

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**Івано-Франківський національний технічний
університет нафти і газу**

Кафедра фізики новітніх технологій

Л.Р. Павлюк

ФІЗИКА

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

**Для студентів спеціальності
“Прилади та системи неруйнівного контролю”**

**Івано-Франківськ
2005**

МВ 02070855-1492-2005

Павлюк Л.Р. Фізика. Конспект лекцій. – Івано-Франківськ: Факел, 2005, – 220 с.

У конспекті лекцій викладено основні питання з електрики, магнетизму та фізики атомів і твердого тіла. Значну увагу приділено висвітленню зв'язку фізики як науки з технічними дисциплінами, що вивчають студенти спеціальності “Прилади та системи неруйнівного контролю”. Виклад матеріалу максимально конкретний, з урахуванням сучасних досягнень в різних областях фізики й техніки. Кожна тема закінчується контрольними питаннями.

Для студентів технічних спеціальностей вищих закладів освіти.

Рецензент:

завідувач кафедри фізики новітніх технологій
Івано-Франківського національного технічного університету
нафти і газу, д-р фіз.-мат. наук, професор **Галушак М.О.**

Дане видання – власність ІФНТУНГ.

Забороняється тиражування та розповсюдження.

ЗМІСТ

Вступ	7
1 Атомно-молекулярна будова речовини	8
1.1 Атомно-молекулярна будова речовини та її основні стани.....	8
1.2 Моно- і полікристали.....	9
1.3 Типи хімічного зв'язку в кристалах	10
1.4 Дефекти кристалічної структури	12
1.5 Рідкі кристали, їх властивості та використання.....	15
1.6 Контрольні запитання.....	17
2 Електростатичне поле.....	18
2.1 Електростатичне поле. Напруженість та потік вектора напруженості	18
2.2 Теорема Гаусса та її використання для розрахунку деяких електростатичних полів у вакуумі.....	20
2.3 Потенціал та робота сил електростатичного поля.....	21
2.4 Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля.....	23
2.5 Контрольні запитання.....	24
3 Провідники в електростатичному полі.....	25
3.1 Провідники в електростатичному полі. Електроємність провідника та системи провідників. Конденсатори	25
3.2 Енергія системи зарядів, зарядженого відокремленого провідника і зарядженого конденсатора. Енергія електростатичного поля	27
3.3 Контрольні запитання.....	29
4 Діелектрики в електростатичному полі	30
4.1 Електричний диполь	30
4.2 Діелектрики. Поляризація діелектриків та характеристики їх поляризованого стану. Вектор електричного зміщення	31
4.3 Теорема Гауса для електростатичного поля в діелектрику...	33
4.4 Сегнетоелектрики	35
4.5 П'єзоелектричний ефект та його використання	37
4.6 Контрольні запитання.....	38
5 Постійний електричний струм	39
5.1 Електричний струм. Сила і густина струму.....	39
5.2 Сторонні сили, електрорушійна сила і напруга.....	41
5.3 Закон Ома для ділянки кола в диференціальній і інтегральній формах. Закон Ома для повного кола.....	43
5.4 Опір провідників та явище надпровідності	44
5.5 Робота і потужність постійного електричного струму. Закон Джоуля-Ленца.....	48

5.6 Контрольні запитання	51
6 Кола змінного струму	52
6.1 Діючі значення сили струму та напруги. Активний та реактивний опори	52
6.2 Закон Ома для кола змінного струму. Робота і потужність змінного струму	54
6.3 Передавання електричної енергії. Трансформатори.....	57
6.4 Контрольні запитання	59
7 Контактні термоелектричні явища.....	60
7.1 Робота виходу електрона з металу. Контактна різниця потенціалів	60
7.2 Контактні термоелектричні явища. Явище Зеєбека	62
7.3 Явище Пельт'є і явище Томсона	63
7.4 Технічне використання термоелектричних явищ	65
7.5 Контрольні запитання	66
8 Емісійні явища і їх застосування.....	67
8.1 Термоелектронна емісія. Фотоелектронна емісія	67
8.2 Вторинна електронна емісія. Автоелектронна емісія.....	69
8.3 Електровакуумні прилади.....	71
8.4 Контрольні запитання	74
9 Магнітне поле та його характеристики.....	75
9.1 Магнітне поле. Закон Ампера. Принцип роботи електродвигунів	75
9.2 Сила Лоренца. Рух заряджених частинок в магнітному полі.....	77
9.3 Електронні мікроскопи	78
9.4 Закон повного струму, магнітне поле соленоїда. Магнітні пастки	80
9.5 Контрольні запитання	81
10 Явище електромагнітної індукції.....	82
10.1 Явище електромагнітної індукції. Закон Фарадея. Генерація електричного струму.....	82
10.2 Явище самоіндукції та взаємоіндукції.....	84
10.3 Вихрові струми і явище скін-ефекту та їх використання....	86
10.4 Енергія магнітного поля.....	88
10.5 Контрольні запитання	89
11 Електромагнітне поле.....	90
11.1 Вихрове електричне поле. Електромагнітне поле.....	90
11.2 Струми зміщення. Рівняння теорії Максвелла для електромагнітного поля в диференціальній і інтегральній формах	91
11.3 Контрольні запитання	95
12 Механічні та електромагнітні коливання	96
12.1 Диференціальні рівняння коливальних процесів. Додавання коливань, фігури Ліссажу	96

12.2	Фізичний маятник та електричний коливальний контур....	102
12.3	Вимушені коливання, резонанс механічних систем та у колах змінного струму	105
12.4	Контрольні запитання.....	109
13	Механічні хвилі	110
13.1	Механічні хвилі. Швидкість поширення механічних хвиль в газах, рідинах і твердих тілах	110
13.2	Рівняння хвилі. Диференціальне хвильове рівняння. Енергія хвилі.....	111
13.3	Звукові і ультразвукові хвилі, їх основні характеристики. Застосування ультразвуку	115
13.4	Контрольні запитання.....	122
14	Електромагнітні хвилі	123
14.1	Диференціальне рівняння електромагнітних хвиль	123
14.2	Енергія електромагнітних хвиль. Імпульс електромагнітного поля	126
14.3	Експериментальне одержання електромагнітних хвиль. Випромінювання диполя Герца	127
14.4	Застосування електромагнітних хвиль	128
14.5	Контрольні запитання.....	131
15	Світлові хвилі та оптичні явища	132
15.1	Основні закони геометричної оптики і оптичні прилади. Елементи фотометрії.....	132
15.2	Інтерференція світла. Інтерференція на пластині та клині. Застосування інтерференції	140
15.3	Теплове випромінювання та його закони. Оптична пірометрія і її застосування	145
15.4	Дифракція світла. Дифракція на дифракційній решітці..	151
15.5	Дифракція на кристалічній решітці та її використання для вивчення будови речовини	154
15.6	Поляризація світла. Поляризація при відбиванні та заломленні світла.....	155
15.7	Подвійне променезаломлення. Штучна анізотропія. Застосування поляризованого світла в техніці	157
15.8	Контрольні запитання.....	161
16	Фізика атомів і твердого тіла.....	162
16.1	Принцип Паулі. Розподіл електронів в багатоелектронних атомах за енергетичними станами. Періодична система елементів Менделєєва	162
16.2	Рентгенівське випромінювання та його властивості. Закон Мозлі.....	164
16.3	Взаємодія рентгенівських променів з речовиною. Застосування рентгенівських променів	167
16.4	Ефект Комптона	169

16.5 Контрольні запитання	170
17 Взаємодія світла з квантовими системами	171
17.1 Поглинання, спонтанне та вимушене резонансне випромінювання	171
17.2 Принцип дії лазерів, їхні типи і практичне використання..	172
17.3 Гамма випромінювання, його властивості і застосування..	175
17.4 Резонансне поглинання γ -променів – ефект Мессбауера та його застосування.....	178
17.5 Контрольні запитання	179
Перелік використаних джерел	180

Вступ

Головна мета фізики – встановити та пояснити закони, за якими відбуваються явища та процеси навколишнього світу.

Даний курс має на меті формування у студентів теоретичної бази для вивчення фахових дисциплін спеціальності “Прилади та системи неруйнівного контролю” на основі глибокого вивчення і розуміння механізмів ряду фізичних явищ, основних понять, законів та принципів фізики.

Джерелом творчого підходу студентів до розв’язання технічних проблем є ознайомлення їх з розвитком фізики у світі та в Україні. Класичні приклади, використання аналогій, застосування моделювання фізичних процесів, створення ідеальних моделей та абстракцій навчатимуть студентів умінню виділяти головне в проблемах, що виникатимуть в їх повсякденній роботі.

Також важливо донести до студентів, що вивчення такого фізичного курсу формує правильні наукові погляди на природу окремих фізичних явищ та служить як основою, так і засобом розв’язання технічних задач, що будуть вирішуватись в процесі діяльності інженера даної спеціальності.

1 Атомно-молекулярна будова речовини

1.1 Атомно-молекулярна будова речовини та її основні стани

Сучасна атомно-молекулярна теорія будови речовини базується на трьох положеннях.

1. Усі тіла складаються з атомів та молекул.
2. Молекули (атоми) речовини перебувають у безперервному хаотичному русі.
3. Між молекулами (атомами) існують сили взаємного притягання і відштовхування.

Звичайно говорять, що речовина може перебувати в трьох агрегатних станах – **твердому, рідкому і газовому**. Окремо розглядають плазму і квантові стани речовини. Кожний стан має свої характерні властивості. Найпростішим за внутрішньою будовою є газовий стан речовини.

Газовий стан речовини – це такий агрегатний стан, який характеризується відсутністю форми та об'єму. Щоб описати газовий стан, користуються різними фізичними моделями, основна з яких – це **модель ідеального газу**.

Твердим тілом називають агрегатний стан речовини, який характеризується стабільністю форми та об'єму, а також особливим характером просторового розміщення та руху атомів.

Тверді тіла поділяють на дві групи, які суттєво відрізняються за своїми властивостями. Одну групу утворюють кристалічні тіла, іншу – аморфні. У природі аморфні тіла зустрічаються значно рідше порівняно з кристалічними. Деякі речовини за одних умов можна одержати в аморфному стані, за інших – у кристалічному. Ступінь впорядкованості аморфного тіла значною мірою залежить від технології його утворення. В наш час значно зріс інтерес до вивчення властивостей аморфних тіл, які все ширше використовуються в електронній техніці, електронофотографії, друкарській справі тощо.

Аморфні тіла бувають природні (янтар, смола, бітум, опал) і штучні (звичайне скло, плавлений кварц, бакеліт, різні полімери).

Головною особливістю внутрішньої будови кристалічних тіл є так званий **дальній порядок**, тобто строга дистанційна повторюваність елементів структури (атома, атомної групи, молекули, йона), яка поширюється практично на нескінченне число періодів кристалічних ґраток.

Для аморфних тіл характерним є лише ближній порядок розміщення елементів структури, тобто певне узгодження розміщення в просторі сусідніх, близько розміщених частинок.

Ідеальні кристали з одного боку та ідеальний газ з другого – це граничні стани речовини, що характеризуються відповідно впорядкованістю або хаотичністю структурних елементів. Кристалічний стан речовини утворюється при низьких температурах і високих тисках, а газоподібний – при високих температурах і низьких тисках.

Розвиток теорії **рідкого стану** значно відстає від теорії газів і твердих тіл, оскільки є значні труднощі як фізичного, так і математичного характеру. Це пов'язано з своєрідною структурою рідин. У рідинах, на відміну від газів, молекули сильніше взаємодіють. На відміну від кристалів вони, крім того, не розміщені у вузлах періодичної ґратки. Це не дає змоги внести відповідні спрощення в основи теорії. Якщо теорія твердого тіла вимагає врахування елементів "безпорядку" (дефектів структури), то теорія рідин, навпаки, потребує врахування елементів порядку ("ближнього порядку"). Розвиток уявлень про структуру рідин базується на рентгеноструктурних дослідженнях та дослідженнях дифракції електронів і нейтронів.

Отже, рідини за своєю структурою займають проміжне положення між твердими тілами і газами. Характер теплового руху молекул також відрізняється від руху частинок твердого тіла чи газу.

Головними особливостями рідин є їхня здатність зберігати свій об'єм, який під дією сили тяжіння набирає форми посудини, та існування в рідині вільної поверхні. Для рідин, на відміну від газів, подібно до твердих тіл характерним є мала стисливість, тобто вони мають певний власний об'єм.

1.2 Моно- і полікристали

Серед кристалічних тіл розрізняють монокристали і полікристали. **Монокристал** – окремий, великих розмірів кристал. В ньому частинки (атоми, йони і т.д.) ідеально впорядковані.

Більшість твердих тіл мають дрібнокристалічну структуру, тобто складаються з великої кількості дрібних кристалів, які зрослися між собою хаотично. Такі тіла називають **полікристалічними**. До них належать метали, для яких є характерними металевий блиск та ковкість. Їх отримують охолодженням відповідних речовин у рідкому стані при температурі, нижчій від температури кристалізації. За наявності багатьох центрів кристалізації виникає відповідна дрібнокристалічна структура.

Однією з основних властивостей кристалів є **анізотропія**, тобто залежність фізичних властивостей макроскопічного однорідного тіла від напрямку. Анізотропія є одним із наслідків правильного порядку в розміщенні структурних частинок.

1.3 Типи хімічного зв'язку в кристалах

Фізичні властивості твердих кристалічних тіл визначаються їхнім хімічним складом, симетрією ґратки, характером сил зв'язку між структурними одиницями, а також дефектами в реальних структурах. Оскільки кристали мають внутрішню симетрію, необхідно знати характер сил зв'язку між структурними одиницями. Аналіз сил зв'язку дає змогу добути цінну інформацію про енергію зв'язку та провести наближену класифікацію кристалів. **Енергією зв'язку називають енергію, потрібну для розщеплення твердого тіла на структурні одиниці.** Вона залежить від хімічного складу речовини.

Загальною рисою всіх типів зв'язку є те, що природа сил зв'язку **електромагнітна**.

У твердих тілах розрізняють **йонний** (гетерополярний), **ковалентний** (гомеополярний, або атомний), **металічний**, **ван-дер-ваальсовий** та **водневий** зв'язки.

У **йонних** кристалах правильно чергуються в розміщенні позитивні і негативні йони. Фізична природа йонного зв'язку в кристалах майже така, як і у йонних молекул. Але тут електростатична взаємодія складніша внаслідок взаємодії окремого йона з усіма іншими йонами кристала. Йонний зв'язок досить сильний. Він становить величину порядку 10^5 Дж/моль. Міцність йонного зв'язку проявляється в тому, що йонні кристали мають малий коефіцієнт теплового розширення і високу температуру плавлення. Електропровідність йонних кристалів при кімнатних температурах незначна. Вона на 20 порядків нижча, ніж у металів, і зростає з підвищенням температури.

Типовими кристалами з **ковалентним** зв'язком є алмаз, графіт, карборунд, сульфід цинку, йод, сірка. До них належать і напівпровідники. У вузлах кристалічної ґратки таких кристалів розміщені нейтральні атоми. Характерною рисою ковалентного зв'язку є його **направленість**, а розподіл густини заряду навколо кожного з ядер атомів відрізняється від сферично-симетричного розподілу, який характерний для йонних молекул. Це приводить до виникнення нового стану, в якому зовнішні валентні електрони, що слабо зв'язані з ядром, належать одночасно обома ядрами. Між атомами, які колективізували свої зовнішні неспарені валентні електрони, виникає значне електричне притягання.

Звичайно, поряд з притяганням існує і взаємне кулонівське відштовхування між електронами і ядрами атомів. Енергія електростатичного відштовхування значно менша від енергії притягання. Ковалентний зв'язок суттєво відрізняється від йонного тим, що число електронів, які здійснюють ковалентний зв'язок, у кожного атома обмежене, а тому цей зв'язок є **насиченим**. У типового ковалентного кристала – алмазу кожний атом утворює чотири ковалентні зв'язки, віддаючи для усупільнення всі свої валентні електрони і одержуючи чотири електрони від сусідніх атомів. Основу ковалентного зв'язку становить обмінний ефект, зумовлений обміном електронами між атомами. Він має суто квантову природу. Ковалентний зв'язок досить сильний. Тому ковалентні кристали мають енергію зв'язку порядку 3-5 еВ на один атом. Внаслідок цього кристали з ковалентними зв'язками мають високу механічну міцність і твердість, високу температуру плавлення, винятково малу леткість, погану електропровідність у широкому інтервалі температур.

Металічний зв'язок в основному характерний для речовин, побудованих з атомів одного елемента (наприклад, мідь, золото). Металічні кристали містять у вузлах кристалічної ґратки позитивні йони. У просторі між ними вільно переміщуються колективізовані валентні електрони. На відміну від ковалентного зв'язку в колективізації електронів беруть участь усі атоми, утворюючи так званий електронний газ. Валентні електрони всіх атомів належать одночасно усьому кристалу. Металічний зв'язок – це взаємодія сукупності позитивних йонів з колективізованими валентними електронами. Притягуючись до позитивних йонів, вільні електрони відіграють роль клею-цементу, що фіксує позитивні йони на певних відстанях відповідно до рівноваги і мінімуму потенціальної енергії системи. У межах ґратки електрони можуть переміщатися, беручи участь у тепловому русі. металічний зв'язок здійснюється не через електронні пари, які сумісно належать. Енергія металічного зв'язку значно менша, ніж у ковалентних і йонних кристалів. Підтвердженням цього є нижча температура плавлення металів, ніж йонних і ковалентних кристалів. Висока концентрація вільних електронів у металів зумовлює їхню добру електро- та теплопровідність.

У вузлах кристалічних ґраток молекулярних кристалів розміщуються певним способом орієнтовані молекули. Характерною для молекулярних кристалів є геометрична відокремленість молекул кристала. Молекули взаємодіють між собою за допомогою сил **Ван-дер-Ваальса** і **водневих** зв'язків. Сили Ван-дер-Ваальса виникають між молекулами або атомами,

які можуть бути нейтральними. Виникнення цих сил пояснюється неоднорідним розміщенням просторового заряду в атомі або молекулі. Водневий зв'язок ґрунтується на взаємодії молекул за допомогою атомів водню. Якщо в складі однієї з молекул є атом водню, то він може взаємодіяти з негативно зарядженою частиною іншої молекули. Атом водню заряджений позитивно – він легко віддає свій електрон для створення молекулярного зв'язку. Відповідно, **ван-дер-ваальсовий** та **водневий** зв'язки – це зв'язки, які ґрунтуються на міжмолекулярній взаємодії. Їх енергія зв'язку не дуже велика. Для прикладу, водневий зв'язок у 15-20 раз слабший від ковалентного.

Переважає більшість молекулярних кристалів – це органічні кристали. Молекулярні неорганічні кристали трапляються рідко. До них належать речовини, молекули яких складаються з азоту, фосфору, сірки та ін. Молекулярні кристали за фізичними властивостями є ізоляторами, мають низьку температуру плавлення, вони прозорі для широкого інтервалу електромагнітних хвиль.

Практично немає речовин, які б характеризувались тільки одним типом зв'язків. Здебільшого кристалічним ґраткам речовин властива наявність різних типів зв'язку.

1.4 Дефекти кристалічної структури

Ідеально правильна структура монокристала спостерігається тільки в порівняно невеликих об'ємах. Структура реального кристала характеризується різними дефектами. Ці дефекти значною мірою визначають певні структурно-чутливі властивості кристалів – електро- і теплопровідність, міцність та ін.

Дефекти структури пов'язані зі змінами відстаней частинки до найближчих сусідів; з відсутністю атома або йона в будь-якому з вузлів ґратки; із зміщеннями атома або йона з вузла; з тимчасовими місцевими порушеннями структури, зумовленими світловим, рентгенівським та γ -випромінюванням, потоками α -частинок або нейтронів. Мала рухливість і значний час життя дефектів структури дають можливість описати їх за допомогою наочних геометричних моделей і класифікувати за геометричними ознаками. Відповідно, дефекти ґратки поділяють на **точкові**, або нуль-вимірні; **лінійні**, або одновимірні; **поверхневі**, або двовимірні; та **об'ємні**, або тривимірні. Точкові дефекти – це порушення кристалічної структури, розміри яких в усіх трьох вимірах мають порядок одного або кількох міжатомних відстаней. Найпростіші точкові дефекти кристала поділяють на **атомні**, **електронні** та **енергетичні**. До атомних

дефектів належать дефекти за Шотткі, коли немає атомів або йонів у вузлах ґратки; дефекти за Френкелем, які є сукупністю порожнього вузла і близько розміщеного міжвузлового атома; домішкові атоми, які розміщуються як між вузлами, так і заміщають атоми основної речовини у вузлах кристалічної ґратки.

Для утворення дефекту за Френкелем потрібна дещо менша енергія, ніж для дефекту за Шотткі. Значення цих енергій знаходиться в межах від 2 до 4 еВ. Дефекти за Френкелем найбільш характерні для кристалів. Утворення їх зумовлено нерівномірним розподілом енергії між структурними одиницями кристала. Дефекти за Шотткі дуже поширені як в атомних, так і в металевих, йонних і молекулярних кристалах. Ці два типи точкових дефектів створюються в результаті теплової активації кристала. Кожній фіксованій температурі відповідає певна рівноважна концентрація цих дефектів.

Електронні дефекти – це електрони, що вільно блукають по кристалу. Вони є особливими точками електричного поля і центрами розсіювання. Електричне поле електрона діє на ґратку, певним чином деформуючи її. Незайняті електронами енергетичні рівні приводять до появи дірок. Сукупність електрона і дірки, зв'язаних між собою кулонівськими силами, – **екситон** є електронним дефектом.

Електрон своїм власним електричним полем створює локальну поляризацію навколишнього середовища. Останнє, в свою чергу, притягує електрон, змушуючи його рухатися в обмеженій області простору. Такий квантовий стаціонарний стан електрона в поляризованому середовищі називають **поляроном**. У кристалі можливий поступальний рух полярону як цілого. При накладанні зовнішніх електричних та магнітних полів рух полярону буде прискореним.

Прикладом **енергетичних** дефектів є **фонони** – кванти теплових коливань ґратки. На них відбуваються розсіювання електронів та дірок, а також взаємні розсіювання фононів. До енергетичних дефектів належать також тимчасові збуджені стани, утворені внаслідок опромінення кристала елементарними частинками високих енергій.

Концентрація дефектів залежить від енергії утворення дефекту і температури. З підвищенням температури ця концентрація швидко зростає. Для збільшення концентрації дефектів при низьких температурах вводять домішки, опромінюючи кристали елементарними частинками високих енергій, вдаються до пластичної деформації та гартування при високих температурах.

Точкові дефекти досить важко спостерігати безпосередньо. Досліджують їх і вивчають за впливом на різні фізичні властивості кристалів.

Лінійний дефект – це порушення правильності структури вздовж деяких ліній. Такі дефекти називають **дислокаціями**. Поперечні розміри лінійного дефекту не перевищують однієї або кількох міжатомних відстаней, а довжина може досягти розмірів кристала.

Дислокації є **крайові** і **гвинтові**. Якщо одна з атомних площин обривається всередині кристала, то край цієї “лінії” “зайвої” площини утворює крайову дислокацію (рис. 1.1, а). Кристал з крайовою дислокацією можна уявити як книгу, в якій одна із сторінок наполовину обірвана. Гвинтова дислокація утворюється внаслідок сповзання двох атомних півплощин на один період одна відносно одної, починаючи з деякої лінії (рис. 1.1, б). Ці два типи дислокацій є найпростішими. В загальному дислокації в кристалі – це накладання лінійної та гвинтової дислокацій.

Дислокації не можуть обриватися всередині кристала. Вони можуть мати вигляд замкненої петлі або закінчуватися на вільній поверхні кристала чи границі зерна. Сліди виходу дислокацій на поверхню кристала можна виявити хімічним травленням та електронно-мікроскопічними методами.

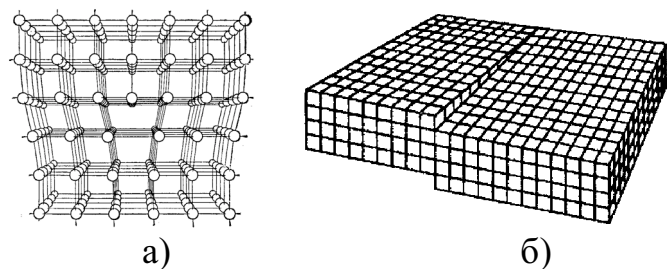


Рисунок 1.1

Поверхневі дефекти в кристалах – це границі між окремими по-різному орієнтованими частинами кристала (блоками мозаїки), границі зерен (між кристалітами в полікристалі), сама поверхня кристала, дефекти упаковки і двійники. **Двійниками** називають два кристали однієї речовини, що зрослися в одне тіло, в якому границею між цими кристалами є певна кристалографічна площина. Остання є і площиною симетрії для кристала-двійника.

Об'ємні дефекти у кристалах – це тріщини, різні включення та інші макроскопічні утворення.

Огляд дефектів реальних кристалів показує, що в них досить складна структура. Дослідження дефектів, структури кристалів та встановлення закономірностей між фізичними властивостями кристалів і їхньою реальною структурою – одне з важливих завдань сучасної молекулярної фізики та матеріалознавства.

1.5 Рідкі кристали, їх властивості та використання

У ряді випадків “дальній” порядок спостерігається й у рідкій фазі. Це так званий **рідкокристалічний** або **мезоморфний стан**. Структурні властивості рідких кристалів є проміжними між властивостями твердого кристала і рідини (звідси і назва “мезофаза” – проміжна фаза). У твердих кристалах спостерігається дальній порядок у всіх трьох напрямках, у звичайних рідинах дальній порядок відсутній, а в рідких кристалах має місце **одноосьовий дальній порядок**. Упорядковане розташування молекул у рідких кристалах спостерігається лише в одному напрямку, а в двох інших перпендикулярних напрямках дальнього порядку немає.

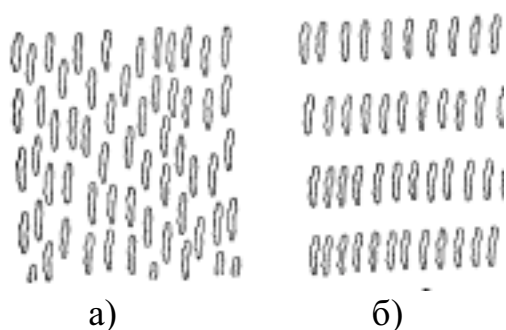


Рисунок 1.1

молекул, так і в області рідких кристалів, де має місце **одноосьовий дальній порядок**.

Розрізняють три основних типи рідких кристалів: “**нематичний**”, “**смектичний**” та “**холестеричний**”.

Термін “нематичний” походить від грецького слова “**німа**” – нитка. Під мікроскопом у препаратах речовин, що знаходяться в нематичному стані, видно тонкі рухливі нитки. У нематичних рідких кристалах упорядкованість орієнтації полягає в тому, що у визначеному об’ємі, який відповідає одному “кристалічному зерну” (домен), повздовжні осі всіх молекул паралельні. Схема розташування молекул у нематичних рідких кристалах показана на рис. 1.1, а, де видно, що подовжні осі всіх молекул розташовані вертикально, а дальній порядок у розташуванні молекул відсутній.

Ще більш своєрідна структура смектичних рідких кристалів, виявлених вперше в милоподібних речовин. Сама назва “смектичний”

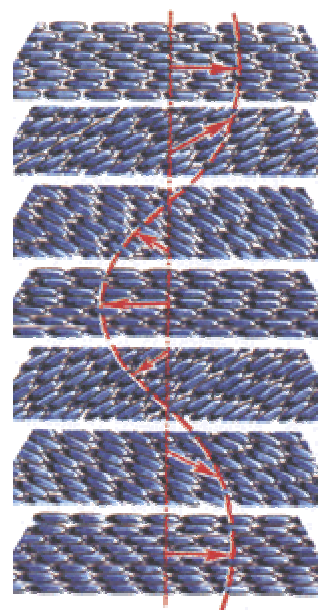


Рисунок 1.2

походить від грецького “**смегма**”, що означає мило. У цих рідких кристалах молекули розташовані шарами, як це показано на рис. 1.1, б.

Холестеричні рідкі кристали – це в основному похідні холестерину. Тут плоскі і довгі молекули зібрані в шари (як у смектичних кристалах), але всередині кожного шару розташування схоже більше на нематичні рідкі кристали. Особливість молекул холестеричного типу в тому, що при досить сильному бічному притяганні їхньої вершини відштовхуються. Тому енергетично вигідним для них стає таке розміщення, коли довгі осі молекул трохи розгорнуті. При цьому сусідні молекулярні шари в холестерному рідкому кристалі повернені один відносно одного, завдяки чому шари описують в просторі спіраль (рис. 1.2). Іноді холестеричну структуру розміщення називають **твістом-ефектом**.

Періодична спіральна структура холестериків визначає їхню унікальну особливість – здатність селективно відбивати падаюче світло. При фіксованому куті умови інтерференції виконуються тільки для променів одного кольору, і шар (чи плівка) холестерика здається забарвленим в один колір.

Рідкі кристали існують у визначеному інтервалі температур, різному для різних речовин. Деякі речовини володіють декількома рідкокристалічними фазами (для кожної фази – своя температурна область існування). При нагріванні вони перетворюються в звичайну рідину, а при охолодженні – у тверді кристали. Встановлено, що рідкокристалічний стан є фазовим станом, відмінним від стану звичайної рідини. Перехід з одного фазового стану в інший супроводжується незначним тепловим ефектом і зміною питомого об'єму.

Рідкі кристали, що отримуються у процесі нагрівання твердої речовини або в процесі охолодження ізотропної рідини, називаються **термотропними** рідкими кристалами. Але є й інший спосіб одержання рідких кристалів – розчинення твердих кристалів у визначених розчинниках. В міру збільшення кількості розчинника система стає спочатку смектичною, потім нематичною і далі ізотропно рідкою. Рідкокристалічний стан у такій системі може бути отримано і при зворотному переході – при зменшенні концентрації розчинника за допомогою випару. Рідкі кристали, одержувані цим способом, називаються **ліотропними**.

Рідкі кристали, володіючи упорядкованою орієнтацією молекул в одному з напрямків, володіють і анізотропією фізичних властивостей. Анізотропія рідких кристалів охоплює широкий ряд властивостей: в'язкість, поверхневий натяг,

електропровідність, магнітні і діелектричні властивості, швидкість росту, показник заломлення. При всім цьому в них зберігається властивість текучості: в'язкість речовини в рідкокристалічному стані мало відрізняється від його в'язкості в аморфно-рідкому стані.

Багато речовин у рідкокристалічному стані мають дуже важливу якість: деякі їхні властивості різко змінюються при порівняно незначній зміні зовнішніх умов (температура, довжина хвилі світла, що опромінює, електричне і магнітне поле і т.п.). Ця особливість рідких кристалів уже зараз привела до їх практичного застосування. Приведемо кілька прикладів.

На основі рідких кристалів розроблений перетворювач інфрачервоного зображення у видиме. Основним елементом цього перетворювача є плівка рідкого кристалу, нанесена на тонку чорну мембрану. Мембрана поглинає інфрачервоне випромінювання і передає тепло шару рідкого кристала. Колір рідкокристалічної плівки залежить від температури, тому при освітленні плівки білим світлом виходить видиме зображення ділянок плівки, опромінених інфрачервоним світлом.

Нематичні ліотропні кристали використовуються при виготовленні поляроїдів. Якщо такий рідкий кристал дихроїчної речовини помістити між двома попередньо натертими в одному напрямку прозорими стеклами, то виходить монокристалічна нематична плівка. Розчинник поступово випаровується, і між стеклами залишається тонкий шар орієнтованих дихроїчних кристаликів – поляроїд.

На основі холестеричних рідких кристалів створено дисплеї та екрани. В основі їх роботи лежить твіст-ефект.

Надзвичайно велике значення рідких кристалів у біології і медицині. Багато речовин біологічного походження мають рідкокристалічну структуру. Мозок представляє собою складну рідкокристалічну структуру.

1.6 Контрольні запитання

1. Охарактеризуйте основні стани речовини.
2. Які основні положення атомно-молекулярної будови речовини?
3. Що таке моно- та полікристали?
4. Назвіть типи хімічного зв'язку в кристалах.
5. Які ви знаєте дефекти кристалічної структури?
6. Перелічіть властивості та використання рідких кристалів.

2 Електростатичне поле

2.1 Електростатичне поле. Напруженість електростатичного поля та потік вектора напруженості

Електростатичне поле (стаціонарне електричне поле) – форма існування матерії, складова електромагнітного поля; існує навколо нерухомих зарядів і з часом не змінюються. Основним проявом існування поля є те, що на заряд, вміщений в поле, діє сила.

Існує ряд фізичних величин, що характеризують електричне поле. Однією з них є **напруженість електричного поля $\vec{E}$** .

Напруженість $\vec{E}$ у даній точці електростатичного поля чисельно рівне силі, з якою дане поле діє на одиничний позитивний пробний заряд, поміщений у дану точку поля. Якщо на пробний заряд q_0 , поміщений в певну точку поля, діє сила $\vec{F}$, то напруженість $\vec{E}$ у даній точці поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (2.1)$$

Напруженість – величина векторна і є силовою характеристикою поля. Напрямок напруженості поля $\vec{E}$ визначається напрямом руху пробного заряду (від позитивного заряду до негативного).

Напруженість поля точкового заряду на відстані $\vec{r}$ у вакуумі:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}, \quad (2.2)$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений від заряду q в досліджувану точку.

Поле точкового заряду – центрально-симетричне. В СІ за формулою (2.1) напруженість електричного поля вимірюють у ньютонах на кулон (Н/Кл) або вольтах на метр (В/м). За одиницю напруженості електричного поля в СІ взято напруженість у такій точці поля, в якій на заряд в 1 Кл діє сила в 1 Н.

Для визначення напруженості електростатичного поля, створеного декількома зарядами, користуються **принципом суперпозиції полів.** **Напруженість електростатичного поля, створеного системою нерухомих зарядів, дорівнює векторній сумі напруженостей електростатичних полів, створених кожним з цих зарядів зокрема.**

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n, \quad (2.3)$$

де $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$ – напруженості полів, які створюються

окремими зарядами в даній точці простору. Принцип суперпозиції дає можливість обчислювати напруженість поля будь-якої системи зарядів.

Для об'ємних зарядів вектор напруженості

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho \vec{r} dV}{r^3}, \quad (2.4)$$

де ρ – об'ємна густина заряду.

Якщо напруженість $\vec{E}$ в усіх точках виділеного простору є однаковою за напрямом і абсолютним значенням, то таке поле називають **однорідним**. Якщо ж поле не однорідне, то його напруженість змінюється від точки до точки і є функцією координат $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$.

На рисунку напруженість електростатичного поля зображається силовими лініями. Лінії, дотичні до яких в будь-якій точці співпадають з напрямом напруженості поля в цій точці, називаються **силовими лініями**. Силові лінії починаються (виходять) на позитивних зарядах і закінчуються (входять) на негативних (рис. 2.1).

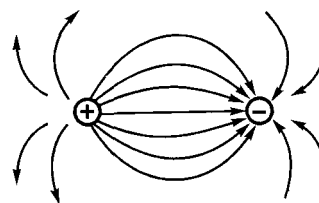


Рисунок 2.1

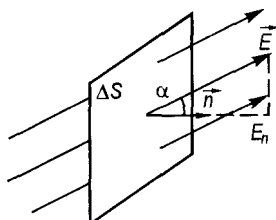


Рисунок 2.2

Оскільки в кожній точці поля вектор напруженості має цілком певний напрям, то силові лінії не перетинаються. Силові лінії однорідного поля є паралельними між собою і мають однаковий напрям.

Нехай дано однорідне поле напруженістю $\vec{E}$. Розмістимо в ньому плоску поверхню ΔS , нормаль до якої $\vec{n}$ утворює кут α з вектором $\vec{E}$ (рис. 2.2). Величину

$$\Delta\Phi_E = E\Delta S \cos\alpha = E_n \Delta S. \quad (2.5)$$

називають **поток вектора $\vec{E}$ крізь поверхню ΔS** . E_n – проекція $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$. Потік може бути додатним або від'ємним залежно від знаку проекції E_n , який визначається знаком $\cos\alpha$. Якщо поле неоднорідне і поверхня не плоска, то уявно її розбивають на елементи dS , які можна наближено вважати плоскими, а поле в її межах – однорідним. Тоді елементарний потік вектора $\vec{E}$

$$d\Phi_E = E_n dS, \quad (2.6)$$

а повний потік крізь поверхню S

$$\Phi_E = \int_S E_n dS. \quad (2.7)$$

2.2 Теорема Гаусса та її використання для розрахунку деяких електростатичних полів у вакуумі

Теорема Гаусса пов'язує потік вектора напруженості електростатичного поля крізь довільну замкнену поверхню із зарядом, який охоплюється цією поверхнею.

Повний потік крізь довільну замкнену поверхню S , яка охоплює точковий заряд q

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E}_n dS = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (2.8)$$

Якщо поверхня S охоплює систему n точкових зарядів розміщених у вакуумі, то

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (2.9)$$

Потік вектора напруженості електростатичного поля у вакуумі Φ_E крізь довільну замкнену поверхню S дорівнює алгебричній сумі точкових зарядів q_i , які охоплюються цією поверхнею S , що поділена (сума) на електричну сталу ϵ_0 .

У випадку об'ємних ρ і поверхневих σ неперервно розподілених зарядів формула (2.9) узагальнюється так:

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\int_V \rho dV + \int_S \sigma dS \right). \quad (2.10)$$

Фізичною основою теореми Гаусса є закон Кулона або, інакше кажучи, теорема Гаусса (2.10) є інтегральною формою запису закону Кулона.

Розглянемо диференціальну форму запису теореми Гаусса, яка впливає з рівності (2.11).

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (2.11)$$

де $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$ – дивергенція вектора напруженості електростатичного поля.

Ця формула дає можливість обчислювати дивергенцію в декартових координатах. Дивергенція фізично характеризує потужність джерел або стоків. Видно, що силові лінії поля починаються на позитивних зарядах ($\operatorname{div} \vec{E} > 0$) і закінчуються на негативних ($\operatorname{div} \vec{E} < 0$). Отже, позитивні заряди є джерелами електростатичного поля, а негативні – стоками.

Розглянемо кілька прикладів розрахунку напруженості електростатичного поля $\vec{E}$ із застосуванням теореми Гаусса.

Для напруженості електростатичного поля, створюваного рівномірно зарядженою нескінченною площиною з поверхневою густиною заряду σ , в будь-якій точці поза нею

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (2.12)$$

Незалежність $\vec{E}$ від відстані до зарядженої площини свідчить про те, що поле нескінченної рівномірно зарядженої площини в усьому просторі поза нею є однорідним.

Електростатичне поле між двома різнойменне зарядженими паралельними нескінченними площинами. Вважатимемо, що поверхневі густини зарядів площин однакові, тобто $\sigma_+ = \sigma_-$.

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (2.13)$$

Між двома однойменне зарядженими з однаковою поверхневою густиною заряду паралельними площинами електростатичного поля немає: $\vec{E} = 0$.

Електростатичне поле біля поверхні зарядженого провідника

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (2.14)$$

2.3 Потенціал та робота сил електростатичного поля

На заряд q_0 , що вміщений у довільну точку електростатичного поля з напруженістю $\vec{E}$, діє сила $\vec{F} = q_0 \vec{E}$. Якщо заряд q_0 не закріплений, то сила $\vec{F}$ примусить його переміщуватись і, отже, буде виконуватись робота.

Робота сил електростатичного поля по переміщенні точкового заряду q_0 в полі точкового заряду q з точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (2.15)$$

Якщо заряди q і q_0 мають однаковий знак, то робота електричних сил відштовхування $A_{12} > 0$ при віддаленні зарядів один від одного і $A_{12} < 0$ у разі їх зближення. Якщо заряди q і q_0 мають протилежні знаки, то робота електричних сил притягання $A_{12} > 0$ при зближенні зарядів і $A_{12} < 0$ у разі їх відносного віддалення.

Робота електростатичного поля не залежить від форми шляху переміщення заряду між точками 1–2, а визначається лише розміщенням початкової 1 і кінцевої 2 точок. Силкові поля, які задовольняють таку умову, називають **потенціальними** або **консервативними**. Отже, електростатичне поле точкового заряду є полем потенціальним.

Оскільки робота з переміщення заряду в електростатичному полі не залежить від форми шляху і визначається лише положенням крайніх точок (початкової та кінцевої), то кожній з цих точок можна приписати енергетичну характеристику ϕ , яку називають **потенціалом електростатичного поля**.

Потенціал електростатичного поля – це фізична величина, що чисельно дорівнює роботі, яку виконують сили електростатичного поля при переміщенні пробного одиничного заряду із заданої точки в нескінченність. Або інакше кажучи, електростатичним потенціалом називають відношення потенціальної енергії взаємодії заряду з полем до значення цього заряду. З рівності $\phi = A/q_0$ встановлюють одиницю потенціалу. В СІ $[\phi] = 1 \text{ Дж} / 1 \text{ Кл} = 1 \text{ В}$. Значення потенціалу в 1 В приписують такій точці поля, при переміщенні з якої заряду в 1 Кл на нескінченність виконується робота в 1 Дж. Потенціал – скалярна величина. Потенціали точок поля позитивного заряду вважають додатними, а негативного – від’ємними.

Потенціал електростатичного поля точкового заряду q в довільній точці цього поля на відстані r у вакуумі:

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (2.16)$$

За принципом суперпозиції потенціал поля системи точкових зарядів дорівнює алгебричній сумі потенціалів, створюваних у розглядуваній точці кожним із зарядів (з урахуванням їх знаків):

$$\phi = \sum_{i=1}^n \phi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}, \quad (2.17)$$

де r_i – відстань від точки із зарядом q_i до точки, в якій визначається потенціал.

При неперервному розподілі зарядів у скінченній області простору з об’ємною густиною $\rho(x', y', z')$

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r}, \quad (2.18)$$

а для поверхневих зарядів з густиною $\sigma(x', y', z')$

$$\varphi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma dS}{r}, \quad (2.19)$$

де $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$.

З формули (2.16) видно, що точки поля, які розміщуються на однаковій відстані від точкового заряду q , мають однакові потенціали. Геометричне місце точок поля, потенціали яких є однаковими, називають **еквіпотенціальними поверхнями** або поверхнями однакового потенціалу. Їх використовують для наочного зображення картини поля та проводять у вигляді ліній так, щоб при переході від однієї еквіпотенціальної поверхні до сусідньої потенціал змінювався на те саме значення $\Delta\varphi$. Чим менше значення $\Delta\varphi$, тим детальніше буде зображена картина електростатичного поля.

Силкові лінії напруженості завжди перпендикулярні до еквіпотенціальних поверхонь внаслідок того, що при переміщенні заряду вздовж еквіпотенціальної поверхні робота дорівнює нулеві.

2.4 Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля

При переміщенні точкового заряду в електростатичному полі по довільному замкненому контуру робота дорівнює нулеві. Математично цю умову записують так:

$$A = \oint_L q_0 E dl \cos \alpha = q_0 \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0. \quad (2.20)$$

і оскільки $q_0 \neq 0$, то

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0. \quad (2.21)$$

Довільне електростатичне поле є полем потенціальним. Лінійний інтеграл (2.21), обчислений за довільним замкненим контуром L , називають **циркуляцією вектора $\vec{E}$** . Рівняння (2.21) є одним із фундаментальних рівнянь електростатики, яке відображає той факт, що силкові лінії електростатичного поля є незамкненими: вони починаються на позитивних зарядах і закінчуються на негативних або йдуть у нескінченність (для позитивних зарядів) чи з нескінченності (для негативних). При переміщенні пробного точкового заряду в такому полі по замкненому контуру на одних ділянках шляху робота буде додатною, на інших – від'ємною, а повна робота завжди дорівнює нулеві.

Рівняння (2.21) є інтегральною формою запису потенціальності електростатичного поля. З нього можна отримати

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0, \quad (2.22)$$

де $\operatorname{rot} \vec{E}$ – **ротор** вектора $\vec{E}$. Ротор – величина векторна

$$\operatorname{rot}_z \vec{E} = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}, \operatorname{rot}_x E = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \operatorname{rot}_y \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}. \quad (2.23)$$

Рівність (2.22) є диференціальним записом умови потенціальності електростатичного поля, еквівалентним інтегральному запису (2.21), і є одним з основних рівнянь електростатики.

На основі рівності (2.21) умову потенціальності електростатичного поля можна сформулювати ще так: **векторне поле напруженості $\vec{E}$ називається потенціальним, якщо циркуляція вектора $\vec{E}$ по довільному замкненому контуру дорівнює нулеві.**

2.5 Контрольні запитання

1. Дайте визначення вектора напруженості та потоку вектора напруженості електростатичного поля.
2. Сформулюйте теорему Гаусса для електростатичних полів.
3. Як використовують теорему Гаусса для розрахунку електростатичних полів?
4. Запишіть формулу для обчислення потенціалу електростатичного поля.
5. Запишіть формулу для обчислення роботи сил електростатичного поля.
6. Дайте визначення циркуляції вектора напруженості електростатичного поля.

3 Провідники в електростатичному полі

3.1 Провідники в електростатичному полі. Електроємність провідника та системи провідників. Конденсатори

У провідниках першого роду (металах) є вільні електрони, які перебувають у безперервному хаотичному русі в межах провідника. При внесенні такого провідника в зовнішнє однорідне електростатичне поле з напруженістю $\vec{E}$, на позитивні і негативні заряди діятиме сила $\vec{F} = q\vec{E}$. Оскільки позитивні заряди в металах – це йони, закріплені у вузлах кристалічної ґратки, то вони можуть переміщуватися лише на мікроскопічні відстані. Вільні електрони, навпаки, переміщуватимуться проти напрямку $\vec{E}$ на макроскопічні відстані. Внаслідок цього в металі відбудеться перерозподіл електричних зарядів: ближня грань у напрямі поля зарядиться негативно, а дальня – збіднюється електронами і зарядиться позитивно. Явище перерозподілу електричних зарядів у провіднику під дією зовнішнього електричного поля і виникнення внаслідок цього електризації провідника називають **електростатичною індукцією** або електризацією через вплив. Індуковані на протилежних (у напрямі поля) гранях провідника різнойменні заряди створюють всередині нього внутрішнє електричне поле, вектор напруженості якого $\vec{E}'$ напрямлений протилежно до напрямку вектора $\vec{E}$ зовнішнього поля. Переміщення вільних електронів у металі під дією $\vec{E}$ продовжуватиметься доти, доки не настане взаємна компенсація зовнішнього і наведеного полів, тобто стануть рівними за абсолютним значенням $\vec{E}'$ і $\vec{E}$.

Наданий провідникові електричний заряд розподіляється на його поверхні так, що поверхня провідника є еквіпотенціальною. Зміна заряду провідника призводить до відповідної зміни його потенціалу. Різні за розмірами і формою відокремлені провідники, розміщені в однорідному нерухомому непровідному середовищі без дії зовнішніх електричних полів, при однаковому заряді набувають неоднакових потенціалів. Проте для кожного відокремленого провідника відношення заряду до потенціалу провідника є величиною сталою, тобто

$$C = \frac{q}{\phi}. \quad (3.1)$$

Це відношення називають **електричною ємністю** або просто **ємністю** провідника.

Фізичний зміст електричної ємності: **електрична ємність провідника чисельно дорівнює зарядові, який потрібний для**

зміни потенціалу провідника на одиницю. На основі формули (3.1) встановлюють одиницю електричної ємності: $[C] = \text{Кл/В} = 1 \text{ Ф}$. Електричну ємність у СІ вимірюють у фарадах (Ф). За одиницю електричної ємності в 1 Ф взято ємність такого відокремленого провідника, в якому зміна заряду в 1 Кл зумовлює зміну потенціалу на 1 В. Фарад є дуже великою одиницею. Тому ємність провідників, як правило, виражають у часткових одиницях: 1 мікрофарад (мкФ) = 10^{-6} Ф, 1 пікофарад (пФ) = 10^{-12} Ф.

Електрична ємність провідників залежить від їхніх розмірів та форми, а також від властивостей навколишнього середовища і не залежить від агрегатного стану речовини, хімічної природи матеріалу, наявності порожнин тощо.

Електрична ємність відокремлених провідників залежить від наявності та взаємного розміщення оточуючих тіл. Тому для практичного використання поширення набули системи з провідників, розміщених близько один відносно одного – конденсаторів. **Конденсатором називають систему з двох металевих електродів, розміщених на близькій відстані один від одного і розділених шаром діелектрика.** Електростатичне поле в конденсаторах повністю або майже повністю зосереджене в просторі між провідниками і тому електроємність конденсаторів практично не залежить від наявності оточуючих тіл (провідників). Різноманітні заряджені провідники конденсаторів називають обкладками.

