

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Івано-Франківський національний технічний
університет нафти і газу

Галушак М.О.
Луцишин Т.І.
Басараба Ю.Б.

Курс
загальної
фізики

ПРАКТИЧНІ
ЗАНЯТТЯ

Книга 2

За редакцією проф. М.О. Галушака

Івано-Франківськ
2014

+ 537.8 (075.8)

УДК 53 (075.8)

ББК 22.3 я73

Г-16

Рецензенти:

М. А. Рувінський, д-р фіз.-мат. наук, професор, професор кафедри фізики і хімії твердого тіла ДВНЗ “Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника”

В. М. Мойсишин, д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри вищої математики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу

*Рекомендовано Вченою радою університету
(протокол № 06/540 від 28.05.2014 року)*

М. О. Галушак, Т. І. Луцишин, Ю. Б. Басараба

Г-16 **Курс загальної фізики. Практичні заняття:** У трьох книгах. Кн. 2. Електромагнетизм: навч. посіб. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2014 – 195 с.

Посібник складений відповідно до навчальної програми дисципліни «Фізика» для вищих технічних закладів освіти.

Матеріал курсу розподілений по окремих темах. До кожної теми подаються короткі теоретичні відомості, основні закони і формули, підібрано приклади розв’язування задач і задачі для розв’язання в аудиторії та вдома. У посібнику є методичні вказівки та поради, в яких обговорюються особливості задач кожної теми і даються загальні підходи до їх розв’язання, а також сформовано варіанти задач для проведення контрольних робіт і варіанти завдань до колоквіуму.

Для студентів технічних спеціальностей та викладачів фізики вищих закладів освіти.

УДК 53 (076)

ББК 22.3 я73

ISBN 978-966-694-224-4

© Галушак М.О.,
Луцишин Т.І.,
Басараба Ю.Б.
©ІФНТУНГ, 2014

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	5
1 ЕЛЕКТРОСТАТИКА	6
ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	6
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....	9
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ.....	11
ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ.....	19
2 ПРОВІДНИКИ І ДІЕЛЕКТРИКИ В ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОМУ ПОЛІ.....	25
ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	25
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....	28
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ.....	29
ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ.....	44
3 ПОСТІЙНИЙ СТРУМ.....	57
ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	57
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....	59
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ.....	61
ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ.....	72
4 ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ В РІЗНИХ СЕРЕДОВИЩАХ ...	90
ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	90
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....	93
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ.....	94
ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ.....	104
5 ОСНОВИ МАГНЕТИЗМУ.....	107
ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	107
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....	110
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ.....	111
ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ.....	117

6 ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ. ЕНЕРГІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ.....	128
ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	128
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....	130
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ.....	131
ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ.....	135
7 ЗМІННИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ.....	141
ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	141
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....	142
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ.....	144
ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ.....	147
8 МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ	149
ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	149
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....	154
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ	156
ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ.....	164
9 ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ.....	172
ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	172
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....	174
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ.....	175
ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ.....	180
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	186
ДОДАТКИ.....	187
ВАРІАНТИ ЗАДАЧ ДО КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ.....	187
ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДО КОЛОКВІУМУ З РОЗДІЛІВ «ЕЛЕКТРОМАГНІТИЗМ» І «КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ»	188
ПРИСТАВКИ ДЛЯ ПОЗНАЧЕННЯ КРАТНИХ ТА ЧАСТКОВИХ ВЕЛИЧИН	192
ДЕЯКІ ФІЗИЧНІ СТАЛІ	192
ТАБЛИЦІ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН	192

ПЕРЕДМОВА

Навчальний посібник є складовою частиною пакету посібників з курсу загальної фізики для студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів України.

Пропонований посібник охоплює електрику, електромагнетизм, коливання і хвилі, зміст матеріалу яких розподілений по окремих темах, що розглядаються на практичних заняттях у даному семестрі. На початку кожної теми подаються: основні закони і формули, котрі використовуються для розв'язування задач; методичні вказівки та поради, в яких звертається увага на особливості задач даної теми; приведено приклади розв'язування задач; підібрано задачі для розв'язування на практичних заняттях та вдома. Зміст задач такий, що їх розв'язування сприяє студентам глибше освоїти теоретичний матеріал, виховує в них уміння та навички самостійно опановувати знання, допомагає поєднувати теорію і практику. Крім того, у посібнику підібрано задачі для варіантів контрольних робіт і теоретичні питання для колоквиумів, що дають змогу оцінити рівень засвоєння теоретичного матеріалу та навички практично застосовувати здобуті знання. Усі величини в задачах виражені в Міжнародній системі одиниць.

При написанні книги автори використали багаторічний досвід проведення практичних занять викладачами кафедри загальної та прикладної фізики ІФНТУНГ та взяли частину задач з таких збірників: В.С.Волькенштейн "Сборник задач по общему курсу физики"; Т.И.Трофимова "Сборник задач по курсу физики"; А.Г.Чертов, А.О.Воробьев "Задачник по физике". Ряд задач складено авторами.

Автори висловлюють глибоку вдячність рецензентам посібника: д-ру фіз.-мат. наук, проф. М.А.Рувінському, д-ру техн. наук, проф. В.М.Мойсину за цінні зауваження.

1 ЕЛЕКТРОСТАТИКА

Основні теоретичні відомості

Сила взаємодії F двох точкових зарядів q_1 і q_2 , розташованих на відстані r в середовищі з діелектричною проникністю ϵ , визначається за законом Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ або } F = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}, \text{ де } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}. \quad (1.1)$$

Зауважимо, що точковими зарядами також вважають заряджені тіла, розміри яких малі порівняно з відстанню між ними.

Сила F вважається додатною у випадку відштовхування (при однакових знаках зарядів) і від'ємною – притягання (при різноіменних знаках зарядів).

Абсолютна діелектрична проникність середовища ϵ , яка входить до формули закону Кулона і до багатьох інших формул електростатики, є величина безрозмірна і стала для певного виду середовища.

Напруженість електростатичного поля $\vec{E}$ в даній точці чисельно дорівнює величині сили $\vec{F}$, яка діє на одиничний позитивний точковий заряд q , вміщений в дану точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, [E] = \frac{B}{\text{м}}. \quad (1.2)$$

Напруженість є вектор, напрям якого збігається з напрямом вектора сили $\vec{F}$. Величина сили F , що діє на заряд q , розташований в електростатичному полі з напруженістю E , виражається формулою:

$$F = E \cdot q. \quad (1.3)$$

Напруженість електростатичного поля E точкового заряду і поля за межами рівномірно зарядженої кулі дорівнює:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}, \quad (1.4)$$

де r – відстань від центра кулі (або точкового заряду) до точки, в якій визначається напруженість поля.

Напруженість електростатичного поля рівномірно зарядженої площини з поверхневою густиною σ на будь-якій відстані від площини визначається за формулою:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}. \quad (1.5)$$

Поверхнева густина електричного заряду σ рівномірно зарядженої площини є фізична величина, яка чисельно дорівнює заряду на одиниці поверхні площини і виражається відношенням величини заряду q до величини площі її поверхні S :

$$\sigma = \frac{q}{S}, [\sigma] = \frac{Кл}{м^2}. \quad (1.6)$$

Напруженість електростатичного поля нескінченно довгої зарядженої прямої дротини і поля за межами рівномірно зарядженого циліндра на відстані від його осі r (рис. 1.1):

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{\epsilon r}, \quad (1.7)$$

де τ – лінійна густина заряду. Лінійна густина заряду – фізична величина, яка чисельно дорівнює заряду, розташованому на одиниці довжини дротини (циліндра):

$$\tau = \frac{q}{l}, [\tau] = \frac{Кл}{м}. \quad (1.8)$$

Напруженість електростатичного поля, утвореного диполем (рис. 1.2) на відстані l від нього ($l \gg 2d$):

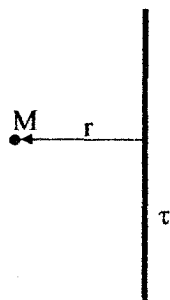


Рисунок. 1.1

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{p}{l} \sqrt{1 + 3\cos^2(\theta)}, \quad (1.9)$$

де $p = 2dq$ – електричний момент диполя (дипольний момент), θ – кут між напрямом осі диполя і напрямом радіус-вектора, проведеного з центра диполя в точку поля, яку ми розглядаємо.

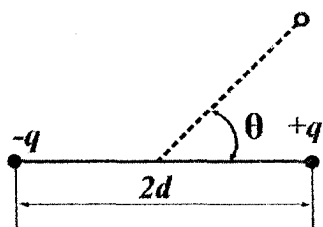


Рисунок. 1.2

Потік вектора напруженості через довільну замкнуту поверхню рівний алгебраїчній сумі зарядів, що містяться всередині цієї поверхні, поділений на електричну сталу ϵ_0 :

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (1.10)$$

Напруженість електростатичного поля в плоскому, циліндричному і сферичному конденсаторах:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}; \quad E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}; \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (1.11)$$

Потенціал ϕ електростатичного поля в заданій точці M чисельно дорівнює роботі, яку виконують сили поля при переміщенні одиничного позитивного заряду q з нескінченності в точку M :

$$\phi = \frac{A}{q}, \quad [\phi] = B. \quad (1.12)$$

Потенціал електростатичного поля точкового заряду і поля за межами рівномірно зарядженої кулі:

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r}. \quad (1.13)$$

Якщо електростатичне поле утворене системою з n точкових зарядів, то потенціал його в заданій точці

$$\phi = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i}. \quad (1.14)$$

Потенціал електростатичного поля, утвореного диполем на

відстані l від центра диполя при $l > 2d$:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{p}{r^2} \cos(\theta). \quad (1.15)$$

Вектор діелектричного зміщення (електричної індукції) D – фізична величина, яка разом з напруженістю електростатичного поля описує його властивості. Зв'язок між вектором діелектричного зміщення D і напруженістю електростатичного поля E виражається формулою:

$$D = \epsilon\epsilon_0 E, [D] = \frac{Kл}{м^2}. \quad (1.16)$$

Робота, яку виконує поле при переміщенні точкового заряду q з будь-якої точки 1 у точку 2, дорівнює:

$$A = qU, \quad (1.17)$$

де $U = \Delta\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2)$ – різниця потенціалів (напруга) між точками 1 і 2.

Різниця потенціалів у плоскому, циліндричному і сферично-му конденсаторах:

$$U = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} d; U = \frac{\tau}{2\epsilon\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right); U = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right). \quad (1.18)$$

Мірою швидкості зміни потенціалу вздовж електричної си-
лової лінії поля утвореного точковим зарядом, є похідна від по-
тенціалу за відстанню до джерела поля. Ця величина називається
градієнтом потенціалу. Градієнт є величина векторна і напрям-
лена в бік найшвидшого зростання потенціалу. Між напруженіс-
тю електричного поля і потенціалом існує зв'язок :

$$E = -\frac{d\varphi}{dl} = -\text{grad}(\varphi). \quad (1.19)$$

Методичні вказівки

Типові задачі цього розділу можна поділити на три групи:

- обчислення сили взаємодії заряджених тіл;
- визначення напруженості електростатичного поля;

— визначення потенціалу електростатичного поля.

Для кожної групи задач вкажемо деякі загальні способи їх розв'язування, які ґрунтуються на певних фізичних поняттях і закономірностях.

1 Силу взаємодії між зарядженими тілами з будь-яким розподілом зарядів на них можна обчислити, користуючись законом Кулона (1.1). Для цього треба геометрично скласти сили, з якими кожний точковий заряд одного тіла діє на кожний точковий заряд на іншому тілі. Таке обчислення дуже просте для малих заряджених кульок або коли лінійні розміри заряджених тіл значно менші за відстань між цими тілами і ускладнюється в інших випадках. Тоді користуються теоремою Остроградського-Гауса (1.10), котра застосовна для електричних полів, які не створюються точковими зарядами і коли не можна скористатися законом Кулона.

2 Основними фізичними величинами, які характеризують електростатичне поле, є напруженість і потенціал поля. Задачі, в яких треба визначити напруженість поля, створеного системою зарядів, можна розв'язувати, в основному, двома способами:

а) за допомогою теореми Остроградського-Гауса;

б) за допомогою формули напруженості поля точкового заряду.

Інтегральною формою теореми Остроградського-Гауса зручно користуватись тоді, коли з міркувань симетрії можна наперед вказати напрям силових ліній і вибрати поверхню правильної геометричної форми (циліндр, сфера), яка б охоплювала заряди. При цьому треба завжди пам'ятати, що величина напруженості поля в кожній точці такої поверхні повинна бути однаковою.

У другому способі, заряд на поверхні тіла розбивають на елементарні заряди малої величини. До цих зарядів застосовують формулу напруженості точкового заряду. Лінійна залежність між електростатичним полем і зарядом дає можливість застосувати закон суперпозиції полів, створених різними зарядами. Напри-

клад, напруженість поля, створеного двома зарядами q_1 і q_2 , які є на відстані r один від одного, можна визначити додаючи вектори $\vec{E}$ двох полів, утворених кожним зарядом окремо:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \quad (1.20)$$

Напрями векторів напруженості $\vec{E}_i$ визначаються напрямками відповідних радіусів-векторів, що з'єднують заряди q_i з розглядуваною точкою.

3 Другою важливою характеристикою електростатичного поля є потенціал – енергетична характеристика електричного поля.

Якщо вектор діелектричного зміщення $\vec{D}$ і напруженість поля $\vec{E}$ є величинами векторними, то потенціал електростатичного поля визначається скалярною функцією $\varphi(x,y,z)$, яка залежить тільки від координат точки. Отже, якщо поле утворене системою як завгодно розміщених точкових зарядів $q_1, q_2, q_3, \dots$ і відстані деякої точки M від цих зарядів дорівнюють $r_1, r_2, r_3, \dots$, то потенціал поля в цій точці на основі принципу суперпозиції полів дорівнюватиме алгебраїчній сумі потенціалів окремих зарядів, тобто

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}. \quad (1.21)$$

Якщо відомий вираз для напруженості поля, утвореного будь-якою системою зарядів, то інтегруванням його у відповідних межах можна знайти також вираз для потенціалу поля. Для цього користуються зв'язком між градієнтом потенціалу і напруженістю поля (1.19).

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Два електричні заряди $q_1 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$ і $q_2 = 10^{-8} \text{ Кл}$ містяться в повітрі на відстані $r = 10 \text{ см}$ один від одного. Спочатку обидва заряди закріплені нерухомо, а потім заряд q_2 звільняють і під дією сили відштовхування він починає переміщуватись від заряду q_1 . Яку роботу виконає сила відштовхування, коли заряд q_2 переміститься: а) на відстань $r_2 = 30 \text{ см}$ від заряду q_1 ; б) на нескінченність?

Дано:	СИ
$q_1 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$	
$q_2 = 10^{-8} \text{ Кл}$	
$r_1 = 10 \text{ см}$	$= 0,1 \text{ м}$
$r_2 = 30 \text{ см}$	$= 0,3 \text{ м}$
$A_1 - ?$	
$A_2 - ?$	

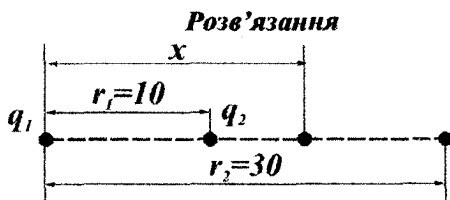


Рисунок. 1.3

Нехай звільнений заряд q_2 є на відстані x від заряду q_1 . Виберемо таке мале переміщення dx , щоб можна було вважати, що сила відштовхування залишається сталою. Тоді робота кулонівської сили на шляху dx дорівнює

$$dA = F(x) \cdot dx, \quad (1)$$

де $F(x)$ – сила взаємодії двох зарядів, яка за законом Кулона дорівнює

$$F(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1 q_2}{x^2}. \quad (2)$$

Підставивши (2) в (1), дістанемо

$$A = \int \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon x^2} dx = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon x}.$$

У першому випадку робота

$$A_1 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \approx 12 \cdot 10^{-6} \text{ Дж},$$

$$\text{а в другому випадку } A_2 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r_1} \right) \approx 18 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Задача 2. Дві кульки невеликого діаметра підвішені на шовкових нитках так, що вони доторкаються одна до одної. Після того як кульки зарядили, вони відштовхнулись одна від одної, так що відстань між центрами рівна $d=5\text{см}$. Визначити заряди цих кульок, якщо маса кожної з них $m = 0,1\text{г}$, а довжина ниток $l=25\text{см}$.

Дано:	СИ
$d = 5 \text{ см}$	$= 0,05 \text{ м}$
$m = 0,1 \text{ г}$	$= 10^{-4} \text{ кг}$
$l = 25 \text{ см}$	$= 0,25 \text{ м}$
$q - ?$	

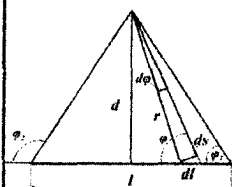


Рисунок. 1.4

Розв'язання

Коли наелектризовані кульки відхилилися, на кожную з них діють дві сили: одна горизонтальна – електростатична

сила, яка за законом Кулона дорівнює

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1 q_2}{d^2}, \quad (1)$$

а друга вертикальна – сила тяжіння

$$P = mg. \quad (2)$$

Сила натягу нитки зрівноважує ці дві сили. Тоді з геометричної побудови на рис. 1.4 видно, що

$$\frac{d/2}{l} = \sin \alpha, \quad \frac{F}{P} = \tan \alpha. \quad (3)$$

Через те, що кут α дуже малий, можна вважати, що $\sin \alpha \approx \tan \alpha$. Тоді з (3) отримаємо:

$$\frac{F}{P} = \frac{d}{2l}, \quad F = \frac{d \cdot P}{2l}. \quad (4)$$

Підставивши значення F із (4) в (1), знайдемо заряд кожної кульки:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q^2}{d^2} = \frac{d \cdot mg}{2l} \Rightarrow q = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0\epsilon mg d^3}{2l}} \approx 5,2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

Задача 3. Велика вертикальна пластинка заряджена рівномірно з поверхневою густиною $\sigma = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/м}^2$. До неї прикріплена на нитці кулька масою $m = 1 \text{ г}$, (рис. 1.5). Кулька має заряд того ж знака, що й пластинка. Знайти заряд кульки, якщо нитка утворює з вертикаллю кут $\alpha = 30^\circ$.

Дано:
 $\sigma = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/м}^2$
 $m = 1 \text{ г}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $q = ?$

СИ
 $= 10^{-3} \text{ кг}$

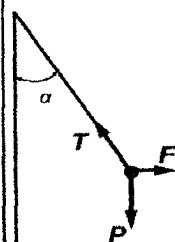


Рисунок. 1.5

Розв'язання

Позначимо силу тяжіння кульки P (рис. 1.5). На кульку діють три сили: сила тяжіння P , кулонівська сила відштовхування F та сила натягу нитки (P_1).

Рівнодійна сили тяжіння та кулонівської зрівноважується із силою натягу нитки. Як видно з рисунка

$$F = T \cdot \sin \alpha, \quad (1)$$

$$mg = T \cdot \cos \alpha. \quad (2)$$

Поділимо рівняння (1) на (2):

$$\frac{F}{mg} = \tan \alpha. \quad (3)$$

З рівняння (3) отримуємо

$$F = mg \tan \alpha. \quad (4)$$

Сила відштовхування кульки від пластинки чисельно дорівнює добуткові напруженості $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}$ поля, утвореного зарядженою пластинкою, на заряд кульки q :

$$F = q \cdot E = \frac{\sigma q}{2\epsilon_0\epsilon}. \quad (5)$$

Прирівнявши рівняння (4) і (5), дістанемо:

$$\frac{\sigma q}{2\epsilon_0\epsilon} = mg \tan \alpha \Rightarrow q = \frac{2\epsilon_0\epsilon mg \tan \alpha}{\sigma} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

Задача 4. Кульку, діаметр якої $d=1\text{ см}$ і заряд $q = 10^{-9} \text{ Кл}$, занурено в масло. Густина кульки $\rho=1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Яка напруженість електричного поля, направленого вгору, якщо кулька плаває в маслі? (Густина масла $\rho_0=0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$).

Дано:
$d = 1 \text{ см}$
$q = 10^{-9} \text{ Кл}$
$\rho = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
$\rho_0 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
$q - ?$

СИ
$= 0,01 \text{ м}$

Розв'язання

Щоб кулька могла плавати в маслі, прикладені до неї сили повинні зрівноважуватися. На кульку діють три сили (рис. 1.6): 1) сила тяжіння, прикладена до центра кульки і

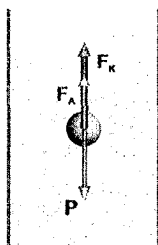


Рисунок. 1.6

напрямлена по вертикалі вниз, її величина $P = 1/6\pi\rho d^3 g$; 2) виштовхувальна сила, прикладена до центра кульки і напрямлена по вертикалі вгору, її величина $F_A = 1/6\pi\rho_0 d^3 g$; 3) сила, з якою електростатичне поле діє на кульку; вона також прикладена до центра кульки і напрямлена вертикально вгору, її величина $F_K = Eq$.

