентгенівського випромінювання можна використовувати кристали, оскільки відстань між атомами в кристалах одного порядку з  $\lambda$  рентгенівського випромінювання ( $10^{-12} \div 10^{-8}$  м).

Уявимо кристали у вигляді сукупності паралельних кристалографічних площин (рис. 10.7), віддалених один від одного на

відстані  $d$ . Пучок паралельних монохроматичних рентгенівських променів (1, 2) падає під кутом ковзання  $\theta$  (кут між напрямком падаючих променів і кристалографічною площиною). Якщо виконується умова максимуму дифракції, то в напрямі кута  $\theta$  спостерігається інтерференційний максимум. Умову інтерференційного максимуму називають формулою Вульфа-Брегга

$$2d \sin \theta = k\lambda, \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (10.17)$$

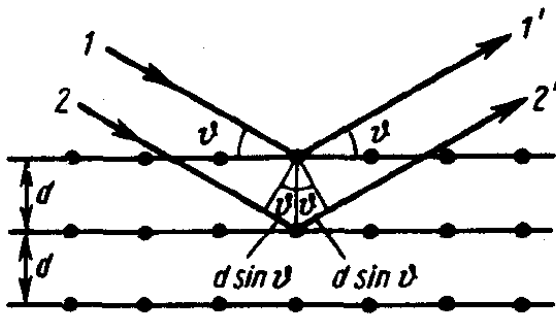


Рисунок 10.7

тобто при різниці ходу між двома променями, відбитими від сусідніх кристалографічних площин, кратній цілому числу довжин хвиль  $\lambda$ , спостерігається дифракційний максимум.

При довільному напрямку падіння монохроматичного рентгенівського випромінювання на кристал дифракція не виникає. Щоб її спостерігати, треба, повертаючи кристал, знайти кут ковзання. Дифракційна картина може бути отримана і при довільному положенні кристала, для чого потрібно користуватися суцільним рентгенівським спектром, що випускаються рентгенівської трубкою. Тоді для таких умов досліду завжди знайдуться довжини хвиль  $\lambda$ , що задовольняють умову (10.17).

Формулу Вульфа - Брегга використовують при вирішенні двох важливих завдань:

1. Спостерігаючи дифракцію рентгенівських променів відомої довжини хвилі на кристалічній структурі невідомої будови і вимірюючи  $\theta$  і  $k$ , можна знайти міжплощинну відстань ( $d$ ), тобто визначити структуру речовини. Цей метод лежить в основі рентгеноструктурного аналізу. Формула Вульфа – Брегга залишається справедливою і при дифракції електронів і нейтронів.

2. Спостерігаючи дифракцію рентгенівських променів невідомої довжини хвилі на кристалічній структурі при відомому  $d$  і вимірюючи  $\theta$ , то можна знайти довжину хвилі падаючого рентгенівського випромінювання. Цей метод лежить в основі рентгенівської спектроскопії.

## 11 ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА

Електромагнітні хвилі є поперечними. Це означає, що вектор напруженості електричного поля  $\vec{E}$  і вектор напруженості магнітного поля  $\vec{H}$  ( $\vec{E} \perp \vec{H}$ ) коливаються в площинах, перпендикулярних напрямку поширення хвилі (рис. 11.1). Як наголошувалося раніше, вектор напруженості електричного поля  $\vec{E}$  називається світловим вектором. Напрямок коливань світлового вектора з часом може змінюватися. Якщо всі напрями коливань

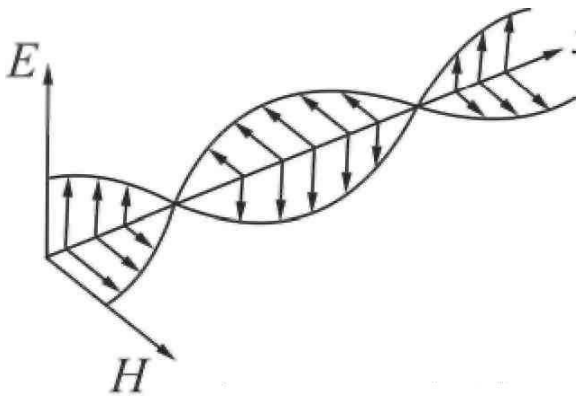


Рисунок 11.1

світлового вектора в площині, перпендикулярній напрямку поширення хвилі, рівноімовірні, то світло називається неполяризованим або природним. Якщо коливання вектора якимось чином впорядковані, то світло називається поляризованим.

Поляризуватися можуть тільки поперечні хвилі.

Для того щоб визначити, поляризоване світло чи ні, використовують прилади, які пропускають світло тільки з певним напрямком вектора  $\vec{E}$  (рис. 11.2). Залежно від призначення їх називають поляризаторами або аналізаторами. Якщо світло неполяризоване, то при повороті аналізатора навколо горизонтальної осі інтенсивність світла, що сприймається фотоприймачем, завжди однакова.

Окрім поляризованого світла існує частково поляризоване світло. У цьому випадку напрям світлового вектора також

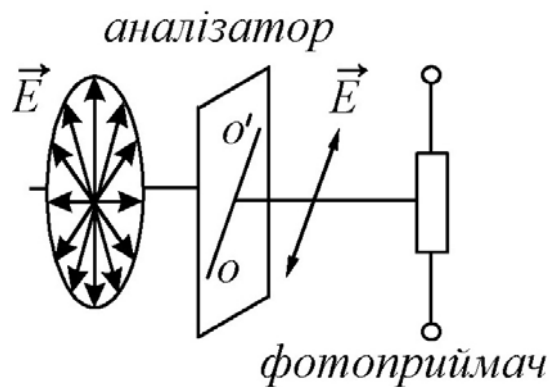


Рисунок 11.2

змінюється хаотично, але є напрямок, у якому в середньому амплітуда коливань більша. Для цього випадку вводять поняття ступеня поляризації: обертаючи аналізатор, визначають значення максимальної  $I_{\max}$  і мінімальної інтенсивності  $I_{\min}$ , що сприймається фотоприймачем. Ступень поляризації визначається виразом:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (11.1)$$

Для неполяризованого світла  $I_{\max} = I_{\min}$ . У цьому випадку ступінь поляризації  $P = 0$ .

Якщо неполяризоване світло проходить через поляризатор, то воно стає лінійно або плоско поляризованим світлом. При цьому  $I_{\min} = 0$ , а ступінь поляризації дорівнює 1.

Площина, в якій відбуваються коливання вектора  $\vec{E}$  і яка проходить через напрям поширення хвилі, називається площиною поляризації.

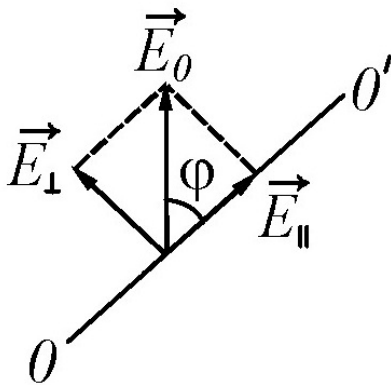


Рисунок 11.3

Для лінійно поляризованого світла справедливий закон Малюса. Нехай коливання електричного вектора відбуваються у вертикальній площині і амплітуда коливань дорівнює  $E_0$  (рис. 11.3). Якщо вісь аналізатора  $OO'$  повернена на кут  $\varphi$  щодо напрямку поляризації, то до фотоприймача пройде світло з амплітудою

$$E_{\parallel} = E_0 \cos \varphi.$$

Інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди, тому

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (11.2)$$

де  $I_0$  – інтенсивність поляризованого світла, падаючого на аналізатор;  $I$  – інтенсивність світла, що вийшло з аналізатора;  $\varphi$  – кут між площиною поляризації променя, що падає на аналізатор, і площиною пропускання аналізатора.

Вираз (11.2) називається законом Малюса.

У реальних умовах необхідно враховувати, що електромагнітні хвилі не тільки відбиваються але і поглинаються, тобто за реальними умовами закон Малюса виглядатиме таким чином:

$$I = I_0 (1 - k) \cos^2 \varphi, \quad (11.3)$$

де  $k$  – коефіцієнт, що враховує втрати на відбивання і поглинання.

**Закон Брюстера.** Світлові промені, проходячи через межу розділу двох середовищ з різними показниками заломлення  $n_1$  і  $n_2$ , зазнають відбивання і заломлення. Відбитий і заломлений промені завжди виявляються частково поляризованими. У відбитому світлі коливання відбуваються переважно перпендикулярно площині падіння променя, в заломленому – в площині падіння (рис. 11.4). Д. Брюстер експериментально встановив, що

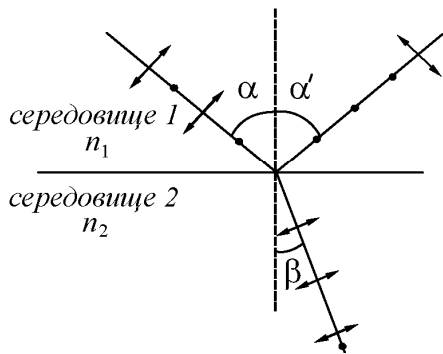


Рисунок 11.4

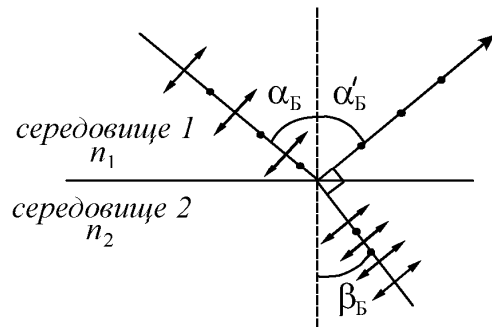


Рисунок 11.5

відбитий промінь буде повністю поляризований, якщо відбитий і заломлений промені перпендикулярні один одному (рис. 11.5). Відповідний кут падіння називають кутом Брюстера і позначають  $\alpha_B$ .

Знайдемо кут Брюстера. За законом заломлення:

$$\frac{\sin \alpha_B}{\sin \beta_B} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Оскільки  $\alpha_B = \alpha'_B$ , то  $\alpha_B + \beta_B = 90^\circ$ , тоді

$$\sin \beta_B = \sin (90^\circ - \alpha_B) = \cos \alpha_B.$$

Зробивши заміну, отримаємо:

$$\frac{\sin \alpha_B}{\cos \alpha_B} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \text{або} \quad \boxed{\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}}. \quad (11.4)$$

Вираз (11.4) називається законом Брюстера: відбите світло повністю лінійно поляризоване при куті падіння, тангенс якого дорівнює відносному показнику заломлення середовища, що відбиває світло.

**Подвійне променезаломлення.** В оптично анізотропних кристалах спостерігається явище подвійного променезаломлення. Це явище полягає в тому, що промінь світла, який падає на поверхню

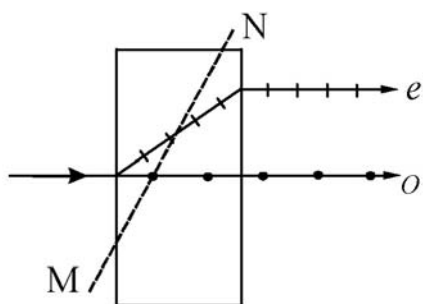


Рисунок 11.6

кристала роздвоюється в ньому на два заломлених променя з взаємно перпендикулярними площинами поляризації. Один з променів підкоряється звичайним законам заломлення, тому його називають звичайним променем і позначають буквою *o* (ordinary – звичайний) (рис. 11.6). Другий промінь позначають буквою *e* і називають незвичайним

(extraordinary – незвичайний). Він не лежить у площині падіння. Наприклад, якщо навіть світло падає нормально (рис. 11.6), незвичайний промінь заломлюється. Кристали, що володіють подвійним променезаломленням, підрозділяються на одноосні і двоосні. У одноосних кристалів є напрям, уздовж якого звичайний і незвичайний промені поширюються не розділяючись. Цей напрям називається оптичною віссю кристала. Слід мати на увазі, що оптична вісь – це не пряма лінія, що проходить через якусь точку кристала, а певний напрям у кристалі. Будь-яка пряма, паралельна даному напрямку, є оптичною віссю кристала. У двоосних кристалів таких напрямів два.

З кристалів, що володіють подвійним променезаломленням, виготовляють поляризаційні призми. Однією з них є призма Ніколя. Вона вирізана з кристала ісландського шпату так, що її грані АВ і CD паралельні оптичній осі MN кристала (рис. 11.7). Призма розрізана по діагональній площині АС і склеєна по цій поверхні

тонким шаром оптично ізотропної речовини, яка називається канадським бальзамом. Для звичайних променів канадський бальзам є середовищем оптично менш густим, ніж матеріал призми.

Для незвичайного променя він є оптично густішим середовищем. Світло падає на призму нормально до її грані АВ. Звичайний і незвичайний промені поширюються в призмі, не заломлюючись, до шару канадського бальзаму. Розміри призми підбираються так, щоб кут падіння звичайного променя на поверхню АС був більше граничного кута внутрішнього відбивання.

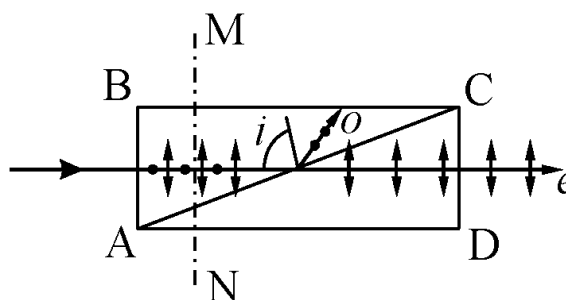


Рисунок 11.7

Тому звичайна хвиля повністю відбивається від шару канадського бальзаму (промінь *o* на рис. 11.7). Незвичайний промінь *e* вільно проходить через шар бальзаму і другу половину поляризаційної призми. Таким чином, поляризаційна призма може бути використана як поляризатор.

**Поглинання світла в дихроїчних кристалах.** Всі двояко заломлюючі кристали в тому або іншому ступені поглинають світло. Це явище анізотропності кристалів, тобто у деяких двояко заломлюючих кристалів коефіцієнти поглинання світла для двох взаємно перпендикулярно поляризованих променів відрізняються настільки сильно, що вже при невеликій товщині кристала один з променів поглинається практично повністю, і з кристала виходить лінійно поляризований пучок світла. Це явище називається дихроїзмом, оскільки виявляється в різному забарвленні кристалів за різними напрямками.

Прикладом сильно дихроїчного кристала є турмалін. Ще більш яскраво вираженим дихроїзмом володіють кристали гепатита, які використовують для виготовлення тонких плівок, що перетворюють природне світло в лінійно поляризоване. Такі плівки називаються *поляроїдами*.

**Штучне подвійне променезаломлення.** Подвійне променезаломлення може виникати в прозорих тілах під впливом зовнішніх дій. Зокрема це відбувається при механічних деформаціях тіл.

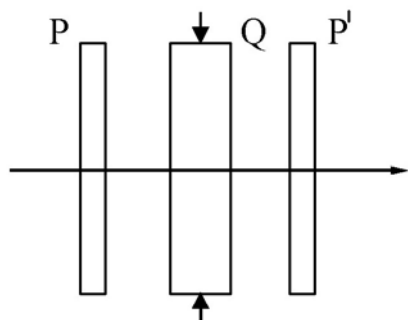


Рисунок 11.8

Помістимо скляну пластинку Q між схрещеними поляризаторами P і P' (рис. 11.8). Якщо скло не деформоване, то така система світло не пропускає. Якщо пластинку стиснути, то світло починає проходити. Спостережувана в променях, що проходять, картина виявляється поцяткованою кольоровими смугами. За розташуванням смуг можна судити про розподіл напруги усередині пластини, оскільки кожна така смуга відповідає однаково деформованим місцям пластинки.

Виникнення подвійного променезаломлення в рідинах і аморфних тілах під впливом електричного поля називається ефектом Керра (виявлений у 1875 році). Схема установки для дослідження ефекту Керра показана на рис. 11.9.

Між схрещеними поляризаторами P і P' поміщається комірка Керра, яка становить герметичну посудину з рідиною. У посудину введені пластини конденсатора. Якщо на пластини подати напругу, то під дією електричного поля рідина набуває властивостей двояко заломлюючого кристала. Різниця фаз, що виникає між звичайним і незвичайним променями, пропорційна квадрату напруженості електричного поля:

$$\Delta\varphi = 2\pi B l E^2, \quad (11.5)$$

де  $l$  – шлях, пройдений променями;  $B$  – стала Керра.

Стала Керра залежить від речовини, його температури, довжини хвилі світла. З рідин найбільшу сталу Керра має нітробензол. Пояснюється ефект Керра різною поляризованістю молекул за різними напрямками під дією електричного поля. Час, протягом

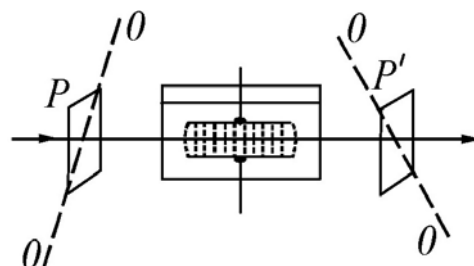


Рисунок 11.9

якого встановлюється переважна орієнтація молекул, складає порядку  $10^{-10}$  с. Тому комірку Керра можна використовувати як безінерційний світловий затвор. У відсутності поля затвор буде закритий, при включенні напруги затвор пропускає значну частину світла, що проходить через перший аналізатор Р.

**Обертання площини поляризації.** При проходженні поляризованого світла через деякі речовини відбувається поворот площини поляризації світлової хвилі. Це явище називається обертанням площини поляризації. Речовини, які здатні повертати площину поляризації падаючих на них світлових хвиль, називаються оптично активними речовинами. Оптично активними можуть бути як рідини, так і кристали. Це, наприклад, розчини цукру, глюкози, скипидар, кіновар, кварц і так далі. Розрізняють праве обертання, або позитивне, і ліве, або негативне. При правому обертанні площина поляризації повертається за годинниковою стрілкою для променя, падаючого в око спостерігача, при лівому – у протилежному напрямі.

Для оптично активних рідин кут повороту  $\varphi$  площини поляризації визначається співвідношенням:

$$\varphi = [a]lc, \quad (11.6)$$

де  $l$  – товщина шару рідини;  $c$  – концентрація розчину;  $[a]$  – питома стала розчину, яка залежить від природи речовини.

Кут повороту площини поляризації кристалічними речовинами визначається співвідношенням:

$$\varphi = al, \quad (11.7)$$

де  $l$  – шлях, пройдений променем у кристалі;  $a$  – стала обертання, яка залежить від довжини хвилі.

Якщо між двома схрещеними поляризаторами помістити оптично активну речовину (кристал кварцу, прозору кювету з розчином цукру і тому подібне), то поле зору прояснюється. Щоб знову отримати темноту, потрібно повернути один з поляризаторів на кут  $\varphi$ , який визначається формулами (11.6) і (11.7). У разі розчину можна за відомими питомої постійної обертання  $[a]$  даної речовини і довжини  $l$  після виміру кута повороту  $\varphi$  знайти концентрацію розчину.

### **ТЕСТИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ РОЗДІЛУ «ОПТИКА»**

1. Промінь світла падає на плоске дзеркало. Кут між падаючим і відбитим променями дорівнює  $30^\circ$ . Кут між відбитим променем і дзеркалом дорівнює ...  
1)  $75^\circ$ ;      2)  $115^\circ$ ;      3)  $30^\circ$ ;      4)  $15^\circ$ .
2. Під час переходу променя світла з першого середовища в друге кут падіння був рівний  $30^\circ$ , а кут заломлення  $60^\circ$ . Відносний показник заломлення другого середовища відносно першого дорівнює ...  
1) 0,5;    2)  $\sqrt{3}$ ;    3)  $\sqrt{3} / 3$ ;    4)  $\sqrt{3} / 2$ ;    5) 2;    6) 0,8
3. Граничний кут повного відбиття для променя світла, що йде з середовища з абсолютним показником заломлення  $n_1$  в середовище з абсолютним показником заломлення  $n_2$ , визначається виразом ( $n_1 > n_2$ )...  
1)  $\sin \alpha = n_2 / n_1$ ;    2)  $\sin \alpha = n_1 / n_2$ ;    3)  $\sin \alpha = 1 / n_1$ ;    4)  $\sin \alpha = 1 / n_2$ .
4. У перших експериментах з вивчення поширення електромагнітних хвиль в повітрі були виміряні довжина хвилі  $\lambda = 50$  см і частота випромінювання  $\lambda = 500$  МГц. На основі цих даних можна було стверджувати, що швидкість світла в повітрі дорівнює приблизно ...  
1) 10 м/с;    2) 1000 м/с;    3) 250000 км/с;    4) 300000 км/с.
5. Під час переходу світлового променя з першого середовища в друге виявилось, що кут заломлення менший кута падіння. Що можна сказати про швидкість світла  $v_2$  в другому середовищі?  
1)  $v_2 > v_1$ ;    2)  $v_2 = v_1$ ;    3)  $v_2 < v_1$ ;    4)  $v_2 = c = 3 \cdot 10^8$  м/с.
6. Після проходження білого світла через червоне скло світло стає червоним. Це відбувається через те, що світлові хвилі інших кольорів в основному .  
1) відбиваються;    2) розсіюються;  
3) заломлюються;    4) поглинаються.
7. За сучасними уявленнями світло є ...  
1) хвильовий процес;    2) механічні коливання ефіру;

- 3) потік квантів; 4) явище тієї ж природи, що і ультразвук.
8. Наслідком хвильової природи світла є ...
- 1) інтерференція світла;
  - 2) теплове випромінювання;
  - 3) дифракція світла;
  - 4) поляризація світла.
  - 5) фотоелектричний ефект.
9. Наслідком квантової природи світла є ...
- 1) інтерференція світла;
  - 2) дифракція світла;
  - 3) поляризація світла;
  - 4) теплове випромінювання.
  - 5) фотоелектричний ефект.
10. Когерентними називаються хвилі ...
- 1) що мають однакову частоту коливань;
  - 2) що відрізняються за фазою на  $\pi$ ;
  - 3) що мають однакову амплітуду і частоту коливань;
  - 4) що мають однакову частоту коливань і зберігають в кожній точці простору сталу різницю фаз.
11. Явище інтерференції світла полягає ...
- 1) у посиленні одного світлового пучка іншим.
  - 2) у отриманні спектру білого світу.
  - 3) у обгинанні світлом перешкод.
  - 4) у накладенні когерентних світлових хвиль, внаслідок чого в одних точках (напрямах) їх амплітуда збільшується, а в інших - зменшується.
12. Енергія  $W$ , яку приносить на одиницю площі поверхні екрану одна електромагнітна хвиля, пропорційна квадрату амплітуди напруженості електричного поля в ній. Якщо в даній точці екрану інтерферують дві такі когерентні хвилі з однаковою амплітудою, то енергія області інтерференційного максимуму дорівнює .
- 1) 0;
  - 2)  $W$ ;
  - 3)  $2W$ ;
  - 4)  $4W$ .
13. Вкажіть необхідну умову інтерференції хвиль.
- 1) хвилі повинні мати однакові частоти;
  - 2) хвилі повинні бути когерентними;
  - 3) хвилі повинні мати однакову амплітуду;
  - 4) хвилі повинні мати однакові амплітуди і однакові частоти.

14. Вкажіть загальну умову посилення світла при інтерференції ( $\Delta$  - оптична різниця ходу).

1)  $\Delta = m(m+1)\frac{\lambda}{2}$ ; 2)  $\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}$ ; 3)  $\Delta = 0$ .

15. Вкажіть загальну умову ослаблення світла при інтерференції ( $\Delta$  - оптична різниця ходу).

1)  $\Delta = m(m+1)\frac{\lambda}{2}$ ; 2)  $\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}$ ; 3)  $\Delta = 0$ .

16. Інтерференційна картина від лампочок освітлення в кімнаті не спостерігається, тому що ...

- 1) світло від лампочок немонохроматичне.
- 2) лампочки живляться від мережі змінного струму.
- 3) світло від лампочок дуже яскраве.
- 4) світлові хвилі від лампочок некогерентні.

17. Світло з довжиною хвилі  $\lambda$  від двох синфазних когерентних джерел  $S_1$  і  $S_2$  досягає екрану Е. На екрані спостерігається інтерференційна картина. Темні смуги в точках А і В виникають тому, що ...

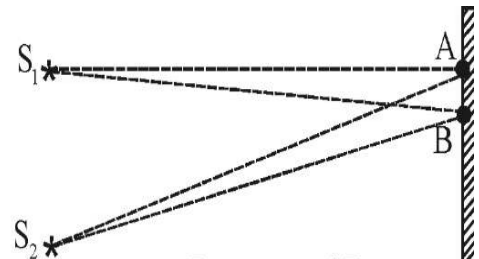
1)  $S_2B = (2k+1)\lambda/2$   $S_2A = (2m+1)\lambda/2$

2)  $S_2B - S_1B = (2k+1)\lambda/2$

$S_2A - S_1A = (2m+1)\lambda/2$

3)  $S_2B = 2k\lambda/2$   $S_1A = 2m\lambda/2$

4)  $S_2B - S_1B = 2k\lambda/2$   $S_2A - S_1A = 2m\lambda/2$



18. Дві плоскі електромагнітні хвилі з довжиною хвилі 400 нм і з однаковою амплітудою повністю гасять одна одну при інтерференції. Різниця фаз коливань вектора напруженості електричного поля цих хвиль в даній точці дорівнює:

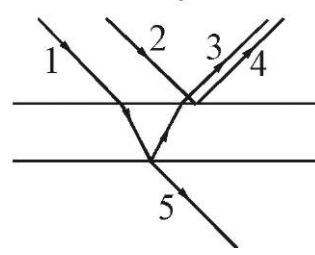
1)  $\pi/2$ ; 2)  $\pi$ ; 3)  $2\pi$ ; 4)  $3\pi/2$ .

19. При відбиванні від тонкої плівки (на рис.) інтерферують світлові пучки

1) 1 і 2; 2) 2 і 3; 3) 3 і 4; 4) 4 і 5.

20. При відбитті світла від оптично більш густішого середовища фаза коливань світлового вектора ...

- 1) не змінюється; 2) змінюється на  $\pi$ ;
- 3) змінюється на  $\pi / 2$ ; 4) змінюється на  $2\pi$ .



21. Прояснення оптики полягає ...

- 1) у застосуванні світлофільтрів;
- 2) у збільшенні вхідного отвору оптичної системи;
- 3) у зменшенні відбиття світла від поверхні оптичного скла;
- 4) у інтерференції світла на поверхні оптичного скла;
- 5) в підвищенні прозорості оптичного скла.

22. В основі прояснення оптики лежить ...

- 1) явище заломлення світла;
- 2) явище відбиття світла;
- 3) явище інтерференції світла в тонких плівках;
- 4) явище дифракції світла.

23. При освітленні сонячним світлом бензинової плівки на поверхні води видно веселкові плями. Вони виникають унаслідок ...

- 1) дисперсії світла; 2) інтерференції світла;
- 3) дифракція світла; 4) поглинання світла.