Електроємність конденсаторів визначають за формулою

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}, \quad (3.2)$$

де q – заряд однієї з обкладок конденсатора; $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – різниця потенціалів (або напруга) між ними. Електричну ємність конденсатора вимірюють у тих самих одиницях, що і ємність відокремленого провідника. За природою речовини між обкладками конденсатора їх поділяють на повітряні, паперові, слюдяні, керамічні та електролітичні, а залежно від форми обкладок – на плоскі, сферичні, циліндричні тощо.

Якщо ємність довільного конденсатора, між обкладками якого вакуум C_0 , то при заповненні простору між ними діелектричною речовиною його ємність збільшується і стає рівною C . Для кожного діелектрика відношення $C/C_0 = \epsilon$ є величиною сталою, яку називають **діелектричною проникністю**.

Плоский конденсатор є системою з двох паралельних провідних пластин. Якщо площа кожної пластини S , а відстань між ними d значно менша від розмірів пластин, то можна

знехтувати крайовими ефектами і поле між пластинами вважати однорідним і тоді ємність

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}. \quad (3.3)$$

У випадку, коли між обкладинками є речовина, ємність визначається

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}, \quad (3.4)$$

де ϵ – діелектрична проникність речовини.

Конденсатори, крім електричної ємності, характеризуються робочою напругою U_p . При напрузі, що перевищує U_p , може відбутися пробій конденсатора і він виходить із ладу.

Конденсатори широко використовуються в електро- і радіотехніці. Для одержання потрібної ємності при відповідній напрузі часто виникає необхідність з'єднання конденсаторів між собою у батареї.

З'єднання може бути паралельним, послідовним та змішаним.

При паралельному з'єднанні електрична ємність батареї

$$C = q / U = C_1 + C_2 + \dots + C_n. \quad (3.5)$$

Результуюча електроємність батареї паралельно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі електроємностей окремих конденсаторів.

При послідовному з'єднанні

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (3.6)$$

При послідовному з'єднанні конденсаторів величина, обернена результуючій електроємності батареї конденсаторів, дорівнює сумі величин, обернених електроємностям окремих конденсаторів.

3.2 Енергія системи зарядів, зарядженого відокремленого провідника і зарядженого конденсатора.

Енергія електростатичного поля

Енергія взаємодії точкових зарядів q_1 і q_2 , які розміщуються на відстані r_{12} один від одного:

$$W_{\Pi} = \frac{1}{2} (q_1 \phi_1 + q_2 \phi_2), \quad (3.7)$$

де ϕ_1 – потенціал, створений зарядом q_2 в точці, де міститься заряд q_1 ; ϕ_2 – потенціал, створений зарядом q_1 , в точці, де міститься заряд q_2 .

Вираз (3.7) визначає взаємну енергію двох точкових зарядів у вакуумі, тобто енергію, яка може виділитись, коли відстань між зарядами збільшити до нескінченності.

Енергія взаємодії системи n точкових зарядів

$$W_{\Pi} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \phi_i, \quad (3.8)$$

де ϕ_i – потенціал у точці розміщення заряду q_i , створений рештою $(n-1)$ зарядів системи. Крім того, тут взято до уваги, що потенціал поля системи зарядів дорівнює сумі потенціалів полів окремих зарядів. Поява коефіцієнта $1/2$ пояснюється тим, що енергія кожної пари зарядів входить в суму двічі.

При рівномірному розподілі зарядів в об'ємі з густиною ρ і на поверхні з густиною σ потенціальна енергія електричне заряджених тіл визначатиметься формулою (3.8) із заміною суми інтегралом:

$$W_{\Pi} = \frac{1}{2} \left(\int_V \rho \phi dV + \int_S \sigma \phi dS \right). \quad (3.9)$$

Енергію, зосереджену в електростатичному полі нерухомих заряджених тіл, називають **електростатичною**. Щоб зарядити провідник, треба виконати роботу проти кулонівських сил електростатичного відштовхування між однойменно зарядженими частинками.

Ця робота йде на надання енергії зарядженому провідникові, тобто

$$W_{\Pi} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\phi^2}{2} = \frac{q\phi}{2}. \quad (3.10)$$

Формула (3.10) виражає енергію провідника через різні параметри.

Запишемо формулу (3.10) для плоского конденсатора:

$$W_{\Pi} = \frac{C\Delta\phi^2}{2}, \quad (3.11)$$

де $\Delta\phi$ – різниця потенціалів (напруга) між пластинами конденсатора. Якщо нехтувати крайовими ефектами і вважати поле однорідним, то вираз (3.11) набуває вигляду

$$W_{\Pi} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{2d} E^2 d^2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{2} E^2 V, \quad (3.12)$$

де $V = Sd$ – об'єм, обмежений пластинами конденсатора.

Якщо поле неоднорідне, то (3.12) записують у такій формі:

$$W_{\Pi} = \frac{1}{2} \int_V \epsilon_0 \epsilon E^2 dV, \quad (3.13)$$

В ці рівняння (3.17, 3.18) можна вкласти такий фізичний зміст: **носієм електричної енергії є електричне поле, енергія якого у просторі локалізована** так, що у випадку $|\vec{E}|=\text{const}$ в кожній одиниці об'єму зосереджена енергія

$$w = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{2} E^2 = \frac{1}{2} \vec{D} \vec{E}, \quad (3.14)$$

де $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$ – **вектор електричної індукції**.

Величину w називають **об'ємною густиною енергії електричного поля**. Це свідчить про те, що електрична енергія подібно до речовини розподілена в просторі з певною об'ємною густиною.

3.3 Контрольні запитання

1. Опишіть поведінку провідників в електростатичному полі.
2. Дайте визначення електроємності провідника та системи провідників.
3. Опишіть принцип роботи конденсатора.
4. Від чого залежить ємність конденсатора?
5. Запишіть формулу для енергії зарядженого конденсатора.
6. Запишіть формулу для енергії електростатичного поля.

4 Діелектрики в електростатичному полі

4.1 Електричний диполь

Однією із простих систем точкових зарядів є електричний диполь – сукупність двох однакових за абсолютним значенням і протилежних за знаком точкових зарядів $+q$ і $-q$, розміщених на деякій відстані $\vec{l}$. Величину $\vec{l}$ називають плечем диполя. Якщо відстань між зарядами не змінюється, то такий

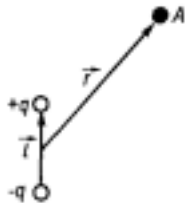


Рисунок 4.1

диполь називають жорстким. Якщо довжина плеча диполя $\vec{l}$ мала порівняно з відстанню $\vec{r}$ від диполя до точки спостереження, то такий диполь називають **точковим** (див. рис. 4.1). Прикладом точкових диполів є полярні молекули.

Основною характеристикою диполя є **електричний дипольний момент** $\vec{p}$ – вектор, що чисельно дорівнює добуткові заряду на плече і напрямлений від негативного заряду до позитивного, тобто

$$\vec{p} = q\vec{l}. \quad (4.1)$$

Електричний дипольний момент вимірюють в кулон-метрах (Кл·м). Обчислимо напруженість електричного поля $\vec{E}$ точкового диполя. Розглянемо такі випадки.

1. Точка спостереження А лежить на продовженні осі диполя.

За принципом суперпозиції результуюча напруженість $\vec{E}$ в точці А дорівнюватиме векторній сумі напруженостей $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ полів, створених відповідно зарядами диполя $+q$ і $-q$: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Остаточно

$$\vec{E} = \frac{2\vec{p}}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3}. \quad (4.2)$$

2. Точка спостереження А лежить на перпендикулярі, проведеному до середини плеча диполя.

$$\vec{E} = -\frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3}. \quad (4.3)$$

3. Точка спостереження А займає довільне положення в просторі (рис. 4.1).

$$E = \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - \vec{p}r^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^5}. \quad (4.4)$$

Напруженість поля точкового диполя змінюється в усіх випадках обернено пропорційно третьому степеню відстані від диполя.

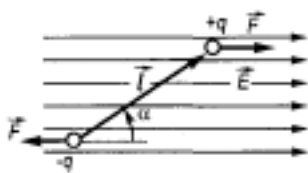


Рисунок 4.2

Розглянемо дію зовнішнього електричного поля на диполь (рис. 4.2). Якщо поле однорідне, то сили, що діють на негативний і позитивний заряди диполя, є однаковими за значенням і протилежними за напрямом, тобто утворюють пару сил. Їх рівнодійна дорівнює нулеві. Дія пари сил характеризується моментом пари

$$M = qEl \sin \alpha. \quad (4.5)$$

де α – кут між вектором $\vec{l}$ і напруженістю поля $\vec{E}$. Оскільки $q\vec{l} = \vec{p}$, то вираз (4.5) набуває вигляду

$$M = pE \sin \alpha, \quad (4.6)$$

або

$$M = [\vec{p}\vec{E}]. \quad (4.7)$$

Отже, в однорідному електричному полі на диполь діє пара сил, яка намагається повернути диполь так, щоб кут між векторами $\vec{p}$ і $\vec{E}$ зменшився і диполь встановився в напрямі поля. Існують два положення рівноваги диполя: диполь паралельний електричному полю (стійка рівновага) і антипаралельний йому (нестійка рівновага).

Якщо поле неоднорідне, то сили $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ за значенням є різними і їхня рівнодійна не дорівнює нулеві. І тому у неоднорідному полі на диполь, крім моменту пари сил, діє ще сила в напрямі зростання напруженості поля, яка прагне втягнути диполь в область сильнішого поля. Наявність цих сил пояснюється, наприклад, притягання до наелектризованих тіл дрібних предметів. Під дією електростатичного поля наелектризованого тіла на предметах виникають індуковані заряди, які наближено можна вважати диполями. Оскільки поле наелектризованого тіла неоднорідне, то дрібні предмети-диполі переміщуються в напрямі зростання напруженості поля, тобто притягаються до наелектризованого тіла.

4.2 Діелектрики. Поляризація діелектриків та характеристики їх поляризованого стану

Речовини, в яких відсутні вільні носії електричних зарядів і відповідно практично відсутня електропровідність, дістали назву **діелектриків**.

Основними фізичними властивостями, за якими об'єднують різноманітні за фазовим станом, фізико-хімічними властивостями і структурою речовини і відносять їх до діелектриків, є особлива

поведінка цих речовин у зовнішньому електричному полі – **поляризація**.

Поляризацією називається явище орієнтації диполів або виникнення під впливом електричного поля орієнтованих за полем диполів.

Поляризований у зовнішньому електричному полі діелектрик сам стає джерелом внутрішнього електричного поля і, отже, поле всередині діелектрика, яке реально діє на атоми або молекули, істотно відрізняється від зовнішнього. Таке поле називають локальним.

Якщо весь простір між пластинами плоского конденсатора заповнити однорідним діелектриком, то його електроємність збільшиться в ϵ разів, що зумовлено зменшенням у стільки ж разів напруженості електричного поля в діелектрику

$$E = \frac{E_0}{\epsilon}. \quad (4.8)$$

При цьому величина ϵ залежить лише від властивостей діелектрика і була названа М. Фарадеєм діелектричної проникністю. **Діелектрична проникність** – макроскопічна характеристика здатності діелектрика до поляризації в зовнішньому електричному полі. Для вакууму $\epsilon=1$.

Напруженість електричного поля повністю визначається значеннями і розподілом електричних зарядів. Вільний заряд σ_0 на пластинах конденсатора залишається незмінним (зовнішнє джерело напруги відсутнє). Отже, зменшення напруженості електричного поля всередині діелектрика можна пояснити виникненням на його гранях зв'язаних зарядів, протилежних щодо зарядів обкладок конденсатора знаків з поверхневою густиною σ' . Ці заряди називають **поляризаційними**. Вони створюють своє поле напруженістю $\vec{E}'$, напрямлене протилежно до поля вільних зарядів $\vec{E}_0$. Напруженість поля зарядів σ'

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}. \quad (4.9)$$

$$\sigma' = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \sigma_0. \quad (4.10)$$

Величина σ' може бути характерним параметром поляризації діелектриків в електричному полі. Однак через те, що не існує експериментальних способів безпосереднього визначення σ' , основним фізичним параметром, яким характеризують ступінь поляризації діелектриків, взято вектор поляризації.

Прийmemo, що в одиниці об'єму діелектрика є n_0 атомів. **Сумарний дипольний момент одиниці об'єму поляризованого діелектрика називають вектором поляризації і позначають**

$$\vec{P} = n_0 \vec{p}, \quad (4.11)$$

де $\vec{p}$ – дипольний момент окремого атома.

Експериментально визначають вектор $\vec{P}$ так:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{V}, \quad (4.12)$$

де V – об'єм поляризованого діелектрика, $\sum_{i=1}^n \vec{p}_i$ – сума усіх дипольних атомних моментів діелектрика.

Взагалі значення $\vec{P}$ може змінюватись у діелектрику від точки до точки, але на основі дослідів приймається, що в кожній точці для ізотропного діелектрика вектор $\vec{P}$ пропорційний напруженості зовнішнього електричного поля $\vec{E}$:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \quad (4.17)$$

де χ – стала, яку називають **діелектричною сприйнятливістю діелектрика**. В ізотропних діелектриках напрям вектора поляризації $\vec{P}$ збігається з напрямом вектора $\vec{E}$, тобто вони колінеарні.

$$\epsilon = 1 + \chi. \quad (4.18)$$

Ця формула встановлює зв'язок між основними макроскопічними параметрами ϵ і χ , які характеризують вплив діелектриків на напруженість поля в них. Експериментальне визначивши ϵ , можна розрахувати χ , а отже, за формулою (4.17) визначити вектор поляризації $\vec{P}$.

4.3 Теорема Гаусса для електростатичного поля в діелектрику. Вектор електричного зсуву

Розглянемо випадок, коли поляризація діелектрика не скрізь однакова (неоднорідна поляризація). У цьому випадку з'являються стоки або витoki вектора поляризації, потужність яких визначається **об'ємною густиною поляризаційних зарядів**

$$\rho_{\text{пол}} = -\text{div } \vec{P}. \quad (4.19)$$

Рівняння (4.19) виражає той факт, що розподіл зв'язаних зарядів у будь-якій області визначається лише поляризацією. Зауважимо, що $\rho_{\text{пол}}$ – це заряди, які створюють поле так само, як і вільні заряди. Тому це поле треба брати до уваги при

розрахунках. Зауважимо, що для рівномірно поляризованого діелектрика $\vec{P} = \text{const}$ і тоді $\rho_{\text{пол}} = 0$. Ніде не може відбутися накопичення зарядів одного знаку. На межі поляризованого діелектрика з вакуумом або з металом виникають поляризаційні заряди $\sigma'_0 = \pm P_n$ (оскільки у вакуумі і в металі $\vec{P} = 0$).

Запишемо основні рівняння електростатики для діелектриків. Узагальнений закон Кулона

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (4.20)$$

для діелектриків запишеться так

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho + \rho_{\text{пол}}}{\epsilon_0}. \quad (4.21)$$

Введемо позначення

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (4.22)$$

Тоді

$$\text{div} \vec{D} = \rho, \quad (4.23)$$

де $\vec{D}$ називають **вектором електричного зміщення або індукцією електричного поля**. Рівність (4.23) є **математичним записом теореми Гаусса в диференціальній формі для електричного поля в діелектриках**. З формули (4.23) видно, що вектор $\vec{D}$ в діелектриках обумовлюється значенням і розподілом вільних зарядів ρ , тоді як напруженість електричного поля $\vec{E}$ – значенням і розподілом як вільних, так і поляризаційних зарядів. У цьому і полягає зручність при описанні електричних полів у діелектричних середовищах за допомогою вектора $\vec{D}$.

Запишемо теорему Гаусса для поля в діелектриках в інтегральній формі.

$$\int D_n dS = q. \quad (4.24)$$

Формула (4.24) є **математичним записом електростатичної теореми Гаусса для поля в діелектриках в інтегральній формі**. Ця теорема застосовується при довільному розміщенні діелектриків і поверхонь, що їх обмежують. Об'єм інтегрування може бути заповнений різними діелектриками, а поверхня S , що обмежує цей об'єм, може проходити довільно у вакуумі або перетинати діелектрики.

Застосовуючи (4.17), формулу (4.22) можна записати так

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}. \quad (4.25)$$

Таким чином, у зовнішньому електричному полі речовина поляризується. Стан поляризації речовини повністю визначається вектором поляризації $\vec{P}$, який є сумарним дипольним моментом одиниці об'єму поляризованого однорідного діелектрика. Вклад поляризованої речовини в електричне поле напруженістю $\vec{E}$ дорівнює вкладові, який могли б дати у вакуумі заряди, розподілені з об'ємною густиною $\rho_{\text{пол}} = -\text{div}\vec{P}$. У разі однорідної поляризації діелектрика цей вклад визначається розподілом поверхневих зарядів $\sigma'_0 = \pm P_n$.

4.4 Сегнетоелектрики

Експериментальні дослідження діелектриків показали, що за своєю поведінкою в зовнішньому електричному полі вони можуть бути поділені на лінійні і нелінійні діелектрики. З-поміж нелінійних твердих діелектриків найпоширенішими є сегнетоелектрики.

Сегнетоелектриками називають полярні кристалічні діелектрики, які в певному інтервалі температур спонтанно поляризовані, а вектор спонтанної поляризації істотно залежить від зовнішніх впливів (електричних полів, змін температури тощо). На межах інтервалу температур спонтанної поляризації сегнетоелектрики зазнають фазових переходів і стають звичайними полярними діелектриками. Крім того, значення і напрям спонтанної поляризації їх можуть бути змінені навіть у порівняно слабких електричних полях.

З підвищенням температури вище деякого значення T_K , характерного для кожного сегнетоелектрика, відбувається **фазовий перехід**, внаслідок якого **сегнетоелектричні властивості зникають** і кристал переходить у звичайний неполярний діелектрик. Такий стан кристала називають параелектричним, а фазу – неполярною. **Температуру T_K називають температурою Кюрі** або точкою фазового переходу – точкою Кюрі. Здебільшого сегнетоелектрики мають одну точку Кюрі, нижче від якої діелектричні кристали є сегнетоелектриками, а вище – звичайними полярними діелектриками.

У певному інтервалі температур спонтанно поляризований стан сегнетоелектрика є статистично ймовірнішим, ніж неполяризований. Рівноважному станові макроскопічної системи відповідає мінімум енергії. Спонтанно поляризований стан сегнетоелектрика, як рівноважний, має мінімум енергії, що можливо за умови, коли зовнішнє поле спонтанно

поляризованого діелектрика прямуватиме до нуля. А це можливо при умові утворення **доменів** (від фр. *domaines*, тут – ділянки, області однорідної спонтанної поляризації) з **різною просторовою орієнтацією поляризації**. У такому разі поля окремих доменів взаємно компенсуватимуться і сегнетоелектрик у цілому не виявлятиме електричного поля. Вільна енергія спонтанного поля діелектрика буде мінімальною.

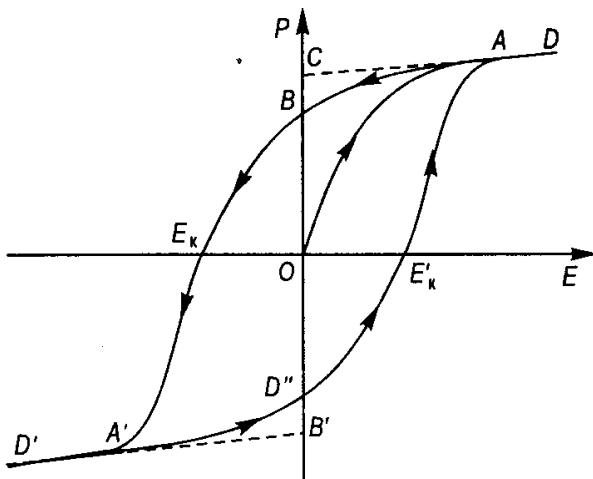


Рисунок 4.3

Кількість доменів та взаємна орієнтація їхньої спонтанної поляризації залежать від симетрії кристалів. Форма, орієнтація і розміри доменів змінюються при зміні температури, тиску, зовнішнього електричного поля тощо.

Існує окремий тип сегнетоелектриків, в яких у межах кожного домену орієнтація окремих диполів є антипаралельною. Їх називають **антисегнетоелектриками**.

У зовнішньому електричному полі напруженістю $\vec{E}$ межі доменів зміщуються. При цьому об'ємні розміри доменів, поляризованих за полем, збільшуються за рахунок доменів, поляризованих проти поля. У сильних полях зразки сегнетоелектриків практично стають монодоменими (поляризація насичення). Після зняття зовнішнього поля поляризованість сегнетоелектриків може зберігатись протягом досить тривалого часу (подібно до постійних магнітів).

На рис. 4.3 показано залежність $\vec{P}(\vec{E})$ для сегнетоелектрика. Спочатку збільшення $\vec{P}$ залежно від напруженості електричного поля $\vec{E}$ відбувається вздовж кривої OA. У точці A поляризація всіх доменів виявляється орієнтованою вздовж поля напруженістю $\vec{E}$. При наступному збільшенні напруженості $\vec{E}$ крива OA переходить у пряму лінію AD, тобто залежність $\vec{P}$ від $\vec{E}$ має лінійний характер. Зі зменшенням напруженості електричного поля зміна поляризації відбувається не по кривій DAO, а по новій кривій DAB. При досягненні $\vec{E}=0$ поляризація має деяке залишкове значення $\vec{P}_s$. Залишкова поляризація зникає тільки при накладанні певного електричного поля протилежного напрямку $-\vec{E}_K$. Напруженість $\vec{E}_K$ поля, при якій усувається залишкова поляризація даного діелектрика, називається його **коерцитивною силою**. Наступна зміна напруженості поля

спричиняє зміну $\vec{P}$ вздовж кривої $BA'D'$, а зі зменшенням напруженості поля до нуля поляризація відбувається вздовж $D'AD''$. Зміна напрямку напруженості та наступне її зростання зумовлюють утворення так званої діелектричної петлі гістерезису. Стрілки на кривій рис. 4.3 показують залежність $\vec{P}$ від зміни напруженості електричного поля $\vec{E}$. Вимірюючи параметри петлі гістерезису при різних температурах, можна дослідити залежність $\vec{P}_s(T)$. Ця залежність для різних сегнетоелектриків є різною.

Діелектрична проникність є сегнетоелектриків залежить від температури і в точці Кюрі набуває аномально великих значень. Для багатьох сегнетоелектриків при $T > T_K$ (неполярна фаза) температурна залежність $\epsilon(T)$ наближено описується законом Кюрі – Вейса:

$$\epsilon = \frac{C}{T - T_K}, \quad (4.30)$$

де C – стала Кюрі, яка є різною для різних сегнетоелектриків.

Діелектрична проникність сегнетоелектриків залежить від напруженості зовнішнього електричного поля. Ця залежність має складний характер.

Сегнетоелектрики широко застосовуються в різних галузях сучасної техніки: у виготовленні конденсаторів (великі ϵ), п'єзотехніці (великий п'єзоэффект), електро- і акустооптиці, нелінійній (велика нелінійність діелектричної сприйнятливості) та квантовій оптиці, системах обробки інформації. П'єзоелектричну кераміку використовують для виготовлення акустичних випромінювачів, високовольтних генераторів тощо. Застосування сегнетоелектриків швидко наростає. Темпи досліджень, розроблення і впровадження сегнетоелектриків зараз є більш високими, ніж фєро- і напівпровідникових матеріалів.

4.5 П'єзоелектричний ефект та його використання

У природі існує багато кристалічних речовин, які при деформаціях у певних напрямках поляризуються. Явище виникнення на гранях кристалів зв'язаних електричних зарядів протилежних знаків внаслідок їх механічної деформації **називають прямим п'єзоелектричним ефектом**. Це явище відкрили і дослідили у 1880 р. Жак і П'єр Кюрі на кристалі кварцу. П'єзоелектричний ефект притаманний лише йонним кристалам, які не мають центра симетрії. Якщо кристал має центр симетрії, то у разі однорідної механічної деформації центр симетрії зберігається, а центри позитивних і негативних йонів

кристала збігаються, отже, в них не може виникати п'єзополаризація. Знак зв'язаних зарядів на гранях кристала при деформаціях однозначно визначається напрямом і характером деформації. Якщо при стисканні на певній грані виникає позитивний заряд, то при розтягуванні ця грань заряджається негативно. Після припинення деформації кристалічний діелектрик повертається в неполярний стан. Такі діелектрики називають п'єзоелектриками.

П'єзоелектричний ефект оборотний. Прикладання різниці потенціалів до граней кристала кварцу зумовлює його механічну деформацію (розтяг або стиск залежно від полярності напруги). **Явище деформації п'єзоелектричного кристала під дією прикладеної до його граней різниці потенціалів електричного поля називають оберненим п'єзоелектричним ефектом.** Відносна деформація п'єзокристала в змінному електричному полі є максимальною, якщо частота поля збігається з власною частотою його механічних коливань (явище резонансу).

Використовують п'єзоелектричні матеріали для виготовлення п'єзодатчиків, призначених перетворювати механічні коливання в електричні, та акустичних генераторів – для перетворення електричних змін у звукові коливання. З них виготовляють адаптери для відтворення звуку, різні прилади для вимірювання частоти й амплітуди вібрацій двигунів, турбін, літаків тощо; п'єзоелектричні сейсмографи для реєстрації коливань земної кори, прилади для вимірювання прискорень – акселерометри, п'єзоелектричні манометри (датчики тиску), стабілізатори частоти радіостанцій тощо. Отримання і дослідження нових п'єзоелектричних речовин є однією з прикладних проблем фізики діелектриків.

4.6 Контрольні запитання

1. Опишіть поведінку електричного диполя в електростатичному полі.
2. Що називається діелектриком?
3. Назвіть основні характеристики поляризованого стану діелектриків.
4. Дайте визначення вектора електричного зміщення.
5. Запишіть теорему Гаусса для електростатичного поля в діелектрику.
6. Що називається сегнетоелектриком?
7. Опишіть основні аспекти п'єзоелектричного ефекту.

5 Постійний електричний струм

5.1 Електричний струм. Сила і густина струму

Електричним струмом називають упорядкований рух електричних зарядів. Заряджені частинки, упорядкований рух яких створює струм, називають **носіями заряду**. У металах і напівпровідниках струм створюють рухомі **вільні електрони**, в електролітах – **позитивні та негативні йони**, в йонізованих газах – **електрони** і позитивні та негативні **йони**. Речовини, що проводять електричний струм, називають **провідниками** або **напівпровідниками**. До провідників належать метали, електроліти та плазма.

Основним способом утворення струму є створення і підтримування в провідниках електричного поля. Під дією сил електричного поля виникає упорядкований рух носіїв заряду. Позитивні заряди рухаються в напрямі вектора напруженості поля $\vec{E}$, а негативні – у протилежному напрямі. За напрям електричного струму прийнято вважати напрям руху позитивно заряджених частинок.

Кількісними характеристиками електричного струму є **сила струму** і **густина струму**.

Силою струму називають скалярну величину, яка чисельно дорівнює зарядові, що переноситься крізь поперечний переріз провідника за одиницю часу.

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad (5.1)$$

де dt – нескінченно малий проміжок часу, за який крізь поперечний переріз провідника проходить заряд dq .

Електричний струм може бути утворений рухом носіїв як позитивного, так і негативного заряду. Якщо в провіднику одночасно рухаються носії заряду обох знаків і при цьому за час dt крізь поперечний переріз вони переносять позитивний заряд dq^+ в одному напрямі, а негативний заряд dq^- – у протилежному, то сила струму

$$I = \frac{dq^+}{dt} + \frac{dq^-}{dt}. \quad (5.2)$$

Співвідношення (5.1) виражає миттєве значення сили струму. Однак сила струму з часом може змінюватись, тобто $I = I(t)$.

Якщо за однакові скінченні проміжки часу Δt крізь поперечний переріз провідника проходять однакові заряди Δq і напрям струму при цьому не змінюється, то такий струм

називають **стаціонарним** або **постійним**. Сила постійного струму визначається відношенням

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}. \quad (5.3)$$

Електричний струм може бути розподілений по перерізу провідника нерівномірно, що зумовлено складним тривимірним характером руху заряджених частинок в об'ємі провідника.

Для докладного опису переносу зарядів у провіднику електричний струм характеризують вектором густини струму $\vec{j}$. **Густина струму** чисельно дорівнює відношенню сили струму dI , що проходить крізь перпендикулярну до напрямку руху носіїв поверхню dS , до площі цієї поверхні, тобто

$$j = \frac{dI}{dS}. \quad (5.4)$$

Розглянемо найпростіший випадок, коли провідник містить носії позитивного заряду $q = e$. Нехай середня швидкість упорядкованого руху носіїв дорівнює $\vec{v}_d$

$$\vec{j} = n_0 e \vec{v}_d, \quad (5.5)$$

де n_0 – концентрація носіїв

Густиною електричного струму називають даний вектор, значення якого описується формулою (5.5), а напрям збігається з напрямом $\vec{v}_d$ упорядкованого руху позитивних зарядів:

$$\vec{j} = n_0 e \vec{v}_d. \quad (5.6)$$

Якщо в провіднику носіями струму є електрони, то

$$\vec{j} = -n_0 |e| \vec{v}_d, \quad (5.7)$$

де $|e|$ – абсолютне значення заряду електрона; знак мінус означає, що **напрямок струму** протилежний напрямові упорядкованого руху електронів.

Вектор густини струму $\vec{j}$ визначає електричний струм у даній точці провідника, де заряджені частинки рухаються зі швидкістю $\vec{v}_d$. Знаючи густину струму в кожній точці провідника, можна розрахувати силу струму в цьому провіднику за формулою

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}. \quad (5.8)$$

Інтегрування проводиться за площею поперечного перерізу провідника. У разі рівномірного розподілу струму по площі S поперечного перерізу провідника, перпендикулярній до напрямку струму, сила постійного струму

$$I = jS. \quad (5.9)$$

Сила струму вимірюється в амперах (А). В СІ одиниця сили струму **ампер** є основною.

З формули (5.3) в СІ визначається одиниця електричного заряду – кулон (Кл): **1 Кл – це кількість електрики, що при постійному струмі в 1 А переноситься крізь поперечний переріз провідника за 1 с.**

Одиницею густини струму в СІ є ампер на квадратний метр (А/м^2).

5.2 Сторонні сили, електрорушійна сила і напруга

Постійний струм проходить в провіднику до того часу, поки в ньому існує стаціонарне електричне поле. Припустимо, що в цьому полі на носії заряду діють тільки кулонівські сили, які переносять позитивні заряди в напрямку поля від вищого потенціалу до нижчого. Оскільки кулонівські сили потенціальні і роботу по переміщенню зарядів виконують завдяки енергії електричного поля, то переміщення носіїв заряду дуже швидко приведе до того, що поле всередині провідника зрівноважиться ($\vec{E} = 0$), провідник стане екіпотенціальним і струм припиниться. Отже, постійний струм у провіднику неможливо підтримувати за допомогою одних кулонівських сил. Для цього разом з кулонівськими силами потрібна дія інших сил **неелектричної** природи, внаслідок роботи яких можна протягом тривалого часу підтримувати незмінною напруженість електричного поля $\vec{E}$ всередині провідника.

Будь-які сили неелектростатичної природи, які діють на заряджені частинки, називають **сторонніми силами**.

Сторонні сили можуть діяти як на окремих ділянках, так і по всій довжині замкненого контуру. Вони можуть бути зумовлені механічними або хімічними процесами, дифузією носіїв заряду в неоднорідному середовищі, змінними магнітними полями, освітленням поверхні деяких речовин короткохвильовим випромінюванням тощо. Пристрій, в якому виникають сторонні сили, називають **джерелом струму**. Наприклад, гальванічний елемент, генератор електричного струму, термopара, сонячна батарея. Ділянка кола, яка містить джерело струму, називається неоднорідною ділянкою.

Джерелом електричної енергії називають пристрій, який перетворює енергію будь-якого виду в електричну.

Густина струму $\vec{j}$ не залежить від фізичної природи сили $\vec{F}$, яка діє на носії зарядів і збуджує електричне поле в провіднику. Цю силу можна розкласти на дві частини: електричну силу і сторонню силу, до якої входять всі сили неелектростатичної

природи. Сторонні сили можна характеризувати також **напруженістю поля $\vec{E}_{\text{ст}}$, яка за означенням дорівнює сторонній силі, що припадає на одиницю заряду.**

Всередині джерела поле сторонніх сил напруженістю $\vec{E}_{\text{ст}}$ проявляє себе так само, як і потенціальне поле електричних сил напруженістю $\vec{E}$. Але в усьому просторі поле сторонніх сил не потенціальне – циркуляція вектора напруженості $\vec{E}_{\text{ст}}$ не дорівнює нулеві. Завдяки саме цій властивості сторонні сили здатні збуджувати і підтримувати постійні струми в провідниках, приєднаних до полюсів джерела струму.

Сторонні сили характеризуються роботою, яку вони виконують при переміщенні зарядів по колу або на ділянці кола. **Скалярну величину ε , яка дорівнює роботі сторонніх сил, що виконується при перенесенні одиничного заряду по замкненому колу, називають електрорушійною силою (ЕРС) джерела струму, що діє в замкненому колі або на його ділянці.** Якщо робота сторонніх сил по переміщенню заряду q дорівнює A , то за означенням

$$\varepsilon = \frac{A}{q}. \quad (5.10)$$

Роботу сторонніх сил при переміщенні заряду q по замкненому колу можна виразити через криволінійний інтеграл по контуру струму:

$$A = \oint \vec{F}_{\text{ст}} d\vec{l} = q \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}, \quad (5.11)$$

де $d\vec{l}$ – вектор елементарного переміщення позитивного заряду q .

З (5.10) одержимо вираз ЕРС, яка діє в замкненому колі:

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}. \quad (5.12)$$

Електрорушійна сила, що діє в замкненому колі, визначається як циркуляція вектора напруженості поля сторонніх сил.

Електрорушійна сила є енергетичною характеристикою самого джерела струму. Із формули (5.10) випливає, що розмірність ЕРС збігається з розмірністю потенціалу, тому ЕРС, як і потенціал, у системі одиниць СІ вимірюють у вольтах.

Стаціонарне електричне поле постійних струмів є потенціальним силовим полем і можна говорити про потенціал окремих точок провідника, по якому проходить струм, або про різницю потенціалів між ними. Уздовж провідника в напрямі струму потенціал монотонно зменшується від значення φ_2 на одному з його кінців до значення φ_1 на другому. **Різницю потенціалів $\varphi_2 - \varphi_1 = U$ називають спадом напруги на**

провіднику. Якщо струму немає, то говорять про **напругу**. Напругу, як і потенціал, вимірюють у вольтах.

5.3 Закон Ома для ділянки кола в диференціальній і інтегральній формах. Закон Ома для повного кола

Німецький фізик Г. Ом експериментально встановив закон: **сила струму в однорідному провіднику прямо пропорційна напрузі на кінцях цього провідника**

$$I = k U, \quad (5.13)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який називають провідністю провідника. На практиці частіше користуються оберненою до провідності величиною $R = 1/k$, яку Г. Ом назвав електричним опором провідника. Тоді формула закону Ома записується так:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (5.14)$$

Формула (5.14) це – закон Ома для однорідної ділянки кола в інтегральній формі.

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}, \quad (5.17)$$

де $\frac{1}{\rho} = \sigma$ – питома електропровідність.

Формула (5.17) виражає закон Ома в диференціальній формі для однорідної ділянки кола: **густина електричного струму в будь-якій точці фізично однорідного провідника пропорційна напруженості електричного поля E . Коефіцієнт пропорційності – питома електропровідність σ – залежить тільки від хімічної природи матеріалу провідника, а його форма і розміри значення не мають.**

Закон Ома з високою точністю виконується в широкому діапазоні значень напруженості поля для численних однорідних речовин (металів, сплавів, електролітів). Рівняння (5.17) одержало обґрунтування як у класичній, так і в квантовій теорії провідності металів при звичайних і високих температурах і є одним із найважливіших рівнянь електродинаміки. Проте закон Ома не має характеру фундаментального закону.

Тепер розглянемо закон Ома для неоднорідної ділянки кола, такої ділянки, яка містить джерело струму, або іншими словами, на цій ділянці присутня ЕРС.

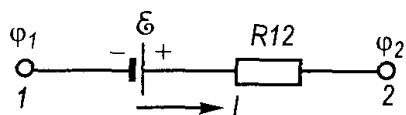


Рисунок 5.3

Вважаємо, що постійний електричний струм проходить уздовж тонкого провідника. Припустимо, що на ділянці провідника між перерізами

1 і 2 діють сторонні сили – міститься гальванічний елемент, ЕРС якого дорівнює ε (рис. 5.3)

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon, \quad (5.18)$$

де $\varphi_1 - \varphi_2$ – різниця потенціалів, яка підтримується на кінцях ділянки 1-2; I – сила струму, що діє в даній ділянці; R_{12} – опір ділянки кола. **Добуток сили струму на опір ділянки кола IR_{12} називають спадом напруги на цій ділянці.**

Формула (5.18) виражає в **інтегральній формі закон Ома для неоднорідного кола**. Спад напруги на ділянці кола визначається як алгебрична сума різниці потенціалів на її кінцях і електрорушійної сили, що діє на цій ділянці.

Якщо з'єднати кінці 1 і 2 неоднорідної ділянки, то їх потенціали вирівнюються ($\varphi_1 = \varphi_2$) і утвориться замкнене коло. Тоді зв'язок між силою струму і ЕРС виражається **законом Ома для повного кола**

$$\varepsilon = \frac{I}{R + r}, \quad (5.19)$$

де R – опір провідника, приєднаного до полюсів джерела струму (опір зовнішньої частини кола); r – внутрішній опір джерела.

У замкненому колі можна отримати максимальну силу струму від даного джерела, якщо опір зовнішнього кола дорівнює нулеві (коротке замикання):

$$I = \frac{\varepsilon}{r}. \quad (5.20)$$

Даний струм називають струмом короткого замикання.

5.4 Опір провідників та явище надпровідності

Опір однорідного провідника при не дуже великих струмах не залежить від сили струму, а визначається геометричними розмірами провідника, хімічною природою матеріалу та його фізичним станом (температура, тиск). Електричний опір металів зумовлений розсіянням електронів провідності на структурних неоднорідностях і теплових коливаннях кристалічної ґратки.

Опір провідника в СІ вимірюють в омах (Ом), а провідність – у сименсах (См). **1 Ом – це опір такого провідника, в якому при напрузі 1 В проходить струм силою 1 А: $[R] = V/A = 1 \text{ Ом}$.**

Опір однорідного провідника

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (5.21)$$

де l – довжина провідника; S – площа його поперечного перерізу; ρ – коефіцієнт пропорційності, який залежить від властивостей матеріалу та фізичного стану провідника.

Питомий опір (ρ) – це опір куба речовини з ребром 1 м, якщо струм проходить паралельно ребру цього куба. Одиницею питомого опору в СІ є ом-метр: $[\rho] = 1 \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

Величина σ , обернена до питомого опору провідника, називається питомою провідністю або питомою електропровідністю:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (5.22)$$

Питому електропровідність речовини в СІ вимірюють у сименсах на метр: $[\sigma] = 1 \text{ См/м}$.

Для провідників різної хімічної природи значення σ істотно відрізняються. Залежно від електропровідності всі речовини поділяються на провідники ($\sigma > 10^6 \text{ См/м}$), діелектрики ($\sigma < 10^{-10} \text{ См/м}$) і напівпровідники з проміжними значеннями σ . Цей поділ умовний, оскільки електропровідність змінюється в широких межах при зміні стану речовини (температури, тиску, агрегатного стану) і залежить від зовнішніх впливів (магнітного та електричного полів опромінення тощо).

Залежність питомого опору однорідної речовини від температури характеризують температурним коефіцієнтом опору

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}. \quad (5.23)$$

Температурний коефіцієнт опору α чисельно дорівнює відносній зміні опору провідника при зміні його температури на один кельвін. Для різних речовин температурний коефіцієнт опору має різне значення і може мати різні знаки: для металевих провідників $\alpha > 0$, а для електролітів $\alpha < 0$. Для більшості хімічно чистих металевих провідників, в температурному інтервалу поблизу 0°C , питомий опір металу збільшується з підвищенням температури за лінійним законом:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t^0), \quad (5.24)$$

де ρ_0 – питомий опір при 0°C ; t^0 – температура за шкалою Цельсія.

У загальному випадку температурний коефіцієнт опору речовини змінюється зі зміною температури і залежність $\rho(T)$ має нелінійний характер.

Залежність електропровідності від температури провідника характеризується температурним коефіцієнтом провідності

$$\alpha = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dT}, \quad (5.25)$$

який дорівнює температурному коефіцієнтові опору (5.23), взятому з протилежним знаком. Для чистих металів у деякому температурному інтервалі питома провідність лінійно зменшується з підвищенням температури:

$$\sigma = \sigma_0(1 + \alpha t^0), \quad (5.26)$$

де σ_0 – електропровідність при 0°C .

Електропровідність речовини в сильних електричних полях залежить від напруженості поля. Сильними вважають поля, носії заряду в яких набувають дрейфову швидкість, близьку до швидкості хаотичного руху. У цьому разі вводять поняття диференціальної електропровідності $\sigma = dj/dE$ і нелінійну залежність $j(E)$ виражають співвідношенням

$$\vec{j} = \int_0^E \sigma(\vec{E}) d\vec{E}. \quad (5.27)$$

Відхилення від лінійного закону спостерігається також і в слабких полях, коли в провідниках змінюється концентрація носіїв заряду або коли концентрація є настільки низькою, що струм практично не залежить від напруженості поля (наприклад, струм насичення в йонізованих газах, вакуумних діодах, фотоелементах).

Відхилення від закону Ома в нелінійних провідниках використовується так само широко, як і закон Ома в лінійних провідниках. Сучасні електроніка та радіотехніка були б неможливі без застосування нелінійних елементів.

Явище надпровідності. У 1911 р. нідерландський фізик Г. Камерлінг-Оннес (1853-1926) відкрив стрибкоподібне спадання до нуля електричного опору деяких металів при низьких температурах. Уперше це явище було виявлене в дослідях із ртуттю при температурах $T \leq 4,2\text{ K}$. Сучасні вимірювання свідчать, що питомий опір провідника в такому стані не перевищує $10^{-25}\text{ Ом}\cdot\text{м}$.

Явище спадання до нуля електричного опору в провідниках з електронним типом провідності при низьких температурах називають надпровідністю. Температуру T_K , нижче якої спостерігається перехід провідника в надпровідний стан, називають **критичною**. Перехід у надпровідний стан відбувається різко. З переходом у надпровідний стан кристалічна структура металу, його механічні, деякі теплові та оптичні властивості залишаються незмінними, істотно змінюються тільки електричні та магнітні властивості. Найважливіша властивість

надпровідників – нульове значення електричного опору постійному струмові.

У 1914 р. Г. Камерлінг-Оннес виявив, що надпровідний стан руйнується магнітним полем, напруженість якого перевищує деяке критичне значення H_K . Критичне значення магнітного поля залежить від природи надпровідника і його температури. Критичне магнітне поле може бути створене і струмом у самому надпровіднику. Тому значення сили струму, при якій надпровідність зникає, називають критичним струмом. **Кожній температурі відповідає певне значення критичного магнітного поля і струму.**

У 1933 р. німецькі фізики В. Мейснер (1882-1974) і Р. Оксенфельд відкрили ще одну важливу властивість надпровідників: зовнішнє магнітне поле напруженістю $H < H_K$ не проникає всередину надпровідника, вісь якого напрямлена вздовж поля, а зосереджується тільки в тонкому поверхневому шарі. Це явище називають ефектом Мейснера. Ефект Мейснера пояснюється тим, що в надпровіднику, розміщеному в слабкому магнітному полі, а точніше, в його поверхневому шарі близько 10^{-7} м завтовшки, створюються такі колові незгасаючі струми, які своїм магнітним полем повністю компенсують зовнішнє магнітне поле всередині надпровідника. Зовнішнє поле проникає тільки на глибину поверхневого шару, в якому проходять струми.

Явище надпровідності має суцільно квантову природу і може бути пояснене тільки квантовою теорією. Надпровідний стан є макроскопічним квантовим станом металу. Такий стан створюється також у рідкому He при низьких температурах ($T < 2,19$ К), у цьому разі квантова рідина проявляє властивість надплинності. Послідовну мікроскопічну теорію надпровідності створили в 1967 р. український фізик-теоретик М. М. Боголюбов і незалежно американські фізики Дж. Бардін (1908-1991), Л. Купер (н. 1930 р.) та Дж. Шріффер (н. 1931 р.).

Сучасна теорія надпровідності ґрунтується на ефекті Купера, який полягає в об'єднанні електронів провідності у металі в пари. Утворення пар електронів провідності при низьких температурах, передбачене Л. Купером теоретично в 1956 р., було підтверджено експериментально. Досліди показали, що струм надпровідності створюється рухом частинок, негативний заряд яких у два рази більший від заряду електрона. В основному стані металу при низьких температурах ($T \rightarrow 0$) електрони як фермі-частинки з напівцілим спіном підлягають принципу Паулі та законові розподілу Фермі-Дірака. Розподіл електронів за імпульсами такий, що у металі є електрони з однаковими і протилежно напрямленими імпульсами, а максимальні значення

імпульсів обмежені енергією Фермі. Згідно з теорією Купера два електрони, що перебувають поблизу рівня Фермі та мають протилежно напрямлені імпульси і спіни, можуть об'єднатися й утворити зв'язаний стан (куперівську пару), незважаючи на кулонівські сили відштовхування між ними. Об'єднання електронів у пару відбувається завдяки їхній взаємодії через йонну ґратку. Взаємодія виникає внаслідок обміну віртуальними фононами (квазічастинками, що відповідають коливанням йонної ґратки) і має характер притягання. Куперівська пара має нульове значення спіну і невелику енергію зв'язку, її електричний заряд дорівнює $2e$. При $T = 0$ всі електрони провідності об'єднуються в пари.

Квантові частинки з цілим спіном загалом не підлягають принципу Паулі. Сукупність таких частинок утворює невироджений газ, стан якого описується квантовою статистикою Бозе-Ейнштейна. При $T < T_0$ у (T_0 – температура конденсації бозе-газу) газ стає виродженим. Метал у надпровідному стані перебуває при $T < T_0$. За таких умов рух частинок відбувається практично без втрат енергії. Куперівські електронні пари розглядаються як бозе-частинки з нульовим спіном. У надпровідному стані в металі відбувається так звана бозе-конденсація – система куперівських пар переходить у стан надплинності. Отже, **надпровідність металу трактується як надплинність електронної квантової рідини.**

Однією з основних проблем у фізиці надпровідності є проблема підвищення температури переходу в надпровідний стан, тобто створення матеріалів, температура переходу яких у надпровідний стан була б значно вищою від температури рідкого азоту. Майже за 60 років з часу відкриття явища надпровідності вдалося розширити температурний інтервал переходу в надпровідний стан від 4,2 до 23,2 К (Nb_3Ge). У 1986 р. виявлено надпровідність у системах Ва – La – Cu – O при температурах 30-35 К, а через рік групою фізиків США під керівництвом Ц. Ву (н. 1913 р.) було одержано надпровідну кераміку при температурі 92 К. Нині відкрито надпровідні полімери і ведуться пошуки нових матеріалів, здатних переходити в стан надпровідності при звичайних температурах. Вирішення цієї проблеми матиме надзвичайно важливе значення для науково-технічного прогресу.

5.5 Робота і потужність постійного електричного струму.

Закон Джоуля-Ленца

При переміщенні зарядів по замкненому колу кулонівські і сторонні сили виконують роботу. Розглянемо ділянку

однорідного провідника з опором R , на кінцях якого напруга дорівнює U .