Умову рівноваги цих сил запишемо так:

$$\frac{1}{6}\pi d^3 \rho_0 g + Eq = \frac{1}{6}\pi d^3 \rho g.$$

Звідки

$$E = \frac{\pi d^3 (\rho - \rho_0)}{6q} = 36 \cdot 10^3 \text{ В/м.}$$

Задача 5. Визначити роботу, виконану при розсуванні двох пластинок ($S=200\text{см}^2$) плоского конденсатора з зарядами $q=+2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$ і $q=-2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$ на відстань $d=3 \text{ см}$.

Дано:
$S = 200 \text{ см}^2$
$q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$
$d = 3 \text{ см}$
$A - ?$

СИ
$= 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$
$= 0,03 \text{ м}$

Розв'язання

Визначаємо силу взаємодії між пластинками конденсатора за формулою

$$F = Eq,$$

де E – напруженість поля, яке створюється зарядом однієї пластинки в тому місці, де міститься заряд другої пластинки. Отже,

$$F = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} q = \frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0 S}.$$

Оскільки сила F – величина стала (поле між пластинками однорідне), то робота буде рівна

$$A = F \cdot d = \frac{q^2 d}{2\epsilon\epsilon_0 S} \approx 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Задача 6. Парафінова кулька радіусом $R=3 \text{ см}$ рівномірно заряджена з об'ємною густиною $\rho=3 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/м}^3$. Визначити напруженість електростатичного поля на відстанях від центра кульки: а) $l_1=1 \text{ см}$; б) $l_2=5 \text{ см}$.

Дано:	СИ	Розв'язання
$R=3 \text{ см}$	$=3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	Згідно з симетрією (як видно з умови задачі), силові лінії будуть радіальними прямими. Опишемо навколо зарядженої кульки концентричну кульову поверхню радіусом $l_2 > R$.
$\rho=3 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/м}^3$		
$l_1=1 \text{ см}$	$=0,01 \text{ м}$	
$l_2=5 \text{ см}$	$=0,05 \text{ м}$	
$E_1 - ?$		
$E_2 - ?$		

Через те, що ця поверхня перпендикулярна до силових ліній, то повний потік через неї дістанемо, помноживши напруженість поля на величину поверхні:

$$\Phi = \epsilon\epsilon_0 E_2 \cdot 4\pi l_2^2. \quad (1)$$

Застосувавши теорему Остроградського-Гаусса, матимемо:

$$\epsilon\epsilon_0 E_2 \cdot 4\pi l_2^2 = q. \quad (2)$$

де ϵ – діелектрична проникність середовища, що оточує кульку; q – заряд кульки. З рівняння (2) маємо:

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l_2^2}.$$

Заряд кулі визначається як добуток об'єму кулі на об'ємну густину заряду, тобто

$$q = \rho \cdot V = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho.$$

Тепер визначимо напруженість поля за межами зарядженої кульки на відстані l_2 за формулою

$$E_2 = \frac{\rho R^3}{3\epsilon\epsilon_0 l_2^2} \approx 1,2 \cdot 10^5 \text{ В/м.}$$

Для відстані $l_1 < R$, точка перебуває всередині сфери. Тоді за теоремою Остроградського-Гауса

$$\epsilon\epsilon_0 E_1 \cdot 4\pi l_1^2 = q_1. \quad (3)$$

А заряд всередині сфери радіуса l_1 буде визначатись через об'ємну густину заряду:

$$q_1 = \rho \cdot V_1 = \frac{4}{3} \pi l_1^3 \rho. \quad (4)$$

Тоді підставимо з рівняння (4) заряд у (3) і визначимо напруженість електричного поля в середині сфери (ϵ_1 – діелектрична стала парафіну):

$$E_1 = \frac{\rho l_1}{3\epsilon_1 \epsilon_0} \approx 5,6 \cdot 10^4 \text{ В/м.}$$

Задача 7. На відстані $l_1 = 4 \text{ см}$ від нескінченно довгої зарядженої нитки, міститься точковий заряд $q = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$. Під дією поля заряд переміщується вздовж силовій лінії на відстань $l_2 = 2 \text{ см}$; при цьому виконується робота $A = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$. Визначити лінійну густину заряду нитки.

Дано:	СІ	Розв'язання
$l_1 = 4 \text{ см}$	$= 0,04 \text{ м}$	Елементарну роботу по переміщенню заряду в електричному полі рівна добутку заряду на різницю потенціалів у двох точках: $dA = q \cdot d\varphi.$ (1)
$q = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$		
$l_2 = 2 \text{ см}$	$= 0,02 \text{ м}$	
$A = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$		
$\tau - ?$		

Як відомо, $d\varphi = -E dl$. Напруженість поля нескінченно довгої нитки

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 l}. \quad (2)$$

Підставивши (2) в (1), знайдемо:

$$A = \int_{l_2}^{l_1} \frac{q \tau dl}{2\pi\epsilon_0 l} = \frac{q \tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{l_1}{l_2},$$

звідки
$$\tau = \frac{2\pi\epsilon_0}{q \ln \frac{l_1}{l_2}} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м.}$$

Задача 8. Куля з діелектрика ($\epsilon_1 = 7$), що рівномірно заряджена зарядом $q = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл, міститься в середовищі з діелектричною проникністю $\epsilon_2 = 1$. Радіус кулі $R = 5$ см. Визначити потенціал поля на відстані: а) $l_1 = 3$ см; б) $l_2 = 10$ см від центра кулі.

Дано:	СИ	Розв'язання
$\epsilon_1 = 7$		Потенціал поля для точок за межами кулі визначається інтегруванням виразу
$q = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл		$E = -\frac{d\varphi}{dl}$ в межах від $l_1 = -\infty$ до $l = \infty$ після
$\epsilon_2 = 1$		підстановки значення $E = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_2 \epsilon_0 l^2}$ (див. за-
$R = 5$ см	$= 0,05$ м	дачу 6).
$l_1 = 3$ см	$= 0,03$ м	В результаті інтегрування дістанемо:
$l_2 = 10$ см	$= 0,1$ м	
$\varphi_1 = ?$		
$\varphi_2 = ?$		

$$\varphi_1 = -\int_{\infty}^{l_1} E dl = -\int_{\infty}^{l_1} \frac{\rho R^3}{3\epsilon_2 \epsilon_0 l^2} dl = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_2 \epsilon_0 l_2} = 4,32 \cdot 10^{11} \text{ В}, \quad (1)$$

де ϵ_2 – діелектрична проникність середовища, що оточує кулю. Потенціал у точках всередині кулі можна визначити аналогічно:

$$\varphi = -\int_{\infty}^{l_2} E dl = -\int_{\infty}^{l_2} \frac{\rho l}{3\epsilon_1 \epsilon_0} dl = \frac{\rho l^2}{6\epsilon_1 \epsilon_0} + C, \quad (2)$$

де ϵ_1 – діелектрична проникність речовини кулі.

Сталу інтегрування C знаходимо з умови, що при $l = l_2 = R$ потенціал виражається за співвідношеннями (1) і (2) (при цій умові обидві формули дають значення потенціалу на поверхні кулі):

$$\varphi = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0\varepsilon_2} = -\frac{\rho R^2}{6\varepsilon_0\varepsilon_1} + C, \quad (3)$$

звідки

$$C = \frac{\rho R^2}{\varepsilon_0} \left(\frac{1}{3\varepsilon_2} + \frac{1}{6\varepsilon_1} \right). \quad (4)$$

Отже, потенціал поля на відстані l_x від центра кулі дорівнюватиме:

$$\varphi = -\frac{\rho l_1^2}{6\varepsilon_1\varepsilon_0} + \frac{\rho R^2}{\varepsilon_0} \left(\frac{1}{3\varepsilon_2} + \frac{1}{6\varepsilon_1} \right) = \frac{\rho}{6\varepsilon_2\varepsilon_1\varepsilon_0} \left[2R^2\varepsilon_1 + \varepsilon_2(R^2 - l_1^2) \right] = 8,5 \cdot 10^7 \text{ В}.$$

Задачі для самостійного розв'язання

1.1. Знайти силу F притягання між ядром атома водню і електроном. Радіус атома водню $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м; заряд ядра рівний за модулем і протилежний за знаком до заряду електрона.

Відповідь: $F = 92,3$ нН.

1.2. Два точкові заряди, знаходячись в повітрі ($\varepsilon = 1$) на відстані $r = 20$ см один від одного, взаємодіють з деякою силою. На якій відстані R треба помістити ці заряди в маслі ($\varepsilon = 5$), щоб отримати ту ж силу взаємодії?

Відповідь: $R = 8,94$ см.

1.3. У скільки разів сила гравітаційної взаємодії між двома протонами менша сили їх електростатичного відштовхування? Заряд протона рівний за модулем і протилежний за знаком до заряду електрона.

Відповідь: У $1,25 \cdot 10^{26}$ рази.

1.4. Знайти силу F електростатичного відштовхування між ядром атома натрію і бомбардуючим його протоном, вважаючи, що протон підійшов до ядра атома натрію на відстань $r=0,5 \cdot 10^{-14}$ м. Заряд ядра натрію в 11 разів більший заряду протона.

Відповідь: $F=0,7$ Н.

1.5. Дві металеві однаково заряджених кульки масою $m=0,2$ кг кожна, знаходяться на деякій відстані одна від одної. Знайти заряд кульок q , якщо відомо, що на цій відстані енергія їх електростатичної взаємодії в мільйон разів більша енергії $W_{\text{гп}}$ їх гравітаційної взаємодії.

Відповідь: $q=17$ нКл.

1.6. Знайти напруженість E електричного поля в точці, що лежить посередині між точковими зарядами $q_1=8$ нКл і $q_2=-6$ нКл. Відстань між зарядами $r=10$ см; $\epsilon=1$.

Відповідь: $E=50,4$ кВ/м.

1.7. Два точкові заряди $q_1=7,5$ нКл і $q_2=-14,7$ нКл розташовані на відстані $r=5$ см. Знайти напруженість E електричного поля в точці, що знаходиться на відстанях $a=3$ см від позитивного заряду і $b=4$ см від негативного заряду.

Відповідь: $E=112$ кВ/м.

1.8. Дві кульки однакового радіусу і маси підвішені на нитках однакової довжини так, що їх поверхні дотикаються. Після надання кулькам заряду $q_0=0,4$ мкКл вони відштовхнулися одна від одної і розійшлися на кут $2\alpha=60^\circ$. Знайти масу m кожної кульки, якщо відстань від центру кульки до що їх поверхні стикаються $l=20$ см.

Відповідь: $m=15,6$ г.

1.9. Який заряд q треба надати кулькам, щоб сила натягу ниток стала рівною $T=98$ мН? Відстань від центру кульки до точки підвісу $l=10$ см; маса кожної кульки $m=5$ г.

Відповідь: $q=1,1$ мкКл.

1.10. Знайти густину ρ матеріалу кульок задача 1.8, якщо відомо, що при зануренні цих кульок в гас кут розходження ниток став рівним $2\alpha=54^\circ$.

Відповідь: $\rho=2,55 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

1.11. До зарядженої нескінченної площини з поверхневою густиною заряду $\sigma=40 \text{ мкКл/м}^2$ причепили на непровідній нитці однойменно заряджену кульку з масою $m=1 \text{ г}$ і зарядом $q=1 \text{ нКл}$. Який кут α з площиною утворює нитка, на якій висить кулька?

Відповідь: $\alpha=13^\circ$.

1.12. Знайти силу F , що діє на заряд $q=2 \text{ нКл}$, якщо заряд поміщений: а) на відстані $r=2 \text{ см}$ від зарядженої нитки з лінійною густиною заряду $\tau=0,2 \text{ мкКл/м}$; б) в поле зарядженої площини з поверхневою густиною заряду $\sigma=20 \text{ мкКл/м}^2$; в) на відстані $r=2 \text{ см}$ від поверхні зарядженої кулі з радіусом $R=2 \text{ см}$ і поверхневою густиною заряду $\sigma=20 \text{ мкКл/м}^2$. Діелектрична проникність середовища $\epsilon=6$.

Відповідь: а) $F=20 \text{ мкН}$; б) $F=126 \text{ мкН}$; в) $F=62,8 \text{ мкН}$.

1.13. Знайти напруженість E електричного поля на відстані $r=0,2 \text{ нм}$ від одновалентного іона. Заряд іона вважати точковим.

Відповідь: 36 ГВ/м .

1.14. З якою силою F електричне поле зарядженої нескінченної площини діє на одиницю довжини зарядженої нескінченної довгої нитки, поміщеній в це поле? Лінійна густина заряду на нитці $\tau=3 \text{ мкКл/м}$ і поверхнева густина заряду на площині $\sigma=20 \text{ мкКл/м}^2$.

Відповідь: $F=3,4 \text{ Н/м}$.

1.15. З якою силою F на одиницю довжини відштовхуються дві однойменно заряджені нескінченно довгі нитки з однаковою лінійною густиною заряду $\tau=3 \text{ мкКл/м}$, що знаходяться на відстані $l=2 \text{ см}$ одна від одної?

Відповідь: $F=8,1 \text{ Н/м}$.

1.16. Дві довгі однойменно заряджені нитки розташовані на відстані $r=10$ см одна від одної. Лінійна густина заряду на нитках $\tau_1=\tau_2=10$ мкКл/м. Знайти модуль і напрям напруженості E результуючого електричного поля в точці, що знаходиться на відстані $l=10$ см від кожної нитки.

Відповідь: $E=3,12$ МВ/м.

1.17. З якою силою F на одиницю площі відштовхуються дві однойменно заряджені площини? Поверхнева густина заряду на площинах $\sigma=0,3$ мКл/м².

Відповідь: $F=5,1$ кН/м².

1.18. Мідна куля радіусом $R=0,5$ см поміщена в масло. Густина масла $\rho_m=0,8 \cdot 10^3$ кг/м³ і міді $\rho_0=8,6 \cdot 10^3$ кг/м³. Знайти заряд q кулі, якщо в однорідному електричному полі куля виявилася зрівноваженою в маслі. Електричне поле спрямоване вертикально вгору і його напруженість $E=3,6$ МВ/м.

Відповідь: $q=11$ нКл.

1.19. У плоскому горизонтально розташованому конденсаторі заряджена крапелька ртуті знаходиться в рівновазі при напруженості електричного поля $E=60$ кВ/м. Заряд краплі $q=2,4 \cdot 10^{-9}$ Кл. Знайти радіус R краплі.

Відповідь: $R=0,44$ мкм.

1.20. У точці, яка розташована на відстані $a=5$ см від нескінченно довгої зарядженої нитки, напруженість електричного поля $E=150$ кВ/м. Знайти лінійну густина заряду нитки.

Відповідь: $\tau=0,41$ мкКл/м.

1.21. Протон (ядро атома водню) рухається зі швидкістю $v=7,7 \cdot 10^4$ м/с. На яку найменшу відстань r може наблизитися протон до ядра атома алюмінію? Заряд ядра атома алюмінію $q=Ze$, де Z - порядковий номер атома в таблиці Менделєєва і $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл - заряд протона, рівний по модулю заряду електрона. Масу протона рахувати рівній масі атома водню ($m=1,67 \cdot 10^{-27}$ кг). Протон і

ядро атома алюмінію вважати точковими зарядами. Впливом електронної оболонки атома алюмінію нехтувати.

Відповідь: $r=6,1 \cdot 10^{-14}$ м.

1.22. При бомбардуванні нерухомого ядра натрію α -частинкою сила відштовхування між ними досягла значення $F=140$ Н. На яку найменшу відстань r наблизилася α -частинка до ядра атома натрію? Яку швидкість v мала α -частинка? Впливом електронної оболонки атома натрію нехтувати.

Відповідь: $r=10^{-16}$ м; $v=1,6 \cdot 10^7$ м/с.

1.23. Дві кульки із зарядами $q_1=6,66$ нКл і $q_2=13,33$ нКл знаходяться на відстані $r_1=40$ см. Яку роботу A роботу треба виконати над кульками, щоб наблизити до відстані рівних $r_2=5$ см?

Відповідь: $A=1,2$ мкДж.

1.24. Знайти потенціал ϕ точки поля, що знаходиться на відстані $r=10$ см від центру зарядженої кулі радіусом $R=1$ см, якщо: а) задана поверхнева густина заряду на кулі $\sigma=0,1$ мкКл/м²; б) заданий потенціал кулі $\phi_0=300$ В.

Відповідь: а) $\phi=11,3$ В; б) $\phi=30$ В.

1.25. Яка робота виконується при перенесенні точкового заряду $q=20$ нКл з нескінченності в точку, що знаходиться на відстані $r=1$ см від поверхні кулі радіусом $R=1$ см з поверхневою густиною заряду $\sigma=10$ мкКл/м²?

Відповідь: $A=113$ мкДж.

1.26. Кулька з масою $m=1$ г і зарядом $q=10$ нКл переміщається з точки 1, потенціал якої $\phi_1=600$ В, в точку 2, потенціал якої $\phi_2=0$. Знайти її швидкість в точці 1, якщо в точці 2 вона стала рівною $v_2=20$ см/с.

Відповідь: $v_1=16,7$ см/с.

1.27. Знайти швидкість v електрона, якщо він пройшов різницю потенціалів $U=1000$ В.

Відповідь: $v=1,87 \cdot 10^7$ м/с.

1.28. Електричне поле утворене позитивно зарядженою нескінченно довгою ниткою. Рухаючись під дією цього поля від точки, що знаходиться на відстані $l_1 = 1$ см від нитки, до точки $l_2 = 4$ см, α -частинка змінила свою швидкість від $v_1 = 2 \cdot 10^5$ м/с до $v_2 = 3 \cdot 10^6$ м/с. Знайти лінійну густину заряду τ на нитці.

Відповідь: $\tau = 3,7$ мкКл/м.

1.29. Електричне поле утворене позитивно зарядженою нескінченно довгою ниткою з лінійною густиною заряду $\tau = 0,2$ мкКл/м. Яку швидкість v отримає електрон під дією поля, наблизившись до нитки з відстані $l_1 = 1$ см до відстані $l_2 = 0,5$ см?

Відповідь: $v = 2,97 \cdot 10^7$ м/с.

1.30. Біля зарядженої нескінченно довгої площини знаходиться точковий заряд $q = 0,66$ нКл. Заряд переміщається по лінії напруженості поля на відстань $\Delta r = 2$ см; при цьому здійснюється робота $A = 50 \cdot 10^{-7}$ Дж. Знайти поверхневу густину заряду на площині.

Відповідь: $\sigma = 6,6$ мкКл/м².

2 ПРОВІДНИКИ І ДІЕЛЕКТРИКИ В ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОМУ ПОЛІ

Основні теоретичні відомості

На поверхні незарядженого провідника, внесеного в електростатичне поле, індуються заряди обох знаків у рівних кількостях, причому напруженість поля всередині провідника дорівнює нулю, тобто

$$\vec{E}_0 = 0, \quad (2.1)$$

(умова рівноваги зарядів у провіднику).

Умови на поверхні провідника: а) тангенціальні складові напруженості поля E_t і електричної індукції D_t дорівнюють нулю:

$$D_t = \epsilon \epsilon_0 E_t = 0; \quad (2.2)$$

б) нормальні до поверхні провідника складові напруженості поля E_n і індукції D_n :

$$D_n = \epsilon \epsilon_0 E_n = \sigma. \quad (2.3)$$

Діелектрики, вміщені в електростатичне поле, поляризуються в цьому полі. Вектор поляризації $\vec{P}$ вимірюється сумарним дипольним моментом молекули в одиниці об'єму діелектрика:

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{P}_i, \quad (2.4)$$

де $\vec{P}_i$ – дипольний момент однієї молекули, V – об'єм діелектрика.

Для ізотропного діелектрика вектор $\vec{P}$ пропорційний напруженості $\vec{E}$ електричного поля в середині діелектрика:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \quad (2.5)$$

де χ – діелектрична сприйнятливість.

Електричні властивості діелектрика характеризуються діелектричною проникністю ϵ і абсолютною діелектричною сприйнятливістю χ . Зв'язок між ними виражається формулою:

$$\varepsilon = 1 + \chi = \frac{E_0}{E}. \quad (2.6)$$

Діелектрична проникність середовища ε показує, в скільки разів напруженість електричного поля у вакуумі E_0 більша від напруженості поля E в діелектрику.

Зв'язок між поверхневою густиною σ' зв'язаних зарядів на межі діелектрик-провідник і густиною σ вільних зарядів на провіднику:

$$\sigma' = \sigma \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}. \quad (2.7)$$

Густина зв'язаних зарядів на межі, що розділяє два діелектрики з діелектричними проникностями ε_1 і ε_2 :

$$\sigma' = \sigma \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1} \right). \quad (2.8)$$

Густина зв'язаних індукованих (поляризаційних) зарядів σ' чисельно дорівнює поляризованості:

$$\sigma' = P. \quad (2.9)$$

Електроємність (ємність) провідника є фізична величина, яка чисельно рівна кількості заряду Δq , який треба надати провіднику, щоб збільшити його потенціал ϕ на одиницю:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta \phi}. \quad (2.10)$$

Електроємність провідників не залежить від матеріалу, але істотно залежить від розмірів, форми провідника, навколишнього середовища, а також від впливу інших провідників, розміщених поблизу.

