

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ**

**Івано-Франківський національний технічний
університет нафти і газу**

Кафедра загальної та прикладної фізики

Т.І. Луцишин, Ю.Б. Басараба

**ФІЗИКА:
КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

Частина I

**ІВАНО-ФРАНКІВСЬК
2012**

УДК 53
ББК 22.3
Л-82

Рецензент:

Гевик В.Б. кандидат фізико-математичних наук, доцент
кафедри загальної та прикладної фізики
ІФНТУНГ

*Рекомендовано методичною радою університету
(протокол №17 від 18.04.2012р.)*

Л-82 Луцишин Т.І. , Басараба Ю.Б. ФІЗИКА: КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ.
Частина І. - Івано-Франківськ, ІФНТУНГ, 2012. – 178 с.

МВ 02070855-3784-2012

Даний конспект лекцій містить 18 лекцій, які читаються у першому семестрі двосеместрового навчального курсу. У конспекті викладені основи механіки, молекулярної фізики та електродинаміки. Кожна лекція даного конспекту лекцій містить контрольні запитання, розділи закінчуються тестами для перевірки знань засвоєння матеріалу. Основну увагу звернено на висвітлення теоретичних питань класичної та сучасної фізики у тісному зв'язку новітніх досягнень науки і техніки.

Для бакалаврів за напрямом підготовки 6.040103 «Геологія».

УДК 53
ББК 22.3

МВ 02070855-3784-2012 ©

Луцишин Т.І., Басараба Ю.Б.
©ІФНТУНГ, 2012

ВСТУП

Невід'ємною властивістю матерії і форми її існування є рух. Під рухом треба розуміти будь-які зміни матерії – від простого переміщення до складних процесів осмислення.

Різні форми руху матерії вивчають різні науки, в тому числі і фізика. Предмет фізики, на сучасному етапі науки, не можна визначити повністю у всій його багатогранності. Наприклад, ще академік А. Ф. Йоффе (1880-1960 рр.) сказав: “Фізика – це наука, яка вивчає загальні властивості і закони руху речовини і поля”.

Майбутньому інженеру необхідно пам'ятати, що фізика є фундаментом технічних наук, тим “резервуаром”, звідки черпають нові технічні ідеї, та нові технології. Так майбутній спеціаліст повинен бути підготовлений до розв'язання задач, пов'язаних з подальшим наукою технікою.

Фізика тісно пов'язана з багатьма науками, зокрема філософією. Взаємозв'язок та взаємодопомога фізики і філософії дає цінні плоди в областях людського знання. Інтенсивний розвиток фізичних явищ і процесів вказують на подвійну роль фізики у вузі:

- фундаментальна теоретична підготовка інженера, без якої його успішна діяльність неможлива;
- формування всебічно розвиненої особистості із науковим світоглядом.

Основними методами дослідження у фізиці є спостереження та експеримент. У результаті узагальнення експериментальних фактів встановлюються фізичні закони – строгі математичні рівності. Найбільш важливі закони встановлюють зв'язок між фізичними величинами, для чого необхідно ці величини вимірювати. Вимірювання фізичної величини – це дія вимірювальних приладів, напрямлена на визначення певної характеристики об'єкта дослідження. Одиниці фізичних величин можна вибрати довільно, але тоді виникнуть труднощі при їхньому порівнянні. Тому доцільно ввести уніфіковану систему одиниць, що охоплює одиниці усіх фізичних величин. Всі інші одиниці визначаються через них, вони називаються похідними.

В даний час застосовується Система Інтернаціональна (СІ), яку утворюють сім основних одиниць – метр, кілограм, секунда, ампер, кельвін, моль, кандела – і дві додаткових – радіан і стерадіан.

Метр (м) – довжина шляху, що проходить світло у вакуумі за $1/299792458$ с.

Кілограм (кг) – маса, рівна масі міжнародного прототипу кілограма (платиноиридієвого циліндра, що зберігається в Міжнародному бюро мір і ваг у Севру, біля Парижа).

Секунда (с) – час, рівний 9192631770 періодам випромінювання, що відповідає переходу між двома надтонкими рівнями основного стану атома цезію-133.

Ампер (А) – сила струму, яка протікає по двох рівнобіжних прямолінійних провідниках нескінченної довжини і мізерно малого поперечного перерізу, розташованих у вакуумі на відстані 1 м один від одного, і створює між цими провідниками силу, $2 \cdot 10^{-7}$ Н що припадає на кожен метр довжини.

Кельвін (К) – $1/273,16$ частина термодинамічної температури потрійної точки води.

Моль (моль) – кількість речовини системи, що містить стільки ж структурних елементів, скільки атомів міститься в нукліді ^{12}C масою $0,012$ кг.

Кандела (кд) – сила світла в заданому напрямку джерела, що випускає монохроматичне випромінювання частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц, енергетична сила світла якого в цьому напрямку складає $1/683$ Вт/стерад.

Радіан (рад) – кут між двома радіусами кола, які спираються на дугу рівну радіусу.

Стерадіан (стерад) – тілесний кут з вершиною в центрі сфери, що вирізає на поверхні сфери площу, рівну площі квадрата зі стороною, рівною радіусу сфери.

Для встановлення похідних одиниць використовують фізичні закони, що зв'язують їх з основними одиницями. Наприклад, з формули рівномірного прямолінійного руху $v=s/t$ (s – пройдений шлях, t – час) похідна одиниця швидкості виходить рівною 1 м/с.

1 КІНЕМАТИКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Кінематика – розділ фізики який вивчає рух. Для описання руху використовують математичні моделі. Найпростішою моделлю є матеріальна точка. *Матеріальна точка* – це така математична модель, де вважається, що маса сконцентрована в одній точці простору. Матеріальною точкою можна вважити будь-яке тіло яке здійснює поступальний рух (рух в одному напрямку).

Розглянемо довільний рух матеріальної точки за траєкторією ABCD. Траєкторія – це уявна лінія, яку описує матеріальна точка впродовж свого руху. Для описання руху матеріальної точки вибирають систему координат. Для вибору системи координат необхідно: вибрати тіло відліку (положення початку системи координат); вибрати власне саму систему координат (декартова, циліндрична, сферична); ввести хронометр (годинник). Найпростішою системою є декартова, тому подальший виклад матеріалу будемо вести саме для неї. Якщо необхідно перейти до іншої системи, то використовують математичний зв'язок між координатами.

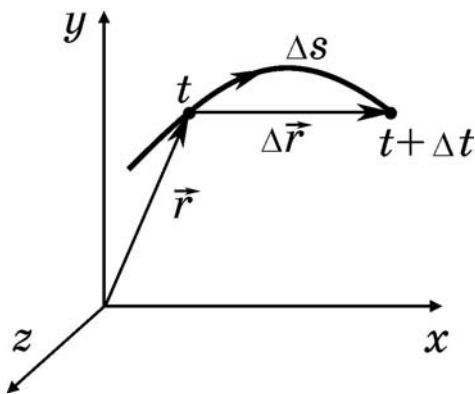


Рисунок 1.1

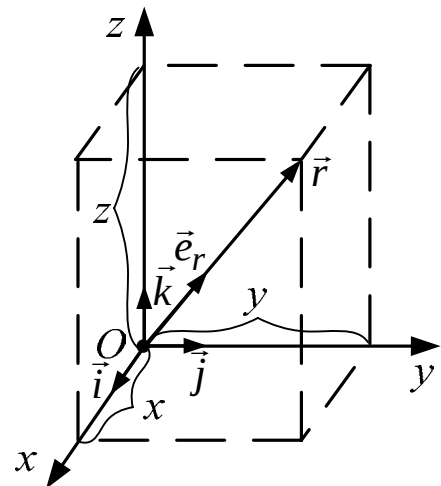


Рисунок 1.2

Нехай в початковий момент часу матеріальна точка перебувала в т. В. Вектор, який сполучає початок координат та положення матеріальної точки, називають *радіусом-вектором* $\vec{r}$ (рис. 1.1). Якщо тіло рухається, то кінець радіус-вектора описує траєк-

торію. В декартовій системі координат радіус-вектор представляється через координати (рис. 1.2):

$$\vec{r}_1(t) = \vec{i} \cdot x + \vec{j} \cdot y + \vec{k} \cdot z, \quad (1.1)$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орти. Якщо матеріальна точка змінює своє положення з часом, то говорять, що $x(t), y(t), z(t)$ – є функція часу t .

Нехай в момент часу t_1 матеріальна точка перебувала в т. В, тоді положення визначається $\vec{r}_1$. В момент часу t_2 матеріальна точка перемістилась в т. D, тоді положення визначається $\vec{r}_2$. Крива BCD рівна шляху. А $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ називається *переміщенням*, тобто вектор, який сполучає початкове та кінцеве положення матеріальної точки.

Зміну положення тіла з часом характеризує швидкість. Швидкість $\vec{v}$ – це векторна величина, яка характеризує зміну положення тіла з часом.

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}. \quad (1.2)$$

Дана величина $\langle \vec{v} \rangle$ називається середньою швидкістю, тобто відношення всього шляху до повного часу руху матеріальної точки. Проте дана величина не відображає характеру руху. Тому вводять поняття *миттєвої швидкості* $\vec{v}$ – це вектор, який рівний відношенню елементарного переміщення до елементарного часу:

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}}. \quad (1.3)$$

Говорячи надалі про швидкість, матимемо на увазі тільки миттєву швидкість.

Якщо знати значення $\vec{v}(t)$, то можемо знайти шлях, пройдений тілом за час t до $t + \Delta t$:

$$\Delta S = \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} |\vec{v}(t)| dt \quad (1.4)$$

та середню швидкість

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} |\vec{v}(t)| dt}{\Delta t}. \quad (1.5)$$

Для знаходження радіус вектора $\vec{r}(t)$ необхідно проінтегрувати швидкість $\vec{v}(t)$ за часом:

$$\vec{r}(t) = \int_0^t \vec{v}(t) dt + \vec{r}_0 \quad (1.6)$$

Оскільки остання рівність є векторна, то її можна переписати через проекції $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$.

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_0^t v_x(t) dt + x_0 \\ y(t) &= \int_0^t v_y(t) dt + y_0 \\ z(t) &= \int_0^t v_z(t) dt + z_0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

де x_0, y_0, z_0 – початкове положення тіла.

У випадку нерівномірного руху матеріальної точки треба знати, як змінюється швидкість від часу. Для цього вводять величину, яка характеризує зміну швидкості з часом – прискорення:

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}} \quad (1.8)$$

Якщо відомо $\vec{r}(t)$, то можемо знайти прискорення

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{r}(t)}{dt} \right) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} \quad (1.9)$$

Середнє за часом прискорення визначається

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1.10)$$

Нехай нам відомо залежність прискорення матеріальної точки від часу $\vec{a}(t)$, то ми можемо знайти її швидкість

$$\vec{v}(t) = \int \vec{a}(t) dt \quad (1.11)$$

та положення матеріальної точки

$$\vec{r}(t) = \int \vec{v}(t) dt = \int \int \vec{a}(t) dt dt \quad (1.12)$$

Розглянемо частковий випадок – рівноприскорений прямолінійний рух, a_x, a_y, a_z є сталими величинами і не залежать від часу. Згідно з наведеними вище рівняннями отримаємо

$$v_x = \int a_x dt = a_x t + v_{0x}, v_y = \int a_y dt = a_y t + v_{0y}, v_z = \int a_z dt = a_z t + v_{0z}, \quad (1.13)$$

$$x = \int (v_{0x} + a_x \cdot t) dt = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2},$$

$$y = \int (v_{0y} + a_y \cdot t) dt = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2},$$

$$z = \int (v_{0z} + a_z \cdot t) dt = z_0 + v_{0z} \cdot t + \frac{a_z \cdot t^2}{2},$$

де $x_0, y_0, z_0, v_{0x}, v_{0y}, v_{0z}$ – початкові положення та швидкість матеріальної точки відповідно.

Розглянемо обертальний рух матеріальної точки. Обертальним називається такий рух, при якому матеріальна точка описує коло.

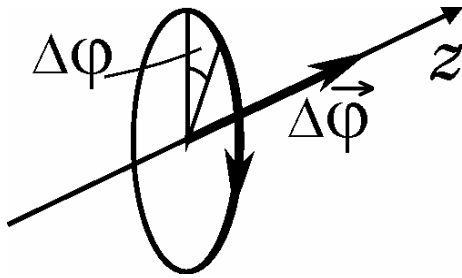


Рисунок 1.3

Нехай точка рухається по колу радіусом R . За час Δt вона повертається на кут $\Delta\varphi$ (φ вимірюється в радіанах). Напрямок $\Delta\vec{\varphi}$ визначають за правилом правого гвинта. Тоді за рис. 1.3 ми можемо ввести псевдовектор $\Delta\vec{\varphi}$ такий, що

$$d\vec{r} = [\vec{r} \times d\vec{\varphi}] \quad (1.14)$$

За аналогією до швидкості та прискорення вводимо поняття кутової швидкості та кутового прискорення:

$$\vec{\omega}(t) = \frac{d\vec{\varphi}(t)}{dt} \left[\frac{rad}{c} \right], \quad (1.15)$$

$$\vec{\varepsilon}(t) = \frac{d\vec{\omega}(t)}{dt} \left[\frac{rad}{c^2} \right], \quad (1.16)$$

а для середніх значень будемо мати

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \quad \langle \varepsilon \rangle = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \quad (1.17)$$

Для того щоб знайти лінійну швидкість, помножимо рівняння (1.15) справа на $\vec{r}$ векторно:

$$[\vec{r} \times \vec{\omega}] = \left[\vec{r} \times \frac{d\vec{\varphi}(t)}{dt} \right] = [\vec{r} \times \vec{\varphi}(t)] = \frac{d}{dt} \vec{r}(t) = \vec{v}(t). \quad (1.18)$$

$$\text{Отже, } \boxed{\vec{v}(t) = [\vec{r} \times \vec{\omega}(t)]}. \quad (1.19)$$

Для знаходження зв'язку лінійних та кутових величин використаємо (1.8):

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [\vec{r} \times \vec{\omega}] = \left[\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{\omega} \right] + \left[\vec{r} \times \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right] = [\vec{v} \times \vec{\omega}] + [\vec{r} \times \vec{\varepsilon}] \quad (1.20)$$

Перший доданок у (1.20) є нормальним прискоренням $\vec{a}_n$ (від нормаль – перпендикуляр) перпендикулярне до швидкості і відповідає за зміну напрямку руху, а другий $\vec{a}_\tau$ – тангенціальним (співпадає за напрямом швидкості).

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \quad (1.21)$$

У скалярній формі можна переписати це рівняння

$$\boxed{a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}}. \quad (1.22)$$

Зв'язок лінійних та кутових величин у скалярній формі можна представити за допомогою таких рівнянь

$$\boxed{\vartheta = \omega \cdot r},$$

$$\boxed{a_n = \omega \cdot \vartheta = \omega^2 \cdot r = \frac{\vartheta^2}{r}},$$

$$\boxed{a_\tau = \varepsilon \cdot r}.$$

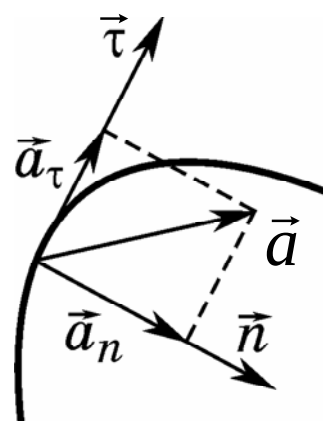


Рисунок 1.4

Таблиця 1.1 – Зв'язок кінематичних величин обертального та поступального рухів.

Вид руху	Назва величини	Рух	
		Поступальний	Обертальний
Назви фізичних величин	Координата	Просторова x	Кутова φ
	Шлях	s	φ
	Швидкість	Лінійна v	Кутова ω
	Прискорення	Лінійне a	Кутове ε

Продовження таблиці 1.1.

Рівномірний рух	Координата	$x = x_0 + v t$	$\varphi = \varphi_0 + \omega t$
	Шлях	$s = x - x_0 = v t$	$\varphi = \omega t$
	Швидкість	$v = \text{const}$	$\omega = \text{const}$
	Прискорення	$a = 0$	$\varepsilon = 0$
Рівноприскорений рух	Координата	$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$
	Шлях	$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$	$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$
	Швидкість	$v = v_0 + a t$	$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$
	Прискорення	$a = \text{const}$	$\varepsilon = \text{const}$
Нерівномірний рух	Координата	$x = f(t)$	$\varphi = f(t)$
	Шлях	$s = \int_0^t v(t) dt$	$\varphi = \int_0^t \omega(t) dt$
	Швидкість	$v = \frac{dx}{dt}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
	Прискорення	$a = \frac{dv}{dt} \neq \text{const}$	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \neq \text{const}$

Запитання для самоперевірки знань

1. Основні фізичні моделі у кінематиці.
2. Основні кінематичні параметри поступального руху.
3. Що таке швидкість? Одиниці вимірювання швидкості.
4. Що таке середня швидкість?
5. Що таке прискорення? Одиниці вимірювання прискорення.
6. Що таке складова вектора? Як через складові записати вектор?
7. Записати основні формули для рівноприскореного лінійного руху.
8. Які основні кінематичні параметри обертального руху?
9. Що таке кутова швидкість? Одиниці вимірювання кутової швидкості.
10. Що таке кутове прискорення? Одиниці вимірювання кутового прискорення.
11. Записати основні формули для рівноприскореного обертального руху.
12. Записати зв'язок лінійних та кутових величин.

2 ДИНАМІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Після того як ми навчилися описувати рух матеріальної точки за допомогою радіус-вектора, швидкості, прискорення та кутових величин, необхідно вивчити причини виникнення та зміни руху.

Однією з основних фундаментальних величин є сила. Сила – це векторна величина, яка є кількісною мірою взаємодії тіл, в результаті чого тіла прискорюються або деформуються.

Основи динаміки були закладені ще Архімедом (287-212 рр. до н. е.). Він ввів поняття сили, принцип додавання сил як векторів. Проте геній того часу дійшов до висновку: “Рух існує доки діє сила”. І майже дві тисячі років люди не могли вийти за рамки логічної помилки. Доки І. Ньютон у 1687 р. не опублікував свою працю: “Математичні начала натуральної філософії”, яка відкрила нову еру механіки. На основі цієї праці було сформульовано закон, який називають I законом Ньютона: *існують такі системи відліку, відносно яких матеріальна точка рухається рівномірно прямолінійно або перебуває у стані спокою, якщо на неї не діють сили (або дія сил скомпенсована)*. Такі системи відліку, в яких виконується закон Ньютона, називаються інерціальними. Будь-яка система, яка рухається рівномірно прямолінійно, є інерціальною. Система відліку, яка зв’язана із землею і осі напрямлені на нерухомі зорі, можна (з незначною похибкою) вважати інерціальною.

Сила – векторна величина, що є кількісною мірою взаємодії матеріальних точок або полів. Під дією сили тіла деформуються або набувають прискорення. Сила повністю задана, якщо вказані її чисельне значення, напрям і точка прикладання.

Взаємодія між тілами, як це впливає з першого закону Ньютона, є причиною зміни стану їх руху. Крім того, воно викликає також деформацію тіл. Вимірюючи деформації x_1 і x_2 одного і того ж пружного тіла під дією двох однаково спрямованих сил F_1 і F_2 , прикладених в одній і тій же точці, можна порівнювати чисельні значення цих сил:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{x_2}{x_1}.$$

Цей метод, заснований на Законі Гука, реалізується в пружинних вагах і динамометрах.

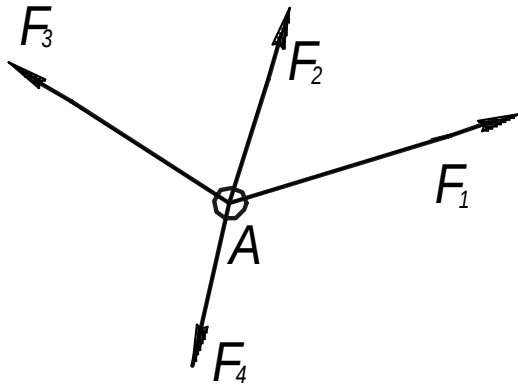


Рисунок 2.1

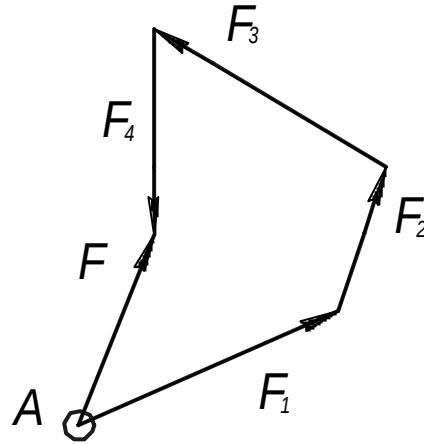


Рисунок 2.2

Дія на матеріальну точку А (рис. 2.1) декількох тіл з силами $F_1, F_2 \dots F_k$ еквівалентно дії однієї сили, яку називають рівнодієюною силою і рівною векторній сумі цих сил:

$$F = \sum_{i=1}^k F_i.$$

Рівнодійна сила являє собою замкнутий багатокутник, побудований на силах $F_1, F_2 \dots F_k$ (рис. 2.2). Проекції цієї сили на осі декартової системи координат дорівнюють алгебраїчним суммам відповідних проекцій всіх сил F_i

$$F_x = \sum_{i=1}^k F_{ix}, F_y = \sum_{i=1}^k F_{iy}, F_z = \sum_{i=1}^k F_{iz}.$$

Лінією дії сили F_i , називається пряма, вздовж якої спрямований вектор F_i . Вплив на абсолютно тверде тіло не змінюється при перенесенні точки прикладання сили вздовж лінії її дії (передбачається, що точки прикладання сили або належать тілу, або жорстко зв'язані з ним). Отже, сили, прикладені до абсолютно твердого тіла, можна розглядати як ковзаючі вектори.

Системою сил, що сходяться, називається сукупність сил, прикладених до одного й того ж абсолютно твердого тіла так, що їх лінії дії перетинаються в одній точці O (рис. 2.3). Переносячи ці сили вздовж ліній їх дії в точку O , отримаємо систему сил,

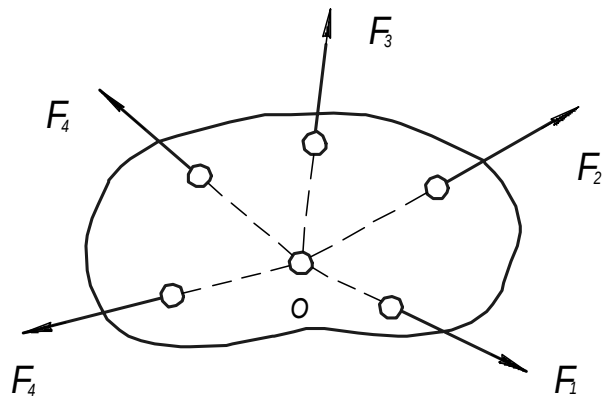


Рисунок 2.3

прикладених в одній і тій самій точці і еквівалентних однієї рівнодіючій силі F , яка прикладена в тій самій точці O і рівна векторній сумі всіх сил системи: $F = \sum_{i=1}^k F_i$.

У праці І.Ньютона закладені основи другого закону: *нескомпенсована сила надає матеріальній точці прискорення, яке прямопропорційне до цієї сили:*

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}, \quad (2.1)$$

де m – коефіцієнт пропорційності, який відображає інерціальні характеристики матеріальної точки. Інерційність – здатність тіла зберігати свій попередній стан. Цю властивість називають масою. В системі СІ маса вимірюється в кг. Отже, чим більша маса матеріальної точки, тим більша її інерційність. Тобто чим більша маса, тим більшу силу треба прикласти до матеріальної точки, щоб викликати однакове прискорення.

Другий закон Ньютона не тільки встановлює зв'язок між фізичними величинами, а й встановлює зв'язок причинно-наслідкового характеру. Якщо сила, що діє на матеріальну точку, є причиною, то наслідком дії сили є прискорення. Зокрема, якщо знати $\vec{F}(t)$ що діє на матеріальну точку масою m , та початкові положення та швидкості, то можемо записати

$$\frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{\vec{F}(t)}{m}, \quad (2.2)$$

$$\vec{v}(t) = \int \frac{\vec{F}(t)}{m} dt \quad \text{та} \quad \vec{r}(t) = \int \int \frac{\vec{F}(t)}{m} dt \, dt.$$

Отже, знаючи точну силу, що діє на тіло, та початкові умови, можна визначити всі кінематичні величини матеріальної точки під час такого руху. Іншими словами, однозначно встановлюється зв'язок між причиною та наслідком.

Третій закон Ньютона встановлює зв'язок між взаємодією пари матеріальних точок. *Дві матеріальні точки діють із силами рівними за модулем та протилежними за напрямком.*

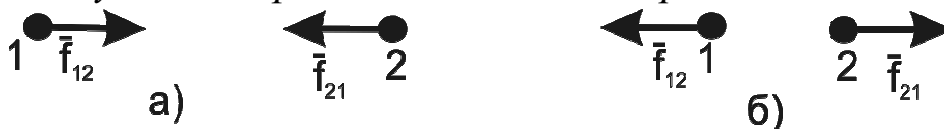


Рисунок 2.4

Можливі два випадки притягання (а) та відштовхування (б) між матеріальними точками (рис. 2.4). Вказані сили є централь-носиметричними і є наслідком дії або гравітаційної або електро-магнітної взаємодії.

Даний закон дозволяє встановити взаємодію більшої кілько-сті, ніж дві матеріальні точки. Це можна зробити, якщо систему розбити на матеріальні точки і знайти силу парної взаємодії цих точок, що визначається за третім законом Ньютона.

Три закони Ньютона встановлюють закони динаміки матері-альної точки. Розглянемо механічну систему – сукупність п-матеріальних точок, загальна маса та кількість яких не змінюєть-ся продовж спостереження (рис. 2.5). Для кожної матеріальної точки можна записати другий закон Ньютона:

$$\begin{cases} m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \vec{f}_{12} + \vec{f}_{13} + \dots + \vec{f}_{1n} + \vec{F}_1 \\ \vdots \\ m_n \frac{d\vec{v}_n}{dt} = \vec{f}_{n1} + \vec{f}_{n2} + \dots + \vec{f}_{n(n-1)} + \vec{F}_n \end{cases},$$

де $\vec{f}_{ij}$ – внутрішні сили взаємо-дії між матеріальними точками, $\vec{F}_i$ – зовнішня сила, що діє на матеріальну точку.

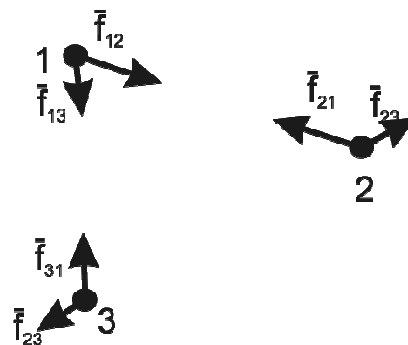


Рисунок 2.5

Просумуємо ці рівняння

$$\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{\vartheta}_i}{dt} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1 \atop (i \neq j)}^n \vec{f}_{ij} + \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

Перша сума сил у даній рівності внаслідок третього закону Ньютона буде рівна нулю оскільки $\vec{f}_{ij} = -\vec{f}_{ji}$. Друга сума рівна рівнодійній, що діє на механічну систему з боку силового поля $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}$. Тоді отримаємо рівність

$$\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{\vartheta}_i}{dt} = \vec{F}. \quad (2.3)$$

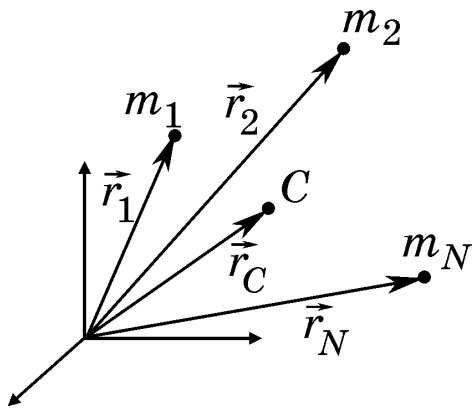


Рисунок 2.6

Введемо поняття центра мас як середньозважене механічної системи (середньовагове системи):

$$\vec{r}_u = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M}, \quad (2.4)$$

$\vec{r}_u$ – положення центра мас.

Тоді повна маса механічної системи $M = \sum_{i=1}^n m_i$

Знайдемо швидкість руху та прискорення центра мас:

$$\vec{\vartheta}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M} \right) = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d(\vec{r}_i)}{dt}}{M} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{\vartheta}_i}{M}, \quad (2.5)$$

$$\vec{a}_c = \frac{d\vec{\vartheta}_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{\vartheta}_i}{M} \right) = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{\vartheta}_i}{dt}}{M} \quad (2.6)$$

і отримаємо, що

$$M \vec{a}_c = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \vec{v}_i}{dt}. \quad (2.7)$$

Повернемося до рівняння (2.3)

$$M \vec{a}_c = \vec{F}. \quad (2.8)$$

Отже, рівнодійна зовнішніх сил $\vec{F}$, що діє на механічну систему, спричиняє зміну руху центра мас цієї системи $\vec{a}_c$ як матеріальної точки. Хочу наголосити, що отримане рівняння справедливе не тільки для твердого тіла (жорстко зв'язаних матеріальних точок), а й для вільних матеріальних точок.

Тому розглядаючи прямолінійний рух довільного тіла яке складається з матеріальних точок, чи рух декількох тіл, їх замінюють уявною матеріальною точкою з масою, рівною загальній масі механічної системи. Її положення визначають за рівнянням (2.8). Вказане рівняння називають основним рівнянням динаміки поступального руху твердого тіла.

Тяжіння. Спостерігаючи за небесними світилами, Кеплер встановив закони руху планет, які узагальнив Ньютон та записав закон всесвітнього тяжіння

$$\vec{F} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{або} \quad \boxed{F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}}. \quad (2.9)$$

Ця сила називається гравітаційною та напрямлена від однієї матеріальної точки до іншої. Така сила діє на центр тіла і називається центральносиметричною. Каведнішем проведене експериментальне визначення сталої в законі всесвітнього тяжіння, і виявлено, що $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \left(\frac{H \cdot M^2}{\kappa z^2} \right)$. Дуже мале значення цієї величини «говорить», що сила гравітаційної взаємодії може бути значною у випадку дуже великих мас.

На будь-яке тіло поблизу Землі діє сила гравітації

$$\vec{F} = m \cdot G \cdot \frac{M}{R^2} \frac{\vec{r}}{r} = m \cdot \vec{g}, \quad (2.10)$$

де M , R – маса та радіус Землі, $\vec{g}$ – вектор, напрямлений до центра Землі. Силу, з якою Земля діє на тіло, називають силою тяжіння $\vec{F} = m \cdot \vec{g}$.

Знайдемо роботу сил тяжіння при переміщенні тіла:

$$A = - \int_{r_1}^{r_2} G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} dr = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r} \Big|_{r_1}^{r_2} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_2} - G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_1} = W_1 - W_2 \quad (2.11)$$

Оскільки робота сил тяжіння (2.11) не залежить від шляху переходу системи, а визначається початковим та кінцевим положенням, то таке силове поле називають консервативним, а робота рівна зміні потенціальної енергії.

$$W = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_2}. \quad (2.12)$$

В теорії поля тяжіння вводять потенціал

$$\varphi = \frac{W}{m_1} \Rightarrow \varphi = G \cdot \frac{m_2}{r_2}. \quad (2.13)$$

Тоді, величину $\vec{g} = G \cdot \frac{M}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$ називають напруженістю гравітаційного поля.

Користуватися формулами (2.11) для визначення роботи та потенціальної енергії не раціонально, тому використовують наближення $r \approx R$ та $\Delta r = h$, тоді

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} \text{ та } W = m \cdot g \cdot h. \quad (2.14)$$

Для запуску ракет у космос дане наближення не буде справедливим. $\vec{g} \neq const$. Першою космічною швидкістю називають таку мінімальну швидкість v_1 , яку надаємо тілу в горизонтальному напрямі, щоб воно не впало на Землю під час свого руху:

$$m \cdot a = m \cdot G \cdot \frac{M}{R^2} \Rightarrow m \cdot \frac{v_1^2}{R} = m \cdot G \cdot \frac{M}{R^2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R}} = \sqrt{g \cdot R}. \quad (2.15)$$

Для того щоб супутник залишив орбіту Землі, необхідно подолати її тяжіння. Мінімальна швидкість v_2 яку необхідно надати тілу, щоб воно вийшло за межі тяжіння Землі:

$$\frac{m \cdot v_2^2}{2} = m \cdot G \cdot \frac{M}{R} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M}{R}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot R}. \quad (2.16)$$

Третьою космічною швидкістю v_3 називається така швидкість руху тіла, рухаючись з якою, воно залишить сонячну систему. Розрахунки показують, що $v_3 \approx 13,6 \frac{M}{c}$.

Запитання для перевірки знань

1. Що таке маса? Що вона характеризує?
2. Що таке сила? Що вона характеризує?
3. Намалювати приклад додавання сил методом трикутника та паралелограма.
4. Що таке рівнодійна сил?
5. Сформулюйте і запишіть перший закон Ньютона. Зробіть його математичний запис.
6. Сформулюйте другий закон Ньютона. Зробіть його математичний запис.
7. Що таке центр мас? Запишіть формули для визначення центра мас.
8. Сформулюйте теорему для центра мас.
9. Що таке тяжіння? Сформулюйте закон всесвітнього тяжіння.
10. Чому рівна робота в полі сил тяжіння?
11. Чому рівний потенціал гравітаційного поля?
12. Що таке перша космічна швидкість? Чому вона рівна (формула)?
13. Що таке друга космічна швидкість? Чому вона рівна (формула)?
14. Що таке третя космічна швидкість?

3 ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ У МЕХАНІЦІ

Імпульс. Кількісною мірою руху матеріальної точки є імпульс. Імпульс матеріальної точки ($\vec{p}$) рівний добутку маси матеріальної точки на вектор швидкості.

$$\vec{p} = m\vec{v} \left[\frac{KZ \cdot M}{c} \right]. \quad (3.1)$$

Зміна кількості руху приводить до зміни величини або напрямку імпульсу. Якщо механічна система складається із n -матеріальних точок, то повний імпульс системи рівний векторній сумі імпульсів матеріальних точок.

$$\vec{P} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n = \sum_{i=1}^n m_i\vec{v}_i = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i. \quad (3.2)$$

Якщо використати формулу (2.5), то отримаємо

$$\vec{P} = M\vec{v}_c. \quad (3.3)$$

Знайдемо зміну імпульсу механічної системи за часом

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n m_i\vec{v}_i = \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}.$$

Якщо співставити останню рівність із рівнянням (2.7), можемо записати другий закон Ньютона для механічної системи через імпульс.

$$\boxed{\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}} \text{ або } d\vec{P} = \vec{F} \cdot dt \quad (3.4)$$

Добуток $\vec{F} \cdot dt$ називають імпульс сили, $d\vec{P}$ – зміна імпульсу швидкості.

Закон збереження імпульсу. Розглянемо замкнену механічну систему. Замкнутою називається така механічна система, на яку не діють зовнішні сили або рівнодійна рівна нулю. Для такої системи матеріальних точок зовнішня сила рівна нулю $\vec{F} = 0$ згідно з рівнянням (3.4)

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow d\vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{P} = \text{const} \text{ або } M\vec{v}_c = \text{const}.$$

А це означає, що *імпульс замкненої механічної системи є величина постійна і не змінюється з часом*. І відповідно швидкість руху центра мас з часом не змінюється.

Закон збереження імпульсу для однієї механічної системи двох в різних моментах часу можемо записати

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i', \quad (3.5)$$

де $\vec{v}_i$ – швидкості в один момент часу, а $\vec{v}_i'$ – швидкості в інший момент часу. Зміна швидкості в механічній системі може відбуватися завдяки внутрішнім силам взаємодії. Закон збереження імпульсу виконується для всіх замкнених систем, незважаючи на взаємодію між тілами чи матеріальними точками.

Для прикладу розглянемо абсолютно непружний удар. *Абсолютно непружним* називається взаємодія матеріальних точок, в результаті якої вони рухаються як єдине ціле (рис. 3.1)

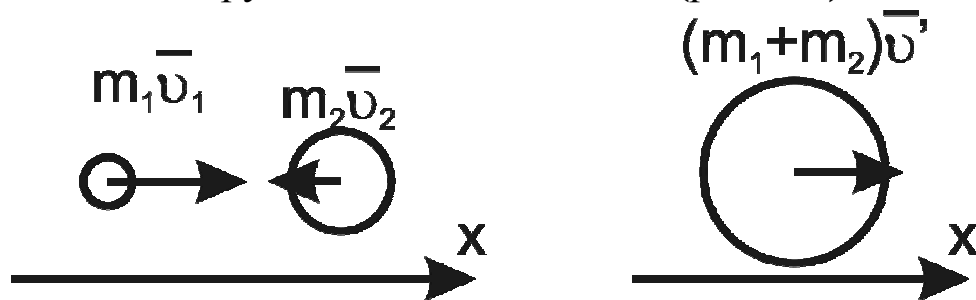


Рисунок 3.1

Оскільки рівнодійна сил, що діє на механічну систему, рівна нулю, то виконується закон збереження імпульсу. Запишемо закон у векторній формі

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_1'.$$

Візьмемо проекцію швидкостей на вісь «х», яку направимо вправо, тоді

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_1',$$

Звідси

$$v_1' = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (3.6)$$

Отримана формула дозволяє визначити швидкість руху тіл при абсолютно непружному ударі.

Закон збереження енергії. Використовувати векторні величини при взаємодії кількох тіл не завжди зручно, тому в механіці вводять ряд скалярних величин.

Робота (A) – скалярний добуток сили на переміщення, яке відбувається під дією сили.

$$A = (\vec{F} \cdot \Delta \vec{r}) \text{ або } \boxed{A = F \cdot \Delta r \cdot \cos(\alpha)}, \quad (3.7)$$

де α – кут між вектором сили ($\vec{F}$) та переміщення ($\Delta \vec{r}$).

Формулу (3.7) використовують, якщо сила є величина постійна. Якщо ж величина змінюється на шляху, то весь шлях розбивають на елементарні переміщення ($d\vec{r}$) і знаходять елементарну роботу (dA), які потім сумують:

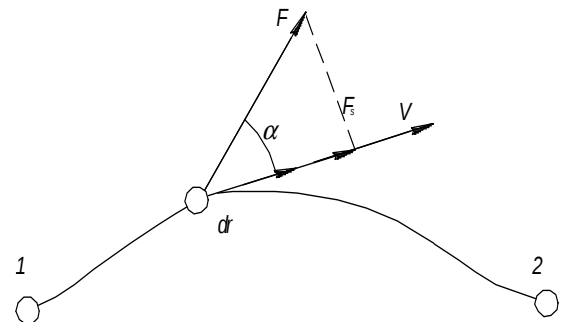


Рисунок 3.2

$$A = \int dA = \int F(r) \cdot \cos(\alpha) dr \quad (3.8)$$

Формулу (3.8) використовують для знаходження роботи змінної сили. Одиницею вимірювання роботи є Джоуль (Дж). (1 Дж = 1м*1Н).

Робота в механіці є кількісною скалярною величиною зміни стану механічної системи. Кількісною характеристикою руху механічної системи є кінетична енергія (W_k). *Кінетична енергія* кількісно рівна роботі, яку треба виконати над, тілом щоб надати йому певної кількості руху.

$$W_k = \int \vec{F} d\vec{r} = \int m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = \int m \frac{d\vec{r}}{dt} d\vec{v} = \int m \vec{v} d\vec{v} = \frac{m v^2}{2} + C. \quad (3.9)$$

Отже,
$$\boxed{W_k = \frac{m v^2}{2}}. \quad (3.10)$$

Тоді якщо над тілом виконати роботу, щоб змінити його швидкість, то робота іде на зміну кінетичної енергії:

$$A = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = \Delta W_k.$$

Аналогічно буде справедливе твердження: зміна кінетичної енергії іде на виконання роботи тілом (системою тіл).

Потенціальна енергія – енергія взаємодії двох і більше тіл або тіла та поля. Наприклад, потенціальна енергія пружно-деформованого тіла:

$$W_n = \int \vec{F} d\vec{r} = \int k \cdot x dx = \frac{k \cdot x^2}{2} + C.$$

Отже,
$$\boxed{W_n = \frac{k \cdot x^2}{2}}. \quad (3.11)$$

На будь-яке тіло, яке перебуває в полі тяжіння Землі, діє сила тяжіння ($m\vec{g}$). При незначних переміщеннях вздовж вертикалі (порівняно з радіусом Землі) силу можна вважати постійною

$$W_n = \int \vec{F} d\vec{r} = \int m\vec{g} d\vec{r} = mg \int dh = m \cdot g \cdot h + C.$$

Звідси
$$\boxed{W_n = m \cdot g \cdot h}. \quad (3.12)$$

де h – висота над поверхнею Землі.

Кінетична та потенціальна енергія є складовою повної механічної енергії:

$$W = W_k + W_n.$$

Якщо тіло рухається по горизонталі і внаслідок руху змінюється лінійний розмір, то повна енергія буде рівна

$$W = \frac{m v^2}{2} + \frac{k \cdot x^2}{2}.$$

Якщо тіло не змінює свого розміру та форми, але рухається як завгодно, тоді

$$W = \frac{m v^2}{2} + m \cdot g \cdot h.$$

Силове поле робота сил яких не залежить від шляху зміни системи, а визначається початковим та кінцевим положеннями, називаються *консервативними*. Якщо робота сил залежить від шляху руху системи, то вони називаються *дисипативними*. При-

кладом консервативних сил є: гравітаційні сили, сили пружності, електромагнітні сили, та інші. До дисипативних сил можна віднести: силу тертя, силу в'язкості, силу пластичної деформації, та інші. Фактично в результаті дії дисипативних сил виконується робота, яка змінює внутрішній стан системи, в більшості випадків нагріває її. В результаті цього підвищується температура механічної системи, а внаслідок теплопередачі, відбувається передача теплової енергії в зовнішнє середовище яке є холоднішим. В результаті цього механічна енергія розсіюється в навколишнє середовище і втрачається назавжди. В цьому випадку говорять, що енергія дисипує або відбувається дисипація енергії.

Тоді можемо сформулювати закон збереження і перетворення енергії: *якщо в системі діють тільки консервативні сили, то повна механічна енергія не змінюється з часом; якщо відбувається зміна механічної енергії, то вона іде на виконання роботи.* Якщо механічна енергія зростає, то вважають, що роботу виконують над системою; якщо зменшується – то роботу виконує система.

$$\Delta W = A. \quad (3.13)$$

Наприклад, тіло рухалося з швидкістю v під дією сили тертя воно зупинилося, пройшовши шлях S . Знайти коефіцієнт тертя μ .

Тіло рухалося, отже володіло кінетичною енергією $W_k = \frac{mv^2}{2}$. В результаті дії сили тертя $F_m = \mu N = \mu mg$ воно зупинилося $W_k = 0$. Зміна кінетичної енергії тіла пішла на виконання роботи проти сил тертя:

$$\Delta W_k = A \Rightarrow \frac{mv^2}{2} - 0 = \mu mgS \Rightarrow \mu = \frac{mv^2}{2mgS} \Rightarrow \mu = \frac{v^2}{2gS}. \quad (3.14)$$

Розглянемо інший приклад, застосування закону збереження енергії до абсолютно пружної взаємодії. Абсолютно пружний удар – це взаємодія, після якої тіла (матеріальні точки) відновлюють повністю свою форму та розміри (рис. 3.3). Тобто пара тіл

масами (m_1, m_2) рухалася з швидкостями v_1, v_2 . Знайти швидкості тіл після абсолютно пружного удару v_1', v_2' .