При постійному струмі силою I за скінчений проміжок часу t робота електричного струму на зовнішній ділянці кола

$$A = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t. \quad (5.28)$$

Якщо струм з часом змінюється, тобто $I = I(t)$, то робота струму за час t визначається формулою

$$A = \int_0^t I^2(t) R dt. \quad (5.29)$$

Кулонівські та сторонні сили за цей час, переміщуючи заряд q по замкненому колу, виконують завдяки енергії джерела струму загальну роботу $A_{\text{заг}} > A$, що дорівнює сумі робіт з перенесення заряду q по зовнішній і внутрішній частинах електричного кола. Оскільки ЕРС джерела струму чисельно дорівнює роботі, що виконується при перенесенні одиничного заряду по замкненому колу, то при постійному струмі I за час t виконується робота

$$A_{\text{заг}} = \epsilon I t = \frac{\epsilon^2 t}{R + r}. \quad (5.30)$$

Потужністю електричного струму називають величину, що чисельно дорівнює роботі, яку виконує струм за одиницю часу:

$$P = \frac{A}{t}. \quad (5.31)$$

У зовнішній частині кола з опором R при постійному струмі виділяється **корисна потужність**

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad (5.32)$$

або з урахування струму для повного кола корисна потужність на опорі R

$$P = \frac{\epsilon^2 R}{(R + r)^2}. \quad (5.33)$$

При цьому **загальна потужність** джерела струму на зовнішній і внутрішній частинах електричного кола

$$P_3 = \frac{\epsilon^2}{R + r}. \quad (5.34)$$

Відношенням корисної потужності до загальної потужності джерела визначають коефіцієнт корисної дії джерела струму

$$\eta = \frac{P}{P_3} = \frac{R}{R + r}. \quad (5.35)$$

Як видно з формули (5.33), при заданих характеристиках ϵ і r джерела струму корисна потужність залежить від опору R зовнішньої частини кола (опору споживача енергії електричного струму). Існує оптимальне значення опору R , при якому дане джерело струму віддає максимальну потужність споживачеві. Для визначення цього опору достатньо дослідити на максимум функцію $P(R)$, задану рівнянням (5.33). З умови максимуму $dP/dR = 0$ одержуємо, що $R = r$, тобто оптимальний опір навантаженні даного джерела струму дорівнює внутрішньому опоріві цього джерела. За цієї умови

$$P_{\max} = \frac{\epsilon^2}{4r}; P_3 = \frac{\epsilon^2}{2r}; \eta = \frac{P_{\max}}{P_3} = \frac{1}{2}. \quad (5.36)$$

При такому режимі роботи джерела струму половина загальної потужності буде корисною. З формули (5.34) випливає, що джерело струму розвиває найбільшу загальну потужність при $R = 0$ (коротке замикання). У цьому разі вся потужність виділяється всередині джерела і корисна потужність дорівнює нулеві.

Одиниці роботи і потужності пов'язані з одиницями сили струму, напруги і опору:

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ А} \cdot \text{В} \cdot \text{с} = 1 \text{ А}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{с} = 1 \frac{\text{В}}{\text{Ом}} \text{ с};$$

$$1 \text{ Вт} = 1 \text{ А} \cdot \text{В} = 1 \text{ А}^2 \cdot \text{Ом} = 1 \frac{\text{В}^2}{\text{Ом}}.$$

У разі проходження струму по нерухомому провіднику, в якому не відбуваються хімічні перетворення, робота струму перетворюється у внутрішню енергію провідника. Це положення, встановлене експериментально Дж. Джоулем у 1841 р. і підтверджене точними дослідями російського фізика Е. Ленца (1804–1865) в 1842 р., формулюється як закон Джоуля–Ленца: кількість теплоти, що виділяється в провіднику при проходженні по ньому постійного електричного струму, прямо пропорційна добуткові квадрата сили струму, опору провідника і часу проходження струму:

$$Q = I^2 R t. \quad (5.37)$$

Формула (5.37) це закон Джоуля–Ленца у інтегральній формі, він виражає сумарну кількість теплоти, що виділяється в провіднику, опір якого дорівнює R .

Кількість теплоти, яка виділяється в одиниці об'єму провідника за одиницю часу, називають **питомою потужністю струму**:

$$w = j^2 \rho. \quad (5.38)$$

Закон Джоуля – Ленца в диференціальній формі

$$w = \sigma E^2, \quad (5.39)$$

або

$$w = \vec{j} \vec{E}. \quad (5.40)$$

У загальному випадку локальні характеристики матеріалу провідника σ , електричного поля $\vec{E}$ і густини струму $\vec{j}$ в різних точках провідника є функціями координат. Для визначення кількості теплоти, виділеної у всьому провіднику за час t , потрібно проінтегрувати вираз для w за об'ємом провідника, а потім – за часом t .

$$Q = \int_0^t dt \int_V \rho j^2 dV. \quad (5.41)$$

Звідси як окремий випадок ($\rho = \text{const}$, $j = \text{const}$) впливає формула закону Джоуля – Ленца в інтегральній формі.

5.6 Контрольні запитання

1. Що називається електричним струмом?
2. Дайте визначення сили і густини струму.
3. Що називається електрорушійною силою?
4. Запишіть закон Ома для ділянки кола в диференціальній і інтегральній формах.
5. Запишіть закон Ома для повного кола.
6. Охарактеризуйте основні аспекти явища надпровідності.
7. Запишіть закон Джоуля-Ленца.

6 Кола змінного струму

6.1 Діючі значення сили струму та напруги. Активний та реактивний опори

Під **електричним колом** розуміють систему, яка складається із джерел струму і споживачів електричної енергії (опорів), з'єднаних між собою провідниками.

Відповідно, якщо в якості джерела струму використано джерело, яке дає **змінний струм**, то коло називається **колом змінного струму**. **Змінним струмом** називається такий струм, який періодично змінюється за значенням і напрямом. Найпростіший випадок, коли струм змінюється за законом синуса або косинуса

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (6.1)$$

де I_0 – амплітудне значення сили змінного струму, φ_0 – початкова фаза струму, ω – циклічна швидкість зміни фази струму. Аналогічний закон зміни дійсний і для напруги та ЕРС в колі.

При проходженні електричного струму в колі він виявляє **теплову, магнітну, механічну** та інші дії. У разі проходження постійного струму кількість теплоти, що виділяється у провіднику, пропорційна квадратові сили струму. Для змінного струму, абсолютне значення якого змінюється від нуля до амплітудного значення, необхідно знайти деякий **еквівалент постійного струму**, який виявляв би таку саму дію, як і змінний струм. Такий еквівалент встановлюють за тепловою дією. Під час проходження постійного струму в провіднику опором R за час t виділяється кількість теплоти $Q = I^2 R t$. **Силу змінного струму, при проходженні якого крізь резистор того самого опору R протягом часу t виділяється така сама кількість теплоти Q , називають діючою або ефективною.**

Співвідношення між ефективним і амплітудним значеннями сили змінного струму

$$I_{\text{еф}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}. \quad (6.2)$$

Отже, діюче значення сили змінного струму є меншим від амплітудного в $\sqrt{2}$ разів. Аналогічне співвідношення має місце для діючого й амплітудного значень напруги змінного струму

$$U_{\text{еф}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}. \quad (6.3)$$

Зазначимо, що амперметри і вольтметри, призначені для вимірювань у колах змінного струму, градуують на ефективні значення сили струму і напруги. Для одержання миттєвих значень цих параметрів користуються осцилографом.

Внаслідок скін-ефекту опір провідника змінному струмові може виявлятися більшим, ніж постійному. Тому треба розрізняти омичний опір ($R_0 = \rho l / S$, де ρ – питомий опір, l – довжина, S – площа поперечного перерізу провідника) і активний опір R_a ($R_a \geq R_0$). Для технічних струмів з частотою 50 Гц відмінність між R_0 і R_a є незначною і можна вважати $R_a = R_0$.

Розглянемо ділянку електричного кола, в якому проходить змінний струм. У загальному випадку довільна ділянка кола має **омичний опір, індуктивність і ємність**. Тому

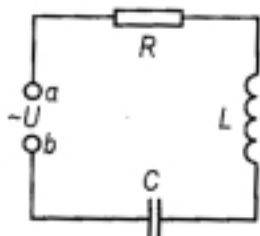


Рисунок 6.1

таку ділянку кола зображають як сукупність послідовно з'єднаних резистора з омичним опором R , котушки індуктивністю L і конденсатора ємністю C (рис. 6.1). Однак може бути послідовне з'єднання всіх трьох відокремлених елементів кола. Тоді вважають, що омичний опір приналежить тільки резисторові, індуктивність – котушці, ємність – конденсаторові.

Нехай коло складається тільки з резистора опором R , до кінців якого прикладено напругу

$$U = U_0 \sin \omega t. \quad (6.4)$$

За законом Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t, \quad (6.5)$$

звідки

$$I_0 = \frac{U_0}{R}. \quad (6.6)$$

Отже, напруга і струм змінюються в однакових фазах, тобто зсув фаз між струмом і напругою дорівнює нулеві. Напруга і струм одночасно досягають максимальних і мінімальних значень (рис. 6.2).

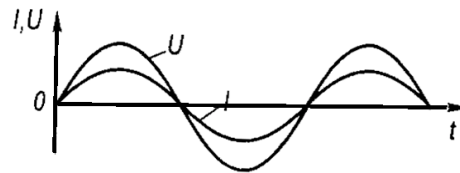


Рисунок 6.2

Розглянемо другий випадок, коли електричне коло має тільки котушку індуктивністю L , а омичним опором її та ємністю нехтуємо.

Нехай різниця потенціалів також змінюється за законом (6.4). Закон зміни струму

$$I = I_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}), \quad (6.7)$$

де
$$I_0 = \frac{U_0}{\omega L}. \quad (6.8)$$



Рисунок 6.3

Отже, коливання струму в котушці відстають за фазою від коливань напруги на $\pi/2$ (рис. 6.3). Роль опору в цьому випадку відіграє величина

$$R_L = \omega L, \quad (6.9)$$

яку називають **індуктивним опором**.

Розглянемо електричне коло, яке має тільки конденсатор ємністю C . Омічним опором і індуктивністю кола нехтуємо.

Нехай напруга змінюється періодично за законом (6.4). Сила струму

$$I = I_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}), \quad (6.10)$$

де
$$I_0 = \omega C U_0. \quad (6.11)$$

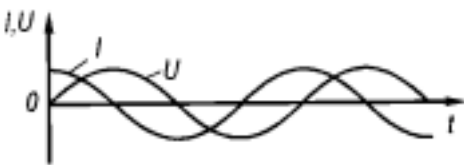


Рисунок 6.4

Отже, коливання напруги на конденсаторі на чверть періоду відстають від коливань струму, тобто зсув фаз між U і I становить $\pi/2$. На рис. 6.4 зображено графіки зміни сили струму і напруги. Роль опору тут відіграє величина

$$R_C = \omega C. \quad (6.12)$$

6.2 Закон Ома для кола змінного струму.

Робота і потужність змінного струму

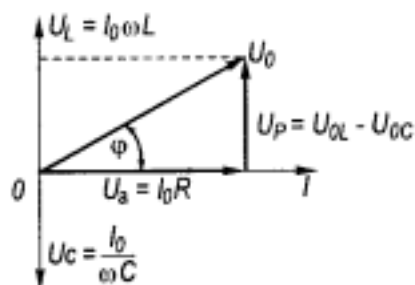


Рисунок 6.5

Розглянемо загальний випадок, коли коло складається з резистора опором R , котушки індуктивністю L і конденсатора ємністю C , з'єднаних послідовно (див. рис. 6.1). Нехай напруга, прикладена до точок **а** і **б**, змінюється за синусоїдним законом (6.4). У колі виникає змінний струм тієї самої частоти

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (6.13)$$

Амплітудне значення сили струму I_0 і зсув фаз між струмом та напругою φ , очевидно, визначаються параметрами кола

R , L , C . Для визначення I_0 і φ скористаємося методом векторних діаграм. За опорну вісь оберемо вісь струмів (рис. 6.5), оскільки з'єднання елементів кола є послідовним і струм в усіх ділянках кола однаковий. Змінний струм зумовлює на резисторі R спад напруги U_R , амплітуда якої дорівнює $I_0 R$, а значення U і R змінюються в однакових фазах. Тому на осі струмів відкладаємо вектор, що відповідає в певному масштабі значенню $U_a = I_0 R$. Напруга на індуктивності випереджає струм за фазою на $\pi/2$, тому вектор $U_L = I_0 \omega L$ буде повернутий відносно осі струму на кут $\pi/2$ проти руху стрілки годинника. Вектор $U_C = I_0 / (\omega C)$, що відповідає амплітуді спаду напруги на конденсаторі, відносно осі струмів буде повернутий на кут $\pi/2$ за рухом стрілки годинника. Результируючий спад напруги в колі U дорівнює векторній сумі спадів напруг U_a , U_C , U_L . Тому векторна сума амплітудних значень U_a , U_C , U_L має дорівнювати амплітудному значенню U , тобто значенню U_0 . Цей вектор з віссю струмів утворює кут φ . З рис. 6.5 маємо

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}}, \quad (6.14)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}. \quad (6.15)$$

Величину $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}$, де R – **активна складова опору** Z , а $\omega L - 1/(\omega C)$ – відповідно **реактивна складова опору**, називають **імпедансом**. Він відіграє роль повного опору кола змінного струму. Значення Z не є сталим, воно залежить від частоти струму.

Співвідношення (6.14) називають **законом Ома для змінного струму**. Ця формула є справедливою для амплітудних або ефективних значень струму і напруги, але не для їхніх миттєвих значень. Рівняння (6.14) дає можливість розв'язувати всі задачі, які стосуються змінних струмів у колах з активним опором, індуктивністю і ємністю аналогічно законові Ома для постійних струмів.

Постійний електричний струм силою I при напрузі U має потужність IU . Миттєве і середнє значення потужності для постійного струму є однаковими. Інша картина має місце в колах змінного струму. В загальному випадку в колі змінного струму між коливаннями сили струму і напруги існує зсув фаз, який визначається параметрами кола. Нехай напруга на кінцях ділянки кола і сила струму в ньому відповідно дорівнюють

$$U = U_0 \sin \omega t, \quad (6.16)$$

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (6.17)$$

Тоді миттєве значення потужності змінного струму

$$P = IU = U_0 I_0 \sin(\omega t + \varphi) \sin \omega t. \quad (6.18)$$

Внаслідок зсуву фаз між струмом і напругою знаки напруги і струму в певні моменти часу можуть бути різними. Можливі й нульові значення сили струму або напруги в окремі моменти часу. Тому миттєві значення потужності можуть бути додатними, від'ємними і мати нульові значення.

Напругу U розкладемо на дві складові: активну U_a і реактивну U_p :

$$U_a = U_0 \cos \varphi \sin \omega t, \quad (6.19)$$

$$U_p = U_0 \cos \varphi \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = U_0 \cos \varphi \cos \omega t. \quad (6.20)$$

Середня потужність, зумовлена активною і реактивною складовими напруги, за час в один період відповідно дорівнюватиме:

$$P_a = \frac{1}{T} \int_0^T I_0 U_0 \cos \varphi \sin^2(\omega t) dt = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos \varphi = I_{\text{еф}} U_{\text{еф}} \cos \varphi. \quad (6.21)$$

$$P_p = \frac{1}{T} \int_0^T I_0 U_0 \cos \varphi \cos(\omega t) \sin(\omega t) dt = 0. \quad (6.22)$$

Отже, середня потужність змінного струму визначається лише активною складовою напруги, тобто

$$P_a = I_{\text{еф}} U_{\text{еф}} \cos \varphi. \quad (6.23)$$

Множник $\cos \varphi$ ще називають **коефіцієнтом потужності змінного струму**. З формули (6.23) випливає, що потужність у колі змінного струму залежить не тільки від сили струму і напруги, а й від кута зсуву фаз між струмом і напругою.

Збільшення коефіцієнта потужності при використанні змінного струму на підприємствах є важливим засобом економії електричної енергії. Найменше допустиме значення $\cos \varphi$ дорівнює 0,85. Якщо споживачі змінного струму мають індуктивний опір, то для зменшення реактивного опору і підвищення $\cos \varphi$ вмикають паралельно ємнісний опір, причому підбирають його таким, щоб $R_C \approx R_L$. Тоді $\varphi \rightarrow 0$ і $\cos \varphi \rightarrow 1$. Другий спосіб полягає в тому, що паралельно до навантаження під'єднують генератор змінного струму, так званий **синхронний компенсатор**. Він виробляє струм, зсунутий за фазою на необхідний кут відносно струму, що надходить від електростанції до споживача.

6.3 Передавання електричної енергії. Трансформатори

Головною технічною перевагою змінного струму є те, що напругу і силу змінного струму можна змінювати без істотних втрат потужності. Прилади, за допомогою яких змінюється напруга змінного струму, називають трансформаторами.

Електрична енергію можна порівняно легко передавати на великі відстані по проводах. При передаванні електричної енергії від джерела до споживача в лініях електропередач проходить струм. Відбуваються втрати електричної енергії у провідниках. Це виділення тепла, яке пропорційне квадратові сили струму та опорів лінії. Ці втрати можна зробити мінімальними, якщо зменшити опір проводів або силу струму в лінії електропередач. Зменшення опору можна досягнути збільшенням поперечного перерізу проводів. Це призвело б до значних витрат металу, громіздкості ліній електропередач. Економічно вигідним є зниження сили струму за допомогою трансформаторів. З винайденням трансформатора з'явилася можливість передавати великі потужності струму на значні відстані з порівняно малими втратами енергії. Перший трансформатор сконструював російський електротехнік П.М. Яблочков (1847–1894) у 1876 р.

Трансформатор – це електромагнітний прилад, призначений для перетворення енергії змінного струму однієї напруги на енергію змінного струму іншої напруги при незмінній частоті. Він складається із замкненого осердя і обмоток. **Осердя** виготовляється з пластин електротехнічної сталі і править за магнітопровід. **Обмотки** розміщені на осерді і виготовляються з ізолюваного дроту у вигляді котушок прямокутної або круглої форми. Обмотка, яка приєднується до джерела струму, називається **первинною**. Обмотка, до якої приєднуються споживачі електричної енергії, називається **вторинною**. Вторинних обмоток може бути декілька.

Трансформатори, в яких у вторинних обмотках число витків більше порівняно з первинною, називаються **підвищувальними**. Якщо навпаки – то такі трансформатори називаються **понижувальними**.

Нехай N_1 і N_2 – кількості витків у первинній і вторинній обмотках відповідно. До первинної обмотки підведено змінну напругу U_1 . Вторинна обмотка розімкнена (режим холостого ходу). Первинна обмотка в колі змінного струму створює значний індуктивний опір, і тому струм I_0 (струм холостого ходу) в первинній обмотці незначний, він відстає від напруги U_1 майже на 90° .

Оскільки осердя замкнено, то розсіювання ліній магнітної індукції в повітрі незначне і можна вважати, що змінний магнітний потік $\Phi = \Phi_0 \sin \omega t$, який створений змінним струмом I_0 , однаковий для обох обмоток. Цей магнітний потік Φ наводить у первинній обмотці ЕРС самоіндукції

$$\varepsilon_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} = \omega N_1 \Phi_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (6.24)$$

яка компенсується прикладеною напругою U_1 . Одночасно той самий потік Φ наводить у вторинній обмотці ЕРС взаємоіндукції

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = \omega N_2 \Phi_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (6.25)$$

Оскільки струм в первинній обмотці I_0 незначний, а струм у вторинній обмотці відсутній, можна вважати, що

$$\varepsilon_1 \approx -U_1 \text{ і } \varepsilon_2 \approx -U_2. \quad (6.26)$$

З формул (6.24) – (6.26) маємо

$$\varepsilon_1 / \varepsilon_2 = N_1 / N_2 = U_1 / U_2 = k, \quad (6.27)$$

де k – коефіцієнт трансформації; якщо $k > 1$ – трансформатор понижувальний, а якщо $k < 1$ – трансформатор підвищувальний.

Якщо розглядати навантажений трансформатор (вторинна обмотка замкнена) і знехтувати незначними втратами енергії на ньому, то можна вважати, що потужності в обох обмотках однакові, тобто $I_1 U_1 \approx I_2 U_2$, звідки

$$I_1 / I_2 = U_2 / U_1 = 1/k. \quad (6.28)$$

У випадку, коли враховувати втрати енергії, ККД трансформатора η , як і всякої іншої машини, визначається відношенням корисної потужності P_2 до всієї затраченої потужності P_1 :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}. \quad (6.29)$$

У силових трансформаторах внаслідок спаду напруги на активному і індуктивному опорах, розсіювання енергії на первинній обмотці при холостому ході трансформатора становить 1–2 %, а тому ККД становить 97–98 %.

Втрати потужності в трансформаторі складаються з втрат у мідних проводах обмоток внаслідок нагрівання провідників, а також втрат у сталі осердя, зумовлених гістерезисом (перемагніченням) і вихровими струмами в осерді. Останні втрати визначаються величиною і частотою зміни магнітного потоку і від навантаження не залежать.

Трансформатори за призначенням поділяють на кілька типів: силові, які застосовують при передаванні і розподіленні

електроенергії для живлення силового та освітлювального навантаження; вимірювальні — для живлення електровимірювальних приладів; спеціальні, до яких належать зварювальні й випробувальні трансформатори, а також трансформатори для рентгенівських апаратів.

6.4 Контрольні запитання

1. Які значення сили струму та напруги називають діючими?
2. Запишіть закон Ома для кола змінного струму.
3. Що називають імпедансом?
4. Запишіть формулу для потужності змінного струму.
5. Опишіть будову трансформатора?
6. Яким чином відбувається процес зміни напруги у трансформаторі?

7 Контактні термоелектричні явища

7.1 Робота виходу електрона з металу. Контактна різниця потенціалів

Робота виходу електрона з металу. Позитивні іони кристалічної ґратки металу створюють у ньому електричне поле, яке створює певний потенціальний бар'єр для електронів. Метал для електрона є потенціальною ямою, вихід з якої можливий лише в тому випадку, коли електрон набуде кінетичної енергії, достатньої для подолання потенціального бар'єра. Для виходу у вакуум електрон має виконати роботу проти сил, які утримують його в металі. Цю роботу називають **роботою виходу електрона**.

Роботою виходу електрона називають найменшу енергію, яку треба затратити для виходу електрона з металу у вакуум. Роботу виходу прийнято позначати як добуток:

$$A = e\phi, \quad (7.1)$$

де ϕ називають **потенціалом виходу** або поверхневим стрибком потенціалу.

Робота виходу електрона є однією з важливих характеристик речовини. Вона залежить від природи матеріалу, стану його поверхні і може істотно змінюватися внаслідок адсорбції різних атомів або молекул на поверхні. Робота виходу електрона з металів дорівнює кільком електрон-вольтам (для калію $A = 2,2$ еВ, для платини – $6,3$ еВ). А нанесення на поверхню вольфраму тонкого шару оксиду лужноземельного металу (Са, Sr, Ва) знижує роботу виходу від $4,5$ до $1,5$ еВ.

Контактна різниця потенціалів. У разі дотикання двох різних металів між ними виникає різниця потенціалів, яку називають **контактною різницею потенціалів**. Це явище відкрив А. Вольта, який експериментально встановив два закони.

1. Контактна різниця потенціалів, що виникає під час дотикання двох різних металів, залежить тільки від хімічного складу і температури металів.

2. Різниця потенціалів між кінцями кола, складеного з послідовно з'єднаних металевих провідників, температура яких однакова, не залежить від хімічного складу проміжних провідників. Вона дорівнює контактній різниці потенціалів, яка виникає у разі безпосереднього з'єднання крайніх провідників.

З цього закону випливає висновок: у замкненому колі твердих провідників з електронним типом провідності, контакти яких перебувають при однаковій температурі, результуюча контактна різниця потенціалів дорівнює нулеві.

Контактна різниця потенціалів має різне значення для різних пар стичних металів, вона становить від кількох десятих вольт до кількох вольтів.

Контактна різниця потенціалів зумовлюється тим, що під час дотикання двох металів частина електронів переходить із одного металу в інший, внаслідок чого один метал заряджається позитивно, інший – негативно.

Повна контактна різниця потенціалів $\Delta\phi$ між двома металами дорівнює алгебричній сумі $\Delta\phi_e$ і $\Delta\phi_i$.

$$\Delta\phi = \Delta\phi_e + \Delta\phi_i \quad (7.2)$$

Різниця потенціалів $\Delta\phi_e$ виникає всередині контакту між точками, які лежать зовні металів поблизу поверхонь, що контактують. Тому $\Delta\phi_e$ називають **зовнішньою контактною різницею потенціалів**. Вона зумовлена різницею робіт виходу для електрона із стичних металів і дорівнює

$$\Delta\phi_e = \frac{A_1 - A_2}{e}. \quad (7.3)$$

Між внутрішніми точками металів виникає додаткова різниця потенціалів $\Delta\phi_i$, яку називають **внутрішньою контактною різницею потенціалів**. $\Delta\phi_i$ зумовлена різними концентраціями електронів у металах

$$\Delta\phi_i = \frac{E_{F1} - E_{F2}}{e}, \quad (7.4)$$

де E_{F1} і E_{F2} – рівні Фермі у першому і другому металах відповідно.

Обидві причини виникнення контактної різниці потенціалів – неоднакові роботи виходу і різні концентрації електронів – у різних парах металів можуть діяти як в одному напрямі, так і в протилежних. Обчислення показують, що числові значення $\Delta\phi_e$ і $\Delta\phi_i$ істотно відрізняються між собою, а саме $\Delta\phi_e > \Delta\phi_i$, тобто контактна різниця потенціалів між двома металами практично визначається зовнішньою контактною різницею потенціалів.

У класичній електронній теорії металів контактна різниця потенціалів визначається

$$\Delta\phi = \frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \cdot \ln(n_1 / n_2), \quad (7.5)$$

де n_1 і n_2 – концентрації електронів в першому і другому металах відповідно.

7.2 Контактні термоелектричні явища. Явище Зеебека

У замкнутому колі, що складається з кількох металів або напівпровідників з однаковою температурою, електричного струму немає. Якщо ж температура в місцях контакту різна, то в колі виникає струм, який називають **термоелектричним**. Електрорушійну силу, що зумовлює цей струм, називають **термоелектрорушійною силою** (термо-ЕРС).

Явище термоелектричного струму відкрив у 1821 р. німецький фізик **Т. Зеебек** (1770–1831).

Систему з двох різних контактуючих металів, металу і напівпровідника або двох напівпровідників з провідностями різних типів називають **термопарою**.

Електрорушійна сила диференціальної термопари складається з електрорушійних сил обох її спаїв. Електрорушійна сила спаю залежить як від природи металів, що перебувають у контакті, так і від температури спаю $\varepsilon = f(T)$. Якщо температура більш нагрітого спаю T_1 , а холоднішого – T_2 , то термоелектрорушійна сила термопари

$$\varepsilon = f(T_1) - f(T_2). \quad (7.6)$$

Термоелектричні властивості пари двох металів при малій різниці температур спаїв характеризує величина

$$\alpha = \frac{d\varepsilon}{dT}, \quad (7.7)$$

яку називають **коефіцієнтом термо-ЕРС**. Для різних металів значення α є неоднаковим. Тому для зручності на практиці коефіцієнт α різних металів визначають відносно свинцю. Тоді коефіцієнт α_{12} металу 1 відносно металу 2 визначається так:

$$\alpha_{12} = \alpha_1 - \alpha_2, \quad (7.8)$$

де α_1 і α – коефіцієнти термо-ЕРС відповідно першого і другого металів відносно свинцю.

Існують такі пари металів, для яких функціональна залежність $f(T)$ у певному інтервалі температур має лінійний характер, тобто

$$f(T) = f_0 + \alpha T. \quad (7.9)$$

Тоді

$$\varepsilon = \alpha(T_1 - T_2). \quad (7.10)$$

До таких пар належать Cu – Bi, Ag – Cu, Au – Cu, Pt – Fe та ін. Для багатьох термопар залежність $f(T)$ описується рівнянням $f(T) = f_0 + \alpha T + \beta T^2$. Для них

$$\varepsilon = \alpha(T_1 - T_2) \left(1 + \frac{\beta}{\alpha}(T_1 + T_2) \right). \quad (7.11)$$

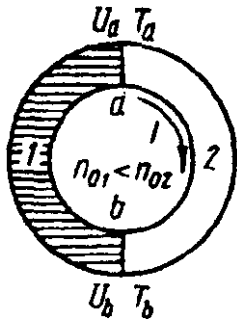


Рисунок 7.1

Розглянемо коло, складене з двох різних металів 1 і 2 (рис. 7.1). Нехай $T_a > T_b$ і $n_{01} < n_{02}$. (n_{01} і n_{02} – концентрація електронів у металі 1 і 2).

Тоді контактні різниці потенціалів у спаях **a** і **b** відповідно дорівнюватимуть (на основі (7.5):

$$U_a = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT_a}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}, \quad (7.12)$$

$$U_b = -\frac{A_2 - A_1}{e} + \frac{kT_b}{e} \ln \frac{n_{02}}{n_{01}}, \quad (7.13)$$

де A_1 і A_2 – робота виходу електрона з металу 1 і 2 відповідно.

Обходячи контур за стрілкою годинника

$$\varepsilon = U_1 + U_2 = (T_a - T_b) \frac{k}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}. \quad (7.14)$$

Звідси отримуємо $\alpha = \frac{d\varepsilon}{dT} = \frac{k}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}$, її ще називають диференціальною термоелектрорушійною силою. **Вона чисельно дорівнює різниці потенціалів, яка виникає при різниці температур контактів, що дорівнює одному кельвіну.**

Контактна різниця потенціалів у напівпровідниках зумовлена не тільки перерозподілом електронів, але і перерозподілом дірок між двома напівпровідниками.

Треба сказати, що термоелектричні властивості проявляються більше в напівпровідниках, ніж у металах. Це пов'язано з тим, що електрони в металах перебувають у виродженому стані, їхня енергія мало залежить від температури, і концентрація електронів практично однакова як при низьких, так і при високих температурах. У металів також наявна незначна залежність рівня Фермі від температури, тому коефіцієнт термо-ЕРС для металів і сплавів значно менший, ніж для напівпровідників.

7.3 Явище Пельтьє і явище Томсона

У 1834 р. французький фізик Ж. Пельтьє (1785–1845) відкрив явище, яке полягає в тому, що під час пропускання електричного струму крізь коло, складене з двох різних металів, один спай нагрівається, а другий охолоджується. Це явище називають **явищем Пельтьє**, і фактично воно є **оберненим до явища Зесбека**. При зміні напрямку струму на протилежний змінюється також характер процесів у контактах. Той контакт, який у першому випадку нагрівався, у другому – охолоджується.

Умовились теплоту Пельтьє, що виділяється на гарячому спаї, вважати додатною, а теплоту Пельтьє, що поглинається на холодному спаї, – від'ємною. Дослід показує, що теплота Пельтьє, яка виділяється або поглинається в спаї, на відміну від теплоти Джоуля – Ленца, пропорційна зарядові, що проходить крізь спай, тобто

$$Q = \Pi q = \Pi \cdot It. \quad (7.15)$$

де Π – **коефіцієнт Пельтьє**, який залежить від природи провідників, що перебувають у контакті, та від їхньої температури. Для металів коефіцієнт Пельтьє близько 10^{-2} - 10^{-3} В, а для напівпровідників – $3 \cdot 10^{-1}$ – 10^{-3} В.

Класична електронна теорія пояснює виділення теплоти Пельтьє дією контактної різниці потенціалів на електрони, які утворюють електричний струм. Якщо контактна різниця потенціалів є такою, що прискорює електрони, то в цьому спаї виділятиметься додаткова теплота Пельтьє, а в тому спаї, де контактна різниця потенціалів гальмує рух електронів провідності, теплота Пельтьє поглинатиметься.

Але в класичній електронній теорії вважається однаковою середня кінетична енергія теплового руху електронів обох металів. Насправді це не так, оскільки рівні Фермі в обох металах є різними. Класична теорія враховує тільки відмінність потенціальних енергій електронів з різних боків межі поділу металів. При переході електронів з одного металу в інший треба враховувати зміну повної енергії. На основі таких уявлень можна пояснити явище Пельтьє не тільки в металах, а й у напівпровідниках n-типу.

Аналогічно можна пояснити виділення (поглинання) теплоти Пельтьє в контактах двох напівпровідників р-типу. З одного боку межі відбувається утворення пар електрон-дірка, а з іншого – рекомбінація електрона з діркою. Перший із цих процесів супроводжується виділенням енергії, другий – її поглинанням. Від співвідношення між цими енергіями залежать значення і знак коефіцієнта Пельтьє.

Явище Пельтьє, як і термоелектричне явище Зеебека, особливо проявляється в колах, що складаються з напівпровідників р- і n-типу.

Застосовуючи методи термодинаміки для вивчення термоелектричних явищ (явища Зеебека, Пельтьє), У. Томсон у 1856 р. передбачив існування ще одного термоелектричного явища, яке названо його ім'ям. Він вважав, що навіть у хімічно однорідному нерівномірно нагрітому провіднику за наявності електричного струму має додатково, крім теплоти Джоуля –

Ленца, виділяти або поглинати тепло. Це явище експериментально відкрив Ф. Леру в 1867 р.

Явище Томсона пояснюється локальними неоднорідностями провідника, які зумовлені наявністю градієнта температур. Тому явище Томсона подібне по суті до явища Пельтьє. Відмінність між ними та, що неоднорідність між провідниками зумовлена неоднаковістю температур, а не хімічним складом. Явище Томсона вважається додатним, якщо електричний струм, що проходить у напрямі градієнта температури, зумовлює нагрівання провідника; від'ємним, якщо при тих самих напрямках струму і градієнта температур провідник охолоджується.

Кількість теплоти, яка виділяється (поглинається) в одиниці об'єму за одиницю часу, пропорційна градієнту температури dT/dl і густині струму j , тобто

$$\frac{dQ}{dVt} = k \frac{dT}{dl} j, \quad (7.16)$$

де dQ – тепло Томсона; dV – об'єм провідника; t – час проходження струму; k – коефіцієнт Томсона, який залежить від природи провідника та його стану.

Формула (7.16) виражає закон Томсона у диференціальній формі. Якщо різниця температур ΔT кінців провідника завдовжки Δl і площею поперечного перерізу S є незначною ($\Delta V = S\Delta l$), то від диференціальної форми запису закону Томсона приходимо до його запису в інтегральній формі:

$$\frac{Q}{S\Delta l t} = k \frac{\Delta T}{\Delta l} \frac{I}{S}, \quad (7.17)$$

$$Q = k \Delta T I t, \quad (7.18)$$

де Q – тепло Томсона, яка виділяється в провіднику при силі струму I . Звичайно коефіцієнт Томсона малий, порядку 10^{-5} В/К.

7.4 Технічне використання термоелектричних явищ

Явище термо-ЕРС широко застосовується для вимірювання температур. Це зумовлено тим, що для переважної більшості пар металів (метал і напівпровідник, два напівпровідники) термо-ЕРС являє собою однозначну і лінійну функцію температури. Крім цього, для вимірювання термо-ЕРС існують досить точні методи. Все це дає підстави взяти термо-ЕРС за термометричний параметр. Термопарні методи вимірювання охоплюють досить широкий інтервал температур. Для кожної пари існує певний інтервал температур, в якому залежність $\epsilon = f(T)$ має лінійний характер.

Для вимірювання різниці температур використовують так звану диференціальну термопару. Її спаї поміщають у ті середовища (тіла), різницю температур яких вимірюють. Щоб підвищити чутливість термопари, використовують батарею, тобто кілька з'єднаних послідовно диференціальних термопар, ЕРС такої батареї дорівнює сумі ЕРС окремих елементів.

Явище виникнення термо-ЕРС використовується для прямого перетворення теплової енергії в електричну, ККД напівпровідникових термоелементів сягає 15–20 %. Створено ряд термоелектрогенераторів для прямого перетворення в електричну теплової, сонячної та ядерної енергій.

Явище Пельтьє використовується для створення компактних холодильних приладів. За їх допомогою здійснюють термостатування різних елементів радіотехнічних схем напівпровідникових діодів і тріодів, кварцових стабілізаторів частоти, високостабільних резисторів тощо. Це явище широко використовується для охолодження біологічних препаратів під час транспортування, локального охолодження медичних інструментів при операціях на очі, охолодження предметних столиків мікроскопів, термостатування холодних спаїв термопар та ін. Оскільки знак теплоти Пельтьє залежить від напрямку струму, то термоелементи використовуються для охолодження або опалення приміщень залежно від погоди.

7.5 Контрольні запитання

1. Що називають роботою виходу електрона?
2. Як виникає контактна різниця потенціалів? Від чого вона залежить?
3. Опишіть основні особливості контактних термоелектричних явищ.
4. В чому полягає явище Зеєбека?
5. В чому полягає явище Пельтьє?
6. В чому полягає явище Томсона?
7. Де використовуються термоелектричні явища?

8 Емісійні явища і їх застосування

8.1 Термоелектронна емісія. Фотоелектронна емісія

Явище виходу електронів з металів називають **емісією**. Емісія електронів може відбуватись при бомбардуванні поверхні металу електронами або йонами (вторинна електронна емісія) під дією світла, що падає на метал (фотоелектронна емісія) і внаслідок теплового руху електронів провідності.

Емісію, зумовлену тепловим рухом електронів, називають термоелектронною.

Електрони в металах розподілені за швидкостями так, що при довільній температурі завжди є електрони з енергією, достатньою для подолання потенціального бар'єра (**виконання роботи виходу**). Такі електрони вириваються (емітують) з металу, утворюючи навколо нього електронну хмару. Якщо у вакуумі, де розміщується нагрітий метал, існує електричне поле, напруженість якого напрямлена до поверхні металу, то виникає електричний струм. Його називають **термоелектронним**. Явище термоелектронної емісії відкрив у 1883 р. американський винахідник у галузі електротехніки Т. Едісон (1847–1931).

Це явище можна спостерігати за допомогою вакуумної лампи з двома електродами, яку називають вакуумним діодом. Один з електродів (катод) являє собою дріт із тугоплавкого металу (вольфрам, молібден тощо), який розжарюється електричним струмом. Другий електрод – анод. Здебільшого анод має форму циліндра, уздовж осі якого розміщено катод.

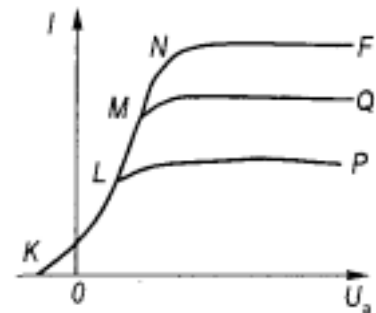


Рисунок 8.1

Якщо катод холодний, то з увімкненням діода в електричне коло струму в колі не буде, оскільки досить розріджений газ усередині діода (вакуум) не містить заряджених частинок. У разі нагрівання катода до високої температури міліамперметр показує виникнення струму за умови, що позитивний полюс батареї з'єднаний з анодом, а негативний – з катодом. При зміні полярності батареї струму в колі не буде. Це свідчить про те, що носіями заряду у вакуумі є **негативно заряджені частинки**. Цими частинками є електрони, оскільки ніяких хімічних перетворень біля електродів за наявності термоелектронного струму не відбувається. Якщо збільшувати напругу між катодом і анодом при постійній температурі розжарювання катода, то сила термоелектронного струму спочатку також буде збільшуватись

(рис. 8.1). Проте залежність сили струму від напруги (вольт-амперна характеристика діода) має нелінійний характер, тобто закон Ома для вакуумного діода **не виконується**. При наступному збільшенні анодної напруги сила термоелектронного струму досягає деякого максимального значення, яке називають **струмом насичення**. На рис. 8.1 лінії LP, MQ і NF зображають струми насичення того самого вакуумного діода для різних температур розжарювання катода ($T_1 < T_2 < T_3$). **При струмі насичення всі електрони, які вилітають за одиницю часу з катода, досягають анода.**

Початкові ділянки вольт-амперної характеристики діодів, коли $I < I_H$, для різних температур розжарювання катода збігаються (див. рис. 8.1, крива KLMN). Аналітичну залежність термоелектронного струму від анодної напруги для даної ділянки отримали незалежно один від одного російський фізик С.А. Богуславський (1883–1923) та американський фізик І. Ленгмюр (1881–1957). Вона має такий вигляд:

$$I = BU^{3/2}, \quad (8.1)$$

де коефіцієнт B залежить від форми і розмірів електродів діода. Для плоского діода

$$B = \frac{4}{9} \epsilon_0 \frac{S}{d^2} \sqrt{\frac{2e}{m}}, \quad (8.2)$$

де S – площа поверхні катода (анода); d – відстань між катодом і анодом; e і m – відповідно заряд і маса електрона.

Формула (8.2) виражає закон Богуславського – Ленгмюра. За допомогою формули (8.1) дослідним шляхом можна визначити питомий заряд (e/m) електрона.

Вакуумні діоди характеризують такими параметрами: статичним опором R_0 , крутизною характеристики S , диференціальним опором R_i та ін.

Статичний опір визначають при постійній анодній напрузі U_a і відповідному анодному струмі:

$$R_0 = \frac{U_a}{I_a}. \quad (8.3)$$

Оскільки вольт-амперна характеристика діода нелінійна, то R_0 має різні значення для різних точок кривої.

Крутизна характеристики S визначається як відношення зміни сили анодного струму ΔI_a до зміни анодної напруги ΔU_a , яка зумовила зміну струму, тобто

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_a}. \quad (8.4)$$

Величину, що визначається відношенням зміни анодної напруги ΔU_a до зміни анодного струму ΔI_a , тобто величину, обернену до крутизни характеристики S , називають диференціальним опором розрядного проміжку діода:

$$R_i = \frac{1}{S} = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}. \quad (8.5)$$

Не можна ототожнювати статичний опір R_0 з диференціальним опором R_i , оскільки фізичний зміст і абсолютні значення їх є різними.

При освітленні нерозжареного катода світлом з поверхні металу вириваються електрони. Необхідно, щоб світло мало певну частоту, щоб енергія фотона, яка передається електрону, була не менша за роботу виходу, і була достатньою для подолання потенціального бар'єра електроном. Електрон, поглинувши фотон, одержує від нього енергію $h\nu$ і, виконуючи роботу виходу A , залишає метал:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}, \quad (8.6)$$

де $mv^2/2$ – максимальна кінетична енергія, що може мати електрон при вильоті з металу. Частота світла при цьому повинна перевищувати деяке значення, рівне

$$\nu_{\min} = A/h. \quad (8.7)$$

При меншій частоті світла енергії фотона не вистачає для здійснення електроном роботи виходу, і тому фотоефект відсутній. Дане явище називається **фотоелектронна емісія або фотоефект**. Електрони, що емітують з металу, утворюють навколо нього електронну хмару.

Якщо у вакуумі існує електричне поле, напруженість якого напрямлена до поверхні металу, то виникає електричний струм. Характеристики фотоструму аналогічні до термоелектричного струму, оскільки процеси, які відбуваються між електродами – такі самі. Різниця тільки в джерелі енергії, завдяки якій відбувається емісія. Відповідно міняючи інтенсивність освітлення, можна добитися таких самих змін струму, якщо б змінювати температуру катода у випадку термоелектронної емісії.

8.2 Вторинна електронна емісія. Автоелектронна емісія.

Під час бомбардування поверхонь твердих тіл та рідин пучком електронів спостерігається випромінювання вторинних електронів. Це явище називають **вторинною електронною**

емісією. Падаючі електрони називають **первинними**, вибиті – **вторинними**, а тіло, що опромінюється первинними електронами, – **емітером**. Якщо товщина емітера менша за середню відстань пробігу первинних електронів, то вторинні електрони емітуються як з боку бомбардованої поверхні, так і з протилежної. Розподіл вторинних електронів за енергіями утворює неперервний спектр від 0 до енергії первинних електронів E_p . До вторинних електронів входять пружно і непружно відбиті первинні та вибиті вторинні електрони, тобто електрони речовини емітера, які отримали енергію від первинних електронів, достатню для виходу з емітера у вакуум. Найбільш ймовірна енергія таких електронів становить 2–4 еВ для металів і близько 1 еВ для діелектриків.

Кількісно вторинну електронну емісію характеризують **коефіцієнтом вторинної емісії** – відношенням кількості вторинних електронів n до кількості первинних електронів n_0 :

$$\gamma = \frac{n}{n_0} = \delta + \eta + \rho, \quad (8.8)$$

де δ – коефіцієнт справжньої вторинної емісії; η і ρ – коефіцієнти відповідно непружного і пружного відбиття електронів.

Явище вторинної електронної емісії лежить в основі дії електронних помножувачів, які призначені для підсилення слабких електронних струмів. За допомогою таких помножувачів можна отримати коефіцієнт підсилення первинного струму близько 10^5 – 10^7 . Вторинна електронна емісія використовується також у передавальних телевізійних трубках. Досить успішним виявилось застосування електронного помножувача в поєднанні з люмінофором для реєстрації елементарних частинок (сцинтиляційний лічильник).

Емісія електронів з поверхні металів може відбуватись під дією сильного електричного поля, яке вириває електрони з металу. Це явище називається **автоелектронною** або **холодною** емісією.

Напруженість поля, що потрібна для створення значної емісії, становить 10^9 – 10^{10} В/м. Густина струму автоелектронної емісії для металевого катода при напруженості поля біля його поверхні близько 10^8 В/м у кілька разів більша від густини струму термоелектронної емісії при температурі 2000 К. Процес



Рисунок 8.2

холодної емісії принципово відрізняється від термоелектронної емісії. При холодній емісії електрони долають потенціальний бар'єр на межі катода не за рахунок кінетичної енергії їхнього хаотичного теплового руху, як при термоелектронній емісії, а внаслідок так званого тунельного ефекту, фізична суть якого розкривається у квантовій механіці. Згідно із законами квантової механіки мікрочастинки, як і світло, проявляють і корпускулярні, і хвильові властивості, тобто електрон має також і хвильові властивості. Електронна хвиля частково відбивається, а частково проникає крізь потенціальний бар'єр. На рис. 8.2 графічно зображено залежність енергії електрона від відстані до поверхні металу, якщо зовнішнього електричного поля немає (крива 1), за наявності слабкого зовнішнього електричного поля (крива 2) і сильного поля (крива 3). Характерним при цьому є зменшення висоти потенціального бар'єра над рівнем Фермі. Крім цього, зменшується ширина потенціального бар'єра. Згідно з уявленнями квантової механіки збільшується ймовірність появи електронів з протилежного боку бар'єра, тобто збільшується кількість електронів, що проникають за одиницю часу крізь потенціальний бар'єр внаслідок тунельного ефекту.

Густина струму автоелектронної емісії так само чутлива до зміни напруженості електричного поля E , як і густина струму термоелектронної емісії до зміни температури T .

Автоелектронна емісія на практиці досить ефективно використовується під час вивчення фізичних властивостей поверхонь і адсорбції газів, оскільки подібні експерименти можна проводити при звичайних і навіть при досить низьких температурах (температура рідкого гелію) на дуже малих площах поверхонь. Ці дослідження мають важливе значення для вивчення каталізу (зміна швидкості або збудження хімічної реакції речовинами) та корозії (руйнування металів у разі їхньої взаємодії із середовищем).

Автоелектронна емісія також має шкідливу дію, оскільки дає неочікуваний електричний розряд, при якому відбуваються перегрівання і руйнування приладів. Такі явища спостерігаються на загострених краях окремих емітерів в електронних помножувачах, недостатньо заокруглених краях електричних лінз в електронних мікроскопах тощо.

8.3 Електровакуумні прилади

Основною властивістю двохелектродних ламп є їх одностороння провідність. Тому вони застосовуються для перетворення змінного струму в постійний, а також для

детектування струмів високої частоти в прийमाках та у вимірювальних приладах. Тепер для цього здебільшого використовують напівпровідникові діоди.

Найпростіша схема однопівперіодного лампового випрямляча показана на рис. 8.3. Змінний струм від трансформатора подається на діод. Оскільки крізь двохелектродну лампу струм проходить за умови, що анод матиме позитивний, а катод – негативний потенціал, то струм проходитиме крізь резистор R тільки протягом проміжків часу, що відповідають додатним значенням напруги. Випрямлений струм і напруга будуть пульсуючими з частотою джерела змінного струму. Така форма залежності напруги або сили струму від часу непридатна для живлення радіоапаратури, яка потребує постійної напруги не тільки за знаком, а й за значенням. Тому пульсації напруги треба згладити. Найпростіший спосіб згладжування пульсацій полягає в увімкненні паралельно з навантажувальним резистором R конденсатора C . Конденсатор C , заряджаючись анодним струмом при додатному значенні напруги U_2 , запасав енергію, а при від'ємному значенні U_2 (анодного струму немає) є джерелом струму. Внаслідок цього крізь навантажувальний опір проходитиме згладжений струм.