24. Дифракцією світла називається ...

- 1) сукупність явищ, спостережуваних при розповсюдженні світла в середовищі з різкими неоднорідностями і пов'язаних з відхиленнями від законів геометричної оптики;
- 2) заломлення світлового променя при проходженні через призму;
- 3) накладення заломлених променів.

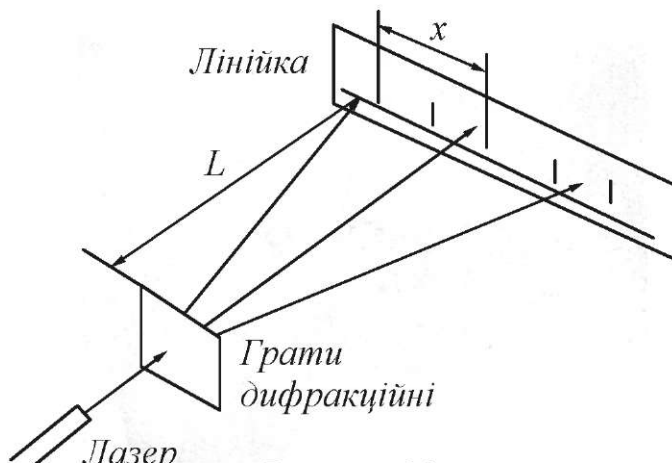
25. Явище дифракції світла полягає ...

- 1) у підсиленні світла при накладенні світлових хвиль;
- 2) у відхиленні променя світла при проходженні прозорої пластинки;
- 3) у заломленні світлового променя при проходженні через діафрагму;

- 4) у обгинанні світлом перешкоди і потраплянні в область геометричної тіні.
26. Світло огинає перешкоду і потрапляє в область геометричної тіні, якщо розміри перешкоди ...
- 1) набагато більші від довжини хвилі;
  - 2) набагато менші від довжини хвилі;
  - 3) співмірні з довжиною хвилі.
27. У трьох дослідах на шляху світлового пучка ставилися екрани
- 1) з малим отвором;
  - 2) тонкою ниткою, що перетинає центр широкого отвору;
  - 3) з широкою щілиною.
28. Явище дифракції відбувається ...
- 1) тільки у досліді з малим отвором в екрані;
  - 2) тільки у досліді з тонкою ниткою;
  - 3) тільки у досліді з широкою щілиною в екрані;
  - 4) у всіх трьох дослідах.
29. Дифракційні ґрати є ...
- 1) сукупність великого числа однакових щілин, віддалених одна від однієї на одну і ту ж відстань, порівняну з довжиною хвилі світла;
  - 2) оптичний прилад, за допомогою якого можна розкласти світло на спектр;
  - 3) сукупність перешкод, розміри яких більше довжини хвилі.
30. Вкажіть умову, яка визначає положення головних дифракційних максимумів інтенсивності, що отримують за допомогою дифракційних ґрат.
- 1)  $d \sin \varphi = m\lambda$ ;    2)  $2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} = m\lambda$ ;    3)  $2d \sin \theta = m\lambda$ .
31. При збільшенні довжини хвилі падаючого світла відстані між сусідніми максимумами дифракційної картини .
- 1) збільшуються;
  - 2) зменшуються;
  - 3) не змінюються;
  - 4) збільшуються для максимумів з малими номерами і зменшуються для максимумів з малими номерами;

5) зменшуються для максимумів, близьких до головного, і збільшуються для дальніх максимумів.

32. На схемі наведена установка для вимірювання довжини світлової хвилі за допомогою дифракційних ґрат. Відстань від ґрат до лінійки -  $L$ , період ґрат-  $d$ . На ґрати падає промінь від лазера перпендикулярно площині ґрат, при цьому на лінійці на відстанях  $x$  від центрального максимуму виникають яскраві плями. Довжина хвилі світла, що випромінюється лазером, дорівнює...



- 1)  $\frac{xd}{L}$  ; 2)  $\frac{Ld}{x}$  ; 3)  $\frac{xL}{d}$  ; 4)  $\frac{x}{Ld}$  .

33. Промені від двох лазерів з довжинами хвиль  $\lambda$  і  $1,5\lambda$  по черзі прямують перпендикулярно площині дифракційних ґрат з періодом  $20\lambda$ . Відстань між нульовим і першим дифракційними максимумами на видаленому екрані ...

- 1) у обох випадках однакова;
- 2) у другому випадку в 1,5 разу більше;
- 3) у другому випадку в 1,5 разу менше;
- 4) у другому випадку в 3 рази менше.

34. Лазерний промінь з довжиною хвилі  $\lambda_1$  падає перпендикулярно на дифракційні ґрати. На лінії АВС екрану (рис. ) спостерігається серія яскравих плям. Які зміни відбудуться в розташуванні плям на екрані при заміні цього лазерного променя, на лазерний промінь з довжиною хвилі  $\lambda_2 > \lambda_1$ :

- 1) розташування плям не зміниться;
- 2) пляма в точці В не зміститься, а решта змістяться від неї;
- 3) пляма в точці В не зміститься, останні змістяться до неї;
- 4) пляма в точці В зникне, а решта змістяться від точки В.

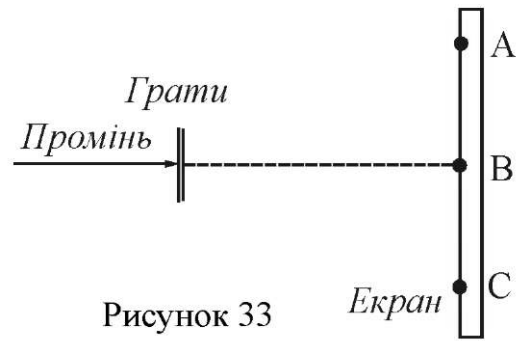


Рисунок 33

35. Лазерний промінь червоного кольору падає перпендикулярно на дифракційні ґрати (50 штрихів на 1 мм). На лінії АВС екрану (рис. ) спостерігається серія червоних плям. Які зміни відбудуться на екрані при заміні цих ґрат на ґрати з 100 штрихами на 1 мм?
- 1) картина не зміниться;
  - 2) пляма в точці В не зміститься, а решта змістяться від неї;
  - 3) пляма в точці В не зміститься, а решта змістяться до неї;
  - 4) пляма в точці В зникне, а решта змістяться від точки В.
36. Просторові ґрати кристала використовують як дифракційні ґрати для ...
- 1) променів видимого світла;
  - 2) інфрачервоних променів;
  - 3) ультрафіолетових променів;
  - 4) рентгенівських променів.
37. Поляризованим називається світло у якому ...
- 1) напрями коливань світлового вектора впорядковані яким-небудь чином;
  - 2) коливання різних напрямів швидко і безладно змінюють одне одного;
  - 3) коливання світлового вектора відбуваються перпендикулярно промінню;
  - 4) відбувається обертання світлового вектора навколо променя.

38. Вкажіть властивість світлової хвилі, з якою пов'язано явище поляризації світла:
- 1) явище поляризації обумовлене електромагнітною природою світлової хвилі;
  - 2) явище поляризації пов'язане з тим, що в плоскій монохроматичній хвилі вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  змінюються за гармонічним законом;
  - 3) явище поляризації обумовлене тим, що в світлових явищах основну роль грає вектор напруженості електричного поля;
  - 4) явище поляризації пов'язане з поперечним характером світлової хвилі.
39. Явище подвійного променезаломлення обумовлене ...
- 1) анізотропією кристалів;
  - 2) заломленням світла в речовині;
  - 3) дифракцією світла в кристалах;
  - 4) інтерференцією світла при проходженні тонкої окисної плівки на поверхні речовини.
40. Оптичною віссю кристала називається ...
- 1) будь-яка пряма, перпендикулярна граням кристала;
  - 2) лінія, уздовж якої розповсюджується світло в кристалі;
  - 3) напрям, в якому в кристалі не відбувається подвійного променезаломлення;
  - 4) напрям, уздовж якого коливається вектор напруженості електричного поля хвилі, що розповсюджується в кристалі.
41. На поляризаційний прилад падає природне (неполяризоване) світло. При проходженні світла через поляризаційний прилад.
- 1) інтенсивність світла не зміниться;
  - 2) інтенсивність світла трохи зменшиться через поглинання;
  - 3) інтенсивність світла зменшиться в два рази навіть без урахування поглинання;
  - 4) інтенсивність світла змінюватиметься відповідно до закону Малюса.
42. Причиною повороту площини поляризації може бути ...

- 1) зміна концентрації розчину;
- 2) зміна спектрального складу світла;
- 3) зміна прозорості середовища;
- 4) посилення інтенсивності падаючого світла.

43. Вкажіть формулу, що виражає закон Малюса.

$$1) P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}; \quad 2) I = I_0 \cos^2 \varphi; \quad 3) I = I_0 \cos \varphi; \quad 4) \operatorname{tg} \vartheta_B = n_{21}.$$

44. Вкажіть формулу, що виражає закон Брюстера.

$$1) P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}; \quad 2) I = I_0 \cos^2 \varphi; \quad 3) I = I_0 \cos \varphi; \quad 4) \operatorname{tg} \vartheta_B = n_{21}.$$

45. Промінь, відбитий від межі двох діелектриків повністю поляризований. При цьому кут між відбитим і заломленим променями складає .

- 1)  $60^\circ$ ;
- 2)  $90^\circ$ ;
- 3)  $30^\circ$ ;
- 4)  $45^\circ$ .

46. Чи може скляна пластинка служити поляризаційним приладом?

- 1) Ні, оскільки скло не володіє анізотропією.
- 2) Так, оскільки скло поглинає мало світла.
- 3) Так, оскільки скло - діелектрик, а при відбиванні від діелектрика відбувається поляризація світла.
- 4) Ні, оскільки зазвичай товщина скляної пластини значно більше довжини світлової хвилі.

47. Явище дихроїзму полягає в тому, що ...

- 1) у деяких кристалах один з променів (звичайний або незвичайний) забарвлюється;
- 2) у деяких кристалах один з променів (звичайний або незвичайний) поглинається сильніше за інший;
- 3) у деяких кристалах для одного з променів (звичайного або незвичайного) порушується закон заломлення світла.

48. Ефект Керра полягає в тому, що ...

- 1) під впливом електричного поля в рідинах і в аморфних твердих тілах виникає подвійне променезаломлення;
- 2) під впливом магнітного поля в рідинах і в аморфних твердих тілах виникає подвійне променезаломлення;

- 3) при механічних деформаціях в аморфних твердих тілах виникає подвійне променезаломлення;  
 4) відбувається обертання площини поляризації.
49. Вкажіть безпосереднє призначення елементу Керра.  
 1) Поляризація світла. 2) Обертання площини поляризації.  
 3) Аналіз пружної напруги. 4) Аналіз концентрації розчинів.
50. Розкладання білого світла в спектр при проходженні через призму обумовлене:  
 1) дифракцією світла; 2) дисперсією світла;  
 3) відбиттям світла; 4) інтерференцією світла.
51. Розкладання пучка сонячного світла в спектр при проходженні його через призму пояснюється тим, що світло складається з набору електромагнітних хвиль різної довжини, які, потрапляючи в призму, ...  
 1) рухаються з різною швидкістю;  
 2) мають однакову частоту;  
 3) мають однакову довжину хвилі.

### **КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Хвильова оптика»**

| № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді |
|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|
| 1         | 1             | 11        | 4             | 21        | 3             | 31        | 1             | 41        | 1             |
| 2         | 3             | 12        | 4             | 22        | 3             | 32        | 2             | 42        | 2             |
| 3         | 1             | 13        | 2             | 23        | 2             | 33        | 2             | 43        | 4             |
| 4         | 3             | 14        | 2             | 24        | 1             | 34        | 2             | 44        | 2             |
| 5         | 3             | 15        | 1             | 25        | 4             | 35        | 4             | 45        | 3             |
| 6         | 4             | 16        | 4             | 26        | 3             | 36        | 1             | 46        | 2             |
| 7         | 1,3           | 17        | 2             | 27        | 1             | 37        | 4             | 47        | 1             |
| 8         | 1,3,4         | 18        | 2             | 28        | 1,2           | 38        | 1             | 48        | 2             |
| 9         | 4,5           | 19        | 3             | 29        | 1             | 39        | 3             | 49        | 2             |
| 10        | 4             | 20        | 2             | 30        | 1             | 40        | 3             | 50        | 1             |

## 12 ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ

Тепловим випромінюванням називають електромагнітне випромінювання, що випускається тілами завдяки їх внутрішньої енергії. Світіння, що збуджується за рахунок інших видів енергії (крім внутрішньої), називають люмінесценцією. На відміну від люмінесценції теплове випромінювання здатне перебувати в термодинамічній рівновазі.

Теплове випромінювання повинне підпорядковуватися деяким загальним закономірностям, що впливають із принципів термодинаміки. Характеристикою теплового випромінювання є інтегральна випромінювальна здатність тіла. Позначається  $R(T)$ , і залежить тільки від абсолютної температури тіла. Інтегральна випромінювальна здатність  $R(T)$  – це відношення енергії  $W$ , яка випромінюється з одиниці поверхні тіла  $S$  за одиницю часу  $t$ :

$$R(T) = \frac{dW}{dS \cdot dt}, \quad R = \left[ \frac{Bm}{m^2} \right]. \quad (12.1)$$

Але дана величина не відображає особливостей випромінювання, тому вводять функцію спектральну випромінювальну здатність – це відношення енергії  $W$  яка випромінюється з одиниці поверхні тіла  $S$  за одиницю часу  $t$  в одиничному інтервалі частот  $d\nu$ :

$$r(T, \nu) = \frac{dW}{dS \cdot dt \cdot d\nu}, \quad r = \left[ \frac{Дж}{m^2} \right]. \quad (12.2)$$

Між функціями  $R(T)$  і  $r(\nu, T)$  існує наступний зв'язок

$$R(T) = \int_0^\infty r(\nu, T) d\nu, \quad \text{або} \quad r(\nu, T) = \frac{dR(T)}{d\nu}. \quad (12.3)$$

Оскільки  $\nu$  і  $\lambda$  пов'язані співвідношенням  $\lambda = c/\nu$ , то справедливим також буде співвідношення:

$$R(T) = \int_0^\infty r(\lambda, T) d\lambda. \quad (12.4)$$

Нехай для тіла існують функції  $H(T)$  і  $h(\nu, T)$  подібно до  $R(T)$

і  $r(\nu, T)$  – які характеризують випромінювання тіла. Тоді вводять функцію – спектральна поглинальна здатність  $a(\nu, T)$  яка рівна відношенню

$$a(\nu, T) = \frac{r(\nu, T)}{h(\nu, T)}. \quad (12.5)$$

Абсолютно чорне тіло – це така математична модель, де вважається, що усе електромагнітне випромінювання яке падає на тіло поглинається  $a \equiv 1$ . Такої моделі в природі не існує. Хоча деякі речовини у певних діапазонах ведуть себе майже як абсолютно чорне тіло. Наприклад, сажа, платинова чернь у видимій області поглинають майже усе видиме випромінювання, а в далекій інфрачервоній області поглинальна здатність набагато менша 1.

Тому вводять ще одну математичну модель – абсолютно сіре тіло – тіло поглинальна здатність якого менша 1 і постійна у всьому спектральному діапазоні. ( $0 < a < 1$ ).

**Закон Кірхгофа.** Між випромінювальною і поглинальною здатностями будь-якого тіла є зв'язок. У цьому можна переконатися, розглянувши такий експеримент. Нехай усередину замкнутої оболонки, яка підтримується при сталій температурі  $T$ , поміщені декілька тіл (рис. 12.1). Порожнина усередині оболонки оточена, так що тіла можуть обмінюватися енергією між собою, а з оболонкою лише шляхом випромінювання електромагнітних хвиль. Дослід показує, що така система через деякий час набуде стану теплової рівноваги – усі тіла матимуть одну і ту саму температуру, що дорівнює температурі оболонки  $T$ . У такому стані тіло, що має більшу випромінювальну здатність  $r(\nu, T)$ , втрачає за одиницю часу з одиниці поверхні більше енергії, ніж тіло, що має меншу  $r(\nu, T)$ . Оскільки температура (а отже, і енергія) тіл не змінюється, то тіло, що випромінює більше енергії, повинне й більше поглинати, тобто мати більшу  $a(\nu, T)$ . Таким чином, чим більша випромінювальна здатність тіла  $r(\nu, T)$  тим більша і його поглинальна здатність  $a(\nu, T)$ . Звідси випливає співвідношен-

ня

$$\left( \frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_1 = \left( \frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_2 = \left( \frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_3 = \dots, \quad (12.6)$$

де індекси 1, 2, 3 і т.д. характеризують різні тіла.

Співвідношення (12.6) виражає закон Кірхгофа:

відношення випромінювальної та поглинальної здатностей не залежить від природи тіла, воно є для всіх тіл однією й тією самою універсальною функцією частоти (довжини хвилі) і температури:

$$r(\nu, T) / a(\nu, T) = f(\nu, T). \quad (12.7)$$

Для абсолютно чорного тіла за визначенням  $a_a(\nu, T) = 1$ . Отже, з формули (12.7) випливає, що  $r(\nu, T)$  для такого тіла дорівнює  $f(\nu, T)$ . Таким чином, універсальна функція Кірхгофа  $f(\nu, T) = r_a(\nu, T)$  є випромінювальною здатністю абсолютно чорного тіла.

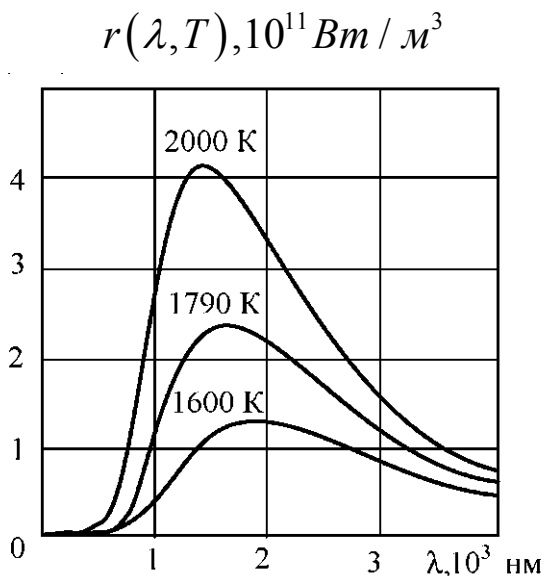


Рисунок 12.2

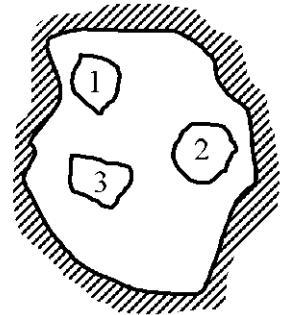


Рисунок 12.1

Якщо побудувати графік  $r(\nu, T)$  (рис. 12.2) для різних температур, то спостерігається певна закономірність: крива відсікає більшу площу, максимум стає вищий і зміщується в область менших довжин хвиль при підвищенні температури. Із цих закономірностей встановлені ряд емпіричних законів (встановлених експериментальним шляхом).

1. *Закон Стефана-Больцмана*: інтегральна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла прямо пропорційна четвертій сте-

пені абсолютної температури.

$$R(T) = \sigma T^4, \quad (12.8)$$

де  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot \text{К}^4$  – постійна величина,  $T$  – термодинамічна температура у К.

2. *Закон Віна.* Довжина хвилі на яку припадає максимум спектральної випромінювальної здатності обернено пропорційній до абсолютної температури.

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad b = 2.869 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}, \quad (12.9)$$

де  $T$  – абсолютна температура.

3. *Закон Віна.* Максимальне значення спектральної випромінювальної здатності  $r_{\max}$  прямо пропорційна п'ятій степені абсолютної температур.

$$r_{\max} = C \cdot T^5, \quad C = 1.29 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}. \quad (12.10)$$

Якщо розрахунки вести для сірого тіла, то необхідно врахувати:

$$\frac{R_{\text{сіре}}(T)}{R_{\text{а.ч.м.}}(T)} = a. \quad (12.11)$$

**Формула Релея-Джинса. Ультрафіолетова катастрофа.** Довгий час функція  $r(\nu, T)$  залишалася табульованою величиною (значення  $\lambda$  і  $r(\nu, T)$  – задавалися в табличному вигляді), тобто не описувалася аналітично.

Загальний метод теоретичного визначення функції  $f(\nu, T)$  в рамках класичної фізики був запропонований Релеєм і реалізований математиком Джинсом. З позицій класичної

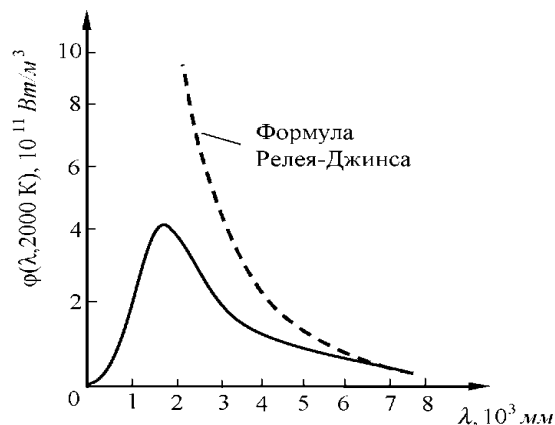


Рисунок 12.3

фізики універсальної функції Кірхгофа виведена Релеєм та Джи-нсом є бездоганна, однак з дослідом отриманий результат не уз-годжувався.

Проводячи розрахунки вони припустили що кожен атом ви-промінює енергію, яка перебуває в тепловій рівновазі з навколи-шнім середовищем. Застосувавши закони статистичної фізики вони прийшли до універсальної функції Кірхгофа за Релеєм-Джинсом:

$$r(\nu, T) = \frac{h\nu^2}{4\pi^2 c^3} kT. \quad (12.12)$$

Формули Релея-Джинса (12.12) для теплового випроміню-вання задовільно узгоджуються з експериментальними даними лише при великих довжинах хвиль і різко розходяться з дослідом для малих довжин хвиль (рис. 12.3, на якому суцільною лінією зображена експериментальна крива, штриховою – крива, побудо-вана за формулою Релея-Джинса).

Інтегрування виразу (12.12) за  $\nu$  у межах від 0 до  $\infty$  дає для енергетичної світності абсолютно чорного тіла  $R(T)$  нескінчен-но велике значення. Цей результат, який отримав назву ультра-фіолетової катастрофи, також суперечить досліді.

Із класичної точки зору доведення формули Релея-Джинса є бездоганим. Тому розбіжність цієї формули з дослідом указува-ло на існування якихось закономірностей, несумісних з уявлен-нями класичної фізики.

**Гіпотеза Планка. Формула Планка.** Щоб отримати функ-цію Кірхгофа  $r(\nu, T)$ , яка узгоджується з експериментальними даними, М.Планку довелося використати далеке від класичних уявлень припущення (гіпотеза Планка): електромагнітне випро-мінювання випускається у вигляді окремих порцій енергії (кван-тів), які пропорційні частоті випромінювання:

$$\boxed{\varepsilon = h\nu}, \quad (12.13)$$

де  $\nu$  – частота електромагнітної хвилі, коефіцієнти пропорційно-сті та  $h$  отримали з часом назву сталої Планка. Визначене з до-

сліду значення цієї сталої дорівнює  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ .

Пройшовши тим самим шляхом, що і Релей та Джінс застосувавши формулу (12.13) отримуємо формулу Планка для універсальної функції Кірхгофа

$$r(\nu, T) = \frac{h\nu}{4\pi^2 c^3} \frac{\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \quad (12.14)$$

Формула Планка (12.14) точно узгоджується з експериментальними даними у всьому інтервалі частот від 0 до  $\infty$ . Функція (12.14) задовольняє закон Віна. За умови, що  $h\nu / (kT) \ll 1$  (малі частоти, або великі довжини хвиль), експоненту  $\exp(h\nu / (kT))$  можна вважати такою, що приблизно дорівнює  $1 + \frac{h\nu}{kT}$ . У результаті цього формула Планка переходить у формулу Релея-Джинса. Це впливає також з того, що при зазначеній вище умові вираз (12.12) наближено дорівнює  $kT$ .

З формули Планка випливають закони Стефана-Больцмана й Віна. Отже, формула Планка дає вичерпний опис рівноважного теплового випромінювання.

Таким чином, ідея про те, що випромінювання випускається у вигляді окремих порцій енергії (квантів), а не неперервно привела до результату, який повністю узгоджується з експериментом.

**Зовнішній фотоефект.** Фотоелектричним ефектом, або фотоефектом називається вибивання електронів речовини під дією світла. Це явище було відкрито Г. Герцом у 1888 р. У 1889 р. А. Г. Столетовим проведено ряд дослідів. На основі цих дослідів Столетов дійшов до таких висновків: 1) найбільшу дію мають ультрафіолетові промені; 2) сила струму зростає зі збільшенням освітленості пластини; 3) заряди, що випускаються під дією світла, мають від'ємний знак.

Через 10 років (у 1898 р.) Ленард і Томсон вдосконалили прилад Столетова, помістивши електроди у вакуумований балон (рис.12.4). Світло, що проникає через кварцове віконце Кв, осві-

тлює катод  $K$ , який виготовлений з досліджуваного матеріалу. Електрони, вибиті внаслідок фотоефекту, рухаються під дією електричного поля до анода  $A$ . У результаті цього у електричному колі приладу проходить фотострум, який вимірюється гальванометром  $G$ . Напругу між анодом і катодом можна змінювати за допомогою потенціометра  $\Pi$ .

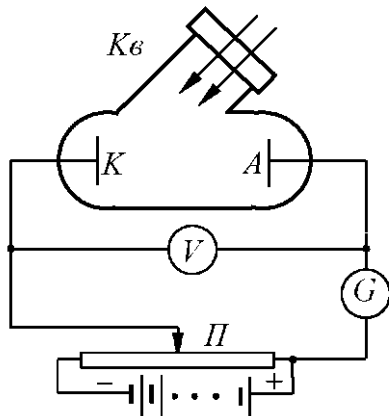


Рисунок 12.4

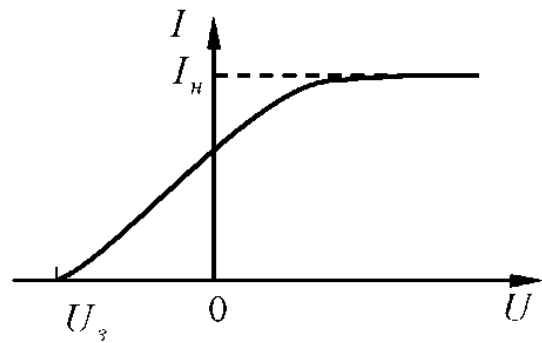


Рисунок 12.5

Отримана на такому приладі вольт-амперна характеристика (тобто крива залежності фотоструму  $I$  від напруги між електродами  $U$ ) наведена на рис. 12.5. Зрозуміло, що вольт-амперна характеристика знімається при незмінному потоці світла  $\Phi$ . Із цієї кривої видно, що при деякій не дуже великій напрузі фотострум досягає насичення – всі електрони, які випущені катодом, попадають на анод. Сила струму насичення  $I_n$  визначається кількістю електронів, які випускаються катодом за одиницю часу під дією світла.