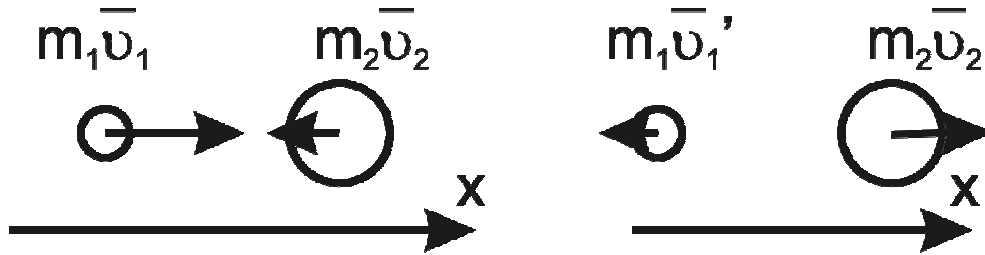


Рисунок 3.3

В результаті такої взаємодії виконуються закон збереження імпульсу та закон збереження енергії.

$$\begin{cases} \frac{m_1(v_1)^2}{2} + \frac{m_2(v_2)^2}{2} = \frac{m_1(v_1')^2}{2} + \frac{m_2(v_2')^2}{2}, \\ m_1v_1 - m_2v_2 = -m_1v_1' + m_2v_2' \end{cases},$$

$$\begin{cases} v_1' = v_1 - v_2 + v_2' \\ m_1(v_1 + v_1' - v_2 + v_2') = m_2(v_2 + v_2') \end{cases},$$

$$v_1' = v_1 - v_2 + v_2'$$

$$2m_1v_1 - m_1v_2 - m_2v_2 - m_2v_2' = m_2v_2' + m_1v_2'$$

$$v_2' = \frac{2m_1v_1 - (m_1 - m_2)v_2}{m_2 - m_1}$$

І отримаємо:

$$v_2' = \frac{2m_1v_1 + (m_1 - m_2)v_2}{m_1 + m_2}, \quad (3.15)$$

$$v_1' = \frac{2m_2v_2 + (m_2 - m_1)v_1}{m_2 + m_1}. \quad (3.16)$$

Оскільки виконується закон збереження енергії, то енергія не змінюється.

Повернемося до *абсолютно непружного удару*. Внаслідок пластичної деформації відбувається зміна внутрішньої енергії завдяки зміні механічної енергії:

$$\Delta Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) U^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)}{2} \times$$

$$\times \left(\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \right)^2 = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \cdot (v_1 - v_2)^2.$$

Якщо в конкретній ситуації знати, на що витрачається енергія системи, то можна застосовувати закон збереження енергії.

Запитання для перевірки знань

1. Що таке імпульс? Формула та одиниці вимірювання.
2. Як додаються два імпульси?
3. Що таке механічна система? Що таке замкнута механічна система?
4. Сформулюйте закон збереження імпульсу? Коли він виконується?
5. Наведіть приклад виконання закону збереження імпульсу.
6. Що таке абсолютно непружний удар?
7. Зробіть рисунок абсолютно непружного удару та зобразіть імпульси тіл до та після удару.
8. Що таке робота? В яких одиницях вона вимірюється? Запишіть формулу для визначення роботи.
9. Що таке кінетична енергія? Запишіть формулу для кінетичної енергії. Які одиниці вимірювання?
10. Що таке потенціальна енергія? Запишіть формулу для потенціальної енергії тіла над поверхнею землі.
11. Запишіть формулу для потенціальної енергії пружнодеформованого тіла.
12. Сформулюйте закон збереження енергії.
13. Що таке абсолютно пружний удар? Зобразіть приклад абсолютно пружного удару. Зобразіть на рисунку імпульси. Запишіть закон збереження імпульсу у векторній формі та для проекцій. Запишіть закон збереження енергії.
14. Чому рівна кількість теплоти, яка виділяється під час абсолютно непружного удару?

4 СИЛИ В МЕХАНІЦІ.

На будь-яке тіло на Землі діє сила тяжіння $\vec{F} = m \cdot \vec{g}$, і ця сила напрямлена вертикально вниз. Але як відомо тіло, що стоїть на столі – не падає до низу, а перебуває на столі в спокої. Це означає, що на тіло діє додаткова сила – сила реакції опри $\vec{N}$, яка напрямлена перпендикулярно до поверхні, на якій стоїть тіло (рис. 4.1-4.2), або діє вздовж нитки підвісу тіла ($\vec{T}$).

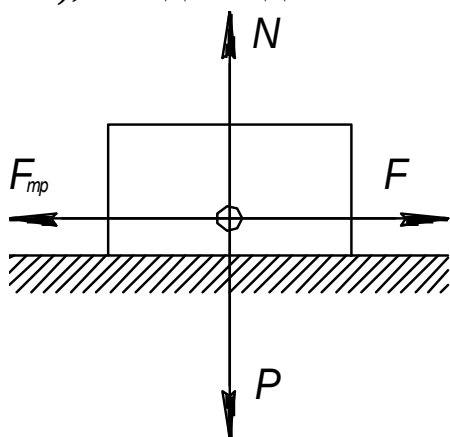


Рисунок 4.1

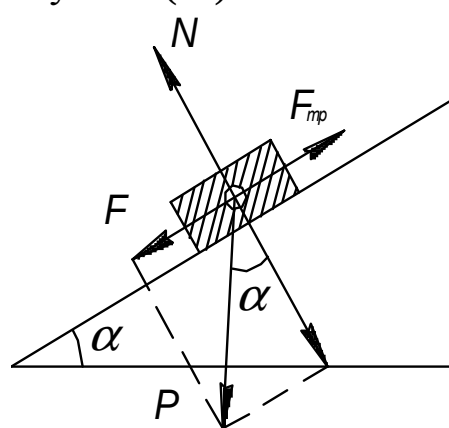


Рисунок 4.2

На тіло, яке контактує з поверхнею іншого тіла, діє сила тертя. Якщо брусок рухається на будь-якій поверхні, то на брусок діє сила напрямлена проти руху – сила тертя ковзання. Ця сила прямо пропорційна до сили реакції опри

$$\boxed{F_{тр} = \mu \cdot N} \quad (4.1)$$

де μ – коефіцієнт тертя ковзання, безрозмірна величина, яка залежить від поверхонь, які труться, і не залежить від маси тіла.

Якщо тіло має симетричну форму і може котитися, то завдяки вазі тіла, відбувається деформація поверхні, по якій воно котиться. Прогин поверхні не встигає відновити свою форму відразу, і, як наслідок, перед тілом виникає більша сила реакції, ніж позаду нього. Ця сила напрямлена проти швидкості, тому її за аналогією називають силою тертя кочення.

$$\boxed{F_{тр} = \frac{k \cdot N}{R}}, \quad (4.2)$$

де k – коефіцієнт тертя кочення вимірюється у m , який залежить від пружних властивостей поверхонь, які стикаються, і не залежить від ваги та радіуса тіла.

Сили пружності. Зміна форми або розміру тіла називається деформацією. Деформація є пружною та пластичною. Пружна деформація – це така деформація під дією зовнішньої сили, яка повністю зникає після припинення дії зовнішньої сили. Якщо тіло не повністю відновлює свій розмір або форму, то виникає деформація пластична або залишкова деформація. Під час деформації в тілі виникає механічна напруга

$$\sigma = \frac{F}{S}, \quad (4.3)$$

яка рівна відношенню сили F , що діє на тіло до площі поперечного перерізу S , вимірюється у $[Pa]$.

Кількісною мірою деформації тіла є відносне видовження $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ – безрозмірна величина, яка рівна відношенню абсолютного видовження, Δl до лінійного розміру тіла l .

Англієць Р. Гук (1635-1703) експериментально встановив закон, який називають законом Гука в диференціальній формі:

$$\boxed{\sigma = E \cdot \varepsilon}, \quad (4.4)$$

де E $[Pa]$ – модуль Юнга, табличне значення для певного виду матеріалу. Даний закон справедливий тільки при пружній деформації. Сила, яка виникає (сила пружності) під час деформації тіла, намагається повернути тіло до його попереднього розміру та форми (рис. 4.3).

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad F = \frac{E \cdot S}{l} \Delta l \quad \boxed{F = k \cdot \Delta l}, \quad (4.5)$$

де $k = \frac{E \cdot S}{l}$ – коефіцієнт жорсткості, Δl – абсолютне видовження, F – сила пружності. Останню формулу називають законом Гука в інтегральній формі.

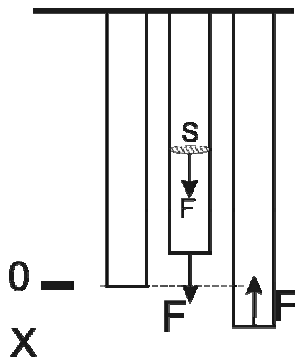


Рисунок 4.3

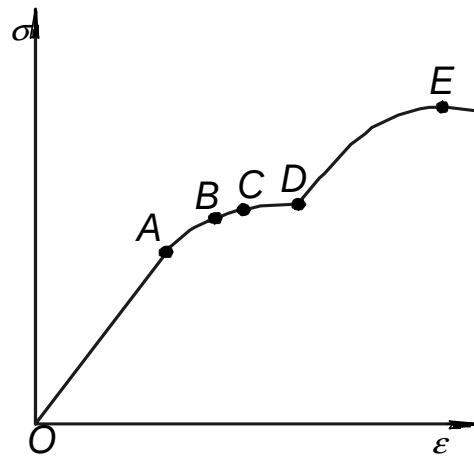


Рисунок 4.4

Розглянемо діаграму розтягу тіла (рис. 4.4), як залежність механічної напруги σ від відносного видовження ϵ . Ділянка OA відповідає пружній деформації. Тільки тут виконується закон Гука. σ_{np} – максимальне механічне напруження, при якому ще спостерігається пружна деформація. Збільшуючи деформацію (ϵ), отримуємо область текучості BC , де при збільшенні деформації не збільшує механічні напруження в тілі, тобто тіло поводить себе як рідина – кажуть, що тверде тіло «пливе». Наступна ділянка CD – зростання механічної напруги при зростанні деформації до максимального напруження σ_M або напруження на розрив і наступне руйнування тіла (т.Е). Коли проводять розрахунок механічних властивостей тіла, то використовують п'ятикратний запас міцності, тобто максимальне робоче напруження повинно бути

$$\sigma_{0,2} = \frac{\sigma_M}{5} = 0,2 \cdot \sigma_M, \text{ і позначають його } \sigma_{0,2}.$$

Сили інерції в неінерціальних системах відліку. Неінерціальною системою відліку є система, яка рухається з прискоренням відносно будь-якої інерціальної. Для неінерціальної системи відліку можна використати II закон Ньютона, якщо ввести фіктивну силу – силу інерції.

1. Сила інерції під час поступального прискореного руху (рис. 4.5). В результаті руху візка з прискоренням $\vec{a}$ підвішена до нитки кулька відхиляється від положення вертикалі. Виникає ситуація, ніби на кульку діє додаткова сила – сила інерції $\vec{F}_{in}$

$$\vec{F}_{in} = -m \cdot \vec{a}. \quad (4.6)$$

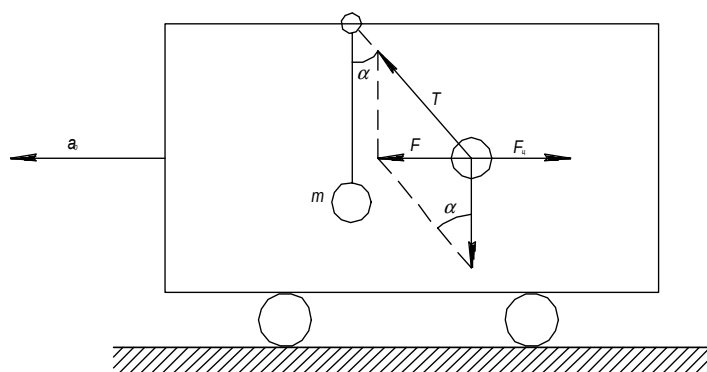


Рисунок 4.5

2. Сили інерції, які виникають при обертанні системи відліку (рис. 4.6). Кульки підвішені до ниток, які розміщуюються на платформі, що обертається, будуть відхилятися від вертикалі. Тобто на них повинна діяти відцентрова сила, рівна

$$\vec{F}_c = -m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r}. \quad (4.7)$$

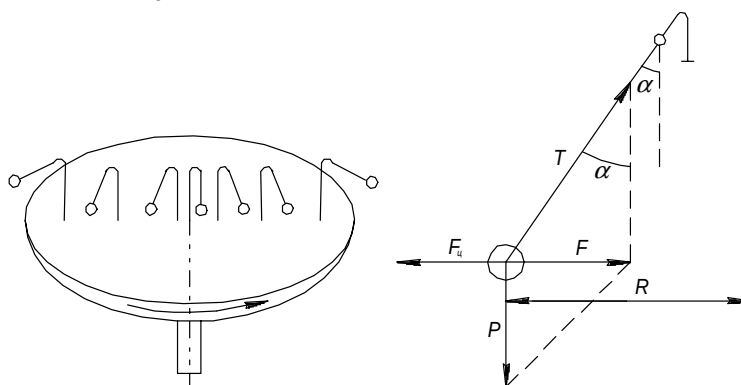


Рисунок 4.6

3. Сила інерції, яка виникає під час поступального та обертального руху системи відліку. На тіло, яке рухається перпендикулярно до вектора кутової швидкості, діє сила Кориоліса:

$$\vec{F}_K = -2m \cdot [\vec{\omega} \times \vec{v}]. \quad (4.8)$$

Внаслідок існування сили Кориоліса пояснюється рух маятника Фуко. А саме – повертання площини коливання маятника. Це явище підтверджує гіпотезу про обертання Землі навколо власної осі.

Тоді в неінерціальних системах відліку II закон Ньютона набуде вигляду:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{in} + \vec{F}_g + \vec{F}_K, \quad (4.9)$$

де $\vec{a}$ – прискорення, з яким рухається тіло в неінерціальній системі координат.

Якщо повернутися назад до інерціальних систем відліку, то сили інерції зникають, тобто вони є фіктивними і служать для математичного формалізму в динаміці неінерціальних систем.

Запитання для перевірки знань

1. Чому виникає сила тяжіння?
2. Що таке сила реакції опори? Як вона напрямлена?
3. Що таке сила тертя ковзання? Запишіть формулу. Від чого залежить коефіцієнт тертя кочення?
4. Зобразіть сили, які діють на тіло під час переміщення тіла горизонтально.
5. Зобразіть сили які діють на тіло під час переміщення тіла по похилій площині.
6. Що таке сила пружності? Куди вона направлена під час деформації?
7. Що таке механічне напруження? Запишіть формулу. В яких одиницях вона вимірюється?
8. Що таке відносне видовження? Які його одиниці вимірювання?
9. Запишіть закон Гука в інтегральній та диференціальній формах.
10. Замалюйте і поясніть діаграму розтягу. На якій ділянці виконується закон Гука?
11. Що таке неінерціальна система відліку?
12. Які сили діють в неінерціальних системах відліку?

5 ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА

Основне рівняння динаміки обертального руху. Розглянемо обертальний рух твердого тіла. Тверде тіло – математична модель тіла, що складається з матеріальних точок, відстань та відносне розміщення яких не змінюються протягом усього руху. Як було показано в лекції 1, всі матеріальні точки твердого тіла рухаються з різними швидкостями, проте з однаковими кутовими швидкостями.

Тіло буде рухатись прямо-лінійно, або перебувати в стані спокою доти, поки рівнодійна сил проходить через центр мас або через підвіс.

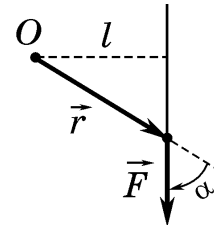


Рисунок 5.1

Якщо лінія дії сили не проходить через центр мас (або точку підвісу) рис. 5.1, то тіло почне обертатися. Величину $l \cdot F = M$ називають моментом сили. $\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$, $[H \cdot m]$

$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha. \quad (5.1)$$

Якщо $\sum \vec{M} \neq 0$, то тіло буде обертатись.

Запишемо основне рівняння динаміки поступального руху для кожної матеріальної точки, з яких складається тверде тіло.

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \vec{F}_1 \\ \vdots \\ m_{n-1} \frac{d\vec{v}_{n-1}}{dt} = \vec{F}_{n-1} \\ m_n \frac{d\vec{v}_n}{dt} = \vec{F}_n \end{array} \right.$$

Помножимо зліва на $\vec{r}_i$ ($\vec{r}_i$ – радіус-вектор) векторно.

$$\begin{cases} [\vec{r}_1 \times m_1 \vec{a}_1] = [\vec{r}_1 \times \vec{F}_1] \\ \vdots \\ [\vec{r}_{n-1} \times m_{n-1} \vec{a}_{n-1}] = [\vec{r}_{n-1} \times \vec{F}_{n-1}] \\ [\vec{r}_n \times m_n \vec{a}_n] = [\vec{r}_n \times \vec{F}_n] \end{cases} \quad (5.2)$$

Скористаємося співвідношенням (1.22), тоді отримаємо наступний вираз

$$[\vec{r}_i \times m_i \vec{a}_i] = [\vec{r}_i \times m_i [\vec{r}_i \times \vec{\mathcal{E}}]].$$

Врахувавши формулу векторного добутку, останній вираз можна перетворити

$$[\vec{r}_i \times m_i [\vec{r}_i \times \vec{\mathcal{E}}]] = m_i (\vec{r}_i \cdot \vec{r}_i) \vec{\mathcal{E}} - m_i (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{r}_i) \vec{r}_i = m_i r_i^2 \vec{\mathcal{E}}.$$

Тоді система рівнянь (5.2) набуде вигляду

$$\begin{cases} m_1 \cdot r_1^2 \cdot \vec{\mathcal{E}} = \vec{M}_1 \\ \vdots \\ m_{n-1} \cdot r_{n-1}^2 \cdot \vec{\mathcal{E}} = \vec{M}_{n-1} \\ m_n \cdot r_n^2 \cdot \vec{\mathcal{E}} = \vec{M}_n \end{cases} \quad (5.3)$$

Просумуємо ці рівняння.

$$\sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 \cdot \vec{\mathcal{E}} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i, \quad (5.4)$$

де $\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i$ – головний механічний момент, $J = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2$ – момент інерції. Тоді отримаємо основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла

$$\boxed{J \vec{\mathcal{E}} = \vec{M}} \text{ або } \boxed{J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}}. \quad (5.5)$$

Дане рівняння (5.5) пов'язує кінематичні $(\vec{\mathcal{E}}, \vec{\omega})$ та динамічні величини J і $\vec{M}$. Якщо порівняти з відповідним рівнянням для поступального руху, то видно, що J характеризує інерціальні властивості твердого тіла при обертальному русі.

Момент імпульсу твердого тіла. Кількісною характеристикою обертального руху служить момент імпульсу $\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}]$. Для матеріальної точки момент імпульсу відповідно буде рівний

$$L = mr\vartheta. \quad (5.6)$$

Якщо матеріальну точку замінити твердим тілом, то необхідно просумувати моменти імпульсів усіх матеріальних точок

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \times \vec{p}_i] = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i] = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \times m_i [\vec{r}_i \times \vec{\omega}]] = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \cdot \vec{\omega} = J \cdot \vec{\omega}$$

І отримаємо
$$\boxed{\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}} \quad (5.7)$$

Якщо механічна система складається із декількох тіл, то момент імпульсу визначається як векторна сума моментів імпульсу твердих тіл

$$\vec{L} = J_1 \cdot \vec{\omega}_1 + J_2 \cdot \vec{\omega}_2.$$

Тоді основне рівняння динаміки обертального руху можна переписати через зміну моменту імпульсу

$$\boxed{\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}}. \quad (5.8)$$

Закон збереження моменту імпульсу. Розглянемо випадок, коли загальний момент сили, що діє на механічну систему, буде $\vec{M} = 0$. Тоді основне рівняння динаміки обертального руху набуде вигляду

$$\vec{M} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{const}.$$

Головний момент може бути рівний нулю у випадку, якщо:

а) $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 0$ діють два моменти, які взаємокомпенсують один одного;

б) $\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{M} = 0$ – зовнішня сила, що діє на систему, дорівнює нулю;

в) $(\vec{F} \neq 0, \vec{r} = 0) \Rightarrow \vec{M} = 0$ – випадок механічної системи у полі центральносиметричних сил.

Звідси можна сформулювати основний закон збереження моменту імпульсу: *якщо на механічну систему твердих тіл діючий головний момент сили рівний нулю або система перебуває в полі дії центральносиметричних сил, то повний момент імпульсу цієї системи залишається постійним у часі.*

$$\vec{M} = 0 \Rightarrow J_1 \cdot \vec{\omega}_1 + J_2 \cdot \vec{\omega}_2 = J_1 \cdot \vec{\omega}'_1 + J_2 \cdot \vec{\omega}'_2. \quad (5.9)$$

Цей закон буде справедливий і для одного тіла, яке змінює форму під час обертального руху. Наприклад, фігурист виконує фігуру при якій починає обертатися навколо власної осі обертання. Тоді момент імпульсу буде рівний J_1 . Якщо він змінить розташування рук або ніг, то зміниться його момент інерції J_2 . Оскільки він перебуває в полі сил тяжіння, які є центральносиметричними, то виконується закон збереження моменту імпульсу

$$J_1 \cdot \vec{\omega}_1 = J_2 \cdot \vec{\omega}_2, \quad \omega_2 = \frac{J_1}{J_2} \cdot \omega_1, \quad J_1 > J_2 \text{ то } \omega_2 > \omega_1$$

і, як наслідок, фігурист обертається з більшою кутовою швидкістю.

Момент інерції. Оскільки $J = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2$, то відповідно момент інерції залежить не тільки від маси, але й від відстані до осі обертання. Причому вклад від r більший ніж від маси m , оскільки у формулу входить радіус в квадраті – r^2 .

Якщо тіло складається не з матеріальних точок, то знак суми замінюють на інтеграл:

$$J = \int r^2 dm = \int \rho(r) \cdot r^2 dV. \quad (5.10)$$

Застосуємо отриману формулу для знаходження моменту інерції суцільного циліндра відносно осі, яка збігається з віссю циліндра

$$\rho = \frac{m}{\pi R^2 L}, \quad dV = 2\pi r L dr,$$

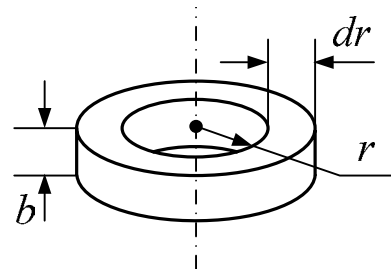


Рисунок 5.2

$$J = \int \rho(r) \cdot r^2 dV = \int_0^R \frac{m}{\pi R^2 L} \cdot r^2 \cdot 2\pi r L dr = \frac{2m}{R^2} \cdot \int_0^R r^3 dr = \frac{mR^2}{2}$$

$$\boxed{J_{\text{ц}} = \frac{mR^2}{2}}. \quad (5.11)$$

Аналогічно для кулі можна знайти

$$\boxed{J_{\text{к}} = \frac{2mR^2}{5}}. \quad (5.12)$$

Для стержня який обертається відносно осі яка проходить через центр мас і є перпендикулярна до стержня

$$J_{cm} = \frac{mL^2}{12}. \quad (5.13)$$

Для пустотілого циліндра

$$J_{\kappa} = \frac{m(R^2 + r^2)}{2} \quad (5.14)$$

Для обруча

$$J = mR^2 \quad (5.15)$$

Щоб розрахувати момент інерції тіла відносно осі, яка не проходить через його центр мас, використовують теорему Штейнера.

Теорема Штейнера. Момент інерції твердого тіла відносно довільної осі рівна сумі моменту інерції відносно осі яка паралельна до даної і проходить через центр мас та добутку маси на квадрат відстані між осями (рис. 5.3).

$$J_{o'o'} = J_{oo} + md^2 \quad (5.16)$$

Наприклад, знайдемо момент інерції циліндра відносно

осі яка лежить на його твірній

$$J_{o'o'} = \frac{mR^2}{2} + mR^2 = \frac{3mR^2}{2}$$

Висновок. Таким чином, якщо у формулах поступального руху зробити такі шість замін:

лінійний шлях	$S \rightarrow \varphi$	кут повороту
лінійна швидкість	$\vec{V} \rightarrow \vec{\omega}$	кутова швидкість
лінійне прискорення	$\vec{a} \rightarrow \varepsilon$	кутове прискорення
сила	$\vec{F} \rightarrow \vec{M}$	момент сили
маса	$m \rightarrow J$	момент інерції
імпульс	$\vec{p} \rightarrow \vec{L}$	момент імпульсу

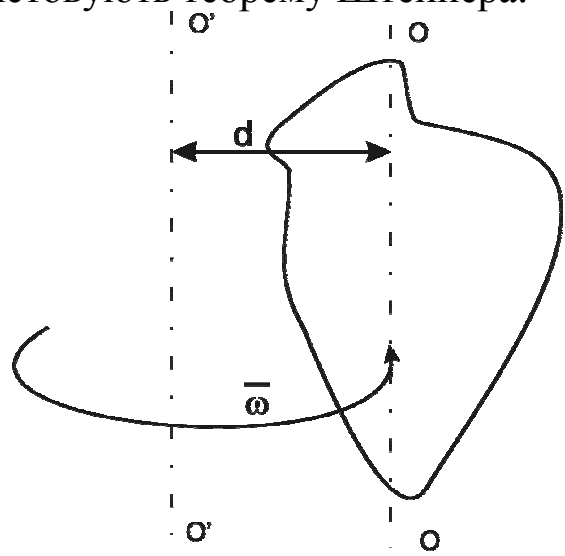


Рисунок 5.3

то всі формули поступального руху тіла правильним чином перейдуть у відповідні формули обертального руху.

Перелік основних формул

Поступальний рух

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

$$\vec{p} = m\vec{V}$$

$$E_k = \frac{mV^2}{2}$$

$$A_{12} = \int_1^2 F_S dS$$

Обертальний рух

$$\sum \vec{M}_i = J\vec{\varepsilon}$$

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$$

$$A_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_z d\varphi$$

Запитання для перевірки знань

1. Що таке тверде тіло?
2. Вивести основне рівняння динаміки обертального руху.
3. Що таке момент сили? Що таке головний момент сили? Які одиниці вимірювання моменту сил?
4. Що таке момент інерції матеріальної точки? В яких одиницях він вимірюється?
5. Що таке момент інерції твердого тіла?
6. Що таке момент імпульсу матеріальної точки? Одиниці вимірювання.
7. Запишіть момент імпульсу для твердого тіла.
8. Сформулюйте та запишіть закон збереження моменту імпульсу.
9. Запишіть формули для визначення моменту інерції матеріальної точки, циліндра, кулі.
10. Сформулюйте і запишіть теорему Штейнера.
11. Зробіть розрахунок моменту інерції для циліндра у випадку, коли вісь обертання проходить через одну з твірних циліндра.

6 МЕХАНІКА СУЦІЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА

Відомо три агрегатних стани: твердий, рідкий, газоподібний. Елементарною складовою суцільного середовища є атом або молекула. Порівняно з макроскопічними тілами їх розміри є набагато меншими, а кількість їх надзвичайно велика, тому розглядаючи рідину, газ або тверде тіло, їх вважають неперервними суцільним середовищем. У цьому середовищі вводять поняття густини (ρ) відношення маси тіла до об'єму.

$$\rho = \frac{m}{V}, \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right]. \quad (6.1)$$

Для суцільного середовища вважають, що густина змінюється неперервно. Газоподібне середовище характеризується великою стисливістю, а відповідно і зміною густини, розміри газоподібного середовища такі ж, як і посудини, в якій він міститься. Рідину вважають нестисливим середовищем ($\rho = \text{const}$), і внаслідок гравітації воно займає нижню частину об'єму посудини та володіє вільною поверхнею. Ідеальною називають рідину, у якій густина не змінюється (рідина нестислива) та немає сил опору. Про механіку твердого тіла ми вели мову на попередніх лекціях.

Фізична величина, яка рівна відношенню сили до розміру площадки, на яку вона діє, називається тиском (p).

$$p = \frac{F}{S}, [\text{Па}]. \quad (6.2)$$

Якщо рідина або газ перебуває в стані спокою, то тиск у всі напрямки передається без змін. Таке середовище називають однорідним. Тиск суцільного середовища, що діє на стінки та дно посудини, визначається за формулою Паскаля:

$$\boxed{p = \rho g h}. \quad (6.3)$$

На занурене тіло у рідину або газ діє виштовхувальна сила рівна вазі витісненої рідини або газу:

$$\boxed{F_a = \rho_p \cdot V_m \cdot g}, \quad (6.4)$$

де ρ_p – густина рідини або газу, V_m – об'єм тіла.

Якщо в середовищі виникають місця з підвищеним або пониженим тиском, то виникає рух середовища для вирівнювання тиску. Такий рух називають течією. Траєкторію руху молекули (атома) називають лінією течії. Лінія течії – лінія, дотична до якої співпадає з напрямком швидкості течії у даній точці простору. Чим густіше розташовані лінії течії, тим більша швидкість потоку.

Розглянемо рух ідеальної рідини по трубі змінного поперечного перерізу. Виберемо довільних два перерізи. За час Δt через обидва перерізи (рис. 6.1) проходить однакова маса води

$$\Delta m_1 = \Delta m_2. \text{ Тоді}$$

$$\Delta m_1 = \rho_1 \Delta V_1, \Delta m_2 = \rho_2 \Delta V_2, \text{ і } \Delta V_1 = S_1 v_1 \Delta t, \Delta V_2 = S_2 v_2 \Delta t,$$

$$\rho_1 S_1 v_1 \Delta t = \rho_2 S_2 v_2 \Delta t$$

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2. \quad (6.5)$$

Називають рівняння неперервності газу. Якщо врахувати, що густина рідини не змінюється, то $\rho_1 = \rho_2$, і відповідно отримаємо

$$\boxed{S_1 v_1 = S_2 v_2} \text{ або } S v = \text{const} \quad (6.6)$$

рівняння нерозривності рідини. Оскільки перерізи вибирали довільно, то останнє рівняння справедливе для будь-яких двох перерізів стаціонарного потоку. Розглядаючи рух рідин, вводять об'ємну витрату рідини: $Q = \frac{dV}{dt}$. Фізичний зміст величини Q ,

об'ємна витрата чисельно рівна об'єму рідини (dV), що протікає за одиницю часу ($dt = 1 \text{ с}$) через поперечний переріз труби:

$$Q = \frac{dV}{dt} = \frac{S dl}{dt} = S \frac{dl}{dt} = S v,$$

тобто можемо записати

$$\boxed{Q = S v} \quad (6.7)$$

Запишемо закон збереження енергії для довільного руху сталої маси ідеальної рідини (рис. 6.2):

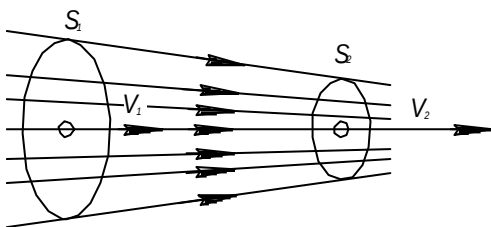


Рисунок 6.1

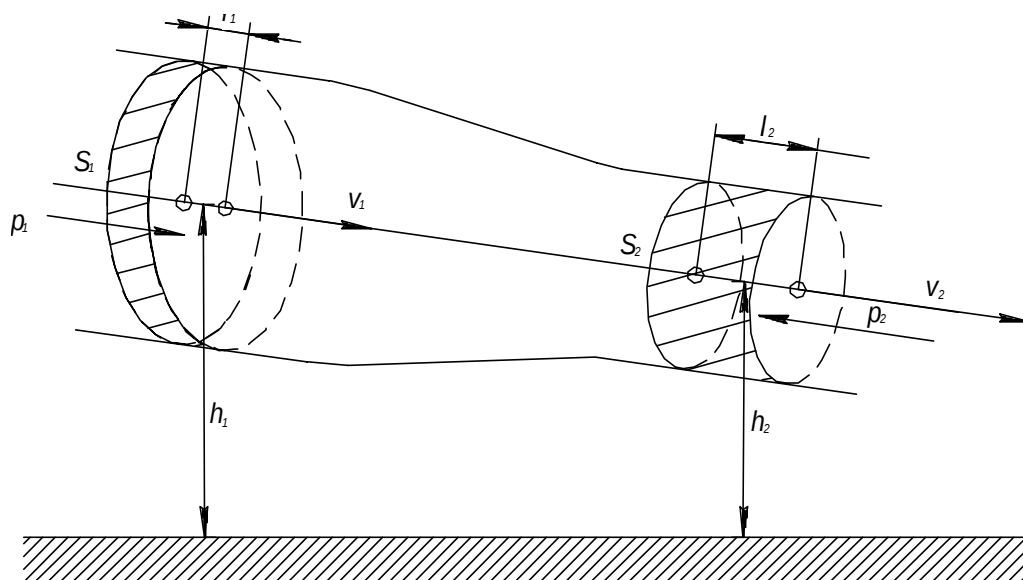


Рисунок 6.2

$$W_{k2} - W_{k1} + W_{n2} - W_{n1} = A$$

$$A = Fdl = p_1 S_1 dl_1 - p_2 S_2 dl_2 = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V = (p_1 - p_2) \Delta V$$

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} + mgh_2 - mgh_1 = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V. \quad (6.8)$$

Маса рідини, що протікала через поперечний переріз, однакова:

$m_1 = m_2$. Тоді рівняння (6.8) розділимо на dV та врахуємо, що $\frac{m}{V} = \rho$,

$$\frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_2 - \rho gh_1 = p_1 - p_2.$$

Розділимо змінні: перенесемо величини, що стосуються одного стану в одну сторону, а інші в другу

$$\boxed{\frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1}. \quad (6.9)$$

Оскільки перерізи вибрані довільно, то сума трьох доданків є постійною величиною:

$$\boxed{\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const}}.$$

де $\frac{\rho v^2}{2}$ – гідродинамічний тиск, ρgh – гідростатичний тиск, p – абсолютний тиск. Отримане рівняння називають рівняння Бернуллі (1700-1782 рр.).

Розглянемо, наприклад, циліндр діаметром D , заповнений ідеальною рідиною до висоти h , у дні якого є отвір d . Необхідно знайти швидкість витікання рідини через отвір. (рис. 6.3)

Запишемо рівняння Бернуллі та рівняння нерозривності рідини для перерізу А і В:

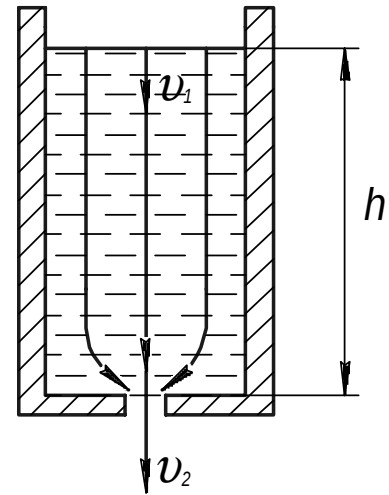


Рисунок 6.3

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh + p_a = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_a,$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

Отримаємо

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh = \frac{\rho v_2^2}{2} \text{ та } v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2, \text{ звідки } \rho gh = \frac{\rho v_2^2}{2} \left(1 - \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^2 \right),$$

$$v_2 = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 - \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^2}} \Rightarrow v_2 = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4}}. \quad (6.10)$$

Якщо $d \ll D$, то $\frac{d}{D} \ll 1$ і тоді $v_2 = \sqrt{2gh}$ – формула Торічеллі. Дана формула показує, що швидкість витікання рідини широкої посудини через малий отвір буде чисельно рівна швидкості, якої б набула рідина під час вільного падіння з висоти h . Формула Торічеллі є наближенням формули (6.10), яка дає точні значення.

Розглянемо тепер рух рідини по горизонтальній ділянці труби ($h = \text{const}$) з різним поперечним перерізом

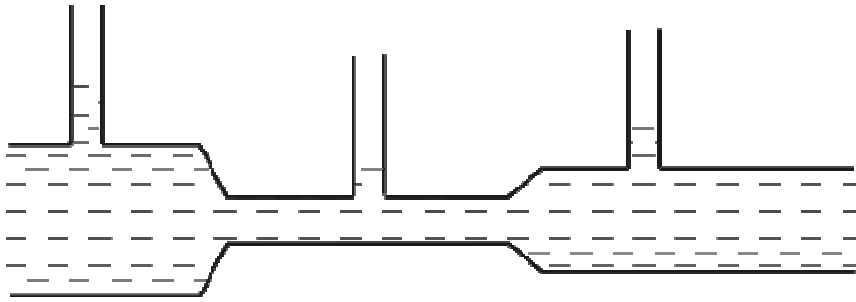


Рисунок 6.4

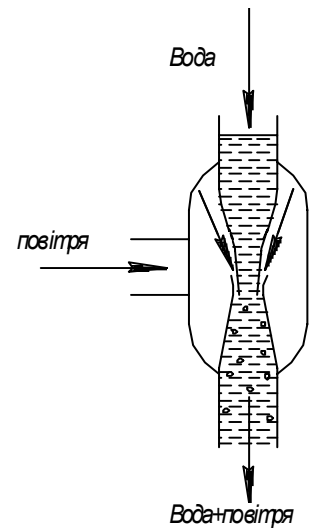


Рисунок 6.5

Повний тиск у всіх перерізах однаковий, тобто $\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const}$. Завдяки різному поперечному перерізу швидкість руху рідини буде більшою, там де переріз буде менший, і відповідно буде більший гідродинамічний тиск $\frac{\rho v^2}{2}$, як наслідок зменшується абсолютний тиск p . Як видно (рис. 6.4), у другому перерізі абсолютний тиск найменший. Якщо абсолютний тиск буде менший від нуля, то відповідно атмосферне повітря потрапляє до рухомої рідини (рис. 6.5). За таким принципом працює розпилювач або пульверизатор.

Вивчаючи вільний рух реальної рідини І. Ньютон приходить до висновку, що сила тертя, яка виникає в рідині або газі, визначається за формулою

$$F = -\eta \frac{\Delta v}{\Delta x} S, \quad (6.11)$$

де S – площа дотику шарів, η – коефіцієнт пропорційності, який називають коефіцієнтом динамічної в'язкості, $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ – градієнт швидкості. Градієнт швидкості – це відношення зміни швидкості Δv на одиницю довжини Δx до напрямку, перпендикулярного до вектора $\vec{v}$. Коефіцієнт динамічної в'язкості чисельно рівний силі внутрішнього тертя при одиничній площі дотику шарів та одини-

чному градієнті швидкості. Завдяки внутрішньому тертю виникає явище в'язкості – явище вирівнювання відносної швидкості суцільного середовища (пригадайте, як рухається вода у стакані чаю під час перемішування, і як вона рухається після того як вийняти ложку).

Коефіцієнт динамічної в'язкості залежить від виду рідини і дуже чутливий до температури суцільного середовища. Для газів підвищення температури приводить до зростання, а для рідин він зменшується. Винятком є вода та гліцерин – для даних речовин η зростає у вузькому інтервалі температур – це пов'язано із молекулярною взаємодією структурних одиниць рідини.

Розглядаючи рух реального суцільного середовища вважають, що шар, який є безпосередньо біля твердого тіла, рухається з швидкістю твердого тіла. Такий шар називають пограничним шаром. Завдяки в'язкості рухома рідина у трубі буде мати різну швидкість, модуль якої зростає від стінок до середини труби.

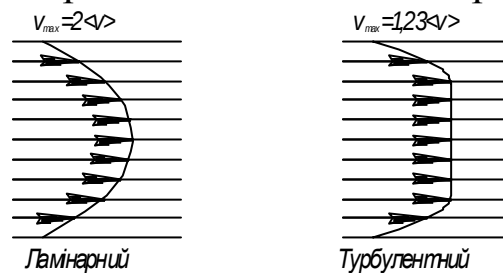


Рисунок 6.6

Рух рідини у випадку (а) спостерігається при малих значеннях швидкостей. Тут всі лінії течії паралельні поверхні труби – рух течії називається *ламінарний*. Якщо швидкість рідини зростає, то завдяки в'язкості виникає відхилення від ламінарності течії, тобто виникають завихрення і перемішування шарів рухомого суцільного середовища. Области перемішування шарів називають турбулентним ядром, а течію турбулентною. Критерієм ламінарності потоку – є число Рейнольдса.

$$\boxed{\text{Re} = \frac{\vartheta d \rho}{\eta} = \frac{\vartheta d}{\nu}}, \quad (6.12)$$

де $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ – коефіцієнт кінематичної в'язкості.

Якщо $Re < 2300$ – потік ламінарний, $Re \approx 2300$ – виникають турбулентні завихрення, $Re > 2300$ – ядро турбулентності значне і відповідно є великі втрати енергії руху.

Цікавим є випадок руху тіла в суцільному середовищі. Нехай тіло, яке рухається, буде симетричним відносно швидкості потоку.

Лінії течії суцільного середовища огинають тіло, позаду тіла (у дуже малій області) виникають завихрення і швидкість потоку дорівнює нулю. Тобто в лобовій частині тіла тиск рівний $\frac{\rho v^2}{2} + p$, а в тильній p . Між передньою та задньою частинами

виникає різниця тисків $\frac{\rho v^2}{2}$, що в свою чергу викликає силу лобового опору

$$F_x = k_x \frac{\rho v^2}{2} S, \quad (6.13)$$

де S – найбільша площа поперечного перерізу тіла у напрямку перпендикулярному до швидкості потоку суцільного середовища або руху тіла, k_x – коефіцієнт лобового опору, який залежить від форми тіла.

Якщо тіло буде несиметричне, то за нерозривності суцільного середовища швидкості над тілом буде більшою, ніж в нижній частині $ABC > ADC$ (шлях ABC більший, ніж ADC , а суцільне середовище рухається однаковий час Δt , то

$\frac{ABC}{\Delta t} > \frac{ADC}{\Delta t}$). Завдяки різним швидкостям виникає різниця тис-

ків $\Delta p_y = k_y \frac{\rho v^2}{2}$, і відповідно розраховується піднімальна сила крила літака:

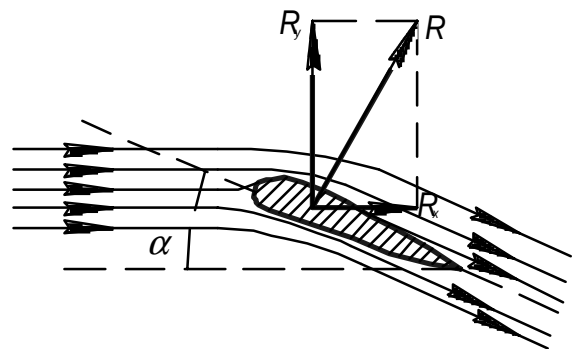


Рисунок 6.7

$$F_y = k_y \frac{\rho v^2}{2} S, \quad (6.14)$$

де k_y – коефіцієнт піднімальної сили, який залежить від форми твердого тіла, S – найбільша площа перерізу крила літака у напрямі швидкості.

Запитання для перевірки знань

1. Що таке суцільне середовище?
2. Що таке густина? Які її одиниці вимірювання?
3. Що таке трубки та лінії течії? Для чого вводять лінії течії?
4. Вивести рівняння нерозривності газу та рідини для стаціонарного потоку.
5. Що таке об'ємна витрата рідини? Рівняння нерозривності через об'ємну витрату рідини.
6. Вивести рівняння Бернуллі. Який фізичний зміст кожного доданку у цьому рівнянні?
7. Наслідки з рівняння Бернуллі.
8. Вивести формулу Торічеллі.
9. Принцип роботи розпилювача (на основі рівняння Бернуллі)?
10. Що таке в'язка рідина? Сила внутрішнього тертя (формула Ньютона).
11. Фізичний зміст коефіцієнта динамічної в'язкості. Одиниці вимірювання.
12. Зв'язок коефіцієнтів динамічної та кінематичної в'язкості.
13. Сила опору руху тіла з великими швидкостями.
14. Чому виникає піднімальна сила крила літака?
15. Ламінарний та турбулентний режими руху течії. Критерій ламінарності – число Рейнольдса.

7 СПЕЦІАЛЬНА ТЕОРІЯ ВІДНОСНОСТІ

1. Якщо інерціальна система відліку (K' – рухома) рухається одна відносно іншої (K – нерухома), то для них обох будуть справедливі закони Ньютона. У всіх інерціальних системах відліку закони динаміки є однаковими – механічний принцип Галілея.