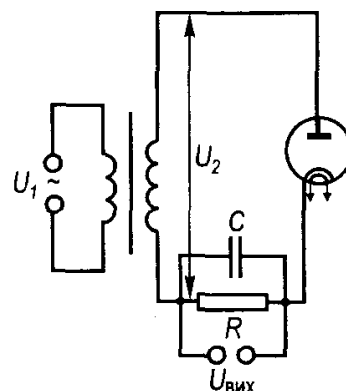


Рисунок 8.3

Однопівперіодні випрямлячі застосовуються для живлення високовольтних кіл електронно-променевих трубок (в індикаторах радіолокаційних станцій, телевізорах, електронних осцилографах тощо) та в інших пристроях, де потрібна висока напруга (десятки кіловольт) при малій силі струму (кілька міліампер). Недоліком таких випрямлячів є те, що вони однопівперіодні, тобто їхній коефіцієнт корисної дії менший за 50%.

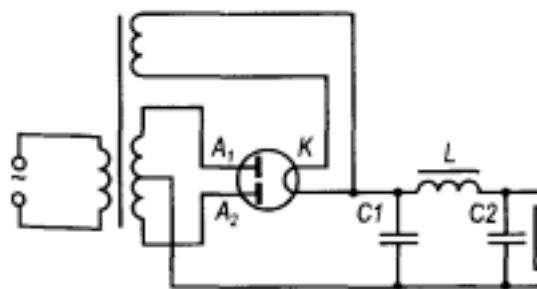


Рисунок 8.4

Зі схеми двопівперіодного випрямляча (рис. 8.4) видно, що у випадку позитивного потенціалу на аноді A_1 струм проходитиме в його колі і не проходитиме в колі анода A_2 . У наступному півперіоді струм проходитиме у колі анода A_2 і не проходитиме у колі анода A_1 . Оскільки напруга на конденсаторі C пульсує, то струм у навантаженні, крім постійної, матиме змінну складову.

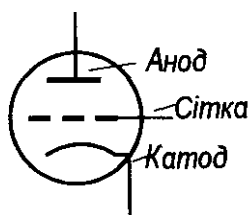


Рисунок 8.5

Для зменшення її застосовують фільтри з дроселем низької частоти L , які мають велику індуктивність. Такий дросель чинить великий опір для змінної складової струму, перешкоджаючи його проходженню крізь резистор R .

У триелектродній електронній лампі (рис. 8.5), яку називають тріодом, між катодом і анодом розміщують третій електрод (сітку). Принцип дії триелектродної лампи полягає в керуванні силою анодного струму за допомогою напруги U_C , прикладеної між сіткою і катодом. Тому сітку тріода називають **керуючою**. Зміна напруги U_C зумовлює зміну електричного поля, що діє на просторовий заряд біля катода. Незначна зміна сіткової напруги значно змінює анодний струм за досить малих витрат енергії джерела сіткової напруги. Якщо на сітку подається позитивний потенціал відносно катода, то сіткова напруга U_C допомагає аноду притягувати до себе електрони, оскільки позитивний заряд сітки компенсує частково або повністю гальмівну дію просторового заряду біля катода. Внаслідок цього сила анодного струму I_A збільшується. При цьому частина електронів потрапляє на сітку, утворюючи сітковий струм I_C . Якщо на сітку подається негативний потенціал відносно катода, то дія просторового заряду посилюється і сила анодного струму зменшується, а сіткового струму не буде.

Оскільки сітка розміщується ближче до катода, ніж анод, то її поле впливає сильніше на силу анодного струму, ніж поле анода. Отже, для отримання однакової зміни анодного струму сіткову напругу змінюють значно менше, ніж анодну. Це дає можливість підсилювати напругу, введену в коло сітки. Підсилення відбувається завдяки енергії джерела анодної напруги. Якщо в колі анода ввімкнути навантажувальний опір, то при проходженні крізь нього анодного струму I_A виникає спад напруги U_R . Незначна зміна сіткової напруги U_C спричиняє значну зміну напруги ΔU_R (рис. 8.6).

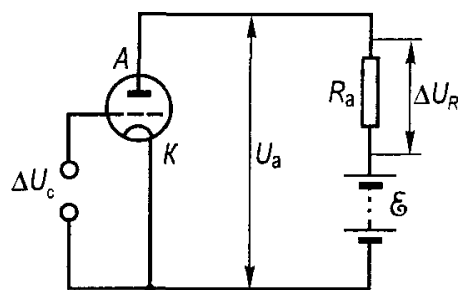


Рисунок 8.6

Докладний аналіз роботи різних підсилювачів можна знайти в спеціальній радіотехнічній літературі.

Підсилювачі з електронними лампами широко застосовуються у радіотехніці, телеграфії, телефонії, автоматичній телемеханіці, а також для багатьох технічних і наукових цілей. Триелектродні лампи набули також широкого застосування в

генераторах електромагнітних хвиль високих частот. Тріоди застосовуються в різних спеціальних імпульсних пристроях, у колах формування імпульсів напруги і струму, а також у вимірювальній техніці.

Крім двох- і триелектродних ламп для різних цілей виготовляють багатоелектродні лампи різних конструкцій.

Явище термоелектронної емісії лежить також в основі роботи **електронно-променевої трубки**. Це електровакуумний прилад, в якому для світлової індикації, комутації та інших цілей використовують тонкий електронний пучок, що має діаметр близько десятих часток міліметра. Формування такого пучка здійснюється за допомогою системи електродів, яку називають електронним прожектором або електронною гарматою.

Електронний пучок, спрямований уздовж осі трубки, потрапляє на люмінесціюючий екран – шар речовини (наприклад, оксиду цинку, кремнекислого цинку), нанесений на внутрішню поверхню скляної трубки. У трубці створено високий вакуум. На екрані, куди потрапляє електронний пучок, виникає світна пляма.

На шляху електронного пучка під прямим кутом одна до одної розміщено дві пари металевих пластин. Якщо на якій-небудь парі пластин створити різницю потенціалів, то на електрони пучка діятиме сила в напрямі до пластини позитивного потенціалу. Внаслідок її дії електронний пучок зазнає відхилення і світна пляма на екрані зміститься відносно центра екрана. Це зміщення пропорційне різниці потенціалів відхиляючих пластин.

Фокусування електронного пучка та його відхилення в електронно-променевої трубці можна здійснити також за допомогою магнітних полів. Таку електронно-променеву трубку називають магнітною.

За допомогою електронно-променевих трубок здійснюють перетворення електричних сигналів у світлові (осцилографічні трубки, індикаторні радіолокаційні трубки, кінескопи); світлових сигналів у електричні (передавальні телевізійні трубки); електричних сигналів в електричні (запам'ятовуючі, кодувальні трубки, трубки для електрозапису тощо).

8.4 Контрольні запитання

1. В чому полягає явище термоелектронної емісії?
2. В чому полягає явище фотоелектронної емісії?
3. В чому полягає явище вторинної електронної емісії?
4. В чому полягає явище автоелектронної емісії?
5. Які ви знаєте електровакуумні прилади?
6. Де використовуються електровакуумні прилади?

9 Магнітне поле та його характеристики

9.1 Магнітне поле. Закон Ампера. Принцип роботи електродвигунів

Магнетизм – це особлива форма матеріальної взаємодії, яка виникає між рухомими електрично зарядженими частинками. Передача магнітної взаємодії здійснюється особливим матеріальним носієм – **магнітним полем**.

Магнітне поле – одна із форм існування матерії, через яку здійснюється взаємодія магнітів, рухомих зарядів або рухомих зарядів з магнітами.

Оскільки рух зарядів або їхній спокій є явищем відносним, залежним від стану систем відліку, то і прояв електричної або магнітної взаємодії зарядів також є відносним. Різні властивості зарядів зумовлені тим, що електричне і магнітне поля є окремими проявами більш загального **електромагнітного поля**.

Між електричним і магнітним полями немає повної симетрії. Джерелами електричного поля є **електричні заряди**, а їх носіями – елементарні частинки (електрони, протони, мезони тощо). Аналогічних магнітних зарядів у природі не виявлено. Єдиними матеріальними носіями магнітного поля, згідно із сучасними уявленнями, є **рухомі електричні заряди**.

Якщо в магнітне поле помістити контур, то він відповідним чином орієнтується – повертається, причому напрям його орієнтації залежить від напрямку струму в ньому і напрямку магнітного поля. На контур з боку поля буде діяти пара сил. Під дією цієї пари сил контур повертається (рис. 9.1).

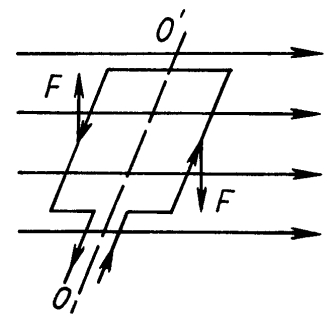


Рисунок 9.1

Основна кількісна характеристика магнітного поля – вектор індукції магнітного поля $\vec{B}$. **Індукція магнітного поля** – силова характеристика поля і визначається відношенням максимального обертового моменту до магнітного моменту

$$B = M / P, \quad (9.1)$$

де M – механічний момент, що діє на контур; $P = IS$ – магнітний момент контуру (I – сила струму в контурі, S – площа контуру).

Оскільки магнітне поле струму діє на магнітну стрілку, орієнтуючи її в певному напрямі, то напрям орієнтації північного полюса стрілки можна обрати за напрям індукції магнітного поля в точці розміщення магнітної стрілки.

Однак практично не завжди можна так зробити, особливо у разі складних полів або наявності речовини. Зручним є правило, що пов'язує напрям магнітного поля з напрямом струму, який створює це поле.

Це правило називають правилом гвинта: якщо поступальний рух гвинта з правою нарізкою збігається з напрямом струму, то напрям магнітного поля збігається з напрямом руху кінця ручки гвинта (рис. 9.2).

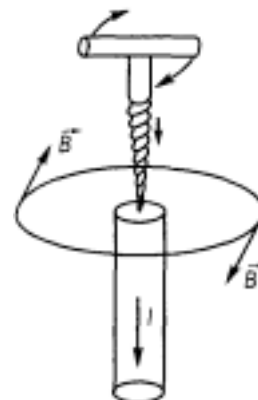


Рисунок 9.2

Для графічного зображення магнітного поля користуються **лініями магнітної індукції**. Лініями магнітної індукції називають криві, дотичні до яких у кожній точці поля збігаються з напрямом вектора $\vec{B}$ у цих точках. Через кожну точку поля можна провести лінію індукції. При цьому значення магнітного поля графічно зображається різною густиною силових ліній на одиницю площі. Якщо поле є однорідним, то й густина силових ліній буде скрізь однаковою. Лінії індукції магнітного поля завжди неперервні, вони не мають ні початку ні кінця. Такі векторні поля називають вихровими полями. Магнітне поле є полем вихровим, на відміну від потенціального електростатичного поля.

Закон Ампера: сила $d\vec{F}$, з якою поле діє на елемент довжини $d\vec{l}$ провідника зі струмом, що знаходиться в магнітному полі, прямо пропорційна силі струму I в провіднику та добутку елемента довжини $d\vec{l}$ на індукцію магнітного поля $\vec{B}$ в точці, де вміщено $d\vec{l}$, і залежить від взаємної орієнтації елемента довжини та напрямку магнітного поля.

$$d\vec{F} = [I d\vec{l} \cdot \vec{B}] = I [d\vec{l} \cdot \vec{B}]. \quad (9.2)$$

Напрям сили Ампера встановлюють за правилом векторного добутку (9.2). У деяких випадках для цього зручно користуватися правилом лівої руки: **якщо ліву руку розмістити так, щоб лінії індукції магнітного поля входили в долоню, а чотири випрямлених пальці збігалися з технічними напрямом струму в провіднику, то поставлений під прямим кутом великий палець вкаже напрям сили Ампера.**

За одиницю індукції в СІ прийнято індукцію такого магнітного поля, в якому на провідник 1 м завдовжки зі струмом 1 А, розміщений перпендикулярно до вектора $\vec{B}$, діє сила 1 Н. На честь сербського фізика, винахідника у галузі електро- і радіотехніки Н. Тесли (1856–1943) цю одиницю названо теслою (Тл).

Розмірність одиниці індукції магнітного поля:

$$[B] = \frac{H}{A \cdot m} = \frac{H \cdot m}{A \cdot m^2} = \frac{Дж}{A \cdot m^2} = \frac{В \cdot с}{m^2} = \frac{Вб}{m^2} = 1 \text{ Тл.}$$

Сила Ампера $\vec{F}$, яка діє на провідник скінченної довжини, визначається інтегруванням виразу (9.2) по всій довжині провідника:

$$\vec{F} = \int I [d\vec{l} \cdot \vec{B}]. \quad (9.3)$$

На відміну від кулонівських сил взаємодії зарядів, які завжди є центральними силами, сила Ампера напрямлена перпендикулярно до ліній індукції магнітного поля.

В техніці користуються електродвигунами, дія яких ґрунтується на силі Ампера. Розглянемо найпростіший електродвигун, що працює на постійному струмі.

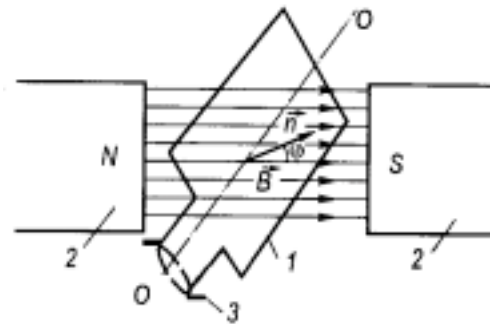


Рисунок 9.3

Електродвигун складається з двох частин статора (2) і ротора (1) див рис. 9.3. Статор – нерухома частина – створює постійне магнітне поле. Ротор – рухома частина – складається з великої кількості рамок, розміщених радіально. Розглянемо, що відбувається з однією рамкою, коли по ній протікає струм. На рамку у цьому випадку діє пара сил, яка намагається повернути рамку у площині, паралельній до вектора магнітної індукції $\vec{B}$. Коли рамка займає це положення, за допомогою щіток 3, які подають на рамку струм, напрям струму міняється на протилежний і, відповідно, рамка продовжує рухатися у тому самому напрямку. За рахунок того, що рамок або витків ротора є багато, рух ротора є рівномірний і неперервний у випадку постійного струму, хоча за час півперіоду по рамці протікає струм у одному напрямку, а інший півперіод – у зворотному.

Складніші за будовою і принципом дії – це асинхронні двигуни, вони працюють на змінному трьохфазному струмі.

9.2 Сила Лоренца. Рух заряджених частинок в магнітному полі

Встановлено, що на рухомий заряд у магнітному полі діє сила $\vec{F}_m$, напрям якої є перпендикулярним до напрямку індукції магнітного поля $\vec{B}$ і напрямку швидкості зарядів $\vec{v}$, а значення є пропорційним значенню рухомого заряду q , швидкості його руху $\vec{v}$ й індукції магнітного поля $\vec{B}$:

$$\vec{F}_m = q[\vec{v} \cdot \vec{B}]. \quad (9.4)$$

В електричному полі напруженістю $\vec{E}$ на заряд q незалежно від того, рухається він чи перебуває у стані спокою, діє сила $\vec{F}_e = q\vec{E}$. Як показують досліди, електричне і магнітне поля діють незалежно. Тому в довільному електромагнітному полі або у разі сумісної дії електричного і магнітного полів результуюча сила

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \cdot \vec{B}] + q\vec{E}. \quad (9.5)$$

де силу $\vec{F}_L$ називають силою Лоренца.

Це співвідношення є правильним для довільних рухомих зарядів не тільки в постійних, а й у змінних магнітних полях. Силу $\vec{F}_m$ також часто називають силою Лоренца.

Оскільки $\vec{F}_m \sim [\vec{v} \cdot \vec{B}]$, то її напрям є перпендикулярним до $\vec{v}$ та $\vec{B}$ і, отже, ця сила не виконує роботи, а лише викривляє траєкторію руху зарядженої частинки, не змінюючи її енергії.

9.3 Електронні мікроскопи

Електронний мікроскоп – це прилад, призначений для спостереження і фотографування збільшених до 10^6 разів зображень об'єктів, в яких замість світлових променів використовують електронні пучки, прискорені в умовах глибокого вакууму до енергії 30–100 кеВ. Перші так звані **просвічувальні електронні мікроскопи (ПЕМ)** були сконструйовані на початку 30-х років ХХ ст., а в 40-х роках з'явилися **растрові електронні мікроскопи (РЕМ)**, в основі яких лежить принцип одержання зображення об'єкта послідовним переміщенням тонкого електронного пучка по його поверхні (сканування). Просвічувальні електронні мікроскопи мають саму високу роздільну здатність (здатність приладу дати роздільне зображення дрібних, близько розташованих деталей об'єкта), яка становить $(2-3) \cdot 10^{-10}$ м, що дає змогу фотографувати навіть окремі важкі атоми.

У електронних мікроскопах основною складовою частиною є магнітні лінзи. **Магнітні лінзи** – це різноманітні пристрої, які призначені для створення магнітних полів з певною симетрією і керування через них потоками заряджених частинок. Магнітні лінзи широко застосовуються в електронній та йонній оптиці, яка вивчає проблеми одержання зображень за допомогою

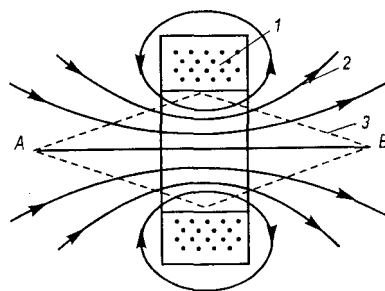


Рисунок 9.5

електронних та йонних пучків, формування, фокусування і відхилення яких відбувається під дією електричних і магнітних полів.

Робота всіх систем управління рухомими електронними пучками ґрунтується на дії сили Лоренца. Першу вісесиметричну магнітну лінзу побудував німецький фізик Х. Буш у 1926 р. Магнітна лінза у вигляді котушки зображена на рис. 9.5, де 1 – котушка; 2 – силові лінії магнітного поля; 3 – траєкторія електронного пучка. Штриховими лініями зображено контури електронного пучка, який виходить з точки А (предмет) і фокусується магнітною лінзою в точці В (зображення).

Електронні лінзи (електростатичні і магнітні) широко використовують у різноманітних електронних приладах: електронних мікроскопах, електронних прискорювачах, бета-спектрометрах, а також у телебаченні та радіолокації.

В оптичній системі ПЕМ, схему якої показано на рис. 9.6, створюють високий вакуум (до 10^{-4} Па). Розжарений катод 1 є джерелом електронного пучка. Цей пучок фокусуючим циліндром 2 стискається в тонкий електронний шнур і прискорюється високовольтним полем між катодом і анодом 3. Потім за допомогою короткофокусного 4 і довгофокусного 5 конденсорів електронний пучок фокусується додатково і направляється у вигляді електронної “плями” малих розмірів (1–20 мкм) на об'єкт 6. Під час проходження об'єкта частина електронів розсіюється і затримується апертурною діафрагмою 7. Ті електрони, які не розсіялись, проходять крізь отвір діафрагми і фокусуються об'єктивом 8 у предметній площині проміжних лінз 9 і 10, де формується перше збільшене зображення, а остання електронна лінза фокусує зображення на флуоресціюючому екрані 12 електронно-променевої трубки. Замість екрана в цьому місці може бути розміщена фотоплівка, на якій фотографують збільшене зображення об'єктів. Залежно від товщини просвічувальних об'єктів виготовляють ПЕМ з різною прискорювальною напругою (від 100 кВ до 1–3 МВ).

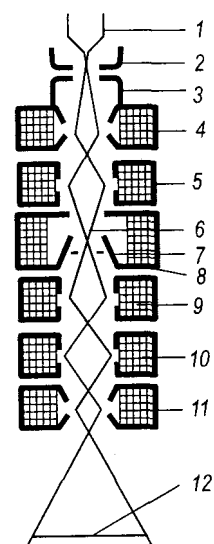


Рисунок 9.6

Растрові електронні мікроскопи (РЕМ) мають меншу роздільну здатність $(50\text{--}200) \cdot 10^{-10}$ м. Однак вони характеризуються високою інформативністю. За допомогою РЕМ можна дослідити мікрорельєф, розподіл хімічного складу речовини на поверхні об'єкта, р-п-переходи, здійснювати структурний аналіз тощо. У сучасних електронних мікроскопах

поєднують високу роздільну здатність ПЕМ з інформативністю РЕМ у так званих **просвічувальних растрових електронних мікроскопах (ПРЕМ)**.

Останнім часом виготовлено **тунельний електронний мікроскоп**, в основі дії якого лежить квантовий тунельний ефект. Він полягає в можливості подолання електроном потенціального бар'єра, висота якого більша від енергії частинки. За допомогою цього мікроскопа можна виділити надзвичайно тонкий пучок електронів порівняно малої потужності. Це дає змогу значно підвищити роздільну здатність (спостерігати окремі атоми і навіть електронну густину різних атомарних станів), а також проводити спостереження без спотворення об'єкта дослідження (атома, молекули) впливом потужного потоку електронів у звичайних електронних мікроскопах.

9.4 Закон повного струму, магнітне поле соленоїда. Магнітні пастки

Циркуляція вектора $\vec{B}$ по довільному замкненому контуру L навколо провідника, по якому проходить струм силою I :

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I. \quad (9.6)$$

Рівність (9.6) є правильною для контуру L довільної форми, який охоплює провідник зі струмом I . Якщо замкнений контур L' не охоплює провідник зі струмом I , то

$$\oint_{L'} \vec{B} d\vec{l} = 0. \quad (9.7)$$

Якщо маємо велику кількість провідників зі струмами і лише частина з них охоплюється контуром інтегрування, то циркуляція вектора $\vec{B}$ визначається алгебричною сумою тільки тих сил струмів, які проходять по провідниках, що охоплюються контуром.

За принципом суперпозиції

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i. \quad (9.8)$$

Отже,

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L \left(\sum_{i=1}^n \vec{B}_i \right) d\vec{l} = \sum_{i=1}^n \oint_L \vec{B}_i d\vec{l} = \sum_{k=1}^n \mu_0 I_k = \mu_0 I, \quad (9.9)$$

де індексом "k" позначено ті сили струмів, які проходять по провідниках, що охоплюються контуром інтегрування. Струм I є сумою всіх струмів з урахуванням їхніх напрямів, які охоплюються замкненим контуром інтегрування. Закон, який

виражається рівністю (9.6) або (9.9), називають **законом повного струму** або теоремою про циркуляцію вектора індукції магнітного поля.

Закон повного струму виконується для довільних струмів і для вакууму формулюється так: **циркуляція вектора індукції магнітного поля постійних струмів по довільному замкнутому контуру дорівнює алгебричній сумі сил струмів, які охоплюються цим контуром, помноженій на магнітну сталу**. Робота при перенесенні пробного одиничного елемента струму по замкнутому контуру в магнітному полі в загальному випадку не дорівнює нулеві. Такі поля називають **непотенціальними** або **вихровими** (соленоїдними).

Лінії магнітної індукції поля не мають ні початку ні кінця, тобто вони завжди є замкненими або прямують у нескінченність. У цьому полягає одна з відмінностей статичного магнітного поля порівняно з електричним.

Рівняння (9.6) є **інтегральною формою закону повного струму**.

А **диференціальна форма закону повного струму** або основне диференціальне рівняння стаціонарного магнітного поля:

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}. \quad (9.10)$$

За допомогою **закону повного струму** дуже легко робити обчислення характеристик магнітного поля у випадку складного просторового розташування макроскопічних струмів.

9.5 Контрольні запитання

1. Що називається магнітним полем?
2. Запишіть закон Ампера.
3. Опишіть принцип роботи електродвигунів.
4. Запишіть формулу для сили Лоренца.
5. Опишіть принцип роботи електронних мікроскопів.
6. Запишіть закон повного струму.

10 Явище електромагнітної індукції

10.1 Явище електромагнітної індукції. Закон Фарадея. Генерація електричного струму

М. Фарадей у 1831 р. звернув увагу на те, що електричні ефекти виникають тільки під **час зміни** магнітного поля.

Якщо в одному провіднику змінювати електричний струм, то в сусідньому провіднику також виникає струм. Аналогічний результат буде тоді, коли магніт рухається біля замкненого провідника.

Електричний струм в обох випадках наводиться (індукується) **змінним магнітним полем**. Такий струм називають **індукційним**.

Явище виникнення струму в замкненому провіднику під дією змінного магнітного поля називається явищем електромагнітної індукції.

Відкриття М. Фарадея полягало в тому, що індукційний струм у замкненому контурі може виникнути:

- 1) під час руху провідного контуру в полі магніту;
- 2) під час руху магніту відносно замкненого провідного контуру;
- 3) під час зміни струму в котушці, яка створює магнітне поле.

У тих областях, де змінюється магнітне поле, виникає електричне поле.

ЕРС індукції, яка діє в замкнутому контурі

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (10.1)$$

Вираз (10.1) – **закон електромагнітної індукції Фарадея**.

Знак мінус у правій частині рівності (10.1) визначає напрям індукційного струму відповідно до правила Ленца, яке буде розглянуте далі.

На основі означення магнітного потоку та означення ЕРС вираз (10.1) можна записати в загальному вигляді:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S B_n dS, \quad (10.2)$$

де L – довільний замкнений контур; S – довільна поверхня, яка спирається на контур L .

Закон, який описується співвідношенням (10.2), називають основним законом електромагнітної індукції Фарадея:

при всякій зміні в часі потоку магнітного поля в точках простору, де є така зміна, збуджується вихрове електричне поле, циркуляція напруженості $\vec{E}$ якого по довільному замкненому контуру L дорівнює швидкості зміни потоку

магнітної індукції крізь довільну поверхню S, яка спирається на контур L.

Електричне поле $\vec{E}$, що виникає під дією змінного магнітного поля, відрізняється від електростатичного поля. Справді, з (10.2) видно, що $\oint_L \vec{E} d\vec{l}$ в загальному випадку не дорівнює нулеві. Таке електричне поле називають **вихровим**, на противагу потенціальному електростатичному полю нерухомих зарядів, для якого завжди $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$.

Рівність (10.2) є **інтегральною формою запису закону електромагнітної індукції**. Запишемо цей закон у диференціальній формі.

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (10.3)$$

Рівняння (10.3) описує закон виникнення вихрового електричного поля в певній точці внаслідок зміни індукції магнітного поля в тій самій точці.

Правило для визначення напрямку індукційного струму запропонував Е. Ленц: **індукційний струм у замкненому провідному контурі має такий напрям, що створюване ним власне магнітне поле протидіє змінам магнітного поля, яке збуджує індукційний струм.**

У випадку руху прямого провідника перпендикулярно до ліній індукції зовнішнього магнітного поля напрям індукційного струму зручно визначати за правилом правої руки: **якщо праву руку розмістити так, щоб лінії індукції магнітного поля входили в долоню, а відставлений під прямим кутом великий палець збігався з напрямом переміщення провідника, то чотири випрямлені пальці вкажуть напрям індукційного струму в провіднику.**

Однією з важливих галузей застосування явища електромагнітної індукції є робота електричних генераторів, в яких механічна енергія перетворюється в електричну. Принцип дії генератора можна пояснити на такому прикладі. Провідник у вигляді прямокутної рамки 1 (рис. 10.1) обертається із сталою кутовою швидкістю ω в однорідному магнітному полі, створеному полюсами магніту або електромагніту 2. Нехай у початковий момент часу нормаль $\vec{n}$ до площини рамки утворює кут φ_0 з напрямом вектора індукції магнітного поля $\vec{B}$. Потік вектора $\vec{B}$ крізь площу рамки S

$$\Phi = BS \cos \varphi = \Phi_0 \cos \varphi, \quad (10.4)$$

де $\Phi_0 = BS$ – максимальний потік при $\varphi = 0$.

Під час рівномірного обертання рамки зі швидкістю ω (кут $\varphi = \omega t + \varphi_0$) магнітний потік Φ змінюється за гармонічним законом і у витках рамки виникає ЕРС, яка змінюється з частотою обертання рамки:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \Phi_0 \omega \sin(\omega t + \varphi_0) = \varepsilon_0 \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (10.5)$$

Якщо рамка складається з N витків, то амплітудне значення ЕРС буде в N разів більшим.

У разі замикання провідної рамки на зовнішнє коло опором R , в якому немає індуктивності, у ньому під дією ЕРС виникає змінний електричний струм тієї самої частоти:

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\varepsilon_0}{R} \sin(\omega t + \varphi_0) = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (10.6)$$

де I_0 – амплітудне значення сили змінного струму.

У генераторах знімають струм з рухомих у магнітному полі провідників за допомогою колектора 3. У найпростішому випадку колектором є два ізольованих одне від одного кільця, до яких притиснуті щітки з провідного матеріалу. При великій силі струму такий спосіб його зняття з рухомих провідників через іскріння і виникнення електричної дуги є складним завданням. Тому часто в потужних генераторах замість руху провідників у магнітному полі здійснюють рух джерел магнітного поля відносно нерухомих провідників.

Перші електричні генератори будувалися з постійними магнітами. Проте вже в 1866 р. було використано електромагніт. Сучасний генератор складається з двох котушок, одна з яких вміщена в пазах нерухомого осердя з магнітного матеріалу (статора), а друга – у пазах рухомого осердя (ротора). Одна з цих обмоток призначена для створення магнітного поля, а друга є робочою, у ній індукується змінна ЕРС. У країнах СНД і Європи застосовують промислові струми з частотою 50 Гц, у США і Японії стандартом є 60 Гц.

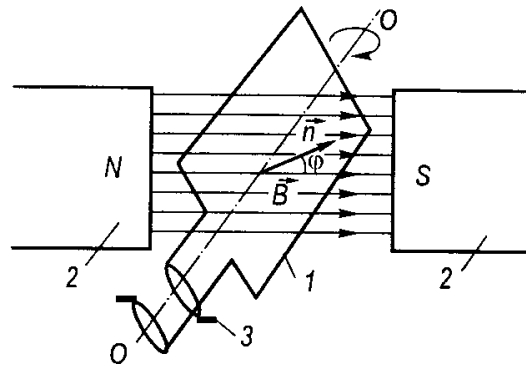


Рисунок 10.1

10.2 Явище самоіндукції та взаємоіндукції

Явище виникнення індукційного струму в провіднику внаслідок зміни магнітного потоку, зумовленого зміною струму в

цьому ж провіднику, називають **самоіндукцією**. Явище самоіндукції є окремим випадком загального явища електромагнітної індукції. За правилом Ленца струм самоіндукції завжди напрямлений так, що протидіє змінам сили струму, який викликає самоіндукцію.

Оскільки у довільному провіднику виникає самоіндукція, то струм має інерцію щодо своєї зміни. Самоіндукція протидіє змінам струму в провідниках.

Індукція магнітного поля струму відповідно до закону Біо–Савара–Лапласа прямо пропорційна першому степеню сили струму. Тому й потік магнітної індукції Φ крізь певну фіксовану поверхню буде також пропорційним силі струму, тобто

$$\Phi = L I, \quad (10.7)$$

де L – коефіцієнт пропорційності, який не залежить від сили струму й індукції магнітного поля, а є однозначною характеристикою провідного контуру, **його називають індуктивністю контуру**. Індуктивність залежить від форми і розмірів контуру, а також від магнітних властивостей навколишнього середовища.

Закон електромагнітної індукції Фарадея для явища самоіндукції з урахуванням (10.7) запишеться так:

$$\epsilon_{ci} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (10.8)$$

Одиниця вимірювання L в СІ

$$[L] = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} = 1 \text{ Гн}.$$

Цю одиницю називають генрі на честь американського фізика Дж. Генрі. За одиницю індуктивності 1 Гн взято індуктивність такого провідника, в якому при зміні струму силою 1 А за 1 с виникає ЕРС самоіндукції 1 В.

Якщо розмістити провідні контури чи котушки зі струмами так, що магнітні потоки кожної з них хоча б частково перетинають витки сусідніх, то між ними виникає взаємна індукція. При цьому ЕРС у кожному контурі виникає не тільки внаслідок зміни потоку індукції магнітного поля, створюваного струмом цього самого контуру (явище самоіндукції), а й завдяки зміні потоку індукції магнітного поля, створюваного струмами сусідніх контурів (**явище взаємної індукції**). У таких випадках кажуть, що контури мають індуктивний зв'язок. **Явище взаємної індукції полягає в наведенні ЕРС індукції в провідниках, які містяться поблизу інших провідників, струми яких змінюються з часом.**

Розглянемо дві індуктивно зв'язані котушки зі струмами силою I_1 і I_2 , які мають відповідно N_1 і N_2 витків і коефіцієнти індуктивності L_{11} і L_{22} (рис. 10.2). Повний потік, що охоплюється витками першої котушки,

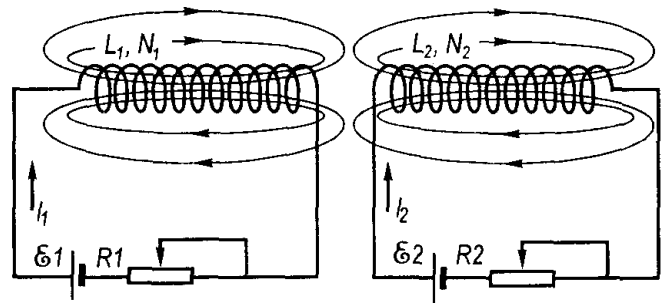


Рисунок 10.2

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}, \quad (10.12)$$

де Φ_{11} – магнітний потік крізь першу котушку, створюваний струмом силою I_1 ; Φ_{12} – та частина магнітного потоку, створювана струмом силою I_2 , яка охоплюється витками першої котушки. Аналогічно повний потік, що пронизує витки другої котушки,

$$\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21}, \quad (10.13)$$

Магнітні потоки кожної котушки пропорційні силам струмів у них

$$\Phi_{11} = L_{11} \cdot I_1; \quad \Phi_{22} = L_{22} \cdot I_2. \quad (10.14)$$

Та частина магнітного потоку Φ_{12} , яка охоплюється витками першої котушки, створюється завдяки магнітному полю струму силою I_2 у другій котушці. Тому ця частина потоку пропорційна силі струму I_2 , тобто $\Phi_{12} = L_{12} \cdot I_2$, де L_{12} – коефіцієнт взаємної індукції першої котушки. Аналогічно для другої котушки $\Phi_{21} = L_{21} \cdot I_1$. Тоді рівності (10.12) і (10.13) перепишемо так:

$$\Phi_1 = L_{11} \cdot I_1 + L_{12} \cdot I_2; \quad \Phi_2 = L_{22} \cdot I_2 + L_{21} \cdot I_1. \quad (10.15)$$

Коефіцієнти взаємоіндукції рівні для довільних двох контурів

$$L_{12} = L_{21}. \quad (10.16)$$

Коефіцієнти взаємоіндукції є мірою магнітного зв'язку між контурами і залежать від геометричної форми, розмірів і взаємного розміщення контурів зі струмом, а також від магнітних властивостей середовища, де розміщені контури. В СІ коефіцієнти взаємної індукції вимірюють у генрі.

10.3 Вихрові струми і явище скін-ефекту та їх використання

У масивних провідниках зі зміною магнітного потоку, що їх пронизує, індукуються замкнені електричні струми, які називають **вихровими** або **струмами Фуко**. Фізична природа цих струмів така сама, як і довільних індукційних струмів. Вихрові струми виникають або під час руху масивних

провідників у магнітному полі, або при розміщенні їх у змінних магнітних полях. Ці струми замикаються безпосередньо в об'ємі провідника у вигляді вихороподібних замкнених ліній. За правилом Ленца вихрові струми напрямлені так, що їхнє магнітне поле протидіє змінам потоку магнітної індукції, який спричинив виникнення вихрових струмів.

Струми Фуко в одних випадках відіграють корисну роль, в інших – шкідливу. Відповідно в першому випадку їх намагаються збільшити, у другому – зменшити. Корисну роль відіграють вихрові струми в роторах асинхронних електричних двигунів, оскільки в основі їхнього принципу роботи лежить явище виникнення струмів Фуко. Використовуючи змінні магнітні поля, можна зумовити появу значних вихрових струмів і за допомогою їх нагрівати або й плавити метали. В окремих випадках цей спосіб зручніший порівняно з іншими. Разом з тим в осердях електромагнітів, трансформаторів, інших електротехнічних пристроїв виникнення значних вихрових струмів є шкідливим, оскільки призводить до їхнього перегрівання, втрати електричної енергії. У цих випадках намагаються зменшити вихрові струми переважно способом набору осердь з окремих тонких пластинок магнітного матеріалу, ізольованих одна від одної діелектриком.

На явищі виникнення вихрових струмів базується вихреструмний метод контролю товщини матеріалів. Суть цього методу полягає в наступному. Поряд з досліджуванним об'єктом (який має бути електропровідним) за допомогою вихреструмного перетворювача (котушки індуктивності) збуджується змінне електромагнітне поле певної частоти. У відповідності до закону електромагнітної індукції це поле індукує в об'єкті вихрові струми. Вихрові струми породжують магнітне поле, яке змінює напругу вимірювальної обмотки перетворювача в залежності від параметрів об'єкта контролю. Давачем і приймачем сигналів у вихреструмних перетворювачах (ВСП) є збуджуюча і вимірювальна обмотки.

Одним із проявів електромагнітної індукції є явище скін-ефекту. Постійний струм в однорідному провіднику розподіляється рівномірно по площі поперечного перерізу. Під час проходження по провіднику змінного струму в його об'ємі виникають вихрові струми, що спричиняє підсилення струму біля поверхні провідника і послаблення вздовж центральної осі. Явище концентрації змінного струму в поверхневому шарі провідника називають **скін-ефектом** (від англ. skin – шкіра, оболонка). Товщина шару провідника, в якому концентрується змінний струм, значною мірою залежить від частоти струму. При досить високих частотах струму (близько 10^5 – 10^7 Гц) ця товщина,

наприклад для мідного провідника, становить $2 \cdot 10^{-2} - 2 \cdot 10^{-3}$ см. Це означає, що високочастотний струм в не дуже тонких провідниках проходить практично в невеликій частині поперечного перерізу біля поверхні провідника. Внаслідок цього збільшується ефективний опір провідника змінному струмові. Для промислових частот (50 Гц) скін-ефект не має істотного значення, але для радіочастот ($10^8 - 10^9$ Гц) він стає досить помітним. Тому в радіотехніці використовують спеціальні провідники (ліцендрат), які складаються з багатьох тонких провідників, ізольованих між собою.

10.4 Енергія магнітного поля

Провідник, по якому протікає електричний струм, завжди оточений магнітним полем. Магнітне поле існує разом із струмом у провіднику. Отже частина енергії електричного струму йде на створення цього магнітного поля.

Енергія магнітного поля дорівнює роботі, яка виконується електричним струмом по створенню цього поля.

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2. \quad (10.17)$$

Формула (10.17) визначає енергію магнітного поля замкненого провідного контуру зі струмом I та індуктивністю L .

Енергія магнітного поля розподілена в усьому просторі, де локалізоване поле, і формула (10.17) визначає повну енергію магнітного поля струму. Однак часто важливо знати енергетичні характеристики в окремих точках заданого магнітного поля. Для цього треба формулу для обчислення енергії виразити через вектори поля.

Для спрощення розглянемо окремий випадок магнітного поля нормального соленоїда зі струмом, розміщеного у вакуумі. Індуктивність соленоїда $L = \mu_0 n^2 V$, де n – кількість витків на одиницю довжини соленоїда, V – об'єм соленоїда.

Рівність (10.17) перепишемо так:

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 V I^2. \quad (10.18)$$

Всередині соленоїда магнітне поле є однорідним, і його індукція $B = \mu_0 nI$. Тоді

$$W_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2 V. \quad (10.19)$$

Якщо врахувати, що $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, де $\vec{H}$ – вектор напруженості магнітного поля, то формула (10.19) прийме такий вигляд:

$$W_M = \frac{1}{2} \vec{H} \vec{B} V. \quad (10.20)$$

Визначимо об'ємну густину енергії магнітного поля, що розподілене в просторі навколо провідника

$$w = \frac{W_M}{V} = \frac{1}{2} \vec{H} \vec{B}. \quad (10.21)$$

Отже, **об'ємна густина енергії магнітного поля** в околі кожної точки простору визначається значеннями векторів поля в цій точці.

10.5 Контрольні запитання

1. В чому полягає явище електромагнітної індукції?
2. Запишіть закон Фарадея для електромагнітної індукції.
3. Яким чином генерується змінний електричний струм?
4. Запишіть формулу для енергії магнітного поля.
5. В чому полягає явище самоіндукції?
6. Що таке об'ємна густина енергії магнітного поля?
Запишіть формулу для її визначення.

11 Електромагнітне поле

11.1 Вихрове електричне поле. Електромагнітне поле

Електричні поля, які збуджуються змінними в часі магнітними полями, є **вихровими** і для них циркуляція вектора напруженості $\vec{E}$ по довільному замкненому контуру L не дорівнює нулеві, як в електростатичних полях, а дорівнює швидкості зміни магнітного потоку, який пронизує довільну поверхню, що спирається на контур інтегрування,

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S B_n dS. \quad (11.1)$$

Такі вихрові електричні поля зумовлюють неперервний рух електричних зарядів уздовж замкнених провідників, вміщених у це поле, тобто можуть спричинювати виникнення індукційних струмів. Отже, вихрове електричне поле виникає скрізь, де є змінне магнітне поле, силові лінії його є замкненими і воно здатне індукувати електричні струми. Закон електромагнітної індукції в узагальненому Дж. Максвеллом вигляді записується так:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (11.2)$$

Отже скрізь, де є змінне магнітне поле, виникає вихрове електричне поле.

До створення Дж. Максвеллом єдиної теорії електромагнітного поля вчення про електрику, магнетизм і світло існували окремо. В теорії Максвелла електричні, магнітні і світлові явища є окремими проявами єдиної матеріальної сутності – електромагнітного поля.

Електромагнітне поле є формою матерії, через яку здійснюється взаємодія між електрично зарядженими частинками. Це – окремий вид фізичного поля, яке об'єднує собою електричне і магнітне поле.

Електромагнітне поле у вакуумі характеризується векторами напруженості електричного поля $\vec{E}$ та індукції магнітного поля $\vec{B}$. Цими векторами визначаються сили, які діють з боку електромагнітного поля на рухомі й нерухомі електрично заряджені частинки. У середовищі електромагнітне поле характеризують двома додатковими параметрами: вектором індукції (зміщення) електричного поля $\vec{D}$ і вектором напруженості магнітного поля $\vec{H}$.

11.2 Струми зміщення. Рівняння теорії Максвелла для електромагнітного поля в диференціальній і інтегральній формах

Дамо загальну характеристику теорії Максвелла. Вона розроблена способом послідовного теоретичного і математичного узагальнень основних експериментальних законів електричних і магнітних явищ: **закону Кулона, узагальненого на основі теореми Гаусса, закону повного струму та закону електромагнітної індукції.** Теорія Максвелла є феноменологічною, тобто такою, яка електричні і магнітні явища не пов'язує із структурою речовини і заряду. В ній не розкривається внутрішній механізм явищ взаємодії поля і речовини. Вплив середовища характеризується макроскопічними параметрами: діелектричною ϵ і магнітною μ проникностями та питомою електропровідністю σ . Теорія Максвелла розглядає поля, що створюються макроскопічними зарядами та струмами, рівномірно розподіленими в об'ємах, що є значно більшими від характерних об'ємів атомів і молекул речовини, на відстанях від джерел значно більших за атомні розміри. Зміни полів розглядаються в часових інтервалах, значно більших від характерних часових інтервалів атомних процесів (наприклад, періоду обертання електронів на орбітах навколо ядер). Теорія Максвелла розглядає макрополя, які є наслідком усереднення по фізично нескінченно малих об'ємах й інтервалах часу мікрополів. За Дж. Максвеллом, електромагнітна взаємодія передається від однієї точки простору до іншої електромагнітним полем зі скінченною швидкістю, яка у вакуумі дорівнює швидкості світла $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. У теорії Максвелла електричні, магнітні та світлові явища розглядаються в єдності. Принципово важливою особливістю електричних і магнітних полів є наявність тісного взаємозв'язку між ними.

Закон електромагнітної індукції в інтегральній формі записують так:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S B_n dS. \quad (11.3)$$

Гіпотеза Максвелла полягала в тому, що існує аналогічне до (11.3) співвідношення між зміною в часі електричного поля і вихровим магнітним полем

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S D_n dS. \quad (11.4)$$

Зі зміною в часі індукції (зміщення) електричного поля $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ виникає магніторушійна сила $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \epsilon_M$. Це й було теоретично передбачено Дж. Максвеллом.

Вихрове магнітне поле створюється також струмами провідності (закон повного струму):

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S}. \quad (11.5)$$

Об'єднавши формули (11.4) і (11.5), можна записати

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S D_n dS + \int_S \vec{j} d\vec{S}. \quad (11.6)$$

З рівності (11.6) випливає, що в природі існує два джерела вихрового магнітного поля: струми провідності $\int_S \vec{j} d\vec{S}$ і змінне в

часі електричне поле $\frac{d}{dt} \int_S D_n dS$. Оскільки змінне в часі електричне поле створює магнітне поле так само, як і струми провідності, то $I_{зм} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S D_n dS$ є також особливим струмом, який Дж. Максвелл назвав **струмом зміщення**.

Запишемо рівняння (11.6) у диференціальній формі:

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}. \quad (11.7)$$

Рівності (11.6) і (11.7) виражають узагальнений Дж. Максвеллом закон повного струму. З формули (11.7) видно, що вихрове магнітне поле створюється струмом провідності

густиною $\vec{j}$ та струмом зміщення густиною $\vec{j}_{зм} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$.

Густина струму зміщення вимірюють у тих самих одиницях, що й густина струму провідності, тобто в А/м².

Система рівнянь Максвелла є узагальненим математичним записом основних експериментальних законів електромагнітних явищ у довільному середовищі. Вона встановлює співвідношення між векторами електромагнітного поля $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{D}$ і $\vec{H}$ та розподілом у просторі їх джерел: електричних зарядів і струмів. Обмеження, які накладаються на застосування цих рівнянь, такі: тіла, вміщені в поле, є нерухомими; параметри ϵ , μ та σ , які характеризують властивості речовини в кожній точці, є

незмінними в часі і не залежать від температури та напруженості зовнішнього поля; в полі немає постійних магнітів, сегнетоелектриків та феромагнетиків.

В інтегральній формі система рівнянь Максвелла записується так:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S D_n dS + \int_S \vec{j} d\vec{S}, \quad (11.11)$$

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S B_n dS, \quad (11.12)$$

$$\int_S \vec{B} d\vec{S} = 0, \quad (11.13)$$

$$\int_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV; \quad (11.14)$$

а у диференціальній –

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}, \quad (11.15)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (11.16)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0, \quad (11.17)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho. \quad (11.18)$$

Перше рівняння Максвелла – це узагальнення закону Біо-Савара-Лапласа і є більш загальною формою закону повного струму, який відображає той експериментальний факт, що джерелами вихрового магнітного поля можуть бути струми провідності і струми зміщення.

Друге рівняння Максвелла є математичним записом експериментального закону електромагнітної індукції Фарадея. Узагальнений фізичний зміст його полягає в тому, що всяка зміна в часі магнітного поля спричиняє збудження вихрового електричного поля.

Третє рівняння Максвелла відображає експериментальний факт відсутності в природі магнітних зарядів, тобто відсутність джерел магнітного поля, подібних до джерел електричного поля (зарядів).

Четверте рівняння Максвелла є узагальненням на основі теореми Гаусса закону Кулона і вказує на існування в природі джерел електричного поля у вигляді електричних зарядів, розподілених у просторі з об'ємною густиною ρ .

Диференціальну систему рівнянь доповнюють граничними умовами:

$$\begin{aligned} D_{2n} - D_{1n} &= \sigma; E_{2\tau} = E_{1\tau}; \\ B_{2n} &= B_{1n}; H_{2\tau} - H_{1\tau} = j_N. \end{aligned} \quad (11.19)$$

Система рівнянь Максвелла разом із граничними умовами не є замкненою системою рівнянь електромагнітного поля, оскільки вони не містять ніяких констант, що характеризують властивості середовища, в якому збуджується електромагнітне поле. Ці рівняння треба доповнити так званими матеріальними рівняннями, які для випадку слабких полів, що порівняно повільно змінюються в просторі і часі для ізотропних неферромагнітних і не сегнетоелектричних середовищ, можуть бути записані у вигляді:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}; \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}; \vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (11.20)$$

де σ – питома провідність провідника.

Константи ϵ , μ та σ вводяться в теорію феноменологічно без зв'язку з атомно-молекулярною структурою речовини. Їх визначають експериментально.