Із кривої видно, що при  $U=0$ ,  $I \neq 0$ , тобто частина електронів, має швидкості, які є достатніми для того, щоб долетіти до анода «самостійно». Для того щоб сила струму стала дорівнювати нулю, потрібно прикласти затримуючу напругу  $U_z$ . При такій напрузі жодному з електронів, який навіть має при вильоті з катода найбільше значення швидкості  $v_m$ , не вдається перебороти затримуюче поле й досягти анода. Тому можна написати, що

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_z, \quad (12.15)$$

де  $m$  – маса електрона. Таким чином, вимірявши затримуючу напругу  $U_3$ , можна визначити максимальне значення швидкості фотоелектронів.

Таким чином, отримані результати сформульовані у вигляді законів, які називають законами Столетова.

1. Зовнішній фотоефект починається при мінімальній частоті або максимальній довжині хвилі, яка називається червоною межею фотоефекту.

2. Затримуюча напруга між катодом і анодом не залежить від інтенсивності, а визначається частотою світла.

3. Фотострум насичення не залежить від частоти, а визначається інтенсивністю падаючого світла.

4. Явище фотоефекту є безінерційне, тобто з припиненням освітлення фотоефект припиняється миттєво.

У 1905 р. А. Ейнштейн узагальнив закони Столетова і застосувавши гіпотезу Планка записав рівняння для зовнішнього фотоефекту:

$$\boxed{h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + A}. \quad (12.16)$$

З формули (12.16) випливає, що у випадку, коли робота виходу  $A$  перевищує енергію кванта  $h\nu$ , електрони не можуть покинути метал. Отже, для виникнення фотоефекту необхідне виконання умови  $h\nu \geq A$ , або

$$\nu \geq \nu_0 = A/h. \quad (12.17)$$

Відповідно для довжини хвилі маємо умову

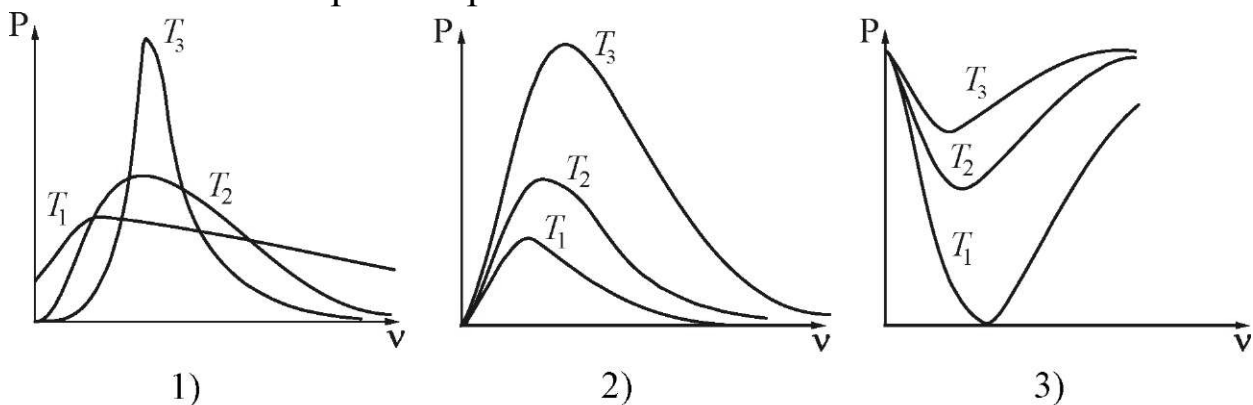
$$\lambda \leq \lambda_0 = \frac{hc}{A}. \quad (12.18)$$

Частота  $\nu_0$  або довжина хвилі  $\lambda_0$  називається червоною межею фотоефекту.

**ТЕСТИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ РОЗДІЛУ  
«КВАНТОВА ОПТИКА»**

1. Тепловим випромінюванням називається ...
  - 1) електромагнітне випромінювання, що випромінюється речовиною і виникає за рахунок його внутрішньої енергії;
  - 2) теплообмін між поверхнею тіла і навколишнім середовищем;
  - 3) процес перенесення теплоти від одного середовища до іншого;
  - 4) розповсюдження теплоти від більш нагрітих елементів тіла до менш нагрітих.
2. Вкажіть основну особливість теплового випромінювання в порівнянні з іншими видами випромінювання.
  - 1) Його інтенсивність не залежить від температури випромінюючого тіла.
  - 2) Воно може перебувати в рівновазі з випромінюючими тілами.
  - 3) Воно є когерентним.
  - 4) Воно властиво тільки абсолютно чорним тілам.
3. Тепловим випромінюванням є випромінювання ...
  - 1) лампи денного (люмінесцентного) світла;
  - 2) лампи розжарювання;
  - 3) інфрачервоного лазера;
  - 4) екрану телевізора.
4. Теплове випромінювання на шкалі електромагнітних хвиль може лежати ...
  - 1) у всіх областях спектру;
  - 2) у області радіо- і інфрачервоного випромінювання;
  - 3) в області видимого випромінювання;
  - 4) в області інфрачервоного і видимого випромінювання.
5. Повна потужність теплового випромінювання тіла залежить від ...
  - 1) частоти цього випромінювання;
  - 2) інтенсивності випромінювання;

- 3) температури тіла;
  - 4) матеріалу, з якого виготовлено тіло.
6. Випромінювальністю (енергетичною світимістю) тіла називається –
- 1) кількість енергії, що випромінюється всією поверхнею тіла в одиницю часу;
  - 2) кількість енергії, що випромінюється всією поверхнею тіла;
  - 3) кількість енергії, що випромінюється тілом в одиничному спектральному інтервалі з одиниці площі в одиницю часу;
  - 4) кількість енергії, що випромінюється тілом з одиниці площі в одиницю часу.
7. Експериментально отримані спектри теплового випромінювання при трьох різних температурах ( $T_3 > T_2 > T_1$ ). Вкажіть, який з графіків залежності потужності випромінювання  $P$  від частоти  $\nu$  на рис. є правильним.



Рисунок

8. Формула 
$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\lambda, T} d\lambda, \quad \text{де } r_{\lambda, T}$$
 - випромінювальна здатність, виражає ...
- 1) повну енергію, що випромінюється тілом;
  - 2) випромінювальність (енергетичну світимість) тіла;
  - 3) поглинальну здатність тіла.
9. Випромінювальною здатністю (спектральною густиною енергетичної світимості) тіла називається:

- 1) кількість енергії, що випромінюється всією поверхнею тіла в одиницю часу;
  - 2) кількість енергії, що випромінюється всією поверхнею тіла в одиничному спектральному інтервалі в одиницю часу;
  - 3) кількість енергії, що випромінюється тілом в одиничному спектральному інтервалі з одиниці площі в одиницю часу;
  - 4) кількість енергії, що випромінюється тілом з одиниці площі в одиницю часу.
10. Поглинальною здатністю (коефіцієнтом монохроматичного поглинання) називають:
- 1) енергія, що поглинається тілом за одиницю часу;
  - 2) відношення поглиненої енергії до падаючої;
  - 3) відношення поглиненої енергії до тієї, що випромінюється;
  - 4) температура, за якої відбувається випромінювання.
11. Вкажіть формулу, що виражає закон Кірхгофа для теплового випромінювання.
- 1)  $\lambda_m = \frac{b}{T}$ ; 2)  $R_\odot = \sigma T^4$ ; 3)  $\frac{r_{\lambda,T}}{\sigma_{\lambda,T}} = f(\lambda, T)$ ; 4)  $r_{\lambda,T,S}^{\max} = cT^5$ .
12. Вкажіть формулювання закону Кірхгофа для теплового випромінювання:
- 1) довжина хвилі, на яку доводиться максимальне значення випромінювальної здатності (спектральної щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла обернено пропорційна його абсолютній температурі;
  - 2) випромінювальність (енергетична світимість) абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню його абсолютної температури;
  - 3) поглинальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює одиниці  $\alpha_{\lambda,T} = 1$ ;
  - 4) відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності не залежить від природи тіл, а є для всіх тіл однією і тією ж універсальною функцією довжини хвилі і температури;

5) максимальне значення випромінювальної здатності (спектральній щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла пропорційне п'ятому ступеню його абсолютної температури.

13. Вкажіть формулу закону Стефана - Больцмана для теплового випромінювання.

$$1) \lambda_m = \frac{b}{T}; \quad 2) R_\odot = \sigma T^4; \quad 3) \frac{r_{\lambda,T}}{\sigma_{\lambda,T}} = f(\lambda, T); \quad 4) r_{\lambda,T,S}^{\max} = c T^5.$$

14. Вкажіть формулювання закону Стефана - Больцмана для теплового випромінювання:

1) довжина хвилі, на яку доводиться максимальне значення випромінювальної здатності (спектральній щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла обернено пропорційна його абсолютній температурі;

2) випромінювальність (енергетична світимість) абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню його абсолютної температури;

3) поглинальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює одиниці  $\alpha_{\lambda,T} = 1$ ;

4) відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності не залежить від природи тіл, а є для всіх тіл однією і тією ж універсальною функцією довжини хвилі і температури;

5) максимальне значення випромінювальної здатності (спектральній щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла пропорційне п'ятому ступеню його абсолютної температури.

15. Вкажіть формулу закону зсуву Віна для теплового випромінювання:

$$1) \lambda_m = \frac{b}{T}; \quad 2) R_\odot = \sigma T^4; \quad 3) \frac{r_{\lambda,T}}{\sigma_{\lambda,T}} = f(\lambda, T); \quad 4) r_{\lambda,T,S}^{\max} = c T^5.$$

16. Вкажіть формулювання закону зсуву Віна для теплового випромінювання:

- 1) довжина хвилі, на яку доводиться максимальне значення випромінювальної здатності (спектральній щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла обернено пропорційна його абсолютній температурі;
- 2) випромінювальність (енергетична світимість) абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню його абсолютної температури;
- 3) поглинальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює одиниці  $\alpha_{\lambda,T} = 1$ ;
- 4) відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності не залежить від природи тіл, а є для всіх тіл однією і тією ж універсальною функцією довжини хвилі і температури;
- 5) максимальне значення випромінювальної здатності (спектральній щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла пропорційне п'ятому ступеню його абсолютної температури.

17. Вкажіть формулу другого закону Віна для теплового випромінювання:

$$1) \lambda_m = \frac{b}{T}; \quad 2) R_\vartheta = \sigma T^4; \quad 3) \frac{r_{\lambda,T}}{\sigma_{\lambda,T}} = f(\lambda, T); \quad 4) r_{\lambda,T,S}^{\max} = cT^5.$$

18. Вкажіть формулювання другого закону Віна для теплового випромінювання:

- 1) довжина хвилі, на яку доводиться максимум спектральної щільності енергетичної світимості абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна абсолютній температурі;
- 2) енергетична світимість абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню його абсолютної температури;
- 3) Поглинальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює одиниці  $\alpha_{\lambda,T} = 1$ ;
- 4) відношення спектральної щільності енергетичної світимості тіла до його поглинальної здатності не залежить від при-

роди тіла, а  $\epsilon$  для всіх тіл універсальною функцією довжини хвилі і температури;

5) максимальна спектральна щільність енергетичної світимості абсолютно чорного тіла пропорційна п'ятому ступеню його температури.

19. Вкажіть умову, яка справедлива тільки для абсолютно чорного тіла:

- 1) коефіцієнт відбиття дорівнює 1;
- 2) випромінювальна здатність для всіх частот дорівнює 1;
- 3) відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності стало для всіх температур і частот;
- 4) коефіцієнт монохроматичного поглинання для всіх частот і температур дорівнює 1.

20. Вкажіть твердження, що є гіпотезою Планка для теплового випромінювання:

- 1) теплове випромінювання має електромагнітну природу;
- 2) випромінювальність тіл залежить від температури;
- 3) теплове випромінювання відбувається у вигляді окремих порцій енергії (квантів);
- 4) сума коефіцієнтів поглинальної і відбивної здатності рівна 1.

21. Вкажіть вираз, що визначає імпульс фотона з частотою  $\nu$ .

1)  $h\nu c^2$ ; 2)  $h\nu c$ ; 3)  $h\nu$ ; 4)  $\frac{h\nu}{c}$ ; 5)  $\frac{h\nu}{c^2}$ .

22. Вкажіть вираз, що визначає енергію фотона з частотою  $\nu$ .

1)  $h\nu c^2$ ; 2)  $h\nu c$ ; 3)  $h\nu$ ; 4)  $\frac{h\nu}{c}$ ; 5)  $\frac{h\nu}{c^2}$ .

23. Вкажіть вираз, що визначає масу фотона з частотою  $\nu$ .

1)  $h\nu c^2$ ; 2)  $h\nu c$ ; 3)  $h\nu$ ; 4)  $\frac{h\nu}{c}$ ; 5)  $\frac{h\nu}{c^2}$ .

24. Дано чотири види випромінювання:  $\gamma$  випромінювання, видиме світло Сонця, випромінювання нагрітої праски, випромінювання лінії електропередачі. Вкажіть, які з них можна представити як потік квантів.

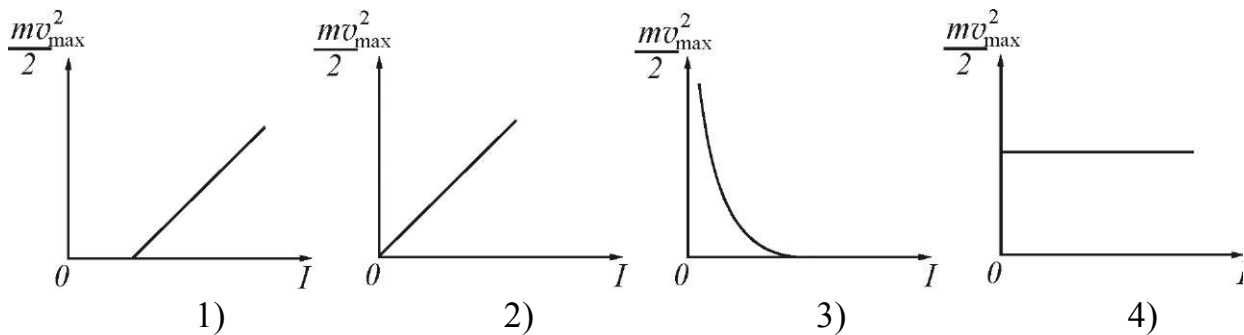
- 1) всі перелічені;

- 2) всі, окрім випромінювання лінії електропередачі;
  - 3) видиме світло і  $\gamma$  випромінювання;
  - 4) Тільки  $\gamma$ -випромінювання.
25. Світло з частотою  $4 \cdot 10^{15}$  Гц складається з фотонів, які мають електричний заряд, що дорівнює ...
- 1)  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл;
  - 2)  $6,4 \cdot 10^{-19}$  Кл;
  - 3) 0;
  - 4)  $6,4 \cdot 10^{-4}$  Кл.
26. Зовнішнім фотоелектричним ефектом називається ...
- 1) виривання електронів нагрітими тілами;
  - 2) виривання електронів тілами при бомбардуванні їх швидкими частинками;
  - 3) виривання електронів тілами під дією сильного електростатичного поля;
  - 4) виривання електронів з поверхні речовини під дією світла;
  - 5) зміна енергії електронів при взаємодії з фотонами.
27. Вкажіть властивості електромагнітного випромінювання, які виявляються у фотоефекті.
- 1) рентгенівські.
  - 2) хвильові.
  - 3) корпускулярні.
  - 4) класичні.
28. Вкажіть формулу Ейнштейна для фотоелектричного ефекту.
- 1)  $\varepsilon = \frac{h\nu}{\lambda}$
  - 2)  $\lambda = \frac{h}{m\nu} h\nu c$ ;
  - 3)  $h\nu = A + \frac{m\nu_{\max}^2}{2}$ ;
  - 4)  $\frac{m\nu_{\max}^2}{2} = eU_3$ .
29. Вкажіть, які величини змінюються при фотоефекті, якщо фотоефект викликаний світлом різної частоти:
- 1) робота виходу електрона;
  - 2) швидкість електрона;
  - 3) кінетична енергія електрона;
  - 4) сила фотоструму;
  - 5) кількість електронів, що вилетіли.
30. Вкажіть правильне твердження. Максимальна кінетична енергія вибитих з поверхні металу електронів ...
- 1) пропорційна частоті падаючого світла;
  - 2) пропорційна інтенсивності падаючого світла;
  - 3) обернено пропорційна інтенсивності падаючого світла;
  - 4) обернено пропорційна частоті падаючого світла.
31. Металеву пластину освітлювали монохроматичним світлом однакової інтенсивності: спочатку червоним, потім зеленим,

потім синім. Максимальна кінетична енергія фотоелектронів, що вилітають, була найбільшою ...

- 1) при освітленні червоним світлом;
- 2) при освітленні зеленим світлом;
- 3) при освітленні синім світлом.

32. Вкажіть, який з наведених на рис. графіків відповідає графіку залежності максимальної кінетичної енергії електронів, що вилетіли з пластини в результаті фотоефекту, від інтенсивності  $I$  падаючого світла зі сталою довжиною хвилі.



33. Швидкість електронів при фотоефекті залежить від ...

- 1) температури;
- 2) роботи виходу;
- 3) інтенсивності світла;
- 4) частоти світлового кванта.

34. Вкажіть, як залежить швидкість фотоелектронів від довжини хвилі світла, що падає на фотокатод.

- 1) зменшується пропорційно  $\sqrt{\lambda}$ ;
- 2) зменшується пропорційно  $\lambda$ ;
- 3) зростає пропорційно  $\lambda$ ;
- 4) зростає пропорційно  $\sqrt{\lambda}$ .

35. Вкажіть, як залежить величина фотоструму насичення від інтенсивності опромінюючого монохроматичного світла.

- 1) зменшується пропорційно інтенсивності;
- 2) зростає пропорційно інтенсивності;
- 3) зростає пропорційно квадрату інтенсивності;
- 4) зменшується пропорційно квадрату інтенсивності.

36. Інтенсивність світла, що падає на катод, при незмінній довжині хвилі зменшилася в 10 разів. При цьому зменшилася ...

- 1) швидкість фотоелектронів;

- 2) енергія фотоелектронів;
  - 3) кількість фотоелектронів;
  - 4) маса фотоелектрона.
37. Червоною межею фотоефекту називається ...
- 1) найменша довжина світлової хвилі, за якої можливий фотоефект;
  - 2) найбільша довжина світлової хвилі, при якій можливий фотоефект;
  - 3) найменша частота світла, при якій можливий фотоефект;
  - 4) найбільша частота світла, при якій можливий фотоефект.
38. Значення червоної межі фотоефекту залежить від ...
- 1) сталої Планка;
  - 2) форми освітлюваного тіла;
  - 3) інтенсивності випромінювання;
  - 4) матеріалу освітлюваного тіла.
39. Робота виходу електрона при фотоефекті залежить від ...
- 1) частоти світлового кванта;
  - 2) інтенсивності світла;
  - 3) довжини хвилі світла, що викликає фотоефект;
  - 4) температури;
  - 5) властивостей металу (матеріалу), що дає фотоефект.
40. Енергія фотонів, які падають на фотокатод, в 4 рази більше роботи виходу матеріалу фотокатода. Відношення максимальної кінетичної енергії фотоелектронів до роботи виходу дорівнює .
- 1) 1;                      2) 2;                      3) 3;                      4) 4.
41. Вкажіть можливі застосування фотоелементів:
- 1) підсилення струму;
  - 2) вимірювання освітленості;
  - 3) збільшення швидкості електронів;
  - 4) перетворення світлової енергії в електричну.
42. Вкажіть, в якому випадку тиск світла більший: коли він падає на дзеркальну поверхню або на чорну?
- 1) на дзеркальну;                      2) на чорну;

- 3) тиск світла не залежить від типу поверхні.
43. Ефект Комптона полягає у ...
- 1) зміні частоти випромінювання під дією магнітного поля;
  - 2) обертанні площини поляризації під дією магнітного поля;
  - 3) дифракції рентгенівських променів;
  - 4) зміні довжини хвилі рентгенівських променів при розсі-  
янні їх електронами;
  - 5) вибиванні електронів світловими квантами.
44. Зміна довжини хвилі в ефекті Комптона залежить від ...
- 1) довжини розсіюваних променів;
  - 2) матеріалу розсіюючого тіла;
  - 3) енергії розсіюваного випромінювання;
  - 4) кута розсіяння.
45. При ефекті Комптона виконується ...
- 1) закон збереження енергії;
  - 2) закон збереження імпульсу;
  - 3) закон збереження моменту імпульсу;
  - 4) закон збереження імпульсу і енергії.

### КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Квантова оптика»

| №<br>пи-<br>тання | Код<br>від-<br>повіді | №<br>пи-<br>тання | Код<br>від-<br>пові-<br>ді | №<br>пи-<br>тання | Код<br>від<br>повіді | №<br>пи-<br>тання | Код<br>від-<br>повіді | №<br>пи-<br>тання | Код<br>від-<br>повіді |
|-------------------|-----------------------|-------------------|----------------------------|-------------------|----------------------|-------------------|-----------------------|-------------------|-----------------------|
| 1                 | 1                     | 10                | 2                          | 19                | 4                    | 28                | 3                     | 37                | 2,3                   |
| 2                 | 2                     | 11                | 3                          | 20                | 3                    | 29                | 2,3                   | 38                | 4                     |
| 3                 | 2,3                   | 12                | 4                          | 21                | 4                    | 30                | 1                     | 39                | 5                     |
| 4                 | 4                     | 13                | 2                          | 22                | 3                    | 31                | 3                     | 40                | 3                     |
| 5                 | 3                     | 14                | 2                          | 23                | 5                    | 32                | 4                     | 41                | 2,4                   |
| 6                 | 4                     | 15                | 1                          | 24                | 3                    | 33                | 4                     | 42                | 1                     |
| 7                 | 2                     | 16                | 1                          | 25                | 3                    | 34                | 1                     | 43                | 4                     |
| 8                 | 2                     | 17                | 4                          | 26                | 4                    | 35                | 2                     | 44                | 4                     |
| 9                 | 2                     | 18                | 5                          | 27                | 3                    | 36                | 3                     | 45                | 4                     |

### 13 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

**Дослід Резерфорда.** Поняття «атом» – як неподільна частинка було введене Демокрітом в I ст. до н.е. Атом – елементарна частинка з якої складається речовина. Пізніше встановлено, що атом нейтральний. Після відкриття Міллікеном електрона, Томсон запропонував модель атома: електрон міститься у рівномірно розподіленому позитивному заряді (подібно до булки з родзинками). Отже, атом (нейтральна частинка) не є найпростішим, до його складу входить електрон.

Для з'ясування будови атома у 1909 р. Резерфорд із співробітниками провів ряд дослідів, сутність яких полягала у розсіюванні  $\alpha$ -частинок на речовині.

У той час, коли Резерфорд приступав до своїх дослідів, було відомо, що  $\alpha$ -частинки випромінюються деякими речовинами при радіоактивному розпаді. Швидкості  $\alpha$ -частинок мають порядок  $10^7$  м/с. Вони мають додатний заряд, що дорівнює подвоєному елементарному заряду. При втраті цього заряду (при приєднанні двох електронів)  $\alpha$ -частинка перетворюється в атом гелію.

Дослід виконувався так (рис. 13.1).  $\alpha$ -частинки випромінювалися радіоактивною речовиною Р, проходили через вузький отвір і попадали на тонку золоту фольгу Ф. При проходженні через фольгу  $\alpha$ -частинки відхилялися

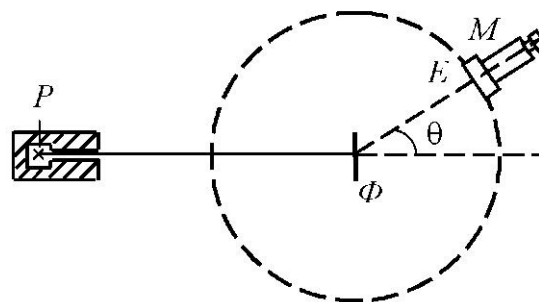


Рисунок 13.1

від початкового напрямку руху на різні кути. Розсіяні  $\alpha$ -частинки вдарялися об екран Е, який був покритий сірчистим цинком, і викликане ударами світіння спостерігалися в мікроскоп М.

Мікроскоп і екран можна було обертати навколо осі, що проходить через центр розсіювальної фольги, і встановлювати під будь-яким кутом  $\theta$ . Весь прилад розміщувався у вакуумній посудині, для того, щоб усунути розсіювання та поглинання  $\alpha$ -

частинок за рахунок зіткнень із молекулами повітря.

Із досліду отримано, що велика кількість  $\alpha$ -частинок розсіювались під кутами  $0-90^\circ$ , такий результат є очікуваний. Під час проходження «+»-частинок поблизу «-»-частинок, перша відхиляється на невеликий кут  $0-90^\circ$ .

Але яке було здивування експериментаторів, коли виявили, що є частинки, які з кутами розсіювання понад  $90^\circ$ , і навіть близькі до  $180^\circ$ . Пояснити таке на базі відомого на той час неможливо.

Такий результат можна отримати якщо позитивна  $\alpha$ -частинка розсіювалася на позитивній частинці, і мало того, маса цієї частинки повинна бути співмірною з масою самої  $\alpha$ -частинки.

Звідси виникла планетарна модель атома Резерфорда: навколо позитивно зарядженого ядра рухаються електрони по колових (еліптичних) орбітах. Оскільки атоми є різні і вони нейтральні, то заряд ядра кратний заряду електрона

Але така модель містить внутрішнє протиріччя. Якщо електрони рухаються по еліптичній орбіті, то згідно з рівняннями Максвела, вони випромінюють електромагнітну хвилю. Внаслідок цього, кінетична енергія (і швидкість) електронів зменшується, відповідно орбіта зменшується і електрон у певний момент упаде на атом – відбудеться анігіляція атом (руйнування).

Вихід з цього затруднення був знайдений в 1913 р. датським фізиком Нільсом Бором. Припущення містяться у двох сформульованих ним постулатах (постулати Бора).

1. Атом (і будь-яка атомна система) може перебувати у певних стаціонарних станах, що характеризуються дискретними (тільки певними) значеннями енергії  $E_1, E_2, E_3, \dots$ . У цих станах атом не випромінює і не поглинає енергії.

Умова стаціонарності орбіти:

$$L = m_e v r = n \frac{h}{2\pi}. \quad (13.1)$$

2. При переході електрона з однієї стаціонарної орбіти на іншу випромінюється або поглинається енергія у вигляді кванта

світла.

$$h\nu = E_n - E_m. \quad (13.2)$$

Тут  $m_e$  – маса електрона;  $v$  – його швидкість;  $r$  – радіус кругової орбіти;  $n$  – ціле число, що з часом отримало назву головного квантового числа. Правило квантування орбіт Бор отримав, виходячи з гіпотези Планка, відповідно до якої реалізуються тільки такі стани гармонічної коливальної системи (гармонічного осцилятора), енергія яких дорівнює  $nh\nu$  – частота коливальної системи. Отримане правило для гармонічного осцилятора Бор поширив і на інші механічні системи.