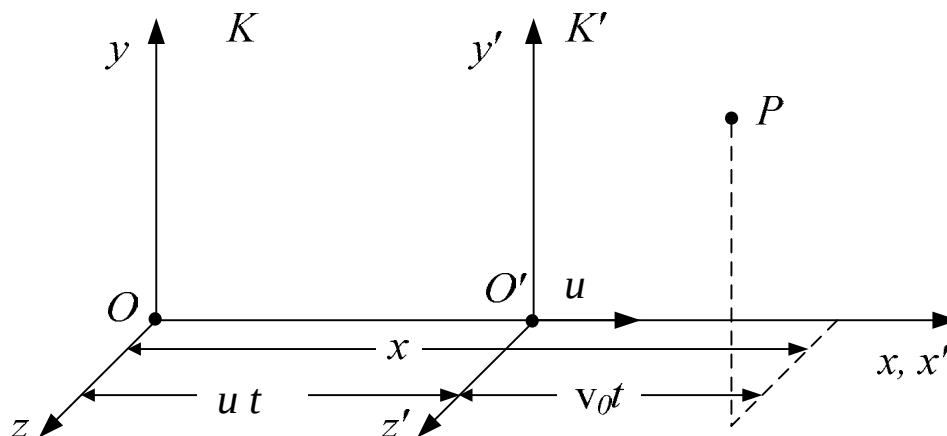


Рисунок 7.1

Нехай система K' рухається з постійною швидкістю $\vec{U}$ відносно нерухомої K (рис. 7.1). Тоді зв'язок координат (x, y, z) у K з (x', y', z') у K' є такими

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u} \cdot t \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' + u_x \cdot t \\ y = y' + u_y \cdot t \\ z = z' + u_z \cdot t \end{cases} \text{ та } \begin{cases} x' = x - u_x \cdot t \\ y' = y - u_y \cdot t \\ z' = z - u_z \cdot t \end{cases} \quad (7.1)$$

причому час для обох систем буде протікати однаково $t = t'$. Тоді

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r}' + \vec{u} \cdot t) = \frac{d\vec{r}'}{dt'} + \vec{u} = \vec{v}' + \vec{u} \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}, \quad (7.2)$$

$$\text{і} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt'} = \vec{a}' \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}'. \quad (7.3)$$

Згідно з (7.3) прискорення матеріальної в різних системах однакові. А оскільки взаємодія визначається через силу ($\vec{F} = m\vec{a}$), то сили, що діють, у різних інерціальних системах будуть однаковими. А звідси випливає механічний принцип Галілея: *не мож-*

на встановити рухається рівномірно прямолінійно чи перебуває у стані спокою система за допомогою фізичних дослідів, оскільки в кожній інерціальній системі закони фізики незмінні.

Для великих швидкостей послуговуються спеціальною теорією відносності, підвалини якої заклав А. Ейнштейн. В основі теорії лежать два постулати. Один з них співпадає з механічним принципом відносності Галілея, а другий говорить, що швидкість світла у вакуумі (c) є постійною величиною і не залежить від вибору системи відліку. Фактично це означає, що c – максимальна гранична швидкість у всесвіті.

На основі цих постулатів Лоренц отримав співвідношення, які пов'язують координати у рухомій (K) і нерухомій ($\bar{K}$) системах відліку

$$\left\{ \begin{array}{l} K' \rightarrow K \\ x = \frac{x' + u_x \cdot t}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + \frac{u \cdot x}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} K \rightarrow K' \\ x' = \frac{x - u_x \cdot t}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{u \cdot x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \end{array} \right. \quad (7.4)$$

Для малих значеннях швидкості:

$$U \ll C; \frac{u}{c} \ll 1; \left(\frac{u}{c}\right)^2 \rightarrow 0 \text{ переходять у перетворення Галілея}$$

Оскільки перетворення Лоренца описують просторово часову функціональну залежність, то з'являється поняття чотиривимірного простору – “Простір” + “Час”. З перетворень Лоренца випливає, що закон перетворення швидкостей у випадку теорії відносності матиме вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} v_x = \frac{v_x' + u}{1 + \frac{u \cdot v_x'}{c^2}} \\ v_y = \frac{v_y' \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}{1 + \frac{u \cdot v_y'}{c^2}} \\ v_z = \frac{v_z' \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}{1 + \frac{u \cdot v_z'}{c^2}} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} v_x' = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u \cdot v_x}{c^2}} \\ v_y' = \frac{v_y \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}{1 - \frac{u \cdot v_y}{c^2}} \\ v_z' = \frac{v_z \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}{1 - \frac{u \cdot v_z}{c^2}} \end{array} \right. \quad (7.5)$$

Тобто закон додавання швидкостей, які є паралельними, матиме вигляд

$$v = \frac{v' \pm u}{1 \pm \frac{u \cdot v'}{c^2}}, \quad (7.6)$$

де u – відносна швидкість руху системи координат; знак “-” – відповідає випадку коли $\vec{v}'$ і $\vec{u}$ однакові за напрямком, “+” – протилежні.

2. Говорячи про перехід $K \rightarrow K'$, і навпаки, зручно оперувати незмінними величинами – інваріантами. У механіці Галілея інваріантами є довжина та час:

$$\begin{aligned} S_{12} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = \\ &= \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2} = S_{12}' \\ &\quad t = t' \end{aligned} \quad (7.7)$$

У спеціальній теорії відносності отримано тільки один інваріант – інтервал:

$$S_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 + c^2(t_2 - t_1)^2} = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2 + c^2(t_2' - t_1')^2} = S_{12}' \quad (7.8)$$

Наявність у інваріанті інтервалу часу та координат говорить про обґрунтованість гіпотези чотиримірного простору. З перетворень Лоренца також можна отримати:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \quad \Delta l' = \frac{\Delta l}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}, \quad (7.9)$$

розтягування часу та простору у рухомій системі відносно нерухомої. І, як окремий наслідок, “відносність одночасності”: якщо у двох різних точках простору певної системи координат дві події є одночасними, то в іншій системі, яка рухається відносно даної, буде часовий проміжок між цими подіями. І час між подіями буде тим більший, чим вища швидкість руху системи (u).

3. Якщо перейти від кінематики до законів динаміки, то перший наслідок, який виникає, це зростання маси матеріальної точки у рухомій системі

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}, \quad (7.10)$$

де m_0 – маса матеріальної точки у нерухомій системі координат (маса спокою).

Оперуючи релятивіською масою m , запишемо закони динаміки

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{\vartheta}}{dt} \text{ або } \vec{F} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{\vartheta}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \right) \text{ або } \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (7.11)$$

$$\text{де } \vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

Закон збереження енергії матиме вигляд

$$E = m \cdot c^2 \text{ або } E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}. \quad (7.12)$$

Якщо розкласти енергію за степенями $\left(\frac{u}{c}\right)$, то

$$E \approx m_0 \cdot c^2 + \frac{m_0 v^2}{2},$$

де перший доданок – енергія спокою (яка не змінюється), а другий – кінетична енергія рухомої матеріальної точки у нерелятивістському випадку. Повну енергію матеріальної точки можна представити виразом

$$E = \sqrt{(m_0 \cdot c^2)^2 + (p \cdot c)^2}. \quad (7.13)$$

Запитання для перевірки знань

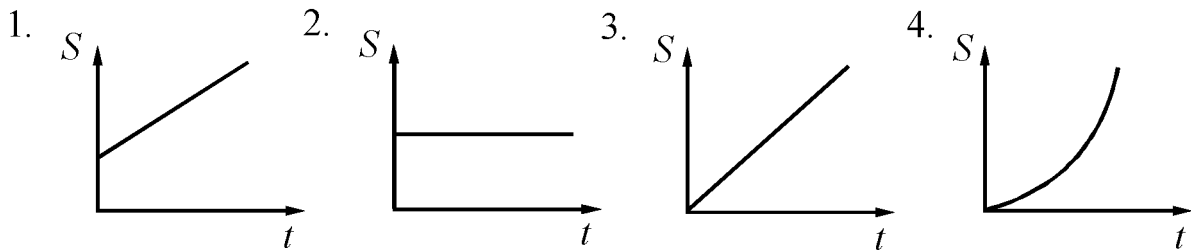
1. Записати перетворення Галілея. Наслідки з принцип відносності Галілея.
2. Перетворення Лоренца.
3. Наслідки з перетворень Лоренца.
4. Записати релятивістський закон додавання швидкостей.
5. Відносність довжини та часу.
6. Інваріанти в релятивістській механіці.
7. Маса у релятивістській механіці.
8. Імпульс та енергія в релятивістській механіці.

ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «МЕХАНІКА»

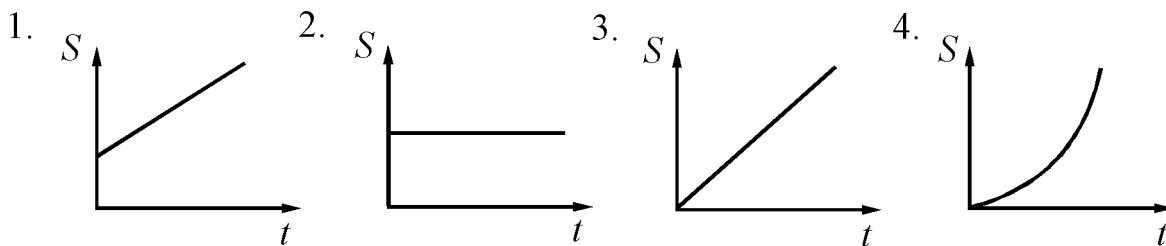
Інструкція. Даний тест призначений для перевірки знань за темою "Механіка". Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, використовуючи таблицю кодів. Якщо Ви виконали та отримали результат

- 1) 40-50 правильних відповідей - рівень засвоєння матеріалу теми високий.
- 2) 30-40 правильних відповідей - рівень засвоєння матеріалу теми середній.
- 3) 20-30 правильних відповідей - рівень засвоєння матеріалу теми низький.
- 4) менше 20 правильних відповідей - Ви не засвоїли навчальний матеріал. Прочитайте його ще раз.

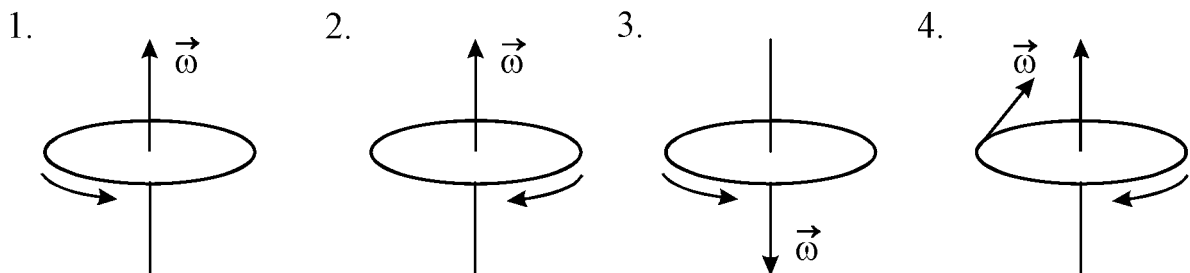
1. Вкажіть графік, який відповідає графіку шляху рівномірного руху ($S_0=0$).



2. Вкажіть графік, який відповідає графіку шляху рівноприскореного руху. Початкова швидкість v_0 тіла дорівнює нулю.



3. Матеріальна точка рухається по колу. Вкажіть напрям вектора кутової швидкості.



4. Вкажіть кінематичне співвідношення, в якому допущено помилку.

1. $v = \omega r$ 2. $a_\tau = \varepsilon r$ 3. $a_\tau = \frac{\varepsilon}{r}$ 4. $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$

5. Залежність швидкості тіла від часу має вигляд $v = 5 - t$ (м/с). Вкажіть значення початкової швидкості і прискорення точки.

1. $v_0 = 1$ м/с 2. $v_0 = 5$ м/с 3. $v_0 = -5$ м/с 4. $v_0 = 5$ м/с
 $a = 1$ м/с² $a = 1$ м/с² $a = -1$ м/с² $a = -1$ м/с²

6. Залежність пройденого тілом шляху S від часу t має вигляд $S = 3t - t^2$ (м). Вкажіть значення початкової швидкості і прискорення точки.

1. $v_0 = 2$ м/с 2. $v_0 = 3$ м/с 3. $v_0 = -2$ м/с 4. $v_0 = 3$ м/с
 $a = 3$ м/с² $a = -2$ м/с² $a = -3$ м/с² $a = 2$ м/с²

7. Тангенціальне прискорення характеризує...

- 1) зміну положення тіла в просторі;
- 2) зміну швидкості за величиною і напрямом;
- 3) зміну швидкості за величиною;
- 4) зміну швидкості за напрямом.

8. Нормальне прискорення характеризує...

- 1) зміну швидкості за величиною;
- 2) зміну швидкості за величиною і напрямом;
- 3) зміну швидкості за напрямом;
- 4) зміну положення тіла в просторі.

9. Вкажіть випадок, що відповідає рівноприскореному руху точки по колу.

1. $a_n = \text{const}$ $a_\tau = \text{const}$ 2. $a_n \neq \text{const}$ $a_\tau = \text{const}$
3. $a_n = 0$; $a_\tau = \text{const}$ 4. $a_n \neq \text{const}$ $a_\tau \neq \text{const}$.

10. Нормальне прискорення точок тіла $a_n = \text{const}$, тангенціальне прискорення $a_\tau = 0$. Вкажіть характер руху.

1. Рівномірне прямолінійне. 2. Рівномірне обертальне.
3. Рівноприскорене прямолінійне. 4. Рівноприскорене обертальне.

11. Нормальне прискорення точок тіла $a_n = 0$, тангенціальне прискорення $a_\tau = \text{const}$. Вкажіть характер руху.

1. Рівномірне прямолінійне. 2. Рівномірне обертальне.
3. Рівноприскорене прямолінійне. 4. Рівноприскорене обертальне.

12. Вектор повного прискорення при рівномірному русі точки по колу ...

- 1) постійний за модулем і напрямом.

2) дорівнює нулю.

3) постійний за модулем, але безперервно змінюється за напрямом.

13. При частоті обертання 2 с^{-1} тіло...

1) здійснює один оборот за 2 с;

2) здійснює 2 обороти за 1 с;

3) за 1 с проходить шлях, що дорівнює 2 радіусам кола;

4) за 2 с проходить шлях, що дорівнює 1 радіусу кола.

14. Матеріальна точка рухається по колу радіусом $r=1 \text{ м}$. Вона переміщується із точки А в точку В, зробивши при цьому $1/3$ повного обороту ($\alpha = 2\pi/3$). Точка пройшла шлях

1. 1 м

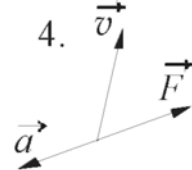
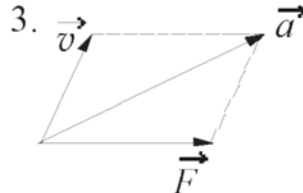
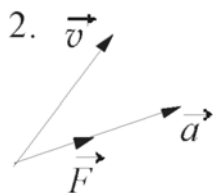
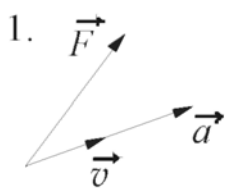
2. $\sqrt{3} \text{ м}$

3. 2 м

4. $2\pi/3 \text{ м}$

15. Вкажіть позначення буквою і одиницю вимірювання кожної з перерахованих величин *Приклад*: Сила струму - I - А (ампер). Швидкість, прискорення, кутове переміщення, кутова швидкість, кутове прискорення, частота обертання, період обертання.

16. Вкажіть правильний напрям прискорення точки, що рухається.



(v - швидкість F - рівнодійна прикладених сил).

17. Вкажіть формулу, яка є самим загальним виразом другого закону Ньютона.

1. $\vec{F} = m\vec{a}$

2. $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

3. $\vec{L} = J\vec{\omega}$

4. $\vec{p} = m\vec{v}$

18. Вкажіть форму запису другого закону Ньютона, справедливу лише тоді, коли $m = \text{const}$.

1. $\vec{F} = m\vec{a}$

2. $Fdt = m dv + v dm$

3. $F = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt}$

4. $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$

19. На тіло, що рухається з постійною швидкістю в інерціальній системі відліку, одночасно починають діяти дві сили, рівні за модулем і незбіжні за напрямом. У результаті цього тіло:

1) не змінить швидкості;

2) змінить модуль швидкості, але не змінить напрям руху;

3) змінить напрям руху;

- 4) може змінити і модуль, і напрям швидкості. Відповідь залежить від величини кута між рівнодійною сил і напрямом швидкості.
20. Вкажіть формулу, яка є найзагальнішим виразом закону динаміки обертального руху.
1. $\vec{F} = m\vec{a}$ 2. $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ 3. $\vec{L} = J\vec{\omega}$ 4. $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
21. Вкажіть формулу, яка виражає основний закон динаміки обертального руху в тому випадку, якщо момент інерції системи не змінюється.
1. $J\vec{\epsilon} = \vec{M}$ 2. $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ 3. $M_i = F_i d_i \sin \alpha$ 4. $\vec{L} = J\vec{\omega}$
22. Вкажіть правильний запис формули для моменту імпульсу тіла щодо точки.
1. $\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{F}_i$ 2. $\vec{L}_i = m_i(\vec{r}_i \times \vec{r}_i)$ 3. $\vec{L}_i = m\vec{v}_i \times \vec{r}_i$ 4. $\vec{L}_i = \vec{r}_i \times m\vec{v}_i$
23. Момент інерції твердого тіла залежить...
- 1) від моменту сили і кутового прискорення;
 - 2) від моменту імпульсу і кутової швидкості;
 - 3) від маси, форми тіла і вибору осі обертання;
 - 4) від величини діючої сили і її плеча.
24. Куля котиться горизонтальною поверхнею. Вкажіть формулу, яка виражає повну кінетичну енергію цієї кулі.
1. $W_k = \frac{mv^2}{2}$ 2. $W_k = \frac{J\omega^2}{2}$ 3. $W_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$ 4. $W_k = \frac{kx^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$
25. Імпульсом тіла називається...
- 1) добуток маси тіла на його прискорення;
 - 2) добуток маси тіла на його швидкість;
 - 3) добуток маси тіла на його об'єм;
 - 4) добуток сили, що діє на тіло, на час її дії.
26. Імпульс тіла залежить...
- 1) тільки від модуля швидкості;
 - 2) тільки від маси тіла;
 - 3) тільки від напрямку швидкості тіла;
 - 4) від маси тіла, від швидкості і напрямку швидкості.
27. Вкажіть правильне формулювання закону збереження імпульсу.
1. Імпульс системи тіл є величина стала.

2. Повний імпульс всіх тіл, що входять в систему, не змінюється в часі.
3. Імпульс системи тіл дорівнює нулю.
4. Сумарний імпульс замкнутої системи матеріальних точок залишається сталим.

28. Вкажіть формулу, яка виражає закон збереження імпульсу.

1. $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{const}$
2. $W_k + W_{\pi} = \text{const}$
3. $J_1 \vec{\omega}_1 + J_2 \vec{\omega}_2 + \dots + J_n \vec{\omega}_n = \text{const}$
4. $\frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n \vec{v}_n^2}{2} = \text{const}$

29. Пластилінова кулька масою m , що рухається із швидкістю v , налітає на пластилінову кульку, масою $2m$, що перебуває у стані спокою. Після удару кульки злипаються і рухаються разом. Швидкість їх руху після удару дорівнює:

1. $v/3$
2. $2v/3$
3. $v/3$
4. Правильної відповіді тут нема.

30. Вкажіть правильне формулювання закону збереження моменту імпульсу.

1. Момент імпульсу тіла є величиною сталою.
2. Повний момент імпульсу всіх тіл системи не змінюється з часом.
3. Момент імпульсу системи матеріальних точок у полі центральносиметричних сил залишається сталим.

31. Вкажіть формулу, яка виражає закон збереження моменту імпульсу.

1. $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{const}$
2. $W_k + W_{\pi} = \text{const}$
3. $J_1 \vec{\omega}_1 + J_2 \vec{\omega}_2 + \dots + J_n \vec{\omega}_n = \text{const}$
4. $\frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n \vec{v}_n^2}{2} = \text{const}$

32. Людина, що вільно обертається на круглій горизонтальній платформі, розвела руки в сторони. Вкажіть, як при цьому змінюються момент інерції J , кутова швидкість ω , момент імпульсу L .

1. $J \uparrow \omega \uparrow L = \uparrow$
 2. $J \downarrow \omega \downarrow L = \downarrow$
 3. $J \downarrow \omega \uparrow L = \text{const}$
 4. $J \uparrow \omega \downarrow L = \downarrow$
- $\uparrow$ – збільшиться
 $\downarrow$ – зменшиться

33. Однорідну пружину жорсткістю k_0 розрізали навпіл. Жорсткість кожної з двох нових пружин є рівною.

1. k_0
2. $2k_0$
3. $4k_0$
4. $k_0/2$
5. $k_0/4$

34. Вантаж масою m під дією сили F , спрямованої вертикально вгору, підіймається на висоту h . Зміна кінетичної енергії вантажу при цьому є рівною.

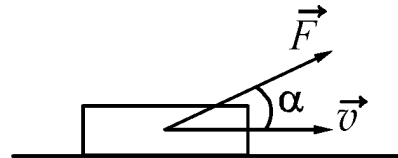
1. $\Delta W_k = mgh$ 2. $\Delta W_k = Fh$ 3. $\Delta W_k = Fh - mgh$ 4. $\Delta W_k = Fh + mgh$

35. Вкажіть формулу, яка є визначенням механічної роботи.

1. $A = FS \cos \alpha$ 2. $dA = N dt$ 3. $dA = \vec{F} d\vec{s}$ 4. $A_{12} = W_{k2} - W_{k1}$

36. Вкажіть, в якому з наведених випадків, роботу сили з переміщення тіла можна визначити за формулою $A = FS \cos a$?

1. $F = \text{const}$; $a = f(S)$.
 2. $F = f(t)$; $a = \text{const}$.
 3. $F = \text{const}$; $a = \text{const}$.
 4. $F = \text{const}$; $a = f(t)$.



37. Вкажіть формулу, яка придатна для обчислення роботи змінної сили F на шляху S .

1. $A = \int_0^S \vec{F} d\vec{S}$ 2. $A = FS \cos \alpha$ 3. $\delta A = F dS$ 4. $A = FS$

38. Матеріальна точка рівномірно обертається по колу радіусу R . Робота доцентрової сили за один оберт є рівною.

1. $A = M\phi$; 2. $A = \frac{J\omega^2}{2}$; 3. $A = 0$; 4. $A = \frac{mv^2}{R} \cdot 2\pi R$.

39. Тіло масою m проходить відстань L вниз уздовж схилу, що нахилений під кутом a до горизонту. Робота сили тяжіння при цьому є рівною

1. $A = mgL$ 2. $A = mgL \sin \alpha$ 3. $A = mgL \cos \alpha$
 4. Не може бути обчислена, тому що невідомий коефіцієнт тертя тіла об площину.

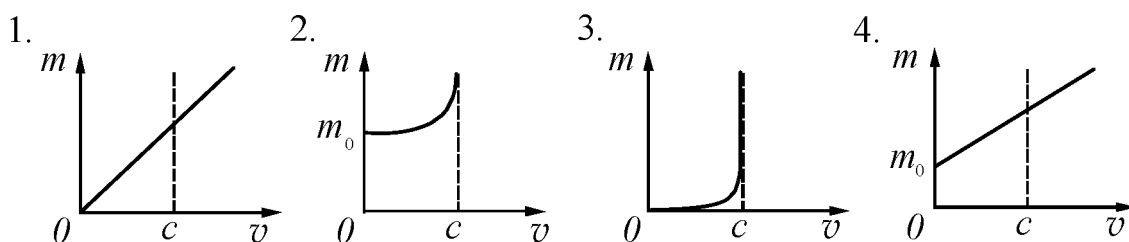
40. Із збільшенням кута нахилу похилої площини від 0° до 90° коефіцієнт корисної дії цього найпростішого механізму...

1. збільшується 2. зменшується
 3. не змінюється 4. спочатку росте, потім зменшується

41. Вкажіть формулювання закону збереження механічної енергії.

1. Енергія системи не виникає і не зникає, вона тільки переходить від одного тіла до іншого.
 2. У неконсервативній системі тіл повна механічна енергія залишається сталою.

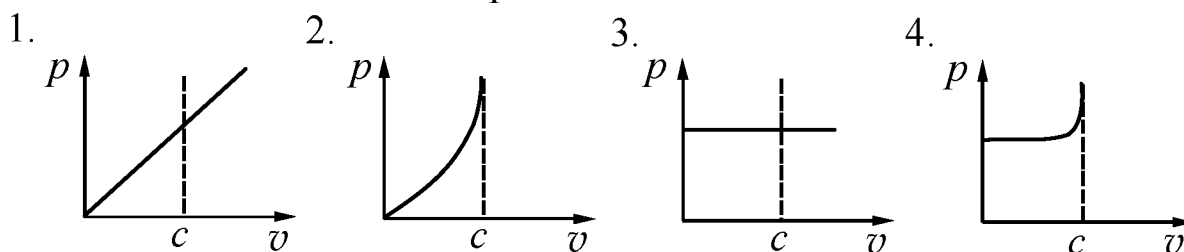
3. Повна механічна енергія замкненої системи тіл, між якими діють тільки консервативні сили, залишається сталою.
4. У замкненої системі енергія всіх тіл не змінюється з часом.
42. Потужність є ...
1. роботою сили на ділянці шляху.
 2. роботою змінної сили за кінцевий проміжок часу.
 3. роботою, що виконано за одиницю часу.
 4. зміною кінетичної енергії тіла з часом.
43. Відбувається абсолютно пружний удар. При цьому ударі виконується:
1. тільки закон збереження механічної енергії;
 2. тільки закон збереження імпульсу;
 3. закон збереження імпульсу і закон збереження механічної енергії.
44. Відбувається абсолютно непружний удар. При цьому ударі виконується:
1. закон збереження імпульсу і закон збереження механічної енергії;
 2. тільки закон збереження імпульсу;
 3. тільки загальний закон збереження енергії;
 4. закон збереження імпульсу і загальний закон збереження енергії.
45. Вкажіть буквене позначення і одиницю вимірювання кожній з перерахованих величин. *Приклад:* Сила - F - Н (ньютон).
Потужність, енергія, момент сили, момент інерції, момент імпульсу.
46. Вкажіть формулу, яка виражає залежність маси від швидкості в спеціальній теорії відносності.
1. $\vec{p} = m\vec{v}$
 2. $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$
 3. $m = m_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$
 4. $m = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$
47. Вкажіть графік, на якому наведена залежність маси від швидкості в спеціальній теорії відносності.



48. Вкажіть формулу, яка виражає залежність імпульсу частинки від швидкості в спеціальній теорії відносності.

1. $\vec{p} = m\vec{v}$ 2. $p = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ 3. $p = m_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$ 4. $p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

49. Вкажіть графік, на якому наведена залежність імпульсу від швидкості в спеціальній теорії відносності.



50. Вкажіть формулу, яка виражає кінетичну енергію частинки в спеціальній теорії відносності.

1. $W_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$; 2. $W_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$; 3. $W_k = \frac{m_0 v^2}{2}$; 4. $W_k = m_0 c^2$

КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Механіка»

№ питан ня	Код відпо віді	№ питан ня	Код відпо віді	№ питан ня	Код відпо віді	№ питан ня	Код відпо віді	№ питан ня	Код відпо віді
1	3	11	3	21	1	31	3	41	3
2	4	12	3	22	4	32	4	42	3
3	1	13	2	23	3	33	2	43	3
4	3	14	4	24	3	34	3	44	4
5	4	15	-	25	2	35	3	45	-
6	2	16	2	26	4	36	3	46	2
7	3	17	2	27	4	37	1	47	2
8	3	18	1	28	1	38	3	48	4
9	4	19	4	29	1	39	2	49	2
10	2	20	4	30	3	40	3	50	2

8 ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ

Молекулярна фізика та термодинаміка – розділ фізики, у якому вивчаються макроскопічні процеси в тілах, пов'язані з величезним числом атомів, що містяться в них. Для дослідження цих процесів застосовують два якісно різних та взаємодоповнюючих методи: статистичний (молекулярно-кінетичний) і термодинамічний. Перший лежить в основі молекулярної фізики, другий – термодинаміки.

Молекулярна фізика – розділ фізики, що вивчає будову і властивості речовини побудованої на молекулярно-кінетичних уявленнях: всі тіла складаються з молекул, які перебувають у безперервному хаотичному русі.

Термодинаміка – розділ фізики, що вивчає загальні властивості макроскопічних систем, що перебувають у стані термодинамічної рівноваги, і процеси переходу між цими станами.

Термодинамічна системою – називається сукупність макроскопічних тіл, що взаємодіють і обмінюються енергією між собою. Стан системи визначається термодинамічними параметрами (параметрами стану) – сукупністю фізичних величин, що характеризують властивості термодинамічної системи. Це температура, тиск і об'єм.

Зміна на градус Цельсія дорівнює Кельвіну. У термодинамічній шкалі температура замерзання води дорівнює 273,15 К (при нормальному тиску), тому, за означенням, термодинамічна температура і температура за Цельсієм пов'язані співвідношенням:

$$T = 273,15 + t. \quad (8.1)$$

Температура $T = 0$ К називається нулем кельвін. Аналіз різних процесів показує, що 0 К недосяжний, хоча наближення до нього як завгодно близько можливо.

Параметри стану системи можуть змінюватися. Зміна в термодинамічній системі, пов'язана зі зміною хоча б одного термодинамічного параметра, називається термодинамічним процесом.

Кажуть, що настала «термодинамічна рівновага», якщо стан системи з часом не змінюється.

У молекулярно-кінетичній теорії користаються моделлю ідеального газу, який задовольняє умовам:

- 1) власний об'єм молекул газу рівний нулю;
- 2) між молекулами газу відсутні сили взаємодії;
- 3) зіткнення молекул газу між собою і зі стінками посудини абсолютно пружні.

Закон Бойля-Маріота: для даної маси газу при постійній температурі добуток тиску газу на його об'єм є величина постійна:

$$\boxed{p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2} \text{ або } p \cdot V = \text{const}. \quad (8.2)$$

Крива, що зображує залежність між величинами p і V , що характеризують властивості речовини за постійної температури, називається ізотермою. Графіком ізотерми є гіпербола.

Закони Гей-Люссака:

- 1) об'єм даної маси газу при постійному тиску змінюється лінійно з температурою (рис. 8.1):

$$V = V_0 \frac{T}{T_0} = V_0 \left(1 + \frac{t}{T_0} \right) = V_0 (1 + \alpha_v t), \quad (8.3)$$

- 2) тиск даної маси газу при постійному об'ємі змінюється лінійно з температурою (рис. 8.1):

$$P = P_0 \frac{T}{T_0} = P_0 \left(1 + \frac{t}{T_0} \right) = P_0 (1 + \alpha_p t) \quad (8.4)$$

У цих рівняннях t – температура по шкалі Цельсія, p_0 і V_0 – тиск і об'єм при 0°C , коефіцієнт $\alpha = 1/273,15 \text{ K}^{-1}$.

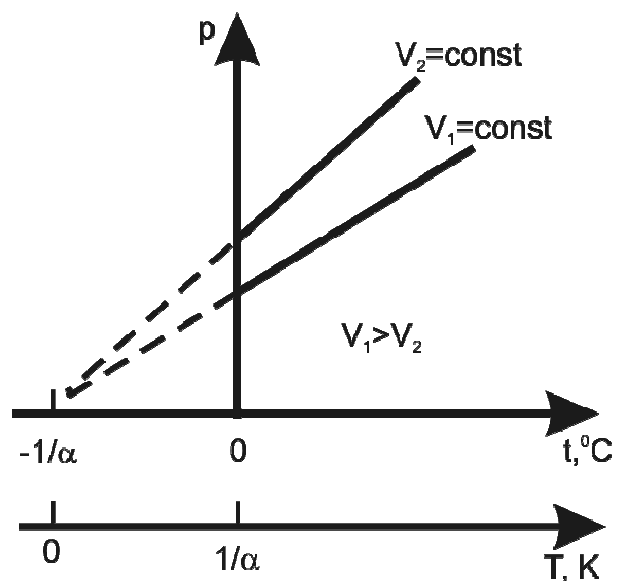


Рисунок 8.1

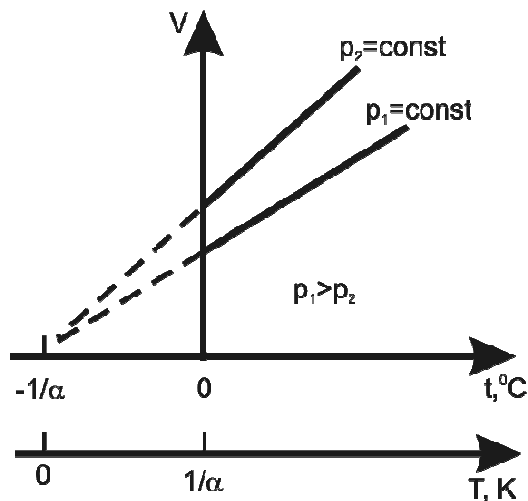


Рисунок 8.2

Процес, що проходить при постійному тиску, називається ізобарним. На діаграмі в координатах V, t (рис. 8.2) цей процес зображується прямою, яку називають ізобарою. Процес, що протікає при постійному об'ємі, називається ізохорним.

З (8.3) і (8.4) випливає, що ізобари і ізохори перетинають вісь температур у точці $t = -1/\alpha =$

$-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$, обумовленої з умови $1 + \alpha t = 0$. Якщо перенести початок відліку в цю точку, то відбувається перехід до шкали Кельвіна, про що ми вели мову раніше.

Вводячи у формули (8.3) і (8.4) термодинамічну температуру, законам Гей-Люссака можна надати зручніший вигляд:

$$\boxed{\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}} \quad \text{або} \quad \frac{p}{T} = \text{const}, \quad (8.5)$$

$$\boxed{\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}} \quad \text{або} \quad \frac{V}{T} = \text{const}, \quad (8.6)$$

де індекси 1 і 2 відносяться до довільних станів, що лежать на одній ізобарі або ізохорі.

Закон Авогадро: молі будь-яких газів при однакових температурі і тиску займають однакові об'єми. При нормальних умовах цей об'єм дорівнює $22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$.

За означенням, в одному молі різних речовин міститься однакове число молекул, назване постійною Авогадро:

$$N_a = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

Відповідно до даного закону можемо записати, що кількість речовини ν :

$$\boxed{\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}}, \quad (8.7)$$

де N – загальна кількість молекул або атомів, m – маса газу, M – молярна маса.

Закон Дальтона: тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків $p_1, p_2, \dots, p_n$:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n. \quad (8.8)$$

Парціальний тиск – тиск, який чинив би один газ, за відсутності інших газів у тому ж об'ємі та температурі.

Рівняння Клапейрона-Менделєєва. Французький фізик і інженер Б. Клапейрон (1799-1864) вивів рівняння стану ідеального газу, об'єднавши закони Бойля-Маріота і Гей-Люссака.

Нехай деяка маса газу займає об'єм V_1 , має тиск p_1 і перебуває при температурі T_1 . Ця ж маса газу в іншому довільному стані характеризується параметрами p_2, V_2, T_2 (рис. 8.3). Перехід зі стану 1 у стан 2 здійснюється за двома процесами: 1) ізотермічним (ізотерма 1–1'), 2) ізохорним (ізохора 1'–2).

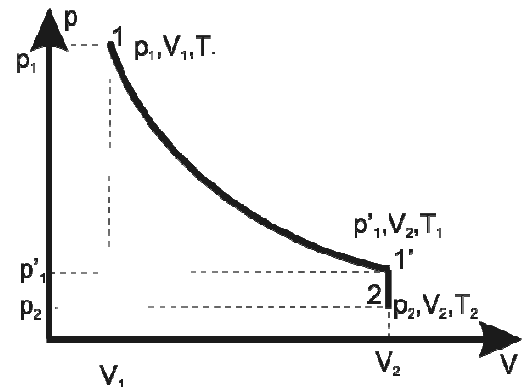


Рисунок 8.3

Відповідно до законів Бойля-Маріота (8.2) і Гей-Люссака (8.5) запишемо:

$$p_1 \cdot V_1 = p'_1 \cdot V_2, \quad (8.9)$$

$$\frac{p'_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (8.10)$$

Виключивши з рівнянь (8.9) і (8.10) p'_1 одержимо

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} - \text{об'єднаний закон}. \quad (8.11)$$

Оскільки стани 1 і 2 були обрані довільно, то рівняння (8.11) для довільної маси газу.

$$\frac{p \cdot V}{T} = B = \text{const}. \quad (8.12)$$

Вираз (8.12) є рівнянням Клапейрона, у якому B – газова постійна, різна для різних газів.

Російський учений Д. І. Менделєєв (1834-1907) об'єднав рівняння Клапейрона з законом Авогадро,

$$p \cdot V_m = RT \quad (8.13)$$

де R молярною газовою постійною

Маса m газу займе об'єм $V = (m/\mu)V_m$, де μ – молярна маса (маса одного моля речовини). Одиниця молярної маси – кілограм на моль (кг/моль). Рівняння Клапейрона-Менделєєва для довільної маси m газу

$$\boxed{p \cdot V = \frac{m}{\mu} R \cdot T} \text{ або } \boxed{p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T}, \quad (8.14)$$

де $\nu = m/M$ – кількість речовини.

Часто використовують трохи іншу форму рівняння стану ідеального газу, вводючи постійну Больцмана:

$$k = \frac{R}{N_a} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж / К }.$$

Виходячи з цього рівняння стану (8.14) перепишемо у виді

$$p = \frac{\nu \cdot R \cdot T}{V} = \frac{\nu \cdot N_a \cdot k \cdot T}{V} = \frac{N \cdot k \cdot T}{V} = n \cdot k \cdot T \text{ або } \boxed{p = n \cdot k \cdot T}, \quad (8.15)$$

де $N/V = n$ – концентрація молекул (число молекул в одиниці об'єму).

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів. Для виводу основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії розглянемо одноатомний ідеальний газ. Припустимо, що молекули газу рухаються хаотично, число взаємних зіткнень між молекулами газу надзвичайно мале в порівнянні з числом ударів об стінки судини, а зіткнення молекул зі стінками посудини абсолютно пружні. Виділимо на стінці посудини деяку елементарну площадку ΔS (рис. 8.4) і обчислимо тиск, що чиниться на цю площадку. При кожному зіткненні молекула, що рухається перпендикулярно площадці, передає їй імпульс $m_0 v - (-m_0 v) = 2m_0 v$, де m_0 – маса молекули, v – її швидкість. За час Δt до площадки ΔS долітають тільки ті молекули, що перебувають в об'ємі циліндра з основою ΔS і висотою $v\Delta t$ (рис. 8.4). Число цих молекул дорівнює $n\Delta S v\Delta t$ (n – концентрація молекул).

Необхідно враховувати, що реально молекули рухаються до площадки ΔS під різними кутами і мають різні швидкості, причому швидкість молекул при кожному зіткненні змінюється. Для спрощення розрахунків хаотичний рух молекул

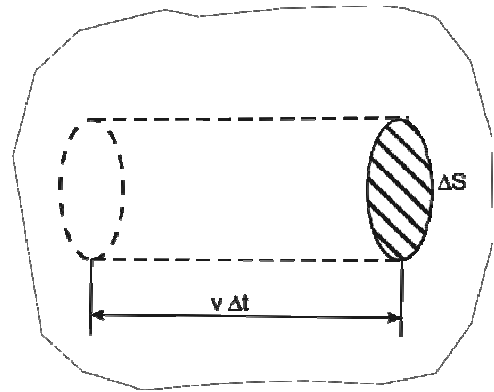


Рисунок 8.4

заміняють рухом уздовж трьох взаємно перпендикулярних напрямків, так що в будь-який момент часу уздовж кожного з них рухається $1/3$ молекул, причому половина молекул $1/6$ рухається уздовж даного напрямку в одну сторону, половина – у протилежну. Тоді число ударів молекул, що рухаються в заданому напрямку, і вдаряються в площадку ΔS буде $1/6 n \Delta S v \Delta t$. При зіткненні з площиною ці молекули передадуть їй імпульс

$$\Delta P = 2m_0 \cdot v \cdot \frac{1}{6} n \cdot S \cdot v \cdot \Delta t = \frac{1}{3} m_0 \cdot v^2 \cdot n \cdot S \cdot \Delta t. \quad (8.16)$$

Тоді тиск газу, що чинить газ на стінку посудини,

$$p = \frac{\Delta P}{\Delta t \cdot \Delta S} = \frac{1}{3} \cdot n \cdot m_0 \cdot v^2, \quad (8.17)$$

середню квадратну швидкість

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2} \quad (8.18)$$

Врахуємо дане рівняння у (8.16), тоді останнє набуде вигляду

$$p = \frac{1}{3} n \cdot m_0 \cdot \langle v_{\text{кв}} \rangle^2. \quad (8.19)$$

Вираз (8.19) називається основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів. З огляду на те, що $n = N / V$, одержимо:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}$$

$$p \cdot V = \frac{1}{3} N \cdot m_0 \cdot \langle v_{\kappa\epsilon} \rangle^2 = \frac{2}{3} N \cdot \frac{m_0 \cdot \langle v_{\kappa\epsilon} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} N \cdot E_0 = \frac{2}{3} E \quad (8.20)$$

де E – сумарна кінетична енергія поступального руху всіх молекул газу.

Оскільки маса газу $m = \nu M$, то рівняння (8.20) можна переписати у вигляді

$$p \cdot V = \frac{1}{3} \cdot \frac{M}{\nu} \cdot \langle v_{\kappa\epsilon} \rangle^2 \quad \text{або} \quad R \cdot T = \frac{1}{3} \cdot M \cdot \langle v_{\kappa\epsilon} \rangle^2$$

звідки

$$\boxed{\langle v_{\kappa\epsilon} \rangle = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{M}} = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{m_0}}} \quad (8.21)$$

Оскільки, $M = m_0 N_A$, де m_0 – маса однієї молекули. Легко розрахувати, що при кімнатній температурі молекули кисню мають середню квадратичну швидкість 480 м/с, водню – 1900 м/с. При температурі рідкого гелію ті ж швидкості будуть відповідно 40 і 160 м/с.

Середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули ідеального газу пропорційна термодинамічній температурі і залежить тільки від неї:

$$p = nkT; \quad kT = \frac{2}{3} \frac{m_0 v^2}{2},$$

$$\langle \epsilon_0 \rangle = \frac{E}{N} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T \quad (8.22)$$

З цього рівняння випливає, що при $T=0$ $\langle \epsilon_0 \rangle = 0$, тобто при 0 К припиняється поступальний рух молекул газу, а отже, його тиск дорівнює нулю.

Розподіл Максвелла молекул газу за швидкостями. Максвелл припускав, що газ складається з дуже великого числа N однакових молекул, що перебувають в стані безладного теплового руху при однаковій температурі.

Закон Максвелла описується деякою функцією $f(v)$, названою функцією розподілу молекул за швидкостями. Якщо розбити діапазон швидкостей молекул на малі інтервали, рівні dv , то на

кожний інтервал швидкості буде припадати певне число молекул $d(v)$, які мають швидкість, що належить цьому інтервалу. Функція $f(v)$ визначає відносне число молекул $d(v)/N$, швидкості яких лежать в інтервалі від v до $v+dv$, тобто

$$f(v) = \frac{dN(v)}{N \cdot dv} \quad dN(v)/N = f(v)dv. \quad (8.23)$$

Застосовуючи методи теорії імовірності. Максвелл знайшов функцію $f(v)$ – закон розподілу молекул ідеального газу за швидкостями:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi \cdot k \cdot T} \right) v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}. \quad (8.24)$$

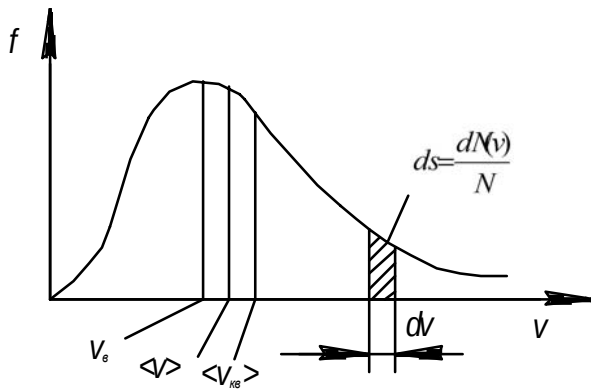


Рисунок 8.5

З (8.24) видно, що конкретний вигляд функції залежить від виду газу (від маси молекули) і від параметра стану (від температури T).