Електроємність віддаленої від інших провідників кулі радіусом R , яка міститься в середовищі з діелектричною проникністю ε :

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R. \quad (2.11)$$

Електроємність плоского, циліндричного і сферичного конденсаторів:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}; \quad C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}; \quad C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}, \quad (2.12)$$

де S – площа пластини, d – відстань між пластинами, R_1 – радіус внутрішньої обкладки, R_2 – радіус зовнішньої обкладки, l – довжина циліндричного конденсатора.

Електроємність батареї з паралельно і послідовно з'єднаних конденсаторів:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i; \quad C = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}}. \quad (2.13)$$

Енергія W точкового заряду, який міститься в електростатичному полі, дорівнює добуткові заряду q на потенціал φ поля в точці, де міститься цей заряд, тобто

$$W = q\varphi. \quad (2.14)$$

Енергія заряду q , що міститься в полі інших точкових зарядів $q_1, q_2, \dots$, дорівнює добуткові заряду q на потенціал результуючого поля всіх інших зарядів у точці, де міститься заряд q , тобто

$$W = q \left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l_1} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l_2} + \dots \right). \quad (2.15)$$

Енергія системи n зарядів визначається формулою:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n W_k, \quad (2.16)$$

де W_k – енергія k -го заряду в полі всіх $(n-1)$ інших зарядів ($k=1, 2, 3, \dots, (k-1), (k+1), \dots, n$).

Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}, \quad (2.17)$$

де Q , U , C – відповідно заряд, напруга і ємність конденсатора.

Об'ємна густина енергії ω :

$$\omega = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2C} = \frac{D^2}{2\epsilon\epsilon_0}, \quad (2.18)$$

де E – напруженість електростатичного поля в середовищі з діелектричною проникністю ϵ ; D – вектор діелектричного зміщення.

Методичні вказівки

1 Якщо в поле, утворене зарядженим тілом, внести провідник, то під дією сил поля на кінці провідника, який розміщений ближче до наелектризованого тіла, з'явиться заряд протилежного знака, на другому кінці – однойменний заряд. Це явище перерозподілу зарядів у провіднику під дією зовнішнього поля називається електростатичною індукцією.

Всередині незарядженого провідника, внесеного в електростатичне поле, електричного поля не буде, тобто $E=0$. Звідси випливає, що потенціал усіх точок провідника і простору всередині нього, якщо він порожній, буде однаковий. Рівність нулю напруженості поля всередині провідника ($E = 0$) використовується, для розв'язування задач на визначення розподілу індукованого заряду на поверхні провідника.

2 Внаслідок електростатичної індукції провідники притягують вільні електричні заряди, які містяться поблизу. В більшості задач, де треба обчислити силу цього притягання, немає потреби визначати точний розподіл індукованих зарядів. Справа в тому, що індуковані на провіднику заряди створюють за межами провідника таке саме поле, яке б було створене наданому провіднику вільними зарядами.

3 Обчислюючи ємність будь-якого провідника, який міститься поблизу кількох інших провідників, наприклад B , C , D і т. д., користуються поняттям часткової ємності. Частковою ємністю

між провідниками A і B називається абсолютне значення відношення заряду на провіднику A до різниці потенціалів між A і B при умові, що інші провідники – C , D і т. д. – мають той самий потенціал. За частковими ємностями кожної пари провідників системи можна обчислити справжню ємність будь-якого з них, розв'язуючи систему лінійних рівнянь.

Обчислюючи ємність конденсаторів або ємність системи, утвореної двома провідниками, зручно користуватись формулою, яка виражає зв'язок між градієнтом потенціалу і напруженістю поля в даній точці:

$$E = -\frac{d\varphi}{dl}. \quad (2.19)$$

Виразивши напруженість E як функцію відстані і зарядів, що утворюють електричне поле, за формулою (2.19) знаходять різницю потенціалів між провідниками, ємність яких треба визначити. Відношення заряду провідника до різниці потенціалів між ними і дасть значення шуканої ємності.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Точковий заряд $q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл міститься на відстані $l = 3$ см від металевої пластинки, з'єднаної з землею (рис. 2.1). Знайти поверхневу густину цього заряду на пластинці: а) у точці, найближчій до заряду q ; б) у точці, яка міститься на відстані $l_1 = 5$ см від заряду. Визначити загальну величину заряду, індукованого на поверхні пластинки.

Дано:	СІ
$q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл	
$l = 3$ см	$= 0,03$ м
$l_1 = 5$ см	$= 0,05$ м
$q_i = ?$	

Розв'язання

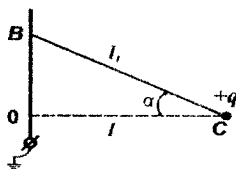


Рисунок. 2.1

Заряд q індукує на поверхні провідника негативні заряди, поверхнева густина яких симетрично зменшується, починаючи від максимального значення в точці, найближчій до заряду q . В будь-якій точці поблизу поверхні металевої пластинки напруженість поля дорівнюватиме сумі напруженостей полів, створених зарядом q і зарядом на поверхні провідника поблизу вибраної нами точки. Всередині провідника напруженість поля дорівнює нулю.

а) Якщо поверхневу густину індукованого заряду в точці, найближчій до заряду q , позначити через σ_1 , то, отримаємо таке рівняння:

$$\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l^2} + \frac{\sigma_1}{2\epsilon\epsilon_0} = 0,$$

звідки

$$\sigma_1 = -\frac{q}{2\pi l^2}; \quad \sigma_1 \approx -3 \cdot 10^{-6} \frac{\kappa}{\text{м}^2}.$$

б) Міркуючи так само, як в (1), для точки B умову рівності напруженостей полів запишемо так:

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon l_1^2} \cos \alpha + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0\epsilon} = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0\epsilon l_1^3} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0\epsilon} = 0 \left(\cos \alpha = \frac{l}{l_1} \right),$$

де σ_2 – поверхнева густина індукованого заряду в точці B . Звідси

$$\sigma_2 = -\frac{ql}{2\pi l_1^3} \approx -7,64 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

Щоб визначити загальний заряд, індукований на поверхні пластинки, розглянемо нескінченно вузьке кільце радіусом x з центром у точці O . Його площа: $dS = 2\pi x dx$. Заряд на цьому кільці:

$$dq' = \sigma dS = -\frac{qlx dx}{\sqrt{(l^2 + x^2)^3}}.$$

Повний заряд на всій пластинці:

$$q' = -\frac{ql}{2} \int_0^{\infty} \frac{2x dx}{\sqrt{(l^2 + x^2)^3}} = -2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

Задача 2. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений діелектриком ($\varepsilon = 6$). Відстань між пластинами дорівнює $d = 4$ мм. На пластини подано напругу $U = 1200$ В. Знайти: 1) напруженість поля в діелектрику; 2) поверхневу густину заряду на пластинах конденсатора; 3) поверхневу густину заряду на діелектрику і 4) коефіцієнт електризації (діелектричну сприйнятливість).

Дано:	СИ	Розв'язання
$d = 4 \text{ мм}$	$= 0,004 \text{ м}$	Напруженість електростатичного поля в діелектрику визначається тільки різницею потенціалів на пластинах конденсатора і відстанню між ними, тобто
$U = 1200 \text{ В}$		
$\varepsilon = 6$		
$q = ?$		
		$E = \frac{U}{d} = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$ (1)

Позначимо через σ_0 поверхневу густину заряду на пластинах конденсатора без діелектрика, через σ_0 – поверхневу густину заряду на пластинах конденсатора при наявності діелектрика і через $\sigma_{\text{зв}}$ – поверхневу густину зв'язаних зарядів на діелектрику. Спільна дія зарядів σ_0 і $\sigma_{\text{зв}}$ така, наче на межі розділу провідника і діелектрика є заряди, розподілені з густиною

$$\sigma' = \sigma_0 - \sigma_{\text{зв}}, \quad (2)$$

де σ' – поверхнева густина «ефективних» зарядів, тобто таких, які визначають результуюче поле в діелектрику.

Тоді напруженість поля без діелектрика:

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{U}{d}. \quad (3)$$

Результуюче поле в діелектрику:

$$E = \frac{\sigma_0}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \frac{U}{d}. \quad (4)$$

Звідси поверхнева густина заряду на пластинах конденсатора:

$$\sigma_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 U}{d} \approx 1,6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}. \quad (5)$$

Із рівності (2) $\sigma_{\text{в}} = \sigma_0 - \sigma'$ або, враховуючи (5), знайдемо поверхневу густину заряду на діелектрику

$$\sigma_{\text{в}} = \epsilon \epsilon_0 E - \epsilon_0 E = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E = \epsilon_0 (\epsilon - 1) \frac{U}{d} \approx 1,33 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2. \quad (6)$$

Вектор поляризації P чисельно дорівнює поверхневій густині зв'язаних зарядів $\sigma_{\text{в}}$. Крім того, він пропорціональний напруженості поля в діелектрику, тобто

$$P = \sigma_{\text{в}} = \chi E. \quad (7)$$

де χ — діелектрична сприйнятливість. Звідси:

$$\chi = (\epsilon - 1) = 5.$$

Задача 3. Дві горизонтальні пластинки заряджені зарядами $q = +2 \cdot 10^{-7}$ Кл і $q = -2 \cdot 10^{-7}$ Кл. Пластинки розміщено так близько, що поле між ними можна вважати однорідним. Нижню пластинку занурено в рідкий діелектрик ($\epsilon = 3$). Площа пластинки $S = 300 \text{ см}^2$. Визначити сили, які діють на кожну пластинку і на поверхню рідини.

Дано:	СІ	Розв'язання
$S = 300 \text{ см}^2$	$= 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	Результуюча сила, яка діє на верхню пластинку, дорівнює сумі двох сил: перша зумовлена взаємодією зарядів на верхній і нижній
$q = +2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$		
$q = -2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$		
$F = ?$		
пластинках; друга – це сила взаємодії зарядів на верхній пластинці і поляризаційних зарядів на поверхні рідини. Густина поляризаційних зарядів дорівнює:		

$$\sigma_1 = \frac{q(\varepsilon - \varepsilon_1)}{S(\varepsilon + \varepsilon_1)}.$$

Сила притягання між зарядами на пластинах $F'_1 = qE_1$ тут E_1 – напруженість поля, створеного зарядами нижньої пластинки в тому місці, де перебуває верхня пластинка:

$$F'_1 = \frac{q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_1S}.$$

де ε_1 – діелектрична проникність повітря. Сила взаємодії між зарядами на верхній пластинці і зарядами на поверхні рідини:

$$F'_2 = \frac{q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_1S} \cdot \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon + \varepsilon_1}.$$

Отже, результуюча сила, яка діє на верхню пластинку

$$F_1 = F'_1 + F'_2 = \frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0S} - \frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0S} \cdot \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon + \varepsilon_1} = \frac{q^2}{2\varepsilon_0S} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1(\varepsilon + \varepsilon_1)} = 0,113 \text{ Н}.$$

Аналогічно обчислюємо силу, яка діє на нижню пластинку:

$$F_2 = \frac{Q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0S} - \frac{Q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0S} \cdot \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon + \varepsilon_1} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0S} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1(\varepsilon + \varepsilon_1)},$$

де ε – діелектрична проникність рідини.

$$F_2 \approx 0,113 \text{ Н}.$$

Сила, яка діє на поверхню рідини, дорівнюватиме також сумі двох сил, а саме: силі взаємодії зарядів на поверхні рідини із зарядами верхньої пластинки і силі взаємодії з зарядами нижньої пластинки:

$$F_3 = Q \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon + \varepsilon_1} \left(\frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_1S} + \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon S} \right) = \frac{Q^2}{\varepsilon_0S} \cdot \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon \cdot \varepsilon_1} \approx 0,1 \text{ Н}.$$

Задача 4. Плоский конденсатор заповнено трьома шарами діелектриків: склом, товщина якого $d_1 = 0,35$ см і діелектрична проникність $\varepsilon_1 = 7$, парафіном $d_2 = 0,21$ см, $\varepsilon_2 = 2,1$ і фар-

формом $d_3 = 0,9 \text{ см}$, $\varepsilon_3 = 4,5$. Визначити напруженість поля в кожному шарі, якщо до конденсатора прикладено різницю потенціалів $U = 10 \text{ кВ}$.

Дано:	СИ	Розв'язання
$d_1 = 35 \text{ см}$	$= 0,35 \text{ м}$	Позначимо напруженість поля в трьох шарах через E_1 , E_2 і E_3 , а різницю потенціалів на них відповідно через U_1 , U_2 , U_3 .
$d_2 = 0,21 \text{ см}$	$= 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	
$d_3 = 0,9 \text{ см}$	$= 0,009 \text{ м}$	Різниця потенціалів, прикладена до конденсатора: $U = U_1 + U_2 + U_3$, а оскільки $U_1 = E_1 d_1$, $U_2 = E_2 d_2$, $U_3 = E_3 d_3$ то
$U = 10 \text{ кВ}$	$= 10^3 \text{ В}$	
$\varepsilon_1 = 7$		
$\varepsilon_2 = 2,1$		
$\varepsilon_3 = 4,5$		(1)
$E_1, E_2, E_3 - ?$		
		$U = E_1 d_1 + E_2 d_2 + E_3 d_3.$

Виразимо напруженості E_2 і E_3 через величину E_1 . Для цього скористаємось тим, що електричне зміщення (індукція) поля в будь-якому шарі однакове, оскільки воно не залежить від середовища. Отже,

$$D = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_1 = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_2 = \varepsilon_3 \varepsilon_0 E_3. \quad (2)$$

$$\text{Звідси} \quad E_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot E_1 \quad \text{і} \quad E_3 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \cdot E_1. \quad (3)$$

Щоб визначити E_1 , підставимо рівняння (3) в (1):

$$U = E_1 d_1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_1 d_2 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} E_1 d_3.$$

Звідки

$$E_1 = \frac{U}{d_1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} d_2 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} d_3} \approx 4,1 \cdot 10^5 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Тепер з рівняння (3) дістанемо

$$E_2 = \frac{\varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 \left(d_1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} d_2 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} d_3 \right)} \approx 13,5 \cdot 10^5 \frac{B}{m},$$

$$E_3 = \frac{\varepsilon_1 U}{\varepsilon_3 \left(d_1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} d_2 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} d_3 \right)} \approx 6,3 \cdot 10^5 \frac{B}{m}.$$

Задача 5. Всередині плоского конденсатора з площею пластин $S = 200 \text{ см}^2$ і відстанню між ними $d = 0,1 \text{ см}$ міститься, пластинка із скла ($\varepsilon = 5$), яка цілком заповнює простір між пластинами конденсатора. Як зміниться енергія конденсатора, якщо вийняти скляну пластинку? Розв'язати задачу при двох умовах: 1) конденсатор весь час приєднаний до батареї з ЕРС $U = 300 \text{ В}$; 2) конденсатор був спочатку приєднаний до тієї самої батареї, а потім його вимкнули і тільки після цього пластинку вийняли. Знайти механічну роботу, яка затрачається на видалення пластинки в обох випадках.

Дано:	СИ	Розв'язання
$S = 200 \text{ см}^2$	$= 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$	З умови задачі випливає, що в першому випадку різниця потенціалів між пластинами конденсатора за час видалення скляної пластинки залишалась сталою, а заряд змінювався. Тому зміну енергії поля конденсатора треба виразити через різницю потенціалів та інші сталі величини.
$U = 300 \text{ В}$		
$A = ?$		

Енергія поля конденсатора з діелектриком

$$W_1 = \frac{C_1 U^2}{2},$$

а без діелектрика:
$$W_2 = \frac{C_2 U^2}{2}.$$

Зміна енергії поля конденсатора:

$$\Delta W_1 = W_2 - W_1 = \frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2d} - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon U^2 S}{2d} = \frac{\varepsilon_0 (1 - \varepsilon) U^2 S}{2d} \approx -3,18 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

У другому випадку заряд на пластинах залишається сталим. Тому зміну енергії поля конденсатора треба виразити через заряд. Енергія конденсатора з діелектриком

$$W_1 = \frac{Q^2}{2C_1},$$

а без діелектрика:
$$W_2 = \frac{Q^2}{2C_2}.$$

Зміна енергії електричного поля конденсатора:

$$\Delta W_2 = W_2 - W_1 = \frac{Q^2}{2C_2} - \frac{Q^2}{2C_1}.$$

Підставивши сюди значення C_1 і C_2 , а також враховуючи, що $Q = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 U S}{d}$, матимемо:

$$\Delta W_2 = \frac{\varepsilon_0^2 U^2 S^2 d}{2\varepsilon_0 S d^2} - \frac{\varepsilon_0^2 \varepsilon^2 U^2 S^2 d}{2\varepsilon_0 \varepsilon S d^2} = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d} \cdot \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon} \approx -1,6 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

В обох випадках не тільки змінюється енергія конденсатора, але й витрачається робота на видалення пластинки. Ця робота в другому випадку більша, через те що з висуванням пластинки напруженість поля в конденсаторі збільшується, в той час як у першому випадку вона залишається сталою. У першому випадку при висуванні пластинки з конденсатора не тільки виконується механічна робота, але й зменшується енергія конденсатора і збільшується енергія джерела ЕРС. Робота, виконана проти ЕРС джерела, $A = \Delta q U$, де Δq – зміна заряду конденсатора після видалення пластинки. Оскільки $\Delta q = (1 - \varepsilon) C U$, то $A = (1 - \varepsilon) C U^2$ і робота при видаленні пластинки дорівнює:

$$A_1 = A + \Delta W = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) U^2 S}{2d}$$

У другому випадку при видаленні пластинки виконується механічна робота, що дорівнює збільшенню енергії конденсатора, тобто

$$A_2 = \Delta W_2 = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Задача 6. До конденсатора ємністю $C_1 = 2 \text{ мкФ}$, зарядженого до напруги $U_1 = 600 \text{ В}$, приєднали паралельно конденсатор ємністю $C_2 = 1 \text{ мкФ}$. Скільки виділиться енергії при утворенні іскри, яка прскочила при з'єднанні конденсаторів?

Дано:	СИ	Розв'язання
$U_1 = 600 \text{ В}$		Після з'єднання другого конденсатора з першим утворилась система з ємністю $C = C_1 + C_2$. Заряд першого конденсатора $q_1 = C_1 U_1$ тепер розподілиться на системі конденсаторів, яка буде під напругою
$C_1 = 2 \text{ мкФ}$	$= 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$	
$C_2 = 1 \text{ мкФ}$	$= 1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$	
$W - ?$		

$$U = \frac{q_1}{C} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}.$$

Енергі першого конденсатора до з'єднання його з другим була:

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2},$$

а енергія ситеми

$$W_2 = \frac{C U^2}{2} = \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2 (C_1 + C_2)^2} = \frac{C_1^2 U_1^2}{2 (C_1 + C_2)}.$$

Енергія, яка виділилася при з'єднанні конденсаторів, буде:

$$W = W_1 - W_2 = \frac{C_1 U_1^2}{2} \left(1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2} \right) = \frac{C_1 U_1^2}{2} \cdot \frac{C_2}{C_1 + C_2} \approx 0,12 \text{ Дж.}$$

Задача 7. Батарея з двох послідовно з'єднаних лейденських банок ємністю $C_1 = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$ і $C_2 = 13 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$ заряджається до різниці потенціалів $U = 1800 \text{ В}$. Потім банки, не розряджаючи,

вимикають від джерела струму і з'єднують паралельно. Визначити роботу, яка виконується при цьому розряді.

Дано:

$$C_1 = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$$

$$C_2 = 13 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$$

$$U = 1800 \text{ В}$$

$A = ?$

Розв'язання

У задачах такого типу мається на увазі, що при переключенні банок обкладки, заряджені одноїменно, з'єднуються між собою. При цьому кожна пара з'єднаних між собою обкладок матиме заряд $2q_0$, де q_0 – заряд, який був на кожній обкладці банок, з'єднаних послідовно.

Батарея паралельно з'єднаних банок має значно більшу ємність, ніж батарея послідовно з'єднаних банок. Тому при переключенні відбудеться часткове розрядження банок, при якому зменшиться напруга на обкладках кожної банки і енергія системи.