Постулати Бора стали обґрунтуванням планетарної (ядерної) моделі атома, пояснили ряд експериментів.

### Досліди Франка й Герца.

Існування дискретних енергетичних рівнів атома підтверджується дослідом, виконаним в 1914 р. Франком і Герцем. Схема їх установки наведена на рис.13.2. У трубці, яка заповнена парами ртуті під невеликим тиском ( $\sim 1$  мм рт. ст.), є три електроди:

катод  $K$ , сітка  $C$  й анод  $A$ . Електрони, що вилітають з катода внаслідок термоелектронної емісії, прискорюються різницею потенціалів  $U$ , яка прикладена між катодом і сіткою. Цю різницю потенціалів можна плавно змінювати за допомогою потенціометра  $\Pi$ . Між сіткою й анодом створювалося слабе електричне поле (різниця потенціалів порядку  $0,5$  В), яке гальмувало рух електронів до анода.

Досліджувався струм  $I$  у колі анода залежно від напруги  $U$  між катодом і сіткою. Сила струму вимірялася гальванометром  $G$ , напруга – вольтметром  $V$ . Отримані результати подані на рис. 13.3. Бачимо, що сила струму спочатку монотонно зростала, досягаючи максимуму при  $U=4,9$  В, після чого з подальшим збі-

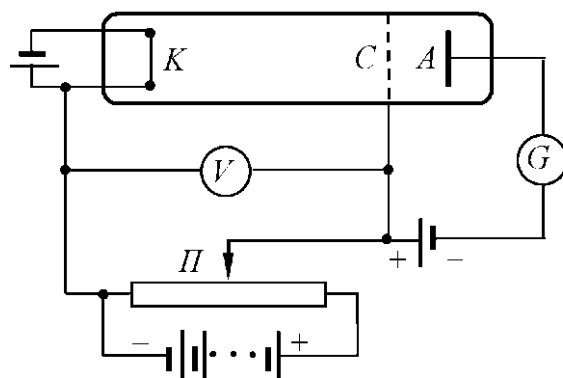


Рисунок 13.2

льшенням  $U$  різко спадала, досягаючи мінімуму, і знову починала зростати. Максимуми сили струму повторювалися за напруги  $U$ , що дорівнювала 9,8 В, 14,7 В і т.д.

Такий хід кривої пояснюється тим, що внаслідок дискретності енергетичних рівнів атоми можуть поглинати енергію тільки порціями:

$$\Delta E_1 = E_2 - E_1, \text{ або } \Delta E_2 = E_3 - E_1 \text{ і так далі,}$$

де  $E_1, E_2, E_3, \dots$  – енергія 1-го, 2-го й т.д. стаціонарних станів.

Поки енергія електрона менша за  $\Delta E_1$ , зіткнення між електроном і атомом ртуті мають пружний характер, причому оскільки маса електрона набагато менша від маси атома ртуті, енергія електрона при зіткненнях практично не змінюється. Частина електронів потрапляє на сітку, інші ж, проскочивши через сітку, досягають анода, створюючи струм у колі гальванометра  $G$ . Чим більша швидкість, з якої електрони досягають сітки (чим більше  $U$ ), тим більше буде електронів, які проскочили через сітку, і, отже, тим більшою буде сила струму  $I$ .

Коли енергія, що отримана електроном, досягає значення  $\Delta E_1$ , зіткнення перестають бути пружними – електрони при ударах об атоми передають їм енергію  $\Delta E_1$  й продовжують потім рухатися з меншою швидкістю. Тому число електронів, що досягають анода, зменшується. Наприклад, при  $U=5,3\text{ В}$  електрон передає атому енергію, що відповідає 4,9 В (перший потенціал збудження атома ртуті), і продовжує рухатися з енергією 0,4 еВ. Якщо навіть такий електрон з'явиться між сіткою й анодом, він не зможе перебороти затримуючу напругу 0,5 В і буде повернутий назад на сітку.

Атоми, що отримали при зіткненні з електронами енергію  $\Delta E_1$ , переходять у збуджений стан, з якого вони через час порядку  $10^{-8}$  с повертаються в основний стан, випромінюючи фотон із

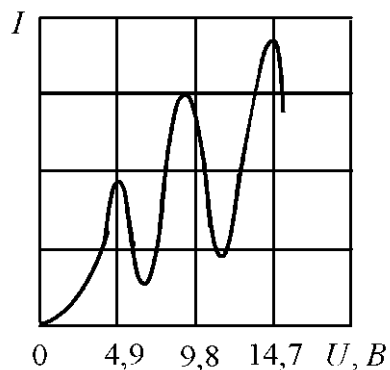


Рисунок 13.3

частотою  $\nu = \frac{\Delta E_1}{h}$ .

При напрузі, що перевищує  $9,8V$ , електрон на шляху катод-анод може двічі зазнати непружного зіткнення з атомами ртуті, втрачаючи при цьому енергію  $9,8 \text{ eV}$ , внаслідок чого сила струму  $I$  знову почне зменшуватися. Зі збільшенням напруги стають можливі триразові непружні зіткнення електронів з атомами, що приводить до виникнення максимуму при  $U = 14,7 V$ , і т.д.

Таким чином, у дослідах Франка й Герца безпосередньо спостерігається існування в атомів дискретних енергетичних рівнів.

**Спектральні закономірності у випромінюванні атома водню.** Випромінювання невзаємодіючих один з одним атомів складається з окремих спектральних ліній. Відповідно до цього спектр випромінювання атомів називається лінійчастим.

Вивчення атомних спектрів стало ключем до пізнання будови атомів. Насамперед було помічено, що лінії в спектрах атомів розміщені не безсистемно, а поєднуються в групи або, як їх називають, серії ліній. Краще всього це проявляється в спектрі найпростішого атома – водню. На рис. 13.4 подана частина спектра атомарного водню у видимій і близькій ультрафіолетовій області. Символами  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$  і  $H_\delta$  позначені видимі лінії.  $H_\infty$  вказує межу серії (див. нижче). Очевидно, що лінії розміщені у певному порядку. Відстань між лініями закономірно зменшується при переході від більш довгих хвиль до більш коротких.

Швейцарський фізик Бальмер (1885) виявив, що довжини хвиль цієї серії ліній водню можуть бути точно подані формулою

$$\nu = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots), \quad (13.3)$$

де  $n$  – ціле число, що набуває значень 3, 4, 5 і т.д.;  $R$  – константа, названа на честь шведського спектроскопіста сталою Рідберга ( $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$ ).

Формула (13.3) називається формулою Бальмера а відповідна серія спектральних ліній водневого атома – серією Бальмера. Подальші дослідження показали, що у спектрі водню є ще кілька серій. В ультрафіолетовій частині спектра є серія Лаймана. Інші серії лежать в інфрачервоній області.

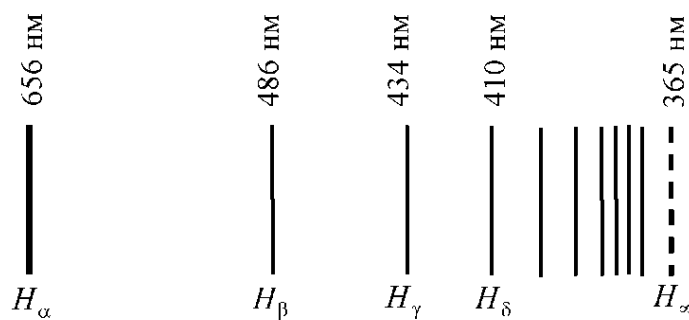


Рисунок 13.4

серія Лаймана  $\nu = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 2, 3, 4, \dots),$

серія Пашена  $\nu = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 4, 5, 6, \dots),$

серія Брекета  $\nu = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 5, 6, 7, \dots).$

У спектроскопії спектральні лінії характеризують не частотою, а величиною, яка обернена до довжини хвилі  $\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}.$

Формула Бальмера, що написана для цієї величини, має такий самий вигляд, як і (13.3):

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 3, 4, 5, \dots).$$

Стала Рідберга у цьому випадку набуває значення  $R' = 10973731,77 \pm 0,83 \text{ м}^{-1}.$

серія Пфунда  $\nu = R \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 6, 7, 8, \dots).$

Частоти усіх ліній спектра водневого атома можна подати однією формулою

$$\boxed{\nu = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)}, \quad (13.4)$$

де  $m$  має значення 1 для серії Лаймана, 2 – для серії Бальмера і т.д. Для заданого  $m$  число  $n$  набуває всіх цілих значень, починаючи з  $m + 1$ . Вираз (13.4) називають узагальненою формулою Бальмера.

При зростанні  $n$  частота лінії в кожній серії прямує до граничного значення  $R / m^2$ , яке називається межею серії (на рис. 13.4 символом  $H_{\infty}$  позначена межа серії Бальмера).

**Борівська теорія воднеподібного атома.** Використовуючи постулати (Бора), умови квантування орбіт та деякі закони класичної механіки, Бор створив напівкласичну теорію воднеподібного атома. Розглянемо детально цю теорію.

Відповідно до моделі атома Резерфорда електрон у воднеподібному атомі рухається в полі атомного ядра із зарядом  $Ze$  по колу під дією сили Кулона. При  $Z = 1$  така система відповідає атому водню, при інших  $Z$  – воднеподібному іону, тобто атому з порядковим номером  $Z$ , у якого вилучені всі електрони, крім одного. В атомі електрон під дією сили Кулона рухається по коловій орбіті радіуса  $r$  зі швидкістю  $v$  з доцентровим прискоренням  $a_{\text{доц}} = v^2 / r$ . Рівняння другого закону Ньютона для електрона в цьому випадку має вигляд

$$m_e a_{\text{доц}} = F_K, \text{ або } m_e \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_e}{r^2}. \quad (13.5)$$

Також згідно з першим постулатом Бора електрон може рухатися тільки по стаціонарних орбітах, для яких момент імпульсу електрона  $L = m_e v r$  відповідно до правила квантування орбіт задовольняє умову:

$$m_e v r = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (13.6)$$

Число  $n$  у називається головним квантовим числом, де  $m_e$  – маса електрона;  $v$  – його швидкість;  $r$  – радіус орбіти;  $\hbar$  – стала Планка. Система рівнянь (13.5) і (13.6) повністю описує поведінку електрона у воднеподібному атомі.

Виключивши швидкість  $v$  із рівнянь (13.5) і (13.6), отримаємо вираз для радіусів стаціонарних орбіт.

$$\boxed{r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_e Z_e} n^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (13.7)$$

Радіус першої орбіти ( $n=1$ ) атома водню ( $Z=1$ ) називається борівським радіусом. Його значення дорівнює  $r_0 = 0,529 \cdot 10^{-10}$  м.

Внутрішня енергія атома складається з кінетичної енергії електрона (ядро є нерухомим) і енергії електростатичної взаємодії електрона з ядром.

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_e^2}{r}.$$

З (13.5) випливає, що кінетична енергія електрона рівна  $\frac{1}{2}$  потенціальної енергії:

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_e^2}{r}.$$

Отже,

$$E = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Z_e^2}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_e^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Z_e^2}{r}.$$

Підставивши сюди вираз (13.7) для  $r$ , знайдемо значення енергії атома на стаціонарних орбітах.

$$\boxed{E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m_e Z^2 e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (13.8)$$

Як бачимо, повна енергія воднеподібного атома визначається числом  $n$ . Саме тому число  $n$  отримало назву головного квантового числа.

При переході атома водню ( $Z=1$ ) зі стану  $n$  в стан  $m$  випромінюється фотон, енергія якого визначається другим постулатом Бора

$$h\nu = E_n - E_m = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right).$$

Частота випромінюваного світла дорівнює

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h} = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Ми прийшли до узагальненої формули Бальмера, причому для сталої Рідберга отримали значення

$$R = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ c}^{-1}. \quad (13.9)$$

Як бачимо, при підставленні у вираз (13.9) числових значень  $m_e$ ,  $e$  і  $\hbar$  отримуємо величину, що дуже добре узгоджується з експериментальним значенням сталої Рідберга.

## 14 АТОМ ВОДНЮ В КВАНТОВІЙ МЕХАНІЦІ

Квантова механіка – це фізична теорія явищ і процесів мікросвіту. Під мікросвітом розуміють сукупність об'єктів, лінійні розміри яких порядку  $10^{-8} \div 10^{-15}$  м.

У 1924 році Луї де Бройль висунув гіпотезу про те, що корпускулярно-хвильовий дуалізм (подвійність) властивостей має універсальний характер, тобто частинки речовини разом з корпускулярними властивостями мають також і хвильові. Згідно з гіпотезою де Бройля, рух електрона або якої-небудь іншої частинки пов'язано з хвильовим процесом, довжина хвилі якого дорівнює

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (14.1)$$

де  $h$  – стала Планка;  $p = mv$  – імпульс частинки.

Якщо гіпотеза справедлива, то повинна спостерігатися дифракція мікрочастинок.

У 1927 році Девіссон і Джермер вивчали розсіяння електронів на монокристалі нікелю. Схему установки наведено на рис. 14.1. У електронній гарматі А створювався потік електронів, який прямував на кристал нікелю В. Швидкість електронів визначалася прискорюючою напругою, що була створена усередині гармати. Нікелеву мішень можна було обертати навколо осі, перпендикулярної площині рисунка. Приймач електронів С обертався навколо тієї ж осі і реєстрував електрони, розсіяні мішенню за всіма напрямками. Якби електрони поводитися як класичні частинки, то вони повинні були б відбиватися від мішені відповідно до законів геометричної оптики. Але виявилось, що інтенсивність розсіяних електронів різна за різними напрямками: на експерименті спостерігалися максимуми і мінімуми числа електронів, розсіяних під різними кутами, тобто дифракція.

На рис. 14.2 подана діаграма розсіяння за напрямками числа електронів, розсіяних мішенню В відносно падаючого пучка електронів N. Довжина радіус-вектора  $r$ , що проведений з центру

мішені, пропорційна числу електронів, розсіяних у даному напрямі. Видно, що існують максимуми і мінімуми числа електронів, розсіяних під різними кутами. Результати дослідів Девіссона і Джермера можна пояснити, використовуючи ідею де Бройля про хвильові властивості частинок. Знаючи прискорюючу різницю потенціалів  $U_{np}$ , можна розрахувати швидкість електронів:

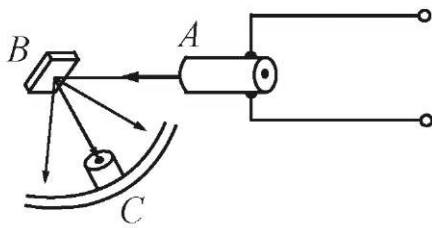


Рисунок 14.1

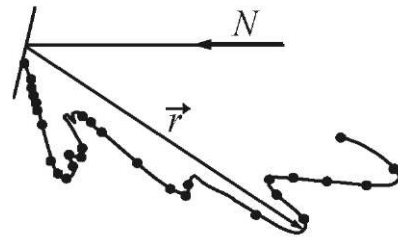


Рисунок 14.2

$$v = \sqrt{\frac{2eU_{np}}{m}},$$

де  $e$  – заряд електрона,  $m$  – маса електрона.

Потім за формулою (14.1) можна знайти відповідну довжину хвилі де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m \sqrt{2eU_{np}}}.$$

Якщо пучок електронів має хвильові властивості, то він повинен відбиватися від кристала нікелю так само, як і рентгенівське випромінювання, тобто повинна виконуватися умова Вульфа-Брегга:

$$2d \sin \theta = m\lambda,$$

де  $d$  – міжплощинна відстань, відома з рентгенографічних досліджень. Підстановка реальних даних (значень  $d$ ,  $\theta$ ) дала значення довжини хвилі, яке співпадає з довжиною хвилі де Бройля.

Таким чином, ідея де Бройля про хвильові властивості частинок отримала експериментальне підтвердження.

**Співвідношення невизначеностей Гейзенберга.** Хвильові властивості мікрочастинок вносять обмеження в можливість за-

стосовувати до них поняття координати та імпульсу в їх класичному розумінні. У класичній механіці в кожній точці траєкторії частинка має певні координати  $x, y, z$  і певний імпульс  $\vec{p}$  з проєкціями за осями  $p_x, p_y, p_z$ .

Визначальною особливістю мікрочастинок є наявність у них дуалізму хвильових і корпускулярних властивостей. З дифракційних дослідів випливає, що частинки не мають траєкторії. Тому описувати її рух, задаючи точне значення координати і імпульсу в кожен момент часу, як це робиться в класичній механіці, неможливо. Проте можна вказати з деякою мірою точності величину тієї області простору, в якій частинка з великою ймовірністю може бути виявлена, та інтервал тих значень імпульсу, які вона при цьому набуває.

Нехай  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  визначають інтервали координат (невизначеність значень координати), в яких може бути частинка, що описується хвилею де Бройля,  $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$  – інтервали (невизначеність значень проєкції імпульсу), в яких знаходяться проєкції їх імпульсу. Чим точніше визначено положення частинки, тобто чим менше  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ , тим менш точно визначені значення проєкцій її імпульсу (тобто тим більше  $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ ). Невизначеності значень координати і проєкції імпульсу зв'язані співвідношенням:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (14.2)$$

де  $\hbar$  – стала Планка.

Аналогічні співвідношення для  $y$  і  $p_y, z$  і  $p_z$ :

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (14.3)$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (14.4)$$

Співвідношень (14.2), (14.3), (14.4) встановлені В. Гейзенбергом в 1927 році і називаються співвідношення невизначеностей Гейзенберга.

Із співвідношень невизначеності випливає, що мікрочастинка не може мати одночасно цілком певних значень координати  $x$  і імпульсу  $p_x$ , чим точніше для мікрочастинки визначена одна з величин — координата  $x$  або імпульс  $p_x$  — тим більше стає неточність у визначенні інший.

Енергія і час також є канонічно зв'язаними величинами. Для них справедливе співвідношення невизначеностей у вигляді:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (14.5)$$

Це співвідношення означає, що якщо частинка якийсь час  $\Delta t$  знаходиться в нестационарному стані, то енергія цього стану може бути визначена лише з деякою точністю до величини  $\Delta E$ .

Співвідношення невизначеностей указує, якою мірою можна користуватися поняттями класичної механіки, зокрема, з яким ступенем точності можна говорити про траєкторії частинок. Підставивши в (14.2) замість  $p_x$  добуток  $mv_x$ , отримаємо співвідношення

$$\Delta x \cdot \Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2m}.$$

З нього випливає, що чим більше маса частинки, тим менше невизначеності її координати і швидкості і, отже, з тим більшою точністю застосовне поняття траєкторії.

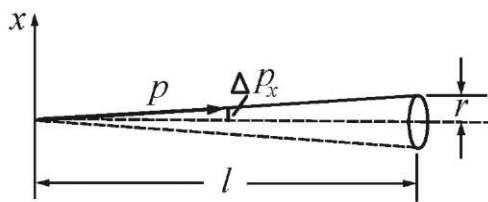


Рисунок 14.3

За певних умов рух мікрочастинки може приблизно розглядатися як рух за траєкторією. Прикладом є рух електрона в електронно-променевої трубі (рис. 14.3). Слід електронного пучка на екрані має радіус  $r$  порядку  $10^{-3}$  см, довжина трубки  $l$  порядку 10 см. Тоді  $\Delta p_x / p_x \sim 10^{-4}$ . Імпульс електрона пов'язаний з прискорюючою напругою  $U$  співвідношенням:

$$\frac{p^2}{2m} = eU.$$

Звідси  $p = \sqrt{2meU}$ . За напруги  $U \approx 10^4$  В енергія електрона

дорівнює  $10^4$  В. Оцінімо величину імпульсу:

$$p = \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4} \approx 5,4 \cdot 10^{-23} \text{ (кг} \cdot \text{м / с)}.$$

$$\text{Отже, } \Delta p \approx 5,4 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{-4} \text{ (кг} \cdot \text{м / с)}.$$

Згідно зі співвідношення (14.3):

$$\Delta x = \frac{\hbar / 2}{\Delta p_x} \approx \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 5,4 \cdot 10^{-27}} \approx 10^{-8} \text{ (м)}.$$

Отриманий результат указує на те, що рух електрона в електронно-променевої трубі практично не відрізняється від руху за траєкторією.

Співвідношення невизначеності є одним з фундаментальних положень квантової механіки. Воно дозволяє пояснити той факт, що електрон не падає на ядро атома, а також оцінити розміри простого атома і мінімальну можливу енергію електрона в такому атомі.

**Хвильове рівняння Шредінгера.** У класичній механіці основними рівняннями, що описують рух, є закони Ньютона. Вони дозволяють для макроскопічних тіл розв'язати основну задачу механіки – за заданими силами, що діють на тіло (або систему тіл), і початковими умовами знайти для будь-якого моменту часу координати тіла і його швидкість.

Рівняння руху в квантовій механіці повинне бути таким, щоб воно дозволяло пояснити спостережувані на досліді хвильові властивості частинок. Стан частинки в просторі в даний момент часу задається хвильовою функцією  $\psi(x, y, z, t)$ , точніше величиною  $|\psi|^2$  – густиною ймовірності знаходження частинки в точці з координатами  $x, y, z$  у момент часу  $t$ . Тому основне рівняння квантової механіки повинне бути рівнянням відносно функції  $\psi(x, y, z, t)$ . Це рівняння повинне бути хвильовим, оскільки з нього отримують своє пояснення експерименти з дифракції частинок.

Основне рівняння квантової механіки було отримане в 1926 році Е. Шредінгером. Шредінгер встановив своє рівняння, виходячи з оптико-механічної аналогії. Ця аналогія полягає в схожо-

сті рівнянь, що описують хід світлових променів, з рівняннями, що визначають траєкторії частинок в аналітичній механіці. Хвильове рівняння Шредінгера в квантовій механіці відіграє ту ж роль, що рівняння Ньютона в класичній механіці. Його можна було б назвати рівнянням руху квантової частинки. Задати закон руху частинки в квантовій механіці – це означає визначити значення  $\psi$ -функції в кожний момент часу і в кожній точці простору. Подібно до рівнянь Ньютона і Максвелла рівняння Шредінгера з'явилося з одного боку узагальненням відомих дослідних даних, з іншого боку, було великим науковим передбаченням. Його слід розглядати як початкове основне припущення, справедливості якого доводиться тим, що всі наслідки, які випливають із нього, найточнішим чином узгоджуються з дослідними фактами.

У загальному випадку рівняння матиме вигляд:

$$\Delta\psi + U(\vec{r})\psi = -\frac{i}{h} \frac{d\psi}{dt}. \quad (14.6)$$

Це рівняння називають нестационарним рівнянням Шредінгера. Ми розглядатимемо рівняння Шредінгера тільки для випадку, коли псі-функція не залежить від часу, тобто  $\psi = \psi(x, y, z)$ . Рівняння Шредінгера при цьому називають рівнянням для стаціонарних станів. Його записують у такому вигляді:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0, \quad (14.7)$$

де  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$ ;

$m$  – маса частинки;

$\hbar$  – стала Планка;

$E$  – повна енергія частинки у стаціонарному стані;

$U$  – потенціальна енергія частинки.

Рівняння Шредінгера дозволяє знайти псі-функцію даного стану і, визначити ймовірність знаходження частинки в різних точках простору. У загальному випадку функція  $\psi = \psi(x, y, z)$  – є комплексною, тому  $\psi^*(x, y, z)$  є комплексно спряжена функція.

Хвильова функція  $\psi = \psi(x, y, z)$  повинна задовольняти певні умови:

1)  $\psi$ -функція повинна бути неперервна, скінченна та повинна мати неперервні диференційовані похідні.

2) Ймовірність знайти частинку у елементарному об'ємі  $dV = dx dy dz$ , рівна

$$dW = |\psi|^2 dV = |\psi|^2 dx dy dz. \quad (14.8)$$

Тоді  $|\psi|^2$  – є густиною ймовірності перебування частинки в точці  $(x, y, z)$ .

3) Умова нормування псі-функції має вигляд:

$$\int_0^\infty |\psi|^2 dV = \int_0^\infty (\psi \cdot \psi^*) dV = 1. \quad (14.9)$$

Останній вираз має фізичний зміст: ймовірність знайти частинку в всьому просторі рівна 1.

4) Якщо частинка може перебувати у декількох квантових станах, то вона характеризується своїми хвильовими функціями  $\psi_1, \psi_2, \dots$ . Тоді хвильова функція частинки визначається як лінійна комбінація даних хвильових функцій:

$$\psi = C_1 \cdot \psi_1 + C_2 \cdot \psi_2 + \dots + C_n \cdot \psi_n \quad (14.10)$$

де  $C_1, C_2, \dots, C_n$  – коефіцієнти.

$|C_i|^2$  – це ймовірність перебування частинки у  $i$ -му квантовому стані. Згідно з умовою нормування  $\sum_i |C_i|^2 = 1$ .

5) Якщо функції  $\psi_1$  і  $\psi_2$  описують одну і ту саму частинку, але в різних станах, то виконується рівність:

$$\int \psi_1 \cdot \psi_2^* dV = 0. \quad (14.11)$$

Рівність (14.11) – умова ортогональності функцій.

У теорії диференціальних рівнянь доводиться, що рівняння вигляду (14.7) має розв'язок, що задовольняє стандартним умовам, лише за деяких значень параметра. У нашому випадку цим параметром є повна енергія частинки  $E$ . Такі значення повної енергії називаються власними значеннями. Розв'язки (функції),

які відповідають власним значенням  $E$ , називаються власними функціями.

Сукупність власних значень називається спектром величини. Якщо ця сукупність утворює дискретну послідовність, то спектр називається дискретним. Якщо власні значення утворюють безперервну послідовність, то спектр називають безперервним або суцільним.

У разі дискретного спектру власні значення енергії і власні функції можна пронумерувати:

$$E_1, E_2, E_3, \dots, E_n, \quad (14.12)$$

$$\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots, \psi_n. \quad (14.13)$$

Про величини, які можуть приймати тільки дискретні значення, говорять, що вони квантуються. Таким чином, з основних положень квантової механіки випливає квантування енергії.

Знаходження власних значень і власних функцій є складним математичним завданням, тому далі розглянемо тільки деякі окремі випадки.

Розглянемо випадок вільної частинки, тобто частинки для якої  $U(r) = 0$ . Тоді рівняння Шредінгера (14.6) набуде вигляду

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi = \frac{i}{2\hbar} \frac{d\psi}{dt} \quad (14.14)$$

Для даного рівняння розв'язком буде функція

$$\psi(r, t) = A \cdot \cos(\omega t - kr), \quad (14.15)$$

де  $\omega = \frac{E}{\hbar}$ .

Вираз (14.15) є рівнянням біжучої хвилі. Отже гіпотеза де-Бройля є одним із висновків квантової механіки. Із останнього рівняння псі-функція отримала назву хвильової функції.