Відносне число молекул $d(v)/N$, швидкості яких лежать в інтервалі від v до $v+dv$, знаходиться

як площа заштрихованої смужки на рис. 8.5. Площа, обмежена кривою розподілу і віссю абсцис, дорівнює одиниці. Це означає, що функція $f(v)$ задовольняє умові нормування

$$\int_0^{\infty} f(v)dv = 1.$$

Швидкість, при якій функція набуває максимуму, називається найбільш ймовірною швидкістю. Значення найбільш ймовірної швидкості можна знайти, продиференціювавши вираз (8.24) (постійні множники опускаємо) за аргументом v , прирівнявши результат до нуля:

$$\frac{d}{dv} \left(v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \right) = 2v \left(1 - \frac{m_0 v^2}{2kT} \right) \cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} = 0.$$

Значення $v=0$ і $v=\infty$ відповідають мінімумам виразу (8.24), а значення v , при якому вираз в дужках стає рівним нулю, і є найбільш ймовірна швидкість v :

$$v_{im} = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot T}{m_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot T}{M}} \quad (8.25)$$

З формули (8.25) випливає, що при підвищенні температури максимум функції розподілу молекул за швидкостями (рис. 8.5) зміститься вправо (значення найбільш ймовірної швидкості стає вищим). Однак площа, обмежена кривою, залишається незмінною, тому при підвищенні температури крива розподілу молекул за швидкостями буде розтягуватися і знижуватися.

Середня швидкість молекули $\langle v \rangle$ (середня арифметична швидкість) визначається за формулою

$$\langle v \rangle = \int_0^\infty v \cdot f(v) \cdot dv = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{\pi \cdot m_0}} = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{\pi \cdot \mu}} \quad (8.26)$$

Швидкості, що характеризують стан газу: 1) найбільш ймовірна (8.25) 2) середня (8.26) 3) середня квадратична (8.21) (рис. 8.6).

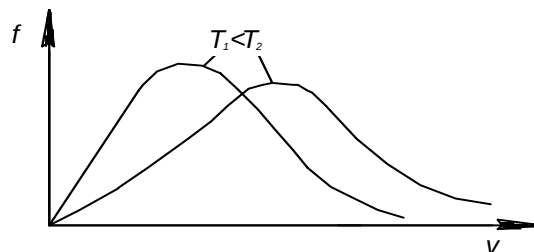


Рисунок 8.6

Барометрична формула.

Розподіл Больцмана. Виведемо

закон зміни тиску з висотою, припускаючи, що поле тяжіння Землі однорідне, температура постійна і маса всіх молекул однакова. Якщо атмосферний тиск на висоті h дорівнює p (рис. 8.7), то на висоті $h+dh$ він дорівнює $p+dp$ (при $dh>0$ $dp<0$, тому що тиск із висотою спадає). Різниця тисків p і $p+dp$ дорівнює вазі газу, поміщеного в об'ємі циліндра висотою dh з основою площею 1 м^2 :

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dh, \quad (8.27)$$

де ρ – густина газу на висоті h (dh настільки мале, що при зміні висоти в цій межі густину газу можна вважати постійною).

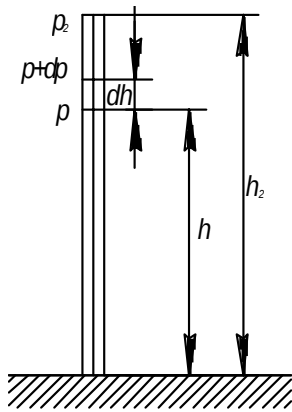


Рисунок 8.7

Скориставшись рівнянням стану ідеального газу $\rho = (m/M) RT/V$, знаходимо, що

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}. \quad (8.28)$$

Підставивши цей вираз в (8.27), одержимо

$$dp = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} \cdot g \cdot dh \text{ або } \frac{dp}{p} = -\frac{M \cdot g}{R \cdot T} \cdot dh.$$

При зміні висоти від 0 до h тиск змінюється від p_0 до p (рис. 8.7), тобто

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = \int_0^h -\frac{M \cdot g}{R \cdot T} \cdot dh, \quad \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{M \cdot g}{R \cdot T} \cdot h,$$

або після потенціювання

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{M \cdot g \cdot h}{R \cdot T}}. \quad (8.29)$$

Вираз (8.29) називається барометричною формулою. Вона встановлює залежність атмосферного тиску залежно від висоти.

Прилад для визначення висоти над земною поверхнею називається висотоміром (чи альтиметром). Його робота заснована на використанні формули (8.29). З цієї формули випливає, що тиск з висотою зменшується тим швидше, чим тяжчий газ.

Барометричну формулу (8.29) можна перетворити, якщо скористатися виразом (8.15)

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{m_0 \cdot g \cdot h}{k \cdot T}}, \quad (8.30)$$

де $m_0 g h = \Pi$ – потенційна енергія молекули в полі тяжіння

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{\Pi}{k \cdot T}}. \quad (8.31)$$

Рівняння (8.31) називається розподілом Больцмана для зовнішнього потенційного поля. З нього випливає, що при постійній температурі густина газу більша там, де менша потенційна енергія його молекул.

Запитання для перевірки знань

1. Що вивчає молекулярна фізика?

2. Які основні величини у молекулярній фізиці та їх одиниці вимірювання?
3. Сформулюйте закон Авогадро.
4. Сформулюйте закон Дальтона.
5. Що таке кількість речовини? Як визначається і в яких одиницях вимірюється?
6. Що таке ідеальний газ? Який газ можна вважати ідеальним?
7. Що таке ізотермічний процес? Рівняння процесу. Як виглядає графік цього процесу?
8. Що таке ізобарний процес? Рівняння процесу. Як виглядає графік цього процесу?
9. Що таке ізохорний процес? Рівняння процесу. Як виглядає графік цього процесу?
10. Чому температуру у градусах Цельсія замінюють на термодинамічну у Кельвінах?
11. Що означає «нуль Кельвін»?
12. Запишіть об'єднаний закон.
13. Запишіть рівняння Менделєєва-Клаперона для моля та довільної маси газу.
14. Запишіть основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії.
15. Що таке середня квадратична швидкість хаотичного руху молекул? Запишіть формулу для знаходження її.
16. Які припущення зробив Максвелл при виведенні функції розподілу молекул за швидкостями? Запишіть цю функцію.
17. Як отримати значення найімовірнішої швидкості? Виведіть її.
18. Виведіть барометричну формулу. Замалюйте схематично графік залежності тиску від відстані від поверхні Землі.
19. У чому полягає розподіл Больцмана? Запишіть функцію розподілу Больцмана.

9 ЯВИЩА ПЕРЕНОСУ

Середнє число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул. Молекули газу, перебуваючи у стані хаотичного руху, безперервно вдаряються одна з одну. Між двома послідовними зіткненнями молекули проходять деякий шлях l , що називається довжиною вільного пробігу. У загальному випадку довжина шляху між послідовними зіткненнями різна, але тому що ми маємо справу з величезним числом молекул і вони перебувають в безладному русі, тому говоримо про середню довжину вільного пробігу молекул $\langle l \rangle$.

Мінімальна відстань, на яку наближаються при зіткненні центри двох молекул, називається ефективним діаметром молекули d (рис. 9.1). Він залежить від швидкості молекул, які співударяються, тобто від температури газу (трохи зменшується з ростом температури).

Оскільки за 1 с молекула проходить у середньому шлях, рівний середньої арифметичної швидкості $\langle v \rangle$, і якщо $\langle z \rangle$ – середнє число зіткнень, які зазнає одна молекула газу за 1 с, то середня довжина вільного пробігу

$$\langle l \rangle = \langle v \rangle / \langle z \rangle$$

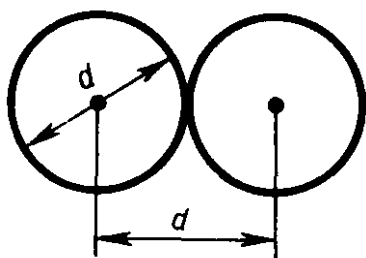


Рисунок 9.1

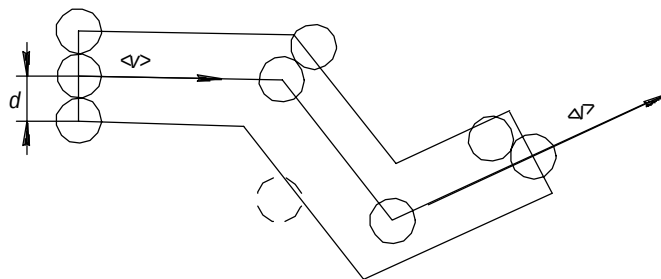


Рисунок 9.2

Для визначення $\langle z \rangle$ уявимо собі молекулу у вигляді куляки діаметром d , що рухається серед інших «застиглих» молекул. Ця молекула вдаряється тільки з тими молекулами, центри яких знаходяться на відстанях, рівних або менші d , тобто лежать усередині «ламаного» циліндра радіусом d (рис. 9.2).

Середнє число зіткнень за 1 с дорівнює числу молекул в об'ємі «ламаного» циліндра:

$$\langle z \rangle = nV,$$

де n – концентрація молекул, $V = \pi d^2 \langle v \rangle$, де $\langle v \rangle$ – середня швидкість (шлях молекули, який вона проходить за 1 с). Таким чином, середнє число зіткнень

$$\langle z \rangle = n\pi d^2 \langle v \rangle.$$

Розрахунки показують, що при врахуванні руху інших молекул

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle v \rangle. \quad (9.1)$$

Тоді середня довжина вільного пробігу

$$\langle l \rangle = 1/(\sqrt{2}\pi d^2 n). \quad (9.2)$$

Тобто $\langle l \rangle$ обернено пропорційна концентрації n молекул. З іншого боку, з (9.2) випливає, що при постійній температурі n пропорційна тиску p . Отже,

$$\frac{\langle l_1 \rangle}{\langle l_2 \rangle} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{p_2}{p_1} \quad (9.3)$$

Дослідне обґрунтування молекулярно-кінетичної теорії. Розглянемо деякі явища, які експериментально підтверджують основні положення та висновки молекулярно-кінетичної теорії.

Броунівський рух. Шотландський ботанік Р. Броун (1773-1858), спостерігаючи під мікроскопом квітковий пилок у воді, помітив, що частки пилка “оживали” і безладно рухалися, то обертались, то переміщувались з місця на місце. Згодом виявилось, що подібний складний зигзагоподібний рух характерний для будь-яких часток малих розмірів (≈ 1 мкм), зрівноважених у газі чи рідині. Інтенсивність цього руху збільшується з ростом температури середовища, зі зменшенням в'язкості і розмірів часток (незалежно від їхньої хімічної природи). Причина броунівського руху довго залишався нез'ясованою. Лише через 80 років після виявлення цього ефекту йому було дане пояснення: броунівський рух зрівноважених часток викликається ударами молекул середо-

вища у якому перебувають ці частки. Оскільки молекули рухаються хаотично, то броунівські частки одержують поштовхи з різних сторін, тому і роблять рух настільки неймовірної форми. Таким чином, броунівський рух є підтвердженням висновків молекулярно-кінетичної теорії про хаотичний (тепловий) рух атомів і молекул.

Дослід Штерна. Перше експериментальне визначення швидкостей молекул виконано німецьким фізиком О. Штерном (1888-1970). Його досліди дозволили також оцінити розподіл швидкостей молекул. Схема установки Штерна представлена на рис. 9.3. Уздовж осі внутрішнього циліндра з щілиною натягнута платинова дротина, покрита шаром срібла, що нагрівається струмом у вакуумі. При нагріванні срібло випаровується. Атоми

срібла, вилітаючи через щілину, потрапляють на внутрішню поверхню другого циліндра, і так утворюється зображення щілини O . Якщо прилад привести в обертання навколо загальної осі циліндрів, то атоми срібла осядуть не проти щілини, а змістяться від точки O на деяку відстань s . Зображення щілини виходить розмитим. Досліджуючи товщину відокремленого шару, можна оцінити розподіл молекул за швидкостями, що відповідає максвелівському розподілу.

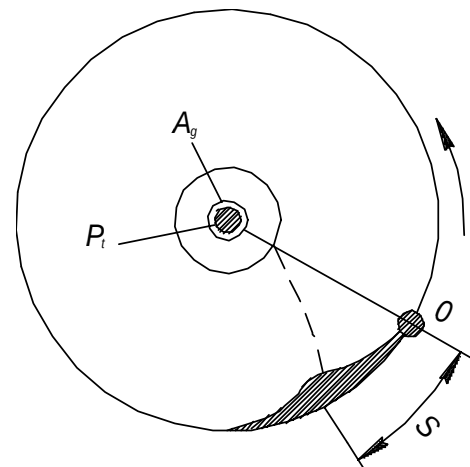


Рисунок 9.3

Знаючи радіуси циліндрів, їхню кутову швидкість обертання, а також вимірюючи s , можна обчислити швидкість руху атомів срібла при даній температурі дроту. Результати дослідження показали, що середня швидкість атомів срібла близька до тієї, яка отримується з максвелівського розподілу.

Дослід Ламерта. Цей дослід дозволяє більш точно встановити закон розподілу молекул за швидкостями. Схема вакуумної

установки приведена на рис. 9.4. Молекулярний пучок, сформований джерелом, проходить через щілину, потрапляє на приймач. Між джерелом і приймачем поміщають два диски з прорізами, закріплених на одній осі. При нерухомих дисках молекули досягають приймача, проходячи через прорізи в обох дисках. Якщо вісь обертати, то приймача досягнуть тільки ті молекули, які пройшли проріз у першому та другому дисках. Якщо прорізи зміщені на певний кут відносно осі обертання, то знаючи кутову швидкість можна визначити час повороту дисків $\Delta t = \Delta\varphi / \omega$. Якщо частинка витрачає такий самий час на подолання відстані між дисками $\Delta t = \Delta l / v$, то вона потрапить на приймач;

в іншому випадку – не потрапить. Змінюючи кутову швидкість обертання дисків і вимірюючи число молекул, що потрапляють на приймач, можна виявити закон розподілу молекул за швидкостями.

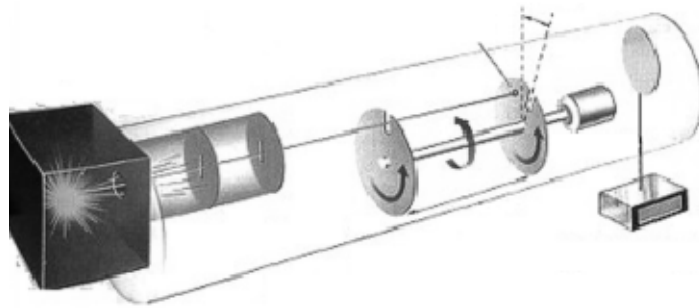


Рисунок 9.4

Дослідне визначення постійної Авогадро. Скориставшись ідеєю розподілу молекул з висотою, французький учений Ж. Перен (1870-1942) експериментально визначив значення постійної Авогадро. Досліджуючи під мікроскопом броунівський рух, він переконався, що броунівські частки розподіляються за висотою подібно молекулам газу в полі тяжіння. Застосувавши до них бальцманівський розподіл, можна записати

$$n = n_0 e^{-(m-m_1)gh/(kT)}.$$

де m – маса частки, m_1 – маса витиснутої нею рідини; $m = 4/3\pi r^3 \rho$, $m_1 = 4/3\pi r^3 \rho_1$ (r – радіус частки, ρ – густина частки, ρ_1 – густина рідини).

Якщо n_1 і n_2 – концентрації часток на рівнях h_1 і h_2 , а $k = R/N_A$, то

$$N_A = \frac{3RT \ln(n_1 / n_2)}{4\pi r^3 (\rho - \rho_1) g (h_2 - h_1)}. \quad (9.4)$$

Значення N_A , одержане з робіт Ж. Перрена, відповідало значенням, отриманим в інших дослідках.

Явища переносу. У термодинамічний нерівноважних системах виникають особливі необоротні процеси, названі явищами переносу, у результаті яких відбувається просторове перенесення енергії, маси та імпульсу. До явищ переносу відносяться теплопровідність (зумовлена переносом енергії), дифузія (зумовлена переносом маси) і внутрішнє тертя (зумовлене переносом імпульсу). Для простоти обмежимося одномірними явищами переносу. Систему відліку виберемо так, щоб вісь x була орієнтована в напрямку переносу.

Теплопровідність. Якщо в одній області газу середня кінетична енергія молекул більша, а ніж в іншій, то з часом унаслідок постійних зіткнень молекул відбувається процес вирівнювання середніх кінетичних енергій молекул, тобто вирівнювання температури.

Перенос енергії у формі теплоти визначається законом Фур'є:

$$Q = K \cdot \frac{dT}{dx} \cdot S \cdot t, \quad (9.5)$$

де Q – енергія теплового потоку, K – коефіцієнт теплопровідності, $\frac{dT}{dx}$ – градієнт температури, рівний швидкості зміни температури в одиниці довжини x у напрямку нормалі до напрямку теплопередачі. Знак мінус показує, що під час теплопровідності енергія переноситься в напрямку зменшення температури; S – площа поверхні через яку відбувається передача енергії, t – час, за який відбувалася теплопровідність. Коефіцієнт теплопровідності чисельно дорівнює енергії теплового потоку при одиничних градієнті температури, площадки та часу.

Для ідеального газу можна розрахувати значення коефіцієнта теплопровідності

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle, \quad (9.6)$$

де c_v – питома теплоємність газу при постійному об'ємі (кількість теплоти, необхідне для нагрівання 1 кг газу на 1 К при постійному об'ємі), ρ – густина газу, $\langle v \rangle$ – середня швидкість теплового руху молекул, $\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу.

2. Дифузія. Явище дифузії полягає в тому, що відбувається мимовільне проникнення і перемішування часток двох дотичних шарів газу, рідин і навіть твердих тіл; дифузія зводиться до обміну часток цих тіл, виникає і продовжується, доки існує градієнт густини. Явище дифузії для хімічно однорідного газу підпорядковується закону Фіка:

$$m = D \frac{d\rho}{dx} \cdot S \cdot t, \quad (9.7)$$

де m – маса, яка переноситься внаслідок дифузії, D – коефіцієнт дифузії, $d\rho/dx$ – градієнт густини, рівний відношенню швидкості зміни густини до довжини x у напрямку нормалі до площадки через яку відбувається дифузія, S – площа через яку відбувається дифузія, t – час дифузії. Коефіцієнт дифузії D чисельно дорівнює масі при одиничних градієнті густини, площадці та часу. Відповідно до кінетичної теорії газів:

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (9.8)$$

Внутрішнє тертя (в'язкість). Механізм виникнення внутрішнього тертя між паралельними шарами газу (рідини), що рухаються з різними швидкостями, полягає в тому, що через хаотичний тепловий рух відбувається обмін молекулами між шарами, у результаті чого імпульс шару, що рухається швидше, зменшується, а шару, що рухається повільніше – збільшується. Це приводить до гальмування шару, що рухається швидше, і прискоренню шару, який рухається повільніше.

Відповідно сила внутрішнього тертя між двома шарами газу (рідини) описується законом Ньютона:

$$F = \eta \left| \frac{dv}{dx} \right| S, \quad (9.9)$$

де η – коефіцієнт динамічної в'язкості, dv/dx – градієнт швидкості, що показує швидкість зміни швидкості в напрямку x , перпен-

дикулярному до напрямку руху шарів, S – площа, на яку діє сила F .

Коефіцієнт динамічної в'язкості η чисельно дорівнює силі внутрішнього тертя при градієнті швидкості, рівному одиниці та одиничній площадці. Для газів його обчислюють за формулою

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (9.10)$$

Розглянуті закони Фур'є, Фіка і Ньютона не розкривають молекулярно-кінетичного змісту коефіцієнтів K , D і η . Проте впливають прості залежності між K , D і η :

$$\eta = \rho \cdot D$$

$$\frac{K}{\eta} = C_v.$$

Використовуючи ці формули, можна за знайденим з досліду одних величин визначити інші.

Запитання для перевірки знань

1. На яку мінімальну відстань можуть наблизитись дві молекули газу?
2. Чому рівна кількість ударів молекули під час руху?
3. Що таке середня довжини вільного пробігу?
4. Що таке середнє число зіткнень за одиницю часу? Як воно пов'язане із середньою довжиною вільного пробігу?
5. Запишіть формулу для визначення середньої довжини вільного пробігу.
6. У чому полягає дослід Штерна? Що він пояснює?
7. У чому полягає дослід Ламерта? Що він пояснює?
8. У чому полягає дослід Перена? Яку константу він дозволив визначити?
9. Що таке нерівноважні процеси?
10. У чому полягає явище теплопровідності? Закон Фур'є. Чому рівний коефіцієнти теплопровідності?
11. У чому полягає явище дифузії? Закон Фіка. Чому рівний коефіцієнти дифузії?
12. У чому полягає явище внутрішнього тертя? Формула Ньютона. Чому рівний коефіцієнти внутрішнього тертя?
13. Запишіть зв'язок між коефіцієнтами.

10 ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ

Важливою характеристикою термодинамічної системи є її внутрішня енергія U – енергія хаотичного теплового руху мікрочастинок системи.

Внутрішня енергія – однозначна функція термодинамічного стану системи, тобто в кожному стані система має цілком визначену внутрішню енергію (вона не залежить від того, як система прийшла в даний стан). Це означає, що при переході системи з одного стану, в інший зміна внутрішньої енергії визначається тільки різницею значень внутрішньої енергії початкового та кінцевого станів і не залежить від шляху переходу.

Ступені вільності – це мінімальна кількість незалежних координат, яку необхідно використати, щоб описати положення системи в просторі. У ряді задач молекулу одноатомного газу (рис. 10.1 а) розглядають як матеріальну точку, яка має три ступені вільності поступального руху. При цьому енергію обертального руху можна не враховувати ($r \rightarrow 0$, $J = mr^2 \rightarrow 0$, $T_{\text{оберт}} = J\omega^2 \rightarrow 0$).

Молекулу двоатомного газу можна розглядати як жорстку систему двох матеріальних точок (рис. 10.1 б). Вона крім трьох ступенів вільності поступального руху, має ще дві ступені вільності обертального руху. Обертання навколо третьої осі (осі, що проходить через два атоми) не приводить до зміни положення атомів. Тому двоатомний газ має п'ять ступенів вільності ($i = 5$). Триатомна (рис. 10.1 в) і багатоатомна нелінійні молекули мають шість ступенів вільності: три поступальні і три обертальні. У твердому тілі зв'язки між атомами жорсткі. Тому для нього необхідно враховувати ступені вільності коливального руху.

Жоден з цих ступенів вільності не має переваги перед іншими, тому на кожен з них припадає в середньому однакова енергія, яка дорівнює $1/3$ значення $\langle \varepsilon_0 \rangle$ у (8.22):

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{\langle \varepsilon_0 \rangle}{3} = \frac{1}{2} kT .$$

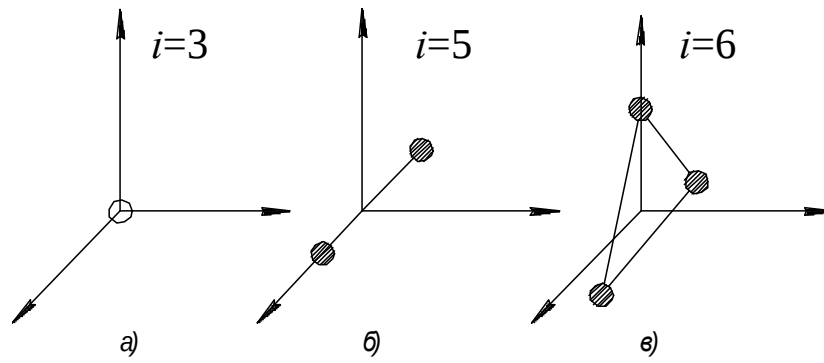


Рисунок 10.1

У класичній статистичній фізиці виводиться закон Больцмана про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності молекул: для статистичної системи, що перебуває в стані термодинамічної рівноваги, на кожен поступальний та обертальний ступінь вільності припадає в середньому кінетична енергія, $k/2$, а на кожен коливальний ступінь вільності – у середньому енергія – k

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (10.1)$$

де i – сума числа поступальних, обертальних і подвоєного числа коливальних ступенів вільності молекули:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{оберт}} + 2 \cdot i_{\text{коливн}}. \quad (10.2)$$

Для одного моля ідеального газу внутрішня енергія, буде рівна сумі кінетичних енергій N_A молекул:

$$U = \frac{i}{2} k \cdot T \cdot N_A = \frac{i}{2} R \cdot T. \quad (10.3)$$

Внутрішня енергія для довільної маси m газу.

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R \cdot T. \quad (10.4)$$

де M – молярна маса, v – кількість речовини.

Як видно з (10.4), внутрішня енергія ідеального газу залежить тільки від температури, і визначається тільки температурою.

Перший закон термодинаміки. Розглянемо термодинамічну систему, у якої механічна енергія постійна, а змінюється її внутрішня енергія. Внутрішня енергія системи може змінюватися

внаслідок різних процесів, наприклад виконання над системою роботи або передачі їй теплоти. Якщо переміщати поршень в циліндр з газом, стискати його, та в результаті цього його температура підвищується – збільшується внутрішня енергія газу. З іншого боку, температуру газу і його внутрішню енергію можна збільшити шляхом передачі йому певної кількості теплоти – енергії, переданій системі зовнішніми тілами шляхом теплообміну.

Таким чином, можна говорити про дві форми передачі енергії від одних тіл до іншого: під час виконання роботи та передачі теплоти. Енергія механічного руху може перетворюватися в енергію теплового руху, і навпаки. При цих перетвореннях виконується закон збереження і перетворення енергії. Перший закон термодинаміки і є законом збереження та перетворення енергії в термодинаміці.

Припустимо, що деяка система має внутрішню енергію U_1 , одержала деяку кількість теплоти Q і, перейшла в новий стан, що характеризується внутрішньою енергією U_2 , виконавши роботу A над зовнішнім середовищем, тобто проти зовнішніх сил. Кількість теплоти вважається позитивною, коли вона підводиться до системи, а робота – позитивною, коли система виконує її проти зовнішніх сил. Відповідно до закону збереження енергії при будь-якому способі переходу системи з першого стану в другий зміну внутрішньої енергії буде однозначною $\Delta U = U_2 - U_1$, тобто різницею між кількістю теплоти Q , отриманою системою, і роботою A , яку виконала система проти зовнішніх сил:

$$\boxed{\Delta Q = \Delta U + A} . \quad (10.5)$$

Рівняння (10.5) встановлює перший закон термодинаміки: теплота, яка надається системі, іде на зміну її внутрішньої енергії та на здійснення нею роботи проти зовнішніх сил. В диференціальній формі вираз (10.5) набуде вигляду

$$\delta Q = \delta U + \delta A, \quad (10.6)$$

де dU – нескінченно мала зміна внутрішньої енергії системи, δA – елементарна робота, δQ – нескінченно мала кількість теплоти. У цьому виразі d є повним диференціалом, а δA і δQ такими не є.

З формули (10.5) випливає, що в СІ кількість теплоти виражається в тих самих одиницях, що робота й енергія, тобто в джоулях (Дж).

Робота газу при зміні його об'єму. Для розгляду конкретних процесів знайдемо в загальному вигляді роботу, яку виконує газ при зміні об'єму. Розглянемо, наприклад, газ, що перебуває під поршнем у циліндричній посудині (рис. 10.2). Якщо газ розширився і пересунув поршень на нескінченно малу відстань dl , то над ним виконується робота

$$\delta A = F \cdot dl = p \cdot S \cdot dl = p \cdot dV,$$

де S – площа поршня, $Sdl=dV$ – зміна об'єму системи. Таким чином,

$$\boxed{\delta A = p \cdot dV}. \quad (10.7)$$

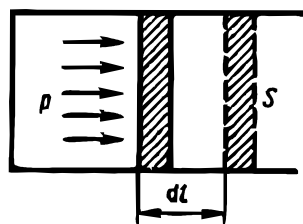


Рисунок 10.2

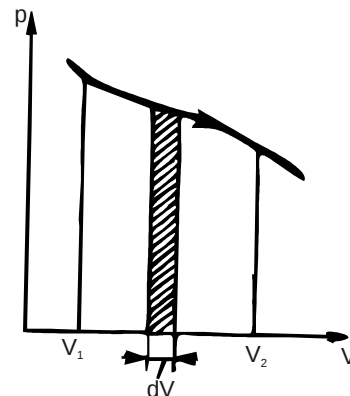


Рисунок 10.3

Тоді роботу A , виконану газом при зміні його об'єму знайдемо інтегруванням формули (10.7):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (10.8)$$

Вираз (10.8) справедливий для будь-яких змін об'єму твердих, рідких і газоподібних тіл.

Виконану роботу у процесі можна зобразити графічно за допомогою кривої в координатах p, V . Нехай зміна тиску газу при його розширенні зображується кривої на рис. 10.3. При збільшенні об'єму на dV виконана робота газом дорівнює $p dV$, тобто визначається площею смужки з шириною dV , заштрихованої на малюнку. Тому повна робота, виконана газом при зміні об'єму

від V_1 до V_2 , визначається площею, обмеженою віссю абсцис та кривою $p=f(V)$ і прямими V_1 і V_2 .

Теплоємність. Питома теплоємність речовини – величина, яка рівна кількості теплоти, що необхідно передати тілу для нагрівання 1 кг речовини на 1 К:

$$c = \frac{\delta Q}{m \cdot dT}. \quad (10.9)$$

Одиниця питомої теплоємності – джоуль на кілограм-кельвін (Дж/(кг · К)).

Молярна теплоємність – чисельно рівна кількості теплоти, яку необхідно передати тілу для нагрівання 1 моля речовини на 1К:

$$c_m = \frac{\delta Q}{\nu \cdot dT}, \quad (10.10)$$

де $\nu=m/M$ - кількість речовини.

Одиниця молярної теплоємності – джоуль на моль-кельвін (Дж/(моль · К)).

Питома теплоємність c зв'язана з молярної c_m , співвідношенням

$$c_m = \mu \cdot c, \quad (10.11)$$

де μ – молярна маса речовини. Надалі в розрахунках будемо використовувати тільки молярну теплоємність, опустивши індекс m .

Розрізняють теплоємності при постійному об'ємі і постійному тиску, якщо в процесі нагрівання речовини його об'єм або тиск залишається постійним. Запишемо вирази першого закону термодинаміки (10.5) для 1 моля газу з урахуванням формул (10.6) і (10.10):

$$c \cdot dT = dU + p \cdot dV. \quad (10.12)$$

Якщо газ нагрівається при постійному об'ємі, то робота зовнішніх сил дорівнює нулю і теплота, що передається газу ззовні, йде тільки на збільшення його внутрішньої енергії:

$$c_v = \frac{dU}{dT}, \quad (10.13)$$

тобто молярна теплоємність газу при постійному об'ємі c_v дорівнює зміні внутрішньої енергії 1 моля газу при підвищенні його температури на 1 К. Відповідно до формули (10.4),

$$dU_m = \frac{i}{2} R \cdot dT, \text{ тоді}$$

$$\boxed{c_v = \frac{i}{2} R}. \quad (10.14)$$

Якщо газ нагрівається при постійному тиску, то вираз (10.12) можна записати у вигляді

$$c_p = \frac{dU}{dT} + \frac{p \cdot dV}{dT} = c_v + \frac{p \cdot dV}{dT}$$

Врахуємо рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV_m = RT$, яке продиференціюємо, і одержуємо

$$\boxed{c_p = c_v + R}. \quad (10.15)$$

Вираз (10.15) називається рівнянням Майєра: воно показує, що c_p завжди більше c_v на величину молярної газової постійної. Це пояснюється тим, що при нагріванні газу при постійному тиску потрібна ще додаткова кількість теплоти на виконання роботи з розширення газу. Вираз (10.15) можна записати ще у вигляді

$$\boxed{c_p = \frac{i+2}{2} R}. \quad (10.16)$$

При розгляді термодинамічних процесів важливо знати характерне для кожного газу відношення c_p до c_v :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i}. \quad (10.17)$$

З формул (10.14) і (10.16) випливає, що молярні теплоємності визначаються лише числом ступенів вільності і не залежать від температури. Це твердження молекулярно-кінетичної теорії справедливо в досить широкому інтервалі температур лише для одноатомних газів. Для високих температур число ступенів вільності двохатомного газу залежить від температури. Молекула

двоатомного газу володіє трьома поступальними, двома обертальними та одним коливальним ступенем вільності.

Робота і кількість теплоти для ізопроцесів. Серед рівноважних процесів, які проходять у системах, виділяють ізопроцеси, у яких один з параметрів стану є постійним.

Ізохорний процес ($V=\text{const}$). Діаграма цього процесу (ізохора) у координатах p, V зображується прямою, паралельною осі ординат (рис. 10.4), де процес 1–2 є ізохорне нагрівання, а 1–3 – ізохорне охолодження. При ізохорному процесі газ не виконує роботи над зовнішніми тілами, тобто

$$\delta A = p \cdot dV = 0. \quad (10.18)$$

Відповідно з першого закону термодинаміки ($\delta Q = dU + \delta A$) випливає, що теплота, яка підводиться до газу, йде на збільшення його внутрішньої енергії тільки у випадку ізохорного процесу:

$$\delta Q = dU.$$

Тоді для довільної маси газу одержимо

$$\delta Q = dU = \frac{m}{\mu} c_v \cdot dT. \quad (10.19)$$

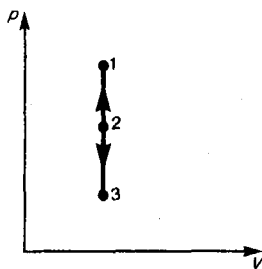


Рисунок 10.4

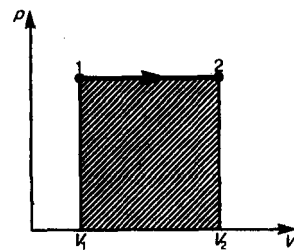


Рисунок 10.5

Ізобарний процес ($p=\text{const}$). Діаграма цього процесу (ізобара) у координатах (p, V) зображується прямою, паралельною осі V (рис. 10.5). При ізобарному процесі робота газу дорівнює

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = p(V_2 - V_1) = p \cdot \Delta V \quad (10.20)$$

і визначається площею заштрихованого прямокутника. Якщо використовувати рівняння (8.14) Клапейрона-Менделєєва для двох станів, то

$$p \cdot V_1 = \frac{m}{\mu} R \cdot T_1, \quad p \cdot V_2 = \frac{m}{\mu} R \cdot T_2,$$

звідки

$$(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} \frac{R}{p} (T_2 - T_1).$$

Тоді вираз (10.8) для роботи ізобарного розширення набуде вигляду

$$A = p \cdot \Delta V = \frac{m}{\mu} R \cdot \Delta T. \quad (10.21)$$

З цього рівняння випливає фізичний зміст молярної газової постійної R : якщо $\Delta T = 1$ К, то для 1 моля газу $R = A$, тобто R чисельно дорівнює роботі ізобарного розширення 1 моля ідеального газу при нагріванні його на 1 К.

Для ізобарного процесу кількість теплоти, яку передається газу визначається рівністю:

$$\delta Q = \frac{m}{\mu} c_p \cdot dT$$

його внутрішня енергія зростає на величину

$$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \cdot dT$$

При цьому газ виконує роботу, згідно з виразом (10.21).

Ізотермічний процес ($T = \text{const}$). Діаграма цього процесу (ізотерма) у координатах (p, V) є гіпербола. Виходячи з виразів (10.6) і (10.8) знайдемо роботу ізотермічного розширення газу:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} R T \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} R \cdot T \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{m}{\mu} R \cdot T \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \quad (10.22)$$

Оскільки $T = \text{const}$, то внутрішня енергія ідеального газу не змінюється:

$$dU = \frac{m}{\mu} c_v \cdot dT = 0 \quad (10.23)$$

та з першого закону термодинаміки ($\delta Q = dU + \delta A$) випливає, що для ізотермічного процесу

$$\delta Q = \delta A,$$

тобто, уся кількість теплоти, що підводиться до газу, іде на виконання ним роботи проти зовнішніх сил. Отже, для того щоб при розширенні газу температура не знижувалася, до газу протягом ізотермічного процесу необхідно підводити кількість теплоти, еквівалентну зовнішній роботі розширення.

Адіабатним називається процес, при якому немає теплообміну ($\delta Q=0$) між системою і навколишнім середовищем. До адіабатних процесів можна віднести всі швидкі процеси. Наприклад, адіабатним процесом можна вважати процес поширення звуку в середовищі, тому що швидкість поширення звукової хвилі настільки велика, що обмін енергією між хвилею і середовищем відбувається не встигає. Адіабатні процеси застосовуються в двигунах внутрішнього згоряння (розширення і стиск пальної суміші в циліндрах), у холодильних установках і т.д.

З першого закону термодинаміки ($\delta Q=dU+\delta A$) для адіабатного процесу випливає, що

$$\delta A = -dU, \quad (10.24)$$

тобто зовнішня робота відбувається завдяки зміні внутрішньої енергії системи.

Використовуючи вирази (10.7) і (10.4), для довільної маси газу перепишемо рівняння (10.24) у вигляді

$$pdV = -\frac{m}{\mu} c_v \cdot dT. \quad (10.25)$$

Продиференціюємо рівняння Менделєєва-Клапейрона

$pV = \frac{m}{\mu} RT$, як функцію змінних (p , V , T) одержимо

$$pdV + Vdp = \frac{m}{\mu} R dT. \quad (10.26)$$

Виключимо з (10.25) і (10.26) температуру T .

$$\frac{pdV + Vdp}{pdV} = -\frac{R}{c_v} = -\frac{c_p - c_v}{c_v}.$$

Розділимо змінні p і v врахуємо, що $c_p/c_v = \gamma$ (10.17), знайдемо

$$dp / p = -\gamma dV / V$$

Інтегруючи це рівняння в межах від p_1 до p_2 і відповідно від V_1 до V_2 , а потім потенціюючи, знайдемо

$$p_2 / p_1 = (V_1 / V_2)^\gamma \text{ або } p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

тому що стани 1 і 2 обрані довільно, те можна записати

$$\boxed{pV^\gamma = \text{const}}. \quad (10.27)$$

Отриманий вираз є рівнянням адіабатного процесу, або рівнянням Пуассона.

Для переходу до змінних T , V чи p , T виключимо з (10.27) за допомогою рівняння Клапейрона-Менделєєва

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

відповідно рівняння Пуассона в координатах T , V чи T , p :

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad (10.28)$$

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}. \quad (10.29)$$

Вирази (10.27)-(10.29) є рівняння адіабатичного процесу. У цих рівняннях безрозмірна величина (10.17)

$$\gamma = c_p / c_v = c_p / c_v = (i + 2) / i$$

називається показником адіабати (або коефіцієнтом Пуассона). Для одноатомних газів (Ne, He і ін.), що досить добре задовольняють умові ідеальності, $i=3$, $\gamma=1,67$. Для двоатомних газів (H_2 , N_2 , і ін.) $i=5$, $\gamma=1,4$. Значення γ обчислені за формулою (10.17), добре підтверджуються експериментом.

Діаграма адіабатного процесу (адіабата) у координатах p , V зображується гіперболою (рис. 10.6). На рисунку видно, що адіабата ($p V^\gamma = \text{const}$) більш крута, чим ізотерма ($p = \text{const}$). Це пояснюється тим, що при адіабатичному стиску збільшення тиску газу зумовлене не тільки зменшенням його об'єму, як при ізотермічному стиску, але й підвищенням температури.

Обчислимо роботу, виконану газом при в адіабатному процесі. Запишемо рівняння (10.7) у виді

$$\delta A = -\frac{m}{\mu} C_V dT$$

Якщо газ адіабатно розширюється від об'єму V_1 до V_2 , то його температура зменшується від T_1 до T_2 і робота розширення ідеального газу

$$A = -\frac{m}{\mu} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \quad (10.30)$$

$$= \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2)$$

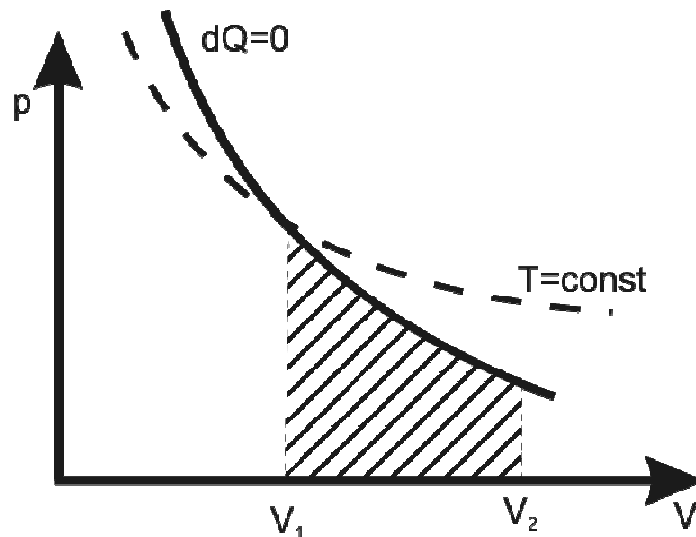


Рисунок 10.6

Застосовуючи ті ж прийоми, що і при виведенні формули (10.27), вираз (10.30) для роботи при адіабатичному розширенні можна перетворити:

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right],$$

$$\text{де } p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1$$

Робота, виконана газом при адіабатичному розширенні (визначається площею, заштрихованою на рис. 10.6), менша, ніж при ізотермічному. Це можна пояснити тим, що при адіабатичному розширенні відбувається охолодження газу, тоді як при ізотермічному – температура підтримується постійною завдяки притоку ззовні кількості теплоти.

Запитання для перевірки знань

1. Що таке ступінь вільності?
2. Скільки ступенів вільності має молекула одноатомного газу? Двоатомного? Триатомного? Чому?
3. Сформулюйте принцип розподілу енергії за ступенями вільності.
4. Чому рівна енергія ідеального газу? Чим вона зумовлена?

5. Сформулюйте і запишіть перший закон термодинаміки в інтегральній формі. У диференціальній? Де повні диференціали, але часткові?
6. За якою формулою визначається робота у молекулярній фізиці?
7. Виведіть формулу для ізобарного процесу.
8. Виведіть формулу для ізохорного процесу.
9. Виведіть формулу для ізотермічного процесу.
10. Знайдіть теплоємність при ізохорному процесі.
11. Знайдіть теплоємність при ізобарному процесі.
12. Запишіть рівняння Маєра. У чому його фізичний зміст?
13. Який процес називається адіабатним? Наведіть приклад.
14. Виведіть рівняння адіабатного процесу.
15. Що таке коефіцієнти адіабати? А через ступені вільності?
16. Запишіть рівняння Пуасона. А також через p і T , V і T ?
17. Знайдіть роботу для адіабатного процесу.

11 КОЛОВІ ПРОЦЕСИ. ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

Коловим процесом (або циклічним процесом) – називається такий процес, при якому система проходить через ряд станів і повертається у вихідне положення. На діаграмі процесів це замкнута крива (рис. 11.1, а). Цикл розбити на процеси розширення (1–2) і стиску (2–1) газу. Робота розширення позитивна ($dA > 0$), робота стиску (визначається площею фігури $2b1V_1V_22$) негативна ($dA < 0$). Отже, робота, виконана газом за цикл, визначається площею, обмеженою замкнутою кривою. Якщо за цикл виконується робота $A = \oint p dV > 0$ (цикл протікає за годинниковою стрілкою), то він називається прямим (рис. 11.1, а), якщо за цикл виконується від’ємна робота $A = \oint p dV < 0$, то він називається зворотним (рис. 11.1, б).