Роботу розряду визначимо як різницю енергій W_1 (до переключення банок) і W_2 (після переключення банок):

$$W_1 = \frac{C' U^2}{2}, \quad (1)$$

де
$$C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}. \quad (2)$$

Підставивши значення C' у рівняння (1), отримаємо:

$$W_1 = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} U^2 \quad (3)$$

Енергію паралельно з'єднаних банок виразимо через заряд на обкладках q :

$$W_2 = \frac{q^2}{2C'}, \quad (4)$$

де, як уже було зазначено,

$$q = 2q_0 \text{ і } C' = C_1 + C_2. \quad (5)$$

Заряд q_0 визначимо з основного співвідношення:

$$q_0 = C'U.$$

Звідси, враховуючи рівняння (2), маємо:

$$q_0 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U. \quad (6)$$

Перепишемо рівняння (4), підставивши в нього значення C' , q , а потім і q_0 із рівнянь (5) і (6):

$$W_2 = \frac{2C_1^2 C_2^2}{(C_1 + C_2)^2} U^2. \quad (7)$$

Отже, робота розряду

$$A = W_1 - W_2 = \frac{C_1 C_2 (C_1 - C_2)^2}{2(C_1 + C_2)} U^2 = 4,3 \cdot 10^{-22} \text{ Дж}.$$

Задача 8. Знаючи, що пробивна напруженість електричного поля для сухого повітря 20 кВ/см, обчисліть найбільшу можливу густину поверхневого заряду на провідниках у повітрі.

Дано:	СІ	Розв'язання
$E_m = 2 \text{ кВ/см}$	$= 2 \cdot 10^5 \text{ В/м}^2$	Використаємо формулу $E = \sigma / \epsilon \epsilon_0$ для напруженості поля біля поверхні зарядженої провідної пластини (метал заповнює півпростір).
$\sigma_m = ?$		

Звідси й обчислюємо максимальну поверхневу густину зарядів:

$$\sigma_m = \epsilon \epsilon_0 E_m = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^5 = 1,77 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2.$$

Задача 9. Відстань між центрами двох мідних сфер радіуса 0,1 м кожна становить 1 м. Визначити електроємність цієї системи в повітрі. При обчисленнях вважайте, що вони мають однакові й протилежні за знаком заряди.

Дано:	Розв'язання
$r = 0,1 \text{ м}$	Для обчислення електроємності використаємо формулу $C = q / \varphi_{12}$ де (q – заряд однієї з куль, φ_{12} – різниця потенціалів між їх поверхнями.
$l = 1 \text{ м}$	
$C = ?$	

При визначенні ємності необхідно врахувати, що потенціал кожної із сфер є сумою потенціалів її власного заряду $\varphi = \chi q / r$ і потенціалу, утвореного зарядом другої сфери на відповідній відстані $l \left(\varphi = \frac{\chi q}{l-r} \right)$. Тоді

$$\varphi_1 = \frac{\chi q}{r} - \frac{\chi q}{l-r}; \quad \varphi_2 = -\frac{\chi q}{r} - \frac{\chi q}{l-r}.$$

Обчислюючи різницю потенціалів $\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$, підставимо її у формулу $C = q / \varphi_{12}$, що й дозволить визначити електроємність системи двох сфер:

$$C = 2\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l-r} \right)^{-1} = 6,2 \cdot 10^{-12} \Phi = 6,2 \text{ пФ}.$$

Задача 10. На систему показаних на рис. 2.2 конденсаторів подають напругу 2 кВ. Чотири з них мають ємність 500 пФ, середній — ємність 1 мкФ. Обчисліть заряд кожного з конденсаторів і енергію усієї системи.

Дано:	СІ
$U=2 \text{ кВ}$	$=2 \cdot 10^3 \text{ В}$
$C=500 \text{ пФ}$	$=5 \cdot 10^{-10} \Phi$
$C_1=1 \text{ мкФ}$	$=1 \cdot 10^{-6} \Phi$
$W_C - ?$	

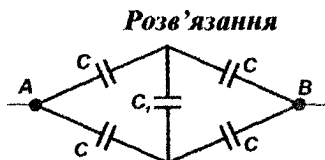


Рисунок. 2.2

Якщо на точку A подати «+», а на точку B «-», то заряди на обох пластинах конденсатора C_1 матимуть однаковий знак. Це означає, що він не заряджений і при обчисленні ємності системи його враховувати не треба.

При такому з'єднанні утворюються дві паралельні вітки, кожна з яких являє собою два з'єднаних послідовно однакових конденсатори і має ємність $C/2$. Отже, загальна електроємність усього з'єднання $W_C = C/2 + C/2 = C$. Енергія системи конден-

саторів дорівнюватиме $W_C = CU^2 / 2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$. Заряд кожного з них $q = CU / 2 = 50 \text{ нКл}$.

Задача 11. Два конденсатори ємністю 2 мкФ і 60 мкФ зарядили до напруг 100 В і 10 В. Обчисліть їх енергію. Яка напруга встановиться між ними, якщо з'єднати дротом їх од-
нойменно заряджені пластини? Якою буде енергія з'єднаних
таким чином обох конденсаторів?

Дано:	СИ	Розв'язання
$C_1 = 2 \text{ мкФ}$	$= 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$	Обчислимо енергію кожного з кон- денсаторів
$C_2 = 60 \text{ мкФ}$	$= 6 \cdot 10^{-5} \text{ Ф}$	
$U_1 = 100 \text{ В}$		$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} = 0,01 \text{ Дж},$
$U_2 = 10 \text{ В}$		
$W_1, W_2 - ?$		$W_2 = \frac{C_2 U_2^2}{2} = 0,003 \text{ Дж},$
$U, \Delta W - ?$		

їх загальна енергія дорівнює $W_0 = W_1 + W_2 = 0,013 \text{ Дж}$. При паралельному з'єднанні заряд перерозподіляється між пластинами поки не встановиться однакова напруга U на обкладинках конденсаторів. Тут також виконується закон збереження заряду: $q = q_1 + q_2 = C_1 U_1 + C_2 U_2$. Оскільки конденсатори з'єднані паралельно і напруга на обох однакова, то загальна ємність $C = C_1 + C_2$, що дозволяє обчислити напругу між пластинами з'єднаних конденсаторів:

$$W_3 = \frac{CU^2}{2} = \frac{(C_1 U_1 + C_2 U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} = 0,005 \text{ Дж}.$$

Отже, в момент вмикання проскочить іскра і буде втрачено $\Delta W = W_3 - W_0 = 0,008 \text{ Дж}$ початкової енергії системи.

Напруга U яка встановиться на обкладках з'єднаних конденсаторів можна визначити з енергії W_3 :

$$U = \sqrt{\frac{2W_3}{C_3}} = \sqrt{\frac{2W_3}{C_1 + C_2}} = 12,7 \text{ В.}$$

Задача 12. Електрон без початкової швидкості пройшов різницю потенціалів $U_0 = 10 \text{ кВ}$ і влетів у простір між пластинами плоского конденсатора, зарядженого до різниці потенціалів $U = 100 \text{ В}$, по лінії AB , паралельній пластинам (рис. 2.3). Відстань між пластинами $d = 2 \text{ см}$. Довжина пластин конденсатора в напрямі руху електрона $l = 20 \text{ см}$. Визначити відстань BC на екрані MN , який міститься від кінця конденсатора на відстані $L = 1 \text{ м}$.

Дано:	СІ
$U_0 = 10 \text{ кВ}$	
$U = 100 \text{ В}$	
$d = 2 \text{ см}$	$= 0,02 \text{ м}$
$l = 20 \text{ см}$	$= 0,2 \text{ м}$
$L = 1 \text{ м}$	
$BC - ?$	

Розв'язання

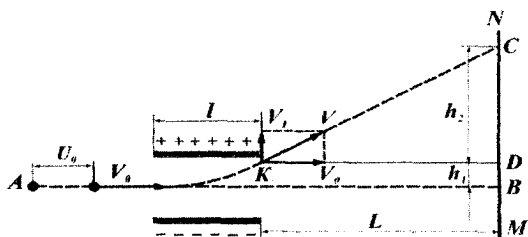


Рисунок. 2.3

Криволінійний рух електрона всередині конденсатора можна розкласти на два простих рухи: 1) електрон рухатиметься за інерцією вздовж лінії AB з сталою швидкістю v_0 (такої швидкості він набув під дією різниці потенціалів U_0 , пройшовши її до конденсатора); 2) електрон рухатиметься прискорено у вертикальному напрямі до позитивно зарядженої пластини під дією сталої сили, що діє на нього в електростатичному полі конденсатора.

За межами конденсатора електрон рухатиметься рівномірно з швидкістю v , яку він має в точці K у момент вильоту з конденсатора. З рисунка видно, що шукана відстань $BC = h_1 + h_2$ де h_1 – відстань, на яку зміститься електрон у вертикальному напрямі за час його руху в конденсаторі, h_2 – відстань між точкою D на екрані, в яку попав би електрон, рухаючись після, виходу з конден-

сатора в напрямі початкової швидкості v_0 , і точкою С, в яку електрон справді попадає.

Визначимо окремо h_1 і h_2 . Користуючись формулою шляху рівноприскореного руху, знайдемо:

$$h_1 = \frac{at^2}{2}, \quad (1)$$

де a – прискорення, якого набув електрон під дією електростатичної сили, t – час руху електрона в конденсаторі. За другим законом динаміки:

$$a = \frac{F}{m}, \quad (2)$$

де F – сила, з якою поле діє на електрон, m – маса електрона. Крім того,

$$F = eE = e \frac{U}{d}, \quad (3)$$

де e – заряд електрона, U – різниця потенціалів між пластинами конденсатора, d – відстань між пластинами.

Час польоту електрона всередині конденсатора знайдемо за формулою шляху рівномірного руху:

$$l = v_0 t \Rightarrow t = \frac{l}{v_0}, \quad (4)$$

де l – довжина конденсатора в напрямі польоту електрона.

Початкову швидкість електрона v_0 визначимо з умови рівності роботи, яку виконує поле, переміщуючи електрон, і набутої ним кінетичної енергії:

$$\frac{mv_0^2}{2} = eU_0 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}. \quad (5)$$

Підставивши в формулу (1) значення a , F , t , v_0 із (2), (4), (3) і (5), знайдемо:

$$h_1 = \frac{Ul^2}{4dU_0}. \quad (6)$$

Довжину відрізка h_2 знайдемо з подібності трикутників ODC і векторного:

$$h_2 = \frac{v_1 L}{v_0}, \quad (7)$$

де v_1 – швидкість електрона у вертикальному напрямі в точці O ; L – відстань від кінця конденсатора до екрана. Швидкість v_1 визначимо з формули:

$$v_1 = at.$$

Звідки, враховуючи (6)-(7) отримаємо:

$$v_1 = \frac{eUl}{mdv_0}. \quad (8)$$

Підставивши (8) в (7) і v_0 із (5), знайдемо:

$$h_2 = \frac{lUl}{2dU_0}.$$

Отже, шукана величина

$$BC = h_1 + h_2 = \frac{Ul^2}{4dU_0} + \frac{UlL}{2dU_0} = \frac{Ul}{2dU_0} \left(\frac{l}{2} + L \right) = 0,055 \text{ м.}$$

Задачі для самостійного розв'язання.

2.1. Різниця потенціалів між пластинами плоского конденсатора $U=90 \text{ В}$. Площа кожної пластини $S=60 \text{ см}^2$, її заряд $q=1 \text{ нКл}$. На якій відстані d один від одного знаходяться пластини?

Відповідь: $d=4,8 \text{ мм}$.

2.2. Плоский конденсатор можна застосувати в якості чутливих мікровагів. У плоскому горизонтально розташованому конденсаторі, відстань між пластинами якого $d=3,84 \text{ мм}$, знаходиться заряджена частка із зарядом $q=1,44 \cdot 10^{-18} \text{ Кл}$. Для того щоб частка знаходилася в рівновазі між пластинками конденсатора необхідно прикласти напругу $U=40 \text{ В}$. Знайти масу частинки.

Відповідь: $m=5,1 \cdot 10^{-16} \text{ кг}$.

2.3. У плоскому горизонтально розташованому конденсаторі, відстань між пластинами якого $d=1$ см, знаходиться заряджена крапелька масою $m=5 \cdot 10^{-11}$ г. За відсутності електричного поля крапелька внаслідок опору повітря падає з деякою постійною швидкістю. Якщо до пластин конденсатора прикладена різниця потенціалів $U=600$ В, то крапелька падає удвічі повільніше. Знайти заряд q крапельки.

Відповідь: $q=4,1 \cdot 10^{-16}$ Кл.

2.4. Мильна бульбашка із зарядом $q=222$ пКл знаходиться в рівновазі в полі плоского горизонтально розташованого конденсатора. Знайти різницю потенціалів U між пластинами конденсатора, якщо маса кульки $m=0,01$ г, а відстань між пластинами $d=5$ см.

Відповідь: $U = 22$ кВ.

2.5. Відстань між пластинами плоского конденсатора $d=4$ см. Електрон починає рухатися від негативної пластини, а в цей же момент від позитивно зарядженої пластини починає рухатись протон. На якій відстані l від позитивної пластини зустрінуться електрон і протон?

Відповідь: $l = 22$ мкм.

2.6. Відстань між пластинами плоского конденсатора $d=1$ см. Від одного з пластин одночасно починають рухатися протон і α -частинка. Яку відстань l пройде α -частинка за той час, як протон пройде увесь шлях від однієї пластини до іншої?

Відповідь: $l=0,5$ см.

2.7. Електрон, пройшовши в плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до іншої, набуває швидкість $v=10^6$ м/с. Відстань між пластинами $d=5,3$ мм. Знайти різницю потенціалів U між пластинами, напруженість E електричного поля усередині конденсатора і поверхневу густину заряду σ на пластинах.

Відповідь: $U=2,8$ В; $E=530$ В/м; $\sigma=4,7$ нКл/м².

2.8. Електричне поле утворене двома паралельними пластинами, що знаходяться на відстані $d=2$ см одна від одної. До пластин прикладена різниця потенціалів $U=120$ В. Якої швидкості v набуває електрон під дією цього поля, пройшовши вздовж лінії напруженості відстань $\Delta r=3$ мм?

Відповідь: $v=2,53 \cdot 10^6$ м/с.

2.9. Електрон в однорідному електричному полі набуває прискорення $a=10^{12}$ м/с². Знайти напруженість електричного поля, швидкість v , яку набуває електрон за час $t=1$ мкс свого руху, роботу A сил електричного поля за цей час і різницю потенціалів U , яку пройде при цьому електроном. Початкова швидкість електрона $v_0=0$.

Відповідь: $E=5,7$ В/м; $v=10^6$ м/с; $A=4,5 \cdot 10^{-18}$ Дж; $U=2,8$ В.

2.10. Електрон летить від однієї пластини плоского конденсатора до іншої. Різниця потенціалів між пластинами $U=3$ кВ; відстань між пластинами $d=5$ мм. Знайти силу F , що діє на електрон, прискорення a електрона, швидкість v , з якою електрон приходить до другої пластини і поверхневу густину заряду σ на пластинах.

Відповідь: $F=9,6 \cdot 10^{-14}$ Н; $a=1,05 \cdot 10^{17}$ м/с²; $v=3,24 \cdot 10^7$ м/с, $\sigma=5,3$ мКл/м².

2.11. Електрон з початковою швидкістю v_0 влітає в плоский горизонтально розташований конденсатор паралельно пластинам на рівній від них відстані. Різниця потенціалів між пластинами конденсатора $U=300$ В; відстань між пластинами $d=2$ см; довжина конденсатора $l=10$ см. Яка має бути гранична початкова швидкість v_0 електрона, щоб він не вилетів з конденсатора.

Відповідь: $v_0=3,64 \cdot 10^7$ м/с.

2.12. Електрон з деякою швидкістю влітає в плоский горизонтально розташований конденсатор паралельно пластинам на рівній відстані від них. Напруженість електричного поля в кон-

денсаторі $E=100 \text{ В/м}$; відстань між пластинами $d=4 \text{ см}$. На якій відстані s від початку конденсатора електрон впаде на пластину, якщо він прискорений різницею потенціалів $U=60 \text{ В}$?

Відповідь: $t=480 \text{ нс}$; $s=22 \text{ см}$.

2.13. Електрон влітає в плоский горизонтально розташований конденсатор паралельно пластинам із швидкістю $v_0=9 \cdot 10^4 \text{ м/с}$. Різниця потенціалів між пластинами $U=100 \text{ В}$; відстань між пластинами $d=1 \text{ см}$. Знайти повне a , нормальне a_n і тангенціальне a_τ прискорення електрона через час $t=10 \text{ нс}$ після початку його руху в конденсаторі.

Відповідь: $a_\tau = 15,7 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2$; $a_n=8 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2$; $a = 17,6 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2$.

2.14. Протон і α -частинка, рухаючись з однаковою швидкістю, влітають в плоский конденсатор паралельно пластинам. У скільки разів відхилення протона полем конденсатора буде більше ніж відхилення α -частинки?

Відповідь: У 2 рази.

2.15. Протон і α -частинка, прискорені однією і тією ж різницею потенціалів, влітають в плоский конденсатор паралельно пластинам. У скільки разів відхилення протона полем конденсатора буде більше ніж відхилення α -частинки?

Відповідь: Відхилення протона і α -частинки однакове.

2.16. Пучок електронів, прискорених різницею потенціалів $U_0=300 \text{ В}$, при проходженні через незаряджений плоский горизонтально розташований конденсатор паралельно його пластинам дає пляму, що світиться, на флуоресцюючому екрані, розташованому на відстані $l=12 \text{ см}$ від кінця конденсатора. При зарядці конденсатора пляма на екрані зміщується на відстань $\Delta l=3 \text{ см}$. Відстань між пластинами $d=1,4 \text{ см}$; довжина конденсатора $L=6 \text{ см}$. Знайти різницю потенціалів U , прикладену до пластин конденсатора.

Відповідь: $U=28 \text{ В}$.

2.17. Електрон рухається в плоскому горизонтально розташованому конденсаторі паралельно його пластинам із швидкістю $v=3,6 \cdot 10^7$ м/с. Напруженість поля усередині конденсатора $E=3,7$ кВ/м; довжина пластин конденсатора $l=20$ см. На яку відстань у зміститься електрон у вертикальному напрямі під дією електричного поля за час його руху в конденсаторі?

Відповідь: $y=1$ см.

2.18. Протон влітає паралельно до пластин в плоский горизонтально розташований конденсатор. Довжина пластин $l=10$ см. В скільки разів швидкість протона v при вильоті з конденсатора буде більшою ніж його початкова швидкість v_0 ?

Відповідь: В 2,24 раз.

2.19. Між пластинами плоского конденсатора, що знаходяться на відстані $d=5$ мм одна від одної, прикладена різниця потенціалів $U=150$ В. До однієї з пластин прилягає плоскопаралельна пластинка фарфору завтовшки $d_a=3$ мм. Знайти напруженості E_1 і E_2 електричного поля в повітрі і фарфору.

Відповідь: $E_1=60$ кВ/м; $E_2=10$ кВ/м.

2.20. Знайти ємність земної кулі. Радіус земної кулі $R=6400$ км. На скільки зміниться потенціал ϕ земної кулі, якщо йому надати заряд $q=1$ Кл?

Відповідь: $C=710$ мкФ; $\phi=1400$ В.

2.21. Кулька радіусом $R=2$ см заряджається негативно до потенціалу $\phi=2$ кВ. Знайти масу m усіх електронів, що становлять заряд, наданий кульці.

Відповідь: $m=2,5 \cdot 10^{-20}$ кг.

2.22. Площа пластин плоского повітряного конденсатора $S=1$ м², відстань між ними з $d=1,5$ мм. Знайти ємність такого конденсатором.

Відповідь: $C=5,9$ нФ.

2.23. Конденсатор зарядили до різниці потенціалів $U=300$ В. Знайти поверхневу густину заряду σ на пластинах.

Відповідь: $\sigma=1,77$ мкКл/м².

2.24. Необхідно виготовити конденсатор ємністю $C=250$ пФ. Для цього на парафінований папір завтовшки $d_1=0,6$ мм наклеюють з обох боків фольгу. Товщина фольги $d_2=5$ мм. До пластин прикладена різниця потенціалів $U=300$ В. Після відключення конденсатора від джерела напруги простір між пластинами заповнюється ебонітом. Яка буде різниця потенціалів U між пластинами після заповнення? Знайти ємність такого конденсатора C_2 і поверхневу густину заряду σ_1 і σ_2 на пластинах до і після заповнення.

Відповідь: $U=115$ В; $C_1=17,7$ пФ; $C_2=46$ пФ; $\sigma_1=\sigma_2=531$ нКл/м².

2.25. Площа пластин плоского конденсатора $S=0,01$ м², відстань між ними $d=1$ см. До пластин прикладена різниця потенціалів $U=300$ В. В просторі між пластинами знаходяться плоскопаралельна пластинка скла завтовшки $d_1=0,5$ см і плоскопаралельна пластинка парафіну завтовшки $d_2=0,5$ см. Знайти напруженості E_1 і E_2 електричного поля і спад напруги U_1 і U_2 в кожному шарі. Яка буде ємність конденсатора і яка поверхнева густина заряду на пластинках?

Відповідь: $E_1=15$ кВ/м; $E_2=45$ кВ/м; $U_1=75$ В, $U_2=225$ В; $C=26,6$ пФ; $\sigma=0,8$ мкКл/м².

2.26. Між пластинами плоского конденсатора, що знаходяться на відстані $d=1$ см одна від одної, прикладена різниця потенціалів $U=100$ В. До однієї з пластин прилягає плоскопаралельна пластинка кристалічного бромистого талію ($\epsilon=173$) завтовшки $d_0=9,5$ мм. Після відключення конденсатора від джерела напруги пластинку кристала виймають. Яка буде після цього різниця потенціалів U_2 між пластинами конденсатора?