**Частинка в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі.** Потенціальною ямою називається область простору, в якій потенціальна енергія  $U$  частинки менше деякого значення  $U_{\max}$ . Якщо  $U_{\max} = \infty$ , то і максимальна енергія залежить тільки від координати  $x$ , тобто  $U = U(x)$ , то отримаємо нескінченно гли-

боку одновимірну потенціальну яму.

Нехай рух частинки обмежений непроникними стінками:  $x=0$ ,  $x=l$  ( $l$  – ширина ями). В цьому випадку потенціальна енергія частинки (рис. 14.4):

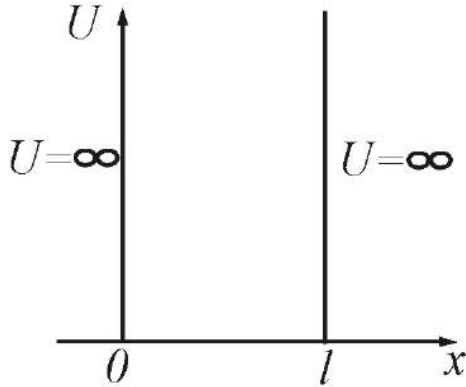


Рисунок 14.4

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & \text{якщо } x < 0; \\ 0, & \text{якщо } 0 \leq x \leq l; \\ \infty, & \text{якщо } x > l. \end{cases}$$

Псі-функція залежить тільки від координати  $x$ , тому рівняння Шредінгера прийме вигляд для другої області:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0, \quad (14.16)$$

оскільки потенціальна енергія усередині ями  $U=0$ . Введемо позначення:

$$\frac{2m}{\hbar^2} E = \omega^2. \quad (14.17)$$

Рівняння (14.16) при цьому переписеться таким чином:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \omega^2 \psi = 0. \quad (14.18)$$

З теорії коливань відомо, що розв'язання рівняння (14.18) має вигляд:

$$\psi(x) = A \sin(\omega x + \alpha). \quad (14.19)$$

Знайдемо параметри  $\omega$  і  $\alpha$ . Для цього використовуємо граничні умови. За межі потенціальної ями частинка потрапити не може, тому ймовірність виявити частинку, а, отже, і функція  $\psi$  за межами ями дорівнюватимуть нулю. З умови безперервності випливає, що  $\psi$  повинна дорівнювати нулю і на межах ями, тобто

$$\psi(0) = \psi(l) = 0. \quad (14.20)$$

Тоді можна записати  $\psi(0) = A \sin \alpha = 0$ . Оскільки  $A \neq 0$ , то звідси випливає, що  $\alpha = 0$  ( $\sin 0 = 0$ ). З другої умови запишемо, що

$$\psi(l) = A \sin \omega l = 0.$$

При цьому  $\omega l = \pm n\pi$ , (14.21)

де  $n=1, 2, 3, \dots$  (значення  $n=0$  відпадає, оскільки при цьому впливає, що  $\psi = 0$ . Це означає, що частинка ніде не знаходиться).

Підставимо (14.21) в рівняння (14.17) і знайдемо власні значення енергії частинки:

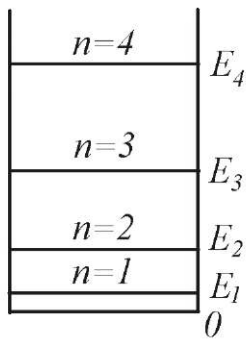


Рисунок 14.5

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (14.22)$$

Спектр енергії виявився дискретним (рис. 14.5).

Замінивши  $\omega$  в рівнянні (14.19) за формулою (14.21), отримаємо власні значення хвильової функції:

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (14.23)$$

Для знаходження коефіцієнта  $A$  використовують умову нормування (див. формулу (14.18)):

$$\int_0^l A^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx = 1. \quad (14.24)$$

Узявши інтеграл, отримаємо  $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$  (14.25)

Тоді  $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l}$ . (14.26)

Графіки власних функцій зображені на рис. 14.6. На рис. 14.7 показана густина ймовірності знаходження частинки в різних точках ями яка дорівнює  $(|\psi|^2)$ . З графіків випливає, що в стані

наприклад, з  $n=2$  частинка не може бути виявлена посередині ями і разом з тим однаково ймовірно буває як у лівій, так і правій

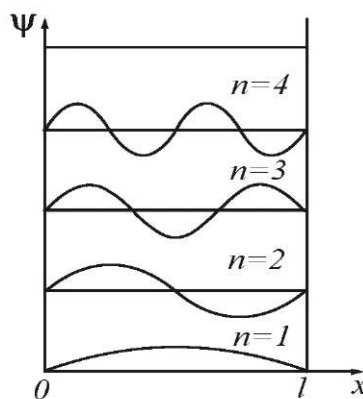


Рисунок 14.6

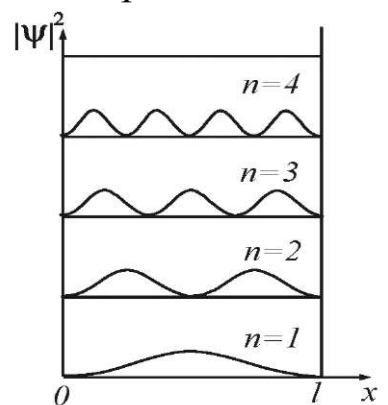


Рисунок 14.7

половині ями. Така поведінка частинки не сумісна з класичними уявленнями, де вважається, що всі положення частинки в ямі рівноімовірні.

Модель частинки, що перебуває в нескінченно глибокій потенціальній ямі, застосовують для пояснення електропровідності металів і напівпровідників.

**Атом водню в квантовій механіці.** Атомом називається найменша частинка речовини, що має всі властивості даного хімічного елементу. До складу атома входять позитивно заряджене ядро і електрони, які рухаються в електричному полі ядра. Заряд ядра за абсолютною величиною дорівнює сумарному заряду всіх електронів атома. Іоном називається заряджена частинка, яка утворюється при приєднанні або втраті електронів атомом або молекулою.

Найпростішим атомом є атом водню, що складається з одного протона в ядрі і одного електрона, який рухається в кулонівському електричному полі ядра. Воднеподібними іонами є частинки, що мають ядро із зарядом  $+Ze$  і один електрон. Наприклад, іони одноразово іонізованого гелію –  $\text{He}^+$ , двократно іонізованого літію –  $\text{Li}^{++}$ , триразово іонізованого берилію –  $\text{Be}^{+++}$  і т. д.

Єдиний електрон водню і воднеподібних іонів рухається в кулонівському полі ядра і має потенціальну енергію

$$U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r}, \quad (14.27)$$

де  $Z$  – порядковий номер елементу;

$r$  – відстань між ядром і електроном.

Рівняння Шредінгера в цьому випадку прийме вигляд:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0, \quad (14.28)$$

де  $E$  – повна енергія електрона в атомі.

Оператора Лапласа  $\Delta$  при розв'язанні беруть у сферичних координатах. Розглянемо тільки кінцеві результати розв'язання рівняння (14.28).

**Квантові числа.** З розв'язання рівняння Шредінгера для

електрона в атомі впливає, що хвильова функція  $\psi$  залежить не тільки від просторових координат, але і від цілочисельних параметрів  $n$ ,  $l$ ,  $m$ . Ці параметри називаються квантовими числами. Охарактеризуємо кожне з них:

1.  $n$  – головне квантове число. Набуває значення 1, 2, 3 ...,  $n$ . Відповідає номеру енергетичного рівня.
2.  $l$  – орбітальне квантове число. Набуває значення 0, 1, 2, 3 ...,  $(n-1)$ , тобто має  $n$  значень.
3.  $m$  – магнітне квантове число. Набуває значення 0,  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ , ...,  $\pm l$ , тобто має  $(2l+1)$  значень.

Конкретний набір квантових чисел визначає конкретний вид хвильової функції і, форму та розміри електронної хмари. Значеннями квантових чисел визначаються також основні динамічні характеристики: енергія електрона в атомі, момент імпульсу, магнітний момент, проекції моменту імпульсу і магнітного моменту на напрям зовнішнього магнітного поля.

Можна показати, що рівняння (14.28) має однозначні і безперервні розв'язки для електрона, пов'язаного з ядром, при дискретних від'ємних значеннях енергії. Ці значення енергії визначаються співвідношенням:

$$E_n = -\frac{Rch}{n^2} Z^2, \quad (14.29)$$

де  $n$  – головне квантове число,  $n = 1, 2, 3, \dots$

$R = 1,09107 \text{ м}^{-1}$  – стала Рідберга;

$C = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$  – швидкість світла;

$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  – стала Планка.

Після підстановки значення сталих і вираження енергії в електрон-вольтах рівняння (14.29) можна записати у такому вигляді:

$$E_n = -\frac{13,66}{n^2} Z^2. \quad (14.30)$$

Набір дискретних значень енергії  $E_n$  утворює енергетичний спектр атома. Стан з  $n=1$  називається основним, стани з  $n > 1$  називаються збудженими. У основному стані електрон може пере-

бувати як завгодно довго. Найважливішою відмінністю збуджених станів є кінцевий час  $\tau$  життя електрона в цих станах:  $\tau \approx 10^{-8}$  с. У основному стані атом має мінімальну енергію. Щоб перевести атом з основного стану в збуджений (тобто в стан з більшою енергією), йому необхідно передати енергію. Енергію можна передати одним із наступних способів:

- шляхом теплового випромінювання (тому нагріті тіла свіяться – атоми випромінюють, повертаючись із збудженого стану в основний стан);
- шляхом зіткнення атома з достатньо швидким електроном;
- шляхом поглинання атомом фотона.

Фотон при поглинанні його атомом зникає, передаючи атому всю свою енергію. Атом не може поглинути частину фотона, оскільки фотон є неподільним. Поглинаються тільки ті фотони, енергія яких відповідає різниці енергій двох рівнів.

Енергія збудження

$$E_{зб} = E_n - E_1, \quad (14.31)$$

де  $E_1$  – енергія електрона в основному стані;  $E_n$  – енергія електрона у збудженому стані. Величина

$$\varphi_{зб} = \frac{E_{зб}}{e}, \quad (14.32)$$

називається потенціалом збудження ( $e$  – заряд електрона).

Енергія електрона в атомі – величина від'ємна, тому найбільше значення енергії, яке може мати електрон  $E_{\max}$ . При цьому  $n$  прямує до нескінченності ( $n \rightarrow \infty$ ). Це відповідає іонізації атома, тобто відриву від нього електрона. Потенціал іонізації

$$\varphi_i = \frac{E_i}{e}, \quad (14.33)$$

де  $E_i = -E_1$  – енергія іонізації атома. Для атома водню вона становить 13,6eV.

Серед оптичних властивостей атома найважливішим є його спектр випромінювання. Оскільки будь-яка спектральна лінія виникає при переході з одного енергетичного рівня на інший, то оп-

тичний спектр атома водню і воднеподібних іонів є лінійчатим. Довжини хвиль спектральних ліній описують узагальненою формулою Бальмера-Рідберга:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) Z^2, \quad (14.34)$$

де  $n_i$  – номер енергетичного рівня, на який переходить електрон;  $n_k$  – номер енергетичного рівня, з якого переходить електрон.

Спектральні лінії прийнято групувати в спектральні серії. До кожної серії входять всі лінії з фіксованим  $n_i$  тобто ті, що відносяться до переходу електрона (при випромінюванні) на один і той самий нижній рівень з різних верхніх.

На рис. 14.8 наведена схема рівнів енергії атома водню і його спектральні серії.

Серію з  $n_i = 1$  ( $n_k = 2, 3, 4, \dots$ ) називають серією Лаймана. Лінії знаходяться в області ультрафіолетового випромінювання.

Серія з  $n_i = 2$  ( $n_k = 3, 4, 5, \dots$ ) носить назву серії Бальмера. Чотири перші лінії цієї серії лежать у видимій частині спектру і позначаються через  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ ,  $H_\delta$ . Решта ліній серії Бальмера знаходиться в області ультрафіолетового випромінювання.

Серії з  $n_i = 3$  ( $n_k = 4, 5, 6, \dots$ ) – серія Пашена,

$n_i = 4$  ( $n_k = 5, 6, 7, \dots$ ) – серія Бреккета,

$n_i = 5$  ( $n_k = 6, 7, 8, \dots$ ) – серія Пфунда

перебуває в інфрачервоній частині спектру.

Розв'язання рівняння Шредінгера дає ще один важливий результат. Момент імпульсу електрона в атомі квантується за формулою:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (14.35)$$

де  $l$  – орбітальне квантове число. При заданому головному квантовому числі  $n$ , орбітальне квантове число набуває значення 0, 1, 2, 3 ...,  $(n-1)$ . Стани електрона, що має різні значення орбітального квантового числа, в атомній фізиці прийнято позначати і називати

таким чином: якщо  $l=0$ , то стан електрона називається s-станом; якщо  $l=1$ , то стан електрона називається р-станом. Стани з  $l=2, 3$ , і т. д. називаються відповідно  $d$ -,  $f$ - і т.д. станами. Значення головного квантового числа указується перед умовним позначенням квантового числа. Наприклад, електрон з  $n=2$  і  $l=0$  позначається символом  $2S$ .

Хоча в квантовій механіці поняття про орбіти, як і уявлення про траєкторії втрачає сенс, проте, уявний рух електрона в атомі, називають орбітальним моментом імпульсу. Рух електрона в атомі еквівалентний деякому замкненому контуру із струмом (орбітальному струму). Отже, окрім орбітального моменту імпульсу електрон володіє орбітальним магнітним моментом.

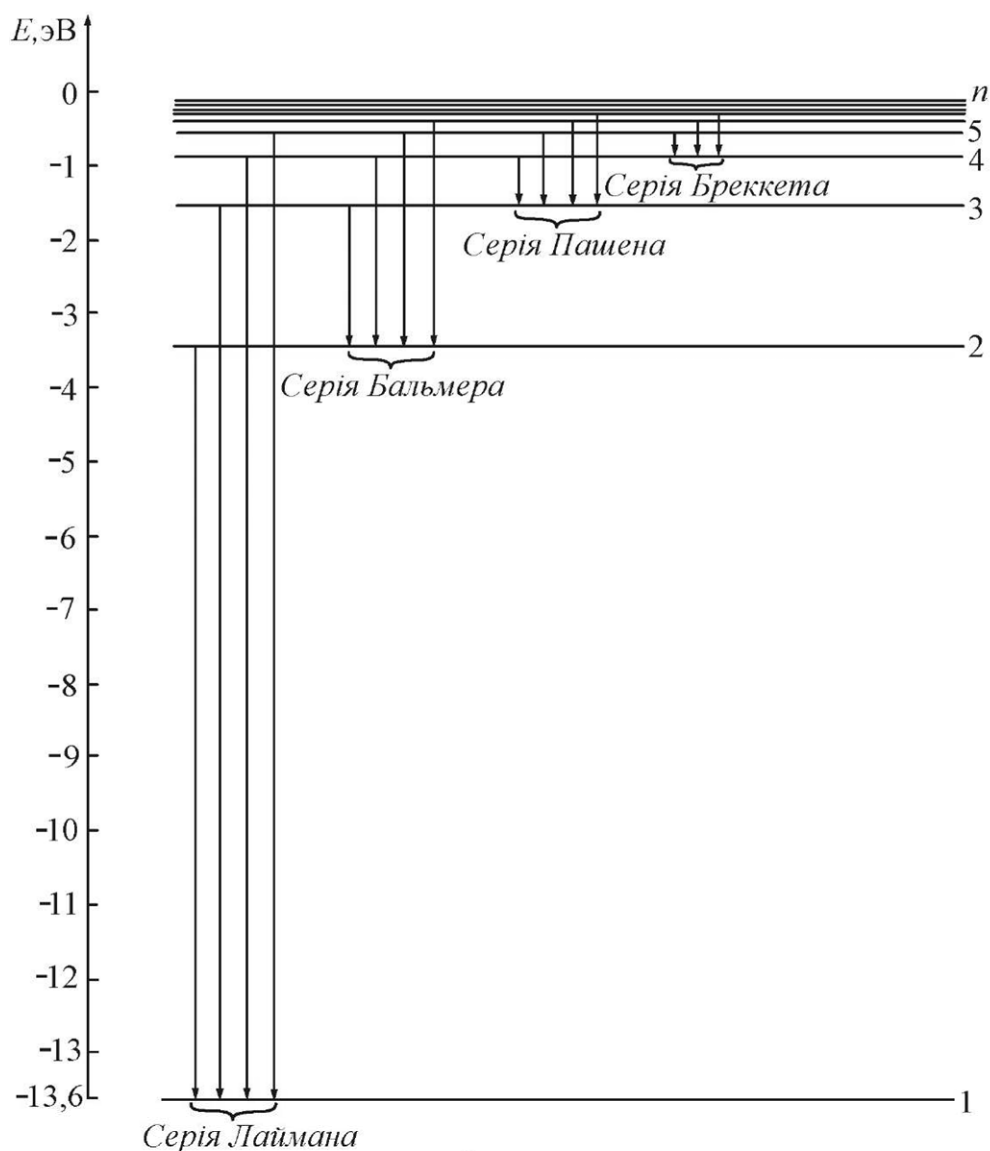


Рисунок 14.8

Відношення орбітального магнітного моменту елементарної частинки до її орбітального моменту імпульсу називається гіро-магнітним відношенням. Для електрона воно дорівнює:

$$\frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2m}, \quad (14.36)$$

де  $e$  – заряд електрона,  $m$  – його маса. Знак « - » указує на те, що напрями моментів протилежні. Із співвідношень (14.35) і (14.36) випливає, що орбітальний магнітний момент  $p_m$  також квантується:

$$p_m = \mu_B \sqrt{l(l+1)}, \quad (14.37)$$

де  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$  – величина, яку називають магнетоном Бора.

Для електрона  $\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$ .

**Просторове квантування.** У класичній механіці вважалося, що вектори орбітального моменту імпульсу і магнітного моменту  $\vec{p}_m$  можуть бути орієнтовані в зовнішньому магнітному полі абсолютно довільно. У квантовій механіці доводиться, що існує просторове квантування: вектор моменту імпульсу електрона має лише такі орієнтації в просторі, при яких проекція  $L_z$  вектора  $\vec{L}$  на напрям  $Z$  зовнішнього магнітного поля приймає квантовані, цілочисельні значення, кратні  $\hbar$ :

$$L_z = m\hbar, \quad (14.38)$$

де  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots, \pm l$  – магнітне квантове число. Магнітне квантове число може мати  $(2l+1)$  значень. Отже, момент імпульсу  $\vec{L}$  може мати в просторі  $(2l+1)$  орієнтацій.

Аналогічно справедливе таке твердження: вектор магнітного моменту електрона має лише такі орієнтації в просторі, при яких проекція  $p_{m_z}$  вектора  $\vec{p}_m$  на напрям  $Z$  зовнішнього магнітного поля приймає квантовані, цілочисельні значення, кратні  $\mu_B$ .

$$p_{m_z} = m\mu_B, \quad (14.39)$$

Приклад: електрон перебуває у р-стані, при цьому

$$l = 1, m = 0, \pm 1.$$

Проекція орбітального моменту імпульсу може мати такі значення:  $L_z = +\hbar$ ,  $L_z = 0$ ,  $L_z = -\hbar$ .

Зобразимо вектор моменту імпульсу  $\vec{L}$  у вигляді спрямованих відрізків (рис. 14.9). Така схема називається векторною моделлю атома.

Аналогічно зображають магнітний момент  $\vec{p}_m$ .

Векторну модель не можна розуміти буквально. Її слід розглядати як сукупність правил, що дозволяють отримати результати, справедливості яких підтверджується строгими квантовомеханічними розрахунками.

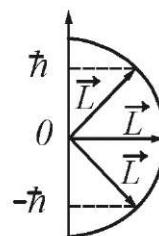


Рисунок 14.9

## 15 ВИПРОМІНЮВАННЯ АТОМІВ І МОЛЕКУЛ

**Фотони.** У 1895 р. Рентген виявив, що при бомбардуванні скла й металів швидкими електронами виникає випромінювання, яке має велику проникну здатність. Сам Рентген назвав відкрите ним випромінювання Х-променями (ікс-променями). Потім воно отримало назву рентгенівських променів на пострадянському просторі. Подальші дослідження показали, що рентгенівське випромінювання є електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі в межах від  $10^{-2}$  до 10 нм.

Сучасна рентгенівська трубка (рис. 15.1) складається з вакуумованого балона з декількома електродами. Катод К є джерелом вільних електронів, які випромінюються внаслідок термоелектронної емісії. Циліндричний електрод Ц призначений для фокусування електронного пучка. Мішенню є анод А, який називають також антикатодом.

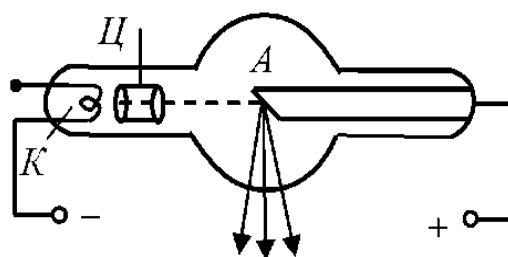


Рисунок 15.1

Його виготовляють із важких металів (W, Cu, Pt і т.д.). Прискорення електронів здійснюється високою напругою, що створюється між катодом і антикатодом. Майже вся енергія електронів виділяється на антикатоді у вигляді тепла (у випромінювання перетворюється лише 1-3 % енергії). Тому в потужних трубках антикатод доводиться інтенсивно охолоджувати. Із цією метою в тілі антикатада роблять канали, якими циркулює охолоджуюча рідина (вода або масло).

Якщо між катодом і антикатодом прикладена напруга  $U$ , електрони розганяються до енергії  $eU$ . Потрапивши в речовину антикатада, електрони сильно гальмуються, тобто рухаються з великим прискоренням і тому стають джерелом електромагнітних хвиль. Відповідно до класичної електродинаміки при гальмуванні електрона повинні виникати хвилі всіх довжин – від ну-

ля до нескінченності. На рис. 15.2 подані експериментальні криві розподілу потужності гальмівного рентгенівського випромінювання за довжинами хвиль, які отримані для різних значень  $U$ .

Існування короткохвильової межі є одним з підтвердження уявлення про випромінювання електромагнітних хвиль порціями  $h\nu$ . Дійсно, якщо випромінювання виникає завдяки енергії, що втрачається електроном при гальмуванні, то величина кванта  $h\nu$  не може перевищувати енергію електрона  $eU$ :

$$h\nu \leq eU.$$

Звідси випливає, що частота випромінювання не може перевищувати  $\nu_{\max} = eU / h$ , а, отже, довжина хвилі не може бути меншою ніж

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{hc}{eU}. \quad (15.1)$$

**Вимушене випромінювання.** Існує два види переходів атомів між енергетичними рівнями:

- спонтанні (мимовільні) переходи з вищих рівнів на нижчі;
- переходи, що відбуваються під дією випромінювання (вимушені або індуковані переходи).

Переходи першого виду приводять до спонтанного випромінювання атомами фотонів. Спонтанне випромінювання некогерентне. В цьому випадку атоми джерела випромінюють світло незалежно один від одного. Фази хвиль, що випускаються окремими атомами, їх поляризація і напрям розповсюдження ніяк не зв'язані між собою. Звичайні джерела світла – лампи розжарювання, газорозрядні трубки, люмінесцентні лампи та ін. – випромінюють некогерентне світло. У них свічення викликається або зіткненнями між атомами, що здійснюють тепловий рух, або електронними ударами. Світло, що випромінюється, характеризується більшим або меншим ступенем безладу.

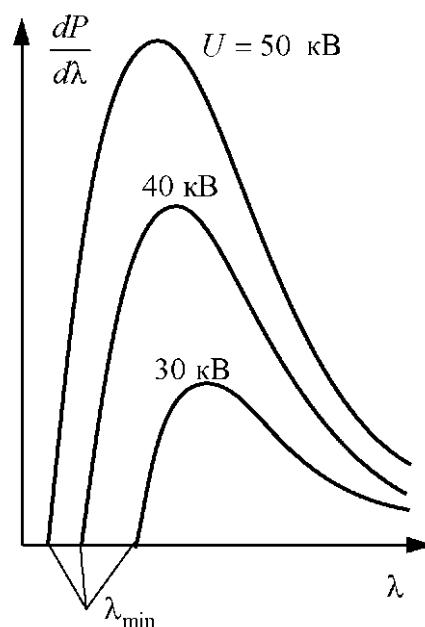


Рисунок 15.2

Вимушені переходи можуть з рівною імовірністю відбуватися як в одному, так і в іншому напрямі. Переходи з нижчих енергетичних рівнів на вищі супроводжуються поглинанням кванта світла атомом. Переходи з вищих рівнів на нижчі супроводжуються випромінюванням світла. Відповідно, це випромінювання називається вимушеним або індукованим.

Вимушене випромінювання за своїми властивостями абсолютно однакове з тим випромінюванням, яке викликає його появу. Новий фотон, що з'явився в результаті того, що атом речовини переходить із збудженого стану в основний під дією світла, нічим не відрізняється від фотона, що викликав його появу. З погляду хвильової оптики явище вимушеного випромінювання зводиться до збільшення інтенсивності електромагнітної хвилі, що проходить через речовину. При цьому частота хвилі, напрям її розповсюдження, фаза і поляризація хвилі залишаються незмінними. Вимушене випромінювання когерентне з тим світлом, що викликало його. Когерентність полягає в узгодженому протіканні в часі і просторі хвильових процесів.

Можна створити когерентне випромінюючі джерела світла, в яких різні атоми випромінюють хвилі узгоджено, тобто з однаковими частотами, фазами, поляризацією і напрямом розповсюдження. Вони називаються оптичними квантовими генераторами або лазерами. Слово «лазер» утворилося з перших букв повної англійської назви «Light amplification by stimulated emission of radiation», що в перекладі означає: посилення світла за допомогою індукованого випромінювання.

Лазер працює за принципом індукованого випромінювання. Припустимо, що на атом падає фотон з енергією  $h\nu = E_2 - E_1$ , де  $E_1$  і  $E_2$  - енергії будь-яких двох енергетичних рівнів атома. Якщо атом знаходиться на нижньому рівні  $E_1$ , то фотон може поглинутися. Якщо ж електрон знаходиться на верхньому рівні  $E_2$ , то може відбутися вимушений перехід на нижній рівень  $E_1$  з випусканням другого фотона. Замість одного падаючого фотона виходять два тотожні фотони. Ця особливість індукованого випромінювання і використовується в лазерах.

Розглянемо тепер не одиничний атом, а середовище з атомів. Позначимо через  $N_1$  і  $N_2$  числа електронів в одиниці об'єму на рівнях  $E_1$  і  $E_2$  відповідно. Припустимо, що в середовищі розповсюджується плоска монохроматична хвиля. Щоб при розповсюдженні в середовищі хвиля підсилювалася, необхідне виконання умови

$$N_2 > N_1, \quad (15.2)$$

де  $N_1$  і  $N_2$  – число атомів на кожному з рівнів  $E_1$  і  $E_2$ .