Прямий цикл використовується в теплових двигунах – періодично діючих двигунах, що виконують роботу завдяки отриманій ззовні

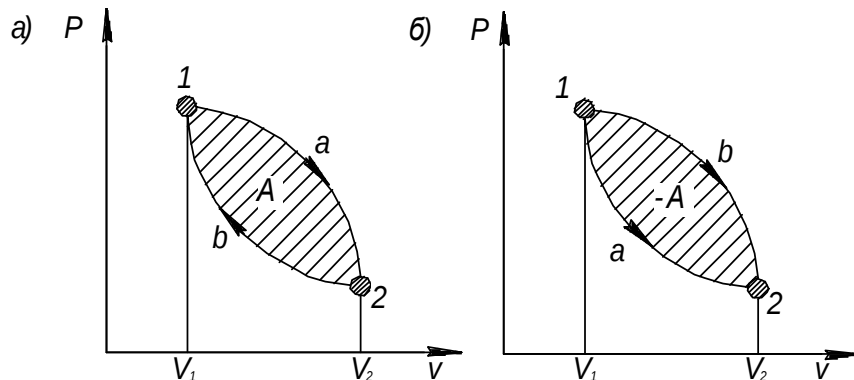


Рисунок 11.1

теплоті. Зворотний цикл використовується в холодильних машинах.

У результаті кругового процесу система повертається у вихідний стан і відповідно повна зміна внутрішньої енергії газу дорівнює нулю. Тому перший закон термодинаміки (10.5) для кругового процесу

$$\Delta Q = \Delta U + A = A, \quad (11.1)$$

тобто в результаті кругового процесу система повинна теплоту яку одержала, віддавати:

$$Q = Q_1 - Q_2,$$

де Q_1 – кількість теплоти, отримана від нагрівника, Q_2 – кількість теплоти, віддана холодильнику. Тому термічний коефіцієнт корисної дії для кругового процесу

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \quad (11.2)$$

Термодинамічний процес називається оборотним, якщо він може відбуватися як у прямому, так і в зворотному напрямку, причому, якщо такий процес відбувається спочатку в прямому, а потім у зворотному напрямку і система повертається у вихідний стан, то в навколишньому середовищі не відбувається ніяких змін. Будь-який процес, що не задовольняє цій умові, є необоротним.

Поняття ентропії введене в 1865 р. Р. Клаузіусом. Для з'ясування фізичного змісту цього поняття розглядають відношення теплоти Q , отриманої тілом при ізотермічному процесі, до температури T тіла, назване приведеною кількістю теплоти.

Приведена кількість теплоти, що передається тілу на нескінченно малій ділянці процесу, дорівнює $\delta Q/T$. Строгий теоретичний аналіз показує, що приведена кількість теплоти, що передається тілу в будь-якому оборотному круговому процесі, дорівнює нулю:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0. \quad (11.3)$$

З рівності нулю інтеграла (11.3) по замкнутому контурі, випливає, що підінтегральний вираз $\delta Q/T$ є повний диференціал деякої функції, що визначається тільки станом системи і не залежить від шляху, якої система прийшла в цей стан. Таким чином,

$$\frac{\delta Q}{T} = dS. \quad (11.4)$$

Функція стану, диференціалом якої є $\delta Q/T$, називається ентропією і позначається S . З формули (11.4) випливає, що для оборотних процесів зміна ентропії

$$\Delta S = 0. \quad (11.5)$$

Встановлено, що ентропія системи, що виконує необоротний цикл, зростає:

$$\Delta S > 0. \quad (11.6)$$

Вирази (11.5) і (11.6) відносяться тільки до замкнутих систем, якщо ж система обмінюється теплотою з зовнішнім середовищем, то її ентропія може поводитися будь-як. Співвідношення (11.5) і (11.6) можна представити у вигляді нерівності Клаузіуса

$$\boxed{\Delta S \geq 0}, \quad (11.7)$$

тобто ентропія замкнутої системи може або зростати (у випадку необоротних процесів), або залишатися постійною (у випадку оборотних процесів).

Якщо система робить рівноважний перехід зі стану 1 у стан 2, то, згідно з (11.7), зміна ентропії

$$\Delta S_{1-2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T}, \quad (11.8)$$

де підінтегральний вираз і межі інтегрування визначаються через величини, що характеризують досліджуваний процес.

Згідно з виразом (11.8), знайдемо зміну ентропії в процесах ідеального газу. Так як $dU = \frac{m}{\mu} c_v dT$, $\delta A = p dV = \frac{m}{\mu} R T \frac{dV}{V}$ то

$$\Delta S_{1-2} = S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} c_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{\mu} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$\text{або} \quad \Delta S_{1-2} = S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} \left(c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right), \quad (11.9)$$

тобто зміна ентропії $\Delta S_{1 \rightarrow 2}$ ідеальні гази при переході його зі стану 1 у стан 2 не залежить від виду процесу переходу $1 \rightarrow 2$.

Для адіабатичного процесу $\delta Q = 0$, то $\Delta S = 0$ і відповідно, $S = \text{const}$, тобто адіабатний процес протікає при постійній ентропії. Тому цей процес називають ізоентропійним.

Ентропія має властивість адитивності: ентропія системи дорівнює сумі ентропії тіл, що входять у систему. Властивістю ада-

тивності володіють також внутрішня енергія, маса, об'єм (температура і тиск такою властивістю не володіють).

Більш глибокий зміст ентропії розкривається в статистичній фізиці: ентропія пов'язується з термодинамічною імовірністю стану системи. Термодинамічна імовірність W стану системи – це кількість способів, якими можна реалізувати даний стан макроскопічної системи. Больцманом, доведено, що ентропія системи і термодинамічна імовірність пов'язані співвідношенням:

$$S = k \ln W, \quad (11.10)$$

де k – стала Больцмана. Таким чином, ентропія визначається логарифмом числа мікростанів, за допомогою яких може бути реалізований даний макростан. Отже, ентропія може розглядатися як міра імовірності стану термодинамічної системи. Формула Больцмана (11.10) дозволяє дати ентропії таке статистичне тлумачення: ентропія є мірою невпорядкованості системи. Справді, чим більше число мікростанів, якими можна реалізують даний макростан, тим більша ентропія. У стані рівноваги – найбільш ймовірного стану системи – число мікростанів максимальне, при цьому максимальна й ентропія.

Поява другого закону термодинаміки пов'язана з необхідністю дати відповідь на запитання, які процеси в природі можливі, а які ні. Другий закон термодинаміки визначає напрямок проходження термодинамічних процесів. Використовуючи поняття ентропії, другий закон термодинаміки можна сформулювати як закон зростання ентропії замкнутої системи при необоротних процесах: будь-який необоротний процес у замкнутій системі відбувається так, що ентропія системи при цьому зростає.

Можна дати більш коротке формулювання другого закону термодинаміки: у процесах, що відбуваються в замкнутій системі, ентропія не зменшується.

Наведемо ще два формулювання другого закону термодинаміки:

1) за Кельвіном: неможливий круговий процес, єдиним результатом якого є перетворення теплоти, отриманої від нагрівача, в еквівалентну їй роботу;

2) за Клаузіусом: неможливий круговий процес, єдиним результатом якого є передача теплоти від менш нагрітого тіла до

більш нагрітого.

Два закони термодинаміки не дають відповіді про поведінку термодинамічних систем при нулі Кельвіна. Вони доповнюються третім законом термодинаміки або теоремою Нернста-Планка: ентропія всіх тіл у стані рівноваги наближається до нуля при наближенні температури до нуля Кельвіна: $\lim_{T \rightarrow 0} S = 0$

Теплові двигуни. Цикл Карно і його к. к. д. Принцип дії теплового двигуна наведено на рис. 11.2. Від термостата з високою температурою T_1 (нагрівача), за цикл віддається кількість теплоти Q_1 , а термостату з низькою температурою T_2 (холодильнику), за цикл передається кількість теплоти Q_2 , при цьому виконується робота $A = Q_1 - Q_2$.

Щоб термічний коефіцієнт корисної дії теплового двигуна (11.2) дорівнював 1, необхідно щоб $Q_2 = 0$, тобто тепловий двигун повинний мати одне джерело теплоти, а це неможливо. Французький фізик і інженер Н. Л. С. Карно (1796-1832) довів, що для роботи теплового двигуна необхідно не менш двох джерел теплоти з різними температурами, інакше це суперечить другому закону термодинаміки.

Зворотний процес, використовується в холодильній машині, принцип дії якої зображений на рис. 11.3. Від термостата з низькою температурою T_2 забирається кількість теплоти Q_2 і віддається теплота Q_1 термостату з високою температурою T_1 . Отже, без здійснення роботи не можна відібрати теплоту від менш нагрітого тіла і віддавати її більш нагрітому. Це твердження є другим законом термодинаміки у формулюванні Клаузіуса.

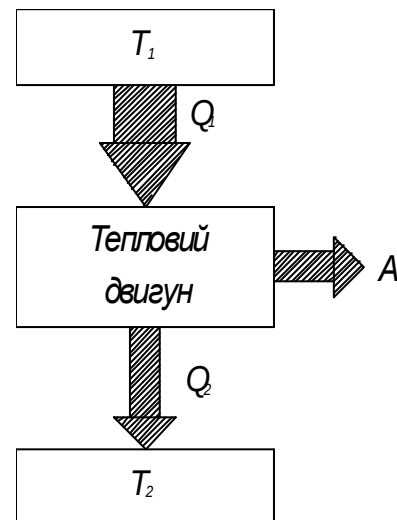


Рисунок 11.2

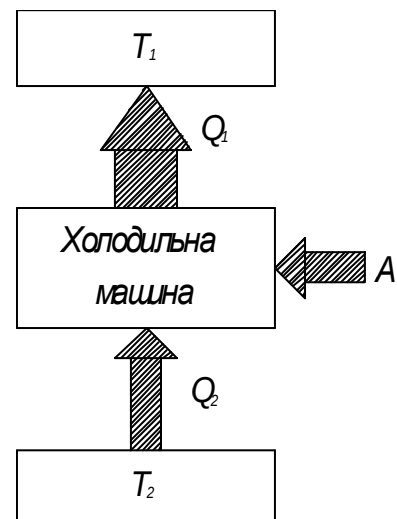


Рисунок 11.3

Грунтуючись на другому законі термодинаміки, Карно вивів теорему, що носить тепер його ім'я: із усіх періодично діючих теплових машин, що мають однакові температури нагрівачів (T_1) і холодильників (T_2), найбільшим к. к. д. володіють оборотні машини; при цьому к. к. д. оборотних машин, що працюють при однакових температурах нагрівачів (T_1) і холодильників (T_2), рівні один одному і не залежать від природи робочого тіла (тіла, що робить круговий процес і обмінюється енергія з іншими тілами), а визначаються тільки температурами нагрівача і холодильника.

Карно теоретично проаналізував оборотний найбільш економічний цикл, що складається з двох ізотерм і двох адіабат – цикл Карно. Розглянемо прямий цикл Карно, у якому як робоче тіло – ідеальний газ.

Цикл Карно зображений на рис. 11.4, де ізотермічне розширення і стиск задані відповідно кривими 1–2 і 3–4, а адіабатичні розширення і стиск – кривими 2–3 і 4–1. При ізотермічних процесах постійною залишається внутрішня енергія, а при адіабатних – кількість теплоти отриманої від нагрівника.

Термічний к. к. д. циклу Карно:

$$\eta = A_1 / Q_1 = \frac{(Q_1 - Q_2)}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (11.11)$$

тобто к. к. д. циклу Карно визначається тільки температурами нагрівача і холодильника. Для його підвищення необхідно збільшувати різницю температур нагрівача і холодильника.

Зворотний цикл Карно покладений в основу дії теплових насосів. На відміну від холодильних машин теплові насоси повинні якнайбільше теплової енергії віддавати гарячому тілу, наприклад системі опалення. Частина цієї енергії відбирається від навколишнього середовища з більш низькою температурою, а частина – виходить завдяки механічній роботі, виробленій, наприклад, компресором.

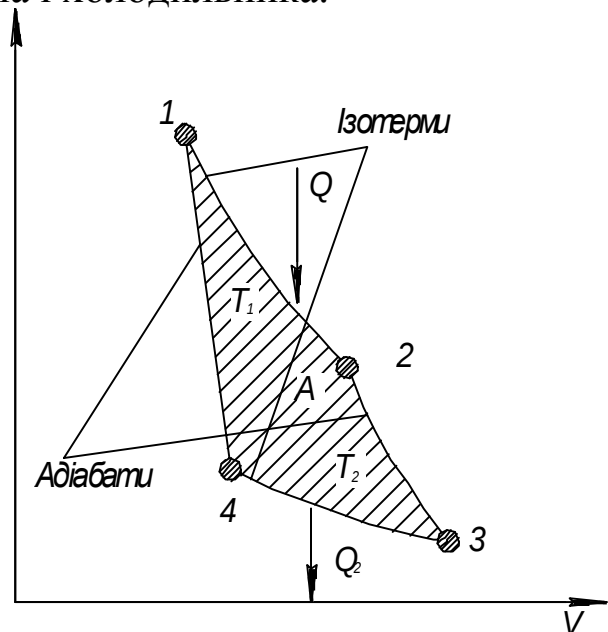


Рисунок 11.4

Запитання для перевірки знань

1. Що таке циклічний або коловий процес?
2. Чому рівна робота при коловому процесі? Аналітично та графічно?
3. Замалюйте прямий і зворотний процес?
4. Які процеси називаються оборотними, а які необоротними? Де вони використовуються.
5. Сформулюйте другий закон термодинаміки. У формулюванні Кельвіна та Клаузіуса.
6. Зобразіть і поясніть принцип роботи теплового двигуна.
7. Зобразіть і поясніть принцип роботи теплового двигуна, який працює за оберненим циклом.
8. Зобразіть цикл Карно. Які процеси відбуваються на цій діаграмі?
9. Запишіть, чому рівний коефіцієнт корисної дії будь-якого теплового двигуна. І відповідні величини для циклу Карно?
10. Введіть поняття ентропії. Запишіть формулу її означення.
11. У чому полягає статистичний зміст ентропії? Запишіть формулу.
12. Сформулюйте третій закон термодинаміки.

12 РЕАЛЬНІ ГАЗИ, РІДИНИ І ТВЕРДІ ТІЛА

Модель ідеального газу, яку використовують в молекулярно-кінетичній теорії газів, дозволяє описувати реальні гази при досить високих температурах і низьких тисках. Підвищення тиску приводить до зменшення середньої відстані між молекулами, тому необхідно враховувати об'єм молекул і взаємодію між ними. При розгляді реальних газів, треба враховувати сили міжмолекулярної взаємодії. Вони проявляються на відстанях $\leq 10^{-6}$ м. На рис. 12.1 наведена якісна залежність сил міжмолекулярної взаємодії як функція відстані r між молекулами. Сили відштовхування вважаються позитивними, а сили взаємного притягання – негативними. На малих віддальх переважають сили відштовхування, а на великих притягання. Ці сили взаємодії добре описуються потенціалом Ленарда-Джонса.

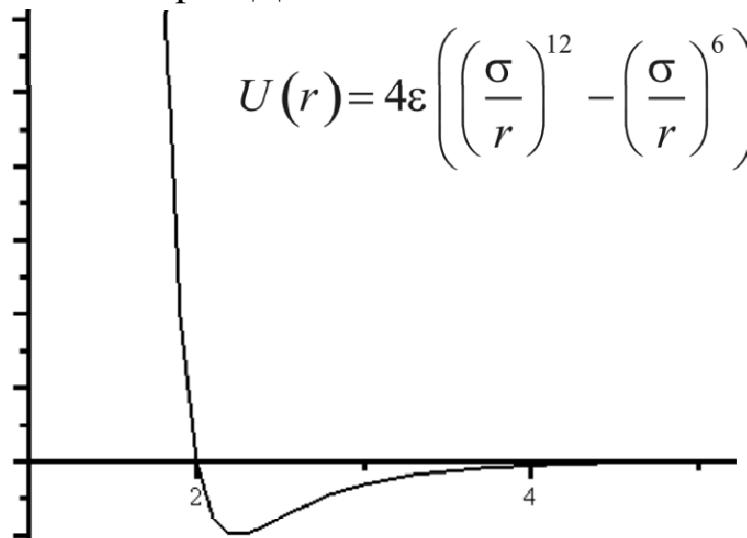


Рисунок 12.1

Рівняння Ван-дер-Ваальса. Як уже вказувалося, для реальних газів необхідно враховувати розміри молекул і їхню взаємодію один з одним, тому модель ідеального газу і рівняння Клапейрона-Менделєєва (8.14) для реальних газів непридатні. Врахувавши власний об'єм молекул і сили міжмолекулярної взаємодії, голландський фізик Ван-дер-Ваальс (1837-1923) вивів рівняння стану реального газу. Він у рівняння Клапейрона-Менделєєва ввів дві поправки.

Врахування власного об'єму молекул. Наявність сил відштовхування, до того, що фактичний вільний об'єм, буде не V_m , а $V_m - b$, де b – об'єм, займаний самими молекулами. Об'єм b дорівнює чотирьом власним об'ємам молекул.

Дія сил притягання газу приводить до появи додаткового тиску на газ, який називають внутрішнім тиском. За розрахунками Ван-дер-Ваальса, внутрішній тиск обернено пропорційний квадрату молярного об'єму, тобто

$$p' = a/V_m^2, \quad (12.1)$$

де a – постійна Ван-дер-Ваальса, що характеризує сили міжмолекулярного притягання, V_m – молярний об'єм.

Вводячи ці поправки у рівняння Менделєєва-Крапейрона, одержимо рівняння Ван-дер-Ваальса для моля газу (рівняння стану реальних газів):

$$(p + a/V_m^2)(V_m - b) = RT. \quad (12.2)$$

Для довільної кількості речовини ν газу ($\nu = m/M$) рівняння Ван-дер-Ваальса прийме вигляд

$$\boxed{(p + \nu^2 a/V^2)(V - \nu b) = \nu RT},$$

де поправки a і b – постійні для кожного виду газу, і визначаються експериментально.

Ізотерми Ван-дер-Ваальса. Для дослідження реального газу розглянемо ізотерми Ван-дер-Ваальса – криві залежності p від V_m при заданих T , отримані з рівняння Ван-дер-Ваальса (12.2) для моля газу. Ці криві (рис. 12.2) мають досить своєрідний характер. При високих температурах ($T > T_k$) ізотерма реального газу є монотонно спадною кривою повністю нагадують відповідні криві ідеального газу. При деякій температурі T_k на ізотермі є лише одна точка перегину K .

Ця ізотерма називається критичною, відповідна їй температура T_k – критичною температурою; точка перегину K називається критичною точкою; у цій точці дотична до кривої паралельна

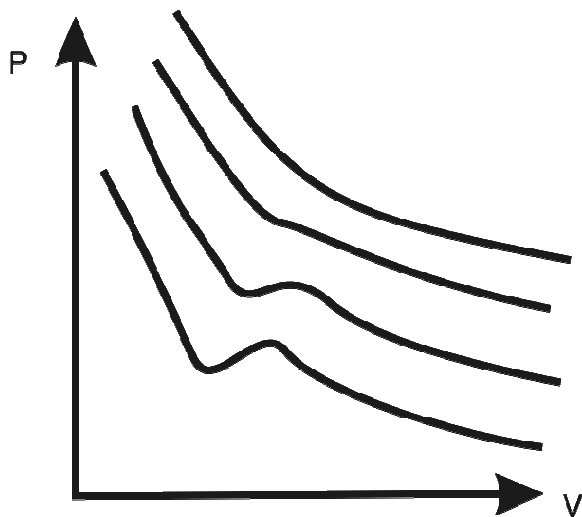


Рисунок 12.2

осі абсцис. Відповідно у точці об'єм V_k , і тиск p_k також називаються критичними. Стан із критичними параметрами (p_k , V_k , T_k) називається критичним станом. При низьких температурах ($T < T_k$) ізоТЕРМИ мають хвилеподібну ділянку, спочатку монотонно спадає вниз, потім монотонно зростає і знову монотонно спадає.

Для пояснення характеру ізоТЕРМ перетворимо рівняння Ван-дер-Ваальса (12.2) до виду

$$pV_m^3 - (RT + pb)V_m^2 + aV_m - ab = 0. \quad (12.3)$$

Рівняння (12.3) при заданих p і T є рівнянням третього степеня відносно V_m ; отже, воно може мати або три дійсних корені, або один дійсний і два уявних, причому фізичний зміст мають лише дійсні позитивні корені. Тому першому випадку відповідають ізоТЕРМИ при низьких температурах (три значення об'єму газу V_1 , V_2 і V_3 відповідають (символ «m» для простоти опускаємо) одному значенню тиску p_1), другому випадку – ізоТЕРМИ при високих температурах.

Розглядаючи різні ділянки ізоТЕРМИ при $T < T_k$ (рис. 12.3), бачимо, що на ділянках 1–3 і 5–7 при зменшенні об'єму V_m тиск p зростає, що природно. На ділянці 3–5 стиск речовини приводить до зменшення тиску; дослід показує, що такий стан в природі не існує.

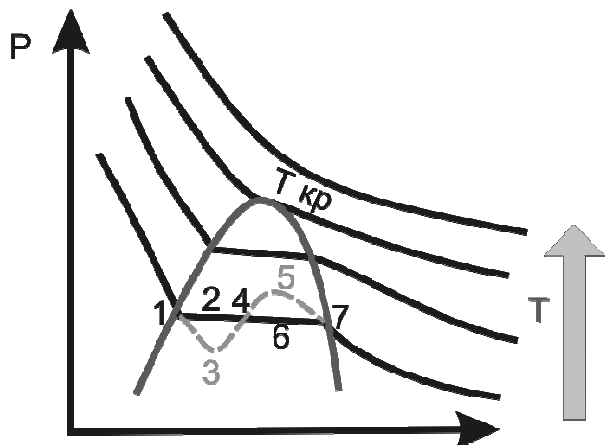


Рисунок 12.3

Наявність ділянки 3–5 означає, що при поступовій зміні об'єму речовина не може залишатися увесь час однорідним середовищем; у деякий момент повинне наступити стрибкоподібна

зміна стану і розпад речовини на дві фази. Таким чином, ізотерма буде мати вид ламаної лінії 7–6–2–1. Частина 6–7 відповідає газоподібному стану, а частина 2–1 – рідкому. У станах, що відповідають горизонтальній ділянці ізотерми 6–2, спостерігається рівновага рідкої і газоподібної фаз речовини. Речовина в газоподібному стані при температурі нижче критичної називається паром, а пара, що перебувають в рівновазі зі своєю рідиною, називається насиченою.

Ці висновки були підтверджені дослідями ірландського вченого Т. Эндрюсом (1813-1885), що вивчав ізотермічний стиск вуглекислого газу. Відмінність експериментальних (Эндрюс) і теоретичних (Ван-дер-Ваальс) ізотерм полягає в тому, що перетворенню газу в рідину в першому випадку відповідають горизонтальні ділянки, а в другому – хвилеподібні.

Для отримання критичних параметрів підставимо значення в рівняння (12.2) і запишемо

$$p_k V^3 - (RT_k + p_k b)V^2 + aV - ab = 0. \quad (12.4)$$

Оскільки в критичній точці всі три корені рівні і рівні V_k рівняння зводиться до вигляду

$$P_k (V - V_k)^3 = 0, \quad (12.5)$$

або
$$p_k V^3 - 3p_k V_k V^2 + 3p_k V_k^2 V - p_k V_k^3 = 0. \quad (12.6)$$

Оскільки рівняння (12.4) і (12.6) тотожні, то в них повинні бути рівні коефіцієнти при невідомих відповідних степенях. Тому можна записати

$$p_k V_k^3 = ab, \quad 3p_k V_k^2 = a, \quad 3p_k V_k = RT_k + p_k b. \quad (12.7)$$

Розв'яжемо ці рівняння і отримаємо

$$V_k = 3b, \quad p_k = a/(27b^2), \quad T_k = 8a/(27Rb). \quad (12.8)$$

Якщо через крайні точки горизонтальних ділянок сімейства ізотерм провести лінію, то вийде дзвоноподібна крива (рис. 12.3), що обмежує область двофазних станів речовини. Ця крива (рис. 12.4) і критична ізотерма поділяють діаграму p, V_m під ізотермою на три області: під дзвоноподібною кривою

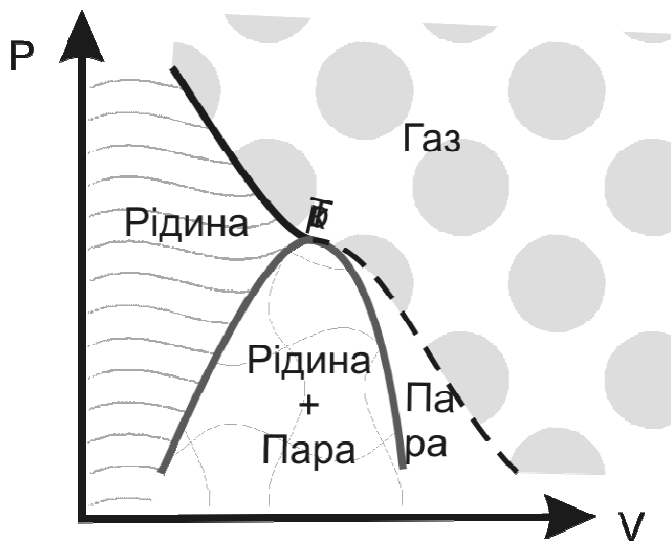


Рисунок 12.4

розташовується область двохфазних станів (рідина і насичена пара), ліворуч від неї є область рідкого стану, а праворуч – область пари. Пара відрізняється від інших газоподібних станів тим, що при ізотермічному стиску газ зазнає конденсації. При температурі вище критичної газ не може бути перетворений у рідину ні

за якого тиску.

Внутрішня енергія реального газу складається з кінетичної енергії теплового руху його молекул (визначає внутрішню енергію ідеального газу, рівну $c_v T$) і потенціальна енергія міжмолекулярної взаємодії. Потенціальна енергія реального газу зумовлена тільки силами притягання між молекулами. Наявність сил притягання приводить до виникнення внутрішнього тиску на газ (12.1):

$$p' = a/V_m^2.$$

Робота з подолання сил притягання, що діють між молекулами газу йде на збільшення потенціальної енергії системи:

$$\delta A = p' dV_m = dW \text{ або } \delta W = \frac{a}{V_m^2} dV \text{ звідки}$$

$$W = -a/V_m.$$

(постійна інтегрування рівна нулю). Знак мінус означає, що молекулярні сили, що створюють внутрішній тиск p' , є силами притягання. Одержимо, що внутрішня енергія моля реального газу

$$U_m = c_v T - a/V_m, \quad (12.9)$$

росте з підвищенням температури і збільшенням об'єму.

Нехай газ розширюється без теплообміну з навколишнім середовищем (адіабатичний процес, тобто $\delta Q=0$) і не виконує зовнішню роботу (розширення газу у вакуум, тобто $\delta A=0$).

$$U_1 = U_2. \quad (12.10)$$

Отже, при адіабатному розширенні без здійснення зовнішньої роботи внутрішня енергія газу не змінюється.

Рівність (12.10) формально справедлива як для ідеального, так і для реального газів. Для ідеального газу рівність $U_1 = U_2$ означає рівність температур ($T_1 = T_2$), тобто при адіабатному розширенні ідеального газу у вакуум його температура не змінюється. Для реального газу з рівності (12.10), з огляду на, що для моля газу

$$U_1 = C_v T_1 - a - V_1, \quad U_2 = C_v T_2 - a/V_2, \quad (12.11)$$

одержуємо
$$T_1 - T_2 = \frac{a}{C_v} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right).$$

Якщо $V_2 > V_1$, то $T_1 > T_2$, тобто реальний газ при адіабатному розширенні у вакуум охолоджується. При адіабатному стиску у вакуум реальний газ нагрівається.

Ефект Джоуля-Томсона. Якщо ідеальний газ адіабатно розширюється і виконує роботу, то він охолоджується, тому що робота в даному випадку відбувається завдяки його внутрішній енергії. Подібний процес, але з реальним газом – адіабатне розширення реального газу з виконанням позитивної роботи – здійснили англійські фізики Дж. Джоуль (1818-1889) і У. Томсон (лорд Кельвін, 1824-1907).

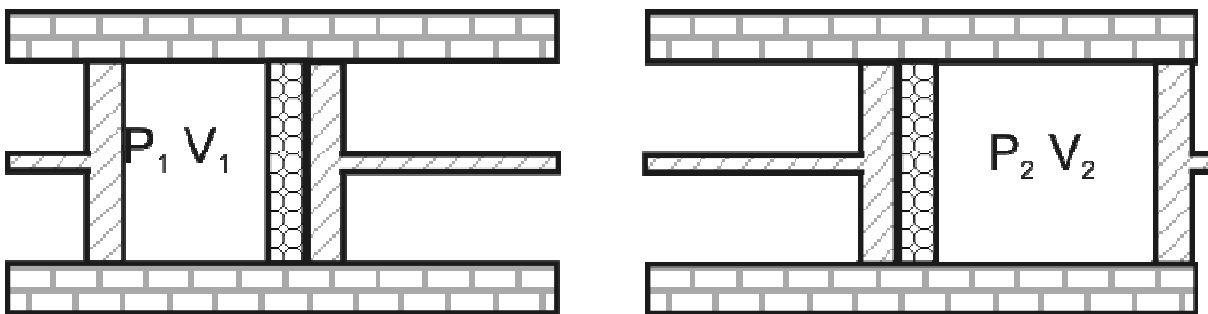


Рисунок 12.5

Розглянемо ефект Джоуля-Томсона. На рис. 12.5 представлена схема їхнього досліду. У теплоізолюваній трубці з пористою перегородкою міститься два поршні, що можуть переміща-

тися без тертя. Нехай спочатку ліворуч від перегородки газ під поршнем 1 перебуває під тиском p_1 , займає об'єм V_1 при температурі T_1 , а праворуч газ відсутній (поршень 2 присунутий до перегородки). Після проходження газу через пористу перегородку в правій частині газ характеризується параметрами p_2 , V_2 , T_2 . Тиски p_1 і p_2 підтримуються постійними ($p_1 > p_2$).

Оскільки розширення газу відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем (адіабатно), то на підставі першого закону термодинаміки

$$\delta Q = (U_2 - U_1) + \delta A = 0. \quad (12.12)$$

Зовнішня робота, виконана газом, складається з позитивної роботи при русі поршня 2 ($A_2 = p_2 V_2$) і негативної при русі поршня 1 ($A_1 = p_1 V_1$), тобто $\delta A = A_2 - A_1$. Підставляючи вирази для роботи у формулу (12.12), одержуємо

$$U_1 + p_1 V_1 = U_2 + p_2 V_2. \quad (12.13)$$

Таким чином, у досліді Джоуля-Томсона незмінною величиною є $U + pV$. Вона є функцією стану і називається ентальпією. Виконавши підстановку величин з рівняння Ван-дер-Ваальса отримаємо

$$T_2 - T_1 \approx \frac{\frac{bRT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1}}{c_v + R}, \quad (12.14)$$

знак різниці температур залежить від значень початкового об'єму V_1 і початкової температури T_1 .

Зміна температури реального газу в результаті його адіабатного розширення, або адіабатного дроселювання – повільного проходження газу під дією перепаду тиску крізь дросель (наприклад, пористу перегородку), називається ефектом Джоуля-Томсона. Ефект Джоуля-Томсона прийнято називати позитивним, якщо газ у процесі дроселювання охолоджується ($\Delta T < 0$), і негативним, якщо газ нагрівається ($\Delta T > 0$).

Залежно від умов дроселювання для того самого газу ефект Джоуля-Томсона може бути як позитивним, так і негативним.

Температура, за якої (для даного тиску) відбувається зміна знака ефекту Джоуля-Томсона, називається температурою інверсії. Її залежність від об'єму одержимо, прирівнявши вираз (12.14) до нуля:

$$T = \frac{2a}{Rb} \left(1 - \frac{b}{V} \right) \quad (12.15)$$

Крива, з рівняння (12.15) названа кривою інверсії, наведена на рис. 12.6. Область вище цієї кривої відповідає негативному ефекту Джоуля – Томсона, нижче – позитивному. Зазначимо, що при великих перепадах тиску на дроселі температура газу змінюється незначно. Так, при дроселюванні від 20 до 0,1 МПа і початковій температурі 17 °С повітря охолоджується на 35°С.

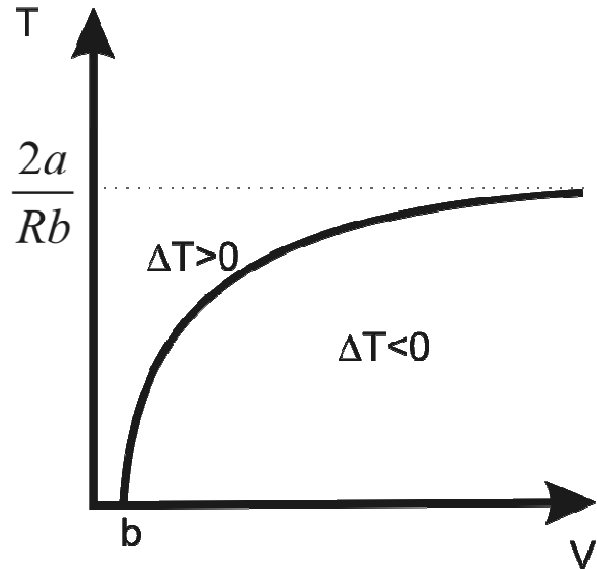


Рисунок 12.6

Запитання для перевірки знань

1. У яких випадках можна використовувати модель ідеального газу? Яким рівнянням описують ідеальний газ?
2. Що необхідно враховувати при переході від ідеального до реального газу?
3. Які поправки ввів Ван-дер-Ваальс?
4. Запишіть рівняння Ван-дер-Ваальса для моля та довільної маси газу.
5. Зобразіть та проаналізуйте ізотерми Ван-дер-Ваальса.
6. Як виглядає ізотерма Ван-дер-Ваальса при критичній температурі, при вищій температурі, і при меншому значенні температури?
7. Знайдіть зв'язок критичних параметрів з поправками у рівнянні Ван-дер-Ваальса.

8. Проаналізуйте реальні ізотерми та ізотерми Ван-дер-Ваальса. У чому сильна сторона рівняння Ван-дер-Ваальса. А де його слабкі місця?
9. Введіть поняття фази системи. Як змінюється агрегатний стан системи в залежності від термобаричних умов.
10. Що таке термодинамічна рівновага двофазної системи?
11. Що називається парою?
12. Що таке критичний стан речовини?
13. Чому рівна внутрішня енергія реального газу? Чому з'явився додатковий доданок?
14. Поясніть, у чому полягає ефект Джоуля-Томсона?
15. Який ефект називається позитивним, а який негативним? А який нульовий?
16. Що таке температура інверсії? Запишіть формулу для визначення температури інверсії. Зобразіть графік температури інверсії.

13 ВЛАСТИВОСТІ РІДИН І ТВЕРДИХ ТІЛ. ФАЗОВІ ПЕРЕХОДИ

Рідина є агрегатним станом речовини, проміжним між газо-подібним і твердим. У рідинах сили притягання між молекулами істотні і утримують молекули на визначеній відстані одна від одної. У цьому випадку середня енергія теплового руху молекул менша середньої потенційної енергії, зумовленої силами міжмолекулярної взаємодії, і її недостатньо для подолання сил притягання між молекулами, тому рідини мають визначений об'єм.

Дослід показав, що характер розташування часток рідини проміжний між газом і твердим тілом. У газах молекули рухаються хаотично, тому немає ніякої закономірності в їхньому взаємному розташуванні. Для твердих тіл спостерігається так званий далекий порядок у розташуванні часток, тобто їхнє упорядковане розташування, що повторюється на великих відстанях. Рідини характеризуються ближнім порядком у розташуванні частинок, тобто їхнє впорядковане розташування, повторюється на відстанях, співмірних з міжатомними.

Тепловий рух у рідинах пояснюється тим, що кожна молекула протягом деякого часу коливається біля визначеного положення рівноваги, після чого стрибком переходить у нове положення, яке знаходиться в найближчому оточенні. Таким чином, переміщення молекул рідини у об'ємі відбувається набагато повільніше, ніж у газах. З підвищенням температури молекули рідини збільшують частоту коливального руху і зростає рухливість молекул, і як наслідок, зменшення в'язкості рідини.

На кожную молекулу рідини з боку найближчого оточення діють сили притягання (рис. 13.1). Для подолання цих сил необхідно виконати роботу. Тому молекули які, перебувають на поверхні рідини володіють потенціальною енергією. Ця енергія пропорційна площі поверхні рідини ΔS :

$$\Delta E = \sigma \Delta S, \quad (13.1)$$

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу.

Поверхневий натяг істотно залежить від домішок в рідинах. Речовини, що зменшують коефіцієнт поверхневого натягу, називаються поверхнево-активними. Найбільш відомою поверхнево-активною речовиною по відношенню до води є мило. Воно сильно зменшує її поверхневий натяг (приблизно з $7,5 \cdot 10^{-2}$ до $4,5 \cdot 10^{-2}$ Н/м). Поверхнево-активними речовинами, що знижують поверхневий натяг води, є також спирти, ефіри, нафта й ін.

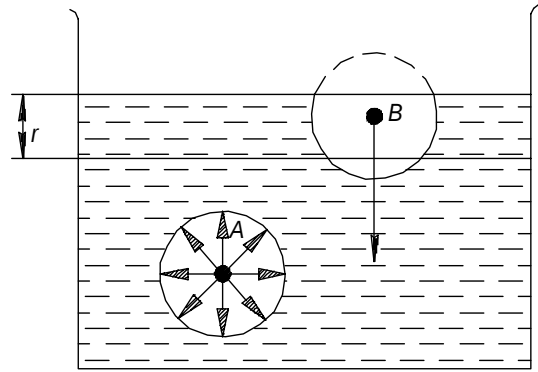


Рисунок 13.1

Існують речовини (цукор, сіль), що збільшують поверхневий натяг рідини завдяки тому, що їхні молекули взаємодіють з молекулами рідини сильніше, ніж молекули рідини між собою.

Тиск під викривленою поверхнею рідини. Якщо поверхня рідини не плоска, то вона чинить на рідину додатковий тиск.

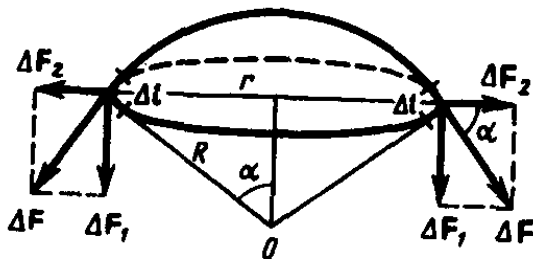


Рисунок 13.2

Для розрахунку надлишкового тиску припустимо, що вільна поверхня рідини має форму сфери радіуса R , від якої уявно відсічемо кульовий сегмент, що спирається на коло радіуса $r = R \sin \alpha$ (рис. 13.2).

На кожен нескінченно малий елемент довжини Δl цього контуру діє сила поверхневого натягу $\Delta F = \sigma \Delta l$, дотична до поверхні сфери. Розклавши ΔF на дві компоненти (ΔF_1 і ΔF_2), бачимо, що сума сил ΔF_2 дорівнює нулю. Тому рівнодійна сил поверхневого натягу дорівнює алгебраїчній сумі складових ΔF_1 :

$$F = \sum \Delta F_1 = \sum \Delta F \sin \alpha = \sum \sigma \Delta l \frac{r}{R} = \frac{\sigma r}{R} \sum \Delta l = \frac{\sigma r}{R} 2\pi r. \quad (13.2)$$

Поділивши цю силу на площу сегмента πr^2 , обчислимо надлишковий тиск на рідину:

$$\Delta p = \frac{F}{S} = \frac{2\sigma\pi r^2}{R\pi r^2} = \frac{2\sigma}{R}. \quad (13.3)$$

Формула (13.3) є частковим випадком формули Лапласа, для визначення надлишкового тиску для довільної поверхні рідини двоякої кривизни:

$$\Delta p = \sigma \left(1/R_1 + 1/R_2 \right), \quad (13.4)$$

де R_1 і R_2 – радіуси кривизни двох будь-яких взаємно перпендикулярних нормальних перерізів поверхні рідини в даній точці. Радіус кривизни позитивний, якщо центр кривизни відповідного перетину є усередині рідини, і негативний, якщо центр кривизни є поза рідиною.

Капілярні явища. Якщо помістити вузьку трубку (капіляр) одним кінцем у рідину, налиту в широку посудину, то внаслідок змочування або незмочування рідиною стінок капіляра кривизна поверхні рідини в капілярі стає значною. Якщо рідина змочує матеріал трубки, то поверхня рідини – меніск – має увігнуту форму, якщо не змочує – опуклу (рис. 13.3).

Явище зміни висоти рівня рідини в капілярах називається капілярністю. Рідина в капілярі піднімається або опускається на таку висоту h , при якій тиск стовпа рідини (гідростатичний тиск) ρgh зрівноважується надлишковим тиском Лапласа Δp , тобто

$$2\sigma/R = \rho gh,$$

де ρ – густина рідини, g – прискорення вільного падіння.

Якщо r – радіус капіляра, θ – крайовий кут, то з рис. 13.3 випливає, що $(2\sigma \cos \theta)/r = \rho gh$, звідки

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r}. \quad (13.5)$$

Відповідно до того, що рідина змочує капіляр, вона під-

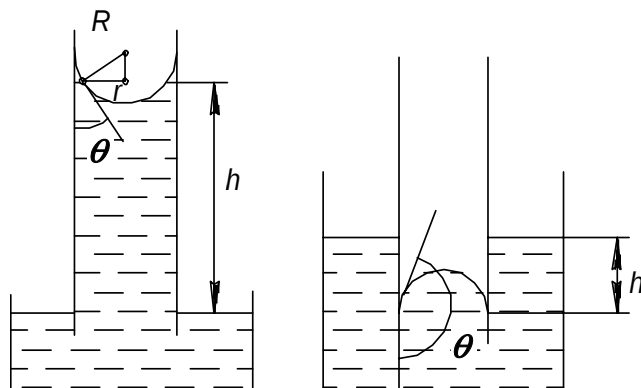


Рисунок 13.3

німається, а якщо не змочує то опускається; з формули (13.5) при $\theta < \pi/2$ ($\cos \theta > 0$) одержимо позитивні значення h , а при $\theta > \pi/2$ ($\cos \theta < 0$) – негативні.

Тверді тіла (кристали) характеризуються наявністю значних сил міжмолекулярної взаємодії і зберігають постійним не тільки свій об'єм, але й форму. Кристали мають правильну геометричну форму, в результаті упорядкованого розташування частинок (атомів, молекул, іонів), що утворюють кристал. Така структура з періодичною повторюваністю в трьох вимірах, називається кристалічною ґраткою.

Внутрішня енергія моля твердого тіла визначається трьома коливальними ступенями вільності згідно з (10.2)

$$U_m = 3N_A kT = 3RT,$$

де N_A – постійна Авогадро; $N_A k = R$ (R – молярна газова постійна). Молярна теплоємність твердого тіла

$$c_v = \frac{dU_m}{dT} = 3R = 25 \text{ Дж / (моль} \cdot \text{K)}, \quad (13.6)$$

тобто молярна теплоємність хімічно простих тіл у кристалічному стані однакова (дорівнює $3R$) і не залежить від температури. Цей закон був емпірично отриманий французькими вченими П. Дюлонгом (1785-1838) і Л. Пті (1791-1820) і зветься закону Дюлонга-Пті.

Фазові переходи I і II роду. Фазою називається термодинамічно рівноважний стан речовини, що відрізняється за фізичними властивостями від інших можливих рівноважних станів тієї ж речовини. Перехід речовини з однієї фази в іншу називають фазовий перехід. Він завжди пов'язаний з якісними змінами властивостей речовини. Прикладом фазового переходу можуть служити зміни агрегатного стану.