Відповідь: $U_2=1,8$ кВ.

2.27. Коаксіальний електричний кабель складається з центральної жили і концентричної циліндричної оболонки, між якими знаходиться діелектрик ($\epsilon=3,2$). Знайти ємність, одиниці довжини такого кабелю, якщо радіус жили $r=1,3$ см, радіус зовнішньої оболонки $R=3,0$ см.

Відповідь: $C=214$ пФ/м.

2.28. Радіус центральної жили коаксіального кабелю $r=1,5$ см, радіус зовнішньої оболонки $R=3,5$ см. Між центральною жилою і оболонкою прикладена різниця потенціалів $U=2,3$ кВ. Знайти напруженість E електричного поля на відстані $x=2$ см від осі кабелю.

Відповідь: $E=136$ кВ/м.

2.29. Яким буде потенціал ϕ кулі радіусом $r=3$ см, якщо: а) надати їй заряд $q=1$ нКл, б) оточити її концентричною кулею радіусом $R=4$ см, з'єднаною із землею?

Відповідь: а) $\phi=300$ В; б) $\phi=75$ В.

2.30. У яких межах може мінятися ємність системи, що складається з двох конденсаторів, якщо ємність одного з конденсаторів постійна і рівна $C_1=3,33$ нФ, а ємність C_2 іншого змінюється від 22,2 до 555,5 пФ?

Відповідь: Ємність C змінюється від 10 до 170 нФ при паралельному, і від 2,23 до 3,27 нФ при послідовному з'єднаннях.

2.31. У яких межах може змінюватися ємність системи, що складається з двох конденсаторів змінної ємності, якщо ємність C кожного з них змінюється від 10 до 450 пФ?

Відповідь: Ємність C конденсаторів змінюється від 20 до 900 пФ при паралельному, і від 5 до 225 пФ при послідовному з'єднаннях.

2.32. Конденсатор ємністю $C=20$ мкФ заряджений до різниці потенціалів $U=100$ В. Знайти енергію W цього конденсатора.

Відповідь: $W=0,1$ Дж.

2.33. Куля радіусом $R=1$ м заряджена до потенціалу $U=30$ кВ. Знайти енергію W зарядженої кулі.

Відповідь: $W=0,05$ Дж.

2.34. Куля, яка занурена в гас, має потенціал $\phi=4,5$ кВ і поверхневу густину заряду $\sigma=11,3$ мкКл/м². Знайти радіус R , заряд q , ємність C і енергію W кулі.

Відповідь: $R=7$ мм; $q=7,0$ нКл; $C=1,55$ пФ; $W=15,8$ мкДж.

2.35. Куля 1 радіусом $R_1=10$ см, заряджена до потенціалу $\phi_1=3$ кВ, після відключення від джерела напруги з'єднується провідником (ємністю якого можна нехтувати) з віддаленою незарядженою кулею 2 радіуса $R_2=10$ см. Знайти енергії W_1 і W_2 куль 1 і 2 після з'єднання і роботу A розряду при з'єднанні.

Відповідь: $W_1=50$ мкДж; б) $W_2=12,5$ мкДж, $A=25$ мкДж.

2.36. Дві металеві кульки, першу із зарядом $q_1=10$ нКл і радіусом $R_1=3$ см і другу з потенціалом $\phi_2=9$ кВ і радіусом $R_2=2$ см, з'єднані провідником, ємністю якою можна нехтувати. Знайти: а) потенціал ϕ_1 першої кульки до розряду; б) заряд q_2 другої кульки до розряду; в) енергії W_1 і W_2 кожної кульки до розряду; г) заряд q_1 і потенціал ϕ_1 першої кульки після розряду; д) заряд q_2 і потенціал ϕ_2 другої кульки після розряду; е) енергію W з'єднаних провідником кульок; ж) роботу A розряду.

Відповідь: $\phi_1=3$ кВ; б) $q_2=20$ нКл; в) $W_1=15$ мкДж, $W_2=90$ мкДж; г) $q_1=18$ нКл, $\phi_1=5,4$ кВ; д) $q_2=12$ нКл, $\phi_2=5,4$ кВ; е) $W=81$ мкДж; ж) $A=24$ мкДж.

2.37. Між пластинами плоского конденсатора вкладається тонка слюдяна пластинка. Якого тиску p зазнає ця пластинка при напруженості електричного поля $E=1$ МВ/м?

Відповідь: $p=26,5$ Па.

2.38. Різниця потенціалів між пластинами плоского конденсатора $U=280$ В. Площа пластин конденсатора $S=0,01$ м²; поверхнева густина заряду на пластинах $\sigma=495$ нКл/м². Знайти: а) на-

пруженість E поля усередині конденсатора; б) відстань d між пластинами.

Відповідь: а) $E = 56$ кВ/м; б) $d = 5$ м.

2.39. Площа пластин плоского повітряного конденсатора $S = 0,01$ м², відстань між ними $d = 5$ мм. Яка різниця потенціалів U була прикладена до пластин конденсатора, якщо відомо, що при розряді конденсатора виділилося $Q = 4,19$ мДж тепла?

Відповідь: $U = 21,7$ кВ.

2.40. Площа пластинок плоского повітряного конденсатора $S = 0,01$ м², відстань між ними $d = 2$ см. До пластин конденсатора прикладена різниця потенціалів $U = 3$ кВ. Яка буде напруженість поля конденсатора, якщо, не відключаючи його від джерела напруги, пластини розсунути до відстані $d_2 = 5$ см? Знайти енергії W_1 і W_2 конденсатора до і після переміщення пластин.

Відповідь: $E = 60$ кВ/м; $W_1 = 20$ мкДж, $W_2 = 8$ мкДж.

2.41. Площа пластин плоского повітряного конденсатора $S = 0,01$ м², відстань між ними $d_1 = 1$ мм. До пластин конденсатора прикладена різниця потенціалів $U = 0,1$ кВ. Пластини конденсатора переміщують до відстані $d_2 = 25$ мм. Знайти енергії W_1 і W_2 конденсатора до і після переміщення пластин якщо джерело напруги: а) не відключається; б) відключається.

Відповідь: а) $W_1 = 443$ нДж, $W_2 = 17,8$ нДж; б) $W_1 = 443$ нДж, $W_2 = 11,1$ мкДж.

2.42. Плоский конденсатор заповнений діелектриком і на його пластини подана деяка різниця потенціалів. Його енергія при цьому $W = 20$ мкДж. Після того, як конденсатор відключили від джерела напруги, діелектрик вийняли з конденсатора. Робота, яку потрібно виконати проти сил електричного поля, щоб вийняти діелектрик, $A = 70$ мкДж. Знайти діелектричну проникність ϵ діелектрика.

Відповідь: $\epsilon = 4,5$.

2.43. Площа пластин плоского повітряного конденсатора $S=12,5 \text{ см}^2$, відстань між ними $d_1=5 \text{ мм}$. До пластин конденсатора прикладена різниця потенціалів $U=6 \text{ кВ}$. Пластини конденсатора розсувають до відстані $d_2=1 \text{ см}$. Знайти зміну ємності конденсатора ΔC і об'ємної густини енергії $\Delta \omega$ електричного поля, якщо джерело напруги перед розсуванням: а) не відключається; б) відключається.

Відповідь: а) $\Delta C=1,1 \text{ пФ}$; $\Delta \omega=48 \text{ мДж/м}^3$; б) $\Delta C=1,1 \text{ пФ}$; $\Delta \omega=0$.

2.44. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений діелектриком, діелектрична сприйнятливість якого $\chi=0,08$. Відстань між пластинами $d=5 \text{ мм}$. На пластини конденсатора подана різниця потенціалів $U=4 \text{ кВ}$. Знайти поверхневу густину зв'язаних зарядів $\sigma_{\text{зв}}$ діелектрика і поверхневу густину заряду $\sigma_{\text{пл}}$ на пластинах конденсатора.

Відповідь: $\sigma_{\text{зв}}=7,1 \text{ мКл/м}^2$; $\sigma_{\text{пл}}=14 \text{ мКл/м}^2$.

2.45. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений склом. Відстань між пластинами $d=4 \text{ мм}$. На пластини конденсатора подана різниця потенціалів $U=1,2 \text{ кВ}$. Знайти: а) напруженість E поля в склі; б) поверхневу густину заряду $\sigma_{\text{пл}}$ на пластинах конденсатора; в) поверхневу густину зв'язаних зарядів $\sigma_{\text{зв}}$ у склі; г) діелектричну сприйнятливість скла χ .

Відповідь: $E=300 \text{ кВ/м}$; б) $\sigma_{\text{пл}}=15,9 \text{ мКл/м}^2$; в) $\sigma_{\text{зв}}=13,3 \text{ мКл/м}^2$; г) $\chi=0,4$.

2.46. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений склом. Площа пластин конденсатора $S=0,01 \text{ м}^2$. Пластини конденсатора притягуються одна до одної з силою $F=4,9 \text{ мН}$. Знайти поверхневу густину зв'язаних зарядів $\sigma_{\text{зв}}$ на склі.

Відповідь: $\sigma_{\text{зв}}=1 \text{ мКл/м}^2$.

2.47. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнено парафіном. При приєднанні пластин до джерела напруги тиск пластин на парафін став рівним $p=5 \text{ Па}$. Знайти: а) напруже-

ність E електричного поля і електричне зміщення D в парафіні; б) поверхневу густину зв'язаних зарядів $\sigma_{\text{зв}}$ на парафіні; в) поверхневу густину заряду $\sigma_{\text{пл}}$ на пластинах конденсатора; г) об'ємну густину енергії ω електричного поля в парафіні; д) діелектричну сприйнятливість парафіну χ .

Відповідь: $E = 752 \text{ кВ/м}$, $D = 13,3 \text{ мкКл/м}^2$; б) $\sigma_{\text{зв}} = 6,7 \text{ мкКл/м}^2$; в) $\sigma_{\text{пл}} = 13,3 \text{ мкКл/м}^2$; г) $\omega = 5 \text{ Дж/м}^3$; д) $\chi = 0,08$.

2.48. Порошинка масою $m = 20 \text{ мкг}$, що несе на собі заряд $q = 40 \text{ нКл}$, влетіла в електричне поле в напрямку силових ліній. Після проходження різниці потенціалів $U = 200 \text{ В}$ порошинка мала швидкість $v = 10 \text{ м/с}$. Визначити швидкість v_0 порошинки до того, як вона влетіла в поле.

Відповідь: $v = 9 \text{ м/с}$.

2.49. Електрон, що володів кінетичної енергією $T = 10 \text{ еВ}$, влетів в однорідне електричне поле в напрямку силових ліній поля. Якою швидкістю буде володіти електрон, пройшовши в цьому полі різницю потенціалів $U = 8 \text{ В}$?

Відповідь: $v = 0,84 \text{ Мм/с}$.

2.50. Знайти відношення швидкостей іонів Cu^{++} і K^+ , що пройшли однакову різницю потенціалів.

Відповідь: $v(\text{Cu})/v(\text{K}) = 1,1$ рази.

2.51. Електрон з енергією $T = 400 \text{ еВ}$ (у нескінченності) рухається вздовж силової лінії у напрямку до поверхні металевої зарядженої сфери радіусом $R = 10 \text{ см}$. Визначити мінімальну відстань l , на яке наблизиться електрон до поверхні сфери, якщо заряд її $q = -10 \text{ нКл}$.

Відповідь: $l = 22,5 \text{ см}$.

2.52. Електрон, пройшовши в плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до іншої, набув швидкості $v = 10 \text{ м/с}$. Відстань між пластинами $d = 8 \text{ мм}$. Знайти: 1) різницю потенціалів U між

пластинами; 2) поверхневу густину заряду σ на пластинах.

Відповідь: $U = 2,8\text{В}$, $\sigma = 3\text{ нКл/м}^2$.

2.53. Порошинка масою $m=5\text{нг}$, що несе на собі $N=10$ електронів, пройшла у вакуумі прискорюючи різницю потенціалів $U = 1\text{ МВ}$. Яка кінетична енергія T порошинки? Яку швидкість v набула порошинка?

Відповідь: $T=16\text{МеВ}$, $v = 0,8\text{ м/с}$.

2.54. Іон атома літію Li^+ пройшов різницю потенціалів $U_1=400\text{ В}$, іон атома натрію Na^+ – різниця потенціалів $U_2=300\text{ В}$. Знайти відношення швидкостей цих іонів.

Відповідь: $v(\text{Li})/v(\text{Na}) = 2$ рази.

2.55. При бомбардуванні нерухомого ядра калію α -частинкою сила відштовхування між ними досягла $F = 100\text{ Н}$. На яку найменшу відстань наблизилася α -частинка до ядра атома калію. Впливом електронної оболонки атома калію знехтувати.

Відповідь: $r = 2,15 \cdot 10^{-15}\text{ м}$.

2.56. Відстань між пластинами плоского конденсатора $d = 2\text{ мм}$, різниця потенціалів $U = 600\text{ В}$. Заряд кожної пластини $q = 40\text{ нКл}$. Визначити енергію W поля конденсатора і силу F взаємного притягання пластин.

Відповідь: $W = 12 \cdot 10^{-6}\text{ Дж}$, $F = 6 \cdot 10^{-3}\text{ Н}$.

2.57. Два однакових плоских повітряних конденсатори ємністю $C = 100\text{ пФ}$ кожен, з'єднані в батарею послідовно. Визначити, наскільки зміниться ємність батареї, якщо простір між пластинами одного з конденсаторів заповнити парафіном ($\epsilon=2$).

Відповідь: $\Delta C = 17\text{ пФ}$.

2.58. Два конденсатори ємністю $C_1 = 5\text{ мкФ}$ і $C_2 = 8\text{ мкФ}$ з'єднані послідовно і приєднані до батареї з Е.Р.С. $\mathcal{E} = 80\text{ В}$. Визначити заряд q_1 і q_2 кожного з конденсаторів і різниці потенціалів U_1 та U_2 між їх обкладками.

Відповідь: $q_1 = q_2 = 25\text{мкКл}$, $U_1 = 5\text{ В}$, $U_2 = 3\text{ В}$.

2.59. Плоский конденсатор складається з двох круглих пластин радіусом $R = 10$ см кожна. Відстань між пластинами $d = 2$ мм. Конденсатор приєднаний до джерела напруги $U = 80$ В. Визначити заряд q і напруженість E поля конденсатора в двох випадках: а) діелектрик – повітря, б) діелектрик – скло ($\epsilon=6$).

Відповідь: а) $E=40$ кВ/м, $q=11$ нКл б) $E=40$ кВ/м, $q=66$ нКл.

2.60. Два однакових, плоских повітряних конденсатори з'єднані послідовно в батарею, яка підключена до джерела струму з ЕРС $\mathcal{E} = 12$ В. Визначити, наскільки зміниться напруга на одному з конденсаторів, якщо інший занурити в трансформаторне масло ($\epsilon=5$).

Відповідь: $\Delta U = 2$ В.

2.61. Дві металеві кульки радіусами $R_1 = 5$ см і $R_2 = 10$ см мають: заряди перший $q_1 = 40$ нКл, друга – $q_2 = -20$ нКл. Знайти енергію W , яка виділиться при розряді, якщо кульки з'єднати провідником.

Відповідь: $W = 0,15$ мДж.

2.62. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнене двома шарами діелектриків: склом товщиною $d_1 = 0,2$ см і шаром парафіну товщиною $d_2 = 0,3$ см. Різниця потенціалів між обкладинками $U = 300$ В. Визначити напруженість поля і спад напруги в кожному з шарів, якщо діелектричні проникності відповідно рівні 6 і 2.

Відповідь: $E_1 = 27,3$ кВ/м, $E_2 = 81,8$ кВ/м, $U_1 = 54,5$ В, $U_2 = 245,5$ В.

2.63. Плоский конденсатор з пластин площею $S = 200$ см² кожна, заряджений до різниці потенціалів $U = 2$ кВ. Відстань між пластинами $d = 2$ см. Діелектрик – скло ($\epsilon=6$). Визначити енергію W поля конденсатора і густину ω енергії поля.

Відповідь: $W = 0,1$ мДж, $\omega=0,25$ Дж/м³.

3 ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

Основні теоретичні відомості

Сила електричного струму визначається кількістю електричного заряду, що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$i = \frac{dq}{dt}, [A]. \quad (3.1)$$

У випадку постійного струму:

$$I = \frac{q}{t}. \quad (3.2)$$

Густина струму є відношення сили струму до площі поперечного перерізу провідника, перпендикулярного до напруженості електричного поля в ньому. Густина струму – величина векторна. Напрямок її збігається з напрямом напруженості поля. Числове значення густини струму в загальному вигляді визначається формулою:

$$j = \frac{dI}{dS}, \left[\frac{A}{m^2} \right]. \quad (3.3)$$

У випадку постійного струму густина електричного струму j визначається:

$$j = \frac{I}{S}. \quad (3.4)$$

Опір провідника, довжина якого l і площа поперечного перерізу S , визначається формулою:

$$R = \rho \frac{l}{S}, [Om], \quad (3.5)$$

де ρ – питомий опір матеріалу провідника.

Залежність питомого опору від температури:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t), [Om \cdot m], \quad (3.6)$$

де α – температурний коефіцієнт опору [K^{-1}], ρ_0 – питомий опір при температурі $0^\circ C$, t – температура в $^\circ C$.

Закон Ома для однорідної ділянки кола:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (3.7)$$

де U – різниця потенціалів між кінцевими перерізами ділянки провідника. Закон Ома для замкненого кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (3.8)$$

де ε – електрорушійна сила (ЕРС) джерела струму, r – внутрішній опір джерела струму.

При паралельному з'єднанні n однакових елементів (з ЕРС ε і внутрішнім опором r кожний) сила струму дорівнює:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{n}}. \quad (3.9)$$

При послідовному з'єднанні n однакових елементів сила струму дорівнює:

$$I = \frac{n\varepsilon}{R + nr}. \quad (3.10)$$

Опір кола, що складається з послідовно з'єднаних ділянок з опорами $R_1, R_2 \dots$:

$$R = R_1 + R_2 + \dots = \sum_{i=1}^n R_i. \quad (3.11)$$

Опір системи паралельно ввімкнених провідників з опорами $R_1, R_2 \dots$:

$$R = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}. \quad (3.12)$$

Перший закон Кірхгофа (правило вузлів): алгебраїчна сума всіх струмів у точці розгалуження дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (3.13)$$

Другий закон Кірхгофа (правило контурів): в будь-якому замкненому контурі сума всіх спадів напруг дорівнює сумі всіх ЕРС, які діють у цьому контурі.

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{j=1}^n \mathcal{E}_j. \quad (3.14)$$

К. к. д. лінії електропередачі від станції до споживача:

$$\eta_n = \frac{U_{cn}}{U_{cm}} = \frac{R_{cn}}{R_{cn} + R_n}. \quad (3.15)$$

де R_{cn} — опір споживача електроенергії, R_n — опір лінії передачі.

Методичні вказівки

Закон Ома визначає силу струму за спадом напруги або спад напруги за силою струму для найпростішого нерозгалуженого кола струму. Для обчислення струмів у більш складних розгалужених колах зручно користуватися двома законами Кірхгофа. Навички розв'язування задач за допомогою законів Кірхгофа можна набути, тільки розв'язавши значну кількість задач. Перед складанням рівнянь за законами Кірхгофа треба: 1) вибрати довільно напрями струмів у кожній вітці розгалуженого кола і вказати їх стрілками 2) вибрати також довільно напрям обходу контура (це потрібно тільки для складання рівнянь за другим законом Кірхгофа). При цьому слід завжди мати на увазі, що довільно обраний напрям обходу в даній задачі повинен бути однаковим для всіх контурів розгалуженого кола.

За першим правилом Кірхгофа слід складати на одне рівняння менше, ніж число вузлів, що є в колі, тому що рівняння для останнього вузла не буде незалежним, а тільки наслідком попередніх рівнянь. При складанні рівнянь за першим законом Кірхгофа слід дотримуватись правила знаків: струм, що входить у вузол

записують у рівняння зі знаком «+», а струм, що виходить з вузла — зі знаком «-».

Число незалежних рівнянь, які можна скласти за другим законом Кірхгофа, також менше від числа замкнутих контурів. Щоб скласти потрібну кількість незалежних рівнянь, обов'язково треба дотримуватись такого правила: для рівнянь вибирати контури так, щоб до кожного нового контуру входила хоча б одна вітка, що не використовувалась у жодному з попередніх контурів.

Складаючи рівняння за другим законом Кірхгофа, слід дотримуватись такого правила знаків:

а) якщо напрям струму збігається з вибраним напрямом обходу контурів, то відповідний добуток сили струму на опір входить у рівняння зі знаком «+», у протилежному випадку цей добуток матиме знак «-»;

б) ЕРС беруть із знаком «+», якщо при обході контуру в додатному напрямі перший електрод буде негативний, а другий — позитивний (незалежно від того, куди напрямлений струм відповідної ділянки контуру), тобто якщо переходити від «-» до «+» всередині джерела.