Рівняння Максвелла разом з матеріальними рівняннями і граничними умовами становлять повну замкнену систему рівнянь, яка дає можливість розв'язати будь-яку задачу макроскопічної електродинаміки: відшукати вектори поля в кожній точці простору в довільний момент часу за відомим розподілом електричних зарядів і струмів у функції координат і часу або ж, навпаки, визначити розподіл зарядів і струмів за відомими значеннями векторів поля.

Для стаціонарних полів

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \quad (11.21)$$

система рівнянь Максвелла розпадається на дві незалежні системи: на систему рівнянь електростатичного поля

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= 0; \text{div } \vec{D} = \rho; \vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}; \\ D_{2n} - D_{1n} &= \sigma; E_{2\tau} = E_{1\tau} \end{aligned} \quad (11.22)$$

і систему рівнянь магнітостатичного поля

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \vec{j}; \text{div } \vec{B} = 0; \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}; \\ B_{2n} &= B_{1n}; H_{2\tau} - H_{1\tau} = j_N. \end{aligned} \quad (11.23)$$

Статичні електричні й магнітні поля є незалежними між собою. У цьому разі джерелами електричних полів є лише електричні заряди, а джерелами магнітних – лише струми провідності.

Для вакууму ($\rho = 0$; $\vec{j} = 0$) рівняння Максвелла для електричного і магнітного полів стають симетричними:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0; \operatorname{div} \vec{D} = 0.\end{aligned}\quad (11.24)$$

У цьому разі джерелами вихрового магнітного поля є лише змінні в часі електричні поля, а джерелами вихрового електричного поля – лише змінні в часі магнітні поля.

Система рівнянь Максвелла описує величезну область фізичних явищ. Ці рівняння лежать в основі розрахунків задач електро- і радіотехніки, теорії і практики магнітної гідродинаміки, нелінійної оптики, вони відіграють велику роль у розвитку фізики плазми та у вирішенні проблем термоядерного синтезу, їх застосовують при розрахунках прискорювачів елементарних частинок, в астрофізиці тощо.

11.3 Контрольні запитання

1. Яке електричне поле називається вихровим?
2. Що таке електромагнітне поле?
3. Запишіть рівняння теорії Максвелла для електромагнітного поля в диференціальній формі.
4. Запишіть рівняння теорії Максвелла для електромагнітного поля в інтегральній формі.
5. Що називається струмом зміщення?
6. Запишіть системи диференціальних рівнянь Максвелла для випадку стаціонарного електричного і магнітного полів.

12 Механічні та електромагнітні коливання

12.1 Диференціальні рівняння коливальних процесів. Додавання коливань, фігури Ліссажу

Коливальним процесом або коливанням називають усякий регулярний або майже регулярний процес, в якому будь-яка фізична величина набуває однакових значень через рівні або майже рівні проміжки часу. При механічних коливаннях повторюються переміщення тіл і модулі швидкостей. Електромагнітні коливання – це повторювані зміни напруг і сил струмів у електричних колах та електричних і магнітних полів навколо струмів.

Основна задача теорії коливань полягає у визначенні узагальненої координати x коливної системи у будь-який момент часу: $x = x(t)$. Коливання називають періодичним, якщо певні значення x повторюються через рівні проміжки часу T , тобто $x(t) = x(t + T)$, де T – стала величина, яку називають **періодом коливання**. Якщо функція $x(t)$ задовольняє умову періодичності не строго, а тільки наближено, то коливання називають майже періодичними.

Найважливішими серед механічних коливальних рухів є гармонічні коливання. **Гармонічними називаються коливання, в процесі яких зміщення x змінюється за законом косинуса (або синуса):**

$$x = x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (12.1)$$

де A – амплітуда, що дорівнює абсолютному значенню найбільшого зміщення x ; ω – циклічна частота коливань; $\omega t + \varphi_0$ – фаза коливань, що однозначно визначає значення коливальної величини у момент часу t ; φ_0 – початкова фаза. Вибором початкової фази φ_0 закон гармонічних коливань (12.1) завжди можна звести до функції синуса від аргументу ωt .

Характерною ознакою гармонічного коливання є те, що величини A , ω і φ_0 не змінюються в процесі коливання.

Вираз (12.1) є розв'язком диференціального рівняння руху системи, що здійснює гармонічні коливання. Рівняння руху можна отримати, продиференціювавши двічі за часом функцію $x(t)$:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \quad (12.2)$$

Цей вираз називають рівнянням гармонічних коливань.

Амплітуду A і початкову фазу φ_0 неможливо визначити із диференціального рівняння. Для цього при розв'язуванні рівняння використовують початкові умови, які характеризують конкретний коливальний процес.

Фізичний зміст циклічної частоти ω пов'язаний з поняттями періоду T і частоти ν коливань. **Періодом називають тривалість (час) одного повного коливання**, тобто найменший проміжок часу, через який повторюється довільно обраний стан коливальної системи. За один період фаза коливання отримує приріст 2π : $\omega(t + T) + \varphi_0 = \omega t + \varphi_0 + 2\pi$. Звідси

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (12.3)$$

Частотою коливання ν називають кількість повних коливань за одиницю часу:

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (12.4)$$

Одиниця частоти – **герц**: 1 Гц – це частота періодичного процесу, в якому відбувається одне коливання (повний цикл процесу) за одну секунду ($1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}$). Із формули (12.4) випливає, що

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (12.5)$$

Циклічна частота дорівнює числу коливань за 2π секунд і вимірюється в радіанах за секунду (рад/с).

Коливання, які відбуваються в ізольованій системі, тобто під дією одних тільки внутрішніх сил, називають **вільними**. Якщо внутрішні сили консервативні, то механічна енергія коливальної системи залишається сталою (не витрачається на роботу проти сил опору). Такі вільні коливання називають **власними**. Власні коливання відбуваються нескінченно довго.

Додавання коливань однакового напрямку. Биття. Можливі випадки, коли тіло бере участь одночасно у кількох коливальних рухах. Знайдемо рівняння руху тіла, яке бере участь одночасно у двох однаково напрямлених коливальних рухах з однаковими частотами:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad (12.6)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2), \quad (12.7)$$

Якщо тіло одночасно бере участь у двох коливальних рухах, що відбуваються вздовж однієї і тієї самої прямої, то його результуючий рух

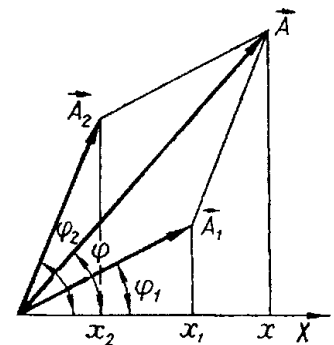


Рисунок 12.1

відбуватиметься також вздовж тієї самої прямої. При цьому будемо користуватися методом векторних діаграм (рис. 12.1).

Результуюче зміщення тіла у будь-який момент часу дорівнює сумі незалежних зміщень, тобто $x = x_1 + x_2$. Оскільки вектори $\vec{A}_1$ і $\vec{A}_2$ здійснюють обертання з однаковими кутовими швидкостями ω , то зсув фаз між ними з часом не змінюється, і вектор $\vec{A}$ також обертатиметься з кутовою швидкістю ω . Тоді результуюче коливання буде також гармонічним, і його рівняння матиме вигляд

$$x = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (12.8)$$

де A – амплітуда результуючого коливання; φ – початкова фаза. З рис. 12.1 маємо

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (12.9)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (12.10)$$

З (12.9) видно, що амплітуда результуючого коливання залежить від різниці фаз складових коливань. Якщо $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), то $A = A_1 + A_2$. Коли $\varphi_2 - \varphi_1 = (2n + 1)\pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), тобто складові коливання відбуваються у протилежних фазах, то амплітуда результуючого коливання $A = |A_1 - A_2|$, бо за означенням амплітуда – величина додатна. Оскільки енергія коливального руху пропорційна квадрату амплітуди, то повна енергія результуючого коливання

$$E = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (12.11)$$

де E_1 і E_2 – енергії складових коливань. З (12.11) видно, що повна енергія результуючого коливання також залежить від різниці початкових фаз складових коливань.

Розглянемо випадок додавання однаково напрямлених коливань з різними частотами, рівняння яких

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad (12.12)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (12.13)$$

Якщо вектори складових амплітуд A_1 і A_2 обертатимуться з різними кутовими швидкостями, то кут між ними змінюватиметься з часом і результуюча амплітуда також змінюватиметься з часом, тобто коливання буде негармонічним. Результуюче зміщення $x = x_1 + x_2$. Для спрощення припустимо, що $A_1 = A_2 = A_0$, $\varphi_2 = \varphi_1 = \varphi_0$. Тоді

$$x = 2A_0 \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t + \varphi_0\right). \quad (12.14)$$

Звідси видно, що амплітуда результуючого коливання періодично змінюється за абсолютною величиною з часом, тобто

$$A = \left| 2A_0 \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right|. \quad (12.15)$$

Період зміни амплітуди

$$T_a = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1}. \quad (12.16)$$

У випадку, коли частоти коливань ω_1 і ω_2 близькі за величинами, виникає явище, яке називають **биттям**. У цьому разі результуючий рух можна розглянути як періодичне коливання з пульсуючою амплітудою. Частота таких коливань дорівнює середньому арифметичному значенню частот складових коливань.

Додавання взаємно перпендикулярних коливань. Тіло може також брати участь у коливальних рухах, напрями коливань яких не збігаються. Треба встановити характер траєкторії результуючого руху тіла.

Розглянемо випадок, коли тіло одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливальних рухах, частоти яких однакові. Відносно координатних осей ОХ і ОУ, які розміщені у напрямках коливальних рухів, рівняння коливань матимуть вигляд

$$x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad (12.17)$$

$$y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (12.18)$$

Знайдемо рівняння траєкторії результуючого руху. Для цього рівняння (12.17, 12.18) перепишемо так:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - 2 \frac{xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (12.19)$$

Співвідношення (12.19) є рівнянням траєкторії результуючого руху тіла, що одночасно бере участь у двох коливаннях, напрями яких взаємно перпендикулярні.

У загальному випадку рівняння (12.19) є рівнянням еліпса. Орієнтація еліпса відносно осей координат і його форма визначаються амплітудами A_1 і A_2 та різницею фаз $(\varphi_2 - \varphi_1)$ складових коливань.

Розглянемо такі окремі випадки.

1. Різниця фаз $(\varphi_2 - \varphi_1) = \pm 2\pi n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). У цьому разі рівняння (12.19) набуває такого вигляду:

$$\left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} \right)^2 = 0. \quad (12.20)$$

Звідси маємо

$$y = \frac{A_2}{A_1} x. \quad (12.21)$$

Якщо фази складових коливань однакові, то траєкторією результуючого руху є пряма лінія, що проходить через початок координат і нахилена до осі ОХ під кутом $\arctg A_2/A_1$ (рис. 12.2, а). Зміщення точки у будь-який момент часу від

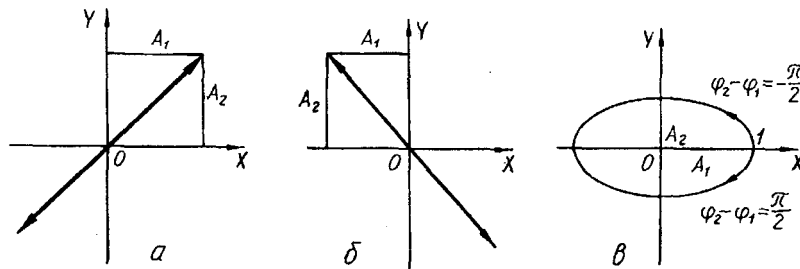


Рисунок 12.2

положення рівноваги знаходимо за співвідношенням

$$s = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (12.22)$$

Врахувавши, що $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$, знайдемо

$$s = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \cos(\omega t + \varphi). \quad (12.23)$$

Звідси видно, що рух тіла – це гармонічне коливання з частотою ω у напрямі прямої.

2. Різниця фаз $(\varphi_2 - \varphi_1) = \pm(2n+1)\pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). Тоді дістаємо, що траєкторією руху тіла також буде пряма лінія, рівняння якої

$$y = -\frac{A_2}{A_1} x. \quad (12.24)$$

Вона утворює з віссю ОХ кут $\arctg (-A_2/A_1)$. Результуючий рух у цьому разі також буде гармонічним коливальним рухом (рис. 12.2, б).

3. Різниця фаз $(\varphi_2 - \varphi_1) = \pm(2n+1)\frac{\pi}{2}$. Тоді рівняння (12.19) набуває вигляду

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1. \quad (12.25)$$

Траєкторія результуючого руху має вигляд еліпса, півосі якого A_1 і A_2 орієнтовані вздовж координатних осей ОХ і ОУ (рис. 12.2, в).

У зв'язку з тим що координати x і y тіла змінюються з періодом $T = 2\pi/\omega$, то воно здійснюватиме рух по еліптичній траєкторії також з періодом T або циклічною частотою ω . Коли

$(\varphi_2 - \varphi_1) = +\frac{\pi}{2}$, то рух тіла відбувається по еліпсу в напрямі руху

стрілки годинника. Якщо $(\varphi_2 - \varphi_1) = -\frac{\pi}{2}$, то тіло рухатиметься також по еліптичній траєкторії, але у протилежному напрямі, тобто проти руху стрілки годинника. Якщо амплітуди складових коливань однакові $A_1 = A_2$, то еліпс перетворюється в коло.

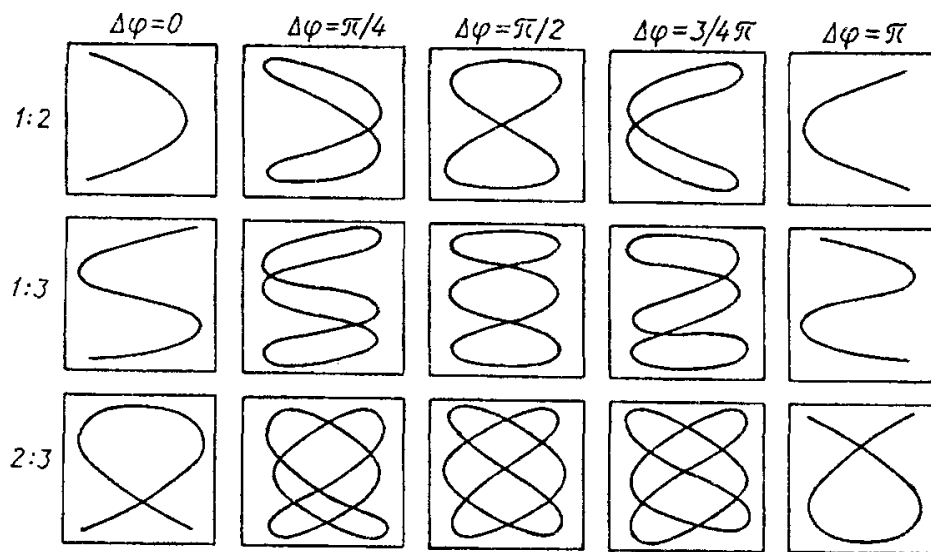


Рисунок 12.3

При додаванні двох взаємно перпендикулярних коливань, частоти яких різні, результуючі рухи відбуватимуться по траєкторіях складних форм, які називають **фігурами Ліссажу**. На рис. 12.3 зображено фігури для випадку, коли частоти складових коливань відносяться як 1:2, 1:3, 2:3 відповідно для різниці фаз коливань: $\varphi_2 - \varphi_1 = 0; \pi/4; \pi/2; 3/4\pi; \pi$. Фігури Ліссажу – це криві лінії, вписані у прямокутник із сторонами, що дорівнюють подвійним значенням амплітуд складових коливань. Відношення числа точок дотикання фігур Ліссажу до відповідних сторін прямокутника збігається з відношенням частот складових коливань. Спостереження фігур Ліссажу лежить в основі досить зручного методу дослідження співвідношень між періодами і фазами коливань, а також форми коливань.

Знайдемо енергію результуючого руху тіла при додаванні взаємно перпендикулярних коливань однакових частот.

Квадрат результуючого зміщення матеріальної точки і квадрат її швидкості у будь-який момент часу відповідно дорівнюють:

$$s^2 = x^2 + y^2, \quad v^2 = v_1^2 + v_2^2. \quad (12.26)$$

Повна енергія результуючого руху тіла складається з кінетичної і потенціальної енергій:

$$E = W + U. \quad (12.27)$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ks^2 = \\ &= \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}k_x s_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}k_y s_y^2 = E_x + E_y, \end{aligned} \quad (12.28)$$

де E_x і E_y – енергії складових коливань, ($k_x = k_y = k$ – оскільки коливання відбуваються з однаковими частотами).

З (12.28) видно, що енергія результуючого коливання при додаванні взаємно перпендикулярних коливань, на відміну від енергії результуючого коливання при додаванні коливань однакового напрямку, не залежить від різниці фаз між ними і дорівнює сумі енергій складових коливань.

12.2 Фізичний маятник та електричний коливальний контур

Фізичний маятник. Фізичним маятником називають тверде тіло, здатне здійснювати коливання навколо нерухомої горизонтальної осі, яка не проходить через центр мас (рис. 12.4).

Рівняння руху фізичного маятника

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl \sin \varphi, \quad (12.29)$$

де I – момент інерції тіла відносно горизонтальної осі, що проходить через точку підвісу O (у даному разі вісь перпендикулярна до площини рисунка); m – маса маятника; знак "мінус" вказує на те, що повертаючий момент намагається повернути маятник до положення рівноваги, а кут відхилення φ від положення рівноваги відраховується у протилежному напрямі. Для малих кутів відхилення $\sin \varphi \approx \varphi$, і рівняння (12.29) набуває вигляду

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgl}{I} \varphi = 0. \quad (12.30)$$

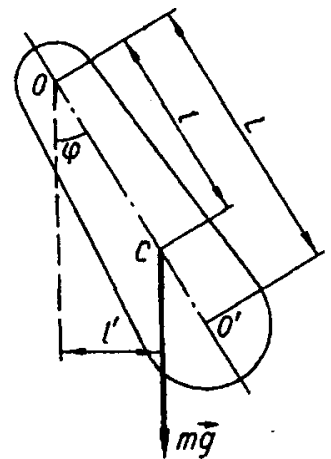


Рисунок 12.4

Розв'язавши рівняння (12.30), визначимо, що величина φ буде змінюватися гармонічно з періодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}. \quad (12.31)$$

Введемо величину

$$L = \frac{I}{ml}. \quad (12.32)$$

Величину L називають **приведеною довжиною фізичного маятника**. Очевидно математичний маятник матиме такий самий період коливань, як і фізичний маятник, за умови, що його довжина дорівнюватиме приведеній довжині фізичного маятника.

Маятники широко застосовуються у годинниках, у приладах для визначення прискорення рухомих тіл і вивчення коливань земної кори (сейсмографи), у гіроскопічних приладах, у приладах для експериментального визначення моментів інерції тіл, для дослідження механічних властивостей твердих тіл за різних фізичних умов тощо.

Електричний коливальний контур. Систему, що складається з послідовно з'єднаних конденсатора ємністю C , котушки індуктивністю L і провідника з омичним опором R , в якій можуть збуджуватись електричні коливання, називають

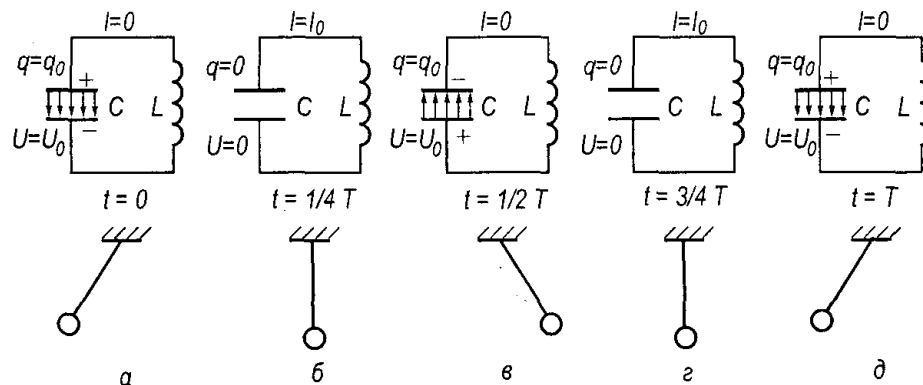


Рисунок 12.5

коливальним контуром (рис. 12.5). Під електричними коливаннями контуру розуміють періодичні або близькі до періодичних зміни заряду конденсатора і струму в котушці індуктивності. Із зарядом конденсатора і струмом котушки пов'язані відповідно електрична і магнітна енергії. Тому періодичним змінам заряду і струму відповідають аналогічні зміни енергії, тобто виникають електромагнітні коливання.

Можна провести формальну аналогію між електричними коливаннями у коливальному контурі й механічними коливаннями маятника (див. рис. 12.5), поставивши у

відповідність потенціальній енергії маятника електричну енергію конденсатора, а кінетичній – магнітну енергію котушки.

Заряд конденсатора і струм у котушці коливального контуру постійно змінюються за значенням і напрямом. Вважатимемо, що в момент часу t заряд на обкладках конденсатора q , напруга на ньому $U_e = q/C$, а струм у колі змінюється зі швидкістю $\frac{dI}{dt}$.

У котушці L виникає ЕРС самоіндукції $\varepsilon_{ci} = -L \frac{dI}{dt}$. Друге правило Кірхгофа матиме вигляд

$$U_C + IR = \varepsilon_{ci}. \quad (12.33)$$

Підставивши всі величини, рівняння (12.33) перепишемо:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0. \quad (12.34)$$

Якщо $R = 0$, то

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0. \quad (12.35)$$

де $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ циклічна частота власних електричних коливань.

Рівняння (12.35) є диференціальним рівнянням вільних електричних коливань. Розв'язком цього рівняння є функція

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (12.36)$$

де q_0 – амплітуда; $\omega_0 t$ – фаза коливань, φ – початкова фаза. Сталі інтегрування q_0 і φ визначають з початкових умов.

Період власних коливань

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (12.37)$$

Рівність (12.37) називають формулою Томсона.

Силу струму в коливальному контурі обчислюють диференціюванням рівності (12.38):

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi). \quad (12.39)$$

Енергії електричного і магнітного полів коливального контуру визначаються так, якщо підставити і зробити відповідні заміни:

$$W_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{4C} + \frac{q_0^2}{4C} \cos 2(\omega_0 t + \varphi). \quad (12.40)$$

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{q_0^2}{4C} - \frac{q_0^2}{4C} \cos 2(\omega_0 t + \varphi). \quad (12.41)$$

Середні значення

$$\langle W_e \rangle = \langle W_m \rangle = \frac{q_0^2}{4C}. \quad (12.42)$$

12.3 Вимушені коливання, резонанс механічних систем та у колах змінного струму

Коливальна система, виведена з положення рівноваги і залишена сама на себе, здійснюватиме вільні згасаючі коливання, поступово втрачаючи початковий запас механічної енергії на роботу проти сил опору середовища. Швидкість згасання вільних коливань реальних систем залежить від параметрів системи та величини сил опору. Для підтримання незгасаючих коливань реальної системи необхідно періодично поповнювати втрати механічної енергії системи на роботу проти сил опору. Таке поповнення енергії здійснюється за рахунок роботи зовнішньої сили, що періодично діє на коливальну систему, яка змінюється з часом за гармонічним законом

$$F = F_0 \cos \omega t, \quad (12.43)$$

де F_0 – амплітуда зовнішньої сили; ω – її циклічна частота.

Незгасаючі коливання системи, які відбуваються внаслідок дії зовнішньої сили, що змінюється за законом (12.43), називають **вимушеними коливаннями**, а силу F – **змушуючою силою**.

Якщо в коливальній системі діє пружна або квазіпружна сила, а сила опору пропорційна швидкості коливального руху, то основне рівняння динаміки вимушених коливань має вигляд диференціального рівняння:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \omega t. \quad (12.44)$$

Введемо такі позначення: $k/m = \omega_0^2$, $b/m = 2\beta$, $F_0/m = f_0$.

Тоді рівняння (12.44) набуває вигляду

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t, \quad (12.45)$$

де ω_0 – циклічна частота власних коливань системи; β – коефіцієнт згасання коливань; f_0 – амплітуда змушуючої сили, віднесена до одиниці маси.

Рівняння (12.45) є неоднорідним диференціальним рівнянням другого порядку. У теорії диференціальних рівнянь доведено, що загальний розв'язок такого рівняння складається із суми розв'язку відповідного однорідного рівняння і частинного розв'язку неоднорідного рівняння (12.45).

Розв'язок відповідного однорідного диференціального рівняння маємо у вигляді

$$x(t) = A(t) \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (12.46)$$

Він характеризує згасаючі коливання, які через деякий проміжок часу практично зникають. Тому знайдемо частинний розв'язок рівняння (12.45). При цьому вважатимемо, що під дією сили (12.43) коливання встановилися, і система здійснює гармонічні вимушені коливання з частотою, яка дорівнює частоті змушуючої сили. Тоді розв'язок шукатимемо у вигляді

$$x = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (12.47)$$

де A – амплітуда усталених коливань; φ – зсув фаз між зміщенням і змушуючою силою.

Знаходимо амплітуду вимушених коливань:

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (12.48)$$

Вираз для визначення зсуву фаз φ між коливаннями зміщення системи від положення рівноваги і змушуючою силою:

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (12.49)$$

Отже, рівняння вимушених коливань зміщення має вигляд

$$x = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \cos(\omega t + \varphi), \quad (12.50)$$

де зсув фаз φ дається виразом (12.49). Із рівності (12.50) випливає, що **вимушені коливання є гармонічними коливаннями з частотою ω змушуючої сили**. Амплітуда коливань даної системи при незмінних силах тертя і опору середовища пропорційна амплітуді F_0 змушуючої сили і залежить від її частоти ω . Вимушені коливання відстають за фазою від змушуючої сили на величину φ , яка також є функцією ω .

При заданих значеннях амплітуди змушуючої сили f_0 , яка припадає на одиницю маси коливальної системи, і коефіцієнта згасання β амплітуда вимушених коливань є функцією тільки частоти ω змушуючої сили. Функція $A(\omega)$ проходить через максимум при деякій характерній для даної системи частоті $\omega = \omega_{\text{рез}}$. **Явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань при частотах ω змушуючої сили, близьких до $\omega_{\text{рез}}$ називається резонансом**. Частота змушуючої сили $\omega_{\text{рез}}$, при якій амплітуда коливань досягає найбільшого значення $A_{\text{рез}}$, називається **резонансною частотою**.

Максимальне значення амплітуди досягається при мінімальному значенні підкореневого виразу у формулі (12.48). Умовою мінімуму є рівність нулю похідної від підкореневого виразу за частотою. Звідси знаходимо резонансну частоту

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \quad (12.51)$$

Підставивши значення $\omega_{\text{рез}}$ у формулу (12.48), отримаємо резонансне значення амплітуди

$$A_{\text{рез}} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (12.52)$$

Явище резонансу слід враховувати під час конструювання різних машин та споруд. Їхня власна частота повинна значно відрізнятися від частоти змушуючих сил.

Явище резонансу в деяких випадках відіграє і позитивну роль, особливо в акустиці, радіотехніці. Його також використовують у приладах для вимірювання частоти.

Вимушені електричні коливання. Електричний опір реального коливального контуру не дорівнює нулеві, тому вільні електричні коливання в контурі поступово затухають. Щоб одержати незатухаючі коливання, треба ззовні підводити в коливальний контур енергію, яка компенсує втрати на виділення тепла та на випромінювання електромагнітних хвиль. **При цьому виникають вимушені електричні коливання.** Для їх реалізації потрібна періодична дія на коливальний контур. Це можна здійснити, якщо ввімкнути послідовно з елементами контуру змінну ЕРС.

Розглянемо вимушені електричні коливання у контурі під дією ЕРС, яка змінюється за законом

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t. \quad (12.53)$$

Рівняння коливань можна переписати так:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \omega t. \quad (12.54)$$

Рівняння (12.54) називають **диференціальним рівнянням вимушених коливань**, яке є неоднорідним рівнянням другого порядку. Аналогічно до попереднього, загальний розв'язок такого рівняння складається із суми розв'язків відповідного однорідного рівняння і частинного розв'язку неоднорідного рівняння (12.54). Частинний розв'язок рівняння (12.54) шукатимемо у вигляді

$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi), \quad (12.55)$$

де q_m – амплітуда усталених коливань; φ – зсув фаз між змінами заряду і зовнішньої ЕРС.

Амплітуда усталених коливань:

$$q_m = \frac{\varepsilon_0 / L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (12.56)$$

Вираз для визначення зсуву фаз φ :

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (12.57)$$

Тоді частинний розв'язок диференціального рівняння (12.58) має вигляд

$$q = \frac{\varepsilon_0 / L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \cos(\omega t + \varphi). \quad (12.59)$$

Отже, вимушене коливання є гармонічним. Якщо поділити заряд q на ємність конденсатора, то одержимо закон зміни (коливань) напруги на конденсаторі

$$U = \frac{q}{C} = \frac{\varepsilon_0}{LC \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \cos(\omega t + \varphi). \quad (12.60)$$

Диференціюючи за часом рівність (12.60), одержуємо закон зміни струму в коливальному контурі

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega \cdot \frac{\varepsilon_0 / L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi). \quad (12.61)$$

$$I_m = -\frac{\omega}{L} \cdot \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}}. \quad (12.62)$$

Резонансна частота для заряду q і напруги на конденсаторі U_C визначається так:

$$\omega_q = \omega_U = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}. \quad (12.63)$$

Амплітуда сили струму матиме максимальне значення за умови $\omega L - 1/(\omega C) = 0$, тобто під час резонансу. Криві, які відображають залежність амплітуди вимушених коливань сили струму I_m від циклічної частоти зміни зовнішньої ЕРС (рис. 12.6), називають резонансним. Однією з характеристик резонансної кривої є значення амплітуди у максимумі. Другою важливою характеристикою є ширина резонансної кривої, під якою розуміють різницю циклічних частот $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, для яких енергія коливань у два рази менша від енергії для частоти, при якій амплітуда змінної величини досягає максимуму.

Коливання будуть найінтенсивнішими при частоті $\omega = \omega_0$.

Явище збудження інтенсивних електричних коливань під дією зовнішньої змінної ЕРС з частотою, яка дорівнює або є близькою до власної частоти коливального контуру, називають **резонансом**.

Уся техніка радіо-приймання ґрунтується на явищі резонансу. Щоб радіоприймач селективно (вибірково) реагував на електромагнітні хвилі, які випромінюють радіостанції, треба досягти співпадання частоти власних коливань коливального контуру радіоприймача з частотою електромагнітних хвиль, які випромінює дана радіостанція.

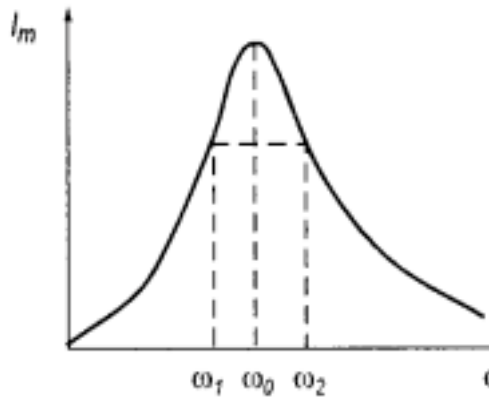


Рисунок 12.6

12.4 Контрольні запитання

1. Запишіть диференціальні рівняння коливальних процесів.
2. Які фігури називають фігурами Ліссажу?
3. Що називають фізичним маятником?
4. Що називається електричним коливальним контуром?
5. Які коливання називаються вимушеними?
6. Дайте визначення резонансу.

13 Механічні хвилі

13.1 Механічні хвилі. Швидкість поширення механічних хвиль в газах, рідинах і твердих тілах

Коливання, що виникають у будь-якій точці середовища, не залишаються локалізованими в місцях збудження їх. Вони поширюються в середовищі із скінченною швидкістю. Їхнє поширення зумовлене взаємодією між частинками середовища. Якщо взаємозв'язок між частинками середовища здійснюється силами пружності, які виникають внаслідок деформації середовища при передаванні коливань від однієї частинки до іншої, то такі хвилі називають **пружними**. До них належать звукові, сейсмічні та інші хвилі.

Процес поширення коливань у просторі називають **хвилею** або **хвильовим процесом**. Напряму поширення хвилі називають **променем**. Залежно від напрямку коливання частинок середовища відносно напрямку поширення хвиль їх поділяють на **поперечні і поздовжні**. **Поперечними** називають хвилі, в яких частинки коливаються у перпендикулярному до променя хвилі напрямі. Хвилі, в яких частинки коливаються у напрямі поширення їх, називають **поздовжніми**. При поширенні поперечної хвилі у пружному середовищі відбувається періодичне відхилення частинок середовища від положення рівноваги, але в напрямку перпендикулярному до поширення хвилі. При поширенні поздовжніх хвиль ділянки середовища зазнають періодичного стиску і розтягу, тобто поздовжні хвилі – це хвилі об'ємної деформації. Поширення поздовжніх хвиль супроводжується відповідними змінами тиску порівняно з його середнім значенням у деформованому середовищі.

Для характеристики передавання коливального руху від частинки до частинки середовища використовують швидкість поширення хвиль. Її ще називають **фазовою швидкістю**

$$v = \frac{1}{\sqrt{\alpha\rho}}, \quad (13.1)$$

де ρ – густина недеформованого середовища, α – коефіцієнт пружності. Фазова швидкість – це швидкість поширення в просторі певного значення фази коливань середовища.

Формула (13.1) справедлива для твердих тіл, рідин і газів, при умові, що середовище, в якому відбуваються коливання, повинно бути пружним і суцільним.

Визначимо швидкість поширення поздовжніх хвиль у пружному твердому тілі, поздовжні розміри якого значно більші

від поперечних (стержень, дрiт). При деформації розтягу (стиску), як відомо, коефіцієнт пружності можна виразити через модуль Юнга: $\alpha = 1/E$. Тоді вираз (13.1) набуває вигляду

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (13.2)$$

Якщо ж елемент, в якому поширюється імпульс, не ізольований від середовища, а тільки уявно виділений у ньому, то зв'язок між α і E складніший.

Відстань між двома найближчими частинками, фази коливань яких відрізняються на 2π , називають **довжиною хвилі** λ . Це відстань, на яку поширюється хвиля за час, що дорівнює одному періоду.

Ділянку середовища, де його частинки при поширенні хвиль здійснюють коливання, називають **хвильовим полем**. Геометричне місце точок, які коливаються в однакових фазах, називають **хвильовою поверхнею**. Геометричне місце точок, якого досягне коливання до моменту часу t , називають **фронтом хвилі**. Фронт хвилі – це поверхня, що відділяє частину простору, в якому відбувається хвильовий процес, від тієї, де коливання ще не виникли. У хвильовому полі можна провести хвильову поверхню через будь-яку точку. Залежно від форми фронту розрізняють хвилі **плоскі, сферичні, циліндричні** та ін. Хвилі з плоскою хвильовою поверхнею площини називають **плоскими**.

Характер коливання частинок при переміщенні хвилі, форма хвильового фронту залежать від характеру генерування їх і властивостей середовища. У поперечних хвилях відбувається зсув шарів середовища один відносно одного. Поперечні механічні хвилі можуть поширюватися у тих середовищах, де можлива деформація зсуву, тобто в твердих тілах. У рідинах і газах поперечні хвилі не поширюються.

Оскільки поздовжні хвилі є хвилями об'ємної деформації, то вони можуть поширюватись як у твердих тілах, так і в рідинах і газах.

13.2 Рівняння хвилі. Диференціальне хвильове рівняння. Енергія хвилі

Хвильовий процес буде відомим, якщо відома функціональна залежність зміщення коливальної частинки від координат її точки рівноваги x, y, z і часу t , тобто

$$\xi = \xi(x, y, z, t). \quad (13.3)$$

Функція (13.3) має бути періодичною як відносно часу t , так і відносно координат x, y, z . Для спрощення розглядатимемо

плоску хвилю, яка поширюється у напрямі осі ОХ. За такої умови хвильові поверхні будуть перпендикулярними до осі ОХ, а зміщення коливальних точок цих поверхонь залежатимуть тільки від x і t .

Рівняння так званої монохроматичної біжучої хвилі:

$$\xi = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (13.4)$$

де $\lambda = vT$ – довжина хвилі, v – фазова швидкість, T – період коливань. Величину $2\pi/\lambda = k$ – називають хвильовим числом. Воно виражає кількість довжин хвиль, що вміщаються на відрізку 2π . Якщо ввести хвильове число k і циклічну частоту ω у рівняння (13.4), то воно набуває вигляду

$$\xi = A \sin(\omega t - kx). \quad (13.5)$$

Аргумент синуса $\omega t - kx$ називають фазою хвилі.

Щоб отримати рівняння (13.5), вважаємо, що амплітуда коливань в усіх точках однакова. Для плоскої хвилі це можливе, якщо енергія хвилі не поглинається середовищем.

При поширенні у середовищі сферичної хвилі амплітуда коливань зменшується обернено пропорційно відстані r від джерела хвиль. Рівняння сферичної хвилі має вигляд

$$\xi = \frac{A}{r} \sin(\omega t - kr), \quad (13.6)$$

де A – величина, яка дорівнює амплітуді коливань на відстані 1 м від джерела хвиль. Величина A має розмірність амплітуди, помноженої на розмірність довжини.

Добуті рівняння плоскої хвилі справедливі, коли хвилі поширюються вздовж осі ОХ.

Рівняння плоскої хвилі, що поширюється у напрямі, який утворює кути α , β , γ з осями координат ОХ, ОУ, ОZ.

$$\xi = A \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \quad (13.7)$$

де $\vec{k}$ – хвильовий вектор, а $\vec{r}$ – радіус вектор.

Введемо поняття хвильового вектора $\vec{k}$ як вектора, напрям якого збігається з напрямком одиничного вектора $\vec{n}$, який перпендикулярний до хвильової поверхні, а величини вектора $\vec{k}$ дорівнює $k = \omega/v$.

Рівняння (13.7) можна записати і в такій формі:

$$\xi = A \sin(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z), \quad (13.8)$$

де $k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \alpha$, $k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \beta$, $k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \gamma$.

Знайдемо диференціальне рівняння, яке описує поширення хвильового процесу в середовищі.

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}, \quad (13.9)$$

де $\frac{1}{v^2} = \frac{k^2}{\omega^2}$.

Рівняння (13.9) – це хвильове рівняння. Його задовольняє не тільки функція (13.7), а й будь-яка функція, вигляд якої

$$f(x, y, z, t) = f(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z). \quad (13.10)$$

Знаючи миттєвий розподіл зміщень частинок, що коливаються відносно положення рівноваги, можна визначити розподіл швидкостей цих частинок.

Швидкість зміщення коливальних точок хвилі знаходимо диференціюванням рівняння хвилі (13.5) за часом:

$$\frac{d\xi}{dt} = A\omega \cos(\omega t - kx) = A\omega \sin\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{2}\right). \quad (13.11)$$

З (13.11) видно, що швидкість зміщень у хвилі змінюється за тим самим законом, що й зміщення, з тією лише відмінністю, що зсув фаз між ними дорівнює $\pi/2$. Коли зміщення досягає максимуму, швидкість частинки міняє знак, тобто на якусь мить перетворюється в нуль. При проходженні положення рівноваги точка має максимальну швидкість, хоча зміщення її в цей момент часу дорівнює нулю. Отже, хвиля швидкостей зсунута відносно хвилі зміщень у часі на чверть періоду, а в просторі – на чверть хвилі.

Зауважимо, що швидкість поширення хвилі (фазова швидкість) і швидкість коливань частинок середовища, що беруть участь у хвильовому процесі, це величини, які характеризують різні процеси. Швидкість поширення хвилі v належить до швидкості поширення стану коливального руху, в який з плином часу захоплюються все нові й нові частинки середовища. Швидкість коливань частинок характеризує рух відносно положення рівноваги однієї і тієї самої частинки середовища, що перебуває на відстані x від джерела хвиль.

Для визначення розподілу деформацій у хвилі розглянемо поширення поздовжньої хвилі у напрямі осі ОХ.

Виділимо циліндричний об'єм висотою Δx з площею основи, що дорівнює одиниці (рис. 13.1). Оскільки зміщення частинок в даний момент часу різне для різних значень x , то вважатимемо, що зміщення

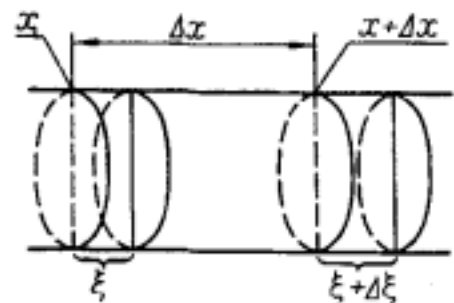


Рисунок 13.1

частинок основи циліндра, координата якого x , дорівнює ξ , а зміщення частинок основи циліндра з координатою $x + \Delta x$ у той самий момент часу дорівнює $\xi + \Delta \xi$. Отже, виділений циліндричний об'єм зазнає деформації. Відносна деформація $\varepsilon = \Delta \xi / \Delta x$. В граничному випадку, коли $\Delta x \rightarrow 0$, відносна деформація $\varepsilon = d\xi / dx$. Миттєвий розподіл відносної деформації в хвилі знаходимо диференціюванням рівняння (13.5) за координатою x :

$$\varepsilon = \frac{d\xi}{dx} = -Ak \cos(\omega t - kx). \quad (13.12)$$

Відносна деформація у хвилі змінюється за тим самим законом, що й зміщення, але зсув фаз між ними $\pi/2$.

Відносна деформація буде додатною ($\varepsilon > 0$) для $d\xi > 0$, тобто коли відбувається деформація розтягу. Для деформації стискання $\varepsilon < 0$. Отже, у поздовжній хвилі в місцях стискання відносна деформація $\varepsilon < 0$, а в місцях розрідження $-\varepsilon > 0$.

Джерелом коливального руху в середовищі є коливальна система. За рахунок її енергії виникають коливання частинок середовища, які прилягають до коливального тіла. Внаслідок взаємозв'язку між частинками середовища коливання передаються від однієї частинки до іншої, тобто утворюється хвиля. Коливальні частинки середовища, в якому поширюється хвиля, мають як кінетичну, так і потенціальну енергії деформації. При поширенні хвиль відбувається передавання енергії від однієї частинки до іншої у напрямі поширення хвиль.

Кінетична енергія руху частинок, що знаходяться в об'ємі V

$$\Delta W = \frac{1}{2} \rho \Delta V \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx). \quad (13.13)$$

Потенціальна енергія пружної деформації об'єму ΔV

$$\Delta U = \frac{1}{2} E \varepsilon^2 \Delta V = \frac{1}{2} E \Delta V A^2 k^2 \cos^2(\omega t - kx). \quad (13.14)$$

Враховуючи те, що модуль Юнга $E = \rho v^2$, а хвильове число $k = \omega / v$, вираз (13.13) набуває вигляду схожого на (13.14)

$$\Delta U = \frac{1}{2} \rho \Delta V A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx). \quad (13.15)$$

Порівнюючи вирази (13.13) і (13.15), можна зробити висновок, що у виділеному об'ємі середовища ΔV кінетична і потенціальна енергії дорівнюють одна одній і, на відміну від коливальних рухів, змінюються в однакових фазах. При поширенні хвилі у пружному середовищі, як уже зазначалося, поширюється хвиля швидкостей зміщення коливальних частинок

та хвиля відносної деформації. Ці хвилі переносять відповідно кінетичну і потенціальну енергії. Знайдемо повну енергію E_{Π} у виділеному об'ємі середовища, де поширюється хвиля:

$$E_{\Pi} = \Delta W + \Delta U = \rho \Delta V A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx). \quad (13.16)$$

Об'ємна густина енергії

$$w = \frac{E_{\Pi}}{\Delta V} = \rho A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx). \quad (13.17)$$

З (13.17) видно, що густина енергії в кожний момент часу в різних точках простору різна. Вона пропорційна густині середовища, квадрату амплітуди коливань частинок середовища та квадрату частоти їхніх коливань. Оскільки квадрат косинуса за період має середнє значення $1/2$, то середнє значення густини енергії $\langle w \rangle$ за часом

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2. \quad (13.18)$$

Перенесення енергії хвилею характеризують потоком і густиною потоку енергії. Енергію, що переноситься хвилею через деяку поверхню S у перпендикулярному до неї напрямі за одиницю часу, називають потоком. Якщо швидкість поширення хвилі w , то через поверхню площею S за одиницю часу пройде потік енергії

$$\Phi = \langle w \rangle S \cdot v. \quad (13.19)$$

Потік енергії в різних точках середовища може мати різну інтенсивність. Для характеристики перенесення енергії в різних точках простору вводять поняття густини потоку енергії, під яким розуміють енергію, що переноситься через одиницю площі поверхні за одиницю часу. За означенням, середнє значення густини потоку енергії

$$\langle j \rangle = \langle w \rangle v. \quad (13.20)$$

Оскільки швидкість поширення хвилі v є величина векторна, то і густину потоку енергії можна розглядати як вектор, напрям якого збігається з напрямом поширення хвилі. Питання перенесення енергії хвилями в загальному випадку вивчав російський фізик М.О. Умов (1846 – 1915). Тому вектор $\vec{j}$ називають вектором Умова.

13.3 Звукові і ультразвукові хвилі, їх основні характеристики. Застосування ультразвуків

Пружні хвилі, що поширюються у суцільних середовищах, називають **звуковими**. До звукових хвиль належать хвилі, частоти яких лежать у межах сприймання органами слуху. Людина сприймає звуки тоді, коли на її органи слуху діють хвилі

з частотами від 16 до 20 000 Гц. Пружні хвилі, частота яких менша від 16 Гц, називають **інфразвуковими**, а хвилі, частота яких лежить в інтервалі від $2 \cdot 10^4$ до $1 \cdot 10^9$ Гц, – **ультразвуковими**.

Розділ фізики, в якому вивчаються звукові хвилі (збудження, поширення, сприймання та взаємодія їх з речовиною середовища) називають **акустикою**.

Акустика поділяється на загальну і прикладну, У загальній акустиці розглядаються теоретичні та експериментальні аспекти утворення і поширення звукових, ультразвукових та інфразвукових хвиль і взаємодія їх з речовиною. Прикладна акустика поділяється на фізіологічну, архітектурну, музичну, гідроакустичну тощо.

Вимірювання швидкості звуку в твердих тілах, рідинах і газах вказують на те, що швидкість не залежить від частоти коливань або довжини звукової хвилі, тобто для звукових хвиль нехарактерна дисперсія. Явище дисперсії спостерігається при поширенні ультразвукових хвиль у багатоатомних газах і органічних рідинах. У твердих тілах можуть поширюватися поздовжні і поперечні хвилі, швидкість поширення яких знаходять відповідно за формулами

$$v_{\text{поз}} = \sqrt{E/\rho}, \quad v_{\text{поп}} = \sqrt{G/\rho}, \quad (13.21)$$

де E – модуль Юнга; G – модуль зсуву.

Неоднаковість швидкостей поздовжніх і поперечних хвиль у твердих тілах покладено в основу роботи сейсмографів, за допомогою яких визначають епіцентри землетрусів, вивержень тощо.

У рідинах і газах можуть поширюватися тільки поздовжні хвилі. Швидкість звуку в рідинах визначається за формулами

$$v = \sqrt{k/\rho} = \sqrt{1/(\beta\rho)}, \quad (13.22)$$

де k – модуль об'ємного стиску; β – адіабатний коефіцієнт об'ємного стиску. Залежність швидкості звуку в рідинах від температури визначається в основному залежністю коефіцієнта об'ємного стиску. Так, для води коефіцієнт об'ємного стиску зменшується з підвищенням температури, і відповідно швидкість звуку збільшується. Швидкість звуку в рідинах залежить від наявності в них домішок. Так, швидкість звуку в прісній воді при 17°C – 1430 м/с, а в морській воді – 1510 м/с.

Оскільки процес поширення звуку в газах відбувається адіабатно, тобто звукові хвилі в газах поширюються так швидко, що зумовлені локальні зміни об'єму і тиску в газовому середовищі відбуваються без теплообміну з навколишнім середовищем. Формула (13.22) запишемо у вигляді

$$v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}, \quad (13.23)$$

де p – тиск, ρ – густина, γ – показник адіабати.

Формула (13.23) називається **формулою Лапласа**. Вона добре узгоджується з дослідними результатами.

З підвищенням температури газу швидкість звуку в ньому зростає. Щоб встановити залежність швидкості звуку від температури газу, знову використаємо формулу Менделєєва – Клапейрона.

Підставимо у формулу (13.22) вираз $p/\rho = RT/M$. Тоді

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}. \quad (13.24)$$

Звідси випливає, що швидкість звуку в газах з підвищенням температури зростає пропорційно $\sqrt{T}$, а також залежить від величини γ та молекулярної маси газу.