Розрізняють фазові переходи двох родів. Фазовий перехід I роду (наприклад, плавлення, кристалізація і т.д.) супроводжується поглинанням або виділенням теплоти – теплотою фазового переходу. Фазові переходи I роду характеризуються постійною температурою, зміною ентропії й об'єму. Фазові переходи, без по-

глинання або виділення теплоти, називаються фазовими переходами II роду. Ці переходи характеризуються незмінним об'ємом й ентропією, але стрибкоподібною зміною теплоємності. Прикладом може бути перехід феромагнетика у парамагнітний стан, перехід металу при низьких температурах у надпровідний стан.

Діаграма стану. Потрійна точка. Якщо система є однокомпонентною, складається з хімічно однорідної сполуки, то поняття фази збігається з поняттям агрегатного стану. Одна і та ж сама речовина залежно від співвідношення між подвоєною середньою енергією, що припадає на один ступінь свободи хаотичного (теплого) руху молекул, і найменшою потенціальною енергією взаємодії молекул може перебувати в одному з трьох агрегатних станів: твердому, рідкому або газоподібному. Це співвідношення, у свою чергу, визначається зовнішніми умовами – температурою і тиском. Отже, фазові перетворення також визначаються змінами температури і тиску.

Для наочного зображення фазових перетворень використовується діаграма стану (рис. 13.4), на якій у координатах p, T задається залежність між температурою фазового переходу і тиском у виді криві випаровування (КВ), плавлення (КК) і сублімації (КС), що розділяють поле діаграми на три області, що відповідають умовам існування твердої (ТТ), рідкої (Р) і газоподібної (Г) фаз. Криві на діаграмі називаються кривими фазової рівноваги, кожна точка на цих лініях відповідає умовам рівноваги двох співіснуючих фаз: КК – твердого тіла і рідини, КВ – рідини і газу, КС – твердого тіла і газу.

Точка, у якій перетинаються ці криві і яка визначає умови (температуру $T_{тр}$ і відповідне їй рівноважний тиск $p_{тр}$) одночасно рівноважного існування трьох фаз речовини, називається потрійною точкою.

Термодинаміка дає метод розрахунку кривої рівноваги двох фаз однієї і тієї самої речовини. Відповідно до рівняння Клапейрона-Клаузіуса, похідна від рівноважного тиску по температурі дорівнює

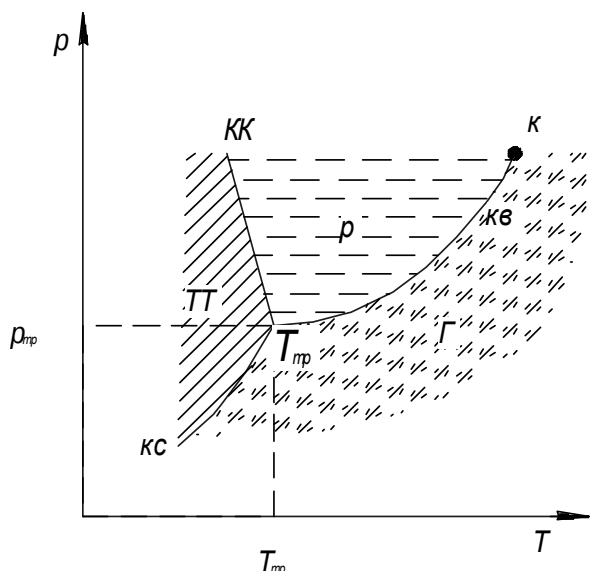


Рисунок 13.4

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)}, \quad (13.7)$$

де L – теплота фазового переходу, $(V_2 - V_1)$ – зміна об'єму речовини при переході його з першої фази в другу, T – температура переходу (процес ізотермічний).

Діаграма стану, що будується на основі експериментальних даних, дозволяє визначити, у якому стані перебуває

дана речовина при визначених p і T , а також які фазові переходи будуть відбуватися в процесі нагрівання чи охолодження.

Запитання для перевірки знань

1. Що таке ближній порядок? Що таке дальній порядок?
2. Який механізм поверхневого натягу?
3. Чому рівна додаткова поверхнева енергія?
4. Чому виникає поверхневий натяг?
5. Що таке поверхнево-активні речовини?
6. Як змінюється коефіцієнт поверхневого натягу від температури?
7. Виведіть формулу додаткового тиску під криволінійною поверхнею.
8. Запишіть формулу Лапласа.
9. Що таке капілярність?
10. Чому відбувається змочування/незмочування поверхні твердого тіла рідиною? Що таке краєвий кут?
11. Виведіть формулу для підняття рідини у капілярі.
12. Чим тверде тіло (кристал) відрізняється від рідини?
13. Сформулюйте закон Дюлонга-Пті.
14. Що таке фазовий перехід першого роду? А другого роду?
15. Запишіть рівняння Клапейрона-Клаузіуса.
16. Що таке потрійна точка? Що характерне для неї?

ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА»

Інструкція. Даний тест призначений для перевірки знань за темою “Молекулярна фізика і термодинаміка”. Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, використовуючи таблицю кодів. Якщо Ви виконали тест і отримали результат

1) 40-50 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми високий.

2) 30-40 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми середній.

3) 20-30 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми низький.

4) менше 20 правильних відповідей – Ви не засвоїли навчальний матеріал. Прочитайте його ще раз.

1. За якою з формул можна підрахувати загальну кількість молекул газу в посудині?

1. $N = \frac{p}{kT}$

2. $N = \frac{m}{M} N_A$

3. $N = n \frac{m}{M}$

4. $N = \frac{m}{M}$

2. Якими ефектами в газі необхідно нехтувати, щоб газ вважати ідеальним?

1. Розмірами молекул.

2. Взаємодією молекул при зіткненні.

3. Взаємодією молекул на відстані.

4. Зіткненнями молекул.

5. Масами молекул.

3. Які величини є параметрами стану макросистеми?

1. Температура. 3. Кількість ступенів вільності молекули.

2. Тиск. 4. Ентропія.

4. Яка з наведених формул є рівнянням стану ідеального газу?

1. $p = nkT$

2. $pV = \frac{m}{M} RT$

3. $p = \frac{1}{3} n m v_{\text{кв}}^2$

4. $p = \frac{2}{3} n \langle \epsilon \rangle$

5. Яка з наведених формул виражає основне рівняння кінетичної теорії газів (рівняння Клаузіуса)?

1. $p = nkT$

2. $pV = \frac{m}{M} RT$

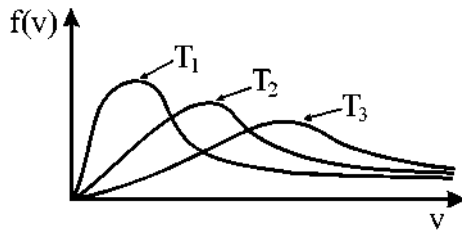
3. $p = \frac{1}{3} n m v_{\text{кв}}^2$

4. $p = \frac{2}{3} n \langle \epsilon \rangle$

6. Яка з наведених формул описує розподілення молекул газу за модулем швидкостей?

$$1. p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} \quad 2. f(v) = A e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} v^2 \quad 3. n = n_0 e^{-\frac{U(z)}{kT}} \quad 4. W_k = \frac{m_2 v^2}{2}$$

7. Яке співвідношення температур газу, якщо графіки розподілення молекул за швидкостями для них має вигляд:



1. $T_1 < T_2 < T_3$;
2. $T_1 > T_2 > T_3$;
3. $T_1 > T_3 > T_2$;
4. $T_2 > T_1 > T_3$.

8. Температура газу підвищилася в 4 рази. Як змінюється величина найбільш імовірної швидкості молекул?

1. Зменшиться в 2 рази
2. Залишиться незмінною
3. Збільшиться в 2 рази
4. Збільшиться в 4 рази

9. Які з формул виражають залежність тиску газу від висоти в полі тяжіння Землі? (m_0 – маса молекули, M – молярна маса, ρ – густина газу)

$$1. p = p_0 e^{-\frac{\rho gh}{RT}} \quad 2. p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \quad 3. p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} \quad 4. p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$$

10. Які з наведених формул описують розподілення молекул газу за висотою в полі тяжіння Землі?

$$1. p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} \quad 2. f(v) = A e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} v^2 \quad 3. W = mgh \quad 4. n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$$

11. Який зміст має величина $U(z)$ в формулі в разі розподілення молекул в силовому полі?

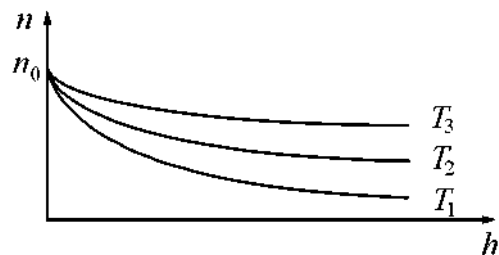
$$n = n_0 e^{-\frac{U(z)}{kT}}$$

1. Потенціальна енергія однієї молекули.
 2. Середня кінетична енергія хаотичного руху однієї молекули.
 3. Потенціальна енергія всіх молекул в одиниці об'єму.
 4. Потенціальна енергія взаємодії молекул між собою.
12. Які з перелічених видів енергії входять до складу внутрішньої енергії системи?

1. Кінетична енергія руху системи як цілого.
2. Потенціальна енергія взаємодії молекул і атомів системи.
3. Потенціальна енергія системи в зовнішніх полях.
4. Кінетична енергія хаотичного руху молекул і атомів системи.

13. На рисунку наведені графіки залежності концентрації молекул газу в полі тяжіння від висоти при різних температурах. Яке співвідношення температур газу?

1. $T_3 < T_2 < T_1$;
2. $T_1 < T_2 < T_3$;
3. $T_3 > T_1 > T_2$;
4. $T_3 < T_1 < T_2$.



14. Що називається температурою тіла?

1. Величина, що характеризує стан термодинамічної рівноваги макроскопічної системи.
2. Міра середньої кінетичної енергії хаотичного руху молекул.
3. Характеристика агрегатного стану речовини.
4. Міра числа зіткнень молекул.
5. Міра внутрішньої енергії речовини.

15. Газ нагрівають при постійному тиску. Як змінюється густина газу із зміною температури?

1. Пропорційно $\sqrt{T}$
2. Пропорційно T
3. Обернено пропорційно T
4. Не змінюється

16. Вкажіть формулу для обчислення внутрішньої енергії ідеального газу.

1. $U = m \frac{i}{2} RT$
2. $U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT$
3. $U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} N_A T$
4. $U = \frac{m}{M} N_A k T$

17. Як залежить внутрішня енергія ідеального газу від температури?

1. $U \sim T$
2. $U \sim \sqrt{T}$
3. $U \sim T^2$
4. $U \sim \frac{1}{T}$

18. Які з перелічених величин є функцією стану системи?

1. Здійснена робота.
2. Внутрішня енергія.
3. Ентропія.
4. Кількість тепла.
5. Тиск.

19. Що називається кількістю тепла?

1. Міра енергії, що передається тілу у теплопередачі.
2. Енергія тіла за винятком кінетичної енергії тіла як цілого і потенціальної енергії тіла в зовнішньому силовому полі.
3. Степінь нагрятості тіла.
4. Кількість енергії, що передається одним тілом іншому.

20. Яке з наведених тверджень є одним з формулювань першого закону термодинаміки:

1. Ентропія замкненої системи не може зменшуватися.
2. Неможливий вічний двигун другого роду, тобто такий періодично діючий двигун, який отримував би тепло від одного резервуару і повністю перетворював це тепло в роботу.
3. Неможливий процес, єдиним кінцевим результатом якого була б виконана робота за рахунок отримання кількості тепла.
4. Кількість тепла, передана системі, йде на зміну внутрішньої енергії системи і на здійснення системою роботи над зовнішніми тілами.

21. Вкажіть формулу, яка є математичним виразом першого закону термодинаміки.

1. $S = k \log W$ 2. $Q = \Delta U + A$ 3. $dS = \frac{\delta Q}{T}$ 4. $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

22. Чому дорівнює молярна теплоємність ідеального газу при постійному об'ємі?

1. $C_V = \frac{i}{2} R$ 2. $C_V = \frac{i+2}{i} R$ 3. $C_V = \frac{i+2}{2} R$ 4. $C_V = 0$

23. Чому дорівнює молярна теплоємність ідеального газу при постійному тиску?

1. $C_P = \frac{i}{2} R$ 2. $C_P = \frac{i+2}{2} R$ 3. $C_P = \frac{i+2}{i} R$ 4. $C_P = 0$

24. Яке з наведених співвідношень називають рівнянням Майєра?

1. $C_P - C_V = R$ 2. $Q = \Delta U + A$ 3. $C_P = \frac{i+2}{2} \cdot R$ 4. $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

25. Яка з наведених формул зв'язує ентропію з термодинамічною ймовірністю?

1. $S = k \log W$ 2. $S = \frac{N!}{n!(N-n)!}$ 3. $dS = \frac{\delta Q}{T}$ 4. $S = \frac{1}{W}$

26. Для якого з процесів при $m = \text{const}$ виконується рівність?

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

1. Ізобарного 2. Адіабатного 3. Ізотермічного 4. Ізохорного

27. Для якого з процесів при $m = \text{const}$ виконується рівність

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} ?$$

1. Ізобарного 2. Адіабатного 3. Ізотермічного 4. Ізохорного

28. Для якого з процесів при $m = \text{const}$ виконується рівність

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 ?$$

1. Ізобарного 2. Адіабатного 3. Ізотермічного 4. Ізохорного

29. Для якого з процесів при $m = \text{const}$ виконується рівність

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma ?$$

1. Ізобарного 2. Адіабатного 3. Ізотермічного 4. Ізохорного

30. Чому дорівнює робота, виконана газом при ізобарному процесі?

1. $A = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$ 2. $A = 0$ 3. $A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2)$ 4. $A = p(V_2 - V_1)$

31. Чому дорівнює робота, виконана газом при ізохорному процесі?

1. $A = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$ 2. $A = 0$ 3. $A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2)$ 4. $A = p(V_2 - V_1)$

32. Чому дорівнює робота, виконана газом при ізотермічному процесі?

1. $A = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$ 2. $A = 0$ 3. $A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2)$ 4. $A = p(V_2 - V_1)$

33. Чому дорівнює робота, виконана газом при адіабатному процесі?

1. $A = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$ 2. $A = 0$ 3. $A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2)$ 4. $A = p(V_2 - V_1)$

34. Адіабатним називають процес ...

1) який відбувається при постійному об'ємі.

- 2) який відбувається при постійному тиску.
- 3) який відбувається при постійній температурі.
- 4) який відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем.

5) внаслідок якого система повертається до початкового стану.

35. Відбувається адіабатне розширення газу. Як змінюються при цьому внутрішня енергія і температура? Яка робота виконується при цьому (позитивна або негативна)?

- | | | |
|--|--|----------------------------|
| 1. $U \uparrow$ $T \uparrow$ $A < 0$ | 2. $U \downarrow$ $T \uparrow$ $A < 0$ | $\uparrow$ - збільшується |
| 3. $U \downarrow$ $T \downarrow$ $A > 0$ | 4. $U \uparrow$ $T \downarrow$ $A < 0$ | $\downarrow$ - зменшується |

36. Одним із формулювань другого закону термодинаміки є твердження:

1. Кількість тепла, підведена до системи, йде на приріст внутрішньої енергії та на виконання роботи проти зовнішніх сил.
2. Неможливий процес, єдиним кінцевим результатом якого була б передача тепла від менш нагрітого тіла до більш нагрітого.
3. Середня кінетична енергія, що приходить на один ступінь вільності не залежить від виду ступеня вільності.
4. Неможливий процес, єдиним кінцевим результатом якого була б передача тепла від більш нагрітого тіла до менш нагрітого тіла.
5. Неможливий вічний двигун першого роду.

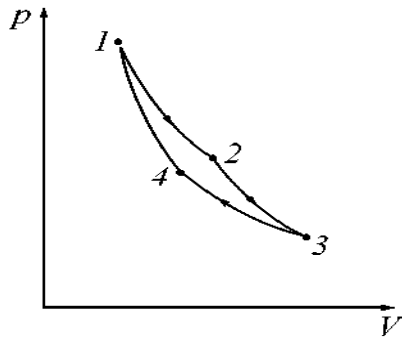
37. Вкажіть формулу, яка визначає ККД будь-якої теплової машини (у тому числі з необоротним циклом).

- | | | | |
|---------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 1. $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ | 2. $\eta = \frac{Q_2}{Q_1}$ | 3. $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$ | 4. $\eta = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$ |
|---------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|---------------------------------|

38. Від чого залежить ККД оборотної теплової машини?

1. Від хімічної природи робочої речовини.
2. Від конструкції машини.
3. Від температури нагрівача і охолоджувача.

39. На якій із ділянок циклу Карно робоче тіло отримує від нагрівача (тепловіддавача) теплоту?



1. Ділянка 1-2
2. Ділянка 2-3
3. Ділянка 3-4
4. Ділянка 4-1

40. На якій із ділянок циклу Карно робоче тіло віддає охолоджувачу (теплоприймачу) теплоту?

- | | |
|----------------|----------------|
| 1. Ділянка 2-3 | 2. Ділянка 3-4 |
| 3. Ділянка 4-1 | 4. Ділянка 1-2 |

41. Вкажіть, яка фізична величина «переноситься» при теплопровідності.

1. Кінетична енергія молекул.
2. Маса.
3. Імпульс хаотично рухомих молекул.
4. Імпульс спрямовного рухомих молекул.

42. Вкажіть, яка фізична величина «переноситься» при внутрішньому терті.

1. Кінетична енергія молекул.
2. Маса.
3. Імпульс хаотично рухомих молекул.
4. Імпульс спрямовного рухомих молекул.

43. Вкажіть, яка фізична величина «переноситься» при дифузії.

1. Кінетична енергія молекул.
2. Маса.
3. Імпульс хаотично рухомих молекул.
4. Імпульс спрямовного рухомих молекул.

44. Вкажіть основне рівняння, що описує процес теплопровідності.

- | | |
|--|---|
| 1. $dm = -D \frac{d\rho}{dx} dS_{\perp} dt$ | 2. $dp = -\eta \frac{dv}{dx} dS_{\perp} dt$ |
| 3. $\delta Q = -K \frac{dT}{dx} dS_{\perp} dt$ | 4. $K = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho C_V$ |

45. Вкажіть основне рівняння, що описує процес дифузії.

$$1. \quad dm = -D \frac{d\rho}{dx} dS_{\perp} dt$$

$$2. \quad dp = -\eta \frac{dv}{dx} dS_{\perp} dt$$

$$3. \quad \delta Q = -K \frac{dT}{dx} dS_{\perp} dt$$

$$4. \quad D = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle$$

46. Вкажіть основне рівняння, що описує процес внутрішнього тертя.

$$1. \quad dm = -D \frac{d\rho}{dx} dS_{\perp} dt$$

$$2. \quad dp = -\eta \frac{dv}{dx} dS_{\perp} dt$$

$$3. \quad \delta Q = -K \frac{dT}{dx} dS_{\perp} dt$$

$$4. \quad \eta = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho$$

47. Що є причиною, яка викликає процес дифузії?

1. Градієнт густини.
2. Градієнт температури.
3. Градієнт швидкості впорядкованого руху молекул.
4. Градієнт швидкості хаотичного руху молекул.

48. Що є причиною, яка викликає процес теплопровідності?

1. Градієнт густини.
2. Градієнт температури.
3. Градієнт швидкості впорядкованого руху молекул.
4. Градієнт швидкості хаотичного руху молекул.

КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Молекулярна фізика і термодинаміка»

№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді
1	2	11	1	21	2	31	2	41	1
2	1,3	12	2	22	1	32	1	42	4
3	1,2	13	1,2	23	2	33	3	43	2
4	2	14	2,4	24	1	34	4	44	3
5	3	15	3	25	1	35	3	45	1
6	2	16	2	26	4	36	2	46	2
7	1	17	1	27	4	37	3	47	1
8	3	18	2,3	28	1	38	3	48	2
9	3,4	19	1	29	2	39	1		
10	1,4	20	4	30	4	40	2		

14 ЕЛЕКТРОСТАТИКА І ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ

Усі тіла в природі здатні електризуватися, тобто набувати електричного заряду. Наявність електричного заряду проявляється в тому, що заряджене тіло взаємодіє з іншими зарядженими тілами. Існує два види електричних зарядів, які умовно називають позитивними і негативними. Заряди одного знака відштовхуються, різних знаків - притягуються. Взаємодія між електрично зарядженими частинками або макроскопічними зарядженими тілами називається електромагнітною взаємодією. Розділ фізики, в якому вивчають електромагнітні взаємодії, називається електродинамікою.

Електростатика – це розділ електродинаміки, в якому розглядаються властивості і взаємодія нерухомих в інерціальній системі відліку електрично заряджених тіл або частинок, що мають електричний заряд.

Електричний заряд (q) - невід'ємна властивість деяких елементарних частинок (електронів, протонів та ін.), що визначає їх взаємодію із зовнішнім електромагнітним полем. $[q]=\text{Кл}$ (кулон); $1\text{Кл}=1\text{А}\cdot\text{с}$

Властивості заряджених тіл. Заряд елементарних частинок є однаковий за величиною. Його називають елементарним зарядом

$$q_e = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Заряд тіла утворюється сукупністю елементарних зарядів, тому він є величиною, кратною e .

$$q=eN, \quad N=1,2,3... \quad (14.1)$$

Ця властивість називається дискретністю електричного заряду.

Алгебраїчна сума зарядів електрично ізольованої системи заряджених тіл залишається величиною сталою:

$$q_1 + q_2 + \dots + q_N = \text{const}, \text{ або } \sum_{i=1}^N q_i = \text{const}. \quad (14.2)$$

Це твердження називається законом збереження електричного заряду. Величина заряду не залежить від того, рухається заряд чи ні, тобто, заряд – величина інваріантна.

Закон Кулона. Закон, який дозволяє знайти силу взаємодії точкових зарядів, був встановлений експериментально в 1785 році Ш. Кулоном. А раніше на п'ятдесят років він був спрогнозований Кавендішем який досліджував гравітаційну взаємодію.

Точковий заряд - це заряджене тіло, розмірами якого можна знехтувати в порівнянні з відстанню від цього тіла до інших заряджених тіл.

У результаті дослідів з крутильними терезами Кулон дійшов до висновку: сила взаємодії двох нерухомих точкових зарядів пропорційна добутку цих зарядів та обернено пропорційна квадрату відстані між ними і залежить від середовища, в якому перебувають ці заряди:

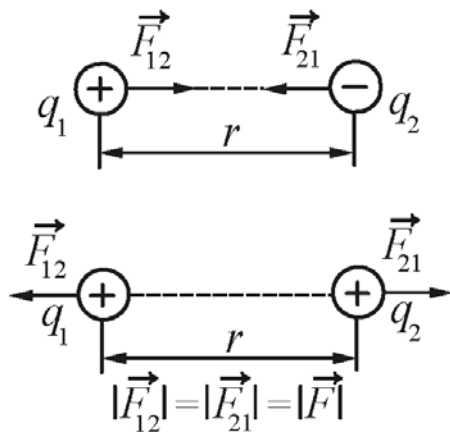


Рисунок 14.1

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}, \quad (14.3)$$

де $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{H \cdot m^2}{Kл^2}$ - ко-

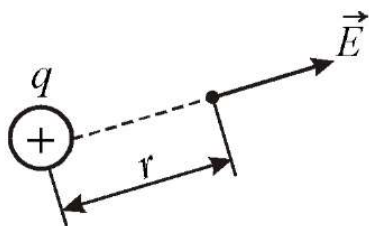
ефіцієнт пропорційності в СІ, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ - електрична стала. ϵ – діелектрична проникність - електрична характеристика середо-

вища. Для вакууму $\epsilon = 1$. Сила спрямована вздовж прямої, що з'єднає заряди (рис. 14.1), тому силу Кулона називають центральною симетричною.

Будь-яке електрично заряджене тіло створює в оточуючому його просторі електричне поле. Електричне поле - це вид матерії через який взаємодіють електричні заряди та заряджені тіла.

Напруженість електричного поля. Для того щоб знайти і дослідити електричне поле, використовують точковий позитивний заряд, який називають пробним - q_{np} . Якщо брати різні за величиною пробні заряди, то і сили, які діють на ці заряди в даній точці поля, будуть різними. Проте відношення сили до величини заряду для даної точки поля для всіх пробних зарядів буде одним і тим самим. Тому це відношення приймають за величину, яка характеризує електричне поле. Введену таким чином характеристику називають напруженістю електричного поля в даній точці.

Напруженість електричного поля ($\vec{E}$) - це силова характеристика електричного поля, яка чисельно рівна силі, що діє на одиничний позитивний точковий заряд, поміщений в дану точку електричного поля:



$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{np}}} [E] = \frac{H}{Kл} = \frac{B}{м}. \quad (14.4)$$

Напрямок вектора напруженості співпадає з напрямом сили, що діє на позитивний заряд (рис. 14.2).

Рисунок 14.2

Якщо величина і напрям вектора напруженості поля в кожній точці однакові, таке поле називається однорідним.

Виходячи із закону Кулона, можна розрахувати напруженість електричного поля, що створюється точковим зарядом, якщо формулу (14.3) підставити у (14.4):

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}}. \quad (14.5)$$

Якщо поле створюється декількома зарядами, то результуюча напруженість електричного поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, які створював би кожний із зарядів системи окремо. Це твердження носить назву *принципу суперпозиції полів*. (рис. 14.3).

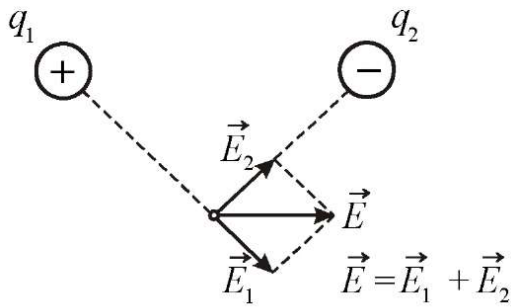


Рисунок 14.3

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \quad (14.6)$$

На будь-який заряд q , що внесений в електричне поле, діє електрична сила

$$\boxed{\vec{F}_{el} = q\vec{E}}. \quad (14.7)$$

Розрахунок електростатичних полів. Теорема Гауса.

Потоком вектора напруженості електричного поля через елементарну ділянку поверхні dS називається величина рівна:

$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} = EdS \cos \alpha, \quad (14.8)$$

де $d\vec{S} = \vec{n}dS$, $\vec{n}$ – одиничний вектор, перпендикулярний площі dS , α – кут між напрямом $\vec{n}$ і $\vec{E}$ рис. 14.4).

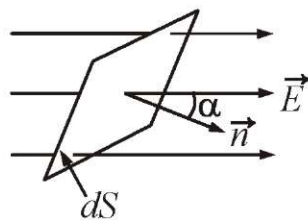


Рисунок 14.4

Потік вектора напруженості Φ через будь-яку поверхню S дорівнює алгебричній сумі потоків напруженості крізь всі ділянки цієї поверхні.

$$\Phi = \int_S \vec{E}d\vec{S} \quad [\Phi] = \frac{C}{m} \cdot m^2 = B \cdot m. \quad (14.9)$$

Згідно з теоремою Гауса для електростатичного поля, потік вектора напруженості електростатичного поля через довільну замкнену поверхню дорівнює алгебричній сумі зарядів, які містяться у цьому об'ємі, поділений на добуток $\epsilon\epsilon_0$:

$$\boxed{\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^N q_{охв}}. \quad (14.10)$$

Поле рівномірно зарядженої нескінченно довгої нитки. Припустимо, що нескінченно довга нитка заряджена рівномірно з лінійною густиною заряду τ . Лінійною густиною заряду називають величину, яка чисельно дорівнює заряду, що припадає на одиницю довжини. За умов рівномірного розподілу заряду:

$$\tau = \frac{q}{l}, \quad [\tau] = \frac{Kл}{м}. \quad (14.11)$$

Помістимо нитку на вісь циліндра радіусом r і висотою l (рис. 14.5). З міркувань симетрії випливає, що напруженість поля в будь-якій точці повинна бути спрямованою за радіальною прямою, перпендикулярною осі нитки (заряд вважається позитивним). Потік Φ через торці циліндра дорівнює нулю, оскільки лінії напруженості перпендикулярні осі. Потік через бічну поверхню дорівнює:

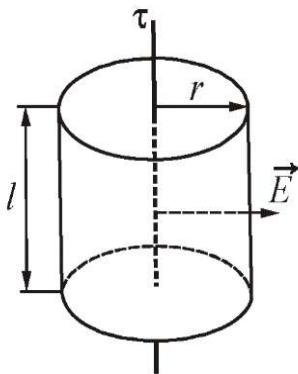


Рисунок 14.5

$$\Phi = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = E \cdot 2\pi r l.$$

За теоремою Гауса (14.10):

$$E \cdot 2\pi r l = q \cdot \frac{1}{\epsilon_0} = \frac{\tau l}{\epsilon_0}.$$

Звідси:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}. \quad (14.12)$$

Напруженість поля зарядженої нитки визначається лінійною густиною заряду і відстанню від нитки. Поле негативно зарядженої нитки відрізняється тільки напрямом напруженості $\vec{E}$.

Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини. Припустимо, що площа заряджена рівномірно з поверхневою густиною заряду σ . Поверхневою густиною заряду називається величина, яка чисельно дорівнює заряду, що припадає на одиницю площі. За умовою рівномірного розподілу заряду

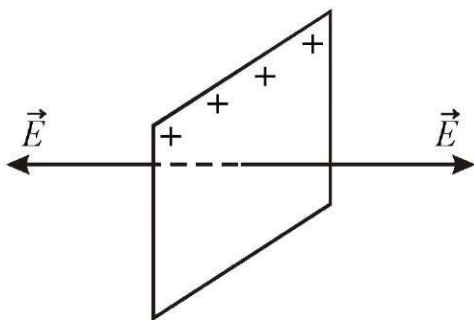


Рисунок 14.6

$$\sigma = \frac{q}{S} \quad [\sigma] = \frac{Kл}{м^2} \quad (14.13)$$

Застосувавши теорему Гауса, можна показати, що напруженість поля рівномірно зарядженої нескінченної площини визначається таким чином:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (14.14)$$

Це означає, що на будь-яких відстанях від нескінченної площини напруженість поля однакова за величиною (рис. 14.6).

Дві рівномірно, з однаковою густиною σ різнойменно заряджені нескінченні паралельні площини утворюють однорідне електричне поле. Напруженість E поля між площинами визначається співвідношенням:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (14.15)$$

Поле рівномірно зарядженої сферичної поверхні.

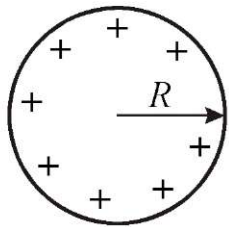


Рисунок 14.7

Поле, що створюване сферичною поверхнею радіусом R зарядженою з постійною поверхневою густиною заряду σ , буде центрально-симетричним (рис. 14.7). Це означає, що

напрямок вектора $\vec{E}$ в будь-якій точці проходить через центр сфери, а величина напруженості залежить від відстані r від центру сфери. Вибираємо концентричну із зарядженою сферою поверхню радіусу r . Якщо $r > R$, то всередину поверхні потрапляє увесь заряд q , що розподілений по сфері. Застосувавши теорему Гауса, можна отримати формулу для розрахунку напруженості поля рівномірно зарядженої сферичної поверхні:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \quad (14.16)$$

Це означає, що зовні кулі напруженість зменшується за таким законом, як у поля точкового заряду.

Сферична поверхня радіусом $r < R$ не міститиме зарядів, тому усередині сфери, зарядженої з постійною поверхневою густиною, поля немає, тобто $E=0$.

Запитання для перевірки знань

1. У чому полягає інваріантність електричного заряду?

2. Як визначити заряд тіла через заряд електрона?
3. Сформулюйте закон Кулона.
4. Що таке пробний заряд?
5. Що називається напруженістю електричного поля? Це вектор чи скаляр?
6. У чому полягає принцип суперпозиції електричних полів?
7. Сформулюйте теорему Гауса.
8. Чому рівний потік напруженості через певну площадку?
9. На основі теореми Гауса знайдіть напруженість зарядженої кулі.
10. На основі теореми Гауса знайдіть напруженість нескінченної зарядженої полони.
11. На основі теореми Гауса знайдіть напруженість рівномірно зарядженої кулі.

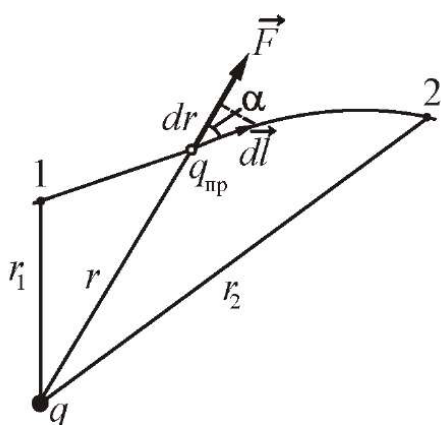
15 ПОТЕНЦІАЛ ТА ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ

Розглянемо електростатичне поле, що створюється точковим зарядом. В це поле внесемо пробний заряд q_{np} . У будь-якій точці поля на пробний заряд діє сила, яка відповідно до закону Кулона дорівнює:

$$F = k \frac{qq_{np}}{\epsilon r^2}. \quad (15.1)$$

Заряд q_{np} переміщається під дією сил поля заряду q уздовж деякої лінії (рис. 15.1). Елементарна робота з переміщення заряду дорівнює

$$\delta A = \vec{F} d\vec{l} = F dl \cos \alpha,$$



де $dl \cos \alpha = dr$ (рис. 15.1). При переміщенні заряду q_{np} з точки 1 в точку 2 виконується робота:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F dr = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{qq_{np}}{\epsilon r^2} dr = - \left(k \frac{qq_{np}}{\epsilon r_2} - k \frac{qq_{np}}{\epsilon r_1} \right) \quad (15.2)$$

З формули (15.2) випливає, що робота з переміщення заряду в електростатичному

Рисунок 15.1

полі визначається тільки початковим і кінцевим положенням заряду. Отже, кулонівські сили є консервативними. Робота консервативних сил дорівнює зменшенню потенціальної енергії

$$A = -(W_{\Pi 2} - W_{\Pi 1}). \quad (15.3)$$

Тоді величину $k \frac{qq_{np}}{r}$ можна назвати потенціальною енергією заряду q_{np} в полі заряду q :

$$\boxed{W_{\Pi} = k \frac{qq_{np}}{\epsilon r}}. \quad (15.4)$$

Різні пробні заряди q_{np1}, q_{np2} мають в одній і тій самій точці поля різну потенціальну енергію W_{Π_1}, W_{Π_2} . Проте відношення потенціальної енергії до величини пробного заряду буде одним і тим самим. Цю величину називають потенціалом у даній точці поля і використовують для опису електричних полів.

Потенціал (φ) - скалярна фізична величина, енергетична характеристика електростатичного поля, що чисельно дорівнює потенціальній енергії, яку мав би в даній точці поля одиничний позитивний заряд:

$$\boxed{\varphi = \frac{W_{\Pi}}{q_{np}}} \quad [\varphi] = \frac{Дж}{Кл} = В \text{ (вольт)} . \quad (15.5)$$

Потенціал може бути позитивним або негативним.

Підставивши в (15.5) вираз для потенціальної енергії (15.4), отримаємо формулу для розрахунку потенціалу поля точкового заряду:

$$\boxed{\varphi = k \frac{q}{\epsilon r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r}} . \quad (15.6)$$

де k – коефіцієнт пропорційності;

q – заряд, що створює поле;

r – відстань від заряду до точки, в якій визначається потенціал.

Якщо r прямує до нескінченності ($r \rightarrow \infty$) то потенціал φ прямує до нуля. Це означає, що потенціал поля точкового заряду дорівнює нулю в нескінченно віддаленій точці.

Робота A , що виконується силами електростатичного поля при переміщенні заряду q з точки 1, потенціал якої φ_1 , в точку 2 з потенціалом φ_2 дорівнює зменшенню потенціальної енергії:

$$A = -(W_{\Pi_2} - W_{\Pi_1}) .$$

З формули (15.5) випливає, що

$$A = (q\varphi_2 - q\varphi_1) = q(\varphi_1 - \varphi_2) . \quad (15.7)$$

Величину $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ називають різницею потенціалів. Електричні поля прийнято пов'язувати не з абсолютними значення-

ми потенціалів, а з їх різницею між різними точками простору. Таким чином,

$$\boxed{A = q\Delta\varphi}. \quad (15.8)$$

Потенціал нескінченно віддаленої точки простору приймають за нульовий потенціал. Нульовим потенціалом володіє також Земля. Тоді робота по переміщенню заряду з нескінченності в дану точку поля буде рівна:

$$A_{\infty} = q\varphi.$$

Звідси випливає, що потенціал чисельно дорівнює роботі, яка виконується силами електростатичного поля під час переміщення одиничного позитивного заряду з цієї точки поля на нескінченність:

$$\varphi = \frac{A_{\infty}}{q}.$$

Якщо поле створюється системою декількох зарядів, то, відповідно до принципу суперпозиції, потенціал результуючого поля дорівнює алгебричній сумі потенціалів, що створюються кожним зарядом окремо:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_N = \sum_{i=1}^N \varphi_i. \quad (15.9)$$

Для зарядженої нитки використовуючи формулу (14.12) отримаємо формулу для розрахунку різниці потенціалів поля. Робота A , що виконується силами електростатичного поля при переміщенні пробного заряду q_{np} із точки 1 з потенціалом φ_1 в точку 2 з потенціалом φ_2 дорівнює

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F dr = \int_{r_1}^{r_2} q_{np} E dr = q_{np} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dr}{r} = -q_{np} \left(\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln r_1 - \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln r_2 \right) \quad (15.10)$$

Як вже наголошувалося, істотним є не саме значення потенціалу, а різниця потенціалів. Порівнявши отриманий вираз для розрахунку роботи з формулою (15.8), можна зробити висновок, що різниця потенціалів двох точок поля нитки визначається співвідношенням

$$\Delta\varphi = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (15.11)$$

Графічно електростатичне поле прийнято зображати за допомогою силових ліній і еквіпотенціальних поверхонь.

Еквіпотенціальна поверхня - це поверхня усі точки якої мають однакові потенціали. Згідно з (15.8) робота з переміщення заряду з однієї точки в іншу визначається тільки початковим та кінцевим положенням і не залежить від шляху переходу системи. Тоді якщо початкове та кінцеве положення точкового заряду лежатиме на одній еквіпотенціальній поверхні, то бота буде рівна нулю, не залежно від шляху переходу системи.

Силова лінія (лінія напруженості) - це лінія, дотична до якої в кожній точці простору співпадає з напрямом вектора напруженості $\vec{E}$ (рис. 15.2).

Особливості силових ліній електростатичного поля:

1. Силові лінії починаються на позитивних зарядах, закінчуються на

негативних або йдуть в нескінченність.

2. Силові лінії не перетинаються.

3. Силові лінії перпендикулярні еквіпотенціальним поверхням.

4. За густиною силових ліній судять про величину напруженості електростатичного поля.

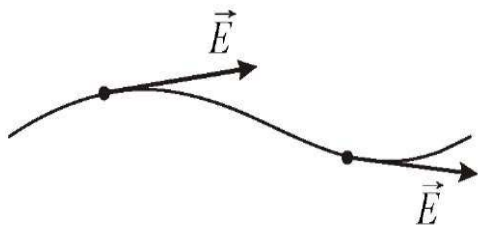


Рисунок 15.2

Еквіпотенціальні поверхні звичайно креслять так, що під час переходу від однієї еквіпотенціальної поверхні до сусідньої потенціал змінюється на одну і ту ж величину $\Delta\varphi$.

Для більшої наочності креслять також силові лінії, які перпендикулярні поверхням рівного потенціалу. Там, де при постійній різниці потенціалів $\Delta\varphi$ сусідні еквіпотенціальні поверхні найбільш близько підходять одна до однієї, напруженість елект-

ричного поля максимальна. Навпаки, в місцях, де відстані між ними великі, буде мала і напруженість електричного поля $\vec{E}$

Приклади картин силових ліній і еквіпотенціальних поверхонь.

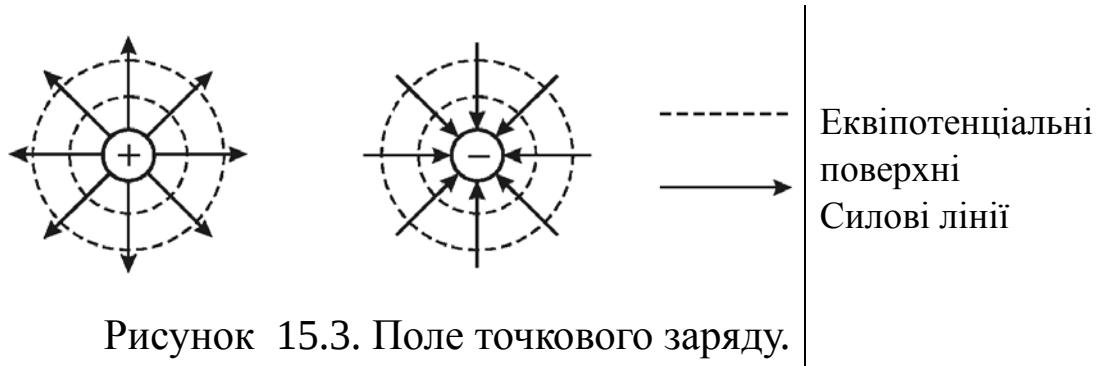


Рисунок 15.3. Поле точкового заряду.

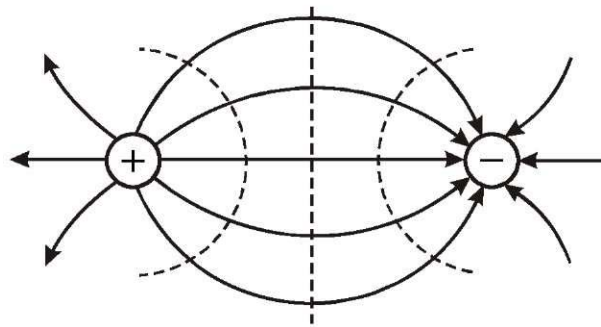


Рисунок 15.4. Система точкових зарядів.

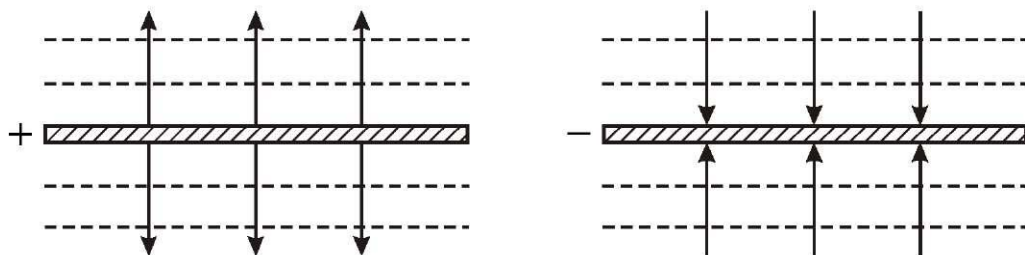


Рисунок 15.5. Поле рівномірно зарядженої площини.

Зв'язок між напруженістю електричного поля і потенціалом. Електростатичне поле можна описати за допомогою векторної величини $\vec{E}$ або за допомогою скалярної величини φ . Знайдемо зв'язок потенціалу з напруженістю електричного поля на прикладі електричного поля точкового заряду. Таке поле є неоднорід-

ним, оскільки чисельне значення і напрям вектора напруженості $\vec{E}$ змінюються під час переходу з однієї точки поля в іншу.

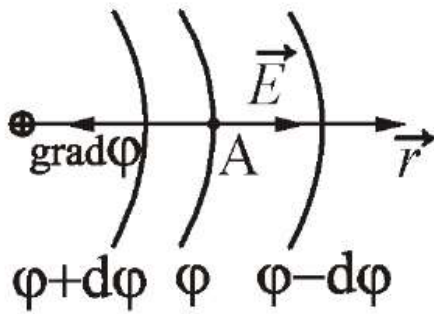


Рисунок 15.6

Відобразимо три еквіпотенціальні поверхні поля цього заряду з потенціалами $\varphi + d\varphi, \varphi, \varphi - d\varphi$, де $d\varphi$ – нескінченно мала зміна потенціалу (рис. 15.6). Ці поверхні знаходяться на різній відстані одна від однієї.