Загальне число рівнянь для вузлів і контурів має відповідати числу невідомих у задачі. Далі слід розв'язати систему рівнянь відносно шуканих величин. Для цього зручно користуватися методом визначників, який дає можливість безпосередньо знаходити шукані величини.

У результаті розв'язування складених рівнянь шукані величини можуть вийти від'ємними. Якщо визначають сили струмів, то від'ємне значення вказує тільки на те, що справжній напрям струму на ділянці кола протилежний вибраному. Якщо ж визначають опори, то від'ємне значення вказує на неправильний результат (омічний опір завжди додатний). У такому разі треба змінити напрям струму в цьому опорі і розв'язувати задачу заново за цих самих умов.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Міліамперметр, розрахований на струм до 0,1 А, необхідно використати для вимірювання струмів до 5 А. Обчислити опір шунта, якщо внутрішній опір амперметра $R_a = 4$ Ом. Яким має бути поперечний переріз шунта, якщо його довжина $l = 10$ см?

Дано:

$$I_a = 0,1 \text{ А}$$

$$I = 5 \text{ А}$$

$$R_a = 4 \text{ Ом}$$

$$l = 0,1 \text{ м}$$

$$S_{ш} - ?$$

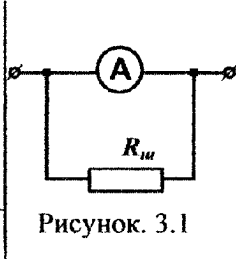


Рисунок. 3.1

Розв'язання

Спосіб вмикання шунта показано на рис. 3.1. Струм I після проходження через R розгалужується на I_a і $I_{ш}$, причому $I = I_a + I_{ш}$; $U_{ш} = U_a$

$I_{ш} \cdot R_{ш} = I_a \cdot R_a$, бо шунт і амперметр ввімкнені паралельно. Розв'язавши систему з двох останніх рівнянь, знайдемо зв'язок струму на ділянці I (5 А) і допустимого струму I_a через амперметр (0,1 А): $I = I_a + (1 + R_a R_{ш}^{-1})$

Звідси дістаємо формулу для обчислення опору шунта

$$R_{ш} = \frac{R_a}{I/I_a} = 0,0081 \text{ Ом}.$$

З формули $R_{ш} = \frac{\rho l}{S_{ш}}$ знайдемо поперечний переріз:

$$S_{ш} = \frac{\rho l}{R_{ш}} = 2,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2.$$

Задача 2. Вольтметром з внутрішнім опором $R_v = 10$ кОм, розрахованим на напруги до 5 В, необхідно вимірювати напруги у телевізорі до 30 кВ. Обчислити величину додаткового опору R_d для таких вимірювань.

Дано:	СИ
$R_v = 10 \text{ кОм}$	$= 10 \cdot 10^3 \text{ Ом}$
$U_a = 5 \text{ В}$	
$U = 30 \text{ кВ}$	$= 3 \cdot 10^4 \text{ В}$
$R_d - ?$	



Рисунок. 3.2

Схему вмикання вольтметра показано на рис. 3.2. Позначимо через U_d напругу на ділянці, U_v – максимальну напругу, яку може витримувати вольтметр. Для з'єднаних послідовно вольтметра і додаткового опору виконується така пара рівнянь: $U = U_v + U_d$; $U_d / R_d = U_v / R_v$. Розв'язуючи її, знайдемо зв'язок між напругами

$$U = U_v \left(1 + \frac{R_d}{R_v} \right).$$

Звідси знайдемо додатковий опір

$$R_d = R_v \left(\frac{U}{U_v} - 1 \right) = 59,99 \text{ МОм}.$$

Задача 3. До клем джерела струму паралельно приєднано два резистори з опорамі $R_1 = 10 \text{ Ом}$ і $R_2 = 2 \text{ Ом}$. Внутрішній опір джерела струму $r = 1 \text{ Ом}$. Обчислити відношення струмів через резистор R_x , спочатку і після того, як розрізали дріт, яким приєднано резистор R_2 .

Дано:
$R_1 = 10 \text{ Ом}$
$R_2 = 2 \text{ Ом}$
$r = 1 \text{ Ом}$
$\frac{I_1}{I_1'} - ?$

Розв'язання

Знаходимо початковий струм через R_1 . Опір зовнішньої ділянки кола $R = R_1 R_2 (R_1 + R_2)^{-1}$ і струм у колі $I = \varepsilon / (R + r)$. Далі знайдемо напругу на паралельній вітці $U = IR$, і за законом Ома обчислимо початковий струм через R_1 :

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{IR}{R_1} = \frac{\varepsilon R_2}{R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)}.$$

Обрив другого опору створює струм у колі $I'_1 = \varepsilon / (R_1 + r)$, і весь цей струм проходить через резистор. Тому шукане відношення струмів визначається за формулою

$$\frac{I_1}{I'_1} = \frac{(R_1 + r) \cdot R_2}{R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)} = 0,69.$$

Задача 4. Потенціометр з опором $r = 100$ Ом підключений до батареї, ЕРС якої $\varepsilon = 150$ В і внутрішній опір $r_i = 50$ Ом. Визначити покази вольметра з опором $r_v = 500$ Ом, з'єднаного з однією з клем потенціометра і рухомих контактом, встановленим посередині потенціометра. Яка різниця потенціалів між тими ж точками потенціометра при відключенні вольметра?

Дано:

$$r = 100 \text{ Ом}$$

$$\varepsilon = 150 \text{ В}$$

$$r_i = 50 \text{ Ом}$$

$$r_v = 500 \text{ Ом}$$

$$U_2 - ?$$

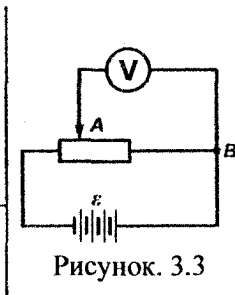


Рисунок. 3.3

Розв'язання

Покази U_1 вольметра, підключеного до точок А і В (рис. 3.3), визначається за формулою

$$U_1 = I_1 r_v, \quad (1)$$

де I_1 - сила струму в нерозгалуженій частині кола; r_1 - опір паралельно з'єднаних вольметра і половини потенціометра. Силу струму I_1 знайдемо за законом Ома для всього кола:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r_e + r_i}, \quad (2)$$

де r_e - опір зовнішньої ділянки кола.

Зовнішній опір r_e є сума двох опорів:

$$r_e = \frac{1}{2} + r_1. \quad (3)$$

Опір r_1 паралельного з'єднання може бути знайдено за формулою

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r_v} + \frac{1}{\frac{r}{2}},$$

звідки

$$r_1 = \frac{rr_v}{r + 2r_v} = 45,5 \text{ Ом.}$$

Підставивши у формулу (2) вираз зовнішнього опору r_e з рівності (3), визначимо силу струму:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{\frac{r}{2} + r_1 + r_i} = 1,03 \text{ А.}$$

Якщо підставити значення I_1 і r_1 у формулу (1), то можна визначити покази вольметра $U_1 = 46,9 \text{ В}$.

Різниця потенціалів між точками А і В при відключеному вольтметрі дорівнює добутку сили струму I_2 на половину опору потенціометра:

$$U_2 = I_2 \frac{r}{2}, \text{ або } U_2 = \frac{\varepsilon}{r + r_i} \cdot \frac{r}{2} = 50 \text{ В.}$$

Задача 5. Електричне коло складається з двох гальванічних елементів, трьох опорів і гальванометра (рис. 3.4). В цьому колі $r_1 = 100 \text{ Ом}$, $r_2 = 50 \text{ Ом}$, $r_3 = 20 \text{ Ом}$, ЕРС елемента $\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$. Гальванометр реєструє струм $I_3 = 50 \text{ мА}$, що йде в напрямку стрілки. Визначити ЕРС другого елемента. Опором гальванометра і внутрішнім опором елементів знехтувати.

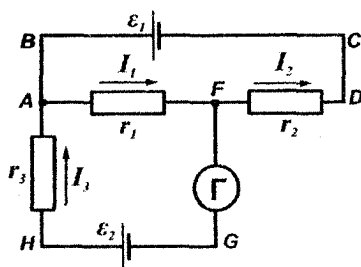


Рисунок. 3.4

Вказівка. Для розрахунку застосовувати закони Кірхгофа.

Дано:

$$r_1 = 100 \text{ Ом}$$

$$r_2 = 50 \text{ Ом}$$

$$r_3 = 20 \text{ Ом}$$

$$\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$$

$$\varepsilon_2 = ?$$

Розв'язання

Перший закон Кірхгофа. Алгебраїчна сума сил струмів, які сходяться у вузлі, дорівнює нулю, тобто $\sum I_i = 0$.

Другий закон Кірхгофа. У будь-якому замкнутому контурі алгебраїчна сума спадів напруг у контурі дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС,

які є в контурі.

На підставі цих законів можна скласти рівняння, яке необхідне для визначення шуканих величин (сил струмів, опору і ЕРС). Застосовуючи закони Кірхгофа, слід дотримуватися таких правил:

1) перед складанням рівнянь довільно вибрати: а) напрямки струмів (якщо вони не задані за умовою завдання) і указати їх стрілками на кресленні; б) напрямком обходу контурів;

2) при складанні рівнянь за першим законом Кірхгофа вважати струми, які підходять до вузла, додатними; струми, що відходять від вузла, від'ємними. Число рівнянь, що складаються за першим законом Кірхгофа, має бути на одиницю менше від числа вузлів, що містяться в колі.

3) При складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа треба вважати, що: а) падіння напруги на ділянці кола (тобто добуток $I \cdot r$) входить у рівняння зі знаком плюс, якщо напрямком струму в даній ділянці збігається з обраним напрямком обходу контуру; в іншому випадку добуток $I \cdot r$ матиме знак мінус, б) ЕРС входить у рівняння зі знаком плюс, якщо вона підвищує потенціал у напрямку обходу контуру, тобто якщо при обході доводиться йти від мінуса до плюса всередині джерела струму; в іншому випадку ЕРС входить у рівняння зі знаком мінус.

Число незалежних рівнянь, які можуть бути складені за другим законом Кірхгофа, має бути менше від числа замкнених контурів, наявних у колі. Для складання рівнянь перший контур можна вибирати довільно. Усі наступні контури слід вибирати таким чином, щоб у кожен новий контур входила хоча б одна ділянка кола, яка не входила ні в один з раніше використаних контурів. Якщо при розв'язанні рівнянь отримані від'ємні значення сили струму або опору, то це означає, що струм через даний опір тече в напрямку, протилежному до вибраного.

Виберемо напрямки струмів, як вони показані на рис. 3.4, і домовимося обходити контури за годинниковою стрілкою.

За першим законом Кірхгофа для вузла в т. F маємо:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \quad (1)$$

За другим законом Кірхгофа маємо для контуру ABCDFA:

$$-I_1 r_1 - I_2 r_2 - I_3 = -\varepsilon_1. \quad (2)$$

Відповідно для контуру AFGHA:

$$I_1 r_1 + I_3 r_3 = \varepsilon_2. \quad (3)$$

Після підстановки числових значень у формули (1), (2) і (3) отримаємо:

$$I_1 - I_2 - 0,05 = 0;$$

$$50I_1 + 25I_2 = 1;$$

$$100I_1 + 0,05 \cdot 20 = \varepsilon_2.$$

Перенісши в цих рівняннях невідомі величини в ліві частини, а відомі - в праві, отримаємо таку систему рівнянь:

$$I_1 - I_2 = 0,05;$$

$$50I_1 + 25I_2 = 1;$$

$$100I_1 + \varepsilon_2 = -1.$$

Цю систему з трьома невідомими можна розв'язати звичайними прийомами алгебри, але так як за умовою задачі потрібно

визначити тільки одне невідоме ε_2 з трьох, то скористаємося методом Крамера.

Складемо і визначимо визначник Δ системи:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 50 & 25 & 0 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 25 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 50 & 0 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} = -25 - 50 = -75.$$

Складемо і визначимо визначник $\Delta \varepsilon_2$:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_2 &= \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0,05 \\ 50 & 25 & 0 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 25 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 50 & 1 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} + \\ &+ 0,05 \begin{vmatrix} 50 & 25 \\ 100 & 0 \end{vmatrix} = -25 - 50 - 100 - 125 = -300 \end{aligned}$$

Розділивши визначник $\Delta \varepsilon_2$ на визначник Δ , знайдемо числове значення ЕРС ε_2 :

$$\varepsilon_2 = -300 / -75 = 4 \text{ В.}$$

Задача 6. Знайти опір R між точками A і B для кола, зображеного на рис. 3.5. Опори окремих віток показано на рисунку.

Дано:

ε, r

$I - ?$

Розв'язання

Увімкнемо цей опір у коло з ЕРС ε і застосуємо закони Кірхгофа. Напрями струмів в окремих віт-

ках показано на рисунку стрілками, а їх величини позначено буквою I з відповідним індексом. На основі першого закону Кірхгофа для вузла A маємо:

$$I_1 + I_2 = I; \quad (1)$$

- для вузла C :

$$I_1 = I_3 + I_4; \quad (2)$$

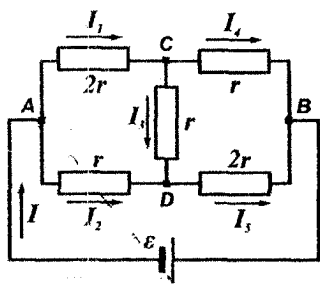


Рисунок. 3.5

- для вузла D:

$$I_2 + I_3 - I_5 = 0. \quad (3)$$

Згідно з другим законом Кірхгофа, для контура ACDA маємо:

$$2rI_1 + rI_3 - rI_2 = 0; \quad (4)$$

- для контура CBDC:

$$2rI_4 + rI_5 - rI_3 = 0; \quad (5)$$

- для контура ADBEA:

$$rI_2 + 2rI_{53} = \varepsilon. \quad (6)$$

Складаючи останнє рівняння, нехтуємо внутрішнім опором батареї.

Розв'язавши систему із шести рівнянь (1) – (6), знайдемо вираз для величини сили струму в колі: $I = \frac{\varepsilon}{\frac{7}{5}r}$. Порівнюючи

останню формулу з законом Ома $I = \frac{\varepsilon}{R}$, остаточно знайдемо опір

R між точками A і D: $R = \frac{7}{5}r$.

Задача 7. Визначити силу струму, що проходить через опори $R_1 = R_4 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = R_2 = 4 \text{ Ом}$, увімкнені в коло як показано на рис. 3.6, якщо $\varepsilon_1 = 10 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$. Опорами джерел струму можна знехтувати.

Дано:	Розв'язання
$R_1 = R_4 = 2 \text{ Ом}$	Тут маємо розгалужене коло. Отже, щоб визначити сили струмів, застосовуємо закон Кірхгофа. Для розв'язання задачі треба скласти чотири рівняння (за кількістю невідомих величин – струмів). Вибірємо довільно напрями струмів у кожній ділянці кола (ці напрями показано на рисунку стрілками).
$R_3 = R_2 = 4 \text{ Ом}$	
$\varepsilon_1 = 10 \text{ В}$	
$\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$	
$I_1, I_2, I_3, I_4 - ?$	

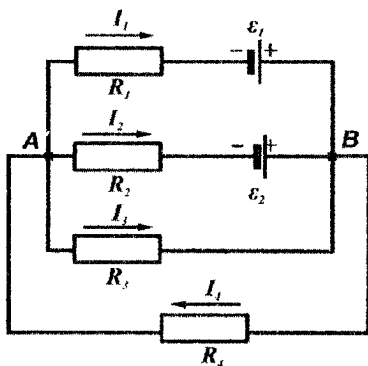


Рисунок. 3.6

Напряг обходу контурів виберемо також довільно – за годинниковою стрілкою.

За першим законом Кірхгофа для вузла B маємо:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0. \quad (1)$$

Запишемо другий закон Кірхгофа для контура $A R_1 R_2 A$:

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2; \quad (2)$$

Для контура $A R_1 B R_3 A$:

$$I_1 R_1 - I_3 R_3 = \varepsilon_1; \quad (3)$$

Для контуру $A R_3 B R_4 A$:

$$I_3 R_3 - I_4 R_4 = 0. \quad (4)$$

Підставивши в рівняння (1)–(4) для спрощення числові значення опорів і ЕРС, дістанемо систему рівнянь:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0;$$

$$2I_1 - 4I_2 = 6;$$

$$2I_1 - 4I_3 = 10;$$

$$4I_3 - 2I_4 = 0.$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, знайдемо:

$$I_1 = 3A; \quad I_2 = 0; \quad I_3 = -1A; \quad I_4 = 2A.$$

Знак « $-$ » у числовому значенні струму I_3 свідчить про те, що вибираючи довільно напрями струмів (які показано на рисунку), ми помилилися: насправді струм I_3 має протилежний напрям тобто йде від вузла B до вузла A .

Задача 8. Низькоомна обмотка підмагнічування динаміка живиться на відстані від акумулятора з ЕРС $\varepsilon = 8$ В. Лінія передачі має опір $R = 1$ Ом. Який повинен бути опір обмотки підмагнічування, щоб потужність струму підмагнічування в обмотці була $P = 8$ Вт?

Дано:

$$\varepsilon = 8 \text{ В}$$

$$R = 1 \text{ Ом}$$

$$P = 8 \text{ Вт}$$

$$R - ?$$

Розв'язання

Позначимо через R_x шуканий опір обмотки підмагнічування. Сила струму в колі дорівнювати-

$$\text{ме:} \quad I = \frac{\varepsilon}{R + R_x} \quad (1)$$

Потужність, що виділяється в котушці динаміка, можна виразити так:

$$P = I^2 R_x = \left(\frac{\varepsilon}{R + R_x} \right)^2 R_x. \quad (2)$$

Враховуючи числові значення, складемо квадратне рівняння щодо R_x :

$$R_x^2 - 6R_x + 1 = 0. \quad (3)$$

Отже, задача має два розв'язки:

1) опір обмотки підмагнічування $R'_x = 5,8 \text{ Ом}$. При цьому струм у колі, згідно з (1), $I_1 = 1,17 \text{ а}$; напруга на затискачах обмотки $U_1 = I_1 R_x = 6,8 \text{ В}$; спад напруги в лінії $U_2 = I_1 R = 1,17 \text{ В}$; втрата потужності в лінії $P_1 = I_1^2 R = 1,37 \text{ Вт}$.

2) опір обмотки підмагнічування $R'_x = 0,17 \text{ Ом}$. При цьому струм у колі $I_2 = 6,8 \text{ А}$; напруга на затискачах обмотки $U'_1 = 1,17 \text{ В}$; спад напруги в лінії $U'_2 = 6,8 \text{ В}$; втрата потужності в лінії $P_2 = 47 \text{ Вт}$.

Нема сумніву, що перший варіант практично зручніший, ніж другий.

Задача 9. Генератор з ЕРС $\varepsilon = 140 \text{ В}$ і внутрішнім опором $r = 0,2 \text{ Ом}$ дає струм $I = 100 \text{ А}$. Опір зовнішнього кола $R = 1,2 \text{ Ом}$. Визначити повну і корисну потужність генератора, електричні втрати і к. к. д. Скласти рівняння балансу потужностей.

Дано:

$$\varepsilon = 140 \text{ В}$$

$$r = 0,2 \text{ Ом}$$

$$I = 100 \text{ А}$$

$$R = 1,2 \text{ Ом}$$

$$P_0 - ?$$

$$P - ?$$

$$\Delta P - ?$$

$$\eta - ?$$

Розв'язання

Повна потужність, яку розвиває генератор, визначається за формулою:

$$P_0 = \varepsilon I = 140 \cdot 10^2 = 14 \text{ кВт}.$$

Корисна потужність, яка виділяється в зовнішньому колі:

$$P = IU,$$

де U – різниця потенціалів на кінцях зовнішнього кола.

Враховуючи, що

$$U = \varepsilon - Ir,$$

$$\text{матимемо: } P = (\varepsilon - Ir)I = (140 - 20) \cdot 10^2 = 12 \text{ кВт}.$$

Втрати потужності в зовнішньому колі (на нагрівання) будуть:

$$\Delta P = P_0 - P; \quad \Delta P \approx 2 \text{ кВт}.$$

К. к. д. генератора буде:

$$\eta = \frac{P}{P_0}; \quad \eta = \frac{12}{14} \cdot 100\% = 85,7\%.$$

Перевіримо рівняння балансу потужностей:

$$I\varepsilon = I^2r + I^2R =$$

$$140 \cdot 100 = 10000 \cdot 0,2 + 10000 \cdot 1,2; \quad 14000 \text{ Вт} = 14000 \text{ Вт}.$$

Задача 10. В коло, що складається з мідного дроту площею поперечного перерізу $S_1 = 3 \text{ мм}^2$, ввімкнено свинцевий запобіжник площею поперечного перерізу $S_2 = 1 \text{ мм}^2$. На яке підвищення температури проводів при короткому замиканні кола розраховано цей запобіжник? Вважати, що при короткому замиканні внаслідок короткочасності процесу все тепло, що виділяється, йде на нагрівання проводів. Початкова температура запобіжника $t_0 = 17^\circ \text{С}$.