Область середовища, в якому поширюються звукові хвилі, називають **звуковим полем**.

При поширенні звукових хвиль відбувається перенесення енергії у напрямі поширення їх. Перенесення енергії хвилями характеризують густиною потоку енергії, який в акустиці називають інтенсивністю або силою звуку. **Інтенсивність або сила звуку – це енергія, що переноситься за одиницю часу через одиницю площі поверхні у перпендикулярному напрямі до неї.**

Знайдемо взаємозв'язок між звуковим тиском Δp і швидкістю його поширення v . Для спрощення розглядатимемо поширення плоскої хвилі у середовищі, в якому енергія звукової хвилі не поглинається.

Закон зміни звукового тиску

$$\Delta p = \rho A \omega v \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right). \quad (13.25)$$

Звідси випливає, що звуковий тиск пропорційний густині середовища, швидкості поширення хвиль, а також величині $A\omega$, яка є амплітудою швидкості зміщень коливальних точок у хвилі. Величину $\Delta p_0 = \rho A \omega v$ називають **амплітудою звукового тиску**.

Величину ρv називають **хвильовим опором**. У разі поширення звукових хвиль цю величину називають акустичним опором середовища. Густина потоку енергії визначається формулою

$$I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v. \quad (13.26)$$

Або

$$I = \frac{(\Delta p_0)^2}{2\rho v}. \quad (13.27)$$

Отже, інтенсивність звуку прямо пропорційна квадрату амплітуди акустичного тиску і обернено пропорційна акустичному опору середовища.

У процесі поширення звукових хвиль у будь-якому реальному середовищі відбувається загасання їх. Амплітуда коливань частинок середовища монотонно зменшується зі збільшенням відстані від джерела звуку.

Звук як фізичне явище характеризується певною частотою, інтенсивністю або звуковим тиском, набором частот. Це – об'єктивні характеристики звуку. Людські органи слуху сприймають звук за гучністю, висотою (висота тону) і тембром. Ці характеристики мають суб'єктивний характер.

Ультразвук та його застосування. Пружні хвилі, частоти яких лежать в інтервалі від $2 \cdot 10^4$ до 10^9 Гц, називають ультразвуком. Хвилі, частоти яких лежать в інтервалі від 10^9 до 10^{13} Гц, називають гіперзвуком. Увесь діапазон частот ультразвукових хвиль умовно поділяють на три піддіапазони: ультразвукові хвилі низьких ($2 \cdot 10^4$ – 10^5 Гц), середніх (10^5 – 10^7 Гц) і високих частот (10^7 – 10^9 Гц). Кожний з цих піддіапазонів характеризується своїми особливостями генерування, приймання, поширення й застосування.

За фізичною природою ультразвукові хвилі такі, як і звукові будь-яких довжин. Проте внаслідок більш високих частот ультразвук має ряд специфічних особливостей при його поширенні. У зв'язку з тим, що довжини ультразвукових хвиль досить малі, характер їх поширення визначається молекулярними властивостями речовини. Характерна особливість поширення ультразвуку в багатоатомних газах та в рідинах – це існування інтервалів довжин хвиль, в межах яких проявляється залежність фазової швидкості поширення хвиль від їх частоти, тобто має місце дисперсія звуку. В цих інтервалах довжин хвиль також відбувається значне поглинання ультразвуку. Тому при поширенні його у повітрі відбувається більш значне його затухання, ніж звукових хвиль. У рідинах та твердих тілах (особливо монокристалах) затухання ультразвуку значно менше. Тому область застосування ультразвуку середніх і високих частот належить в основному до рідин і твердих тіл, а в повітрі та в газах застосовують тільки ультразвук низьких частот.

Поширення ультразвукових хвиль у газах та рідинах супроводжується рухом середовища в напрямі поширення хвиль. Такий рух називають акустичною течією, швидкість якої

залежить від в'язкості середовища, інтенсивності ультразвуку та його частоти.

До важливих нелінійних явищ, що виникають при поширенні інтенсивних ультразвукових хвиль у рідинах, належить акустична кавітація. Це явище полягає в тому, що при випромінюванні у рідину інтенсивних звукових хвиль з амплітудою звукового тиску, яка перевищує деяку величину, протягом півперіодів розріджень виникають кавітаційні бульбашки. При їх захлопуванні протягом півперіодів стискання створюються короткочасні імпульси тиску, які здатні руйнувати навіть досить міцні матеріали. Інтенсивність, що відповідає пороговому значенню амплітуди звукового тиску, при якій виникає явище кавітації, залежить від природи рідини, частоти звуку, температури та інших факторів.

Для одержання ультразвукових хвиль застосовують різні пристрої, які можна поділити на дві групи: механічні і електромеханічні. Механічні джерела ультразвуку – це повітряні та рідинні свистки і сирени. Основними випромінювачами ультразвуку є електромеханічні джерела, які здатні перетворювати електричні коливання в механічні. До них належать електродинамічні, п'єзоелектричні і магнітострикційні випромінювачі.

Електродинамічні джерела використовуються для генерування низькочастотних ультразвукових і звукових коливань. Найбільш широкого застосування набули п'єзоелектричні і магнітострикційні джерела ультразвуку.

Внаслідок існування прямого і оберненого п'єзоелектричного ефекту п'єзоелектричні перетворювачі використовуються і для приймання ультразвуку. Для вивчення ультразвукового поля користуються також оптичними методами. Поширення ультразвукових хвиль у прозорих середовищах зумовлює зміну його показника заломлення світла, що дає можливість візуально спостерігати звукове поле. Сукупність згущень і розріджень, що виникають при поширенні ультразвуку в прозорих середовищах, утворює своєрідну дифракційну ґратку. Дифракція світла на таких ґратках покладена в основу акустооптики, яка почала розвиватися після створення газових лазерів.

Ультразвук широко застосовується в різних галузях знань, а також у техніці. Різноманітність застосувань ультразвуку умовно можна поділити на три напрями: одержання інформації за допомогою ультразвукових методів; дія ультразвуку на речовину; обробка і передача сигналів.

У першому напрямі ультразвукові методи застосовуються для вивчення властивостей і будови речовини, для з'ясування процесів, що в них відбуваються на макро- і мікрорівнях. Ці методи ґрунтуються в основному на залежності швидкості поширення і затухання ультразвукових хвиль від властивостей речовин і від процесів, що в них відбуваються. Такі методи застосовуються у молекулярній акустиці. Вони допомагають з'ясувати особливості молекулярної структури речовини, визначити енергію взаємодії молекул, перевірити припущення про структурні моделі. Вивчення поширення ультразвуку в кристалах дає інформацію про особливості будови кристалічної ґратки. Ультразвукові методи, що ґрунтуються на вимірюваннях швидкості звуку, дають можливість визначити пружні характеристики та міцність металевих матеріалів, кераміки, полімерів, ступінь їхньої чистоти, наявність домішок.

Ультразвукові методи для отримання інформації ґрунтуються на відбиванні і розсіюванні ультразвукових хвиль на межах між різними середовищами. Ці методи дають можливість здійснювати ультразвукову локацію. У зв'язку з тим що ультразвукові хвилі поглинаються у воді майже в 1000 разів слабше, ніж у повітрі, напрямлені пучки ультразвукових хвиль широко застосовуються в гідроакустиці для сигналізації і гідролокації під водою. Застосування ультразвукових хвиль в гідроакустиці має важливе значення, оскільки це єдиний вид хвиль, який поширюється на великі відстані в природних водних середовищах. За допомогою імпульсних ультразвукових ехолотів визначають глибину моря, виявляють косяки риб. За допомогою гідролокаторів виявляють підводні човни, айсберги та ін.

Дія ехолота ґрунтується на вимірюванні проміжку часу між моментом посилення ультразвукового імпульсу і моментом приймання після його відбивання від дна.

Ультразвукові хвилі проникають на значно більшу глибину у непрозорих тілах, ніж рентгенівське випромінювання. Ультразвукове випромінювання може проникати через металеві вироби, товщина яких понад 10 м. Таку велику проникну здатність ультразвукового випромінювання у твердих тілах покладено в основу роботи ультразвукових дефектоскопів, за допомогою яких виявляють дефекти в матеріалах і виробах. Серед методів ультразвукової дефектоскопії найбільшого поширення набули імпульсний ехометод, дія якого ґрунтується на аналізі відбитих від дефектів сигналів. Відбиті ультразвукові коливання перетворюються в спеціальній формі електричні сигнали. Знаходиться час з моменту збудження перетворювача до приходу даного сигналу. Якщо на шляху коливання будуть

дефекти, то сигнал відіб'ється від нього і час проходження його буде меншим. Таким методом контролюється штамповки, прокат, пластмаси, визначається товщина матеріалів, а також якість зварних з'єднань і структура матеріалів.

В ультразвуковій дефектоскопії існує також тіньовий метод, в якому аналізується структура звукової тіні за дефектом.

Методи ультразвукової дефектоскопії застосовуються також для дослідження структури частин живих організмів, для діагностики деяких захворювань. Особливе місце в застосуванні ультразвуку займають методи звукобачення. За допомогою випромінювачів ультразвуку і фокусуючих систем створюється ультразвукове зображення предмета, який перебуває в непрозорому для світла середовищі. Потім це зображення перетворюється у видиме.

Візуалізація звукових полів застосовується у найбільш досконалих методах ультразвукової діагностики і дефектоскопії.

Дія ультразвуку на речовини ґрунтується на тому, що ультразвукові пучки можуть мати значні інтенсивності, під впливом яких відбувається активна дія на речовину. Частинки газу або рідини під дією ультразвукових хвиль можуть набути прискорень, які в сотні разів більші від прискорення вільного падіння. Внаслідок цього відбувається інтенсивне перемішування газів, що значно прискорює процеси теплообміну.

Дія ультразвукових коливань безпосередньо на розплави дає можливість одержати більш дрібнокристалічну і однорідну структуру металів. Ультразвукова кавітація застосовується для очищення від забруднень поверхонь деталей (годинникове виробництво, приладобудування, електронна техніка та ін.). На основі кавітації здійснюється металізація тіл і паяння (паяння алюмінієвих виробів, тонких провідників з напиленими металевими плівками, напівпровідниками та ін.), дегазація рідин. Кавітаційні ударні хвилі можуть диспергувати тверді тіла і рідини, утворюючи емульсії і суспензії.

Ультразвук застосовується в біології і медицині. При дії ультразвуку на біологічні об'єкти відбувається поглинання і перетворення енергії звуку в теплову. Локальне нагрівання тканин на частки і одиниці градусів сприяє життєдіяльності біологічного об'єкта, підвищує інтенсивність обміну речовин. Проте при більш інтенсивному опромінюванні ультразвуком біологічний об'єкт зазнаватиме руйнування. У медицині ультразвук використовується для діагностики, терапевтичного і хірургічного лікування.

Обробка і передавання сигналів за допомогою ультразвукових пристроїв застосовуються в радіолокації,

обчислювальній техніці та для керування світловими сигналами в оптиці й оптоелектроніці.

Застосування ультразвуку досить різноманітне. Останнім часом виникла квантова акустика, яка вивчає взаємодію звукових квантів з електронами і ядрами атомів.

13.4 Контрольні запитання

1. Які хвилі називають механічними?
2. Від чого залежить швидкість поширення механічних хвиль в газах, рідинах і твердих тілах?
3. Запишіть диференціальне хвильове рівняння.
4. Яка різниця у властивостях між звичайним звуком і ультразвуком?
5. Що таке ультразвук? Його основні характеристики.
6. Опишіть, як застосовують ультразвук для вивчення будови і властивостей речовини, діагностики і дефектоскопії.

14 Електромагнітні хвилі

14.1 Диференціальне рівняння електромагнітних хвиль

Розглянемо електромагнітне поле в однорідному ізотропному діелектрику ($\sigma = 0$, $\epsilon = \text{const}$, $\mu = \text{const}$), в якому немає вільних електричних зарядів ($\rho = 0$). Система рівнянь Максвелла за цих умов набуває вигляду

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{B} &= \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \\ \text{div } \vec{B} &= 0; \quad \text{div } \vec{E} = 0. \end{aligned} \quad (14.1)$$

З рівнянь (14.1) випливає існування електромагнітних збурень, або хвиль, що поширюються в просторі з певною скінченною швидкістю самостійно, незалежно від джерел, які спричинили виникнення даного електромагнітного поля.

Зробивши прості математичні перетворення для вектора $\vec{E}$ одержимо хвильове диференціальне рівняння

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (14.2)$$

де $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа. Проробивши аналогічні операції для другого рівняння (14.1), одержимо

$$\nabla^2 \vec{B} - \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0. \quad (14.3)$$

Введемо позначення $\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu = 1/v^2$. Тоді рівняння (14.2) і (14.3) запишуться у вигляді системи диференціальних хвильових рівнянь електромагнітного поля

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} &= 0. \\ \nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (14.4)$$

Отже, вектори поля $\vec{E}$ і $\vec{B}$ задовольняють те саме хвильове рівняння. Найпростішого вигляду рівняння (14.4) набувають для випадку, коли вектори поля $\vec{E}$ і $\vec{B}$ залежать лише від однієї з координат, наприклад від z . Тоді частинні похідні від векторів поля по координатах x і y дорівнюватимуть нулю і (14.4) запишуться так:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2} &= 0.\end{aligned}\quad (14.5)$$

Частинним розв'язком (14.5) буде

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}(z - vt), \\ \vec{B} &= \vec{B}(z - vt),\end{aligned}\quad (14.6)$$

для якої вектори $\vec{E}$ і $\vec{B}$ є функціями того самого аргументу $z - vt$, який називають **фазою хвилі**.

Розглянемо випадок сталої фази $z - vt = z_0$. Тоді $z = z_0 + vt$ є рівнянням площини, перпендикулярної до осі Oz , яка переміщується в напрямі z зі швидкістю

$$\frac{dz}{dt} = v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}}. \quad (14.7)$$

Швидкість поширення в просторі сталої фази називають **фазовою швидкістю** електромагнітної хвилі. Фаза хвилі (14.6) в усіх точках площини. Тоді $z = z_0 + vt$ має однакове значення. Цю площину називають **площиною сталої фази хвилі або фронтом хвилі**. Вектори поля $\vec{E}$ і $\vec{B}$ в усіх точках цієї площини мають певні сталі значення. Якщо вектори хвилі мають однакове значення в усіх точках довільної площини, перпендикулярної до напрямку поширення хвилі, то таку електромагнітну хвилю називають **плоскою**. Отже, рівняння (14.5) і їх розв'язок (14.6) описують плоску електромагнітну хвилю. Електромагнітна хвиля може поширюватись і у від'ємному напрямі осі Oz . Рівняння поверхні сталої фази в цьому разі матиме вигляд $z = z_0 - vt$, а рівняння хвилі $\vec{E} = \vec{E}(z - vt)$ і $\vec{B} = \vec{B}(z - vt)$. При поширенні двох плоских хвиль у протилежних напрямках осі Oz утворюється результуюча стояча хвиля

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_1(z - vt) + \vec{E}_2(z + vt), \\ \vec{B} &= \vec{B}_1(z - vt) + \vec{B}_2(z + vt).\end{aligned}\quad (14.8)$$

Особливе значення в теорії і практиці мають **монохроматичні хвилі**, тобто хвилі, вектори яких змінюються з часом за гармонічним законом з однаковою частотою. Рівняння цих хвиль можуть бути записані так:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 \cos \omega(t - z/v), \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \cos \omega(t - z/v),\end{aligned}\quad (14.9)$$

де $\vec{E}_0$ і $\vec{B}_0$ – сталі, які називають **амплітудами хвилі**. Введемо позначення $k = \omega/v$, і назвемо цю величину хвильовим числом.

Тоді (14.9) запишуться так:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz), \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \cos(\omega t - kz).\end{aligned}\quad (14.10)$$

Для довільного напрямку поширення монохроматичної хвилі рівняння (14.10) можна узагальнити. Нехай потрібно визначити вектори поля плоского фронту хвилі в точці А (рис. 14.1). $\vec{r}$ – радіус-вектор точки А, $\vec{n}$ – одиничний вектор, нормальний до фронту хвилі, $\vec{k} = k\vec{n}$ – хвильовий вектор. Напрямок його збігається з напрямком осі Oz. Тоді добуток kz можна записати так: $kz = \vec{k}\vec{r}$. Узагальнені рівняння (14.10) матимуть вигляд:

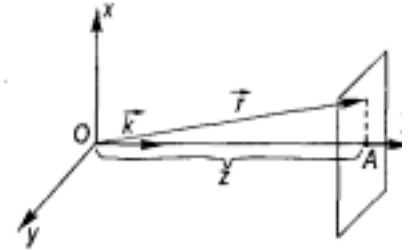


Рисунок 14.1

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}).\end{aligned}\quad (14.11)$$

Рівняння (14.11) описують біжучу плоску монохроматичну хвилю, де хвильовий вектор $\vec{k}$ визначає напрям поширення хвилі. Якщо хвиля поширюється в протилежному напрямі, то змінюється знак хвильового вектора $\vec{k}$:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 \cos(\omega t + \vec{k}\vec{r}), \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \cos(\omega t + \vec{k}\vec{r}).\end{aligned}\quad (14.12)$$

Електромагнітні хвилі є поперечними. Вектори $\vec{E}$, $\vec{B}$ і $\vec{k}$ становлять правої вгвинтової трійки векторів.

З рівності (14.7) фазова швидкість плоскої хвилі

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}}. \quad (14.13)$$

Для вакууму $\epsilon = \mu = 1$. Тоді

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, \quad (14.14)$$

тобто $v = c$ – швидкість світла у вакуумі. Швидкість електромагнітних хвиль у довільному діелектричному середовищі з (14.13)

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (14.15)$$

де ϵ і μ – відносні діелектрична і магнітна проникності середовища. Формула (14.15) виражає **закон Максвелла**.

14.2 Енергія електромагнітних хвиль. Імпульс електромагнітного поля

Як відомо, енергію електричного поля визначають за формулою $W_E = 1/2 \int_V \vec{E} \cdot \vec{D} dV$, а магнітного – $W_B = 1/2 \int_V \vec{B} \cdot \vec{H} dV$. Якщо в обмеженому замкненому об'ємі є електромагнітне поле, то його енергію визначають як суму електричної і магнітної складових

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}) dV. \quad (14.16)$$

Звідси $w = (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H})/2$ – об'ємна густина енергії електромагнітного поля.

Розглянемо найпростіший випадок поля у вакуумі, де немає струмів провідності. Перші два рівняння Максвелла для цього випадку запишуться так:

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (14.17)$$

На основі (14.17) і певних математичних перетворень отримаємо:

$$\text{div} [\vec{E} \cdot \vec{H}] = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}}{2} \right), \quad (14.18)$$

або

$$\text{div } \vec{\Pi} = -\frac{\partial w}{\partial t}, \quad (14.19)$$

де $\vec{\Pi} = [\vec{E} \cdot \vec{H}]$ називають вектором **Умова – Пойнтінга**.

Модуль вектора Умова – Пойнтінга визначає **потік електромагнітної енергії за одиницю часу крізь одиницю поверхні**, перпендикулярної до напрямку поширення енергії: $|\vec{\Pi}| = |[\vec{E} \cdot \vec{H}]|$, Дж/(м²·с). Вектори $\vec{E}$, $\vec{H}$ і $\vec{\Pi}$ становлять правогвинтову трійку векторів. Напрямок вектора $\vec{\Pi}$ вказує напрям випромінювання електромагнітної енергії.

Крім того, електромагнітні хвилі, які мають енергію W і поширюються в просторі зі швидкістю v , мають імпульс K , направлений у бік поширення хвилі. Об'ємну густину імпульсу прийнято виражати через вектор Умова – Пойнтінга. Імпульс одиниці об'єму електромагнітної енергії

$$\vec{K} = \frac{\vec{\Pi}}{v^2} = \frac{1}{v^2} [\vec{E} \cdot \vec{H}]. \quad (14.20)$$

14.3 Експериментальне одержання електромагнітних хвиль. Випромінювання диполя Герца

Теоретичний і технічний інтерес мають випромінювальні системи у вигляді дипольних осциляторів, моменти яких змінюються за гармонічним законом $\vec{p} = \vec{p}_0 \cos \omega t$. Такими системами можуть бути антени різних типів або, наприклад, класична атомна система, в якій електрони коливаються за гармонічним законом відносно ядра атома. Найпростішою з подібних систем є точковий диполь, дипольний момент якого змінюється періодично в часі з певною частотою. Такий диполь називають диполем Герца. Цінність вивчення закономірностей випромінювання диполя Герца як самої простої системи полягає в тому, що довільну складну випромінювальну систему, в якій проходить змінний струм, завжди уявно можна розбити на велику кількість елементів струму, кожний з яких випромінює як диполь Герца. Суперпозиція полів окремих елементів дає електромагнітне поле всієї випромінювальної системи. Прототипом диполя Герца може бути сукупність двох металевих кульок, з'єднаних провідником.

Інтенсивність випромінювання дипольного осцилятора залежить від напрямку випромінювання і зменшується обернено пропорційно квадратові відстані до точки спостереження. Інтенсивність випромінювання є максимальною в напрямі, перпендикулярному до вектора $\vec{p}$, а енергія випромінювання в напрямі вектора $\vec{p}$ дорівнює нулеві. Середня енергія випромінювання дипольного осцилятора швидко зростає зі збільшенням частоти. Вона пропорційна четвертому степеню частоти ω . Тому для підвищення випромінювальної здатності антен використовують високочастотні струми.

Електромагнітні хвилі вперше експериментально одержав і дослідив Г. Герц у 1887–1888 рр. за допомогою так званого вібратора Герца. Він складався з двох однакових металевих стрижнів, які закінчувалися кульками, розміщеними на певній відстані (рис. 14.2, а). Стрижні з кульками під'єднували до високовольтного індуктора, і, якщо напруга на кульках досягала пробійного значення, між кульками виникала іскра й у вібраторі збуджувалися власні затухаючі електромагнітні коливання високої частоти. Для фіксації електромагнітних хвиль Г. Герц використовував різні типи резонаторів. Найпростішим є прямий

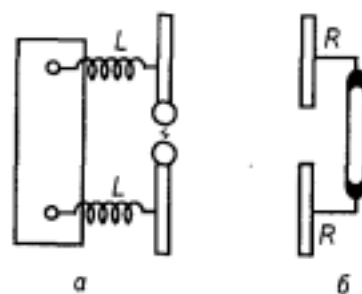


Рисунок 14.2

відкритий резонатор (рис. 14.2, б). Якщо електромагнітна хвиля надходить до резонатора, то у ньому збуджуються вимушені високочастотні струми, амплітуда яких є максимальною тоді, коли власна частота резонатора збігається з частотою випромінюючого вібратора (резонанс). Про такий струм можна було судити за наявності іскри в зазорі резонатора або за свіченням газорозрядної трубки.

14.4 Застосування електромагнітних хвиль

Застосування електромагнітних хвиль дуже широке, наведемо деякі з них: радіозв'язок, телебачення, радіолокація.

Радіозв'язок передбачає передачу інформації на відстань без проводів за допомогою електромагнітних хвиль. Для здійснення радіозв'язку потрібно мати передавальну станцію (систему джерел електромагнітних хвиль і відповідних сигналів) та приймальну станцію (приймач електромагнітних хвиль разом із системою відтворення переданого сигналу). Джерелом електромагнітних хвиль може бути довільний провідник, по якому проходить змінний електричний струм. Однак якщо провідник замкнений і в ньому проходить змінний струм, для якого виконуються умови квазістаціонарності, то така система практично не випромінює. Це стосується довільної “закритої” системи замкнених або майже замкнених струмів, у тому числі й коливального контуру. Для збільшення інтенсивності випромінювання застосовують “відкриті” системи. У радіотехніці такою системою є **антена**.

Струми низької частоти не можуть бути використані в радіозв'язку, по-перше, тому що інтенсивність випромінювання провідників з такими струмами є дуже малою (потужність випромінювання пропорційна четвертому степеню частоти); по-друге, для збільшення енергії випромінювання треба збільшувати амплітуду коливань в антені, тобто потрібно збуджувати резонансні коливання, а це вимагає, щоб в антені вміщалося ціле число півхвиль, тому довжина антени для низьких частот має бути непомірно великою (для частот до 10^3 Гц – сотні і тисячі кілометрів). Тому в радіотехніці використовують струми високої частоти (10^5 – 10^5 Гц, що відповідає довжинам хвиль від 3 км до 3 м).

Для напрямленого випромінювання електромагнітних хвиль використовують також дециметрові й сантиметрові радіохвилі (частоти 10^{10} Гц і більше).

Основні принципи радіозв'язку. На передавальній станції струми від високочастотного генератора надходять в антену,

настроєну в резонанс на частоту генератора, і в простір випромінюються високочастотні електромагнітні хвилі. Ці хвилі попадають на антену приймача, також настроєну в резонанс на частоту передавача, збуджують у ній високочастотні струми, які підсилюються і можуть бути використані в місці розміщення приймача. Але людина здатна сприймати звукові сигнали в межах частот від сотень до кількох тисяч герц. Електромагнітні сигнали таких частот не можуть бути використані в радіозв'язку через зазначені вище причини. Ця трудність у радіотехніці усувається тим, що амплітуду, частоту або фазу високочастотних електромагнітних гармонічних коливань змінюють за законом зміни сигналу звукової частоти. Такі перетворення називають **модуляцією**, а самі хвилі – **модульованими**. Модуляція може бути виконана зміною в часі амплітуди, частоти або фази високочастотного коливання. Найширше використовують амплітудну модуляцію (для радіозв'язку).

Високочастотні електромагнітні гармонічні коливання переносять низькочастотний сигнал звукової частоти, тому їх частоту називають **несучою**. Якщо несуча частота $\omega = 2\pi\nu$, то рівняння для напруженості високочастотної хвилі, що змінюється за гармонічним законом зі сталою частотою ω (рис. 14.3 а), матиме такий вигляд:

$$E = A_0 \cos \omega t. \quad (14.21)$$

На передавальній станції за допомогою мікрофона звукові сигнали перетворюються у низькочастотні електричні. Якщо перед мікрофоном розміщується джерело чистого музичного звуку (наприклад, камертон), то в його колі струм змінюється за гармонічним законом з частотою ω_0 (рис. 14.3, б).

Ці зміни накладаються на високочастотні коливання, і тому амплітуда високочастотних електромагнітних коливань змінюється за законом низької частоти. Так відбувається амплітудна модуляція. Тоді $E = A_{\text{мод}} \cos \omega t$. Модульоване коливання складається із сукупності трьох гармонічних коливань з несучою частотою ω та верхньою $\omega + \omega_0$ і нижньою $\omega - \omega_0$ бічними частотами спектра. Якщо звукові коливання є

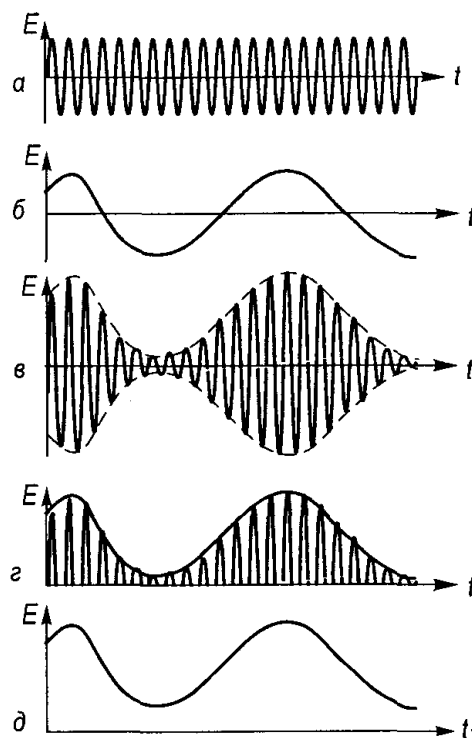


Рисунок 14.3

складними, то замість двох бічних частот будуть бічні смуги частот з обох сторін від несучої частоти. Різницю між найбільшою і найменшою частотами спектра називають **шириною спектра частот або смугою частот передавача**. Ширина бокової смуги залежить від характеру сигналу, що передається: для радіомовлення – 10 кГц, для телебачення – 6 МГц.

Модульовані коливання одержують за допомогою генераторів високих частот на електронних лампах або транзисторах. Модульовані електромагнітні хвилі випромінюються антеною передавача в навколишній простір і зі швидкістю світла досягають антени радіоприймача. Електромагнітні хвилі, які надійшли від передавача, збуджують у системі приймача високочастотні модульовані струми. Однак такі струми можуть одночасно надходити в антену від багатьох радіостанцій або інших джерел. Тому радіоприймач має спеціальний пристрій, який забезпечує селективність відбору сигналу. Цей пристрій працює на основі явища резонансу, тобто настроюванням контуру приймальної антени в резонанс на несучу частоту даного передавача.

Енергія прийнятого модульованого сигналу через розсіювання в просторі є надзвичайно малою. Тому цей сигнал спочатку підсилюється у підсилювачі високої частоти. Після такого підсилювання модульовані високочастотні коливання демодулюють. Модульовані коливання розкладають на складові: на коливання високої і низької частот. Демодуляцію здійснюють за допомогою детектора, основною частиною якого є діод, що має односторонню провідність. Після проходження модульованих коливань крізь детектор одержують високочастотні пульсуючі і низькочастотні коливання (рис. 14.3, г). Далі, використовуючи спеціальний фільтр, виділяють коливання звукової частоти (рис. 14.3, д).

Принцип радіозв'язку вперше розробив О.С. Попов, який 7 травня 1895 р. продемонстрував прийом грозових розрядів за допомогою сконструйованого ним радіоприймача, а 24 березня 1896 р. передав і прийняв на відстані першу радіограму “Генріх Герц”. Тепер радіо широко використовують у народному господарстві, побуті, науці та техніці.

Телебачення ґрунтується на тих самих принципах радіозв'язку. Електромагнітні хвилі несуть інформацію про зображення і про звук, але в різних **діапазонах спектра частот**.

Електромагнітні хвилі від металевих (провідних) предметів відбиваються, якщо розміри предметів є більшими від довжини хвилі. Це явище лежить в основі радіолокації, тобто виявлення

предметів (кораблів, літаків тощо) на відстані за допомогою радіохвиль. У радіолокації використовують радіохвилі сантиметрового і міліметрового діапазонів довжин хвиль з метою напрямленого їх випромінювання. Від потужного генератора по хвилеводу високочастотні електромагнітні коливання підводять до антени, яка має форму параболічного дзеркала і здатна випромінювати в простір вузький паралельний пучок хвиль. Ці хвилі, потрапляючи на металевий предмет, відбиваються від нього і частина енергії їх повертається назад на дзеркало, яке використовують у цьому разі як приймальну систему. У момент прийому сигналу випромінювання немає.

Сучасні радіолокатори виявляють предмети на відстанях у сотні кілометрів. Сфера застосування радіолокації весь час розширюється: спостереження Землі крізь хмари або в нічний час, спостереження за метеоритами, у військовій справі та ін.

14.5 Контрольні запитання

1. Запишіть диференціальне рівняння електромагнітних хвиль.
2. Запишіть формулу для енергії електромагнітних хвиль.
3. Запишіть формулу для імпульсу електромагнітного поля.
4. Яким чином отримують електромагнітні хвилі?
5. Опишіть випромінювання диполя Герца.
6. Які ви знаєте застосування електромагнітних хвиль?

15 Світлові хвилі та оптичні явища

15.1 Основні закони геометричної оптики і оптичні прилади. Елементи фотометрії

Оптика – розділ фізики, в якому вивчається світло (оптичне випромінювання), його поширення і взаємодію з речовиною.

Оптика поділяється на **геометричну, хвильову, квантову**. У геометричній оптиці на основі принципу прямолінійності поширення світла, принципу суперпозиції променів та законів відбивання і заломлення розглядаються хід променів в оптичних системах, утворення зображень, аберації оптичних систем. У хвильовій оптиці розглядаються явища інтерференції, дифракції, поляризації і дисперсії світла. У квантовій оптиці розглядаються явища, в яких виявляється квантова природа світла.

Світло – це електромагнітні хвилі високої частоти з видимого діапазону, які поширюються із швидкістю $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Геометрична оптика розглядає закони поширення світла в прозорих середовищах на основі уявлення про світловий промінь як лінію, вздовж якої переноситься світлова енергія. Світло – це хвильовий процес, якому притаманне явище дифракції, внаслідок якої неможливо виділити як завгодно вузький пучок променів, який не зазнавав би розширення. Розширення пучка усувається лише за умови, коли довжина світлової хвилі $\lambda \rightarrow 0$. Тому світловий промінь є абстрактним поняттям, а геометрична оптика – граничним випадком хвильової оптики.

Геометрична оптика являє собою простий наближений метод побудови зображень в оптичних системах. В основі геометричної оптики лежать такі закони.

1. **Закон прямолінійного поширення світла.** В однорідних середовищах світло поширюється прямолінійно.
2. **Закон відбивання світла.** Промінь падаючий, промінь відбитий і нормаль, поставлена в точку падіння, лежать в одній площині, а кут падіння дорівнює куту відбивання.
3. **Закон заломлення світла.** Промінь падаючий, промінь заломлений і перпендикуляр, поставлений у точку падіння, лежать в одній площині. При будь-якому куті падіння відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величиною, сталою для двох певних середовищ, і називається відносним показником заломлення другого середовища відносно першого.

4. **Закон незалежності поширення світлових променів.** Світлові промені, поширюючись у просторі, при перетині не впливають один на одного.
5. **Закон оборотності (принцип оборотності) світлових променів.** Якщо промінь падає з першого середовища на межу другого під кутом i , заломлюється на межі і переходить у друге середовище під кутом r , то промінь, пущений у зворотному напрямі з другого середовища під кутом r , вийде в першому середовищі під кутом i . Аналогічно буде і при відбиванні. Принцип оборотності виконується при будь-якій кількості заломлень і відбивань на межах оптичних систем.

Розглянемо, що відбувається при падінні пучка променів на межу поділу прозорих середовищ. Пучок поділяється на два: відбитий і заломлений, напрями поширення яких визначаються законами відбивання і заломлення світла. При заломленні світла на межі поділу середовищ, показники заломлення яких n_1 і n_2 , має місце співвідношення

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (15.1)$$

Величина n_{12} називається відносним показником заломлення другого середовища відносно першого. Відносний показник заломлення двох середовищ n_{12} визначається відношенням швидкості поширення світла в першому середовищі до швидкості в другому середовищі. **Показник заломлення речовини відносно вакууму носить назву абсолютного показника заломлення або просто показника заломлення речовини.** Речовини з більшим показником заломлення називаються оптично густішими.

Коли світло поширюється з оптично густішого в оптично рідше середовище, то на межі їхнього поділу також відбувається поділ світлового потоку. Але починаючи з деякого кута падіння, світловий потік повністю відбивається від межі поділу. Це явище має назву **повного відбивання**.

Кут падіння, починаючи з якого весь світловий потік відбивається від межі поділу, називається граничним кутом повного відбивання. Застосувавши закон заломлення світла, маємо

$$\sin i_{\text{гп}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (15.2)$$

Оптичні прилади. В геометричній оптиці користуються різноманітними оптичними приладами, що міняють напрям поширення світлового променя.

Один з таких приладів – **лінза** – це прозоре тіло, обмежене двома прозорими поверхнями, які заломлюють світлові промені. За формою розрізняють опуклі і вгнуті, плосковгнуті і плоскоопуклі лінзи. Якщо товщина лінзи незначна порівняно з радіусом кривизни сферичних поверхонь, то таку лінзу називають **тонкою**. Тонка лінза має характерні точки і лінії: **оптичний центр, фокуси, головна оптична вісь, побічні осі, фокальні площини**.

Опукла лінза, заломлюючи падаючі на неї промені, збирає їх. Тому така лінза називається збірною (збиральною). Вгнута лінза, заломлюючи світло, розсіює його в різні боки. Така лінза називається розсівною (розсіювальною).

Фокус – точка на головній оптичній осі, в якій збираються осьові промені, що падають паралельно до неї на лінзу. Фокусна відстань – відстань від лінзи до фокуса.

Величина, обернена фокусній відстані лінзи F , називається оптичною силою D лінзи

$$D = \frac{1}{F}. \quad (15.3)$$

За одиницю оптичної сили лінзи приймається оптична сила такої лінзи, фокусна відстань якої дорівнює 1 м; така одиниця називається діоптрією (1 дптр.). Оптичну силу лінзи можна розрахувати за формулою

$$\frac{1}{F} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (15.4)$$

де n – відносний показник заломлення речовини, з якої зроблена лінза; R_1 і R_2 – радіуси сферичних поверхонь лінзи.

Відстань предмета до лінзи (d), відстань зображення до лінзи (f) та фокусна відстань (F) зв'язані між собою співвідношенням

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}. \quad (15.5)$$

Величини d і F , які входять у формулу опуклої лінзи, завжди додатні, величина f у випадку уявних зображень – від'ємна; вона відкладається з тієї ж сторони від центра лінзи, що і величина d .

Крім того є величезна кількість оптичних приладів. Їх можна поділити на групи за тими явищами, на яких основана їх дія. До них належать, наприклад, фотометри, інтерферометри, поляриметри, спектрометри, пірометри, гоніометри та ін. Окрему групу становлять оптичні прилади, за допомогою яких

одержують зображення предметів. До них відносяться прилади, що озброюють людське око (лупа, мікроскоп, зорова труба) та дають зображення на екрані (фотоапарат, проекційна апарат).

Лупа є найпростішим оптичним приладом, за допомогою якого розглядають дрібні предмети, і являє собою короткофокусну збиральну лінзу.

Γ – збільшення лінзи, або збільшення кута зору у лінзі:

$$\Gamma = l_0 / f, \quad (15.6)$$

де f – фокусна відстань лінзи, l_0 – відстань до предмету. З виразу (15.6) видно, що із зменшенням фокусної відстані лінзи зростає її збільшення. Збільшення лупи складає до 40.

Мікроскоп – це оптичний прилад, що дає можливість розглядати малі предмети, які можуть бути невидимі неозброєним оком. В оптичній системі мікроскопа можна виділити освітлювальну та проекційну частини. Освітлювальна система складається із дзеркала, плоского з одного боку і вгнутого з другого, та конденсора. Ірисова діафрагма конденсора визначає зіницю входу. Проекційна система мікроскопа складається з об'єктива і окуляра. Об'єктиви сучасних мікроскопів являють собою складну оптичну систему, яка може містити більше десяти лінз. Проте основну роль у збільшенні відіграє перша плоско-опукла лінза, яка називається фронтальною. Інші лінзи визначають необхідну апертуру й усувають сферичну та хроматичну аберації й астигматизм. Об'єктив дає дійсне збільшене зображення предмета. Зображення об'єктива розглядається в окуляр як в лупу.

Збільшення мікроскопа

$$\Gamma = \frac{\Delta}{f_{об}} \cdot \frac{l_0}{f_{ок}} = \Gamma_{об} \cdot \Gamma_{ок}, \quad (15.7)$$

де Δ – відстань між об'єктивом та окуляром. Збільшення мікроскопа дорівнює добутку збільшення об'єктива на збільшення окуляра. Збільшення оптичного мікроскопа досягає величин, близьких 2000.

Для спостереження за великими і досить віддаленими предметами існують спеціальні оптичні системи – **телескопи**. До них належать геодезичні і астрономічні зорові труби, біноклі, стереоскопічні труби та ін. Характерним для цих систем є те, що в них входять паралельні пучки променів, які потім виходять також у вигляді паралельних пучків.

Оптична система зорової труби складається з об'єктива і окуляра, причому задній фокус об'єктива збігається з переднім фокусом окуляра. Така система називається телескопічною. Для одержання чіткого зображення відстань між об'єктивом і

окуляром можна змінювати. У фокальній площині об'єктива утворюється дійсне зображення віддаленого предмета.

Збільшення кута зору телескопічної системи

$$\Gamma = \frac{f_1}{f_2}, \quad (15.8)$$

де f_1 і f_2 – відповідно фокусні відстані об'єктива і окуляра. Із виразу (15.8) видно, що збільшення телескопа знаходиться в прямій залежності від фокусної відстані об'єктива і в оберненій – від фокусної відстані окуляра. Зображення, яке дає об'єктив телескопа, знаходиться в задній фокальній площині, що одночасно є передньою фокальною площиною окуляра. За такої умови зображення буде на нескінченності і для його спостереження око має бути акомодовано на нескінченність.

Проекційні прилади призначені для відтворення на екрані дійсних зображень у збільшеному вигляді з негативів, позитивів, малюнків, креслень, текстів та ін. Оптична система будь-якого проекційного приладу складається з двох частин: освітлювальної і проекційної. До освітлювальної частини входять: джерело світла, конденсори і дзеркала. Проекційна частина включає об'єктив, а також може мати систему плоских дзеркал.

Існує дві групи проекційних приладів: **діаскопічні** і **епіскопічні**. Якщо предмет прозорий, то зображення утворюється променями світла, що пронизують предмет. Такі проекційні прилади називаються діаскопами. Якщо предмет непрозорий, то його зображення утворюють промені світла, відбиті від предмета. Прилади, за допомогою яких одержують зображення таких предметів, називаються епіскопами. В обох випадках світло від сильного джерела за допомогою системи збиральних лінз конденсора спрямовується на предмет. У діапроекторі зображення діапозитива проектується об'єктивом на екран. В епіпроекторі розсіяний світловий потік від предмета за допомогою об'єктива і дзеркала проектується на екран. Часто ці прилади об'єднують в один, який називається епідіаскопом.

Основні фотометричні величини. Основною величиною, що характеризує випромінювання, є його енергія. Світлове випромінювання в однорідному прозорому середовищі характеризується інтенсивністю, спектральним складом і ступенем поляризації.

Світлові пучки мають певну енергію Φ . Енергія, що переноситься цими променями за одиницю часу через поверхню $d\sigma$ у тілесному куті $d\Omega$, називається **поток**ом (потужністю) випромінювання Φ . Якщо нормаль до поверхні $d\sigma$ утворює з напрямом поширення світла кут θ , то потік випромінювання

$$d\Phi = I d\sigma d\Omega \cos \theta. \quad (15.9)$$

звідки видно, що величина I чисельно дорівнює потоку випромінювання, який поширюється через одиницю поверхні в нормальному до неї напрямі в одиниці тілесного кута. Цю величину називають **енергетичною інтенсивністю випромінювання**. Величину $d\sigma \cos \theta$ називають видимою величиною поверхні $d\sigma$. Енергія, що припадає на одиницю об'єму простору, в якому поширюється випромінювання, називається **об'ємною густиною світлової енергії**. Потік випромінювання, інтенсивність випромінювання та об'ємна густина світлової енергії являють собою енергетичні характеристики випромінювання і вимірюються відповідно ватами (Вт), ватами на стерadian і на квадратний метр (Вт/(ср·м²)) і джоулями на кубічний метр (Дж/м³).

У видимій частині спектра випромінювання характеризується величинами, яким відповідають зорові або світлові відчуття людського ока. Ці величини і їх одиниці називаються **світловими, або фотометричними**. Світлові вимірювання мають елемент суб'єктивності, оскільки чутливість у різних людей різна. Особливо ця чутливість залежить від спектрального складу випромінювання. Найбільш чутливе людське око до світла зеленого кольору, якому відповідає довжина хвилі $\lambda = 0,555$ мкм. Для довших і коротших світлових хвиль чутливість ока різко знижується і досягає нуля для інфрачервоних і ультрафіолетових променів.

Точкове джерело світла – джерело, розмірами якого можна нехтувати порівняно з відстанню від нього до приймача енергії. Світлова енергія в цьому випадку поширюватиметься від джерела вздовж прямих ліній, що виходять із точкового джерела, а хвильовий фронт для ізотропного середовища буде сферичним. Кількість світлової енергії, що переноситься через деяку поверхню $d\sigma$, визначається розміром тілесного кута, у вершині якого знаходиться точкове джерело. Величина тілесного кута

$$d\Omega = \frac{d\sigma}{r^2} \cos \theta, \quad (15.10)$$

де θ – кут між віссю конуса і зовнішньою нормаллю до поверхні $d\sigma$; r – відстань від точкового джерела до поверхні $d\sigma$ (рис. 15.1).

Для характеристики точкового джерела вводиться поняття **сили світла джерела**. Під силою світла розуміють фізичну величину, яка чисельно дорівнює світловому потоку, що випромінюється точковим джерелом

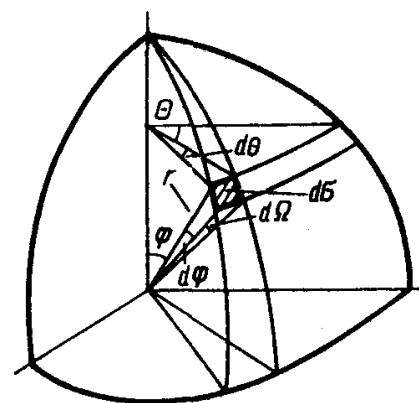


Рисунок 15.1

світла через одиничний тілесний кут. Якщо через тілесний кут $d\Omega$ випромінюється світловий потік $d\Phi$, то сила світла в даному напрямі

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}. \quad (15.11)$$

Джерела, сила світла яких не залежить від напрямку поширення, називаються **ізотропними**, і їхня сила світла на основі (15.11) дорівнює

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}. \quad (15.12)$$

Одиницею сили світла джерела у СІ є кандела (кд). Кандела дорівнює силі світла в заданому напрямі джерела, що дає монохроматичне випромінювання частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц, енергетична сила світла якого в цьому напрямі складає $1/683$ Вт/ср. Це основна фотометрична одиниця. Вона реалізується за допомогою світлового еталону.

Одиницею світлового потоку є **люмен** (лм). Один люмен – це фізична величина, яка чисельно дорівнює світловому потоку, що випромінюється ізотропним джерелом із силою світла в одну канделу всередині тілесного кута в один стерадіан.

Для джерел світла вводиться додаткова характеристика, яка називається **яскравістю джерела** або просто **яскравістю**. Розглянемо випромінювання деякої поверхні площею $d\sigma$ у межах тілесного кута $d\Omega$, вісь якого з нормаллю до поверхні $d\sigma$ утворює кут φ . Яскравість поверхні джерела у напрямі φ визначають за формулою

$$B_{\varphi} = \frac{d\Phi}{d\Omega d\sigma \cos \varphi}. \quad (15.13)$$

Яскравість у даному напрямі є фізична величина, яка чисельно дорівнює світловому потоку, що випромінюється одиницею площі видимої поверхні в одиничному тілесному куті. Оскільки

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}, \quad (15.14)$$

то яскравість можна означити як величину, яка чисельно дорівнює силі світла в даному напрямі, що створюється одиницею площі видимої поверхні.

У загальному випадку яскравість залежить від напрямку поширення світла. Проте існують джерела світла, для яких яскравість не залежить від напрямку поширення світла, тобто яскравість таких джерел стала. Такі джерела називаються **ламбертовими** або **косинусними**. Для них виконується закон

Ламберта: сила світла I_ϕ пропорційна косинусу кута ϕ між нормаллю та певним напрямом і найбільша в напрямі нормалі до поверхні, тобто

$$I_\phi = I_0 \cos \phi, \quad (15.15)$$

де I_0 – сила світла в напрямі нормалі до поверхні. До ламбертових джерел належать Сонце, абсолютно чорне тіло, матове та молочне скло.

Одиницею яскравості в СІ є кандела на квадратний метр ($\text{кд}/\text{м}^2$). Це яскравість плоскої поверхні, сила світла якої в нормальному напрямі дорівнює одній канделі з квадратного метра.

Джерела світла скінченних розмірів характеризуються, крім яскравості, ще й величиною, яку називають світністю. **Світністю джерела** є фізична величина, яка чисельно дорівнює повному світловому потоку, що випромінюється одиницею площі його поверхні в один бік, тобто в середину тілесного кута 2π :

$$S = \frac{d\Phi}{d\sigma}. \quad (15.16)$$

Одиницею світності в СІ є люмен на квадратний метр ($\text{лм}/\text{м}^2$). Оскільки яскравість B і світність S є різними світловими характеристиками одного й того самого джерела світла, то між ними повинен існувати взаємозв'язок.

$$S = 2\pi \int_0^{\pi/2} B_\phi \sin \phi \cos \phi d\phi. \quad (15.17)$$

Для ламбертового джерела світла $B_\phi = B = \text{const.}$

$$S = \pi B. \quad (15.18)$$

Таким чином, сила світла, світність і яскравість характеризують джерело світла.