Зміну потенціалу в заданому напрямі $\vec{r}$ характеризує похідна за напрямом $\frac{d\varphi}{dr}$. Із зменшенням відстані від заряду потенціал поля збільшується. Це означає, що чисельне значення похідної зростатиме убік, протилежний вектору $\vec{E}$. Для того, щоб вказати напрям найшвидшого зростання потенціалу, вводять векторну величину, яка називається градієнтом потенціалу.

Градієнт потенціалу (позначається $grad \varphi$) – це вектор, спрямований у бік максимального зростання потенціалу і чисельно дорівнює зміні потенціалу, що припадає на одиницю довжини в цьому напрямі. Таким чином, градієнт потенціалу характеризує ступінь неоднорідності поля.

Встановимо, як зв'язані напруженість електричного поля $\vec{E}$ і градієнт потенціалу $grad \varphi$. Помістимо в точку А вказаного електричного поля пробний позитивний заряд q_{np} . Нехай під дією поля він зміщується із точки з потенціалом φ в точку з потенціалом $\varphi - d\varphi$. При цьому виконується робота

$$\delta A = F dr = q_{np} E dr, \quad (15.12)$$

де dr – відстань між еквіпотенціальними поверхнями. З другого боку $\varphi - d\varphi$

$$\delta A = -q_{np} d\varphi, \quad (15.13)$$

Прирівнюючи (15.12) і (15.13) і скорочуючи на q_{np} , отримаємо:

$$-d\varphi = E dr,$$

$$\text{звідки} \quad E = -\frac{d\varphi}{dr}, \quad (15.14)$$

Це означає, що напруженість електричного поля чисельно дорівнює зміні потенціалу, що припадає на одиницю довжини. Формулу (15.14) можна записати у векторному вигляді

$$\boxed{\vec{E} = -\text{grad } \varphi}. \quad (15.15)$$

Знак «-» говорить про те, що вектор напруженості спрямований у бік спадання потенціалу. Формула (15.15) справедлива для будь-якого електростатичного поля.

Розглянемо однорідне електричне поле. Прикладом такого поля є поле між двома різнойменно зарядженими пластинами. У кожній точці однорідного поля вектор $\vec{E}$ зберігає своє чисельне значення і напрям. У цьому випадку

$$E = \frac{U}{d}, \quad (15.16)$$

де d – відстань між еквіпотенціальними площинами з потенціалами φ_1 і φ_2 $U = \varphi_2 - \varphi_1$ - різниця потенціалів (напруга).

Запитання для перевірки знань

1. Чому рівна робота з переміщення двох точкових зарядів?
2. Чому рівна потенціальна енергія двох точкових зарядів?
3. Що таке потенціал? Які його одиниці вимірювання?
4. Як визначається робота через різницю потенціалів?
5. Чому рівний потенціал точкового заряду?
6. Чому рівний потенціал рівномірно зарядженої нитки?
7. Чому рівний потенціал зарядженої провідної кулі?
8. Чому рівний потенціал рівномірно зарядженої кулі?
9. Чому рівний потенціал зарядженої площини?
10. що таке еквіпотенціальна поверхня?
11. Що таке силова лінія?
12. Як розміщені еквіпотенціальні та силові лінії?
13. Який математичний зв'язок потенціалу та напруженості?

16 ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ

Електричним диполем називається система двох однакових за величиною різнойменних точкових зарядів $+q$ і $-q$, відстань l між якими значно менше відстані до тих точок, в яких визначається поле системи.

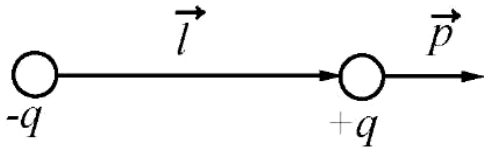


Рисунок 16.1

Пряма, що проходить через обидва заряди, називається віссю диполя. Вектор, направлений від негативного заряду до позитивного і чисельно рівний відстані між ними,

називається плечем диполя $\vec{l}$ (рис. 16.1)

Вектор, який співпадає за напрямом з плечем диполя і чисельно дорівнює добутку модуля заряду $|q|$ на плече $\vec{l}$ називається електричним моментом диполя або дипольним моментом (рис. 16.1).

$$\vec{p} = |q|\vec{l} \quad [p] = \text{Кл} \cdot \text{м} \quad (16.1)$$

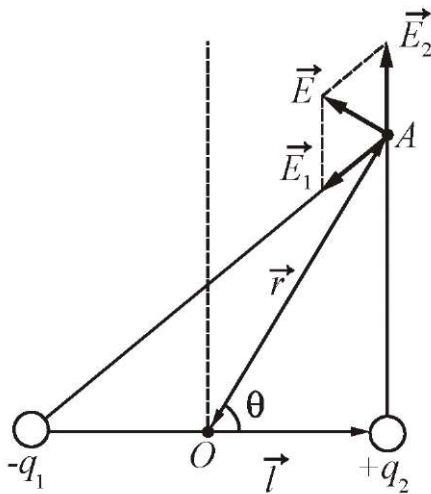


Рисунок 16.2

Припустимо, що положення довільної точки A щодо центру диполя (точка O) задається радіус-вектором $\vec{r}$. Радіус-вектор $\vec{r}$ утворює з віссю диполя кут θ (рис. 16.2). Використовуючи принцип суперпозиції полів, можна отримати формулу для розрахунку напруженості E електричного поля точкового диполя в довільній точці:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}, \quad (16.2)$$

де p - дипольний момент.

Якщо $\theta = 0$ (точка лежить на осі диполя), то

$$E_{||} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2p}{r^3}. \quad (16.3)$$

Якщо $\theta = \frac{\pi}{2}$ (точка лежить на прямій, що проходить через центр диполя перпендикулярно осі диполя), то

$$E_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3}. \quad (16.4)$$

Характерним для напруженості поля диполя є те, що вона спадає з відстанню як $1/r^3$, тобто швидше, ніж напруженість поля точкового заряду (що спадає як $1/r^2$). На рис. 16.3 показані лінії напруженості $\vec{E}$ поля диполя.

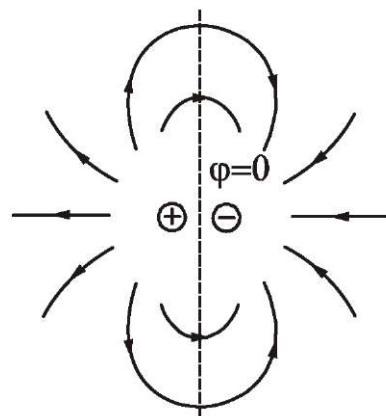


Рисунок 16.3

Помістимо диполь в зовнішнє електричне поле напруженістю $\vec{E}$ (рис. 16.4).

Заряди $+q$ і $-q$ що створюють диполь, опиняються під дією рівних за величиною, але протилежних за напрямом $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$. Модуль кожної сили $F = qE$.

Плече цієї пари сил дорівнює $l \sin \alpha$. Обертальний момент сил $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ прагне розвернути диполь уздовж поля. Знайдемо величину моменту:

$$M = Fl \sin \alpha = qEl \sin \alpha$$

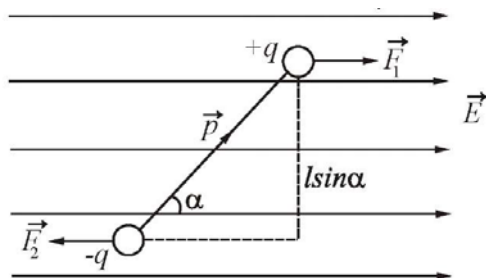


Рисунок 16.4

Оскільки $q_1 = p$, то

$$M = pE \sin \alpha \quad (16.5)$$

Даний вираз можна подати у векторному вигляді:

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (16.6)$$

Таким чином, поведінка диполя в електричному полі визначається його дипольним моментом.

Діелектрики (ізолятори) – це речовини, що не здатні проводити електричний струм. Ідеальних ізоляторів в природі не існує. Усі речовини хоча б в найменшому ступені проводять електричний струм. Проте, речовини, які називаються діелектриками, проводять струм в 10^{15} - 10^{20} разів гірше, ніж речовини, які називаються провідниками.

Згідно з молекулярно-кінетичною теорією всі речовини складаються з атомів або молекул. У свою чергу, атоми складаються з позитивно заряджених ядер і негативно заряджених електронів, відстань між якими є дуже малою ($\sim 10^{-10}$ м) тому атоми і молекули, що знаходяться в електричному полі, можна розглядати як диполі. Якщо діелектрик внести в електричне поле, то це поле і сам діелектрик зазнають істотних змін.

За своєю структурою діелектрики можна розділити на три групи.

1. Речовини, молекули яких мають симетричну будову (N_2 , O_2 , CH_4).

Якщо зовнішнього поля немає ($\vec{E} = 0$), то центр тяжіння позитивних і негативних зарядів співпадає (рис. 16.5 а). Дипольний момент молекули $\vec{p} = 0$. Такі молекули називаються неполярними. Якщо напруженість зовнішнього поля не є рівною нулю ($\vec{E} \neq 0$) то заряди неполярних молекул зміщуються (рис. 16.5 б). Молекула набуває дипольного

моменту $\vec{p}$, величина якого пропорційна напруженості електричного поля $\vec{E}$.

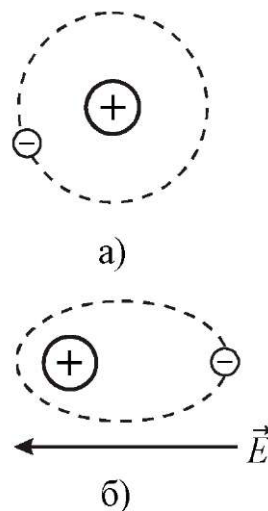


Рисунок 16.5

2. Речовини, молекули яких мають асиметричну будову (NH_3 , H_2O , SO_2 , CO).

Центри тяжіння позитивних і негативних зарядів не співпадають (рис. 16.6). Такі молекули називають полярними.

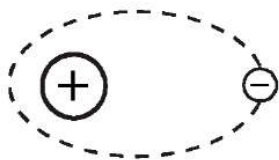


Рисунок 16.6

Якщо напруженість зовнішнього електричного поля є рівною нулю ($\vec{E} = 0$), то молекули все одно мають дипольний момент. Дія зовнішнього поля на полярну молекулу зводиться в основному до

намагання повернути молекулу так, щоб її дипольний момент співпадав з напрямом поля.

3. Речовина, молекули яких мають іонну будову (NaCl , KCl , KBr).

При накладенні на кристал електричного поля відбувається деяка деформація решіток. При цьому виникає дипольний момент.

Поляризація діелектриків. Заряди, що входять до складу діелектрика, називаються зв'язаними. Покинути межі молекули зв'язані заряди не можуть. Під дією електричного поля зв'язані заряди можуть лише зміщуватися відносно положення рівноваги.

Якщо зовнішнього електричного поля немає, то дипольні моменти молекул діелектрика або дорівнюють нулю (неполярні молекули), або розподілені за напрямками в просторі хаотично (полярні молекули). У обох випадках сумарний дипольний момент діелектрика дорівнює нулю.

Під дією зовнішнього електричного поля молекули діелектрика набувають дипольні моменти або повертаються так, що їх дипольні моменти встановлюються за напрямом поля. У результаті діелектрик набуває дипольного моменту

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{P}_i, \quad (16.7)$$

де $\vec{P}_i$ – дипольний момент однієї молекули.

Це означає, що в діелектрику під дією електричного поля виникають поляризаційні заряди.

Виникнення у діелектрику поляризаційного заряду під дією електричного поля називається поляризацією діелектрика.

Для кількісного опису поляризації діелектрика вводять векторну величину, яку називають поляризованістю.

Поляризованість ($\vec{P}_V$) – це векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює дипольному моменту одиниці об'єму діелектрика:

$$\vec{P}_V = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=0}^N \vec{P}_i, \quad [P_V] = \frac{Кл \cdot м}{м^3} = \frac{Кл}{м^2}, \quad (16.8)$$

де ΔV – фізично нескінченно малий об'єм, що оточує дану точку.

У слабких полях поляризованість діелектриків пропорційна напруженості електричного поля (рис. 16.7) в тій самій точці:

$$\vec{P}_V = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (16.9)$$

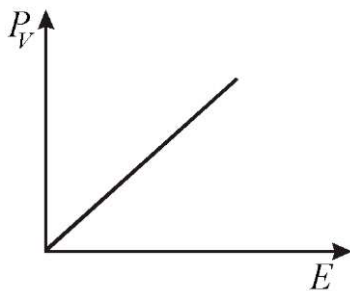


Рисунок 16.7

$\varkappa$ – діелектрична сприйнятливість середовища – величина, що характеризує електричні властивості діелектрика.

Діелектрична сприйнятливість $\varkappa$ величина безрозмірна,

завжди позитивна, для більшості діелектриків її чисельне значення складає декілька одиниць.

Поле усередині діелектрика. Розглянемо дві нескінченні паралельні площини з рівними за величиною, але різними за знаком зарядами. Між пластинами виникає однорідне електричне поле напруженістю $\vec{E}_0$. Напруженість поля у вакуумі визначатиметься зарядами на пластинах

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

де σ – поверхнева густина заряду на пластинах.

Внесемо в це поле пластинку з діелектрика (рис. 16.8). Внаслідок поляризації на лівій грані діелектрика утворюється надлишок негативних поляризаційних (зв'язаних) зарядів з поверхневою густиною $-\sigma'$. На правій грані – надлишок позитивних зарядів з поверхневою густиною $+\sigma'$. Зв'язані заряди створюють додаткове електричне поле напруженістю $\vec{E}_i$:

$$E_i = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$$

Напруженість $\vec{E}_i$ поля зв'язаних зарядів спрямована проти зовнішнього поля $\vec{E}_0$. Результуюче поле у середині діелектрика

$$E = E_0 - E_i. \quad (16.10)$$

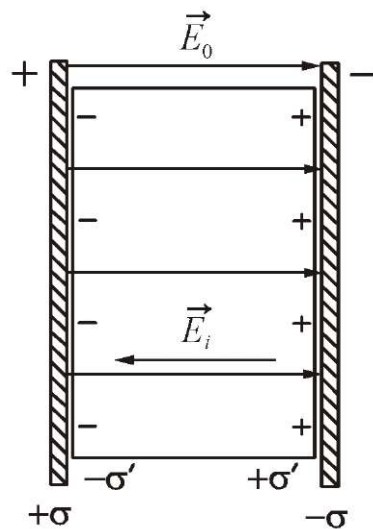


Рисунок 16.8

Знайдемо поверхневу густину σ' зв'язаних зарядів. Поляризований діелектрик можна розглядати як диполь, що несе на собі поляризаційний заряд q'
 $q' = \sigma' S$,
 де S – площа бічної грані пластинки.

Дипольний момент цього диполя:

$$p = q'd = \sigma'Sd = \sigma'V,$$

де d – товщина пластинки, V – об'єм пластинки.

Розділивши дипольний момент усього діелектрика на його об'єм, отримаємо, згідно з визначенням, модуль вектора поляризованості:

$$P_v = \sigma'. \quad (16.11)$$

Таким чином, поверхнева густина зв'язаних зарядів дорівнює поляризованості.

Зробимо заміну у формулі (16.11), враховуючи те, що поляризованість пропорційна напруженості електричного поля згідно з (16.10). Отримаємо

$$E = E_0 - \frac{P_V}{\epsilon_0} = E_0 - \frac{\kappa \epsilon_0 E}{\epsilon_0}, \text{ або } E = E_0 - \kappa E.$$

Звідси
$$E = \frac{E_0}{1 + \kappa}. \quad (16.12)$$

Безрозмірна величина

$$\boxed{\epsilon = 1 + \kappa}. \quad (16.13)$$

називається діелектричною проникністю середовища. Тоді напруженість поля усередині діелектрика:

$$\boxed{E = \frac{E_0}{\epsilon}}. \quad (16.14)$$

Таким чином, діелектрик завжди послаблює електричне поле.

Діелектрична проникність середовища - це характеристика речовини, яка показує, в скільки разів поле усередині однорідного діелектрика менше ніж у вакуумі.

Зауважимо, що діелектрик володіє тільки зв'язаними зарядами. Тоді під дією зовнішнього електричного поля, ці заряди не переміщуються, а тільки зміщуються. Тому на поверхні діелектрика на протилежних гранях виникають протилежні заряди, а внутрішній об'єм залишається незарядженим.

Введемо додаткову характеристику електростатичного поля

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad (16.15)$$

яку називають вектором діелектричного зміщення.

Для середовища теорему Гауса можна записати таким чином:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^N q_i. \quad (16.16)$$

Потік вектора електричного зміщення через довільну замкнену поверхню дорівнює алгебричній сумі вільних зарядів, які охоплюються цією поверхнею.

Сегнетоелектрики - це діелектрики, які можуть мати спонтанні (мимовільні) поляризовані за умов відсутності зовнішнього електричного поля. Назва пояснюється тим, що вперше дане явище було відкрито для сегнетової солі. Сегнетоелектрики мають ряд особливостей.

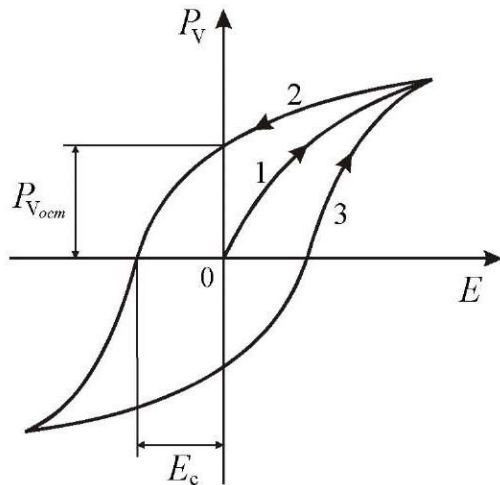


Рисунок 16.9

Діелектрична проникність може досягати значень 10^3 .

Залежність поляризованості P_v від напруженості зовнішнього електричного поля E має нелінійний характер (див. гілку 1 на рис. 16.9). Отже, діелектрична проникність залежатиме від напруженості зовнішнього поля.

У сегнетоелектриках спостерігається явище гістерезису («гістерезис» (грец.) – запізнення). При циклічних змінах поля залежність P_v від E зображається кривою, яка називається петлею гістерезису. Зі збільшенням напруженості електричного поля E вектор поляризації зростає, досягаючи насичення (крива 1, рис. 16.9). Зменшення P_v із зменшенням E відбувається за кривою 2. При $E=0$ сегнетоелектрик зберігає залишкову поляризованість P_{Vocm} .

Щоб поляризованість дорівнювала нулю, треба прикласти поле зворотного напрямку ($-E_c$). Величина E_c називається коерцитивною силою (coercitive (лат.) - утримування). Якщо E змінювати далі, то P_v змінюється за кривою 3.

Для кожного сегнетоелектрика існує температура, за якої він втрачає свої незвичайні властивості і стає звичайним діелектриком. Ця температура називається точкою Кюрі. Сегнетова сіль має дві точки Кюрі $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ і $+25\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Сегнетоелектриками можуть бути тільки кристалічні речовини. В кристалі виникають області, в межах кожної з яких дипольні моменти частинок паралельні один одному. Напрями поляризації різних областей різні. Области спонтанної (мимовільної) поляризації називаються доменами. Під дією зовнішнього поля електричні моменти доменів повертаються як ціле, і встановлюються за напрямом поля.

Запитання для перевірки знань

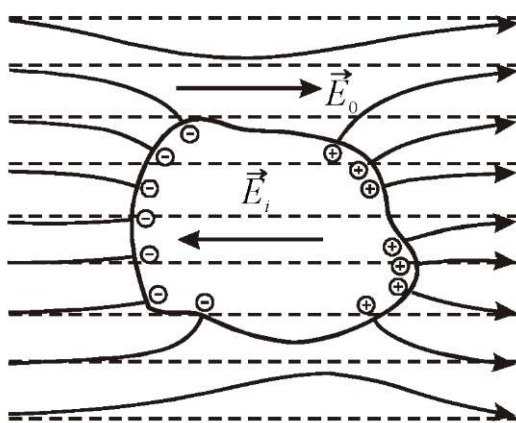
1. Що таке диполь?
2. Чому рівний дипольний момент?
3. Які є види діелектриків?
4. Як відбувається поляризація діелектриків?
5. Чому рівний вектор поляризації?
6. Що таке діелектрична проникність та діелектрична сприйнятливність середовища?
7. Що таке зв'язані заряди? Чим вони відрізняються від вільних?
8. Які речовини називаються сегнетоелектриками?
9. Що таке точка Кюрі?

17 ПРОВІДНИКИ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ

Провідники - це речовини, в яких є вільні носії заряду, здатні переміщатися навіть під дією дуже малої сили. Тому для рівноваги зарядів необхідне виконання наступних умов.

Внесемо провідник в електричне поле. Носії заряду в провіднику починають рухатися: позитивні – у напрямі вектора $\vec{E}$, негативні – в протилежному. На кінцях провідника виникають заряди протилежного знака (рис. 17.1). Їх називають індукованими або наведеними. Поле індукованих зарядів $\vec{E}_i$ протилежне напрямку зовнішнього поля $\vec{E}_0$. Перерозподіл зарядів відбувається до того часу, поки напруженість поля усередині провідника не стане рівною нулю,

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i,$$



$$E = E_0 - E_i = 0,$$

а лінії напруженості зовні провідника – перпендикулярними до поверхні. Напруженість поля усередині провідника повинна бути рівною нулю:

$$\vec{E} = 0.$$

$$E = \frac{d\varphi}{dl} = 0, \text{ це означає, що}$$

Рисунок 17.1

$\varphi = const$. Потенціал усередині провідника повинен бути постійним.

Напруженість поля на поверхні провідника повинна бути в кожній точці спрямованою за нормаллю до поверхні:

$$\vec{E} = \vec{E}_n$$

Лінії напруженості перпендикулярні поверхням рівного потенціалу, тому у разі рівноваги зарядів поверхня провідника буде еквіпотенціальною. Таким чином, потенціал φ у всіх точках про-

відника матиме одне і те ж значення, тобто еквіпотенціальна поверхня перероджується в еквіпотенціальний об'єм.

Індуковані заряди розподіляються на зовнішній поверхні провідника. Якщо усередині провідника зробити порожнину, то напруженість електричного поля в всередині цієї порожнини дорівнюватимемо нулю, незалежно від того, яке поле є зовні.

На цьому принципі засноване явище електростатичного захисту або ефекту екранування. Коли прилад хочуть захистити від зовнішніх електричних полів, його оточують провідним екраном. Зовнішнє поле компенсується усередині екрану індукованими зарядами, що виникають на його поверхні. Екран діє і в тому випадку, якщо він не суцільний, а виконаний у вигляді сітки.

Електроємність. Енергія електричного поля. Якщо відокремленому провіднику надати заряд dq то потенціал цього провідника зміниться. Зміна потенціалу $d\varphi$ пропорційно наданому заряду:

$$d\varphi = \frac{1}{C} dq, \quad (17.1)$$

де C – коефіцієнт пропорційності, який називають електричною ємністю.

Електрична ємність (електроємність) - це скалярна фізична величина, що характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд, який чисельно дорівнює відношенню заряду, до потенціалу який утворює цей заряд:

$$\boxed{C = \frac{q}{\varphi}} \quad [C] = \frac{Kл}{В} = \Phi \text{ (фарад)}. \quad (17.2)$$

Фарад – це дуже велика величина. Таку ємність мала б куля радіусом $9 \cdot 10^9$ м, тобто радіус якої у 1500 разів більший ніж радіус Землі. На практиці електроємність виміряють в міліфарадах ($1\text{мФ} = 10^{-3}\text{Ф}$), мікрофарадах ($1\text{мкФ} = 10^{-6}\text{Ф}$), нанофарадах ($1\text{нФ} = 10^{-9}\text{Ф}$) і пікофарадах ($1\text{пФ} = 10^{-12}\text{Ф}$).

Електроємність залежить від геометрії провідника і діелектричної проникності середовища.

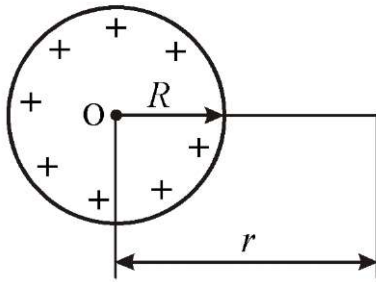


Рисунок 17.2

Приклад. Розрахуємо електроємність відокремленої електропровідної сфери (рис. 17.2). Якщо надати сфері заряд q то для відстані $r > R$ потенціал поля визначається співвідношенням:

$$\varphi = k \frac{q}{\varepsilon r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r} . \quad (17.3)$$

На поверхні сфери, тобто при $r = R$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon R} .$$

Тоді

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R .$$

Таким чином, електроємність сфери обчислюється за формулою:

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R} . \quad (17.4)$$

Конденсатори. Відокремлені провідники мають невелику ємність. Наприклад, куля розміром із Землю має електроємність 700 мкФ. На практиці необхідні пристрої, здатні накопичувати на собі («конденсувати») великі заряди. Їх називають конденсаторами.

Конструктивно конденсатор – це дві провідникові пластинки, які розташовані близько одна від одною і розділені діелектриком. Провідники, які утворюють конденсатор, називають обкладинками. Одна з обкладинок заряджається позитивно, інша – негативно.

Умовне позначення на схемах: 

Характеристикою конденсатора є електроємність C . За означенням електроємність дорівнює відношенню заряду на конденсаторі до різниці потенціалів між обкладинками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}, \quad (17.5)$$

де $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – напруга між обкладинками; q – заряд позитивної обкладки.

Наведемо приклади формул розрахунку електроємності деяких видів конденсаторів.

Плоский конденсатор (рис. 17.3).

Вархуємо що у формулі (17.5) $\Delta\varphi = \frac{qd}{\varepsilon\varepsilon_0 S}$, то отримаємо

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \quad (17.6)$$

де S – площа обкладинок;

d – відстань між обкладинками;

ε – діелектрична проникність середовища (діелектрика), яке знаходиться між обкладинками.

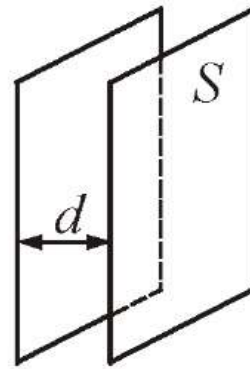
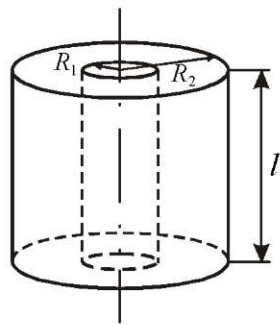


Рисунок 17.3

Величина електроємності конденсатора визначається формою і розмірами обкладинок і величиною зазору між ними, а також діелектричними властивостями середовища, що заповнює простір між обкладинками.

Циліндричний конденсатор (рис. 17.4). Електроємність:



$$C = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}, \quad (17.7)$$

де l – довжина конденсатора;
 R_1 і R_2 – радіуси внутрішньої і зовнішньої обкладинок.

Рисунок 17.4

Крім електроємності кожний конденсатор характеризується граничною напругою $U_{\max}$, яку можна прикладати до обкладинок конденсатора, не побоюючись пробоя. При перевищенні цієї на-

пруги між обкладинками проскакує іскра (проходить струм), внаслідок чого руйнується діелектрик і конденсатор виходить з ладу.

Конденсатори можна поєднувати в батареї різними способами.

У разі *послідовного* з'єднання конденсаторів (рис. 17.5) вони з'єднуються різнойменно зарядженими обкладинками. При цьому виконуються такі співвідношення:

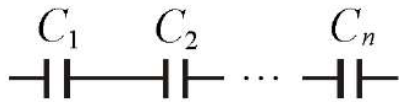


Рисунок 17.5

$$q_{\text{общ}} = q_1 = q_2 = \dots = q_n,$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n, \quad (17.8)$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}.$$

Результуюча ємність завжди менше мінімальної електроємності, що входить до батареї. При послідовному з'єднанні зменшується можливість пробою конденсаторів, тому що на кожному конденсаторі є лише частина загальної різниці потенціалів, що подана на всю батарею.

У разі *паралельного* з'єднання конденсаторів (рис. 17.6) з'єднуються однойменні обкладки. При цьому виконуються співвідношення:

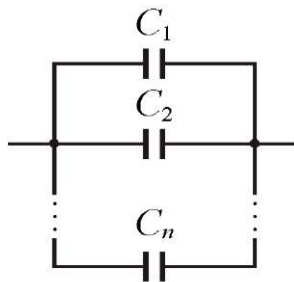


Рисунок 17.6

$$q_{\text{общ}} = q_1 + q_2 + \dots + q_n,$$

$$U_1 = U_2 = \dots = U_n, \quad (17.9)$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + \dots + C_n}.$$

Паралельне з'єднання конденсаторів використовують для отримання великої електроємності.

Енергія електричного поля. Нехай є відокремлений провідник. Позначимо: q – заряд провідника; C – електроємність; φ – потенціал.

Збільшимо заряд цього провідника на dq . При перенесенні заряду dq з нескінченності на відокремлений провідник потрібно виконати елементарну роботу проти сил поля

$$\delta A = \varphi dq = C \varphi d\varphi,$$

де $dq = Cd\varphi$.

Повна робота $A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} C \varphi d\varphi.$

Якщо заряджаємо від нульового потенціалу $\varphi = 0$ до потенціалу $\varphi \neq 0$, то робота

$$A = \int_0^{\varphi} C \varphi d\varphi = \frac{C \varphi^2}{2}.$$

За законом збереження енергії

$$A = \Delta W,$$

де

$$\Delta W = W_2 - W_1.$$

Враховуючи, що $W_2 = 0$ (оскільки $\varphi_1 = 0$), отримаємо енергію зарядженого відокремленого провідника:

$$W = \frac{C \varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}. \quad (17.10)$$

Як і будь-який заряджений провідник, конденсатор має енергію. Енергія зарядженого конденсатора визначається співвідношеннями:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}. \quad (17.11)$$

Формулу для енергії поля конденсатора можна перетворити, використовуючи величини, що характеризують електричне поле.

Ємність плоского конденсатора $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$. Напруга на обкладинках конденсатора пов'язана з напруженістю електричного поля співвідношенням: $U = Ed$.

Підставлення у формулу (17.11) дає:

$$W = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{E^2 \cdot d^2}{2} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} V, \quad (17.12)$$

де $V = Sd$ – об'єм конденсатора.

Якщо поле є однорідним (як у плоскому конденсаторі), то укладена в ньому енергія розподіляється в просторі з постійною густиною.

Величина, що дорівнює відношенню енергії поля до займано-го об'єму, називається об'ємною густиною енергії.

$$\omega = \frac{W}{V}. \quad (17.13)$$

Для електричного поля об'ємна густина енергії:

$$\omega = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}. \quad (17.14)$$

Формула (17.11) пов'язує енергію з ємністю конденсатора, а формула (17.14) – густину енергії з напруженістю електричного поля.

Електростатика не може відповісти на запитання, що є носієм енергії – заряд чи поле? В електростатиці поля і заряди, що зумовили їх, невіддільні одне від одного. Подальший розвиток теорії і експерименту показав, що змінні в часі електричні і магнітні поля можуть існувати незалежно від зарядів, що їх створили, і розповсюджуватися в просторі у вигляді електромагнітних хвиль, переносячи енергію. Це означає, що носієм енергії є поле.

Запитання для перевірки знань

1. Що називається провідником?
2. Чому рівна напруженість в середині провідника?
3. У чому полягає ефект екранування?
4. Що таке електроємність? Які одиниці вимірювання?
5. Що таке конденсатор?
6. Виведіть ємність формулу ємності сферичного конденсатора, плоского конденсатора.
7. Чому рівна енергія зарядженого конденсатора?
8. Запишіть формули для визначення заряду, напруги, ємності батареї конденсаторів з'єднаних паралельно? Послідовно?
9. Які переваги паралельного та послідовного з'єднання конденсаторів?
10. Знайдіть енергію електричного поля.
11. Знайдіть енергію електричного поля конденсатора.
12. Знайдіть об'ємну енергію електричного поля. Які її одиниці вимірювання?

18 ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

Електричний струм. Характеристики струму. Електричним струмом називається напрямлений (впорядкований) рух електричних зарядів.

Для проходження струму необхідна наявність в провіднику (або в даному середовищі) заряджених частинок, які можуть переміщатися в межах всього провідника. Такі частинки називаються носіями заряду (або носіями току). Ними можуть бути електрони, іони або макроскопічні частинки, які несуть на собі заряд, наприклад, заряджені порошинки. Струм виникає за умови, що усередині провідника існує електричне поле.

Струм, що виникає в провідних середовищах, називається струмом провідності. Прикладом струму провідності є струм в металах. Для існування постійного електричного струму провідності необхідне виконання таких умов:

1) Наявність вільних носіїв заряду.

2) Наявність зовнішнього електричного поля, енергія якого повинна витрачатися на впорядковане переміщення електричних зарядів.

3) Коло постійного струму провідності повинно бути замкненим. Кількісною характеристикою електричного струму є сила струму.

Сила струму (I) – скалярна фізична величина, що чисельно дорівнює заряду, який переноситься через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt} \quad [I] = A(\text{ампер}). \quad (18.1)$$

За напрям струму умовно взято напрям руху позитивних зарядів. Якщо сила струму і його напрям не змінюються, то струм називається постійним. Для постійного струму

$$\boxed{I = \frac{q}{t}} \quad (18.2)$$

Іншою характеристикою струму є густина струму. Густина струму ($\vec{j}$) – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює електричному заряду, що переноситься за одиницю часу через одиничну площадку, розташовану перпендикулярно до напрямку руху носіїв заряду.

$$j = \frac{dq}{dt dS_{\perp}} = \frac{dI}{dS_{\perp}}; \quad (18.3)$$

Для постійного струму

$$\boxed{j = \frac{I}{S}}, [\vec{j}] = \frac{A}{m^2}. \quad (18.4)$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

Знаючи вектор густини струму в кожній точці простору, можна знайти силу струму через довільний переріз S :

$$i = \int_S \vec{j} d\vec{S}.$$

Електрорушійна сила. Напруга. Для виникнення і підтримки в провідниках струму провідності на заряджені частинки повинні діяти сили, що забезпечують їх впорядковане переміщення протягом проміжку часу.

Усередині провідника, у якому проходить постійний електричний струм, на заряд діють такі сили.

Електростатичні (кулонівські) сили, під дією яких позитивні заряди рухаються уздовж поля, негативні – проти. Оскільки завдяки кулонівській взаємодії виникає електричний струм, то необхідно виконати роботу на переміщення зарядів проти електричного поля кулонівських сил. Таку роботу необхідно виконати, щоб підтримувати постійний струм в електричному колі. Тому сили неелектричного походження називають сторонніми силами. А поле цих сил – полем сторонніх сил. Напруженість цього поля – $\vec{E}_{стор}$.

Розділення зарядів усередині джерела можливе лише за допомогою сил неелектростатичного походження, які називають сторонніми. При цьому сторонні сили повинні виконувати робо-

ту. Ця робота виконується завдяки деякому запасу механічної, теплової або хімічної енергії.

Робота з переміщення заряду уздовж провідника в процесі проходження по ньому електричного струму виконується і кулонівськими, і сторонніми силами. Повна робота з переміщення заряду

$$A = A_{кул} + A_{стор}. \quad (18.5)$$

Розділимо обидві частини на величину заряду q :

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{кул}}{q} + \frac{A_{стор}}{q}. \quad (18.6)$$

Величина, що чисельно дорівнює відношенню повної роботи, що виконана електростатичними і сторонніми силами з переміщення заряду, до величини цього заряду, називається напругою або спадом напруги на даній ділянці кола.

$$U = \frac{A}{q}. \quad [U] = \frac{Дж}{Кл} = В(вольт). \quad (18.7)$$

Величина, що чисельно дорівнює відношенню роботи, що виконана сторонніми силами з переміщення заряду, до величини цього заряду, називається електрорушійною силою (ЕРС):

$$\mathcal{E} = \frac{A_{стор}}{q}. \quad (18.8)$$

Нагадаємо, що відношення

$$\frac{A_{кул}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (18.9)$$

Підставивши записані вирази в (18.7), отримаємо:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}. \quad (18.10)$$

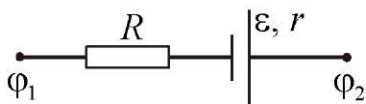


Рисунок 18.1

Напруга на ділянці кола (рис. 18.1) дорівнює сумі різниці потенціалів і

електрорушійної сили. Ділянку, на якій на носії заряду діють сторонні сили, називають неоднорідною.

Ділянку кола, на якій не діють сторонні сили, називають однорідною. Для однорідної ділянки ($\varepsilon = 0$):

$$U = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (18.11)$$

тобто напруга на однорідній ділянці співпадає з різницею потенціалів на кінцях ділянки.

Німецький фізик Г. Ом експериментально встановив закон, згідно з яким сила струму, який тече по однорідному металевому провіднику, пропорційна напрузі на цьому провіднику:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (18.12)$$

де R – електричний опір. $[R] = \text{Ом}$.

Електричний опір (R) – скалярна фізична величина, що характеризує властивість провідника протидіяти пропусканню електричного струму. Опір провідників, наявність електричного струму в яких приводить до виділення тепла, називається омичним або активним. Опір провідника залежить від матеріалу провідника і його геометричних розмірів. Для однорідного циліндричного провідника воно може бути розраховано за формулою:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (18.13)$$

де l – довжина провідника;

S – площа поперечного перерізу провідника;

ρ – питомий електричний опір.

Питомий електричний опір провідника – величина, що характеризує матеріал провідника і чисельно дорівнює опору однорідного циліндричного провідника одиничної довжини і одиничної площі поперечного перерізу. $[\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}$.

Опір металів залежить від температури. З великим ступенем точності можна вважати, що залежність опору металів від температури є лінійною:

$$R = R_0 (1 + \alpha t), \quad (18.14)$$

де R – опір за температурою $t, ^\circ C$

R_0 – опір за $0^\circ C$

α – температурний коефіцієнт опору.

Температурний коефіцієнт характеризує температурну стабільність матеріалу і чисельно дорівнює відносній зміні опору провідника при зміні температури на 1 К.

Для чистих металів температурний коефіцієнт опору є величиною порядку $\alpha \approx 0,004 K^{-1}$.

Для деяких електротехнічних сплавів (манганин, константан), α настільки малий, що їм можна нехтувати і в достатньо широкому інтервалі температур вважати опір незалежним від температури.

Величина G , яка є оберненою до опору, називається електропровідністю:

$$G = \frac{1}{R} \quad |G| = \frac{1}{O_m} = C_m (\text{сименс}). \quad (18.15)$$

При розгляді фізичної природи питомого електричного опору використовують поняття питомої електричної провідності (електропровідності) σ .

Питома електропровідність σ пов'язана з питомим електричним опором ρ співвідношенням:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \cdot [\sigma] = \frac{1}{O_m \cdot m} = \frac{C_m}{m}. \quad (18.16)$$

Залежність сили струму від напруги називається вольт-амперною характеристикою (ВАХ). Для металів залежність має лінійний характер (рис. 18.2). Для неомічних пристроїв ВАХ має нелінійний характер.

У разі послідовного з'єднання провідників кінець попереднього провідника з'єднується з початком подальшого і між провідниками струм не розгалужується (рис. 18.3).

У разі послідовного з'єднання провідників кінець попереднього провідника з'єднується з початком подальшого і між провідниками струм не розгалужується (рис. 18.2).

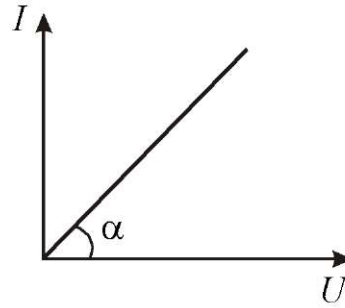


Рисунок 18.2

Якщо n провідників опором $R_1, R_2, \dots, R_n$ поєднані

між собою послідовно, то крізь провідники тече однаковий струм і напруга на кінцях з'єднання дорівнює сумі напруг на окремих провідниках.

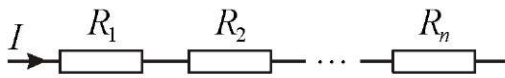


Рисунок 18.3

$$\begin{aligned} I &= I_1 = I_2 = \dots = I_n, \\ U &= U_1 + U_2 + \dots + U_n, \end{aligned} \quad (18.17)$$

$$\boxed{R = R_1 + R_2 + \dots + R_n}.$$

Якщо початки провідників сполучені в одній точці (вузлі), а кінці в іншій, то з'єднання називають паралельним (рис. 18.3).

У разі паралельного з'єднання провідників сила струму в нерозгалуженій частині кола дорівнює сумі сил струмів, що течуть в розгалужених ділянках кола, напруга на паралельно з'єднаних ділянках кола однакова.

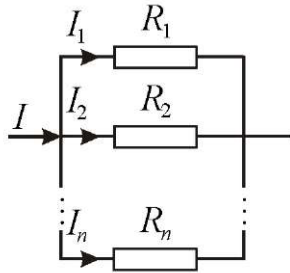


Рисунок 18.4

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + \dots + I_n, \\ U &= U_1 = U_2 = \dots = U_n, \end{aligned} \quad (18.18)$$

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}.$$

Закон Ома для неоднорідної ділянки. Раніше було доведено (див. формулу (18.7)), що напруга між двома точками електричного кола вимірюється роботою, що виконується електростатичними і сторонніми силами під час переміщення по колу одинич-

ного позитивного заряду з першої точки в другу, тобто дорівнює сумі різниці потенціалів і електрорушійної сили:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}.$$

Тоді
$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R}, \quad (18.19)$$

але
$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}. \quad (18.20)$$

Вираз (18.19) називається законом Ома для неоднорідної ділянки.

За відсутності сторонніх сил величини U і $\varphi_1 - \varphi_2$ співпадають. Тому в задачах електростатики і задачах на струм, де розглядаються ділянки кола, що не містять ЕРС, поняття напруги і різниці потенціалів часто ототожнюють.

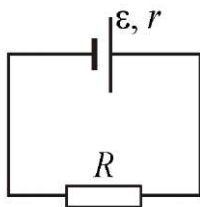


Рисунок 18.5

Якщо коло замкнено і містить джерело струму, ЕРС ($\mathcal{E}$) то $\varphi_1 = \varphi_2$. Для замкненого кола (рис. 18.5) закон Ома набуде вигляду:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad (18.21)$$

де r – внутрішній опір джерела струму;

R – опір навантаження;

$(R+r)$ – повний опір кола.

З наведеного вище визначень напруги виходить, що за наявності сторонніх сил його необхідно застосовувати завжди до конкретної ділянки кола, що з'єднує дані точки.

Щоб безпомилково застосовувати закон Ома (18.12) для ділянки кола, що містить ЕРС, необхідно дотримуватися таких принципів:

а) накреслити схему і позначити на ній полюси всіх джерел, а також напрям струму в колі (якщо він невідомий, то треба вказати передбачуваний напрям);

б) струм вважати позитивним на заданій ділянці 1-2, якщо він направлений від точки 1 до точки 2;

в) ЕРС вважати позитивною на ділянці 1-2, якщо вона підвищує потенціал в напрямі від точки 1 до точки 2, тобто при уявному русі уздовж шляху 1-2 спочатку зустрічається негативний полюс джерела, а потім позитивний.

Закон Ома в диференціальній формі. Перетворимо закон Ома для ділянки кола (див. формулу (18.12)). Перепишемо силу струму через густину струму:

$$I = jS;$$

напругу на кінцях провідника - через напруженість поля:

$$U = El;$$

опір - через геометричні розміри провідника:

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Зробимо підстановку у формулу (45.1):

$$jS = \frac{El}{\rho \frac{l}{S}}.$$

Провівши скорочення, отримаємо

$$j = \frac{E}{\rho}. \quad (18.22)$$

З урахуванням формули (45.6) вираз (45.12) можна переписати у вигляді:

$$\boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}}. \quad (18.23)$$

Густина струму пропорційна напруженості поля в даній точці провідника. Цей вираз називається законом Ома в диференціальній формі.