У звичайних умовах, коли середовище знаходиться в термодинамічній рівновазі  $N_2 < N_1$ , тобто на кожному верхньому рівні знаходиться менше атомів, чим на нижньому.

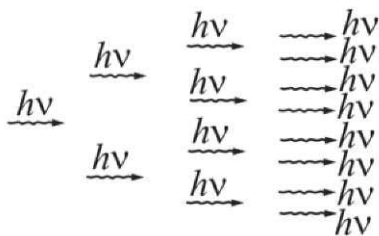


Рисунок 15.3

Можна штучно отримати термодинамічне нерівноважне середовище, у якого виконується співвідношення (15.2). Таке середовище називається активним або середовищем з інверсною заселеністю відносно енергетичних рівнів  $E_1$  і  $E_2$ .

Отже, для підсилення світлової хвилі необхідно, щоб середовище, в якому хвиля розповсюджується, було активним.

Підсилення світла в активному середовищі зазвичай порівнюють з наростанням лавини. Новий фотон, що з'явився в результаті індукованого випромінювання, підсилює світло, що проходить через середовище. Два фотони, що утворилися в одному акті вимушеного випромінювання, при зустрічі з двома атомами, що знаходяться у збудженому стані, переведуть їх із збудженого рівня на нижчий рівень, і в результаті цього з'являться чотири однакові фотони і так далі (рис. 15.3).



Рисунок 15.4

Індуковане випромінювання було використане для генерації когерентних світлових хвиль. Ідея цього вперше була висловлена в 1957 році О. М. Прохоровим

і М. Г. Басовим і незалежно від них Ч. Таунсом. Щоб активне середовище перетворити на генератор світлових коливань, треба здійснити зворотний зв'язок. Для цього необхідно, щоб частина випромінюваного світла весь час перебувала в зоні активного середовища і викликала вимушене випромінювання все нових і нових атомів. Для цього активне середовище поміщають між двома паралельними дзеркалами. Припустимо, наприклад, що воно є циліндром, а площини дзеркал  $S_1$  і  $S_2$  перпендикулярні до осі цього циліндра (рис. 15.4).

Промінь світла, зазнаючи багаторазових відбиттів від дзеркал  $S_1$  і  $S_2$ , багато разів проходить через активне середовище, підсилюючись при цьому в результаті вимушених переходів атомів з вищого енергетичного рівня  $E_2$  на нижчий рівень  $E_1$ . Виходить відкритий резонатор.

Такий резонатор буде не тільки підсилювати світло, але також колімувати і монохроматизувати його. Якщо дзеркала ідеальні, то промені, паралельні до осі циліндра, проходять через активне середовище туди і назад нескінченне число разів. Всі промені, що йдуть похило, врешті-решт, потрапляють на бічну стінку циліндра, де вони розсіюються або вийдуть назовні (рис. 15.5а). Тому зрозуміло, що максимально підсиляться промені, які поширюються паралельно осі циліндра (рис. 15.5 б і 15.5 в). Цим і

пояснюється колімація променів. При хороших відбиваючих поверхнях лазер дає дуже тонку, практично монохроматичну лінію.

У реальному лазері частина світла, щоб її можна було використовувати, повинна бути випущена з активного середовища назовні. З цією метою одне з дзеркал, наприклад  $S_2$ , робиться напівпрозорим (рис. 15.5 б).

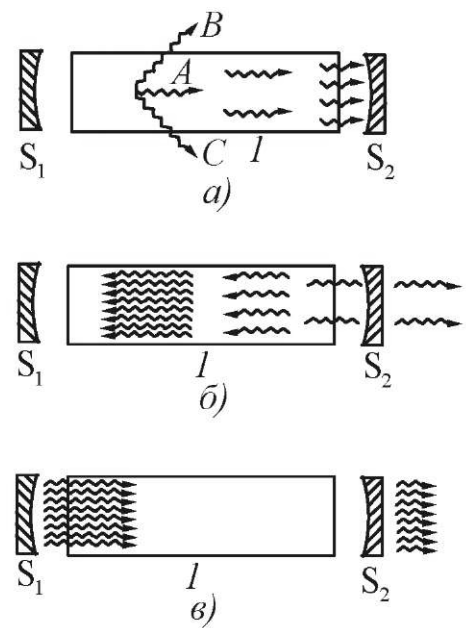


Рисунок 15.5

Крім того, і дзеркало  $S_1$  лише частково відбиває світло, хоча коефіцієнт відбиття його і близький до 100 %. Це приводить до ослаблення світлового пучка. Щоб лазер був генератором світла, необхідно, щоб підсилення світлового пучка в активному середовищі перевершувало деяке мінімальне (порогові) значення. Тому, повинна бути виконана наступна умова. Світловий пучок, що вийшов від  $S_1$ , після проходження туди і назад через активне середовище і відбиття від  $S_1$  повинен повернутися в початкове положення з не меншою інтенсивністю. Інакше в результаті послідовного повторення цих процесів інтенсивність пучка безперервно зменшуватиметься, і лазер перестане генерувати кванти світла. Тому для генерації недостатньо виконання простої нерівності (15.2). Вона повинна бути виконана з деяким запасом, тобто число атомів  $N_2$  на верхньому рівні в одиниці об'єму активного середовища повинне перевищувати деяке мінімальне (порогові) значення.

## **ТЕСТИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ РОЗДІЛУ «ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ»**

1. Вкажіть формулу для розрахунку довжини хвилі де Бройля

$$1) \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}; \quad 2) \lambda = \frac{h}{mc}; \quad 3) \lambda = \frac{h}{p}; \quad 4) \lambda = \frac{d \sin \varphi}{m}; \quad 5) \lambda = \frac{2d \sin \theta}{m}.$$

2. Вкажіть явища, в яких виявляється хвильова природа електрона:

- 1) дифракція електронів;
- 2) термоелектронна емісія;
- 3) фотоелектричний ефект;
- 4) ефект Комптона;
- 5) вторинна емісія електронів.

3. Результати дослідів Девіссона і Джермера підтверджують ...

- 1) хвильові властивості світла;
- 2) хвильову природу електронів;
- 3) корпускулярні властивості електронів;
- 4) квантовий характер поглинання світла.

4. Вкажіть формули, що виражають співвідношення невизначеностей Гейзенберга.

$$1) \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}; \quad 2) \Delta x = t_{\alpha, n} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}}; \quad 3) \Delta p = p \sin \varphi; \quad 4) \Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}.$$

5. Вкажіть, які висновки випливають із співвідношення невизначеностей Гейзенберга:

- 1) мікрочастинка не може мати одночасно цілком певних значень координати  $x$  і імпульсу  $p_x$ ;
- 2) чим точніше для мікрочастинки визначена одна з величин - координата  $x$  або імпульс  $p_x$ , - тим більше стає неточність у визначенні іншої;
- 3) мікрочастинка може мати одночасно цілком певні значення координати  $x$  і імпульсу  $p_x$ ;

4) мікрочастинка завжди має одночасно цілком точні значення координати і імпульсу.

6. Вкажіть неправильне твердження:

- 1) у основному стані атом може знаходитися скільки завгодно довго;
- 2) всі можливі стани атома - стаціонарні стани;
- 3) у збудженому стані атома відбувається випромінювання;
- 4) середній час життя збудженого стану атома порядку 10 с.

7. Для опису поведінки мікрочастинки не застосовні поняття ...

- 1) траєкторія руху; 2) координата; 3) енергія мікрочастинки;
- 4)  $\Psi$  - функція; 5) функція -  $|\Psi|^2 dV$ .

8. Імовірність знаходження мікрооб'єкту в даній точці простору визначає ...

- 1) траєкторія руху; 2) координата; 3) енергія мікрочастинки;
- 4)  $\Psi$  - функція; 5) функція -  $|\Psi|^2 dV$ .

9. Вкажіть правильний запис рівняння Шредінгера для стаціонарних станів.

$$1) \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}; \quad 2) \Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2};$$

$$3) \Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi; \quad 4) \xi(x, t) = a \cos(\omega t - kx).$$

10.  $\Psi$  - функція характеризує ...

- 1) значення координати мікрочастинки;
- 2) значення імпульсу мікрочастинки;
- 3) стан мікрочастинки в квантовій системі.

11. Квадрат модуля амплітуди хвильової функції  $|\psi|^2$  виражає ...

- 1) енергію частинки;
- 2) імовірність попадання фотона в дану точку простору;
- 3) амплітуду хвиль де Бройля для даної мікрочастинки;
- 4) густину ймовірності знаходження мікрооб'єкту в даній області простору;

5) імовірність знаходження мікрооб'єкту де-небудь в просторі.

12. Вкажіть правильну формулу для розрахунку умови нормування хвильової функції.

$$1) \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dV = 1; \quad 2) \frac{\partial^2 \psi}{dt^2} + \omega^2 \psi = 0 \quad 3) \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2};$$

$$4) \Delta x = t_{\alpha,n} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}}; \quad 5) \frac{\partial^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0.$$

13. Вкажіть правильний запис рівняння Шредінгера для стаціонарних станів атома водню.

$$1) \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}; \quad 2) \Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2};$$

$$3) \Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi; \quad 4) \Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0.$$

14. Енергія стаціонарного стану воднеподібного атома із зростанням головного квантового числа  $n$  зростає ...

$$1) \sim n; \quad 2) n^2; \quad 3) \sim 1/n^2; \quad 3) \text{ не змінюється.}$$

15. Вкажіть формулу, за якою розраховується повна енергія електрона в атомі водню на  $n$ -му енергетичному рівні.

$$1) E_n = -\frac{Rhc}{n^2}; \quad 2) E_n = \frac{m v_n^2}{2}; \quad 3) E_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}; \quad 4) E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2m l^2}.$$

16. Вкажіть, яке з наступних тверджень є принципом Паулі:

1) стан електрона в атомі характеризується набором чотирьох квантових чисел –  $n, l, m, m_s$ ;

2) у нормальному стані атома електрони повинні розташовуватися на найнижчих доступних для них енергетичних рівнях;

3) у одному і тому ж атомі (або в якій-небудь іншій квантовій системі) не може бути двох електронів, що мають однакову сукупність чотирьох квантових чисел, –  $n, l, m, m_s$ ;

4) У квантовій системі спочатку заповнюються стани з найменшою енергією.

17. Вкажіть, яка з фізичних величин, що квантується, в атомі водню визначається головним квантовим числом  $n$ .

- 1) власний момент імпульсу  $L_s$ ;
- 2) орбітальний момент імпульсу  $L_l$ ;
- 3) енергія електрона;
- 4) проекція вектора орбітального моменту імпульсу електрона  $L_{lz}$  на напрям магнітного поля;
- 5) проекція вектора власного моменту імпульсу електрона  $L_{sz}$  на напрям магнітного поля.

18. Вкажіть, яка з фізичних величин, що квантується, в атомі водню визначається орбітальним квантовим числом  $l$ :

- 1) власний момент імпульсу  $L_s$ ;
- 2) орбітальний момент імпульсу  $L_l$ ;
- 3) енергія електрона;
- 4) проекція вектора орбітального моменту імпульсу електрона  $L_{lz}$  на напрям магнітного поля;
- 5) проекція вектора власного моменту імпульсу електрона  $L_{sz}$  на напрям магнітного поля.

19. Вкажіть, яка з фізичних величин, що квантується, в атомі водню визначається магнітним квантовим числом  $m$ :

- 1) власний момент імпульсу  $L_s$ ;
- 2) орбітальний момент імпульсу  $L_l$ .
- 3) енергія електрона;
- 4) проекція вектора орбітального моменту імпульсу електрона  $L_{lz}$  на напрям магнітного поля;
- 5) проекція вектора власного моменту імпульсу електрона  $L_{sz}$  на напрям магнітного поля.

20. Головне квантове число  $n = 2$ . Орбітальне квантове число при цьому може прийняти значення ...

- 1)  $l = 0$ ; 2)  $l = 1$ ; 3)  $l = 2$ ; 4)  $l = 3$ ; 5)  $l = 4$ .

21. Вкажіть формулу, за якою визначається орбітальний момент імпульсу електрона.

1)  $L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}$ ; 2)  $L_{sz} = \hbar m_s$ ; 3)  $L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}$ ; 4)  $L_{lz} = \hbar m$ .

22. Вкажіть формулу, за якою визначається проекція вектора орбітального моменту імпульсу електрона на напрям магнітного поля.

1)  $L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}$ ; 2)  $L_{sz} = \hbar m_s$ ; 3)  $L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}$ ; 4)  $L_{lz} = \hbar m$ .

23. Орбітальне квантове число  $l = 2$ . Скільки орієнтацій в магнітному полі може приймати проекція вектора орбітального моменту імпульсу електрона?

1) 0; 2) 1; 3) 3; 4) 4; 5) 5; 6) 2.

24. Орбітальне квантове число  $l = 1$ . Магнітне квантове число  $m$  при цьому може прийняти значення .

1)  $\pm 1$ ; 2)  $\pm 2$ ; 3)  $\pm 3$ ; 4)  $\pm 4$ ; 5) 0.

25. Магнітне спінове число  $m_s$  атомі водню визначає ...

- 1) власний момент імпульсу  $L_s$ ;
- 2) орбітальний момент імпульсу  $L_l$ ;
- 3) енергію електрона;
- 4) проекцію вектора орбітального моменту імпульсу електрона  $L_{lz}$  на напрям магнітного поля;
- 5) проекцію вектора власного моменту імпульсу електрона  $L_{sz}$  на напрям магнітного поля.

26. Вкажіть формулу, за якою визначається власний момент імпульсу (спін) електрона.

1)  $L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}$ ; 2)  $L_{sz} = \hbar m_s$ ; 3)  $L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}$ ; 4)  $L_{lz} = \hbar m$ .

## КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Елементи квантової механіки»

| № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді |
|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|
| 1         | 3             | 7         | 1,2           | 13        | 4             | 19        | 4             | 25        | 5             |
| 2         | 1             | 8         | 5             | 14        | 3             | 20        | 1,2           | 26        | 1             |
| 3         | 2             | 9         | 3             | 15        | 1             | 21        | 3             |           |               |
| 4         | 1,4           | 10        | 3             | 16        | 3             | 22        | 4             |           |               |
| 5         | 1,2           | 11        | 4             | 17        | 3             | 23        | 5             |           |               |
| 6         | 2             | 12        | 1             | 18        | 2             | 24        | 1,5           |           |               |

## 16 ТВЕРДЕ ТІЛО В КВАНТОВІЙ МЕХАНІЦІ

Фізика твердого тіла, як наука, народилася на початку 20-го століття у зв'язку з розвитком атомної фізики. Вона займається головним чином вивченням фізичних властивостей і структури кристалічних твердих тіл.

**Будова твердих тіл.** Твердими називаються тіла, які мають постійні форму і об'єм. Розрізняють кристалічні і аморфні тіла.

Кристалічну будову мають переважна більшість твердих тіл в природі. Характерною межею кристалічного стану, що відрізняє його від рідкого і газоподібного станів, є наявність анізотропії. Анізотропія – це залежність ряду фізичних властивостей (механічних, теплових, електричних, оптичних) від напрямку.

Причиною анізотропії кристалів служить впорядковане розташування частинок (атомів, молекул), з яких вони побудовані. Впорядковане розташування частинок виявляється в правильному зовнішньому ограновуванні кристалів. Кристали обмежені плоскими гранями, які перетинаються під деякими, визначеними для даного роду кристалів, кутами. Розколювання кристалів легше відбувається за певними площинами, які називаються площинами спайності.

Правильність геометричної форми і анізотропія кристалів зазвичай не виявляються з тієї причини, що кристалічні тіла зустрічаються у вигляді полікристалів, тобто у вигляді безлічі зрощених між собою, безладно орієнтованих дрібних кристаликів. У полікристалах анізотропія спостерігається тільки в межах кожного окремо узятим кристала. Тіло ж у цілому унаслідок безладної орієнтації кристалів анізотропії не виявляє. Створивши спеціальні умови кристалізації з розплаву або розчину, можна отримати великі одиночні кристали - монокристали будь-якої речовини. Монокристали деяких мінералів зустрічаються в природі в природному стані.

Аморфними тілами (скло, бурштин та ін.) є переохолоджені рідини, які не мають чітко виражених властивостей кристалів, тобто є ізотропними.

**Енергетичні зони в кристалах.** Для окремих не взаємодіючих атомів рівняння Шредінгера розв'язане і результатом є ряд енергетичних рівнів (рис.16.1). Якщо розглядати процес об'єднання атомів і утворення твердого тіла або рідини то необхідно враховувати взаємодію між атомами – ядрами атомів та їхніми електронами.

При наближенні атомів починають перекриватися їх зовнішні електронні орбіти, які починають розширюватись і утворювати уже не один, а ряд дозволених близько розміщених рівнів утворюють зону. Таку зону називають дозволеною. А значення енергії, які не може набувати електрон у кристалі, називають забороненою зоною (рис.16.2).

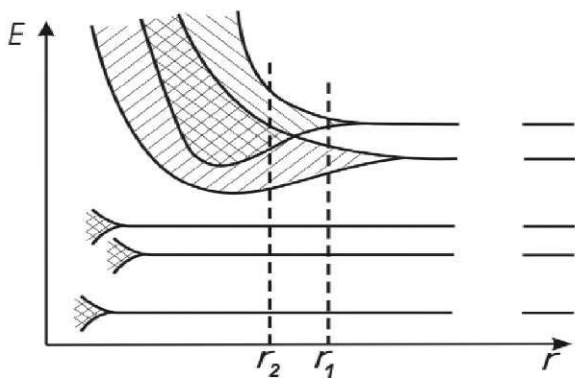


Рисунок 16.1

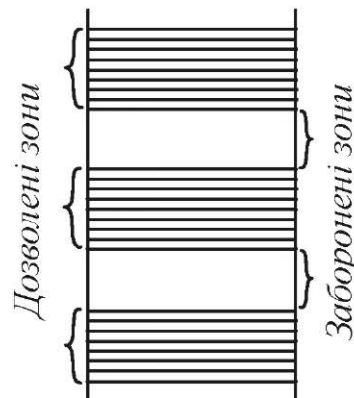


Рисунок 16.2

Таким чином, у кристалі зовнішні електрони – валентні електрони – колективізуються, тобто належать не одному атому, а твердому тілу.

Зовнішні електрони утворюють зв'язок між атомами. На сьогоднішній день відомо чотири види зв'язку: іонний, ковалентний, водневий, металічний.

Дозволені енергетичні зони в кристалах можуть бути по-різному заповнені електронами. Як правило, енергетичні зони внутрішніх оболонок заповнені повністю, тому електричні властивості твердих тіл пояснюються різним заповненням двох верхніх дозволених зон і шириною забороненої зони. Енергетична зона, заповнена валентними електронами, називається валентною

(рис. 16.3 ). Найближча до неї енергетична зона, не заповнена електронами, називається зоною провідності. Між валентною зоною і зоною провідності знаходиться заборонена зона.  $\Delta E$  – ширина забороненої зони:

$$\Delta E = E_c - E_v.$$

$E_c$  – дно зони провідності,  $E_v$  – вершина валентної зони.



Рисунок 16.3

Електрони у твердих тілах можуть переходити з однієї дозволеної зони в іншу. Для переходу електрона з валентної зони в зону провідності необхідно затратити енергію, яка дорівнює ширині забороненої зони, розташованої між ними (енергію порядку декілька еВ). Для

внутрішньозонних переходів досить передати енергію порядку 10 еВ.

Існування енергетичних зон дозволяє пояснити з єдиної точки зору розділення твердих тіл на провідники, напівпровідники і діелектрики (ізолятори). Залежно від ступеня заповнення валентної зони електронами і ширини забороненої зони можливі три випадки, зображені на рис. 16.4.

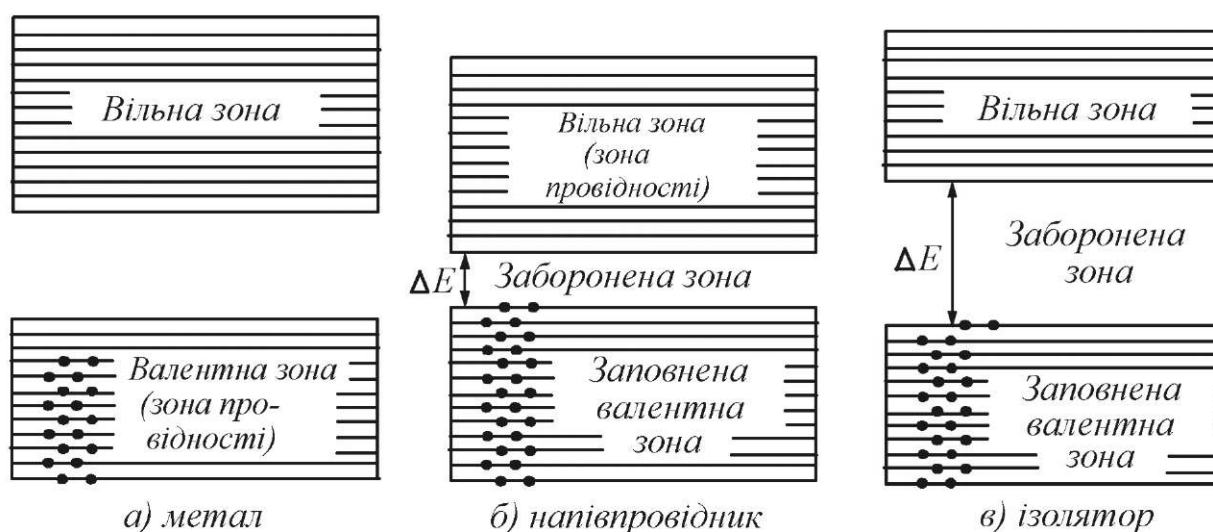


Рисунок 16.4

Для металів першого роду валентна зона і зона провідності перекриваються. Тоді навіть дуже малі зовнішні потенціали дозволяють електрону прискоритись і перейти в зону провідності – тому такі електрони є добрими провідниками. Представниками цього класу металів є Au, Ag. У металах другого роду (K, Na, Ca, Fe не повністю заповнена валентна зона, і між нею і зоною провідності є досить широка заборонена зона (рис. 16.4 а). Внаслідок неповної валентної зони, електрони під дією невеликого електричного поля прискорюються і набувають кінетичної енергії достатньої, щоб подолати заборонену зону і стати вільним. Також за рахунок теплової кінетичної енергії електрони долають заборонену зону.

На рис. 16.4 б наведена зонна картина для напівпровідників. Ширина забороненої зони менша ніж 3eV. За кімнатних температур середня кінетична енергія теплового руху становить 0,026eV. За її рахунок внаслідок тунельного ефекту невелика частина електронів переходить у зону провідності, а на місці відсутнього електрона буде квазічастинка – «дірка». При напругах 10-100 В напівпровідник внаслідок малої концентрації вільних носіїв заряду має великий питомий опір. При підвищенні температури до 50-100<sup>0</sup>C опір зменшується внаслідок появи теплових електронів. І значення питомого опору напівпровідника наближається до відповідного значення для металів.

Для діелектриків (ізоляторів) (рис. 16.4 в) зонна структура подібна до напівпровідників, з тою різницею, що заборонена зона набагато ширша (>4eV). Питомий опір діелектриків на 2-3 порядки більший як у напівпровідників. Діелектрики тим кращі чим більша ширина забороненої зони. Якщо діелектрик помістити в електричне поле, то підвищення напруги не приведе до зростання струму. Проте при певній граничній напрузі виникає ситуація коли енергія електричного поля достатня щоб перевести електрон у зону провідності. Тоді діелектрик стрибкоподібно переходить у провідний стан і не виконує своїх функцій. Виникає пробій діелектрика, а напруга при якій відбувається пробій назива-

ється напругою пробою.

Температура при якій діелектрик переходить у провідний стан становить 100-1000<sup>0</sup>С. При даній температурі енергія теплового руху вузлів ґратки стає настільки великою, що під дією зовнішнього електричного поля вони можуть переміщатися. Отже носіями заряду у діелектриках є електрони та іони.

**Провідність металів.** Вільними носіями заряду в металах є електрони. Які під дією зовнішнього електричного поля рухаються в просторі між вузлами кристалічної ґратки. Якби метал складався з одного великого кристалу, то властивості його залежали б від вибору напрямку.

З електрики відомо закон Ома в диференціальній формі:

$$j = \gamma E, \quad (16.1)$$

де  $j$  – густина струму,  $\gamma$  – питома провідність ( $\gamma = 1/\rho$ ),  $E$  – напруженість електричного поля. Залежність питомого опору від температури:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T). \quad (16.2)$$

У 1911 р. відкрите явище надпровідності металів у ртуті при пониженні температури до 3 К. Питомий опір сачкоподібно зменшується до нуля. Теоретичне обґрунтування цього явища було дано в 1957р. Шілером та Купером на основі квантово-механічних ефектів. А саме, було встановлено, що при пониженні температури два електрони об'єднуються в одну частинку – куперівську пару, і рухаються у міжвузлі не зазнаючи впливу – тобто майже без опору.

**Власна провідність напівпровідників.** Типовими напівпровідниками є елементи четвертої групи періодичної системи Менделєєва германій і кремній. Вони утворюють ґрати типу алмазу, в якій кожен атом зв'язаний ковалентними зв'язками з чотирма рівновіддаленими від нього сусідами. Умовно таке взаємне розташування атомів можна представити у вигляді плоскої структури, зображеної на рис. 16.5. Кружки із знаком «+» позначають позитивно заряджені атомні залишки (тобто ту частину атома, яка

залишається після видалення валентних електронів), кружки із знаком «-» – валентні електрони, подвійні лінії ковалентні зв'язки.

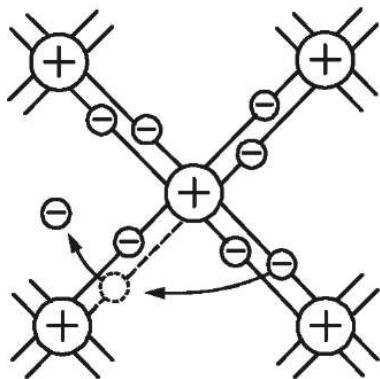


Рисунок 16.5

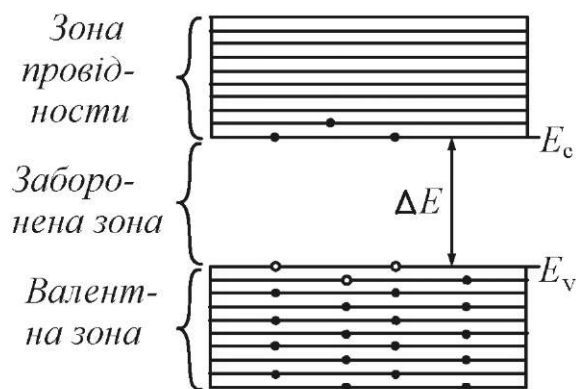


Рисунок 16.6

При температурі порядку  $T \approx 250 \div 300$  К тепловий рух може розірвати окремі пари, звільнивши один електрон. Покинуте електроном місце перестає бути нейтральним, поблизу нього виникає надмірний позитивний заряд  $+e$  – утворюється дірка (на рис. 16.5 – пунктирний кружок). На це місце може перескочити сусідній електрон. В результаті дірка починає також мандрувати по кристалу, як і вільний електрон.