Для кількісної оцінки освітлення поверхні, на яку падає світловий потік, вводиться поняття освітленості. **Освітленість** – це фізична величина, яка чисельно дорівнює світловому потоку, що падає на одиницю площі поверхні, тобто

$$E = \frac{d\Phi}{d\sigma}. \quad (15.19)$$

Вважатимемо, що світловий потік від точкового джерела з силою світла I поширюється рівномірно в усіх напрямках. Тоді освітленість, що створюється точковим джерелом:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \phi. \quad (15.20)$$

де ϕ – кут між зовнішньою нормаллю до освітлюваної поверхні і напрямом світлового потоку (кут падіння), що визначається віссю

конуса, у межах якого поширюється світловий потік; r – відстань від джерела до площадки.

Із формули (15.20) випливає, що освітленість поверхні прямо пропорційна косинусу кута падіння і обернено пропорційна квадрату відстані від точкового джерела, сила світла якого I .

Освітленість являє собою фотометричну величину, яка характеризує тільки освітлювальну поверхню, тобто вона не є характеристикою джерела світла. Одиницею освітленості в СІ є люкс (лк). Освітленість в один люкс – це освітленість, створена світловим потоком в один люмен, який рівномірно розподілений на площі в один квадратний метр. Інструкціями з охорони праці встановлено, що в класах і студентських аудиторіях на столах і чорних дошках освітленість має бути не менше за 75 лк.

Крім наведених величин, введено ще величину, яку називають **світловою експозицією** H . Вона являє собою відношення світлової енергії, що падає на елемент поверхні σ , до площі цього елемента. Світлова експозиція визначається як добуток освітленості E на час освітлення, тобто

$$H = \int E dt. \quad (15.21)$$

Розділ прикладної оптики, в якому вивчаються способи вимірювання світлових величин, розробляються нові методи їхнього вимірювання, називається **фотометрією**. Світлові величини вимірюють спеціальними оптичними приладами, які називаються фотометрами. За принципом реєстрування вони поділяються на візуальні (суб'єктивні) і об'єктивні.

У візуальних фотометрах використовується здатність ока порівнювати яскравість двох суміжних поверхонь.

В об'єктивних фотометрах приймачем випромінювання є фотоелементи, фотопомножувачі, термоелементи, болометри та ін. Вимірювальні оптичні прилади в об'єктивній фотометрії розділяють на прилади для вимірювань у білому світлі і в монохроматичному. Прилади, які застосовуються для вимірювань у монохроматичному світлі, називаються спектрофотометрами.

15.2 Інтерференція світла. Інтерференція на пластині та клині. Застосування інтерференції

Інтерференцією називається явище накладання когерентних хвиль, внаслідок чого в просторі, де вони накладаються, спостерігається стійка в часі картина підсилення і послаблення світлових коливань для різних точок простору.

Для спостереження інтерференційної картини хвилі повинні бути когерентні. Хвилі з однаковою частотою (довжиною хвилі) і незмінною в часі різницею фаз називаються **когерентними**.

Введемо поняття **інтенсивністю світла** I . Під величиною I будемо вважати усереднене за часом значення квадрату напруженості електричного поля, тобто $I = \langle \vec{E}^2 \rangle$.

Знайдемо інтенсивність світла при накладанні двох пучків. Піднесемо до квадрата рівність $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ і проведемо усереднення за часом. При цьому одержимо

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}, \quad (15.22)$$

де I_1 і I_2 – відповідно інтенсивність першого і другого пучків. Доданок $I_{12} = 2 \langle (\vec{E}_1 \vec{E}_2) \rangle$ називається **інтерференційним доданком**. Для незалежних джерел світла $I = I_1 + I_2$, тобто результуюча інтенсивність дорівнює сумі інтенсивностей пучків, що зазнають накладання. При цьому інтерференційний доданок дорівнює нулю і пучки називаються **некогерентними**. В деяких випадках інтерференційний доданок не перетворюється в нуль, і тоді $I \neq I_1 + I_2$.

Розглянемо ідеалізований випадок, коли поширюються дві монохроматичні хвилі, які мають однакові частоти. **Монохроматична хвиля** – це синусоїдальна хвиля із сталими в часі частотою ω , амплітудою A і початковою фазою коливань ϕ_0 . Нехай хвилі поширюються від точкових джерел S_1 і S_2 , і зумовлюють коливання однакової частоти в одному напрямі. Коливання, спричинені цими хвилями, в точці P (рис. 15.2) виражаються рівняннями

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t - 2\pi r_1 / \lambda + \alpha_1) \quad (15.23)$$

$$E_2 = E_{02} \cos(\omega t - 2\pi r_2 / \lambda + \alpha_2) \quad (15.24)$$

де E_{01} і E_{02} – амплітуди коливань вектора напруженості електричного поля (світлового вектора) в точці P ; r_1 і r_2 – відстані від джерел S_1 і S_2 до точки P , в якій відбувається накладання хвиль; α_1 і α_2 – початкові фази коливань у джерелах випромінювання.

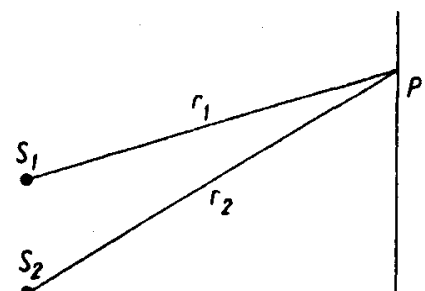


Рисунок 15.2

Оскільки в точці P здійснюється додавання двох гармонічних коливань однакового періоду, що відбуваються в одному напрямі, то результуюче коливання буде також гармонічним із тим самим періодом і в тому самому напрямі, тобто $E = E_0 \cos(\omega t + \phi)$. Амплітуду і початкову фазу цього коливання визначають за формулами:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos \Delta\varphi, \quad (15.25)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_{01} \sin \varphi_1 + E_{02} \sin \varphi_2}{E_{01} \cos \varphi_1 + E_{02} \cos \varphi_2}, \quad (15.26)$$

де

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda} + (\alpha_2 - \alpha_1), \quad (15.27)$$

а $\varphi_1 = -2\pi r_1 / \lambda + \alpha_1$, $\varphi_2 = -2\pi r_2 / \lambda + \alpha_2$.

Величину $\Delta = r_1 - r_2$ називають **різницею ходу променів**. Коливання, для яких **різниця фаз** $\Delta\varphi$ з часом не змінюється, називають **когерентними**.

З (15.25) видно, що амплітуда сумарного коливання залежить не тільки від амплітуд складових коливаний, але й від різниці фаз $\Delta\varphi$ між ними. Якщо різниця фаз зберігається в часі і електричні вектори в обох хвилях мають однакову орієнтацію, то $\cos \Delta\varphi \neq 0$ і $I \neq I_1 + I_2$. Тоді

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi. \quad (15.28)$$

Отже, явище інтерференції можна інтерпретувати як явище накладання хвиль, при якому амплітуда результуючих коливаний різних ділянок середовища з часом не змінюється і в загальному випадку не дорівнює сумі амплітуд складових коливаний. Характерною ознакою інтерференції хвиль є існування зон з максимальними і мінімальними амплітудами результуючих коливаний. Ці зони чергуються, але не переміщуються.

Встановимо умови, за яких результуюча інтенсивність буде максимальною і за яких – мінімальною. Для зручності припустимо, що $\alpha_1 = \alpha_2$, тоді вираз (15.25) матиме вигляд

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda}. \quad (15.29)$$

Максимум виразу (15.27) буде за умови, коли $\cos \Delta\varphi = 1$, тобто $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$, де $k = 0, 1, 2, \dots$. При цьому одержимо

$$\Delta = r_1 - r_2 = \pm k\lambda = \pm k \frac{\lambda}{2}. \quad (15.30)$$

Мінімум виразу (15.27) – $\cos \Delta\varphi = -1$, тобто коли $\Delta\varphi = \pm (2k + 1)\pi$, де $k = 0, 1, 2, \dots$

$$\Delta = r_1 - r_2 = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (15.31)$$

Отже, якщо різниця ходу променів дорівнює парному числу півхвиль, то спостерігається максимум інтенсивності, а якщо непарному, то буде мінімум.

У розглянутих випадках обидві хвилі поширювались у вакуумі, тобто показник заломлення $n = 1$, а довжина світлової хвилі $\lambda = \lambda_0$. Якщо одна з хвиль поширюється в середовищі з показником заломлення n_1 , а друга – в середовищі з показником заломлення n_2 , то різниця фаз

$$\Delta\varphi = 2\pi \left(\frac{r_1}{\lambda_1} - \frac{r_2}{\lambda_2} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (r_1 n_1 - r_2 n_2). \quad (15.32)$$

де λ_1 і λ_2 – довжини світлових хвиль відповідно у першому і другому середовищах.

В оптиці відомо два принципово різні шляхи одержання когерентних світлових пучків з одного. Залежно від способу поділу світлового пучка існує два методи одержання когерентних джерел: поділом хвильового фронту і поділом амплітуди.

За першим методом пучок світла, що випромінюється джерелом, поділяється на два. Поділ здійснюється або проходженням через два близько розміщуваних отвори в непрозорому екрані, або відбиванням від дзеркальних поверхонь. Цей метод придатний тільки для достатньо малих джерел світла, які наближено можна вважати точковими. Інтерференція, що відбувається при цьому, називається **інтерференцією Френеля**.

Другий метод полягає у поділі пучка напівпрозорими поверхнями, які частково відбивають і частково пропускають світло. Він придатний як для точкових джерел, так і для джерел скінченних розмірів і здатний забезпечити значно більшу інтенсивність інтерференційних смуг, ніж у першому методі. Когерентні пучки можна одержати поділом амплітуди світлової хвилі за допомогою плоскопаралельної прозорої пластинки.

Виділимо з пучка промінь 1, який падає на таку пластинку під деяким кутом i (рис. 15.3). При досягненні поверхні пластинки світло частково відбивається (промінь 1'), а частково заломлюється й проходить до другої поверхні, де також частково заломлюється і виходить із пластинки (промінь 1''), а частково відбивається. Відбите світло досягає першої поверхні, де, заломившись, виходить із пластинки (промінь 2'), частково відбивається і виходить із нижньої грані (промінь 2'') і т. д. Таким чином плоскопаралельна пластинка розщеплює падаючий пучок на відбиті пучки 1', 2', 3', ... та прохідні 1'', 2'', 3'', ...

Оскільки вони одержані з однієї хвилі, то вони будуть когерентними і при їх накладанні інтерферуватимуть. При

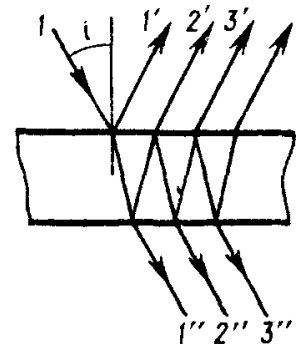


Рисунок 15.3

кожному заломленні і відбиванні інтенсивність пучка зменшується, тому за звичайних умов для інтерференції можна брати лише два перших промені, а іншими можна знехтувати у зв'язку з малою їх інтенсивністю.

Умова максимуму, якщо $\Delta = k\lambda$, тобто

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \lambda/2 = k\lambda, \quad (15.33)$$

де h – товщина пластини, n – показник заломлення пластини, також беремо до уваги, що пластина розташована в повітрі ($n_0 = 1$). Додаткова різниця ходу $\lambda/2$ виникає внаслідок зміни фази коливань світлового вектора на π при відбиванні пучка 1 від верхньої поверхні ($n > n_0$). Для випадку $n < n_0$ це явище буде відбуватися для променя 2 при відбиванні від нижньої пластини, але перед $\lambda/2$ треба ставити знак “+”.

Мінімум буде за умови $\Delta = (2k + 1)\lambda/2$, тобто

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \lambda/2 = (2k + 1)\lambda/2, \quad (15.34)$$

Вище вважалось, що світло монохроматичне. Якщо світло немонохроматичне, то кожна складова монохроматична хвиля утворює свою систему інтерференційних смуг, зміщених одна відносно іншої.

При виникненні інтерференційної картини істотне значення має товщина пластинки, від якої залежить розміщення інтерференційних смуг для монохроматичного світла.

Розглянемо випадок, коли товщина прозорої пластинки змінюється – утворює клин з заломним кутом θ порядку $20'' - 40''$. Нехай на такий клин нормально падає монохроматичне світло. Хід променів, що виникають внаслідок часткового відбивання від верхньої і нижньої граней клина, показано на рис. 15.4.

При малому заломному куті клина пучки, відбиті від верхньої і нижньої граней, будуть практично сходиться на верхній грані і інтерферуватимуть. Різницю ходу між ними визначимо за формулою (15.33), прийнявши кут падіння $i = 0$. Тоді $\Delta_1 = 2h_1n - \lambda/2$.

Залежно від величини оптичної різниці ходу променів виникатимуть темні або світлі смуги в тих місцях, для яких величина h_1 має постійне значення. Такі інтерференційні смуги називають смугами, або лініями, рівної товщини.

Явище інтерференції широко застосовується в науці і техніці – визначення довжин хвиль, далекоміри, контроль обробки поверхонь, просвітлення оптичних лінз, визначення показника заломлення речовини, вимірювання малих відстаней та малих кутів і ін.

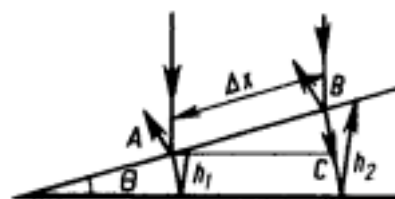


Рисунок 15.4

Явище інтерференції світла лежить в основі дії значної кількості оптичних приладів, за допомогою яких з великою точністю вимірюють довжину світлових хвиль, лінійні розміри тіл та їх зміну під впливом різних фізичних процесів, а також показники заломлення речовини та їхню залежність від різних факторів; визначають кутові розміри небесних тіл тощо.

На явищі інтерференції світла ґрунтується дія вимірювальних приладів, які називаються **інтерферометрами**. Вони дають змогу з високим ступенем точності визначати показники заломлення; вимірювати відношення довжини світлової хвилі, що випромінюється стандартним джерелом світла, до довжини механічного зразка; порівнювати довжини хвиль, тобто досліджувати структуру спектральних ліній; вимірювати кутові розміри зірок тощо.

Інтерферометри, в яких використовуються два просторово розділених пучки, між якими створюється різниця ходу, називаються **двопроменевими**. До них належать інтерферометри Жамена, Гваймана, Релея, Лінника, Майкельсона та ряд інших.

Крім двопроменевих інтерферометрів, у наукових дослідженнях широкого застосування набули багатопроменеві інтерферометри (інтерферометр Фабрі-Перо, інтерферометр Люммера-Герке).

15.3 Теплове випромінювання та його закони. Оптична пірометрія і її застосування

Випромінювання світла, що відбувається внаслідок переходів атомів, молекул та інших атомних систем із станів з більшою в стани з меншою енергією, називають тепловим або температурним випромінюванням. Такі переходи здійснюються завдяки тепловому рухові атомів і молекул.

Розглянемо порожнину з нерухомими і непрозорими стінками, температура яких підтримується сталою. Рівноважний стан, за якого величина енергії, що випромінюється стінками порожнини за одиницю часу, дорівнюватиме енергії, що поглинається цими ж стінками за одиницю часу. Через це стан випромінювання в порожнині залишається макроскопічно незмінним у часі. Таке випромінювання називають **рівноважним**.

Рівноважне випромінювання має такі властивості: густина променевої енергії, її розподіл у спектрі за довжинами хвиль (за частотами), напрям поширення, а також поляризація випромінювання не залежать від форми і речовини стінок порожнини. Ці властивості зумовлюються тільки температурою

стінок порожнини. Рівноважне випромінювання однорідне – його густина однакова у всіх точках порожнини. Воно ізотропне і неполяризоване, тобто всі напрями поширення випромінювання в порожнині рівноймовірні.

Оскільки випромінювання знаходиться в тепловій рівновазі із стінками порожнини, то можна говорити не тільки про температуру стінок, а й про температуру самого випромінювання, вважаючи ці температури однаковими.

Введемо деякі величини, які характеризують стан випромінювання у просторі.

Однією з таких величин є **густина енергії випромінювання u** , тобто кількість енергії випромінювання в одиниці об'єму. Гуштину енергії випромінювання можна виразити так:

$$u = \int_0^{\infty} u_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} u_{\nu} d\nu, \quad (15.35)$$

де величини $u_{\lambda} d\lambda$ і $u_{\nu} d\nu$ мають зміст об'ємної густини променевої енергії, що припадає на інтервал частот ν , $\nu + d\nu$ або інтервал довжин хвиль λ і $\lambda + d\lambda$. Коефіцієнти u_{λ} і u_{ν} називаються **спектральними густинами променевої енергії**. Для випадку рівноважного випромінювання функції u_{λ} і u_{ν} залежать тільки від частоти ν (або довжини хвилі λ) та від температури випромінювання T і не залежать від форми та матеріалу стінок порожнини. Для випадку, коли у порожнині вакуум, u_{λ} буде універсальною функцією тільки ν і T , а u – універсальною функцією тільки T .

Встановлення функціональної залежності $u_{\lambda} = f(\nu, T)$ в явній формі є **основним завданням** теорії теплового випромінювання.

Випромінювальна здатність $E(T)$ чисельно дорівнює енергії, яку випромінює тіло при даній температурі з одиниці поверхні за одиницю часу в усьому інтервалі частот.

Спектральна випромінювальна здатність тіла $E(\nu, T)$ чисельно дорівнює енергії, що випромінюється при заданій температурі одиницею поверхні за одиницю часу в інтервалі частот ν , $\nu + d\nu$ або в інтервалі довжин хвиль λ , $\lambda + d\lambda$.

Повна випромінювальна здатність тіла визначається так:

$$E(T) = \int_0^{\infty} E(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} E(\nu, T) d\nu. \quad (15.36)$$

Зв'язок між $E(\lambda, T)$ і $E(\nu, T)$

$$E(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} E(\nu, T). \quad (15.37)$$

Поглинальна здатність тіла $A(T)$ показує, яку частину падаючого випромінювання поглинає тіло при заданій температурі.

Спектральна поглинальна здатність тіла $A(\nu, T)$ або $A(\lambda, T)$ показує, яку частину падаючого випромінювання в інтервалі частот $\nu, \nu + d\nu$ ($\lambda, \lambda + d\lambda$) тіло поглинає при заданій температурі.

Тіла, які здатні повністю поглинати падаюче на них випромінювання всіх довжин хвиль при будь-яких температурах, називають **абсолютно чорними**. Поняття абсолютно чорного тіла введено у 1859 р. Г. Кірхгофом. Їх поглинальна здатність

$$A(T) = A(\lambda, T) = A(\nu, T) = 1. \quad (15.38)$$

За аналогією до поглинальної здатності вводять поняття **відбивної здатності** $R(T)$ і **спектральної відбивної здатності тіла** $r(\nu, T)$ або $r(\lambda, T)$.

Абсолютно чорних тіл у природі немає. Найкращим наближенням до абсолютно чорного тіла є замкнута порожнина, у стінці якої зроблено малий отвір. Основною властивістю абсолютно чорного тіла є незалежність характеру випромінювання і поглинання від природи та стану поверхні тіла.

Одним із фундаментальних законів теорії теплового випромінювання є **закон**, встановлений Г. **Кірхгофом** у 1859 р. і названий його ім'ям: відношення випромінювальної здатності тіла при деякій частоті і температурі до поглинальної здатності цього тіла при тій же частоті і температурі не залежить від природи тіла і являє собою універсальну функцію частоти і температури, яка дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла при тій же частоті і температурі

$$\frac{E(\nu, T)}{A(\nu, T)} = f(\nu, T), \quad (15.39)$$

де $f(\nu, T)$ – **функція Кірхгофа**.

Якщо позначити спектральну випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла через $e(\nu, T)$ то через неї закон Кірхгофа запишеться так:

$$\frac{E(\nu, T)}{A(\nu, T)} = \frac{e(\nu, T)}{1} = f(\nu, T). \quad (15.40)$$

Звідки випливає, що **функція Кірхгофа є функцією розподілу енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла**.

Закон Кірхгофа для інтегральних значень випромінювальної і поглинальної здатностей тіла записується так:

$$\frac{E(T)}{A(T)} = \frac{e(T)}{1} = e(T). \quad (15.41)$$

Оскільки для реальних тіл $A(T) < 1$, то при одній і тій самій температурі абсолютно чорне тіло має найбільшу випромінювальну здатність.

Залежність **випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла** від температури встановлює закон Стефана – Больцмана. Випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню температури

$$e(T) = \sigma T^4. \quad (15.42)$$

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ називається **сталою Стефана – Больцмана**.

Випромінювальна здатність реальних тіл може бути визначена на основі закону Кірхгофа

$$E(T) = e(T) \cdot A(T) = A(T) \cdot \sigma T^4. \quad (15.43)$$

Закон Стефана – Больцмана встановлює залежність інтегральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від температури, але не розкриває характеру розподілу енергії випромінювання за довжинами хвиль або частотами, тобто конкретний вигляд функції Кірхгофа залишається невідомим.

Користуючись законами термодинаміки та електродинаміки, В. Він у 1893 р. встановив характер залежності спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла $e(\nu, T)$ від частоти і температури. Було встановлено, що величина $e(\nu, T)$ прямо пропорційна кубу частоти і є функцією відношення ν/T

$$e(\nu, T) = \nu^3 \cdot F(\nu, T), \quad (15.44)$$

де $F(\nu, T)$ – функція, конкретний вигляд якої В. Віну був невідомий. Незважаючи на те, що одержана В. Віном залежність (15.44) не була встановлена в конкретному вигляді, з неї виведено ряд важливих висновків. При цьому було встановлено **закон зміщення Віна**

$$\lambda_{\max} T = b, \quad (15.45)$$

де $b = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – стала Віна.

За законом Віна (15.45) довжина хвилі $\lambda_{\max}$, на яку припадає максимум спектральної випромінювальної здатності, при підвищенні температури зміщується в бік коротких хвиль.

Щоб одержати закони теплового випромінювання, Дж. Релей і Дж. Джинс застосували методи статистичної фізики, розглядаючи рівноважне випромінювання в порожнині як

сукупність стоячих хвиль різних частот і довільних орієнтацій площин поляризації. Було виведено співвідношення

$$e(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \quad (15.46)$$

яке називається формулою **Релея – Джинса**. Ця формула дуже добре описує розподіл енергії в **довгохвильовій частині спектра випромінювання**, тобто для малих частот. Для великих частот **вона непридатна**. Розбіжність між експериментальною кривою (суцільна лінія) і кривою, одержаною за допомогою формули Релея - Джинса (штрихова лінія), видно з рис. 15.5. Виявилось, що спроба вивести закон Стефана - Больцмана за допомогою формули Релея - Джинса призвела до абсурдного результату, а саме:

$$e(T) = \int_0^{\infty} \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT d\nu = \infty, \quad (15.47)$$

Ця ситуація була названа “ультрафіолетовою катастрофою”.

У 1900 р. М. Планк одержав формулу функції $e(\nu, T)$ на основі такого **припущення**: атом випромінює електромагнітну хвилю (світло) певними порціями – **квантами**, енергія кванта залежить від частоти випромінювання.

Формула Планка в змінних ν і T має вигляд

$$e(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (15.48)$$

а в змінних λ і T

$$e(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}, \quad (15.49)$$

де $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка.

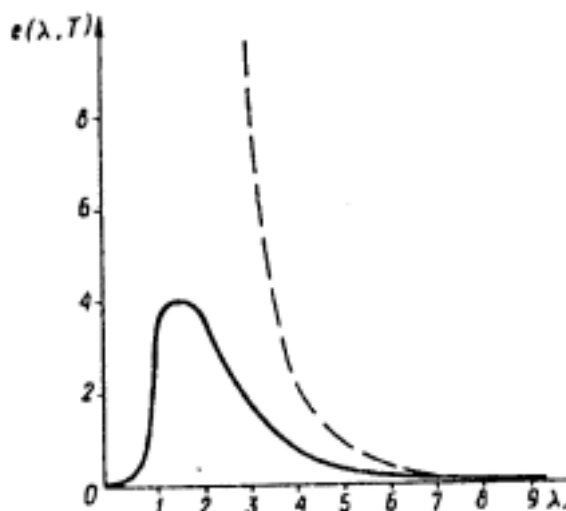


Рисунок 15.5

Формула Планка справедлива для будь-яких частот і температур, і з неї випливають всі відомі закони випромінювання абсолютно чорного тіла (закон Стефана – Больцмана, закон зміщення Віна та ін.).

Випромінювання всіх твердих тіл, рідин і газів характеризується нерівномірним розподілом енергії у спектрі випромінювання, а їхні інтегральні і спектральні поглинальні здатності завжди менші, ніж в абсолютно чорного тіла.

Якщо спектр випромінювання тіла суцільний, а розподіл енергії за довжинами хвиль подібний до розподілу енергії у

спектрі абсолютно чорного тіла, то такі тіла називаються **сіримми**. Для сірих тіл при заданій температурі

$$\frac{E(\nu, T)}{e(\nu, T)} = \text{const} = A(T). \quad (15.50)$$

Тіла, для яких умова (15.50) не виконується, називаються селективними. Випромінювання реальних тіл у деякій мірі має селективний характер.

Сірих тіл, так само, як і абсолютно чорних, у природі не існує. Однак для різних тіл у деяких частинах спектра ця умова справджується з певною точністю.

Оптична пірометрія. Для вимірювання температур нагрітих тіл за термометричний параметр можна використати теплове випромінювання.

Сукупність оптичних методів визначення температур, які ґрунтуються на законах рівноважного випромінювання, називається **оптичною термометрією**, а методи вимірювання високих температур називаються **оптичною пірометрією**. Оптичні методи вимірювання температур не потребують безпосереднього контакту вимірювальних приладів із досліджуванним тілом.

Залежно від того, який із законів теплового випромінювання покладено в основу методу вимірювання температур, розрізняють три умовних температури: **енергетичну**, або **радіаційну**; **яскравісну**; **колірну**. Вони функціонально зв'язані із справжньою температурою тіла і його випромінювальною здатністю.

Під **радіаційною** розуміють температуру абсолютно чорного тіла, при якій його випромінювальна здатність $e(T)$ однакова з випромінювальною здатністю $E(T)$ тіла, температуру якого визначають.

Під **яскравісною** розуміють температуру абсолютно чорного тіла, при якій його спектральна випромінювальна здатність $e(\nu, T)$ дорівнює спектральній випромінювальній здатності досліджуваного тіла для тієї самої довжини хвилі

Під **колірною** розуміють температуру абсолютно чорного тіла, при якій спектральний склад його випромінювання однаковий із спектральним складом досліджуваного тіла, тобто відношення спектральних випромінювальних здатностей для двох заданих довжин хвиль однакові.

Отже, за допомогою оптичних пірометрів вимірюють не справжні, а умовні температури: радіаційну, яскравісну і колірну, від яких можна перейти до справжньої температури тіла, якщо відомі його оптичні характеристики.

15.4 Дифракція світла. Дифракція на дифракційній решітці

Дифракція світла – оптичне явище, пов'язане із зміною напрямку поширення світлових хвиль (порівняно з напрямом, передбаченим геометричною оптикою) та з просторовим перерозподілом їх інтенсивності під впливом перешкод і неоднорідностей середовища на їхньому шляху. Під **дифракцією** розуміють будь-яке відхилення від прямолінійного поширення світла, якщо воно не зумовлене відбиванням, заломленням або викривленням променів у середовищах, в яких показник заломлення безперервно змінюється. Дифракція світла зумовлена його хвильовою природою.

Явище дифракції пояснюється за допомогою **принципу Гюйгенса**: Кожна точка, до якої доходить хвиля, служить центром вторинних хвиль, а огинаючи цих хвиль дає положення хвильового фронту в наступний момент часу. Хвильовим фронтом називається геометричне місце точок, до яких доходять коливання в момент часу t .

Таким чином, кожна точка **хвильової поверхні** (тобто, поверхні з однаковою фазою світлових коливань) є самостійним джерелом вторинних хвиль, які поширюються з швидкістю світла. Френель доповнив принцип Гюйгенса тим, що врахував інтерференцію коливань, які виходять з цих когерентних джерел. Доповнений Френелем принцип Гюйгенса дістав назву **принципу Гюйгенса-Френеля**, який полягає в тому, що світлова хвиля, збуджена якимось джерелом, може бути представлена як результат суперпозиції (додавання) когерентних вторинних хвиль. Таким чином, хвилі, що поширюються від джерела, є результатом **інтерференції** всіх когерентних вторинних хвиль.

Дифракційні явища за своїм характером поділяються на два великих класи, а саме: дифракційні явища **Френеля** і дифракційні явища **Фраунгофера**.

Явища дифракції прийнято розрізняти залежно від відстані від перешкоди, встановленої на шляху поширення світла, до джерела і екрана, на якому спостерігається дифракційна картина. Якщо ці відстані чи одна з них не дуже великі, то дифракційні явища називають **дифракцією Френеля**, або **дифракцією в непаралельних променях**.

Дифракція Фраунгофера – дифракція світла, що спостерігається на таких відстанях, для яких кутові розміри оптичних неоднорідностей набагато менші ніж відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цих неоднорідностей. **Дифракція Фраунгофера називається дифракцією в паралельних променях**. Між дифракціями

Фраунгофера і Френеля не існує принципової різниці і різкої межі.

Дифракція Фраунгофера від щілини. Щілиною називають прямокутний отвір, шириною якого порівняно з його довжиною можна знехтувати. Розглянемо дифракцію плоскої монохроматичної світлової хвилі, довжина якої λ . Вважатимемо, що світлова хвиля поширюється перпендикулярно до щілини, ширина якої b . Паралельний пучок світла, пройшовши крізь щілину екрана, дифрагує під різними кутами від початкового напрямку. Лінза L (рис. 15.6) збирає паралельні пучки дифрагованих променів у певних точках екрана, розміщеного у фокальній площині лінзи.

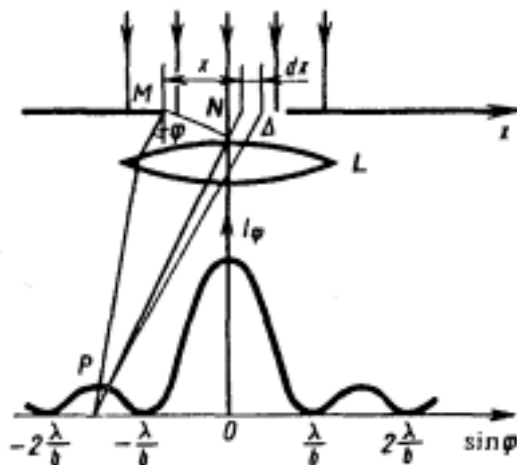


Рисунок 15.6

Розподіл інтенсивності на екрані залежно від кута дифракції φ можна записати у вигляді

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2(\pi b \lambda^{-1} \sin \varphi)}{(\pi b \lambda^{-1} \sin \varphi)^2}, \quad (15.51)$$

де I_0 – інтенсивність світла, що падає на отвір.

Знайдемо умови для мінімуму і максимуму інтенсивності. Для $\varphi = 0$, тобто в середині дифракційної картини буде головний максимум. Оскільки умова для нього не залежить від довжини хвилі, то він не розкладається в спектр. Мінімуми інтенсивності спостерігаються для кутів дифракції, коли

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (m=1, 2, 3, \dots). \quad (15.52)$$

Між ними розміщені вторинні максимуми інтенсивності, кути дифракції яких знаходять при розв'язуванні трансцендентного рівняння $\text{tg } u = u$, де $u = \pi b \lambda^{-1} \sin \varphi$, тобто для кутів

$$\sin \varphi_1 = \pm 1.43 \lambda / b, \quad \sin \varphi_2 = \pm 2.46 \lambda / b, \dots \quad (15.53)$$

Дифракційна ґратка – це пристрій, що має N однакових паралельних щілин, розміщених на рівних відстанях одна від одної в одній або різних площинах. Якщо вони розміщені в одній площині, то така ґратка називається **плоскою**. Здебільшого дифракційна ґратка може бути у вигляді плоскості скляної або металевої поверхні, на якій нанесено досить багато (сотні тисяч) прямих рівновіддалених штрихів.

Дифракційна ґратка в загальному вигляді – це будь-яка структура, що має просторову періодичність. Коли періодичність структури проявляється в одному напрямі, то ґратка називається лінійною або одновимірною, якщо ж у двох або в трьох напрямках – відповідно двовимірними, тривимірними або об'ємними.

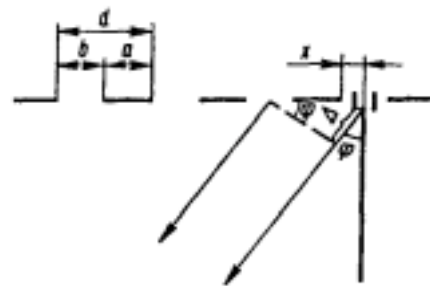


Рисунок 15.7

Розглянемо плоску дифракційну ґратку, що складається з однакових рівновіддалених щілин, вирізаних у непрозорому екрані (рис. 15.7).

Ширину щілини позначимо через **b**, відстань між щілинами – через **a**. Величину **d = a + b** називають сталою, або періодом ґратки.

Дифракційна картина, що виникає від ґратки, спостерігається на нескінченності або у фокальній площині лінзи.

Нехай на дифракційну ґратку падає нормально до її поверхні плоска монохроматична хвиля завдовжки λ .

Вираз для інтенсивності світла, що поширюється під кутом φ до нормалі, після дифракції від дифракційної ґратки має вигляд

$$I_{\varphi} = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \left(\frac{\sin N\theta}{\theta} \right)^2. \quad (15.54)$$

де $u = \pi b \lambda^{-1} \sin \varphi$, $\theta = \pi d \lambda^{-1} \sin \varphi$, I_0 – інтенсивність світла, що проходить через одну щілину, коли $\varphi = 0$.

З рис. 16.2 видно, що різниця ходу променів Δ рівна $d \sin \varphi$. Отже, умова максимуму

$$d \sin \varphi = m \lambda, \quad (15.55)$$

де m – порядок головного максимуму, або порядок спектра.

Умова (15.55) визначає напрями, по яких випромінювання від усіх щілин ґратки підсилюють одне одного. При виконанні умови (15.55)

$$(I_{\varphi})_{\max} = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 N^2. \quad (15.56)$$

З формули (15.56) випливає, інтенсивність світла, дифрагованого на N щілинах, зростає не в N разів порівняно з інтенсивністю, що проходить крізь одну щілину, а збільшується в N^2 разів. Цей висновок є прямим підтвердженням інтерференції дифрагованих пучків. Максимуми, що виникають за умови (15.55), називаються головними максимумами.

$$d \sin \varphi = \left(m + \frac{p}{N} \right) \lambda, \quad (p = 1, 2, 3, \dots N-1). \quad (15.57)$$

Умова (15.57) визначає напрями, в яких утворюються дифракційні мінімуми, тобто інтенсивність світла дорівнюватиме нулю.

15.5 Дифракція на кристалічній решітці та її використання для вивчення будови речовини

Найбільший науковий інтерес і практичне значення має дифракція електромагнітних хвиль на просторовій структурі, прикладом якої може бути тривимірна ґратка або просторова кристалічна ґратка.

Як відомо, рентгенівське випромінювання являє собою електромагнітні хвилі, довжина яких лежить у інтервалі 10^{-8} - 10^{-6} см. Залежно від умов одержання рентгенівське випромінювання утворює суцільний або лінійчастий (характеристичний) спектри.

Щоб ґратка ефективно розкладала випромінювання у спектр, її період d має бути того самого порядку, що й довжина хвилі падаючого випромінювання. Для спостереження дифракції рентгенівських хвиль слід взяти просторову ґратку, період якої близько 10^{-8} см. У природі існують такі просторові структури – кристали, де атоми та йони розміщено на відстанях близько 10^{-8} см. У 1912 р. М. Лауе (1879-1960) дійшов висновку, що існуючі природні кристали – це й є тривимірні ґратки, за допомогою яких можна спостерігати дифракцію рентгенівського випромінювання.

Кристаліграфічні дослідження показали, що у будь-якому кристалі можна виявити певні площини, де атоми або йони, які утворюють його кристалічну ґратку, розміщені найбільш густо. Такі площини відбиватимуть монохроматичне рентгенівське випромінювання, яке може інтерферувати від різних площин. Очевидно, підсилення хвиль при інтерференції відбудеться для тих значень кута φ , коли в різниці ходу $\Delta = AO + OB$ (рис. 15.8) вміщується ціле число довжин хвиль:

$$2d \sin \varphi = m\lambda, \quad (15.58)$$

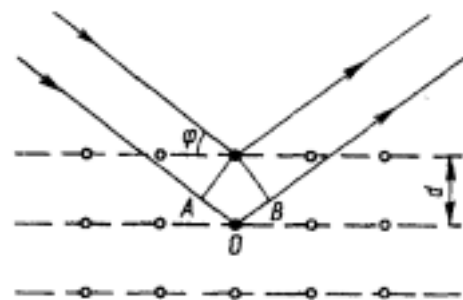


Рисунок 15.8

де φ – доповнювальний кут, або кут ковзання; $m = 1, 2, 3, \dots$;
 d – відстань між площинами.

Співвідношення (15.58) є **формулою Брегга - Вульфа**, яка широко застосовується в рентгеноструктурних дослідженнях. Дифракція виникає не в довільному напрямі падіння монохроматичного випромінювання, тому для її спостереження треба повертати кристал так, щоб кут ковзання задовольняв умову (15.58). Якщо обертати кристал або проводити експеримент з полікристалічною системою, в якій окремі кристалики орієнтовані довільно, то можна одержати певну систему інтерференційних картин від усіх можливих типів атомних площин певного кристала.

Дифракція рентгенівського випромінювання виявилась досить важливим засобом для вивчення структури кристалів, рідин, аморфних твердих тіл тощо. За її допомогою можна визначати міжатомні відстані, робити висновки про будову молекул та інших систем. Розділ фізики і техніки, що використовує, рентгенівське випромінювання для вивчення структури твердих тіл, рідин, молекул, називається **рентгеноструктурним аналізом**. Дифракція рентгенівського випромінювання у кристалах використовується також для вивчення рентгенівських спектрів, що дає змогу визначити хімічний склад речовин. Метод визначення хімічного складу речовин шляхом вивчення їх рентгенівських спектрів називається **рентгеноспектральним аналізом**. Рентгеноструктурний і рентгеноспектральний аналізи досить широко застосовуються в багатьох галузях народного господарства.

15.6 Поляризація світла. Поляризація при відбиванні та заломленні світла

У переважній більшості оптичних явищ основну роль відіграє вектор напруженості електричного поля $\vec{E}$, який називають **оптичним**. Тому далі буде вестись мова саме про цей вектор та про його амплітудне значення. Якщо при поширенні світла (напрямок поширення визначає промінь) існує цілком певна орієнтація вектора $\vec{E}$ в просторі, то таке світло називають **лінійно поляризованим**. Площину, яка проходить через електричний вектор і промінь, називають площиною коливань, або площиною поляризації.

Світло, в якого напрям коливань електричного вектора в будь-якій площині простору з часом не змінюється, називають **лінійно поляризованим** або **плоскополяризованим** (рис. 15.9, а). Світло, в якому за один період кінець електричного

вектора в площині, перпендикулярній до напрямку його поширення, описує еліпс, називають **еліптично поляризованим**. Частинним випадком еліптично поляризованого є світло, поляризоване по колу, коли кінець вектора $\vec{E}$ описує коло. Якщо електричні вектори хаотично змінюють свій напрям і всі напрями рівноймовірні в площині, перпендикулярній до променя, то таке світло називають **природним** (рис. 15.9, б). Якщо для електричного вектора існує переважаючий напрям, то світло називають **частково поляризованим** (рис. 15.9, в).

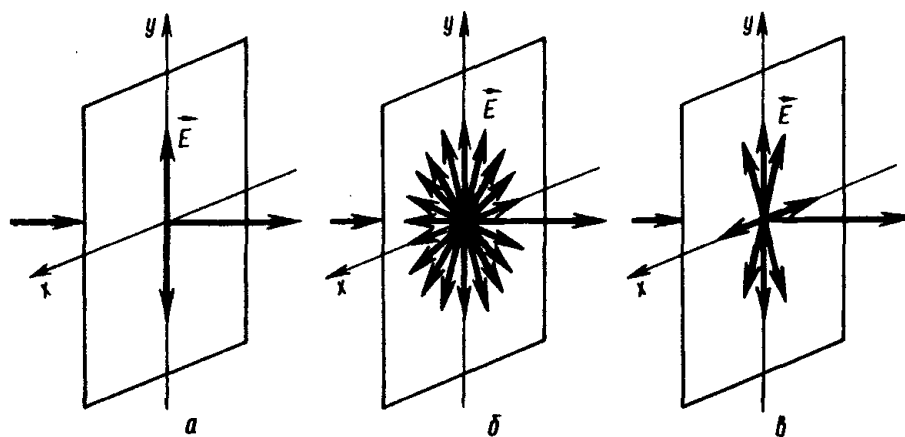


Рисунок 15.9

Кількісною характеристикою поляризації служить ступінь поляризації. Ступінь поляризації визначається виразом

$$P = \frac{|I_x - I_y|}{I_x + I_y}, \quad (15.59)$$

де $I_x = (\sum E_x)^2$, $I_y = (\sum E_y)^2$.

Для лінійно поляризованого світла $I_x = 0$. Тоді $P = 1$. Для природного світла $P = 0$, оскільки суми проєкцій векторів на обидві осі однакові за величиною. Для частково поляризованого світла $0 < P < 1$.

Одним із способів поляризації світла є відбивання і заломлення його на межі поділу однорідних та ізотропних оптичних середовищ. Якщо плоска природна світлова хвиля падає із середовища з показником заломлення n_0 на межу поділу із середовищем, показник заломлення якого n , то на межі поділу відбувається відбивання і заломлення світла.

Амплітуди відбитої і заломленої хвиль залежать від поляризації падаючої хвилі. Кількісні співвідношення для амплітуд відбитого і заломленого світла з коливаннями в площині падіння і перпендикулярній до неї встановив

О. Френель. Ці співвідношення називають **формулами Френеля**. Вони мають вигляд

$$I_{\parallel} = \frac{I_0 \operatorname{tg}^2(i-r)}{2 \operatorname{tg}^2(i+r)}, \quad I_{\perp} = \frac{I_0 \operatorname{tg}^2(i-r)}{2 \operatorname{tg}^2(i+r)}, \quad (15.60)$$

де i – кут падіння, r – кут заломлення, I_0 , $I_{\parallel}$ і $I_{\perp}$ – відповідно інтенсивність падаючого природного світла, інтенсивність відбитого світла, коливання вектора $\vec{E}$ якого відбувається в площині падіння, та інтенсивність відбитого світла, для якого коливання вектора $\vec{E}$ перпендикулярні до цієї площини.

З формули (15.60) видно, що коли $i+r = \pi/2$, то $I_{\parallel} = 0$. Такий кут падіння i_B називають **кутом Брюстера**, або кутом повної поляризації, тобто відбите світло буде повністю поляризованим, а коливання вектора $\vec{E}$ у відбитій хвилі перпендикулярні до площини падіння.

$$\operatorname{tg} i_B = n/n_0. \quad (15.61)$$

Співвідношення (15.61) виражає **закон Брюстера**. Відбивання під кутом Брюстера дає змогу одержати лінійно поляризоване світло, однак його інтенсивність невелика і для скла дорівнює близько 15 %, тобто основна його частина поширюється в напрямі заломлення хвилі, яка поляризована не повністю. Для збільшення ступеня поляризації заломлених хвиль їх треба пропустити крізь стопу скляних пластинок.

15.7 Подвійне променезаломлення. Штучна анізотропія. Застосування поляризованого світла в техніці

При проходженні світла крізь деякі кристали світловий промінь поділяється на два. Це явище називається подвійним заломленням променів. Явище подвійного заломлення променів стало експериментальним підтвердженням поляризації світла. Встановлено, що промені, які виходять із кристала,

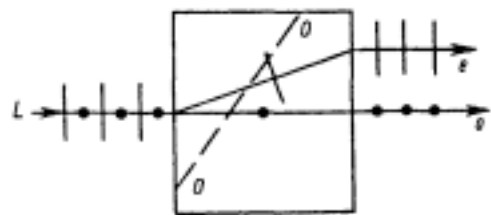


Рисунок 15.10

паралельні між собою і до падаючого променя. Поділ променя на два відбувається навіть при нормальному його падінні на природну грань кристала. Один із променів є продовженням падаючого, а другий при проникненні в кристал відхиляється на якийсь кут (рис. 15.10). Перший промінь лежить у площині падіння променя, і показник заломлення для нього не залежить від кута падіння, тобто швидкість його поширення в кристалі не залежить від напрямку. Тому цей промінь називають **звичайним** і

на рисунках його позначають буквою **o**. Другий промінь не лежить у площині падіння променя, і відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення залежить від кута падіння, тобто швидкість його поширення в кристалі залежить від напрямку поширення. Цей промінь називають **незвичайним** і на рисунках позначають буквою **e**. Встановлено, що звичайний і незвичайний промені мають однакові інтенсивності, лінійно поляризовані, площини їх коливань взаємно перпендикулярні.

У кристалі існує єдиний напрям, уздовж якого подвійного заломлення променів не відбувається, тобто показники заломлення для обох променів однакові. Цей напрям називається **оптичною віссю кристала**, а такий кристал – **одновісним**. Зазначимо, що оптична вісь – це певний напрям у кристалі, а не якийсь вибраний відрізок у ньому.

Поняття "**звичайні**" і "**незвичайні**" промені мають зміст доти, доки промені поширюються в кристалі, а за його межами відмінність між ними існує тільки в орієнтації площини коливань. Площину, що проходить через падаючий промінь і оптичну вісь одновісного кристала, називають його головним перерізом, або **головною площиною перерізу**.

Звичайний і незвичайний промені повністю лінійно поляризовані. Площина коливань електричного вектора звичайного променя перпендикулярна до головного перерізу, а площина коливань незвичайного збігається з ним.

У деяких кристалах один з цих променів поглинається більше, ніж інший. Це явище називають **дихроїзмом**. Значний дихроїзм у видимій області спектра мають кристали турмаліну.

Подвійне заломлення властиве для всіх кристалів тригональної і тетрагональної систем (турмалін, кварц та ін.). Для кристалів, що належать до ромбічної, моноклінної та триклінної систем, існує два напрями, уздовж яких не відбувається подвійного заломлення променів. Такі кристали називають **двовісними** (слюда, гіпс, та ін.). У кристалах кубічної системи подвійне заломлення променів не спостерігається.

Середовища, фізичні властивості (наприклад, показник заломлення) яких залежать від напрямку, називають **анізотропними**.

Подвійне заломлення променів у кристалі дає можливість поляризувати природне світло. Для виготовлення різних поляризаційних пристроїв широко застосовуються анізотропні речовини із значною відмінністю між показниками заломлення звичайного і незвичайного променів.

Здебільшого поляризаційні прилади складаються з комбінацій призм. Вони пропускають лише один з поляризованих

світлових пучків або просторово поділяють падаючий пучок світла на два. Площини коливань їх взаємно перпендикулярні.

Явище **дихроїзму** використовується також для створення поляризаторів, які називають **поляроїдами**. Вони являють собою тонку (близько 0,05 мм) плівку, розташовану між пластинками із скла, оргскла або плівками з ацетилцелюлози для захисту від механічних пошкоджень та дії вологи. Так, плівка завтовшки 0,1 мм, на яку нанесено кристалики герапатиту, повністю поглинає один із променів.

Прилади, за допомогою яких аналізують ступінь поляризації світла, називають аналізаторами. Роль аналізаторів виконують ті прилади, за допомогою яких одержують лінійно поляризоване світло. Будь-який поляризатор може бути аналізатором і навпаки.

Після проходження природного світла крізь аналізатор його інтенсивність I_0 не зазнає зміни при обертанні аналізатора навколо напрямку падаючого променя, тобто

$$I_a = \frac{1}{2} k_a I_0, \quad (15.62)$$

де I_0 – інтенсивність падаючого природного світла на аналізатор; k_a – коефіцієнт пропускання лінійно поляризованого світла аналізатором.

Якщо на аналізатор падає лінійно поляризоване світло інтенсивністю I_p , одержане за допомогою поляризатора P , то інтенсивність світла, що проходить крізь аналізатор I_a , пропорційна значенню I_p і залежить від кута між головними перерізами аналізатора A і поляризатора P . Враховуючи те, що аналізатор не абсолютно прозорий

$$I_a = k_a I_p \cos^2 \alpha. \quad (15.63)$$

Співвідношення (15.63) виражає **закон Малюса**.