Дано:	СИ	Розв'язання
$S_1 = 3 \text{ мм}^2$	$= 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$	Кількість теплоти, що виділяється в мідному проводі при короткому замиканні:
$S_2 = 1 \text{ мм}^2$	$= 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$	
$t_0 = 17^\circ\text{C}$	$= 290 \text{ К}$	
$\Delta t = ?$		де D_1 – густина міді, l_1 – довжина провідника, S_1 – площа поперечного перерізу, c_1 – питома теплоємність міді, Δt – підвищення температури проводу.

$$Q_1 = m_1 c_1 \Delta t = D_1 l_1 S_1 c_1 \Delta t, \quad (1)$$

Кількість тепла, що виділяється в свинцевому проводі:

$$Q_2 = D_2 l_2 S_2 (c_2 \Delta t + r), \quad (2)$$

де r – питома теплота плавлення свинцю, $\Delta t_1 = t_{\text{м}} - t_0$, D_2 – густина свинцю, l_2 – довжина запобіжника, S_2 – площа його поперечного перерізу і c_2 – питома теплоємність свинцю.

Оскільки обидва проводи ввімкнено в коло послідовно, то сила струму через них проходитиме однакова, отже:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1 S_2 \rho_1}{l_2 S_1 \rho_2}, \quad (3)$$

де ρ_1 і ρ_2 – питомі опори міді і свинцю. Із рівнянь (1), (2) і (3) отримаємо:

$$\frac{D_1 l_1 S_1 c_1 \Delta t}{D_2 l_2 S_2 (c_2 \Delta t + r)} = \frac{l_1 S_2 \rho_1}{l_2 S_1 \rho_2}. \quad (4)$$

Звідси шукане зростання температури:

$$\Delta t = \frac{\rho_1 D_2 l_2 S_2^2 (c_2 \Delta t + r)}{\rho_2 D_1 S_1^2 c_1} = 1,8^\circ\text{C}.$$

Задачі для самостійного розв'язання

3.1. Котушка і амперметр з'єднані послідовно і приєднані до джерела струму. До клем котушки приєднаний вольтметр з опором $r = 4 \text{ кОм}$. Амперметр показує силу струму $I = 0,3 \text{ А}$, вольтметр – напругу $U = 120 \text{ В}$. Визначити опір котушки.

Відповідь: $R = 444 \text{ Ом}$.

3.2. ЕРС батареї $\varepsilon = 80$ В, внутрішній опір $r_1 = 5$ Ом. Зовнішня ділянка кола споживає потужність $P = 100$ Вт. Визначити силу струму I в колі, напругу U зовнішнього кола і його опір R .

Відповідь: $R = 53,5$ Ом, $U = 73,3$ В, $I = 1,37$ А.

3.3. Від батареї, ЕРС якої $\varepsilon = 600$ В, потрібно передати енергію на відстань $l = 1$ км. Споживана потужність $P = 5$ кВт. Знайти мінімальні втрати потужності в мережі, якщо діаметр мідних проводів $d = 0,5$ см. Питомий опір мідних проводів $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Відповідь: $\Delta P = 15,4$ Вт.

3.4. Визначити число електронів, що проходять за секунду через одиницю площі поперечного перерізу залізного дроту довжиною $l = 20$ м при напрузі на його кінцях $U = 16$ В.

Відповідь: $N = 5,7 \cdot 10^{27}$.

3.5. ЕРС батареї $\varepsilon = 24$ В. Найбільша сила струму, яку може дати батарея, $I_{\max} = 10$ А. Визначити максимальну потужність $P_{\max}$, яка може виділятися в зовнішньому колі.

Відповідь: $P_{\max} = 120$ Вт.

3.6. При зовнішньому опорі $R_1 = 8$ Ом сила струму в колі $I_1 = 0,8$ А, а при опорі $R_2 = 15$ Ом сила струму $I_2 = 0,5$ А. Визначити силу струму $I_{\text{кз}}$ короткого замикання джерела ЕРС

Відповідь: $I_{\text{кз}} = 2,5$ А, $\varepsilon = 9,3$ В.

3.7. У мережу з напругою $U = 100$ В увімкнули котушку з опором $R = 2$ кОм і вольтметр, які з'єднані послідовно. Покази вольтметра $U_1 = 80$ В. Коли котушку замінили іншою, вольтметр показав $U_2 = 60$ В. Визначити опір іншої котушки.

Відповідь: $R = 500$ Ом.

3.8. ЕРС батареї $\varepsilon = 12$ В. При силі струму $I = 4$ А к. к. д. батареї $\eta = 0,6$. Визначити внутрішній опір r батареї.

Відповідь: $r = 1,2$ Ом

3.9. Прилад з опором $R = 6$ Ом підключений до двох паралельно з'єднаних джерел струму з ЕРС $\varepsilon_1 = 2,2$ В і $\varepsilon_2 = 2,4$ В і внутрішніми опорами $r_1 = 0,8$ Ом і $r_2 = 0,2$ Ом. Визначити силу струму I який проходить через опір R .

Відповідь: $I = 0,38$ А.

3.10. Визначити силу струму в кожному елементі і напругу на затискачах реостата (рис. 3.7), якщо $\varepsilon_1 = 12$ В, $r_1 = 1$ Ом, $\varepsilon_2 = 6$ В, $r_2 = 1,5$ Ом і $r = 20$ Ом.

Відповідь: $I_1 = 2,68$ А, $I_2 = 2,21$ А, $I_3 = 0,47$ А, $U = 9,4$ В.

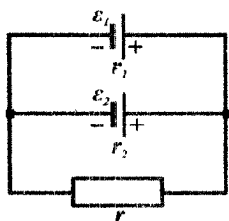


Рисунок. 3.7

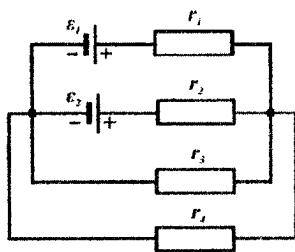


Рисунок. 3.8

3.11. Визначити сили струмів на всіх ділянках електричного ланцюга (рис. 3.8), якщо ($\varepsilon_1 = 8$ В, $\varepsilon_2 = 12$ В, $r_1 = 1$ Ом, $r_2 = 1$ Ом, $r_3 = 4$ Ом, $r_4 = 2$ Ом. Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.

Відповідь: $I_1 = 3,23$ А, $I_2 = 0,92$ А, $I_3 = 2,77$ А, $I_4 = 1,38$ А.

3.12. Два джерела струму $\varepsilon_1 = 12$ В з внутрішнім опором $r_1 = 4$ Ом і $\varepsilon_2 = 8$ В з внутрішнім опором $r_2 = 2$ Ом, а також провідник опором $r = 20$ Ом з'єднані, як показано на рис. 3.9. Визначити силу струму в провіднику і джерелах струму.

Відповідь: $I_1 = 0,81$ А, $I_2 = 0,37$ А, $I_3 = 0,44$ А.

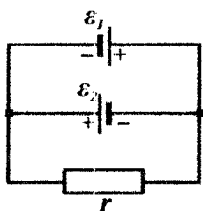


Рисунок. 3.9

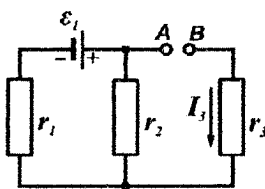


Рисунок. 3.10

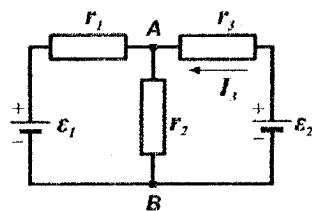


Рисунок. 3.11

3.13. Дві батареї ($\varepsilon_1 = 12$ В, $r_1 = 2$ Ом, $\varepsilon_2 = 24$ В, $r_2 = 6$ Ом) і провідник опором $r = 16$ Ом з'єднані, як показано на рис. 3.9. Визначити силу струму в батареях і провіднику.

Відповідь: $I_1 = 0,86$ А, $I_2 = 1,71$ А, $I_3 = 0,85$ А.

3.14. Три опори $r_1 = 6$ Ом, $r_2 = 3$ Ом і $r_3 = 2$ Ом, а також джерело струму $\varepsilon_1 = 2,2$ В з'єднані, як показано на рис. 3.10. Визначити ЕРС ε джерела, яке необхідно підключити в коло між точками А і В, щоб у провіднику опором r_3 протікав струм $I_3 = 1$ А в напрямку стрілки. Опорами джерел струму знехтувати.

Відповідь: $\varepsilon_2 = 0,74$ В.

3.15. Визначити різницю потенціалів між точками А і В (рис. 3.11), якщо $\varepsilon_1 = 8$ В, $\varepsilon_2 = 6$ В, $r_1 = 4$ Ом, $r_2 = 6$ Ом, $r_3 = 8$ Ом. Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.

Відповідь: $U = 5,1$ В.

3.16. Визначити силу струму I_3 в провіднику опором r_3 (рис. 3.11) і напругу U_3 на кінцях цього провідника, якщо $\varepsilon_1 = 6$ В, $\varepsilon_2 = 8$ В, $r_1 = 4$ Ом, $r_2 = 8$ Ом, $r_3 = 6$ Ом. Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.

Відповідь: $I_3 = 0,46$ А $U_3 = 2,76$ В.

3.17. Ламповий реостат складається з п'яти електричних лампочок опором $r = 350$ Ом, включених паралельно. Знайти опір R реостата, коли: а) горять усі лампочки; б) вигвинчується одна, дві, три, чотири лампочки.

Відповідь: а) $R = 70 \text{ Ом}$; б) $R_1 = 87,5 \text{ Ом}$; $R_2 = 116,7 \text{ Ом}$; $R_3 = 175 \text{ Ом}$; $R_4 = 350 \text{ Ом}$.

3.18. Скільки витків ніхромового дроту діаметром $d = 1 \text{ мм}$ потрібно намотати на фарфоровий циліндр радіусом $r = 2,5 \text{ см}$, щоб отримати опір $R = 40 \text{ Ом}$?

Відповідь: $N = 200$.

3.19. Котушка з мідного дроту має опір $R = 10,8 \text{ Ом}$. Маса мідного дроту $m = 3,41 \text{ кг}$. Якої довжини L і якого діаметра d дріт намотаний на котушці?

Відповідь: $L = 500 \text{ м}$; $d = 1 \text{ мм}$.

3.20. Знайти опір R залізного стержня діаметром $d = 1 \text{ см}$, якщо маса стержня $m = 1 \text{ кг}$.

Відповідь: $R = 1,8 \text{ мОм}$.

3.21. Реостат із залізного дроту, амперметр і генератор включені послідовно. При $t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ опір реостата $R_0 = 120 \text{ Ом}$, опір амперметра $R_A = 20 \text{ Ом}$. Амперметр показує струм $I_0 = 22 \text{ мА}$. Який струм показуватиме амперметр, якщо реостат нагріється на $\Delta T = 50 \text{ К}$? Температурний коефіцієнт опору заліза $\alpha = 6 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$.

Відповідь: $I = 17,5 \text{ мА}$.

3.22. Обмотка котушки з мідного дроту при $t_1 = 14^\circ\text{C}$ має опір $R_1 = 10 \text{ Ом}$. Після пропускання струму опір обмотки став рівним $R_2 = 12,2 \text{ Ом}$. До якої температури t_2 нагрілася обмотка? Температурний коефіцієнт опору міді $\alpha = 4,15 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$.

Відповідь: $t_2 = 70^\circ\text{C}$.

3.23. Знайти падіння потенціалу U на мідному дроті завдовжки $L = 500 \text{ м}$ і діаметром $d = 2 \text{ мм}$, якщо струм в ньому $I = 2 \text{ А}$.

Відповідь: $U = 5,4 \text{ В}$.

3.24. Елемент з ЕРС $\mathcal{E} = 2 \text{ В}$ має внутрішній опір $r = 0,5 \text{ Ом}$. Знайти спад напруги U_1 усередині елементу при струмі в ланцюзі $I = 0,25 \text{ А}$. Який зовнішній опір R ланцюга за цих умов?

Відповідь: $U_1 = 0,125 \text{ В}$; $R = 7,5 \text{ Ом}$.

3.25. Елемент з ЕРС $\varepsilon = 1,6$ В має внутрішній опір $r = 0,5$ Ом. Знайти к.к.д. η елемента при струмі в колі $I = 2,4$ А?

Відповідь: $\eta = 25\%$.

3.26. ЕРС елемента $\varepsilon = 6$ В. При зовнішньому опорі $R = 1,1$ Ом струм в колі $I = 3$ А. Знайти падіння потенціалу U_1 усередині елемента і його опір r .

Відповідь: $U_1 = 2,7$ В; $r = 0,9$ Ом.

3.27. Є два однакові елементи з ЕРС $\varepsilon = 2$ В і внутрішнім опором $r = 0,3$ Ом. Як належить з'єднати ці елементи (послідовно чи паралельно, щоб отримати більший струм, якщо зовнішній опір: а) $R_1 = 0,2$ Ом; б) $R_2 = 16$ Ом? Знайти струм I в кожному з цих випадків.

Відповідь: $I_1 = 5$ А, $I_2 = 5,7$ А.

3.28. Два паралельно з'єднаних елементи з однаковими ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2$ В і внутрішніми опором $r_1 = 1$ Ом і $r_2 = 1,5$ Ом замкнуті на зовнішній опір $R = 1,4$ Ом (рис. 3.12). Знайти струм I в кожному з елементів і в усьому колі.

Відповідь: $I_1 = 0,6$ А; $I_2 = 0,4$ А; $I_3 = 1$ А.

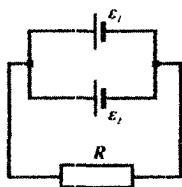


Рисунок. 3.12

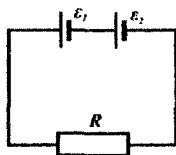


Рисунок. 3.13

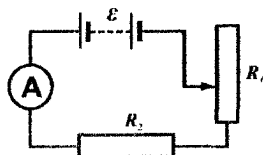


Рисунок. 3.14

3.29. Два послідовно з'єднаних елементи з однаковими ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2$ В і внутрішніми опором $r_1 = 1$ Ом і $r_2 = 1,5$ Ом замкнуті на зовнішній опір $R = 0,5$ Ом (рис. 3.13). Знайти різницю потенціалів U на затисках кожного елемента.

Відповідь: $U = 0,66$ В.

3.30. Батарея з ЕРС $\varepsilon = 20$ В, амперметр і реостати опорами R_1 і R_2 з'єднані послідовно (рис. 3.14). При виведеному реостаті R_1 амперметр показує струм $I_1 = 8$ А, а при введеному реостаті R_1 - струм $I_2 = 5$ А. Знайти опори R_1 і R_2 реостатів і падіння потенціалу U на них, коли реостат R_1 повністю включений.

Відповідь: $R_1 = 1,5$ Ом; $R_2 = 2,5$ Ом; $U_1 = 7,5$ В, $U_2 = 12,5$ В.

3.31. Елемент, амперметр і деякий опір з'єднані послідовно. Якщо узяти опір з мідного дроту завдовжки $l = 100$ м і поперечним перерізом $S = 2$ мм², то амперметр показує струм $I_1 = 1,43$ А. Якщо ж узяти опір з алюмінієвого дроту завдовжки $l = 57,3$ м і поперечним перерізом $S = 1$ мм², то амперметр показує струм $I_2 = 1$ А. Опір амперметра $R_a = 0,05$ Ом. Знайти ЕРС ε елемента і його внутрішній опір r .

Відповідь: $\varepsilon = 2$ В; $r = 0,5$ Ом.

3.32. Напруга на затисках елементу в замкнутому колі $U = 2,1$ В, опори $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 6$ Ом і $R_3 = 3$ Ом (рис. 3.15). Який струм I показує амперметр?

Відповідь: $I = 0,2$ А.

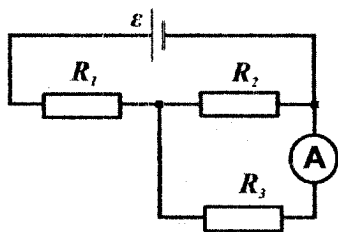


Рисунок. 3.15

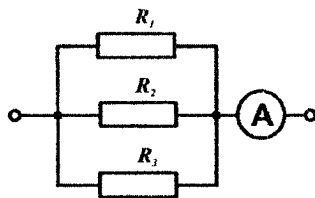


Рисунок. 3.16

3.33. Опори $R_2 = 20$ Ом і $R_3 = 15$ Ом (рис. 3.16). Через опір R_3 протікає струм $I = 0,3$ А. Амперметр показує струм $I = 0,8$ А. Знайти опір R_1 .

Відповідь: $R_1 = 60$ Ом.

3.34. ЕРС батареї $\varepsilon = 120$ В, опори $R_3 = 20$ Ом і $R_4 = 25$ Ом (рис. 3.17). Спад напруги на опорі R_1 рівний $U = 40$ В. Амперметр показує струм $I = 2$ А. Знайти опір R_2 .

Відповідь: $R_2 = 60$ Ом.

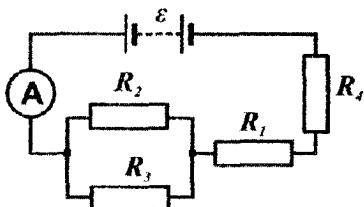


Рисунок. 3.17

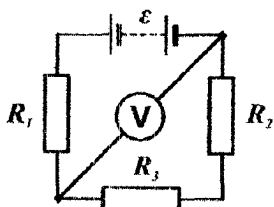


Рисунок. 3.18

3.35. Батарея з ЕРС $\varepsilon = 10$ В і внутрішнім опором $r = 1$ Ом має к.к.д. $\eta = 0,8$ (рис. 3.17). Спад напруги на опорах R_1 і R_4 рівні $U_1 = 4$ В і $U_4 = 2$ В. Який струм I показує амперметр? Знайти спад напруги U_2 на опорі R_2 .

Відповідь: $I = 2$ А, $U_2 = 2$ В.

3.36. ЕРС батареї $\varepsilon = 100$ В, опори $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом і $R_3 = 300$ Ом, опір вольтметра $R_v = 2$ кОм (рис. 3.18). Яку різницю потенціалів U показує вольтметр?

Відповідь: $U = 80$ В.

3.37. Опори $R_1 = R_2 = R_3 = 200$ Ом, опір вольтметра $R_v = 1$ кОм (рис. 3.18). Вольтметр показує різницю потенціалів $U = 100$ В. Знайти ЕРС ε батареї.

Відповідь: $\varepsilon = 170$ В.

3.38. Знайти покази амперметра і вольтметра в схемах, зображених на рис. 3.19 ЕРС $\varepsilon = 100$ В, а опори $R_1 = 400$ Ом, $R_2 = 600$ Ом, опір вольтметра $R_v = 1$ кОм.

Відповідь: $I = 0,22$ А, $U = 110$ В.

3.39. Знайти покази амперметра і вольтметра в схемах, зображених на рис. 3.20 ЕРС $\varepsilon = 100$ В, а опори $R_1 = 400$ Ом, $R_2 = 600$ Ом, опір вольтметра $R_v = 1$ кОм.

Відповідь: $I = 0,142$ А, $U = 53,2$ В.

3.40. Знайти покази амперметра і вольтметра в схемах, зображених на рис. 3.21 ЕРС $\varepsilon = 100$ В, а опори $R_1 = 400$ Ом, $R_2 = 600$ Ом, опір вольтметра $R_v = 1$ кОм.

Відповідь: $I = 0,57$ А, $U = 110$ В.

3.41. Знайти покази амперметра і вольтметра в схемах, зображених на рис. 3.22 ЕРС $\varepsilon = 100$ В, а опори $R_1 = 400$ Ом, $R_2 = 600$ Ом, опір вольтметра $R_v = 1$ кОм.

Відповідь: $I = 0,089$ А, $U = 35,6$ В.

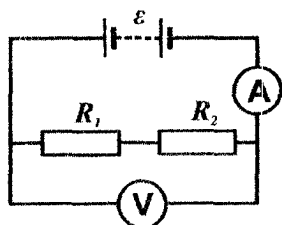


Рисунок. 3.19

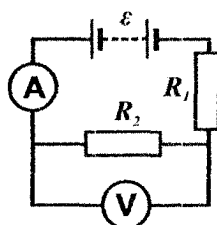


Рисунок. 3.20

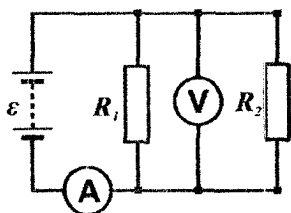


Рисунок. 3.21

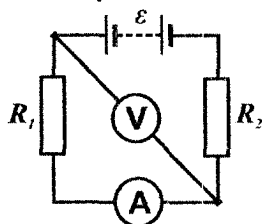


Рисунок. 3.22

3.42. Прилад призначений для вимірювання напруги до $U = 30$ В з опором $R_v = 2$ кОм, шкала якого розділена на 150 поділок. Який опір R потрібно узяти і як його включити, щоб цим

вольтметром можна було вимірювати різницю потенціалів $U_0 = 75 \text{ В}$? Як зміниться при цьому ціна поділки вольтметра?