Якщо зовнішнє електричне поле відсутнє, то електрони провідності і дірки рухаються хаотично. При включенні поля на хаотичний рух накладається впорядкований рух: електронів проти поля і дірок у напрямі поля. Обидва рухи дірок і електронів приводять до перенесення заряду уздовж кристала. Отже, власна електропровідність зумовлюється носіями заряду двох знаків: негативними електронами і позитивними дірками.

З погляду зонної теорії твердих тіл власна провідність виникає в результаті переходу електронів з верхніх рівнів валентної зони в зону провідності (рис. 16.6) При цьому в зоні провідності з'являється деяке число носіїв струму – електронів, що займають рівні поблизу дна зони. Одночасно у валентній зоні звільняється таке ж число місць на верхніх рівнях, внаслідок чого з'являються дірки.

У власних напівпровідників кількість електронів, що перейшли в зону провідності, буде дорівнювати кількості дірок, що утворилися у валентній зоні. Питома провідність  $\sigma$  пропорційна концентрації носіїв струму і їх рухливості:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (16.3)$$

де  $n$  і  $p$  – концентрації електронів і дірок відповідно;

$\mu_n$  – рухливість електронів провідності;

$\mu_p$  – рухливість дірок.

Рухливість – відношення середньої швидкості  $V$  направленого руху носіїв струму до напруженості  $E$  електричного поля, що викликало цей рух.

Для власних напівпровідників концентрація електронів дорівнює концентрації дірок ( $n = p$ ), тому

$$\sigma = en(\mu_n + \mu_p). \quad (16.4)$$

Електропровідність власних напівпровідників швидко росте з температурою  $T$ , змінюючись згідно із законом

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (16.5)$$

де  $\Delta E$  – ширина забороненої зони;

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – стала Больцмана;

$\sigma_0$  – величина, визначувана властивостями конкретного матеріалу, слабо змінюється з температурою.

Концентрація вільних носіїв заряду визначає опір. Опір напівпровідників в широкому інтервалі температур змінюється згідно із законом:

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (16.6)$$

де  $R_0$  – величина, визначувана властивостями конкретного матеріалу, слабо змінюється з температурою. Її можна вважати константою для даного напівпровідника (не можна говорити, що це початковий опір або опір при нулі температури). Графік залежності температури від опору  $R = f(T)$  наведений на рис. 16.7.

Зміну опору напівпровідника із зміною температури характеризують температурним коефіцієнтом опору. Температурний коефіцієнт опору – це величина, що чисельно дорівнює відносній зміні опору провідника при зміні його температури на 1К:

$$\alpha_T = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}. \quad (16.7)$$

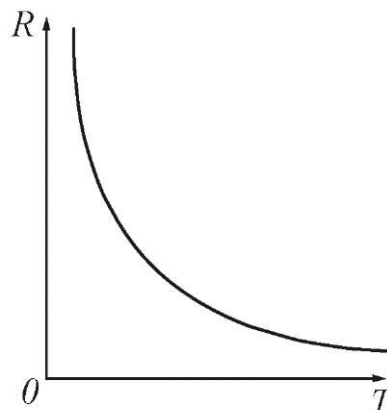


Рисунок 16.7

Для власних напівпровідників з (16.6) і (16.7) можна отримати:

$$\alpha_T = -\frac{\Delta E}{2kT^2}. \quad (16.8)$$

З (16.8) випливає, що для власних напівпровідників  $\alpha_T < 0$  і модуль її спадає із зростанням температури.

**Домішкова провідність напівпровідників** виникає, якщо деякі атоми даного напівпровідника замінити у вузлах кристалічної ґратки атомами, валентність яких відрізняється на одиницю від валентності основних атомів. На рис. 16.8 а умовно зображені ґратки германію з домішкою п'ятивалентних атомів фосфору. Для утворення ковалентних зв'язків з сусідами атому фосфору досить чотири електрони. Отже, п'ятий валентний електрон виявляється, ніби, зайвим і легко відщеплюється від атома за рахунок енергії теплового руху, утворюючи мандруючий вільний електрон.

На відміну від власного, в домішковому напівпровіднику утворення вільного електрона не супроводжується порушенням ковалентних зв'язків, тобто утворенням дірки. Поблизу атома домішки виникає надмірний позитивний заряд, але він пов'язаний з цим атомом і не може переміщатися по об'єму. Завдяки цьому заряду атом домішки може захопити електрон, що наблизився до нього, але зв'язок захопленого електрона з атомом буде слабкими і легко руйнується знов за рахунок теплових коливань ґратки.

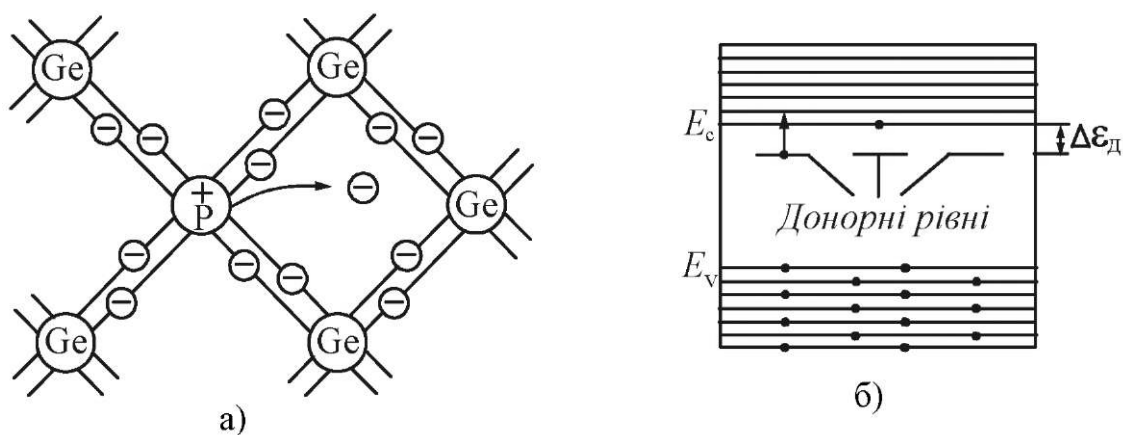


Рисунок 16.8

Таким чином, в напівпровіднику з домішкою, валентність якої на одиницю більше валентності основних атомів, є тільки один вид вільних носіїв струму - електрони. Відповідно говорять, що такий напівпровідник має електронну провідність або є напівпровідником *n*-типа (від слова negative – негативний). Атоми домішки, що спричиняють електрони провідності, називаються донорами.

Домішки спотворюють поле ґратки. Це приводить до виникнення на енергетичній схемі домішкових рівнів, розташованих в забороненій зоні кристала. У разі напівпровідників *n*-типу домішкові рівні називаються донорними (рис. 16.8 б). На схемі  $\Delta\epsilon_d$  – різниця енергій донорного рівня і дна зони провідності (енергія активації донорних домішок).

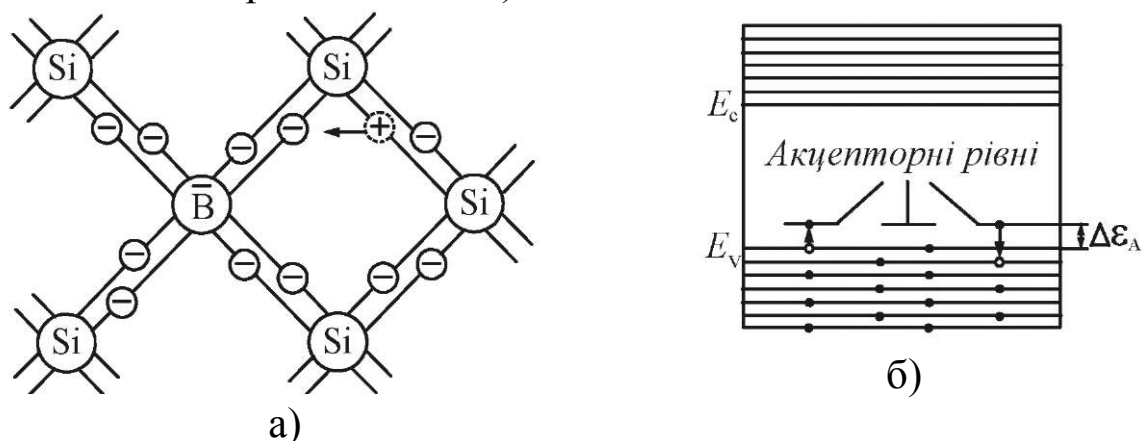


Рисунок 16.9

Якщо енергія активації значно менше, ніж ширина забороненої зони ( $\Delta\varepsilon_d \ll \Delta E$ ), то енергії теплового руху навіть при низьких температурах виявляється достатньою для того, щоб перевести електрон з донорного рівня в зону провідності (рис. 16.8 б). Цьому процесу відповідає відщеплення п'ятого валентного електрона від атома домішки.

Розглянемо випадок, коли валентність домішки на одиницю менше валентності основних атомів. На рис. 16.9 а умовно зображені ґратки кремнію з домішкою тривалентних атомів бору.

Трьох валентних електронів атома бору недостатньо для утворення зв'язків зі всіма чотирма сусідами. Тому один із зв'язків виявиться не укомплектованим, і буде вакансія для електрона. При переході на це місце електрона в одній з сусідніх пар виникає дірка, яка мандруватиме по кристалу. Поблизу атома домішки виникає надмірний негативний заряд, але він буде пов'язаний з даним атомом і не може стати носієм струму.

Таким чином, в напівпровіднику з домішкою, валентність якої на одиницю менше валентності основних атомів, виникають носії тільки одного виду - дірки. Провідність в цьому випадку називається дірковою, а про напівпровідник говорять, що він відноситься до *p*-типу (від слова positive - позитивний). Домішки, що викликають виникнення дірок, називаються акцепторними.

На енергетичній діаграмі виникають домішкові рівні, які називаються акцепторними (рис. 16.9 б). На схемі  $\Delta\varepsilon_d$  - різниця енергій стелі валентної зони і акцепторного рівня (енергія активації акцепторних домішок). Акцепторні рівні істотно впливають на електричні властивості кристала в тому випадку, якщо вони розташовані неподалік від вершини валентної зони, тобто якщо  $\Delta\varepsilon_d \ll \Delta E$  (рис. 16.9 б). Утворенню дірки відповідає перехід електрона з валентної зони на акцепторний рівень.

Електронний характер провідності напівпровідників *p*-типу і дірковий характер провідності напівпровідників *p*-типу підтверджується експериментально при дослідженні ефекту Холла. Спостережуваний знак холловської різниці потенціалів співпадає із знаком носіїв струму.

## **ТЕСТИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «ОСНОВИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА»**

1. Які умови з погляду зонної теорії є необхідними і достатніми для появи у тіл високої електропровідності? Наявність:
  - 1) вільних електронів, здатних переміщатися по кристалу;
  - 2) частково заповненої зони провідності;
  - 3) повністю заповнених зон;
  - 4) зв'язаних електронів;
  - 5) заборонених зон.
2. Які речовини за шириною забороненої зони  $\Delta E$  слід віднести до діелектриків?
  - 1) Алмаз  $C$  ( $\Delta E = 5,2\text{eV}$ ); 2) Арсенід галію  $GaAs$  ( $\Delta E = 1,43\text{eV}$ );
  - 3) Кремній  $Si$  ( $\Delta E = 1,08\text{eV}$ ); 4) Нітрид бору ( $\Delta E = -4,6\text{eV}$ );
  - 5) Германій  $Ge$  ( $\Delta E = 0,66\text{eV}$ ).
3. Які речовини за шириною забороненої зони  $\Delta E$  слід віднести до напівпровідників?
  - 1) Алмаз  $C$  ( $\Delta E = 5,2\text{eV}$ ); 2) Арсенід галію  $GaAs$  ( $\Delta E = 1,43\text{eV}$ );
  - 3) Кремній  $Si$  ( $\Delta E = 1,08\text{eV}$ ); 4) Нітрид бору ( $\Delta E = -4,6\text{eV}$ );
  - 5) Германій  $Ge$  ( $\Delta E = 0,66\text{eV}$ ).
4. Які напівпровідники володіють власною провідністю?
  - 1) Напівпровідники, що містять акцепторні домішки.
  - 2) Напівпровідники, що містять донорні домішки.
  - 3) Хімічно чисті напівпровідники при абсолютному нулі.
  - 4) Хімічно чисті напівпровідники при  $T > 0\text{K}$ .
  - 5) Напівпровідники, що містять акцепторні і донорні домішки.
5. Чим може бути обумовлена наявність провідності у власних напівпровідників?
  - 1) Збудженням шляхом нагрівання.
  - 2) Збудженням шляхом опромінювання електромагнітними хвилями (світлом).
  - 3) Наявністю донорних домішок.
  - 4) Наявністю акцепторних домішок.

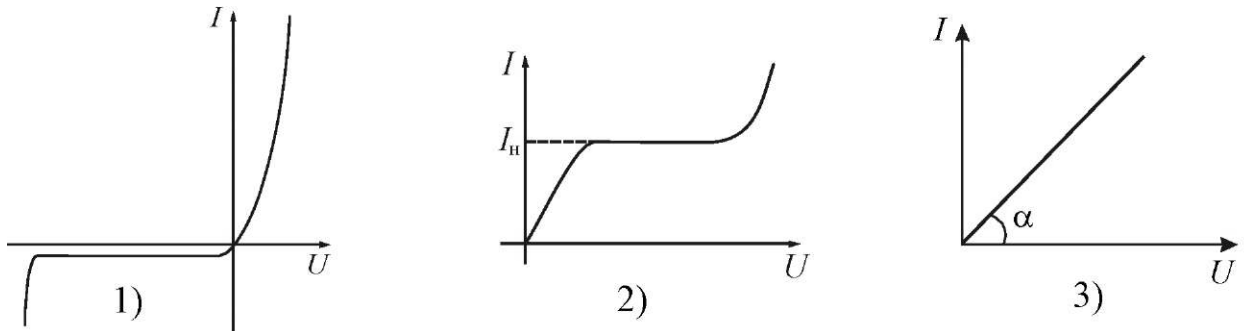
6. У яких напівпровідників переважає електронний тип провідності?
- 1) У напівпровідників, що містять акцепторні домішки.
  - 2) У напівпровідників, що містять донорні домішки.
  - 3) У хімічно чистих напівпровідників при абсолютному нулі.
  - 4) У хімічно чистих напівпровідників при  $T > 0$  К.
  - 5) У напівпровідників, що містять акцепторні і донорні домішки.
7. Чим може бути обумовлене наявність провідності у напівпровідників  $n$ -типа?
- 1) Збудженням шляхом нагрівання.
  - 2) Збудженням шляхом опромінювання електромагнітними хвилями (світлом).
  - 3) Наявністю донорних домішок.
  - 4) Наявністю акцепторних домішок.
8. У яких напівпровідників переважає дірковий тип провідності?
- 1) У напівпровідників, що містять акцепторні домішки.
  - 2) У напівпровідників, що містять донорні домішки.
  - 3) У хімічно чистих напівпровідників при абсолютному нулі.
  - 4) У хімічно чистих напівпровідників при  $T > 0$  К.
  - 5) У напівпровідників, що містять акцепторні і донорні домішки.
9. Чим може бути обумовлене наявність провідності у напівпровідників  $p$ -типа?
- 1) Збудженням шляхом нагрівання.
  - 2) Збудженням шляхом опромінювання електромагнітними хвилями (світлом).
  - 3) Наявністю донорних домішок.
  - 4) Наявністю акцепторних домішок.
10. За якою формулою можна визначити залежність власної провідності напівпровідників від температури?
- $$1) \sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}; \quad 2) \sigma = \sigma_0 e^{+\frac{\Delta E}{2kT}}; \quad 3) \sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} + \sigma_0 e^{-\frac{E_n}{2kT}}.$$
11. Яка формула визначає залежність опору від температури для власних напівпровідників?

$$1) R = R_0(1 + \alpha t); \quad 2) R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}; \quad 3) R = R_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}.$$

12. Яка формула визначає залежність провідності домішкових напівпровідників від температури?

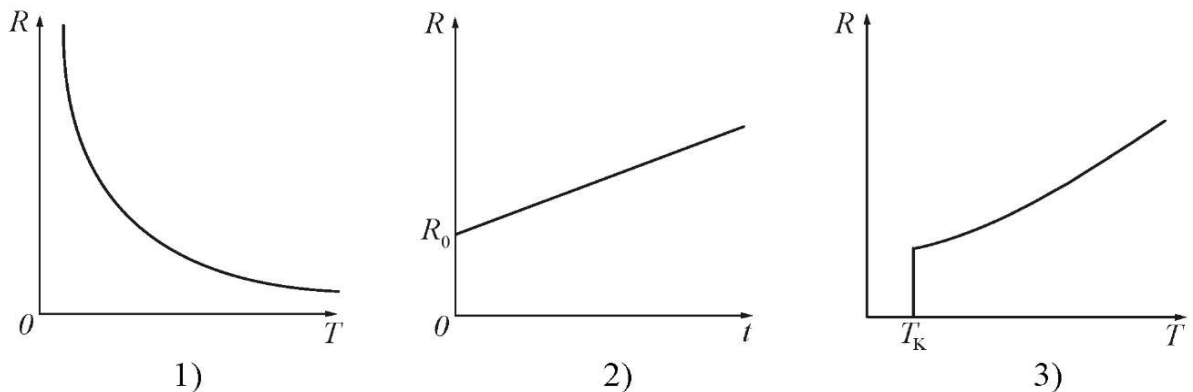
$$1) \sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}; \quad 2) \sigma = \sigma_0 e^{+\frac{\Delta E}{2kT}}; \quad 3) \sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} + \sigma_0 e^{-\frac{E_n}{2kT}}.$$

13. Який з вказаних на рисунку графіків є вольт-амперна характеристикою напівпровідникового діода?



14. Який з вказаних на рисунку графіків є вольт-амперна характеристикою провідника?

15. Який з вказаних на рисунку графіків показує залежність опору напівпровідників від температури?



### КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Основи фізики твердого тіла»

| № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді | № питання | Код відповіді |
|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|
| 1         | 2             | 6         | 2             | 11        | 2             |
| 2         | 1,4           | 7         | 3             | 12        | 3             |
| 3         | 2,3,5         | 8         | 1             | 13        | 1             |
| 4         | 4             | 9         | 4             | 14        | 3             |
| 5         | 1,2           | 10        | 1             | 15        | 1             |

## 17 АТОМНЕ ЯДРО

Ядерна фізика – це розділ фізики, в якому вивчають структуру і властивості атомних ядер і їх перетворення: процеси радіоактивного розпаду і ядерні реакції.

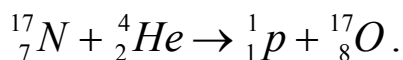
Ядерна фізика виникла до встановлення факту існування атомного ядра, її вік можна обчислювати з часу відкриття радіоактивності. Арсенал експериментальних засобів ядерної фізики складають прискорювачі заряджених частинок, ядерні реактори, які є могутніми джерелами нейтронів, детектори частинок. На сьогодні арсенал науковців збільшився і в нашому розпорядженні є Великий адронний колаєдр. Безліч даних, що отримуються в одному досліді, вимагають використання ЕОМ, що сполучаються безпосередньо з реєструючою апаратурою.

**Атомне ядро. Склад ядра.** Ядро – це центральна частина атома, в якій зосереджена практично вся маса атома і його позитивний електричний заряд. До складу ядра входять два види частинок:

протони ( ${}^1_1p$ );

нейтрони ( ${}^1_0n$ ).

Протон має позитивний заряд, рівний за величиною заряду електрона:  $q = +e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Маса протона  $m_p = 1,00728$  а.о.м.  $\approx 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг. Протон вперше отриманий Резерфордом в результаті ядерної реакції:



Протон – стабільна частинка, тенденції до розпаду немає (період напіврозпаду  $T_{1/2} = 10^{30}$  с).

Нейтрон не має заряду, тобто  $q=0$ . Маса нейтрона  $m_n = 1,00866$  а.о.м.  $\approx 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг. Відкритий в 1932 році Чедвіком при здійсненні реакції:  ${}^9_4Be + {}^4_2He \rightarrow {}^1_0n + {}^{12}_6C$ .

У вільному стані нейтрон зазнає радіоактивного розпаду з періодом напіврозпаду  $T_{1/2}=12,6$  хв.

У ядерній фізиці вважається, що протон і нейтрон – це два зарядові стани однієї частинки, яка називається нуклоном. Протон – протонний стан нуклона із зарядом  $+e$ ; нейтрон – нейтронний стан нуклона з нульовим електричним зарядом.

Основними характеристиками ядра є його заряд і маса. Зарядом ядра називається величина  $Z \cdot e$ , де  $e$  – величина заряду протона,  $Z$  – порядковий номер хімічного елементу в періодичній системі елементів Менделєєва. Порядковий номер  $Z$  співпадає з числом протонів в ядрі. В даний час відомі ядра з  $Z$  від  $Z=1$  до  $Z=107$ . Елементи з  $Z$  від 1 до 92, окрім Тс (технецію) з  $Z = 43$  і Рм (прометію) з  $Z=61$ , зустрічаються в природі, елементи з  $Z$  від 93 до 107 отримані штучним шляхом. Їх називають трансурановими елементами. Рн (плутоній),  $Z = 94$ , виявлений в природі в дуже незначних кількостях в природному мінералі – смолянній обманці.

Маса атомного ядра практично співпадає з масою всього атома, оскільки маса електронів дуже маленька. Нагадаємо, що маса електрона в 1836 разів менше маси протона.

$A$  – масове число ядра – ціле число, найближче до атомної маси, вираженої в а.о.м. Воно визначає число нуклонів, тобто загальне число протонів і нейтронів в ядрі:  $A = N + Z$ . Тоді число нейтронів становить:

$$N = (A - Z) \quad (17.1)$$

Ядра позначаються тим же символом, що і нейтральний атом:

$${}^A_Z X \quad \text{або} \quad {}_Z X^A,$$

де  $X$  – символ хімічного елементу.

Маси атомів виміряні з великою точністю за допомогою мас-спектрометрії – метод вимірювання радіусу кривизни треку руху ядра в магнітному полі. При вимірюваннях були виявлені ізотопи і ізобари.

Ізотопи – ядра, що мають однаковий порядковий номер  $Z$ , але різне масове число  $A$ . Водень має 3 ізотопи:  ${}^1_1H$  – протій,  ${}^2_1H$  – дейтерій, які є стабільними і  ${}^3_1H$  – тритій – радіоактивний. Ки-

сень має 3 ізотопи:  $^{16}_8\text{O}$ ,  $^{17}_8\text{O}$ ,  $^{18}_8\text{O}$ . В більшості випадків ізотопи мають однакові фізичні властивості (виняток є водень Н), оскільки вони визначаються в основному структурою електронних оболонок, а вона у ізотопів однакова. У природі зустрічається 300 стійких ізотопів хімічних елементів і є близько 1000 штучних (радіоактивних) ізотопів.

Ізобари - ядра, що мають однакове масове число  $A$ , але різний порядковий номер  $Z$ . Наприклад, ізобари берилія:  $^{10}_4\text{Be}$ ,  $^{10}_5\text{B}$ ,  $^{10}_6\text{C}$ . Ізобари в основному зустрічаються серед важких ядер.

Ізотони – ядра, що містять однакову кількість нейтронів.

Ядро є системою частинок, що підпорядковуються законам квантової механіки отже, співвідношенню невизначеностей Гейзенберга. Внаслідок цього розміри області, в якій можуть знаходитися ядерні частинки, можуть бути задані лише з точністю, що допускається цим співвідношенням. У першому наближенні ядро вважається кулею, радіус якої визначається емпіричною формулою:

$$R = R_0 \sqrt[3]{A}, \quad (17.2)$$

де  $A$  – масове число.

Величину  $R_0 = (1,3 \div 1,7) \cdot 10^{-15}$  м можна тлумачити як пропорційність об'єму ядра числу нуклонів. У ядерній фізиці прийнята наступна одиниця вимірювання розмірів:  $10^{-15}$  м = 1 Ф (фермі).

Об'єм ядра пропорційний числу нуклонів, тобто щільність ядерної речовини приблизно однакова ( $\sim 10^{17}$  кг / м<sup>3</sup>). Дуже висока щільність говорить про виключно високу інтенсивність ядерної взаємодії.

**Властивості ядерних сил.** Ядерна взаємодія між нуклонами називається сильною взаємодією. Її можна описати за допомогою поля ядерних сил, які не зводяться ні до одного з раніше розглянутих типів сил. Перерахуємо відмінні особливості цих сил.

1. Ядерні сили – це сили притягання. Вони не мають електричного походження, діють на відстанях  $\sim 4,2$  фермі, тому їх називають короткодійними.

2. Ядерні сили є зарядово незалежними, тобто ядерна взаємодія двох нуклонів не залежить від того, мають чи ні електричний заряд обидва нуклони.
3. Ядерні сили не є центральними. Вони залежать не тільки від відстані між нуклонами, але від орієнтації їх спінів.
4. Для ядерних сил характерне насичення. Насичення виявляється в тому, що нуклон взаємодіє не з рештою всіх нуклонів ядра, а лише з деякими найближчими сусідами.
5. Ядерні сили мають обмінний характер. Вважається, що взаємодія між двома частинками здійснюється завдяки обміну третьою частинкою. У 1935 році Юкава і Тамм виявили, що ці частинки мають масу спокою  $m_0 = 200m_{0_e}$ ,  $m_{0_e}$  – маса спокою електрона. Назвали ці частинки  $\pi$ -мезонами або піонами.

**Дефект маси ядра. Енергія зв'язку.** Надзвичайно точні мас-спектрометричні вимірювання показали, що маса ядра менша, ніж сума мас складових його нуклонів.

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}. \quad (17.3)$$

Величина  $\Delta m$  називається дефектом маси. У довідкових таблицях приводяться маси атомів, а не ядер, тому виразимо дефект маси через масу атома:

$$\begin{aligned} \Delta m &= Zm_p + (A - Z)m_n - m_a + Zm_e = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - m_a = \\ &= Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_a, \end{aligned}$$

оскільки протон і електрон в сумі дають масу атом водню:

$$m_p + m_e = m_{\text{H}}.$$

Таким чином

$$\Delta m = Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_a. \quad (17.4)$$

Всякій зміні маси повинна відповідати зміна енергії, тобто при утворенні ядра повинна виділятися певна енергія. І навпаки – для ділення ядра на нуклони необхідно витратити таку ж кількість енергії, яка виділяється при його утворенні.