Розгалужені кола. Правила Кірхгофа. Розрахунок розгалужених електричних кіл постійного струму значно спрощується, якщо використовувати правила, які сформульовані Кірхгофом.

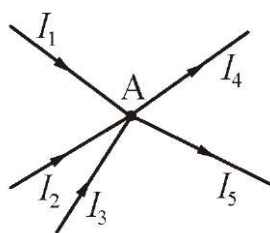


Рисунок 18.6

Вони встановлюють співвідношення між струмами і напругами. Цих правил два. Перше відноситься до вузлів кола. Вузлом називається точка, в якій сходиться три і більше провідники (рис. 18.6).

Перше правило: алгебрична сума струмів, які сходяться у вузлі, дорівнює нулю, тобто

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots = \sum_{i=1}^N I_i = 0. \quad (18.24)$$

Струми вважаються позитивними, якщо вони входять у вузол. Струми, що відходять від вузла, вважаються негативними.

Для вузла А, зображеного на рис. 18.6, перше правило записється таким чином:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0.$$

Друге правило: у будь-якому замкненому контурі, довільно обраному в розгалуженому електричному колі, алгебрична сума добутків сил струмів I_i на опори R_i відповідних ділянок цього контуру дорівнює алгебричній сумі ЕРС, які діють у даному контурі:

$$\sum_{i=1}^N I_i R_i = \sum_{i=1}^k \mathcal{E}_i, \quad (18.25)$$

де I_i – сила струму на i -й ділянці; R_i – активний опір i -ї ділянки; $\mathcal{E}_i$ – ЕРС джерел струму на i -й ділянці; N – число ділянок, що містять активний опір; k – число джерел струму.

Контуром називається замкнута ділянка кола на якій є хоча б одна ЕРС. Перше правило застосовується на один раз менше ніж кількість вузлів у колі. Друге правило використовують на один раз менше ніж загальна кількість контурів у колі.

Розрахунок розгалуженого кола постійного струму проводиться в такій послідовності:

1. довільно обираються напрями струмів у всіх нерозгалужених ділянках кола і напрям обходу контуру;
2. записуються (n-1) перших правил Кірхгофа для вузлів, де n – число вузлів в колі;
3. записуються (k-1) других правил Кірхгофа для контурів, де k – завальне число контурів у колі;
4. якщо струми співпадають з обраним напрямом обходу контуру, то вони вважаються додатними. ЕРС вважаються додатними, якщо вони підвищу-

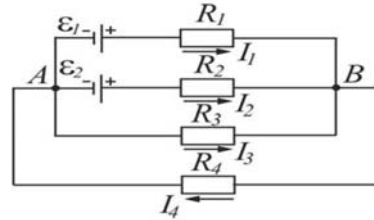


Рисунок 18.7

ють потенціал у напрямі обходу контуру.

Для контуру AR_1BR_2A (рис. 18.7) друге правило Кірхгофа запишеться таким чином:

$$I_1(R_1 + r_1) - I_2(R_2 + r_2) = \varepsilon_1 - \varepsilon_2,$$

де r_i – опір i -го джерела. Контур обходили за годинниковою стрілкою.

Робота і потужність струму. Закон Джоуля – Ленца. При впорядкованому русі заряджених частинок в провіднику електричне поле виконує роботу. Її прийнято називати роботою струму.

Розглянемо довільну ділянку кола постійного струму, до кінців якого прикладена напруга U . За час t через переріз провідника проходить заряд $q = It$. При цьому сили електростатичного поля і сторонні сили, які діють на даній ділянці, виконують роботу:

$$A = Uq = UI t. \quad (18.26)$$

Нагадаємо, що згідно з (18.26) напруга U визначається як робота, що виконана електростатичними і сторонніми силами під час переміщення одиничного позитивного заряду.

Поділивши роботу A на час t , за який вона виконується, отримаємо потужність, що розвивається струмом на даній ділянці кола:

$$P = UI. \quad (18.27)$$

Ця потужність може витрачатися на виконання роботи даною ділянкою кола над зовнішніми тілами, на протікання хімічних реакцій, на нагрівання даної ділянки кола і т.п.

Якщо провідник нерухомий і в ньому не відбувається хімічних перетворень, то робота поля по переміщенню зарядів йде на зміну внутрішньої енергії провідника, тобто провідник нагрівається. При цьому виділяється кількість тепла:

$$Q = A = UIt.$$

За законом Ома $U = IR$. Зробивши заміну, одержуємо

$$\boxed{Q = I^2 R t}. \quad (18.28)$$

Цей вираз називається законом Джоуля - Ленца.

Від формули (18.28), що визначає тепло, яке виділяється у всьому провіднику, можна перейти до виразу, що характеризує виділення тепла у різних місцях провідника. Оскільки

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad \text{та} \quad I = jS,$$

то за час dt виділиться тепло:

$$dQ = I^2 R dt = (jS)^2 \cdot \rho \frac{l}{S} dt = j^2 \rho l S dt, \quad (18.29)$$

де $lS = V$ – об'єм провідника.

Розділивши (18.29) на об'єм V на час dt , знайдемо кількість тепла w , що виділяється в одиниці об'єму за одиницю часу (питому теплову потужність):

$$\boxed{w = j^2 \rho}. \quad (18.30)$$

Формула (18.30) є диференціальною формою закону Джоуля - Ленца.

Струм в різних середовищах. Більшість чистих речовин які є рідинами це переважно неполярні молекули. У цих речовинах відсутні вільні носії заряду. І відповідно, як підказує досвід, що в чистих рідинах струму немає або, він дуже малий. Якщо ж у дистильованій воді розчинити хоча б невеликий кристалик NaCl чи CuSO_4 , провідність різко зростає. Такі речовини називають елек-

тролітами. Причиною електропровідності є електролітична дисоціація – розпад солей на іони різного знака.

Найістотнішою ознакою проходження струму в розчинах є виділення речовини на електродах: на катоді виділяються позитивні іони, а на аноді – негативні. Приклад процесу наведено на рис. 18.8. де на катоді з графіту осідає мідь.

Якщо позначити $m_0 = \frac{\mu}{N_a}$

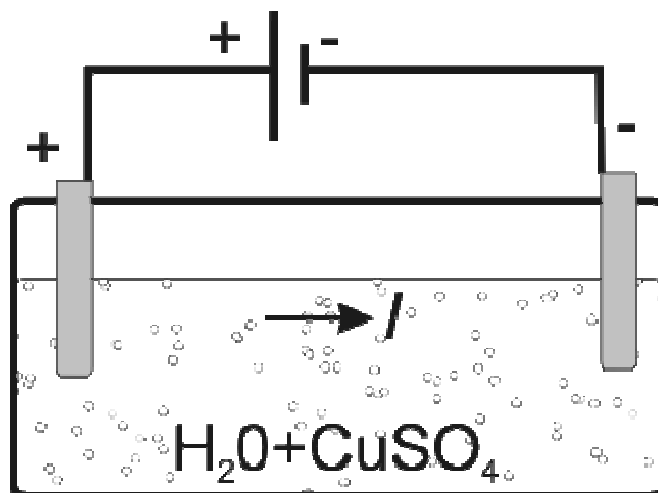


Рисунок 18.8

масу міді, яка

виділяється, N – число атомів, Z – валентність, e – заряд електрона, q – заряд ($q = I t$), то маса міді (або іншої речовини), яка виділяється, можна розрахувати:

$$m = m_0 N = (\mu / N_a) \cdot (q / Z e) = \frac{1}{N_a e} \frac{\mu}{Z} I t = k I t,$$

тобто

$$\boxed{m = k \cdot I \cdot t}, \quad (18.31)$$

де k – електрохімічний еквівалент, який чисельно рівний масі речовини, яка виділяється на електроді за одиницю часу при одиничному струмі. Формулу (18.31) ще називають першим законом електролізу Фарадея, тобто, маса речовини яка виділяється на електродах, прямо пропорційна кількості електрики яка пройде через розчин солей.

Якщо скористатись виведенням, легко знайти:

$$\boxed{k = \frac{1}{F a} \frac{\mu}{Z}}, \quad (18.32)$$

де величина $F a = N_a e = 96485 \text{ Кл/моль}$ називається числом Фарадея, μ – молярна маса, Z – валентність. Рівність (18.32) носить назву другий закон електролізу Фарадея.

Майже третина виробленої електроенергії в нашій промисловості іде на електролітичні процеси: видобування активних металів та їх виділення в чистому вигляді (алюміній, усі лужні метали, магній та ін.); захист металів тонкою поверхневою плівкою нікелю, хрому або золота від окислення; очищення металу від домішок (рафінування); розкладання води з виділенням чистих кисню та водню; створення джерел енергії.

В умовах, що існують біля поверхні Землі, усі гази мають нейтральні молекули і не проводять струму. Для переведення їх у провідний стан використовують їх іонізацію – явище відділення від частини молекул електронів з утворенням позитивних іонів. Для іонізації атома – відривання електрона з атома – утворення вільного електрона та позитивно зарядженого іона необхідно затратити енергію яку називають енергією іонізації A . Як іонізатори вживають радіоактивне, ультрафіолетове випромінювання, високі температури (відкрите полум'я) тощо.

Термоелектронна емісія – це випускання електронів з поверхні нагрітого металу до високої температури. Дослідження закономірностей термоелектронної емісії можна провести за допомогою найпростішої двохелектродної лампи – вакуумного діода, що представляє собою вакуумний балон, що містить два електроди: катод K і анод A . Якщо діод включити в ланцюг, як це показано на рис. 18.9, то при накалюванні (нагріванні) катода і подачі на анод позитивної напруги (відносно катода) в анодному ланцюзі діода виникає струм. Якщо поміняти полярність батареї Ba , то струм припиняється, як би сильно катод не розжарювали. Отже, катод випускає негативні частки – електрони.

Якщо підтримувати температуру нагрітого катода постійною і зняти залежність анодного струму I_a від анодної напруги U_a , – вольт-амперну характеристику (рис. 18.10), то вона не є лінійною.

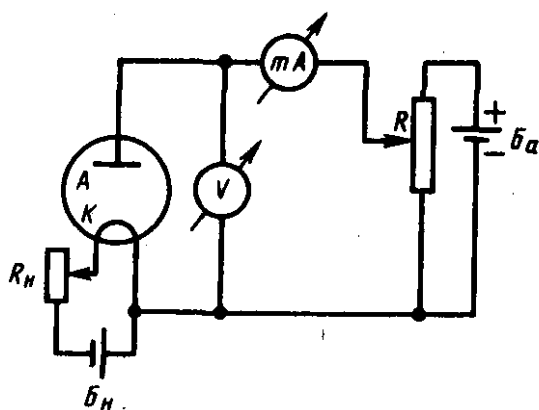


Рисунок 18.9

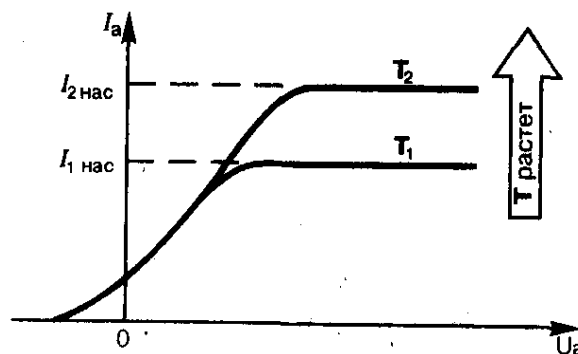


Рисунок 18.10

При збільшенні анодної напруги струм зростає до певного максимального значення $I_{\text{нас}}$, яке називають струмом насичення. Це означає, що всі електрони, які залишають катод, досягають анода, тому подальше збільшення напруги не може привести до збільшення струму. На рис. 18.10 представлені вольт-амперні характеристики для двох температур катода: T_1 і T_2 , причому $T_2 > T_1$. З підвищенням температури катода випускання електронів є інтенсивніше, тому збільшується і струм насичення. При $U_a = 0$ спостерігається анодний струм, тобто деякі електрони, випромінені з катода, мають енергію, достатньою для подолання роботи виходу і досягнення анода без додаткової різниці потенціалів.

Фотоелектронна емісія – це емісія (виривання) електронів з поверхні металу під дією світла та короткохвильового електромагнітного випромінювання (наприклад, рентгенівського).

Газ стає провідним і у сильному електричному полі, коли на відстані вільного пробігу λ нечисленні заряди, створені космічним і земним радіоактивним випромінюванням, набирають достатньої енергії для іонізації молекул газу. На кожну заряджену частинку в електричному полі діє сила Кулона, $F = qE$, на шляху вільного пробігу λ електрон набуває певної швидкості v . Якщо

$A_i \leq \frac{m_e v^2}{2}$ – кінетична енергія електрона більша за енергію іонізації, то відповідно відбувається іонізація атома, з яким співударяється електрон, і відповідно виникає ще одна пара

електрон-іон у газі. Ці заряджені частинки рухаються так само, як і попередні.

Якщо робота іонізації A , а поле однорідне ($U = El$), то можна записати умову виникнення електричного іскрового розряду у газі:

$$A_i \leq \frac{m_e v^2}{2} = eEl = \frac{eU\lambda}{l}. \quad (18.33)$$

Серед самостійних розрядів розрізняють іскровий (блискавка), дуговий (коли розпечені тіла випромінюють електрони, підтримуючи розряд), коронний розряд (коли в дуже сильному полі біля вістряків відбувається іонізація повітря або з негативно зарядженого металу силою електричного поля вириваються електрони) та ін. Частина цих розрядів – дуговий та іскровий – знайшли широке практичне застосування для джерел світла, для зварювання та обробки металів.

Несамостійним називають розряд у газі з неперервною дією іонізатора (рис. 18.11). Збільшуючи за допомогою потенціометра напругу U в проміжку між пластинами конденсатора, змінюють і струм у газі. Залежність I від напруги U показана на рис. 18.12. На проміжку OU_1 дедалі більша частка утворених іонізатором зарядів «+» і «-» встигає досягти електродів (пластин) і збільшити струм. Лише частина з них рекомбінує, об'єднуючись у проміжку в нейтральні молекули. Рекомбінація – процес обернений до іонізації – приєднання вільного електрона до іона та відповідно утворення нейтрального атома. На ділянці U_1-U_2 усі заряди досягають електродів і струм припиняє своє зростання – стан насичення.

Лише від напруги U_3 відбувається ударна іонізація нейтральних молекул, бо поле стає досить сильним для виконання умови (18.33). На ділянці U_3U_4 кількість нових зарядів пропорційна кількості тих, що утворені іонізатором. На відрізку U_4U_5 розвиваються так звані електронні лавини (швидке розмноження кількості електронів, обумовлене ударною іонізацією), пропорційність між вказаними зарядами порушується і струм різко зрос-

тає. Якщо $U > U_5$, то утворюється суцільний провідний канал з іонізованого повітря між електродами, і опір проміжку раптово зменшується: відбувається великої сили іскровий або дуговий розряд – один із варіантів самостійного. Поширеним застосуванням розрядів у газі є використання їх у приладах для реєстрації радіоактивного випромінювання (лічильник Гейгера-Мюлера).

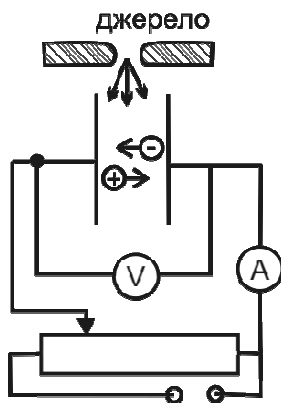


Рисунок 18.11

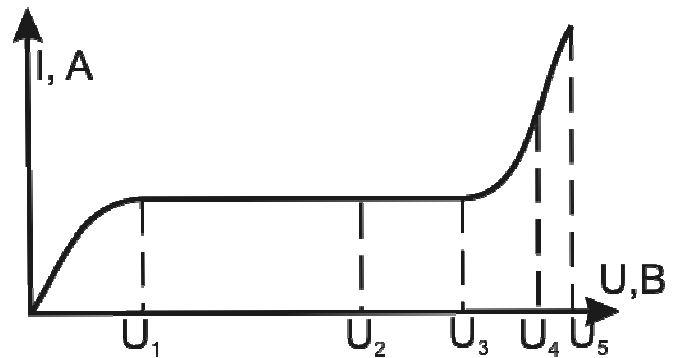


Рисунок 18.12

Іскровий розряд виникає при великих напруженостях електричного поля ($\approx 3 \cdot 10^6$ В/м) у газі, що перебуває при атмосферному тиску. Іскра має яскраве свічення тонкого каналу, вигнутого і розгалуженого складним чином.

Пояснення іскрового розряду дається на основі стримерної теорії, згідно з якою виникненню яскраво світлого каналу іскри передують появи скупчень іонізованого газу слабкого свічення – стримерів. Стримери виникають не тільки в результаті утворення електронних лавин за допомогою ударної іонізації, але й у результаті фотонної іонізації газу. Лавини, доганяючи одна одну, утворюють провідні містки зі стримерів, якими у наступні моменти часу і спрямовуються потужні потоки електронів, що утворюють канали іскрового розряду. Через виділення при розглянутих процесах великої кількості енергії газ в іскровому проміжку нагрівається до дуже високої температури (приблизно 10^4 С), що приводить до його свічення. Швидке нагрівання газу веде до підвищення тиску і виникнення ударних хвиль, що пояснюють звукові

ефекти при іскровому розряді – характерне потріскування в слабких розрядах і могутні гуркоти грому у випадку блискавки, що є прикладом потужного іскрового розряду між грозовою хмарою і Землею чи між двома грозовими хмарами. Його використовують у спектральному аналізі для реєстрації заряджених часток (іскрові лічильники).

Дуговий розряд. Якщо після запалювання іскрового розряду від могутнього джерела поступово зменшувати відстань між електродами, то розряд стає безупинним – виникає дуговий розряд. При цьому сила струму різко зростає і досягає сотень ампер, а напруга на розрядному проміжку падає до декількох десятків вольтів. Дуговий розряд можна одержати від джерела низької напруги минаючи стадію іскри. Для цього електроди (наприклад, вугільні) зближають до зіткнення, вони сильно розжарюються електричним струмом, потім їх розводять і одержують електричну дугу (саме так вона була відкрита В. В. Петровим). При атмосферному тиску температура катода приблизно дорівнює 3900 С.

Дуговий розряд знаходить широке застосування для зварювання і різання металів, одержання високоякісних сталей (дугова піч) і освітлення (прожектори, проекційна апаратура). Широко застосовуються також дугові лампи з ртутними електродами в кварцових балонах, де дуговий розряд виникає в ртутній парі при відкачаному повітрі. Дуга, що виникає в ртутній парі, є могутнім джерелом ультрафіолетового випромінювання і використовується в медицині (наприклад, кварцові лампи).

Тліючий розряд спостерігається в газах при низьких тисках порядку декількох десятків міліметрів ртутного стовпа і менше. Якщо розглянути трубку з тліючим розрядом, то можна побачити, що основними частинами тліючого розряду є катодне темний простір, різко віддалене від нього негативне, або тліюче світіння, яке поступово переходить в область фарадеевого темного простору. Ці три області утворюють катодну частину розряду, за якою слідує основна світна частина розряду, яка визначає його оптичні властивості, так звана, позитивним стовпом. Основну роль у під-

тримці тліючого розряду грають перші дві області його катодного частини. Світіння позитивного стовпа визначається світінням збуджених молекул газу.

Тліючий розряд широко використовується в техніці. оскільки світіння позитивного стовпа має характерний для кожного газу колір, то його використовують у газосвітних трубках для кольорових написів і реклам (наприклад, неонові газорозрядні трубки дають червоне світіння, аргонові – синювато-зелене). У лампах денного світла, більш економічних, ніж лампи накаливання, випромінювання тліючого розряду, що відбувається в парах ртуті, поглинається нанесеним на внутрішню поверхню трубки флуоресціюючою речовиною (люмінофором), який під впливом поглинутого випромінювання світиться. Спектр світіння при відповідному підборі люмінофорів близький до спектра сонячного випромінювання. Тліючий розряд використовується для катодного напилювання металів. Речовина катода в тліючому розряді внаслідок бомбардування позитивними іонами, сильно нагріваючи, переходить у пароподібний стан. Поміщаючи поблизу катода різні предмети, їх можна покрити рівномірним шаром металу.

Коронний розряд – високовольтний електричний розряд при атмосферному тиску в різко неоднорідному полі поблизу електродів з великою кривизною поверхні (наприклад, вістря). Коли напруженість поля поблизу вістря досягає 30 кВ/см, то довкола нього виникає світіння, що має вигляд корони.

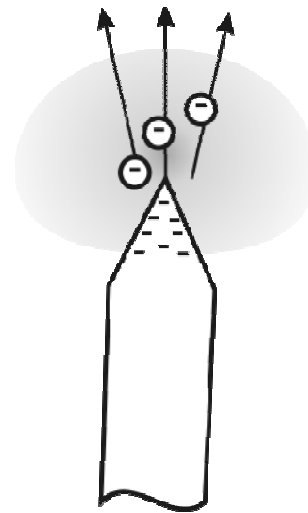


Рисунок 18.13

У природних умовах корона виникає під впливом атмосферної електрики на вершинах щогл (на цьому засноване дія блискавковідводів), дерев. Шкідлива дія корони навколо провідників високовольтних ліній передачі

виявляється у виникненні шкідливих струмів витоку. Для їхнього зменшення провідники високовольтних ліній роблять товстими. Коронний розряд є короткочасним і є джерелом радіоперешкод.

Запитання для перевірки знань.

1. Що називається електричним струмом?
2. Як можна уявити струм у класичній фізиці?
3. Запишіть закон Ома у інтегральній формі.
4. Що таке опір? Як його можна визначити через геометричні розміри провідника?
5. Який фізичний зміст питомого опору?
6. Як змінюється опір металів від температури?
7. Що таке густини струму?
8. Який буде мати вигляд закон Ома у диференціальній формі?
9. Замалюйте послідовне з'єднання провідників. Які формули справедливі у цьому випадку?
10. Замалюйте паралельне з'єднання провідників. Чим воно відрізняється від попереднього випадку?
11. Як визначається робота при постійному струмі?
12. Чому рівна потужність?
13. Запишіть закон Джоуля-Ленца, який його вигляд у диференціальній формі?
14. Що таке ЕРС? В яких одиницях вона вимірюється?
15. Запишіть закон Ома для повного кола. Для неоднорідної ділянки кола.
16. Що таке вузол? Що таке контур?
17. Сформулюйте перше правило Кірхгофа.
18. Сформулюйте друге правило Кірхгофа.
19. Як застосовувати ці правила?
20. У чому полягає класична теорія електропровідності?
21. Який стан називається надпровідним?
22. Що являє собою електроліт? А розплав?
23. Як можна представити електричний струм в розплаві?
24. Сформулюйте перший закон Фарадея.
25. Який фізичний зміст електрохімічного еквівалента?
26. Запишіть другий закон Фарадея.
27. Які частинки переносять заряд під час газового розряду?

28. Який газовий розряд називають самостійним, а який не-самостійним?
29. Що називається іонізатором? Назвіть їх види.
30. Скільки є газових розрядів?
31. Що таке іскровий газовий розряд? Де він зустрічається?
32. Що таке дуговий газовий розряд? Де він зустрічається?
33. Що таке тліючий газовий розряд? Де він зустрічається?
34. Що таке коронний газовий розряд? Де він зустрічається?
35. Що таке термоелектронна емісія? Де її застосовують?
36. Що таке фотоелектронна емісія?

ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ»

Інструкція. Даний тест призначений для перевірки знань за темою "*Електростатика. Постійний електричний струм*". Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, використовуючи таблицю кодів. Якщо Ви дали

- 1) 40-50 правильних відповідей - рівень засвоєння матеріалу теми високий.
 - 2) 30-40 правильних відповідей - рівень засвоєння матеріалу теми середній.
 - 3) 20-30 правильних відповідей - рівень засвоєння матеріалу теми низький.
 - 4) менше 20 правильних відповідей - Ви не засвоїли навчальний матеріал. Прочитайте його ще раз.
1. Електростатичне поле у вакуумі може бути створено:
1. Нерухомими електричними зарядами
 2. Намагніченими тілами
 3. Електричними зарядами, що рухаються
 4. Електричними струмами
 5. Змінними магнітними полями

2. Які з перелічених властивостей має електростатичне поле?
 1. Надає силову дію на матеріальні тіла.
 2. Надає силову дію на заряджені частинки або тіла.
 3. Надає силову дію на провідники із струмом.
 4. Володіє енергією.
 5. Обумовлено магнітним полем, що змінюється в часі.
3. Яке з перерахованих нижче тверджень носить назву закону збереження електричного заряду?
 1. Заряд будь-якого тіла є цілим кратним елементарному заряду: $q = \pm Ne$
 2. Алгебрична сума зарядів електрично ізольованої системи заряджених тіл залишається величиною сталою:

$$q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = \text{const}.$$
 3. Електричні заряди не можуть зникати і виникати знов.
 4. В електричне замкненій системі число позитивних зарядів дорівнює числу негативних зарядів.
4. В чому полягає принцип суперпозиції електричних полів?
 1. Напруженість поля системи зарядів дорівнює алгебричній сумі напруженості полів, які створював би кожний із зарядів окремо: $E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n.$
 2. Напруженість поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, які створював би кожний із зарядів окремо: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n.$
 3. Напруженість електричного поля рівна відношенню сили, що діє на заряд, до величини заряду: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$
5. Як слід змінити відстань між точковими зарядами, щоб сила взаємодії між ними зменшилася в 2рази?

1. Збільшити в $\sqrt{2}$ раз	2. Зменшити в $\sqrt{2}$ раз
3. Збільшити в 4 рази	4. Збільшити в $\sqrt{3}$ раз
5. Зменшити в $\sqrt{3}$ раз	

6. Як зміниться сила взаємодії двох точкових зарядів при перенесенні їх з середовища з відносною діелектричною проникністю ϵ у вакуум (відстань між зарядами залишається незмінною, $r = \text{const}$) ?

- | | |
|--|--|
| 1. Збільшиться в ϵ раз | 2. Зменшиться в ϵ раз |
| 3. Зменшиться в $\epsilon_0 \epsilon$ раз | 4. Збільшиться в $\epsilon_0 \epsilon$ раз |
| 5. Збільшиться в $4\pi\epsilon_0 \epsilon$ раз | 6. Не зміниться. |

7. Яка з формул є визначенням напруженості електричного поля?

1. $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$. 2. $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}$ 3. $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$.

8. Вкажіть формулу, за якою розраховують напруженість електричного поля точкового заряду.

1. $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$. 2. $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}$ 3. $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$.

9. Вкажіть формулу, за якою розраховується напруженість електричного поля, створюваного нескінченно довгою зарядженою ниткою.

1. $E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r}$ 2. $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}$ 3. $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

10. Вкажіть формулу, за якою розраховується напруженість електричного поля, створюваного нескінченною рівномірно зарядженою площиною.

1. $E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r}$ 2. $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}$ 3. $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

11. Як зміниться напруженість електричного поля між двома рівномірно зарядженими пластинами, якщо поверхневу густину заряду цих пластин збільшити в 3 рази? Пластини заряджені різними зарядами.

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1. Збільшиться в 3 рази | 2. Збільшиться в 9 разів |
| 3. Зменшиться в 3 рази | 4. Зменшиться в 9 разів |
| 5. Залишиться незмінною | |

12. Чисельне значення потенціалу в даній точці електростатичного поля визначається ...

- 1) потенціальною енергією одиничного позитивного заряду, поміщеного в дану точку поля.
- 2) потенціальною енергією будь-якого «пробного заряду», поміщеного в дану точку поля.
- 3) роботою, виконаною при переміщенні одиничного позитивного заряду з нескінченності в дану точку поля.
- 4) силою, що діє на одиничний позитивний заряд, поміщений в дану точку поля.
- 5) силою, діючої на будь-який «пробний заряд», поміщений в дану точку поля.

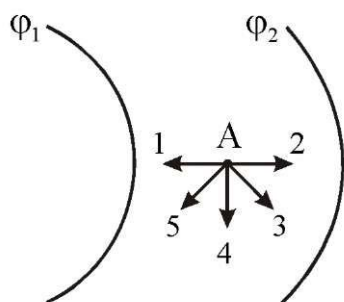
13. Чисельне значення різниці потенціалів двох точок електростатичного поля визначається ...

- 1) різницею потенціальних енергій, якими володіє одиничний позитивний заряд в даних точках поля.
- 2) середньою силою, з якою електростатичне поле діє на одиничний позитивний заряд в даних точках поля.
- 3) різницею потенціальних енергій, якими володіє довільний заряд в даних точках поля.
- 4) роботою, виконаною при переміщенні довільного заряду з однієї точки поля в іншу.
- 5) роботою, виконаною при переміщенні одиничного позитивного заряду з однієї точки поля в іншу.

14. Вкажіть формулу, за якою розраховується потенціал електричного поля точкового заряду.

$$1. \varphi = \frac{q}{C} \quad 2. \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r} \quad 3. \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2} \quad 4. \varphi = const$$

15. Точка А розташована між двома еквіпотенціальними поверх-



нями з потенціалами $\varphi_1 = 2B$ і $\varphi_2 = 1B$ (поверхні зображені на рисунку кривими лініями). Вкажіть правильний напрям вектора напруженості електростатичного поля.

16. Точка А розташована між двома екіпотенціальними поверхнями з потенціалами $\varphi_1 = 2B$ і $\varphi_2 = 1B$ (поверхні зображені на рисунку кривими лініями.). Вкажіть правильний напрям вектора $grad\varphi$.

17. Як взаємно розташовані екіпотенціальні поверхні і лінії напруженості електростатичного поля?

1. Перетинаються під кутом $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.
2. Ніде не перетинаються.
3. Лінії напруженості направлені по дотичній до екіпотенціальних поверхонь.
4. Лінії напруженості перпендикулярні екіпотенціальним поверхням.

18. Які з приведених формул виражають зв'язок між напруженістю і потенціалом?

1. $\vec{E} = \frac{\varphi}{r^2}$ 2. $E_l = -\frac{d\varphi}{dl}$ 3. $\vec{E} = -grad\varphi$ 4. $E = \frac{\Delta\varphi}{d}$

19. Що називають електричним диполем?

1. Електричний диполь – це два однойменні електричні заряди, розділені діелектриком.
2. Електричний диполь – це два різнойменні електричні заряди, розділені діелектриком.
3. Електричний диполь – це система двох однакових за величиною різнойменних точкових електричних зарядів, відстань між якими значно менша, ніж відстань до тих точок, в яких визначається поле системи.
4. Електричний диполь – це система двох однакових за величиною однойменних точкових електричних зарядів.

дів, відстань між якими значно менша, ніж відстань до тих точок, в яких визначається поле системи.

20. Діелектрична проникність ε середовища – це:

1. Фізична величина, характеристика поля, яка показує, у скільки разів напруженість електричного поля в діелектрику більше, ніж у вакуумі.
2. Фізична величина, характеристика поля, яка показує, у скільки разів напруженість електричного поля в діелектрику менше, ніж у вакуумі.
3. Фізична величина, характеристика речовини, яка показує, у скільки разів напруженість електричного поля у вакуумі більше, ніж в діелектрику.
4. Фізична величина, характеристика речовини, яка показує, у скільки разів напруженість електричного поля у вакуумі менше, ніж в діелектрику.

21. Електроємністю відокремленого провідника називається:

1. Фізична величина, що дорівнює відношенню заряду провідника до його потенціалу.
2. Фізична величина, що дорівнює відношенню потенціалу провідника до його заряду.
3. Фізична величина, що дорівнює добутку заряду провідника на його потенціал.

22. Від чого залежить електроємність провідника?

1. Від матеріалу провідника і його агрегатного стану.
2. Від його лінійних розмірів і геометричної форми.
3. Від питомого електричного опору матеріалу провідника.
4. Від температури провідника.

23. Вкажіть формулу, за якою розраховується електроємність плоского конденсатора.

$$1. C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \quad 2. C = \frac{\varphi}{q} \quad 3. C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d} \quad 4. C = \frac{\epsilon_0\epsilon d}{S}$$

24. Чому дорівнює відношення електроємності двох відокремлених провідних куль з радіусами, рівними R і $2R$?

$$1. \frac{C_1}{C_2} = 1 \quad 2. \frac{C_1}{C_2} = 1 \quad 3. \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{2} \quad 4. \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{4} \quad 5. \frac{C_1}{C_2} = 4$$

25. Як зміниться електроємність провідника при наближенні до нього іншого провідника?

1. Не зміниться
2. Збільшиться
3. Зменшиться
4. Збільшується тільки під час наближення, а потім стає колишньою.

26. Як зміниться електроємність плоского конденсатора, якщо площу збільшити в 2 рази, а відстань між ними зменшити в 6 разів?

1. Збільшиться в 8 разів
2. Зменшиться в 8 разів
3. Збільшиться в 3 рази
4. Зменшиться в 3 рази
5. Збільшиться в 12 разів
6. Не зміниться.

27. Три конденсатори, електроємності яких рівні C_1 , C_2 і C_3 , сполучено послідовно. Які з перелічених нижче умов справедливі?

$$1. q_0 = q_1 + q_2 + q_3 \quad 2. q_0 = q_1 + q_2 + q_3$$

$$U_0 = U_1 = U_2 = U_3 \quad U_0 = U_1 + U_2 + U_3$$

$$C_0 = C_1 + C_2 + C_3 \quad C_0 = C_1 + C_2 + C_3$$

$$3. q_0 = q_1 = q_2 = q_3 \quad 4. q_0 = q_1 + q_2 + q_3$$

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3 \quad U_0 = U_1 + U_2 + U_3$$

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad \frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

28. Три конденсатори, електроємності яких рівні C_1 , C_2 і C_3 , сполучено паралельно. Які з перелічених нижче умов справедливі?

$$1. q_0 = q_1 + q_2 + q_3$$

$$U_0 = U_1 = U_2 = U_3$$

$$C_0 = C_1 + C_2 + C_3$$

$$2. q_0 = q_1 + q_2 + q_3$$

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3$$

$$C_0 = C_1 + C_2 + C_3$$

$$3. q_0 = q_1 = q_2 = q_3$$

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3$$

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$4. q_0 = q_1 + q_2 + q_3$$

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3$$

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

29. Вкажіть формули, за якими розраховується енергія поля зарядженого конденсатора.

$$1. W = \frac{CU^2}{2} \quad 2. W = \frac{qU^2}{2} \quad 3. W = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} \quad 4. W = \frac{q^2}{2C}$$

30. Вкажіть формулу, за якою розраховується об'ємна густина енергії електричного поля.

$$1. \omega = \frac{CU^2}{2} \quad 2. \omega = \frac{qU^2}{2} \quad 3. \omega = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} \quad 4. \omega = \frac{q^2}{2C}$$

31. Яка з формул є визначенням сили струму?

$$1. i = \frac{dq}{dt} \quad 2. i = \frac{U}{R} \quad 3. i = \frac{\epsilon}{R+r} \quad 4. i = \int_s j dS$$

32. Яка з формул є визначенням густини струму?

$$1. i = \frac{dq}{dt} \quad 2. j = \frac{di}{dS} \quad 3. j = \frac{1}{\rho E} \quad 4. j = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$$

33. Як зміниться густина струму в мідному провіднику, якщо струм в ньому збільшити в 3 рази, а площу поперечного перерізу зменшити в 2 рази?

1. Зменшиться в 12 разів
2. Збільшиться в 3 рази
3. Збільшиться в 12 разів
4. Збільшиться в 6 разів
5. Зменшиться в 3 рази.

34. Яка з формул є визначенням електрорушійної сили?

$$1. \epsilon = -L \frac{di}{dt} \quad 2. \epsilon = \frac{A^{сноп}}{q} \quad 3. \epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \quad 4. \epsilon = \frac{1}{ne} \frac{Bi}{\alpha}$$

35. Вкажіть формулу, що виражає закон Ома для замкнутого кола, що містить джерело струму?

$$1. i = \frac{dq}{dt} \quad 2. i = \frac{U}{R} \quad 3. i = \frac{\varepsilon}{R+r} \quad 4. P = i^2 R$$

36. Вкажіть формулу, що виражає закон Ома в диференціальній формі.

$$1. i = \frac{dq}{dt} \quad 2. j = \frac{di}{dS} \quad 3. \vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \quad 4. P = j^2 R$$

37. Вкажіть формулу, що виражає закон Ома для однорідної ділянки кола.

$$1. i = \frac{dq}{dt} \quad 2. i = \frac{U}{R} \quad 3. i = \frac{\varepsilon}{R+r} \quad 4. P = i^2 R$$

38. Опір ділянки кола зменшили в 2 рази, а напругу збільшили в 3 рази. Як зміниться сила струму?

1. Збільшиться в 6 разів
2. Зменшиться в 1,5 рази
3. Збільшиться в 5 разів
4. Збільшиться в 3 рази
5. Збільшиться в 1,5 рази
6. Не зміниться.

39. Опір провідника залежить ...

- 1) від ЕРС джерела, до якого підключений провідник.
- 2) від сили струму в колі.
- 3) від геометричних розмірів і матеріалу провідника.
- 4) від різниці потенціалів на кінцях провідника.

40. Три провідники, опори яких R_1 , R_2 , R_3 , сполучені послідовно. Які з перелічених нижче тверджень справедливі?

$$\begin{array}{ll} 1. I_0 = I_1 + I_2 + I_3 & 2. I_0 = I_1 + I_2 + I_3 \\ U_0 = U_1 = U_2 = U_3 & U_0 = U_1 + U_2 + U_3 \\ R_0 = R_1 + R_2 + R_3 & R_0 = R_1 + R_2 + R_3 \\ 3. I_0 = I_1 = I_2 = I_3 & 4. I_0 = I_1 + I_2 + I_3 \\ U_0 = U_1 + U_2 + U_3 & U_0 = U_1 = U_2 = U_3 \\ R_0 = R_1 + R_2 + R_3 & \frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{array}$$

41. Три провідники, опори яких R_1 , R_2 , R_3 сполучені паралельно. Які з перелічених нижче тверджень справедливі?

$$1. I_0 = I_1 + I_2 + I_3$$

$$U_0 = U_1 = U_2 = U_3$$

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3$$

$$3. I_0 = I_1 = I_2 = I_3$$

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3$$

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3$$

$$2. I_0 = I_1 + I_2 + I_3$$

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3$$

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3$$

$$4. I_0 = I_1 + I_2 + I_3$$

$$U_0 = U_1 = U_2 = U_3$$

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

42. Вкажіть формулу залежності опору провідника від температури.

$$1. R = \frac{U}{I} \quad 2. R = R_0(1 + \alpha t) \quad 3. R = R_0 e^{\alpha t} \quad 4. R = R_0 \alpha t$$

43. Вкажіть формулу, за якою розраховується опір провідника.

$$1. R = \rho \frac{1}{S} \quad 2. R = R_0(1 + \alpha t) \quad 3. R = R_0 e^{\alpha t} \quad 4. R = R_0 \alpha t$$

44. Вкажіть формулу залежності питомого електричного опору провідника від температури.

$$1. \rho = \frac{1}{\rho} \quad 2. \rho = \rho_0(1 + \alpha t) \quad 3. \rho = \rho_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}} \quad 4. \rho = \rho_0 \alpha t$$

45. Питомим опором провідника називається ...

- 1) відношення напруги на ділянці кола до сили струму.
- 2) величина, зворотна опору ділянки кола.
- 3) добуток сили струму на опір.
- 4) опір провідника завдовжки 1 м, площею поперечного перерізу 1 м².
- 5) величина, зворотна питомій провідності ділянки кола.

46. Питомою провідністю ділянки кола називається ...

- 1) відношення напруги на ділянці кола до сили струму.
- 2) величина, зворотна опору ділянки кола.
- 3) добуток сили струму на опір.
- 4) опір провідника завдовжки 1 м, площею поперечного перетину 1 м².
- 5) величина, зворотна питомому опору.

47. Вкажіть буквене позначення і одиницю вимірювання кожної з перерахованих величин. *Приклад:* Сила – F – Н (ньютон).

Заряд, потенціал, лінійна густина заряду, поверхнева густина заряду, напруженість електричного поля, електроємність.

48. Вкажіть буквене позначення і одиницю вимірювання кожної з перерахованих величин. *Приклад:* Сила – F – Н (ньютон).

Сила струму, густина струму, напруга, опір, питомий опір, електрорушійна сила, провідність, питома провідність.

49. Вкажіть формули, за якими розраховується потужність електричного струму.

$$1. P = IU \quad 2. P = \frac{U^2}{R} \quad 3. P = j^2 \rho \quad 4. P = I^2 R$$

50. Вкажіть формули, що виражають закон Джоуля – Ленца.

$$1. Q = I^2 R t \quad 2. Q = \int_0^t i^2(t) R dt \quad 3. i = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad 4. Q = \Delta U + A$$

КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ СТРУМ»

№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді
1	1	11	1	21	1	31	1	41	4
2	2,4	12	1,3	22	2	32	2	42	2
3	2	13	1,5	23	3	33	4	43	1
4	2	14	2	24	3	34	2	44	2
5	1	15	2	25	2	35	3	45	4
6	1	16	1	26	5	36	3	46	5
7	1	17	4	27	3	37	2	47	–
8	2	18	2,3	28	1	38	1	48	–
9	1	19	3	29	1,4	39	3	49	1,2,4
10	3	20	3	30	3	40	3	50	1,2

19 ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Дущенко В.П., Кучерук І.М. Загальна фізика, т.1, 2,3.- К.: Вища школа, 1993
2. Трофимова Т.И. Курс фізики.- М.: Наука, 1985
3. Галушак М.О. Фізичні основи механіки. – К.: НВК ВО, 1996
4. Галушак М.О. Курс загальної фізики, том 1.- Івано-Франківськ, 2000
5. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Навчальний посібник для вищих технічних закладів. т. І. Механіка. Молекулярна фізика. – К. 5 Техніка, 1999.
6. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Електрика і магнетизм. Навчальний посібник для вищих технічних закладів. т. 2 – К.: Техніка, 1999.
7. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Оптика. Атомна і ядерна фізика. т. 3 – К.: Техніка, 1999.
8. Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики. Навчальний посібник. кн. І. Механіка. Електрика і магнетизм. К.: Либідь, 2001.
9. Бушок Г.Ф., Є.Ф.Венгер. Курс фізики. Навчальний посібник. кн. II. К.: Либідь, 2001.
10. Пустогов В.І. Загальна фізика. Електрика і магнетизм. Конспект лекцій. – Івано-Франківськ.: Факел, 2002.
11. Волков О.Ф., Люмпієва Т.П. Курс фізики т.1.- Донецьк, 2009
12. Лисенко О.В. Конспект лекцій Ч.2 – Суми: Вид-во СумДУ, 2010.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	1
1 КІНЕМАТИКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ.....	3
2 ДИНАМІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ.....	9
3 ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ У МЕХАНІЦІ.....	17
4 СИЛИ В МЕХАНІЦІ.	24
5 ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА	29
6 МЕХАНІКА СУЦІЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА.....	35
7 СПЕЦІАЛЬНА ТЕОРІЯ ВІДНОСНОСТІ.....	43
ТЕСТ ЗА ТЕМОЮ «МЕХАНІКА»	48
8 ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ	56
9 ЯВИЩА ПЕРЕНОСУ	67
10 ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ	74
11 КОЛОВІ ПРОЦЕСИ. ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ	86
12 РЕАЛЬНІ ГАЗИ, РІДИНИ І ТВЕРДІ ТІЛА.....	93
13 ВЛАСТИВОСТІ РІДИН І ТВЕРДИХ ТІЛ. ФАЗОВІ ПЕРЕХОДИ.....	102
ТЕСТ ЗА ТЕМОЮ «МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА»	108
14 ЕЛЕКТРОСТАТИКА І ПОСТІЙНИЙ СТРУМ ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ.....	116
15 ПОТЕНЦІАЛ ТА ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ	123
16 ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ	130
17 ПРОВІДНИКИ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ.....	139
18 ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ.....	146
ТЕСТ ЗА ТЕМОЮ «ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ»	165
19 ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	176