Оптична анізотропія природних кристалів зумовлена анізотропним розміщенням частинок, що утворюють кристал. Оптичну анізотропію можна створити штучно при деформації однорідних та ізотропних тіл.

Явище штучного подвійного заломлення променів у прозорих ізотропних речовинах при їх механічній деформації виявили Т. Зеебек (1770-1831) у 1813 р. і Д. Брюстер (1781-1868) у 1815 р. У випадку одностороннього стиснення або розтягнення напрям деформації відіграє роль оптичної осі. За міру оптичної анізотропії, яка виникає при деформації, беруть різницю показників заломлення $n_o - n_e$. Дослідження показали, що при одновісній механічній деформації між $n_o - n_e$ і прикладеною напругою існує пряма пропорційність, тобто

$$n_o - n_e = k_p, \quad (15.64)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який залежить від природи речовини та її стану; p – механічна напруга; n_o – показник заломлення в напрямі, перпендикулярному до напрямку дії деформуючої сили; n_e – показник заломлення в напрямі дії прикладеної сили.

Штучну анізотропію також можна створити за допомогою електричного або магнітного полів. Ці явища відповідно називаються **електрооптичним** і **магнітооптичним**. Електрооптичне явище вперше спостерігав у 1875 р. Дж. Керр (1824-1907), тому воно назване ефектом Керра. Електрооптичний ефект Керра полягає в тому, що деякі ізотропні тіла при внесенні в постійне електричне поле поводять себе з погляду оптики як одновісні кристали. Їх оптична вісь орієнтована вздовж напрямку електричного поля.

Для монохроматичного світла, довжина хвилі якого λ , оптична анізотропія прямо пропорційна квадрату напруженості електричного поля, тобто

$$n_o - n_e = kE^2, \quad (15.65)$$

де k - коефіцієнт пропорційності.

Явище Керра пояснюється анізотропією молекул речовини. Оскільки процеси поляризації молекул та їх орієнтації в електричному полі відбуваються за досить короткі проміжки часу, то проміжок часу між виникненням і зникненням анізотропії при накладанні і знятті електричного поля має такий самий порядок.

Завдяки надзвичайній швидкості встановлення і зникнення ефекту Керра він широко застосовується як швидкодіючий затвор і модулятор світла. **Комірка Керра** використовується як безінерційний затвор у звуковому кіно, телебаченні, для вимірювання швидкості світла в лабораторних умовах, а також у лазерній техніці для генерування надпотужних імпульсів.

У деяких кристалах у разі накладання зовнішнього електричного поля виникає подвійне заломлення променів, якого нема за відсутності поля, причому різниця показників заломлення звичайного і незвичайного променів пропорційна першому степеню напруженості електричного поля. Це явище вперше спостерігав у 1894 р. Ф. Поккельс (1865-1913), тому воно й назване його іменем (**ефект Поккельса**). Спочатку цей ефект був виявлений у п'єзоелектриків за досить високих напруг (десятки і сотні кіловольтів). Розвиток лазерної техніки стимулював дослідження цього ефекту. За останнє десятиріччя виявлено й досліджено велику кількість кристалічних речовин, які мають значний лінійний електрооптичний ефект за порівняно невеликих напруг (десятки, сотні вольтів). Ефект Поккельса, як і ефект

Керра, малоінерційний. Лінійна залежність різниці показників заломлення від напруженості електричного поля та порівняно невисока керуюча напруга надають у ряді випадків перевагу застосуванню в техніці цього ефекту перед ефектом Керра. Майже всі розроблені модулятори світла засновані на ефекті Поккельса.

Подібно до явища виникнення подвійного заломлення променів у електричному полі штучну анізотропію також можна створити дією магнітного поля, яка може мати місце в речовинах, молекули яких анізотропні, тобто в парамагнетиках. У разі відсутності зовнішнього магнітного поля молекули розміщуються хаотично, наслідком чого буде статистична ізотропія. Якщо таку речовину помістити в досить сильні магнітні поля, то відбувається напрямлена орієнтація власних магнітних моментів молекул. Це зумовлює анізотропію речовини, що приводить до подвійного заломлення променів. Таке середовище поводить себе як одновісний кристал, оптична вісь якого паралельна вектору індукції магнітного поля $\vec{B}$. Це явище було відкрите в 1910 р. і на честь його дослідників називається явищем Коттона - Мутона. Різниця показників заломлення середовища у цьому випадку

$$n_o - n_e = DB^2, \quad (15.66)$$

де D – стала величина.

Практичне застосування поляризації світла досить широке, дещо вже було описано. Крім цього, вона широко застосовується у світлотехніці, модулюванні світлових потоків, кодуванні зображень і сигналів, люмінесцентному аналізі, геології, спектроскопії, астрофізиці та в ряді інших галузей знань.

15.8 Контрольні запитання

1. Сформулюйте основні закони геометричної оптики.
2. В чому полягає явище інтерференції світла?
3. Опишіть застосування інтерференції.
4. Запишіть основні закони теплового випромінювання.
5. Що називається оптичною пірометрією?
6. Що називається дифракцією світла?
7. Опишіть дифракцію на кристалічній решітці та охарактеризуйте її використання для вивчення будови речовини.
8. В чому полягає явище поляризації світлових хвиль?
9. В чому полягає явище штучної анізотропії?

16 Фізика атомів і твердого тіла

16.1 Принцип Паулі. Розподіл електронів в багатоелектронних атомах за енергетичними станами. Періодична система елементів Менделєєва

Стан електрона в атомі характеризується чотирма квантовими числами: n , l , m , m_s . Квантове число n називають головним. Число l називають орбітальним квантовим числом, а m – орбітальним магнітним квантовим числом. Квантові числа n , l , m можуть набирати такі значення:

$$\begin{aligned} n &= 1, 2, 3, \dots; \\ l &= 0, 1, 2, \dots, n-1 \\ m &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l. \end{aligned} \quad (16.1)$$

Енергія електрона в атомі водню залежить тільки від головного квантового числа n і не залежить від l і m . У випадку заданого значення n квантове число l може набирати n різних значень, а кожному значенню l відповідає її $2l + 1$ різних значень квантового числа m . З цього випливає, що одному енергетичному рівню з квантовим числом n відповідає декілька наборів значень чисел l і m . Це означає, що атом водню може мати те саме значення енергії, але знаходитиметься в декількох різних станах. Стани з однаковими значеннями енергії називають **виродженими**, а їх кількість називають кратністю виродження. Для даного квантового числа n кратність виродження станів дорівнює n^2 .

Орбітальне квантове число l визначає момент імпульсу електрона в атомі, а орбітальне магнітне квантове число m – проекцію цього моменту на заданий напрям у просторі.

Електрон має також власний, або внутрішній, механічний момент імпульсу, який називається **спіном** (від англійського слова spin – вертітися).

Для характеристики **спіна** було введено нове квантове число s . $s = 1/2$.

Подібно до квантового числа m , яке зв'язане з числом l , вводиться квантове число $m_s = \pm 1/2$, яке має тільки два значення і яке визначає проекції спіна на заданий напрям.

Оскільки квантове число m_s має тільки два значення, то головному квантовому числу n відповідатиме не n^2 станів, а $2n^2$ станів.

Але коли в атомі є більше ніж два електрона, вони між собою взаємодіють. І щоб розрахувати цю взаємодію, треба використати принцип Паулі. Його було введено у 1925 р. для пояснення періодичної системи елементів Менделєєва.

Принцип Паулі полягає в тому, що в атомі не може бути двох електронів, які знаходяться у двох однакових стаціонарних станах, що визначаються однаковим набором чотирьох квантових чисел: n , l , m , m_s . Згідно з цим принципом будь-яка пара електронів багатоелектронного атома повинна мати набори з чотирьох квантових чисел: n , l , m , m_s , які відрізняються хоча б одним з них.

Кількість електронів в атомі дорівнює **порядковому номеру** елемента в періодичній системі елементів Менделєєва. Електрони в атомі утворюють електронну оболонку. Вважатимемо **оболонкою** або підшаром сукупність електронів, що мають однакові квантові числа n і l ; **шаром** – сукупність електронів з однаковим квантовим числом n . Шари, для яких $n = 1, 2, 3, 4, 5$, відповідно називають К-, L-, M-, N-, O-шарами. Максимально можлива кількість електронів (вірніше, їх станів) у цих шарах така:

- К-шар: $n = 1$ - 2 стани;
- Z-шар: $n = 2$ - 8 станів;
- M-шар: $n = 3$ - 18 станів;
- N-шар: $n = 4$ - 32 стани;
- O-шар: $n = 5$ - 50 станів.

Кількість значень l і m визначається співвідношенням (16.1). Кількість електронів на підшарах визначається кількістю можливих значень l , m , m_s . Наприклад, Шар N має складатись з чотирьох підшарів, в кожному з яких відповідна кількість електронів (станів) – 2, 6, 10, 14. Кількість заповнених електронами підшарів і шарів зростатиме із збільшенням кількості електронів в атомах. Із зростанням заряду ядра і відповідно кількості електронів у першу чергу заповнюватимуться підшари і шари з **мінімальною енергією**, тобто найнижчі енергетичні стани з виконанням принципу Паулі.

Енергія електрона в атомі водню залежить тільки від головного квантового числа n і не залежить від l . Для багатоелектронних атомів енергія електронів залежить як від квантового числа n , так і від квантового числа l . Правило заповнення електронних шарів атомів при зростанні суми $n+l$ сформулював О. Маделунг. Для кожного значення суми $n+l$ заповнення відбувається зі зростанням n , тобто взаємодія між електронами в атомі приводить до того, що для досить великих головних квантових чисел n стани з більшим n і меншим l можуть мати меншу енергію, ніж стани з меншим n , але з великим l . Зазначимо, що **правило Маделунга** виконується тільки в загальних рисах і реальна картина заповнення

електронами станів у атомі зазнає значного відхилення від цього правила для елементів, в яких відбувається заповнення *l*-станів.

Періодичність хімічних властивостей елементів пояснюється періодичністю заповнення електронами станів в атомах.

16.2 Рентгенівське випромінювання та його властивості. Закон Мозлі

Рентгенівське випромінювання являє собою електромагнітне випромінювання з довжиною хвилі від 0,01 до 10^{-8} мкм. Таким чином, рентгенівське випромінювання має ту саму природу, що й світло, і відрізняється від нього лише досить малими довжинами хвиль. Такі явища, як інтерференція і дифракція, а також фотоефект, виконуються і для рентгенівського випромінювання.

Вважається, що рентгенівське випромінювання було відкрито у 1895 р. німецьким вченим В. Рентгеном (1845-1923), яке він назвав **х-променями**. Тому воно було названо на його честь. Але є деякі історичні факти, що його відкрив український вчений Пулюй і то раніше від Рентгена.

Джерелами рентгенівського випромінювання є рентгенівські трубки, які в простіших випадках являють собою двоелектродні вакуумні прилади різних конструкцій і розмірів.

На рис. 16.1 наведена схема рентгенівської трубки.

Коефіцієнт корисної дії рентгенівських трубок близько 1 %, тобто 99 % кінетичної енергії електронів перетворюється в тепло. За принципом одержання електронних пучків рентгенівські трубки поділяють на три типи: йонні, електронні та індукційні.

Суцільний спектр рентгенівського випромінювання пояснюється гальмуванням електронів у момент досягнення ними анода. Таке випромінювання називають **гальмівним**. На рис. 16.2 показано експериментальні криві розподілу інтенсивності рентгенівського випромінювання за довжинами хвиль. Характерною особливістю суцільних рентгенівських спектрів є наявність чіткої

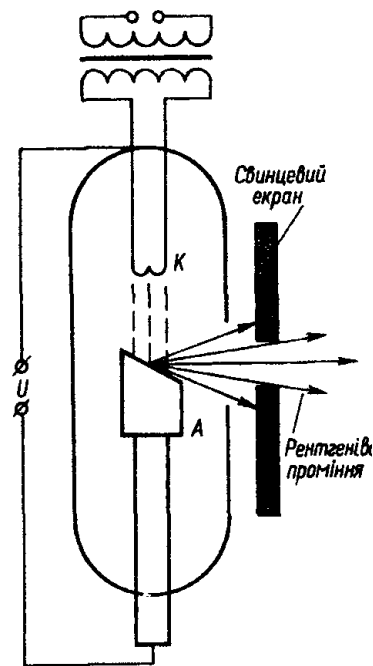


Рисунок 16.1

короткохвильової межі $\lambda_{\min}$ та її незалежність від речовини анода. Із підвищенням напруги інтенсивність випромінювання збільшується, а короткохвильова межа зміщується в бік коротких хвиль.

На основі фотонної теорії кожний електрон при гальмуванні породжує один фотон. У разі повного переходу енергії електрона (eU) в енергію випромінювання виникає фотон із максимальним значенням енергії, тобто

$$eU = h\nu_{\max} = hc/\lambda_{\min}. \quad (16.2)$$

При зіткненнях електронів з анодом частина енергії витрачається переважно на нагрівання анода. У цьому разі народжуються фотони з частотами $\nu < \nu_{\max}$. Зіткнення електронів з атомами анода мають випадковий характер, тому розподіл енергії електронів на тепло та випромінювання буде довільним і гальмівне випромінювання має суцільний спектр.

У випадку підвищення напруги на рентгенівській трубці до величини, більшої за деяке критичне значення, що залежить від речовини анода, на фоні суцільного спектра виникають **лінійчастий спектр**, інтенсивність якого у тисячі разів перевищує інтенсивність суцільного спектра. Оскільки лінійчастий рентгенівський спектр визначається природою речовини, з якої виготовлено анод, то його називають **характеристичним**. З рис. 16.2 видно, що для напруги, при якій рентгенівська трубка з анодом із вольфраму і хрому випромінює суцільний спектр, трубка з молибденовим анодом, крім суцільного, випромінює ще лінійчастий спектр. Виникнення характеристичного рентгенівського випромінювання фотонна теорія пояснює вибиванням електронів із внутрішніх електронних шарів атомів анода швидкими електронами або фотонами високих енергій. Перехід електронів з вищих шарів на шар, з якого вибито електрон, супроводжується випромінюванням рентгенівського кванта.

Спектральні лінії утворюють серії. Їх позначають буквами K, L, M, N, O і так далі відповідно до позначень електронних шарів. Кожна серія має невелику кількість ліній, які позначають у порядку зменшення довжини хвилі індексами α , β , γ і тд. Із усіх серій рентгенівських спектрів найпростішою за своєю структурою є K-серія. Вона складається з трьох ліній: K_{α} , K_{β} ,

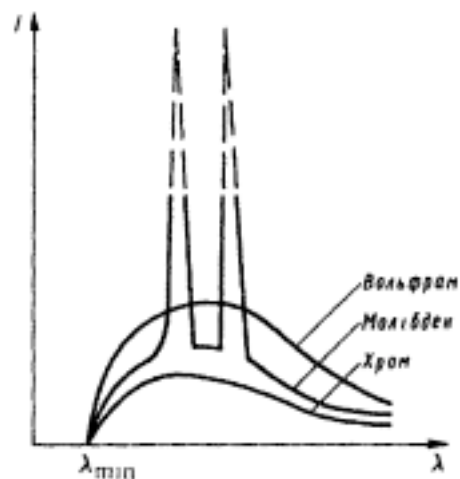


Рисунок 16.2

K_{α} . Найбільшу інтенсивність і найбільшу довжину хвилі має K_{α} -лінія.

Лінійчасті рентгенівські спектри різних речовин подібні між собою. Це зумовлено подібністю забудови нижніх (найближчих до ядра) підшарів електронами в атомах.

При збільшенні атомного номера Z речовини антикатада весь рентгенівський спектр зміщується в короткохвильову частину спектра, не змінюючи своєї структури. Лінійчасті рентгенівські спектри утворюються внаслідок переходів електронів у внутрішніх підшарах атомів, які подібні між собою за будовою.

Механізм виникнення лінійчастих рентгенівських спектрів такий. Якщо під впливом падаючих електронів високих енергій на атоми анода, вибивається один із двох електронів 1s-стану К-шару, то звільнене місце може зайняти електрон з якого-небудь зовнішнього шару (L, M, N і т.д.). При цьому виникає К-серія. Аналогічно виникають й інші серії. Характерним є те, що К-серія завжди супроводжується появою інших серій. Схема виникнення спектральних серій показана на рис. 16.3.

Вирвати електрон з К- чи Z-шару можна також внаслідок рентгенівського фотоефекту. Якщо на атом падають рентгенівські фотони досить високих енергій, то один із них зможе вибити електрон з К- або Z-шару. Для реалізації цього процесу гранична енергія падаючого рентгенівського фотона має бути однаковою з граничною енергією бомбардуемого електрона, який здатний вирвати електрон з К- або L-шару. При цьому поглинання рентгенівського випромінювання різко зростає при переході енергії фотона через граничне значення.

При дослідженні лінійчастих рентгенівських спектрів Г. Мозлі (1887-1951) в 1913 р. встановив закон, який виражає зв'язок між хвильовим числом спектральної лінії $\nu_0 = 1/\lambda$ і атомним номером Z

елемента, що випромінює ці лінії. Для K_{α} -лінії ця залежність має вигляд

$$\nu_0 = R(Z-1)^2 \left(1 - 1/2^2\right). \quad (16.3)$$

Для ліній інших серій залежність (16.3) виражається подібними формулами. Для ліній L_{α} закон Мозлі має вигляд

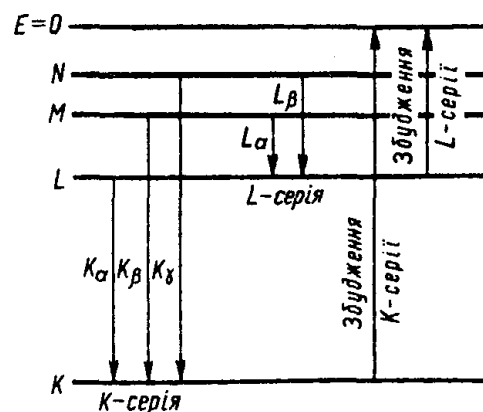


Рисунок 16.3

$$\nu_0 = R(Z - \sigma)^2 (1 - 1/2^2). \quad (16.4)$$

де R – стала Рідберга; σ – деяка стала величина в межах однієї серії. Величину σ називають сталою екранування. Для К-серії $\sigma = 1$, для L-серії $\sigma = 7,5$.

16.3 Взаємодія рентгенівських променів з речовиною. Застосування рентгенівських променів

Рентгенівське випромінювання має велику проникну здатність. При взаємодії рентгенівських фотонів з електронами атомів речовини енергія випромінювання витрачається на такі процеси утворення:

- когерентного випромінювання, при якому довжина хвилі та енергія розсіяного фотона не змінюються, а змінюється тільки напрям імпульсу;
- некогерентного випромінювання, при якому змінюються напрям і величина імпульсу фотона та його енергія (комptonівське розсіяння);
- фотоелектронів, які мають певні значення кінетичної енергії, та йонізованих атомів (внутрішній фотоэффект);
- двічі йонізованих атомів та на ін.

Внаслідок цього інтенсивність рентгенівського випромінювання при проходженні крізь речовини зменшується – тобто воно поглинається. Поглинання рентгенівського випромінювання в загальному випадку зумовлене справжнім поглинанням та розсіянням і відбувається за експоненціальним законом

$$I = I_0 e^{-kd}, \quad (16.5)$$

де I_0 – початкова інтенсивність рентгенівського випромінювання; I – інтенсивність випромінювання, що проходить шар речовини завтовшки d ; k – коефіцієнт поглинання. Поглинання випромінювання зумовлене **справжнім поглинанням і розсіянням**. Коефіцієнт поглинання

$$k = k_{\pi} + k_p. \quad (16.6)$$

де k_{π} і k_p – відповідно коефіцієнти справжнього поглинання і розсіяння. Коефіцієнт справжнього поглинання залежить від густини речовини, атомного номера Z в періодичній системі елементів Менделєєва, атомної маси та довжини хвилі. Отже, атоми хімічних елементів, які знаходяться в кінці періодичної системи елементів і утворюють речовини великої густини, повинні інтенсивно поглинати рентгенівське випромінювання. Прикладом такої речовини є свинець. Коефіцієнти k_{π} і k_p , а отже, і k пропорційні масі речовини.

Розсіяння рентгенівського випромінювання виявляє закономірності, які значно відрізняються від розсіяння світлових хвиль видимої частини спектра. Якщо у видимій частині спектра розсіяння обернено пропорційне четвертому степеню довжини хвилі, то розсіяння рентгенівського випромінювання не залежить від довжини хвилі.

Зразу ж після відкриття рентгенівського випромінювання його було застосовано в медицині. Цьому сприяла його велика проникна здатність та особливості поглинання. Кістки і тканини по-різному поглинають рентгенівське випромінювання, оскільки в перші входить кальцій, а в другі – вода, і відношення їх коефіцієнтів поглинання дорівнює приблизно 68. Тому на рентгенівських знімках тінь від кісток різко виділяється.

Пізніше була розроблена рентгенівська дефектоскопія – виявлення наявності, місця і розмірів внутрішніх дефектів у виробах шляхом їх рентгенівського просвічування.

Після того, як була одержана дифракція рентгенівського випромінювання, його почали застосовувати для дослідження будови кристалів. Було створено рентгенівський структурний аналіз, за допомогою якого визначено атомні структури мінералів, неорганічних сполук, сплавів, структури складних органічних сполук, проводиться наукове прогнозування добування нових матеріалів із наперед заданими властивостями та ін.

Рентгеноспектральний аналіз дає змогу з великою точністю визначити довжини хвиль та інтенсивності тонкої структури рентгенівських спектрів випромінювання і поглинання. На основі таких відомостей можна визначити енергію зв'язку електронів у різних стаціонарних станах, стежити за змінами величин енергії зв'язку при зміні взаємодії і характеру взаємодії в конденсованих системах.

Велике практичне значення має рентгеноспектральний хімічний аналіз елементарного складу речовини. Один з його нових методів (так званий локальний рентгеноспектральний хімічний аналіз) дає змогу визначити елементарний хімічний склад усіх елементів таблиці Менделєєва в мікроскопічних об'ємах близько кубічного мікрметра. У наш час це єдиний метод визначення складу окремих вузлів схем мікроелектроніки, перехідних шарів у приладах квантової електроніки.

На практиці використовують кілька методів рентгеноспектрального і рентгеноструктурного аналізу, а саме: **метод Лауе** – нерухомий монокристал опромінюється вузьким пучком рентгенівського випромінювання, спектр якого неперервний (суцільний); **метод обертового кристала** –

монокристал, що обертається, опромінюють монохроматичними променями; **метод порошків** (метод Дебая – Шеррера – Хелла) – полікристалічне тіло опромінюють монохроматичним рентгенівським випромінюванням.

Великого значення набули дослідження рентгенівського випромінювання космічних тіл, які проводяться з штучних супутників. На основі цих досліджень стає можливим визначення складу небесних тіл за їх рентгенівським випромінюванням. Ці дослідження привели до створення рентгенівської астрономії.

Широкого практичного застосування набула також рентгенівська мікроскопія. Хоч роздільна здатність рентгенівських мікроскопів на 2-3 порядки нижча від роздільної здатності електронних, проте велика проникна здатність рентгенівського випромінювання дає змогу розв'язувати ряд практичних задач металознавства, біології та інших галузей знань.

16.4 Ефект Комптона

Корпускулярні властивості світла найбільш проявляються в явищі, яке називається ефектом Комптона. Досліджуючи розсіюння рентгенівського випромінювання різними речовинами, А. Комптон (1892-1962) у 1923 р. виявив, що в розсіяному випромінюванні, крім спектральних ліній, яким відповідає довжина падаючої хвилі λ , з'являються лінії, довжина хвиль яких $\lambda' > \lambda$. При цьому було встановлено, що збільшення довжини хвилі $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$, не залежить від довжини падаючої хвилі λ і від природи розсіювальної речовини, а залежить від кута θ між напрямом розсіювання і напрямом падаючого випромінювання. Встановлено, що

$$\Delta\lambda = 2\Lambda_0 \sin^2(\theta/2) = \frac{2h}{m_0c} \sin^2(\theta/2). \quad (16.7)$$

де $\Lambda_0 = 2.42 \cdot 10^{-12}$ м – називається комптонівською довжиною хвилі, m_0 – маса електрона. Оскільки зміна довжини хвилі $\Delta\lambda$ не залежить від природи розсіювальної речовини, то розсіюння рентгенівського випромінювання відбувається на слабкозв'язаних електронах різних речовин. Ефект Комптона можна пояснити тільки на основі уявлень про корпускулярну природу випромінювання, розглядаючи розсіюння як процес пружного зіткнення рентгенівських фотонів з електронами. Оскільки енергія фотона характеристичного рентгенівського випромінювання значно перевищує енергію зв'язку зовнішнього

електрона в атомі, то такий електрон можна вважати практично вільним.

Наявність у розсіяному промінні спектральних ліній, довжина хвиль яких не зазнала змін, вказує на те, що деякі рентгенівські фотони розсіюються без зміни енергії. Таке розсіяння відбувається на електронах, які сильно зв'язані з ядром. При цьому розсіяння відбувається не на вільному електроні, а на системі електрон-ядро, маса якої значно перевищує масу електрона ту. З рівняння (16.7) випливає, що зміною $\Delta\lambda$ у цьому разі можна знехтувати. З цієї ж причини інтенсивність комптонівського розсіяння буде більшою для атомів, порядковий номер яких у періодичній системі елементів Менделєєва менший.

16.5 Контрольні запитання

1. Сформулюйте принцип Паулі.
2. Опишіть періодичну систему елементів Менделєєва з точки зору розподілу електронів в атомах.
3. Запишіть закон Мозлі.
4. Чим зумовлене поглинання рентгенівських променів у речовині?
5. Як застосовують рентгенівські промені для дослідження речовини?
6. В чому полягає ефект Комптона?

17 Взаємодія світла з квантовими системами

17.1 Поглинання, спонтанне та вимушене резонансне випромінювання

Будь-яка мікросистема (атом, молекула та ін.), залежно від її внутрішньої будови, тобто від величини і характеру діючих у ній сил, може знаходитись тільки в певних станах, які характеризуються дискретним набором значень енергії. Переходи її з одного рівня на інший приводять до зміни її енергії. При таких переходах можуть відбуватись випромінювання або поглинання фотонів.

Якщо мікросистема знаходиться у певному стані і має енергію E_n та взаємодіє з фотоном з енергією $h\nu$, то ця мікросистема може поглинути цей фотон і перейти у збуджений стан з енергією $E_m > E_n$, при умові, що

$$E_m - E_n = h\nu = h\nu_{mn}. \quad (17.1)$$

Оскільки частота світла визначається рівнями E_m і E_n , то вона залежить від квантових чисел m і $n - \nu_{mn}$. Дане поглинання фотона називається **резонансне поглинання**, оскільки поглинаються тільки фотони з певною частотою.

Якщо мікросистема знаходиться у збудженому стані і має енергію E_m , то при переході в стан з енергією $E_n < E_m$, відбувається випромінювання фотона, енергія якого визначається співвідношенням (17.1).

Процес випромінювання збудженою мікросистемою фотона без будь-якого зовнішнього впливу називають **спонтанним**, або **самовільним, випромінюванням**. Акти спонтанного випромінювання відбуваються випадково і мають хаотичний характер. Фотони випромінюються різними атомами в різні моменти часу і мають різні частоти, різний напрям поляризації і напрям поширення. Всі звичайні джерела світла (лампи розжарювання, газорозрядні лампи) випромінюють спонтанно.

Крім спонтанного випромінювання, А. Ейнштейн у 1916 р. передбачив існування індукованого, або **вимушеного, випромінювання**. Воно відбувається під дією **зовнішнього** по відношенню до збудженої системи **випромінювання**, частота якого теж має задовольняти умову (17.1). При цьому система переходить з стану E_m у стан E_n ($E_m > E_n$) і випромінюється фотон $h\nu$.

Якщо атом знаходиться у **світловому полі**, то це поле може зумовити переходи як із вищого рівня E_m на нижчий E_n , так і навпаки, з нижчого E_n на вищий E_m .

Для описання спонтанного і індукованого випромінювання застосовують теорію ймовірностей.

Розглянемо сукупність великої кількості однакових атомів у світловому полі, яке будемо вважати ізотропним і неполяризованим. За такої умови коефіцієнти, які будуть вводитися, не залежатимуть від поляризації та напрямку поширення світла. Нехай N_m і N_n – кількість атомів в одиниці об'єму у станах E_m і E_n . **Середня кількість переходів атомів** із стану E_m в стан E_n за одиницю часу в одиниці об'єму при спонтанному випромінюванні буде пропорційна початковій кількості атомів N_m і певному коефіцієнту пропорційності A_m^n . Нехай вона виражається $A_m^n N_m$. Для індукованого випромінювання А. Ейнштейн постулював, що **середня кількість переходів атомів** між тими ж рівнями буде пропорційна не тільки N_m , а й спектральній густині випромінювання $u(\nu_{nm})$ при частоті випромінюваного світла, що відповідає цим переходам. Позначимо цю кількість через $B_m^n N_m u(\nu_{nm})$. Аналогічно **середню кількість переходів** із рівня E_n на рівень E_m , що відбувається при **поглинанні світла**, можна подати як $B_n^m N_n u(\nu_{nm})$. Величини A_m^n , B_m^n , B_n^m називаються **коефіцієнтами Ейнштейна**. Вони є характеристиками самого атома і можуть залежати тільки від частоти ν_{nm} .

17.2 Принцип дії лазерів, їхні типи і практичне використання

У процесі вимушеного випромінювання мікросистеми беруть участь два фотони: зовнішній, або первинний, фотон, який зумовлює випромінювання збудженою мікросистемою, і вторинний фотон, що випромінюється цією системою. Характерною особливістю індукованого випромінювання є повна **тотожність первинного і вторинного фотонів**.

Ця особливість індукованого випромінювання і використовується в оптичних квантових генераторах, або **лазерах**.

Слово “лазер” – це аббревіатура від англійської назви Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation – **підсилення світла за допомогою вимушеного випромінювання**. Розробку і створення квантових генераторів (лазерів) здійснили в 1955 р. М.Г. Басов і О.М. Прохоров та незалежно від них Ч. Таунс.

Оскільки первинний і вторинний фотони тотожні, то лазери дають когерентне, високо монохроматичне світло.

Розглянемо, що яким чином відбувається підсилення світла в лазерах.

Нехай є середовище з атомів, які мають енергетичні рівні E_2 і E_1 , що освітлюється світлом частотою ν_{12} , тоді підсилення світла, або іншими словами збільшення кількості фотонів в середовищі, буде за умови

$$n_2 > n_1, \quad (17.2)$$

де $n_2 = N_2/g_2$ і $n_1 = N_1/g_1$ – відповідно кількість атомів на кожному з простих рівнів E_2 і E_1 .

За звичайних умов $n_2 < n_1$ – середовище знаходиться в термодинамічній рівновазі. Це твердження випливає з формули Больцмана

$$n = n_0 e^{-E/kT}. \quad (17.3)$$

Можна штучно одержати термодинамічне **нерівноважне** середовище, в якому буде виконуватись співвідношення (17.2). Таке середовище називається **активним** або **середовищем з інверсним заселенням** по відношенню до енергетичних рівнів E_2 і E_1 . Отже, для підсилення світлової хвилі необхідно, щоб середовище (речовина), в якому вона поширюється, було **активним**.

Індуковане випромінювання було використане для генерування когерентних світлових хвиль. Щоб активне середовище перетворити в генератор світлових коливань (лазер), необхідно здійснити зворотний зв'язок, при якому частина випромінюваного світла весь час знаходилась би у зоні активного середовища і викликала б індуковане випромінювання все нових і нових атомів. Для цього активне середовище розташовують між двома паралельними дзеркалами. Припустимо, що воно являє собою циліндр, а площини дзеркал S_1 і S_2 перпендикулярні до осі циліндра (рис. 17.1). Тоді промінь світла, який зазнає багаторазового відбивання від

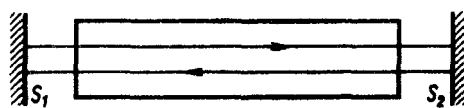


Рисунок 17.1

дзеркал S_1 і S_2 , буде проходити багато разів через активне середовище і підсилюватись внаслідок вимушених переходів атомів із вищого енергетичного рівня E_2 на нижчий E_1 . При цьому одержимо відкритий резонатор, який не тільки підсилює світло, але і створює паралельний пучок та монохроматизує його. Будемо вважати, що дзеркала ідеальні. Тоді промені, паралельні до осі циліндра, будуть проходити через активну речовину в одному і протилежному напрямках необмежену кількість разів. Промені, що нахилені під деяким кутом до осі циліндра, попадуть на бокову стінку циліндра, де вони розсіюються або вийдуть за

його межі. Тому зазнають максимального підсилення промені, що поширюються паралельно осі циліндра. Цим і пояснюється створення паралельних пучків.

Як відомо, паралельні промені одержати неможливо. Причиною цього є дифракція світла. Кут розходження променів принципово не може бути меншим від кута $\delta\theta \approx \lambda/D$, де D – ширина пучка. У сучасних лазерах такої межі практично досягнуто.

Для створення інверсного заселення енергетичних рівнів, як зазначалось, необхідний додатковий зовнішній вплив, який перешкоджає би процесам встановлення рівноважного заселення енергетичних рівнів. На це потрібні затрати енергії, яку називають **енергією підкачування**. Існує декілька способів підкачування. Найбільш істотні з них такі: сортування, внаслідок якого відбувається розподіл атомів, які знаходяться в станах E_1 і E_2 ; електричний розряд; хімічна реакція; дія електромагнітного поля.

У 1955р. М.Г. Басов і О.М. Прохоров запропонували новий метод створення інверсного заселення енергетичних рівнів, в якому збуджені частинки створюються в активному середовищі. У цьому методі, відомому під назвою **методу трьох рівнів**, для збільшення кількості збуджених частинок застосовують потужне додаткове випромінювання – **підкачування**.

В активному середовищі, частинки якого в енергетичному спектрі мають три рівні (рис. 17.2): E_1 , E_2 , E_3 ($E_1 < E_2 < E_3$), підкачування здійснюють світлом, частота якого відповідає резонансним умовам поглинання, а саме $\nu = (E_3 - E_1)/h$. Це випромінювання поглинається частинками середовища і переводить їх з нижнього рівня E_1 , на E_3 , а з рівня E_3 частинки переходять на метастабільний рівень E_2 . Цей перехід відбувається без випромінювання світла. За певних умов підкачування добиваються того, що заселення енергетичного рівня E_2 перевищуватиме заселення рівня E_1 , тобто матиме місце інверсне заселення енергетичних рівнів E_1 і E_2 ($E_2 > E_1$). При переході $E_2 \rightarrow E_1$ випромінюється фотон, енергія якого $h\nu = E_2 - E_1$. Як правило,

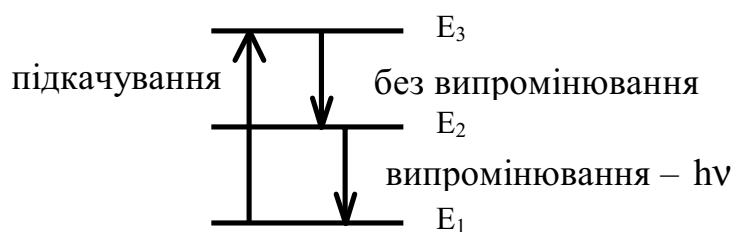


Рисунок 17.2

реальні схеми рівнів, що застосовуються в методі трьох рівнів, складніші. Однак суть явищ саме така. Метод трьох рівнів виявився універсальним і широко застосовується.

Типи лазерів є різноманітні: твердотільні – основним елементом є кристал (наприклад, рубіновий лазер – активне середовище монокристал штучного рубіну), газові, рідинні, напівпровідникові.

Винайдення квантових генераторів (лазерів) має важливе значення у розвитку різних галузей знань. Внаслідок створення лазерної техніки з'явився новий розділ оптики – нелінійна оптика, значно розвинувся метод голографії.

Велика концентрація променевої енергії у просторі і по спектру відкриває широкі перспективи застосування лазерів для досліджень у мікробіології, фотохімії, генетиці, хімічному синтезі, каталізі. Застосування лазерів значно підвищило точність виміральної техніки. Використання лазерів дає змогу розвивати нові методи очистки речовин від домішок та розділення ізотопів.

Використання оптичних квантових генераторів лежить в основі цілого ряду нових методів спектрального аналізу. Нові можливості відкриває застосування лазерів в оптичних лініях зв'язку, телебаченні, електронно-обчислювальній техніці тощо. З'явився один із перспективних напрямів термоядерного синтезу – лазерний термоядерний синтез. Все ширше впроваджується лазерна техніка в різні технологічні процеси.

17.3 Гамма випромінювання, його властивості і застосування

Гамма-випромінюванням називається електромагнітне випромінювання, що виникає при переході атомних ядер із збудженого стану в більш низький енергетичний стан. У таких процесах число протонів і нейтронів у ядрі не змінюється, але випускаються γ -кванти. Спектр γ -випромінювання завжди дискретний, оскільки дискретні енергетичні рівні самого ядра. Енергії γ -квантів, що випускаються атомними ядрами, лежать у межах від 10 кеВ до 5 МеВ. Квантам таких енергій відповідають довжини хвиль від 10^{-10} до 10^{-13} м.

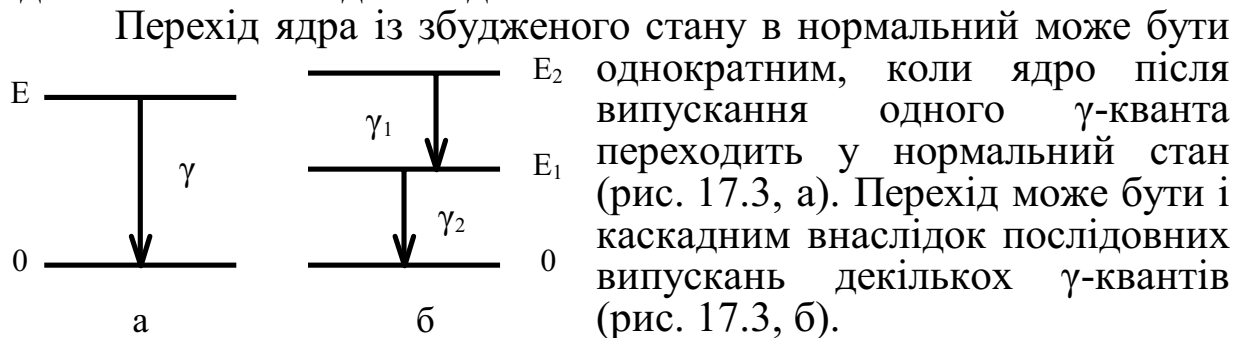


Рисунок 17.3

Ізольований вільний нуклон випускати γ -квант не може,

оскільки при цьому буде порушення законів збереження енергії і імпульсу. Проте такий процес відбувається всередині ядра, оскільки випущений або поглинутий γ -квант може обмінюватись імпульсом не тільки з розглядуваним нуклоном, але й з іншими нуклонами ядра. Таким чином, випускання γ -променів є внутрішньоядерний, а не внутрішньонуклонний процес.

Випромінювання ядром γ -кванта не веде до зміни атомного номера або масового числа, на відміну від інших видів радіоактивних перетворень. Спектр гамма-випромінювання є лінійчатим, тобто складається з ряду дискретних ліній. Вивчення спектрів гамма-випромінювання дозволяє визначити енергію збуджених станів ядер.

Гамма-кванти з великими енергіями випромінюються при розпаді деяких елементарних частинок. Гамма-випромінювання при розпаді елементарних частинок також утворить лінійчатий спектр. Гамма-випромінювання, що утворюється при проходженні швидких заряджених частинок через речовину, виникає внаслідок їхнього гальмування в кулонівському полі атомних ядер речовини. Гальмівне гамма-випромінювання, так само як і гальмівне рентгенівське випромінювання, характеризується суцільним спектром, верхня границя якого збігається з енергією зарядженої частки, наприклад електрона. У прискорювачах заряджених часток одержують гальмівне гамма-випромінювання з максимальною енергією до декількох десятків ГєВ.

Гамма-випромінювання володіє великою проникаючою здатністю, тобто може проникати крізь великі товщі речовини без помітного ослаблення. Основні процеси, що відбуваються при взаємодії гамма-випромінювання з речовиною, – фотоелектричне поглинання (фотоефект), комптонівське розсіювання (комптон-ефект) і утворення пари “електрон-позитрон”. При фотоефекті відбувається поглинання γ -кванта одним з електронів атома, що вилітає за межі атома. При комптон-ефекті відбувається розсіювання γ -кванта на одному з електронів, слабо зв'язаних з атомом. На відміну від фотоефекта, при комптон-ефекті γ -квант не зникає, а лише зменшує енергію (збільшується довжина хвилі) і напрямок руху. Якщо енергія γ -кванта перевищує 1,02 МєВ, стає можливим процес утворення електрон-позитронних пар в електричному полі ядер.

Для характеристики ослаблення гамма-випромінювання в речовині звичайно користаються коефіцієнтом поглинання, що показує, на якій товщині h речовини інтенсивність I_0 падаючого пучка гамма-випромінювання послаблюється в e раз:

$$I = I_0 e^{-\mu_0 h}. \quad (17.4)$$

Тут μ_0 – лінійний коефіцієнт поглинання гамма-випромінювання. Іноді вводять масовий коефіцієнт поглинання, що рівний дорівнює відношенню μ_0 до густини речовини.

Для вимірювання енергії гамма-випромінювання в експериментальній фізиці застосовуються гамма-спектрометри різних типів, що працюють здебільшого на вимірюванні енергії вторинних електронів. Основні типи спектрометрів гамма-випромінювання: магнітні, сцинтиляційні, напівпровідникові, кристал-дифракційні.

Вивчення спектрів ядерних гамма-випромінювань дає важливу інформацію про структуру ядер. Спостереження ефектів, зв'язаних із впливом зовнішнього середовища на властивості ядерного гамма-випромінювання, використовується для вивчення властивостей твердих тіл.

Дія на живий організм гамма-випромінювання подібно до дії інших видів йонізуючих випромінювань. Гамма-випромінювання може викликати променеву хворобу організму. Характер впливу гамма-випромінювання залежить від енергії γ -квантів і просторових особливостей опромінення, наприклад, зовнішнє чи внутрішнє.

Гамма-випромінювання знаходить застосування в техніці, наприклад для виявлення дефектів у металевих деталях – гамма-дефектоскопія. Вона використовується на рівні з рентгенівською дефектоскопією. Основний принцип роботи – вимірювання параметрів потоку випромінювання, яке пройшло через досліджуваний об'єкт. Оскільки енергія γ -кванта більша за квант рентгенівського випромінювання, то проникна здатність гамма-випромінювання набагато більша. Відповідно, гамма-дефектоскопія дає змогу визначати ті дефекти, які не може виявити рентгенівська дефектоскопія.

У радіаційній хімії гамма-випромінювання застосовується для каталізу хімічних перетворень, наприклад, процесів полімеризації. Гамма-випромінювання використовується в харчовій промисловості для стерилізації продуктів харчування. Основними джерелами гамма-випромінювання служать природні і штучні радіоактивні ізотопи, а також електронні прискорювачі.

Гамма-випромінювання також використовується в медицині для лікування пухлин, для стерилізації приміщень, апаратури і лікарських препаратів. Гамма-випромінювання застосовують для одержання мутацій з наступним добором господарсько-корисних форм. Так виводять високопродуктивні сорти мікроорганізмів (наприклад, для одержання антибіотиків) і рослин.

17.4 Резонансне поглинання γ -променів – ефект Мессбауера та його застосування

В оптиці відоме явище резонансного поглинання світла. Воно полягає в тому, що один атом випромінює фотон з енергією $\Delta E = E_m - E_n$ при переході з вищого енергетичного рівня m на нижчий рівень n , а другий такий самий атом з великою ймовірністю може поглинути цей фотон, перейшовши при цьому з рівня n на рівень m . Подібне явище повинно мати місце і для γ -активних ядер. Одне ядро атома випромінює фотон з енергією $\Delta E = E_m - E_n$ при переході з вищого енергетичного рівня m на нижчий рівень n , а друге таке саме ядро атома з великою ймовірністю може поглинути цей фотон, перейшовши при цьому з рівня n на рівень m .

До 1958 р. вважалось, що зворотний γ -випромінюванню ядер процес резонансного поглинання γ -квантів ядрами спостерігати неможливо, оскільки ядра не можуть поглинати γ -кванти з такою енергією, з якою вони випромінюються. Це тому, що як при випромінюванні γ -кванта, так і при поглинанні частина енергії ΔE передається ядру (кінетична енергія). Різниця енергій γ -кванта при поглинанні і при випромінюванні

$$h\nu_{\pi} - h\nu_{\nu} = \frac{(h\nu_0)^2}{Mc^2}, \quad (17.5)$$

де $h\nu_0 = E_m - E_n$ – енергія гамма-кванта при нехтуванні віддачею, M – маса ядра. Резонансне поглинання може мати місце за умови, коли різниця цих енергій не перевищує ширину збудженого рівня Γ :

$$h\nu_{\pi} - h\nu_{\nu} < \Gamma. \quad (17.6)$$

Ширина спектральної лінії або ширина збудженого рівня Γ для гамма-випромінювання досить вузька і приблизно на п'ять порядків менша за $h\nu_{\pi} - h\nu_{\nu}$. Це означає, що резонансного поглинання γ -променів ядрами не відбуватиметься.

У 1958 р. Р. Мессбауер (н. 1929 р.) показав, що такі висновки, одержані для вільних ядер, непридатні для ядер атомів, які зв'язані в кристалах. Для таких ядер існує відмінна від нуля ймовірність випромінювання γ -кванта з віддачею, яку сприймає не ядро, а весь кристал у цілому! (точніше, макроскопічна група атомів у кількості $\sim 10^8$). Оскільки маса кристала незрівнянно більша за масу окремого ядра, то відповідно до формули (17.5) $\nu_{\pi} \approx \nu_{\nu}$ і резонанс можна спостерігати. Це явище названо **ефектом Мессбауера**.

Ефект Мессбауера можна спостерігати при проходженні гамма-випромінювання через речовину. При певних умовах

дослідю можна добитися резонансного поглинання випромінювання, іншими словами гамма-кванти не проходять через речовину, а поглинаються її ядрами і лінійний коефіцієнт поглинання набуває дуже великих значень.

Ефект Мессбауера на практиці застосовується надзвичайно широко, оскільки він дає змогу вимірювати досить малі зміни енергії. Мірою точності цього методу є відношення ширини кожного збудженого ядерного рівня до його величини, тобто $\Gamma/(h\nu_0)$. Ця величина досягає значень 10^{-15} - 10^{-17} . Методи вимірювань, в основу яких покладено ефект Мессбауера, є унікальними. Саме тому його використано для перевірки виконання закону збереження енергії у процесах мікрофізики.

Методами мессбауерівської спектроскопії вдалось виявити вплив електронних шарів атомів на процеси, що відбуваються всередині атомних ядер. Лінії мессбауерівських спектрів одного і того ж ядра помітно зміщуються і змінюються за шириною при переході від однієї хімічної сполуки до іншої при зміні структури кристалічної ґратки, при зміні температури, при накладанні і знятті механічних напруг та ін. Тому методи мессбауерівської спектроскопії знаходять широке застосування в дослідженнях з фізики твердого тіла.

17.5 Контрольні запитання

1. Вкажіть основні аспекти поглинання, спонтанного та вимушеного резонансного випромінювання.
2. Опишіть роботу і принцип дії лазерів.
3. Що таке гамма випромінювання?
4. Як застосовують гамма випромінювання?
5. В чому полягає ефект Мессбауера?

Перелік використаних джерел

1. І.М. Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик. Загальний курс фізики. Т.: 1,2,3. – К.: “Техніка”, 2001.
2. Г.Ф. Бушок і ін. Курс фізики. Кн. 1,2. – К.: “Либідь”, 2001.
3. І.Є. Лопатинський. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: “Бескид Біт”, 2002.
4. І.М. Кучерук, В.П. Дущенко. Загальна фізика. Т.: 1,2,3. – К.: “Вища школа”, 1987 – 1991.
5. М.О.Галушак. Курс загальної фізики. Кн. 1. – І-Ф.: “Факел”, 2000.
6. П.П. Чолпан. Основи фізики. – К.: “Вища школа”, 1985.
7. Т.И. Трофимова. Курс физики. – М.: “Высшая школа”, 1990.