Енергія зв'язку ядра  $E_{\text{зв}}$  – енергія, яку необхідно витратити, щоб розщепити ядро на окремі нуклони. Енергія зв'язку:

$$E_{зв} = \Delta mc^2 = (Zm_p + (A - Z)m_n - m_{я}) \cdot c^2,$$

$$\text{Або} \quad E_{зв} = (Zm_{^1_1H} + (A - Z)m_n - m_a) \cdot c^2 \quad (17.5)$$

де  $c$  – швидкість світла.

Якщо маси виразити в а.о.м., то енергія зв'язку обчислюється за формулою:

$$E_{зв} = 931,5 \Delta m \text{ (MeV)}, \quad (17.6)$$

оскільки одній атомній одиниці маси відповідає атомна одиниця енергії  $c^2 \cdot 1 \text{ а.о.м.} = 9 \cdot 10^{16} \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 1,491 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} = 931,5 \text{ MeV}$

Питома енергія зв'язку  $\varepsilon_{пит}$  – енергія зв'язку, що припадає на один нуклон. Вона характеризує стійкість (міцність) атомних ядер.

$$\varepsilon_{пит} = \frac{E_{зв}}{A}. \quad (17.7)$$

Чим більша питома енергія зв'язку, тим стійкіше ядро. Залежність питомої енергії зв'язку від масового числа приведена на

рис. 17.1. Для більшості елементів  $\varepsilon_{пит} \approx 8 \frac{\text{MeV}}{\text{нуклон}}$  Для порівнян-

ня: енергія зв'язку валентних електронів  $\sim 10 \text{ eV}$  (у  $10^6$  разів менше).

Найбільш стійкими є ядра середньої частини таблиці. Легкі або важкі ядра менш стійкі, тобто енергетично вигідні наступні процеси:

1. Ділення важких ядер на легші (реакція ділення). Реакції ділення лежать в основі роботи ядерних реакторів і ядерної бомби.

2. Злиття легких ядер у важчі (вимагають температури  $\sim 10^8 \text{ K}$ , тому їх називають термоядерними). Відбуваються в надрах Сонця і зірок. Некеровані термоядерні реакції відбуваються при вибуху водневої бомби.

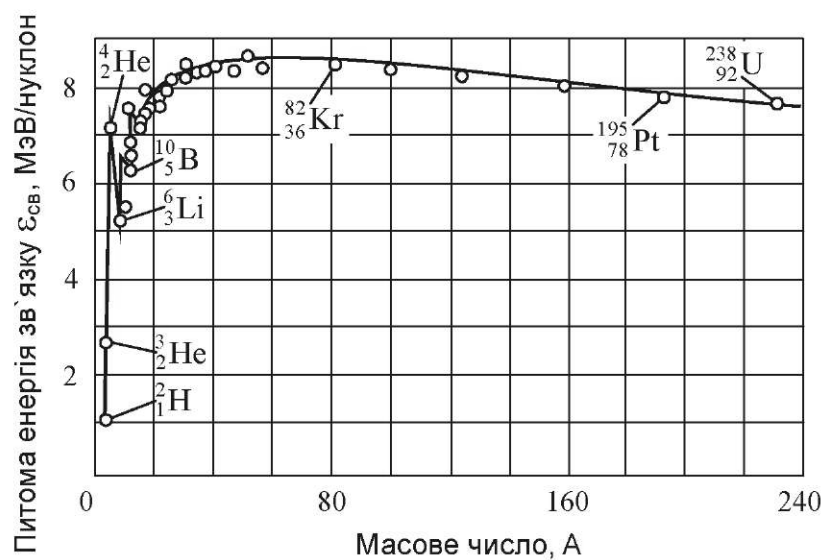


Рисунок 17.1

Це пояснюється тим що енергія виділяється при таких ядерних реакціях, при яких питома енергія зв'язку продуктів реакції перевищувати-ме питому енергію зв'язку вихідних ядер.

## 18 ЯДЕРНІ РЕАКЦІЇ

Ядерні реакції – це перетворення атомних ядер при їх взаємодії з елементарними частинками (у тому числі і з  $\gamma$ -квантами) або одного з одним.

Символічно ядерні реакції записуються в наступному вигляді:

$$X + \alpha \rightarrow Y + \beta \text{ або } X(\alpha, \beta)Y, \quad (18.1)$$

де  $X$  і  $Y$  – вихідне і кінцеве ядра;  $\alpha$  і  $\beta$  – частинка, яка бомбардує і частинка що випускається в ядерній реакції.

У будь-якій ядерній реакції виконуються закони збереження електричних зарядів і масових чисел:

Сума зарядів ядер і частинок, які вступають в ядерну реакцію, дорівнює сумі зарядів продуктів реакції (ядер і частинок).

Сума масових чисел ядер і частинок, які вступають в ядерну реакцію, дорівнює сумі масових чисел продуктів реакції (ядер і частинок).

Ядерна реакція характеризується енергією ядерної реакції що дорівнює різниці енергій кінцевої і вихідної пар в реакції:

$$Q = \left( \sum m_i - \sum m_k \right) \cdot c^2 \quad (18.2)$$

де  $\sum m_i$  – сума мас частинок до реакції;

$\sum m_k$  – сума мас частинок після реакції. Ядерні реакції можуть бути:

а) екзотермічними (з виділенням тепла), при цьому

$$\sum m_i > \sum m_k \quad (Q > 0);$$

б) ендотермічними (з поглинанням тепла), при цьому

$$\sum m_i < \sum m_k \quad (Q < 0).$$

Якщо маси виразити в а.о.м., то енергія ядерної реакції обчислюється в МеВ (мегаелектрон-вольтах) за формулою:

$$Q = 931,5 \left( \sum m_i - \sum m_k \right) \quad (Q > 0) \quad (18.3)$$

**Радіоактивність.** Радіоактивність – явище спонтанного

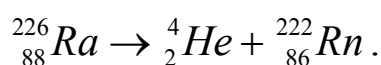
(мимовільного) розпаду ядер, при якому утворюється нове ядро, і випускаються частинки.

Ядро, яке розпадається, називається материнським, виникаюче ядро називається дочірнім.

**Природна радіоактивність** спостерігається в основному у важких ядер, які розташовуються в періодичній системі Менделєєва після свинцю. Відкрито явище Анрі Беккерелем в 1896 р.

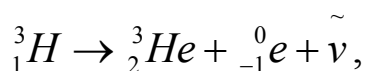
Залежно від того, яка частинка випускається, розрізняють наступні види розпаду:

$\alpha$ -розпад – випускання  $\alpha$ -частинки, тобто ядер гелію  ${}^4_2\text{He}$ :

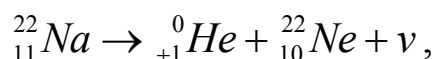


$\beta$ -розпад – випускання:

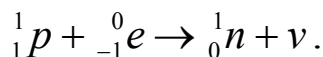
а) електронів –  $e^-$  ( $\beta^-$ -розпад)



б) позитронів –  $e^+$  ( $\beta^+$ -розпад)



в) К-захоплення (електронне захоплення). Перетворення протона на нейтрон йде за схемою

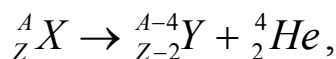


Електронне захоплення полягає в тому, що один з електронів на найближчому до ядра К-шарі атома захоплюється ядром.

Тут  $\bar{\nu}$  і  $\nu$  – електронні нейтрино і антинейтрино.

Гамма-випромінювання ( $\gamma$ -випромінювання) – це жорстке електромагнітне випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda = 10^{-10}$  м. Має велику проникаючу здатність, оскільки енергія квантів  $\varepsilon \geq 10^4$  еВ.

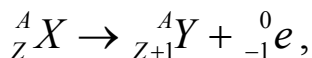
При аналізі результатів радіоактивних розпадів дослідним шляхом були відкриті правила зміщення (правила Фаянса і Содді). при  $\alpha$ -розпаді:



$\alpha$ -розпад зменшує масове число на 4, а зарядове на 2, тобто

дочірній елемент зміщується на дві клітки вліво в таблиці Д. І. Менделєєва.

при  $\beta$ -розпаді:



$\beta$ -розпад не змінює масового числа, зарядове число збільшує на одиницю, тобто дочірній елемент зміщується на 1 клітку управо.

**Закон радіоактивного розпаду.** Радіоактивний розпад зменшує з часом число ядер, що не розпалися. Мимовільний розпад ядер описується законом радіоактивного розпаду:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (18.4)$$

де  $N_0$  – число ядер в даному об'ємі речовини у момент часу  $t = 0$ ;

$N$  – число ядер в тому ж об'ємі до моменту часу  $t$ ;

$\lambda$  – стала розпаду.

Стала розпаду  $\lambda$  – це фізична величина, яка чисельно дорівнює частці ядер, які розпадаються за одиницю часу:

$$\lambda = \frac{1}{N} \frac{dN}{dt}, \quad [\lambda] = c^{-1}. \quad (18.5)$$

Таким чином, стала розпаду визначає швидкість радіоактивного розпаду. Величина  $\tau = 1 / \lambda$  називається середньою тривалістю життя (середній час життя) радіоактивного ізотопу.

Для оцінки стійкості ядер зазвичай використовують не сталу розпаду, а величину, яка називається періодом напіврозпаду.

Період напіврозпаду ( $T_{1/2}$ ) – час, протягом якого первинна кількість ядер радіоактивної речовини розпадається наполовину (рис. 18.1). Період напіврозпаду може змінюватися в дуже широких межах (від доль секунд до тисяч років). Період напіврозпаду і стала розпаду пов'язані таким співвідношенням:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (18.6)$$

Закон мимовільного радіоактивного розпаду ґрунтується на двох припущеннях: 1) стала розпаду не залежить від зовнішніх умов; 2) число ядер, що розпадаються за час  $dt$  пропорційно вихідній кількості ядер  $N_0$ . Це означає, що закон радіоактивного

розпаду є статистичним законом. Статистичні закони можна застосовувати тільки до великої кількості ядер. Закон радіоактивного розпаду не відповідає на питання, яке саме ядро розпадеться, оскільки всі ядра нерозрізнювані і розпад даного ядра є випадковою подією, що характеризується певною імовірністю.

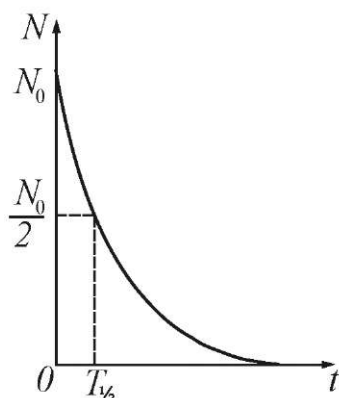


Рисунок 18.1

Часто буває, що ядра, які виникають в результаті радіоактивного перетворення, є також радіоактивними. Нові продукти розпаду також можуть виявитися радіоактивними, тобто виникає цілий ряд радіоактивних перетворень. У природі існують три радіоактивні ряди, родоначальниками яких служать уран ( $^{238}_{92}\text{U}$ ), торій ( $^{232}_{90}\text{Th}$ ) і актиній ( $^{235}_{89}\text{Ac}$ ). Кінцевим продуктом у всіх випадках служать ізомери свинцю.

Для дослідження радіоактивних ізоотопів зазвичай використовують препарати. Препарат — це певна кількість радіоактивної речовини, спеціально приготованої для експерименту, наприклад, нанесеного на підкладку або поміщеного в оболонку.

Активність  $A$  препарату (радіоактивного джерела) — число розпадів, що відбуваються за одиницю часу:

$$A = \frac{dN}{dt}, [A] = 1 \frac{\text{расп}}{\text{с}} = 1 \text{Бк (беккерель)}. \quad (18.7)$$

Для вимірювання активності допускається застосування позасистемної одиниці — Кюрі (Ки). 1 кюрі — активність препарату, в якому відбувається  $3,7 \cdot 10^{10}$  розпадів за секунду.  $1 \text{Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{Бк}$ . Таку активність має 1 грам радію.

Активність препарату дорівнює добутку постійної розпаду  $\lambda$  на число  $N$  атомів в цьому препараті, що не розпалися:

$$A = -\lambda N. \quad (18.8)$$

Знак «-» означає, що активність з часом зменшується.

Замінивши  $N$  за формулою (18.5), отримаємо закон зміни активності:

$$\boxed{A = A_0 e^{-\lambda t}}, \quad (18.9)$$

де  $A_0$  - активність у момент часу  $t = 0$ .

Питома активність  $A_{num}$  – активність одиниці маси речовини.

$$A_{num} = \frac{A}{m}, \quad [A_{num}] = 1 \frac{\text{Бк}}{\text{кг}}. \quad (18.10)$$

**Використання явища радіоактивності для вимірювання часу в геології і археології.** Явище радіоактивності може відігравати роль годинника. Використовуючи закон радіоактивного розпаду (18.5)

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

можна отримати формулу для визначення часу існування ядер

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N}. \quad (18.11)$$

У якості  $N$  зазвичай береться кількість ядер, що не розпалися на даний час, тому приведена формула визначає вік даної сукупності радіоактивних ядер.

Для визначення віку мінералів, що містяться в земній корі, потрібно брати «геологічний» годинник, тобто використовувати процеси з періодом напіврозпаду того ж порядку, що і геологічні епохи - сотні мільйонів і мільярди років.

Цій умові відповідають ізотопи урану  $^{238}_{92}\text{U}$  ( $T_{1/2} = 4,46 \cdot 10^9$  років) і  $^{235}_{92}\text{U}$  ( $T_{1/2} = 7,04 \cdot 10^9$  років). Продуктом розпаду ізоотопів урану є ізотопи свинцю. За співвідношенням свинцю і урану можна розрахувати проміжок часу, протягом якого накопичилася дана кількість свинцю унаслідок розпаду урану.

У археології для визначення віку предметів, знайдених при розкопках, використовують радіоактивний розпад з періодом напіврозпаду порядку декілька сторіч або тисячоліть (вуглець  $^{14}_6\text{C}$ ,  $T_{1/2} = 5730$  років). У живій рослині або тварині процентний зміст радіоактивного вуглецю в порівнянні із звичайним вуглецем залишається постійним, оскільки втрати вуглецю відновлюються живленням. З моменту загибелі організму починає працювати

радіоактивний годинник: вміст радіоактивного вуглецю в організмі або виробі з органічних матеріалів починає зменшуватися відповідно до закону радіоактивного розпаду. Порівнюючи концентрацію радіоактивного та стабільного вуглецю можна визначити час, що пройшов з моменту загибелі організму або час життя предмету, зробленого з органічного матеріалу.

**Гамма-випромінювання** ( $\gamma$ -промені) є короткохвильовим електромагнітним випромінюванням. Оскільки  $\gamma$ -випромінювання має дуже малу довжину хвилі ( $\lambda \leq 10^{-10} \text{ м}$ ), то воно має яскраво виражені корпускулярні властивості, тобто є потоком частинок – гама-квантів.

Випускання  $\gamma$ -квантів не являється, як правило, самостійним видом випромінювання. Воно супроводжує  $\alpha$ - і  $\beta$ -розпади. Розрізняють:

- 1) м'яке  $\gamma$ -випромінювання з енергією квантів  $\sim \text{кеВ}$ ;
- 2) жорстке  $\gamma$ -випромінювання з енергією квантів  $\sim \text{МеВ}$ .

$\gamma$ -випромінювання може взаємодіяти з електронною оболонкою атомів і молекул, викликаючи їх іонізацію, а також з ядрами.

При проходженні  $\gamma$ -променів через речовину відбувається їх послаблення (поглинання речовиною). Закон зміни інтенсивності  $\gamma$ -випромінювання описується законом:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (18.12)$$

де  $I_0$  – інтенсивність  $\gamma$ -випромінювання, падаючого на поверхню речовини;

$\mu$  – коефіцієнт лінійного ослаблення  $\gamma$ -променів в речовині, залежний від природи речовини і спектрального складу потоку  $\gamma$ -випромінювання;

$x$  – товщина поглинаючого шару.

$\gamma$ -випромінювання може викликати в речовині різні процеси:

- 1) фотоефект (істотне значення має для м'якого випромінювання,  $\varepsilon \sim 10^4 - 10^5 \text{ eВ}$ ;

2) ефект Комптона (  $\varepsilon \sim 0,5 \text{ MeV}$ );

3) народження електронно-позитронних пар:

$$\gamma \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^0_{+1}e.$$

Велика енергія  $\gamma$ -квантів пояснює їх високу проникаючу здатність. На цьому засновано їх застосування:

- 1)  $\gamma$ -дефектоскопія — метод виявлення дефектів у виробі шляхом просвічування їх  $\gamma$ -променями. Пошкодження виявляються за різною інтенсивністю  $\gamma$ -променів, що пройшли через досліджувану поверхню. Так досліджують розміри і форми дефектів (тріщини, раковини, непроварені шви і т. д.).
- 2) Онкологія – лікування злоякісних пухлин.

**ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ РОЗДІЛУ  
«ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА»**

1. Природною радіоактивністю називається ...

- 1) розпад ядер під впливом  $\gamma$ -променів;
- 2) перетворення ядер атомів під впливом нейтронів;
- 3) мимовільний (спонтанний) розпад ядра, в результаті якого утворюється нове ядро і випускається частинка;
- 4) перетворення ядер атомів при бомбардуванні  $\alpha$ -частинками;
- 5) перетворення ядер атомів при бомбардуванні  $\beta$ -частинками.

2. Вкажіть, які з названих перетворень зустрічаються при природній радіоактивності:

- 1) альфа-розпад;
- 2) бета-електронний розпад;
- 3) бета-позитронний розпад;
- 4) К-захват;
- 5) викидання нейтрона ядром.

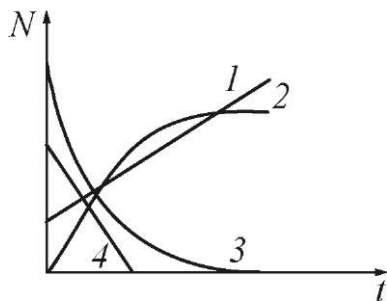
3. Вкажіть формулу, яка виражає закон радіоактивного розпаду.

1)  $N_{1/2} = \frac{N_0}{2}$ ; 2)  $N_e = \frac{N}{e}$ ; 3)  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ; 4)  $\lambda = \frac{\ln}{T_{1/2}}$ ; 5)  $dN = -\lambda N dt$ .

4. Стала розпаду радіоактивної речовини вимірюється в ...

- 1) с; 2)  $\text{с}^{-1}$ ; 3) Дж/с; 4) Дж/(кг с); 5) Дж/кг.

5. Вкажіть криву на рисунку, яка виражає зміну числа радіоактивних атомів з часом ( $N$  - число атомів,  $t$  - час).



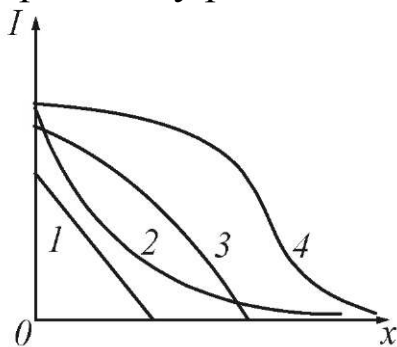
Рисунок

6. Періодом напіврозпаду радіоактивного елементу називається :

- 1) час, протягом якого розпадається 100% атомів;
- 2) час, протягом якого кількість радіоактивних атомів зменшується в  $e$  разів;
- 3) час, протягом якого розпадається 50% атомів;

- 4) час, протягом якого розпадається  $1/e$  частина атомів;
  - 5) середній час розпаду одного атома.
7. Як залежить активність заданої кількості радіоактивної речовини від періоду напіврозпаду  $T$ ?
- 1) Прямо пропорційно  $T^2$ .
  - 2) Прямо пропорційно  $T$ .
  - 3) Обернено пропорційно до  $T$ .
  - 4) Прямо пропорційно  $\ln T$
  - 5) Обернено пропорційно  $\ln T$
8. Активність радіоактивної речовини вимірюється в ...
- 1) с;      2)  $\text{с}^{-1}$ ;      3) Дж/кг;      4) Вт/кг;      5) Бк.
9. Доза випромінювання вимірюється в ...
- 1) Гр;      2)  $\text{с}^{-1}$ ;      3) Дж/кг;      4) Вт/кг;      5) Бк.
10. До складу ядра входять ...
- 1) електрони; 2) протони; 3) гіперони; 4) мезони; 5) нейтрони.
11. Масовим числом називається ...
- 1) маса атома;      2) маса ядра;
  - 3) кількість нуклонів в ядрі; 4) кількість нейтронів в ядрі;
  - 5) заокруглене до цілих значення маси ядра в атомних одиницях маси.
12. Зарядовим числом ядра називається :
- 1) електричний заряд в кулонах; 2) число протонів в ядрі;
  - 3) число нейтронів в ядрі;      4) число нуклонів в ядрі.
13. Взаємодія нуклонів в ядрі забезпечує обмін:
- 1)  $\mu$ - мезонами;    2)  $\pi$  - мезонами;
  - 3) електронами; 4) нейтрино;      5) гіперонами.
14. Які сили переважають при взаємодії нуклонів в атомному ядрі?
- 1) ядерні;      2) гравітаційні;
  - 3) електростатичні;      4) магнітні.
15. Вкажіть властивості ядерної взаємодії.
- 1) короткодія;
  - 2) зарядова незалежність;
  - 3) нецентральність;

- 4) зменшення пропорційне квадрату відстані;  
 5) взаємодія за рахунок обміну  $\pi$  - мезонами.
16. При  $\alpha$ -розпаді масове число ядра ...  
 1) зменшується на 4;      2) зменшується на 1;  
 3) зменшується на 2;      4) зменшується на 3.
17. Порядковий номер ядра при  $\beta$  - електронному розпаді ...  
 1) зменшується на 2;      2) зменшується на 1;  
 3) збільшиться на 2;      4) збільшиться на 1;  
 5) не зміниться.
18. Ядро зазнало один  $\alpha$  - розпад, і один  $\beta$  - електронний розпад. Як змінився заряд ядра?  
 1) збільшився на 4;      2) збільшився на 1;  
 3) зменшився на 1;      4) зменшився на 2;  
 5) збільшився на 2.
19. Які з названих ефектів пов'язані з поглинанням  $\gamma$ -променів?  
 1) ефект Комптона;      2) народження пари частинок;  
 3) фотоефект;      4) ділення важких ядер;  
 5) синтез легких ядер.
20. Вкажіть криву на рисунку, відповідну ослабленню  $\gamma$ -променів у речовині.



Рисунок

21. Який заряд ядра, що утворилося в результаті реакції
- $${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_x\text{X} + {}^0_{-1}\text{e} + \tilde{\nu}?$$
22. Яка маса ядра, що утворилося в результаті реакції
- $${}^3_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^x_2\text{X} + {}^1_0\text{n} + \gamma?$$
22. Вкажіть, які з названих величин зберігаються під час ядерних реакцій.  
 1) маса частинок;      2) енергія частинок;  
 3) електричний заряд;      4) баріонний заряд.
23. У яких ядер енергія зв'язку з розрахунку на один нуклон найбільша?

- 1) у дуже легких;      2) у середніх;  
3) у важких;      4) у ядер трансуранових елементів.

24. Маса продуктів реакції більше за масу початкових частинок.

Вкажіть характер реакції:

- 1) ендотермічний;      2) екзотермічний ;  
3) без зміни енергії.

**КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ**  
**«Елементи фізики атомного ядра»**

| №<br>пита<br>ння | Код<br>відпо<br>віді | №<br>пита<br>ння | Код<br>відпо<br>віді | №<br>пита<br>ння | Код<br>відпо<br>віді | №<br>пита<br>ння | Код<br>відпо<br>віді | №<br>пита<br>ння | Код<br>відпо<br>віді |
|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|
| 1                | 3                    | 6                | 3                    | 11               | 3,5                  | 16               | 1                    | 21               | 2                    |
| 2                | 1,2,3,4              | 7                | 3                    | 12               | 2                    | 17               | 4                    | 22               | 4                    |
| 3                | 3                    | 8                | 5                    | 13               | 2                    | 18               | 3                    | 23               | 4                    |
| 4                | 2                    | 9                | 1,3                  | 14               | 1                    | 19               | 1,23                 | 24               | 2                    |
| 5                | 3                    | 10               | 2,5                  | 15               | 1,2,3,5              | 20               | 2                    | 25               | 1                    |

## ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Дущенко В. П., Кучерук І. М. Загальна фізика, т.1, 2,3.- К.: Вища школа, 1993
2. Трофимова Т. И. Курс фізики.- М.: Наука, 1985
3. Галушак М. О. Фізичні основи механіки. – К.: НВК ВО, 1996
4. Галушак М. О. Курс загальної фізики, том 1.- Івано-Франківськ, 2000
5. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Навчальний посібник для вищих технічних закладів. т. І. Механіка. Молекулярна фізика. – К. 5 Техніка, 1999.
6. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Електрика і магнетизм. Навчальний посібник для вищих технічних закладів. т. 2 – К.: Техніка, 1999.
7. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Оптика. Атомна і ядерна фізика. т. 3 – К.: Техніка, 1999.
8. Бушок Г. Ф., Левандовський В. В., Півень Г. Ф. Курс фізики. Навчальний посібник. кн. І. Механіка. Електрика і магнетизм. К.: Либідь, 2001.
9. Бушок Г. Ф., Є. Ф. Венгер. Курс фізики. Навчальний посібник. кн. II. К.: Либідь, 2001.
10. Пустогов В.І. Загальна фізика. Електрика і магнетизм. Конспект лекцій. – Івано-Франківськ.: Факел, 2002.
11. Волков О. Ф., Люмпієва Т. П. Курс фізики т.1.- Донецьк, 2009
12. Лисенко О. В. Конспект лекцій Ч.2 – Суми: Вид-во СумДУ, 2010.

## ЗМІСТ

|    |                                          |     |
|----|------------------------------------------|-----|
| 1  | МАГНІТНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ .....            | 1   |
| 2  | МАГНІТНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ .....           | 18  |
| 3  | ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ .....           | 24  |
| 4  | ЗМІННИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ .....          | 31  |
| 5  | ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ МАКСВЕЛА.....            | 38  |
| 6  | ВІЛЬНІ ГАРМОНІЙНІ КОЛИВАННЯ.....         | 52  |
| 7  | ЗГАСАЮЧІ ТА ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ .....     | 70  |
| 8  | ХВИЛЬОВІ ПРОЦЕСИ. ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА.... | 88  |
| 9  | ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА.....                | 96  |
| 10 | ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА .....                   | 104 |
| 11 | ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА .....                 | 112 |
| 12 | ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ.....              | 129 |
| 13 | ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ ...   | 147 |
| 14 | АТОМ ВОДНЮ В КВАНТОВІЙ МЕХАНІЦІ .....    | 156 |
| 15 | ВИПРОМІНЮВАННЯ АТОМІВ І МОЛЕКУЛ.....     | 173 |
| 16 | ТВЕРДЕ ТІЛО В КВАНТОВІЙ МЕХАНІЦІ.....    | 185 |
| 17 | АТОМНЕ ЯДРО .....                        | 198 |
| 18 | ЯДЕРНІ РЕАКЦІЇ.....                      | 204 |
|    | ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....        | 215 |