Відповідь: $R = 3 \text{ кОм}$, $0,5 \text{ В/поділку}$.

3.43. Амперметр призначений для вимірювання сили струму до $I = 15 \text{ мА}$ з опором $R_A = 5 \text{ Ом}$. Який опір R_d потрібно узяти і як його включити, щоб цим приладом можна було вимірювати а) струм до $I = 150 \text{ мА}$; б) різницю потенціалів до $U = 150 \text{ В}$?

Відповідь: а) $R_{ш} = 0,555 \text{ Ом}$, б) $R_d = 9,95 \text{ кОм}$.

3.44. Є електрична лампочка на 120 вольт потужністю $P = 40 \text{ Вт}$. Який додатковий опір R необхідно під'єднати щоб вона могла працювати за напруги $U = 220 \text{ В}$. Яку довжину l ніхромової дротини діаметром $d = 0,3 \text{ мм}$ потрібно узяти, щоб отримати такий опір?

Відповідь: $R = 300 \text{ Ом}$; $l = 21,2 \text{ м}$.

3.45. Є три електричні лампочки на 110-вольт , потужності яких $P_1 = P_2 = 40 \text{ Вт}$ і $P_3 = 80 \text{ Вт}$. Як потрібно включити ці лампочки, щоб вони давали звичайну яскравість при ввімкненні у мережу напругою $U = 220 \text{ В}$? Накреслити схему. Знайти струми I_1, I_2, I_3 які протікають через лампочки за номінальної напруги.

Відповідь: $I_1 = I_2 = 0,365 \text{ А}$, $I_3 = 0,73 \text{ А}$.

3.46. У лабораторії, віддаленій від генератора на відстань $l = 100 \text{ м}$, включили електричний нагрівальний прилад, що споживає струм $I = 10 \text{ А}$. На скільки знизилася напруга U на затисках електричної лампочки, що горить у цій лабораторії, якщо поперечний переріз підвідних мідних дротів $S = 5 \text{ мм}^2$?

Відповідь: $U = 6,8 \text{ В}$.

3.47. Від батареї з ЕРС $\varepsilon = 500 \text{ В}$ необхідно передати енергію на відстань $l = 2,5 \text{ км}$. Споживана потужність $P = 10 \text{ кВт}$. Знайти мінімальні втрати потужності ΔP у мережі, якщо діаметр мідних підвідних проводів $d = 1,5 \text{ см}$.

Відповідь: $\Delta P = 212 \text{ Вт}$.

3.48. Від генератора з ЕРС $\varepsilon = 110$ В необхідно передати енергію на відстань $l = 250$ м. Споживана потужність $P = 1$ кВт. Знайти мінімальний переріз S мідних дротів, які підводять струм, щоб втрати потужності в мережі не перевищували 1 %.

Відповідь: $S = 78 \text{ мм}^2$.

3.49. У коло включені послідовно мідний і сталевий провідники однакової довжини і діаметру. Знайти: а) відношення кількості теплоти, що виділяються в цих дротах; б) відношення падінь напруги на цих дротах. Знайти найбільшу кількість теплоти Q , яка може виділитись у зовнішньому опорі за одиницю часу.

Відповідь: а) $Q_1/Q_2 = 0,17$; б) $U_1/U_2 = 0,17$.

3.50. Батарея з ЕРС $\varepsilon = 240$ В і внутрішнім опором $r = 1$ Ом замкнута на зовнішній опір $R = 23$ Ом. Знайти повну потужність P_0 , корисну потужність P і к.к.д. η батареї.

Відповідь: $P_0 = 2,4$ кВт, $P = 2,3$ кВт; $\eta = 96\%$.

3.51. Знайти внутрішній опір r генератора, якщо відомо, що потужність P , яка виділяється в зовнішньому колі, однакова при зовнішніх опорах $R_1 = 5$ Ом і $R_2 = 0,2$ Ом. Знайти к.к.д. η генератора в кожному з цих випадків.

Відповідь: $r = 1$ Ом; $\eta = 83,3\%$; $\eta = 16,7\%$.

3.52. Елемент з ЕРС ε і внутрішнім опором r замкнули на зовнішній опір R . Найбільша потужність, що виділяється в зовнішньому колі, $P = 9$ Вт. При цьому в колі тече струм $I = 3$ А. Знайти ЕРС ε і внутрішній опір r елемента.

Відповідь: $\varepsilon = 6$ В; $r = 1$ Ом.

3.53. ЕРС батареї $\varepsilon = 120$ В, опори $R_3 = 30$ Ом, $R_2 = 60$ Ом (мал. 35). Амперметр показує струм $I = 2$ А. Знайти потужність P , що виділяється на опорі R_1 .

Відповідь: $P = 60$ Вт.

3.54. ЕРС батареї $\varepsilon = 120$ В, опори $R_1 = 25$ Ом, $R_2 = R_3 = 100$ Ом (рис. 3.23). Знайти потужність P_1 , що виділяється на опорі R_1 .

Відповідь: $P_1 = 16$ Вт.

3.55. К.к.д. батареї $\eta = 80\%$, опір $R_1 = 100 \text{ Ом}$ (рис. 3.23). На опорі R_1 виділяється потужність $P_1 = 16 \text{ Вт}$. Знайти ЕРС ϵ батареї, якщо відомо, що спад напруги на опорі R_3 рівний $U = 40 \text{ В}$.

Відповідь: $\epsilon = 100 \text{ В}$.

3.56. ЕРС батареї $\epsilon = 120 \text{ В}$, повний опір потенціометра $R = 120 \text{ Ом}$ (рис. 3.24). Опір лампочки міняється при нагріванні від 30 до 300 Ом. На скільки змінюється при цьому різниця потенціалів U на лампочці, якщо рухливий контакт стоїть на середині потенціометра? На скільки міняється при цьому потужність P , споживана лампочкою?

Відповідь: U змінюється від 30 до 54,5 В; P змінюється від 30 до 9,9 Вт.

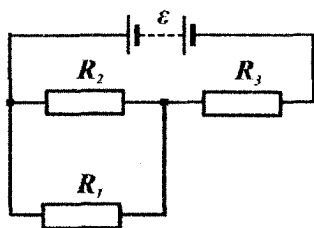


Рисунок. 3.23

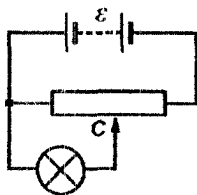


Рисунок. 3.24

3.57. Два провідники з опорами $R_1 = 5 \text{ Ом}$ і $R_2 = 3 \text{ Ом}$ під'єднанні до потенціалу між точками А і В $U = 9 \text{ В}$. Знайти кількість теплоти Q , що виділяється в кожному провіднику за одиницю часу, якщо провідники між точками А і В з'єднані: а) послідовно; б) паралельно.

Відповідь: а) $Q_1 = 6,37 \text{ Дж/с}$, $Q_2 = 3,82 \text{ Дж/с}$; б) $Q_1 = 16,2 \text{ Дж/с}$; $Q_2 = 27,2 \text{ Дж/с}$.

3.58. Дві електричні лампочки з опорами $R_1 = 360 \text{ Ом}$ і $R_2 = 240 \text{ Ом}$ включені в мережу паралельно. Яка з лампочок споживає більшу потужність? У скільки разів?

Відповідь: $k = 1,5$ рази.

3.59. Калориметр має спіраль опором $R_1 = 60 \text{ Ом}$, яка включена в коло, як показано на рис.3.25. Опір $R_2 = 300 \text{ Ом}$. Амперметр показує струм $I = 6 \text{ А}$. На скільки нагрівається маса $m = 480 \text{ г}$ води, наливої в калориметр, за час $t = 5 \text{ хв}$?

Відповідь: $\Delta t = 36 \text{ }^\circ\text{C}$.

3.60. Який об'єм V води можна закип'ятити, витративши електричну енергію $W = 3 \text{ кВт}\cdot\text{год}$? Початкова температура води $t_0 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$.

Відповідь: $V = 2,9 \text{ л}$.

3.61. Яку потужність P споживає нагрівач електричного чайника, якщо об'єм $V = 1 \text{ л}$ води закипає через час $t = 5 \text{ хв}$?

Відповідь: $P = 1,2 \text{ кВт}$; $R = 12 \text{ Ом}$.

3.62. Нагрівач електричної каструлі має дві однакові секції з опором $R = 20 \text{ Ом}$ кожна. Через який час τ закипить об'єм $V = 2,2 \text{ л}$ води, якщо: а) включена одна секція; б) обидві секції включені послідовно; в) обидві секції включені паралельно? Початкова температура води $t_0 = 16^\circ\text{C}$, напруга в мережі $U = 110 \text{ В}$, к.к.д. нагрівача $\eta = 85\%$.

Відповідь: а) $t = 25 \text{ хв}$; б) $t = 50 \text{ хв}$; в) $t = 12,5 \text{ хв}$.

3.63. Нагрівач електричного чайника має дві секції. При включенні однієї з них вода в чайнику закипить через час $t_1 = 15 \text{ хв}$, при включенні іншої – через час $t_2 = 30 \text{ хв}$. Через який час така ж маса води закипить, якщо включити обидві секції: а) послідовно; б) паралельно?

Відповідь: а) $t = 45 \text{ хв}$; б) $t = 10 \text{ хв}$.

3.64. Калориметр має спіраль опором R_1 , яка включена в коло, як показано на рис. 3.26. ЕРС батареї $\mathcal{E} = 110 \text{ В}$, к.к.д. спіралі $\eta = 80 \%$. У калориметр налита маса $m = 500 \text{ г}$ гасу. Амперметр показує струм $I = 2 \text{ А}$, вольтметр показує напругу $U = 10,8 \text{ В}$. Який опір R_1 спіралі? Знайти питому теплоємність з гасу, якщо за час

$t = 5$ хв протікання струму гас нагрівся на $\Delta t = 5^\circ\text{C}$. Який опір R_2 ? Опір вольтметра вважати нескінченно великим.

Відповідь: $R_1 = 5,4$ Ом; $c = 2,1$ кДж/(кг·К); $R_2 = 49,6$ Ом.

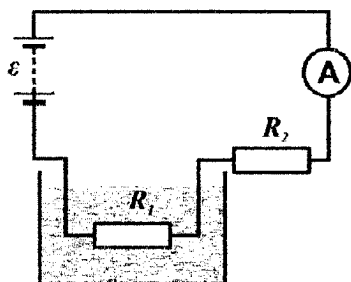


Рисунок. 3.25

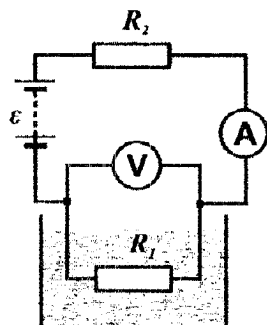


Рисунок. 3.26

3.65. Об'єм $V = 4,5$ л води можна закип'ятити, витративши електричну енергію $W = 0,5$ кВт·год. Початкова температура води $t_0 = 23^\circ\text{C}$. Знайти к.к.д. η нагрівача.

Відповідь: $\eta = 80\%$.

3.66. Для опалювання кімнати користуються електричною пічкою, включеною в мережу напругою $U = 120$ В. Кімната втрачає в одиницю часу кількість теплоти $Q_x = 87,08$ МДж/добу. Вимагається підтримувати температуру кімнати постійною. Знайти; а) опір R печі; б) довжину l ніхромового дроту діаметром $d = 1$ мм.

Відповідь: а) $R = 14,4$ Ом; б) $l = 11,3$ м.

3.67. Температура водяного термостата об'ємом $V = 1$ л підтримується постійною за допомогою нагрівача потужністю $P = 26$ Вт. На нагрівання води витрачається 80% цієї потужності. На скільки знизиться температура води в термостаті за час $t = 10$ хв, якщо нагрівач вимкнати?

Відповідь: $\Delta t = 3^\circ\text{C}$.

3.68. Електричний чайник, що містить об'єм $V = 600 \text{ см}^3$ води при $t_0 = 9^\circ\text{C}$, забули вимкнути. Опір нагрівача чайника $R = 16 \text{ Ом}$. Через який час t після включення вода в чайнику закипить? Напруга в мережі $U = 120 \text{ В}$, к.к.д. нагрівача $\eta = 60 \%$.

Відповідь: $t = 49 \text{ хв}$.

3.69. У ртутному дифузійному насосі в одиницю часу випаровується маса $m = 100 \text{ г/хв}$ ртуті. Як має бути опір R нагрівача насоса, якщо він вмикається в мережу напругою $U = 127 \text{ В}$? Питомо теплота пароутворення ртуті $\lambda = 296 \text{ кДж/кг}$

Відповідь: $R = 33 \text{ Ом}$.

3.70. Знайти кількість теплоти Q_T , що виділяється за одиницю часу в одиниці об'єму мідного дроту при густині струму $j = 300 \text{ кА/м}^2$.

Відповідь: $Q_T = 1,55 \text{ кДж/(с} \cdot \text{м}^3)$.

3.71. Яка різниця потенціалів U буде на затискачах двох елементів, включених паралельно, якщо їх ЕРС $\varepsilon_1 = 1,4 \text{ В}$ і $\varepsilon_2 = 1,2 \text{ В}$ і внутрішні опори $r_1 = 0,6 \text{ Ом}$ і $r_2 = 0,4 \text{ Ом}$?

Відповідь: $U = 1,28 \text{ В}$.

3.72. Два елементи з однаковими ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2 \text{ В}$ та внутрішніми опорами $r_1 = 1 \text{ Ом}$ і $r_2 = 2 \text{ Ом}$ замкнуті на зовнішній опір R (рис. 3.27). Через елемент з ЕРС ε_1 тече струм $I = 1 \text{ А}$. Знайти опір R і струм I який протікає через елемент з ЕРС ε_2 . Який струм I тече через опір R ?

Відповідь: $R = 0,66 \text{ Ом}$; $I_2 = 0,5 \text{ А}$; $I = 1,5 \text{ А}$.

3.73. Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = 110 \text{ В}$ $\varepsilon_2 = 220 \text{ В}$, опори $r_1 = r_2 = 100 \text{ Ом}$, $R = 500 \text{ Ом}$ (рис. 3.28). Знайти покази амперметра.

Відповідь: $I = 0,4 \text{ А}$.

3.74. Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$ і $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$, опір $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$ (рис. 3.28). Спад напруги на опорі R_2 рівний $U = 1 \text{ В}$ (струм через R_2 спрямований справа наліво). Знайти покази амперметра.

Відповідь: $I = 2 \text{ А}$.

3.75. Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = 2$ В і $\varepsilon_2 = 3$ В, опір $R_3 = 1,5$ кОм, опір амперметра $R_a = 0,5$ кОм (рис. 3.29). Спад напруги на опорі R_2 рівний $U = 1$ В (струм через R_2 спрямований зверху вниз). Знайти покази амперметра.

Відповідь: $I = 1$ мА.

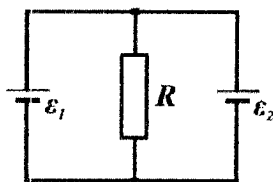


Рисунок. 3.27

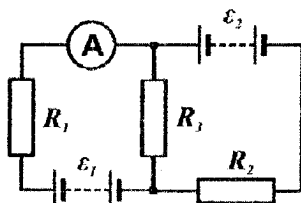


Рисунок. 3.28

3.76. Батареї мають $\varepsilon_1 = 2$ В, $\varepsilon_2 = 4$ В і $\varepsilon_3 = 6$ В, опори $R_1 = 4$ Ом $R_2 = 6$ Ом і $R_3 = 8$ Ом (рис. 3.30). Знайти струми I в усіх ділянках кола.

Відповідь: $I_1 = 385$ мА; $I_2 = 77$ мА; $I_3 = 308$ мА.

3.77. Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 6$ В, опори $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 12$ Ом (рис. 3.30). При короткому замиканні верхнього вузла схеми з негативним контактом батареї через замикаючий дріт тече струм $I = 1,6$ А. Знайти струми I в усіх ділянках кола і опір R_3 .

Відповідь: $I_1 = 0,3$ А; $I_2 = 0,5$ А; $I_3 = 0,8$ А; $R_3 = 7,5$ Ом.

3.78. У схемі, зображеній на рис. 3.30, струми I_1 та I_3 спрямовані справа наліво, струм I_2 – зверху вниз. Спада напруги на опорах R_1 , R_2 і R_3 рівні $U_1 = U_2 = U_3 = 10$ В. Знайти ЕРС ε_2 і ε_3 , якщо ЕРС $\varepsilon_1 = 25$ В.

Відповідь: $\varepsilon_2 = 30$ В; $\varepsilon_3 = 45$ В.

3.79. Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 100$ В, опори $R_1 = 20$ Ом, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 40$ Ом, $R_4 = 30$ Ом, (рис. 3.31). Знайти покази амперметра.

Відповідь: $I = 9$ А.

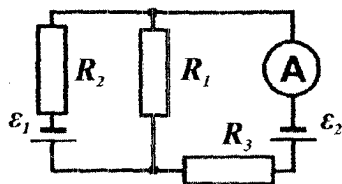


Рисунок. 3.29

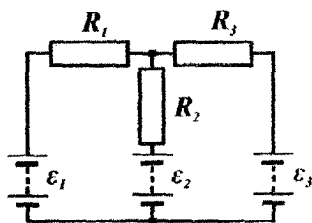


Рисунок. 3.30

3.80. Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = 2 \varepsilon_2$, опори $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_1 = R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_4 = 30 \text{ Ом}$, рис. 3.31. Через амперметр протікає струм $I_1 = 1,5 \text{ А}$, напрям знизу вверх. Знайти ЕРС ε_1 та ε_2 і струми I_2 та I_3 які протікають через опори R_2 і R_3 .

Відповідь: $\varepsilon_1 = 24 \text{ В}$; $\varepsilon_2 = 12 \text{ В}$; $I_2 = 1,2 \text{ А}$; $I_3 = 0,3 \text{ А}$.

3.81. Два однакові елементи мають ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2 \text{ В}$ і внутрішні опори $r_1 = r_2 = 0,5 \text{ Ом}$ (рис. 3.32). Знайти струми I_1 і I_2 , які протікають через опори $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$ і $R_2 = 1,5 \text{ Ом}$, а також струм I через елемент з ЕРС ε_1 .

Відповідь: $I_1 = 2,28 \text{ А}$; $I_2 = 0,56 \text{ А}$; $I = 1,72 \text{ А}$.

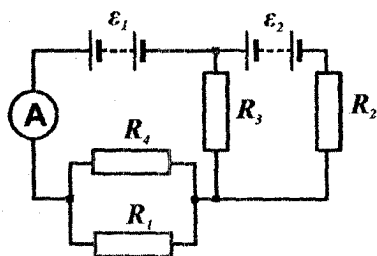


Рисунок. 3.31

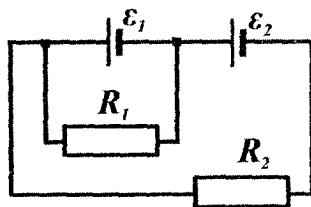


Рисунок. 3.32

3.82. Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, опори $2 R_1 = R_2$ (рис. 3.33). У скільки разів струм, який протікає через вольтметр, більший від струму через опір R_2 ?

Відповідь: У 3 рази.

3.83. Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 110$ В, опори $R_1 = R_2 = 0,2$ кОм, опір вольметра $R_v = 1$ кОм (рис. 3.33). Знайти покази вольметра.

Відповідь: $U = 100$ В.

3.84. Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, опори $R_1 = R_2 = 100$ Ом, опір вольметра $R_v = 150$ Ом (рис. 3.33). Покази вольметра $U = 150$ В. Знайти ЕРС ε_1 та ε_2 батарей.

Відповідь: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 200$ В.

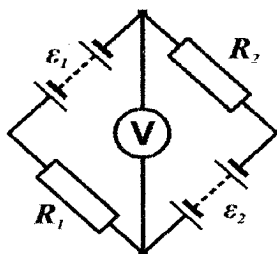


Рисунок. 3.33

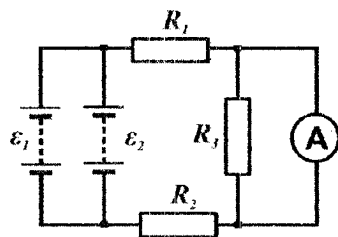


Рисунок. 3.34

3.85. Елементи мають ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1,5$ В і внутрішні опори $r_1 = r_2 = 0,5$ Ом, опори $R_1 = R_2 = 2$ Ом і $R_3 = 1$ Ом, опір амперметра $R_A = 3$ Ом (рис. 3.34). Знайти покази амперметра.

Відповідь: $I = 75$ мА

4 ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ В РІЗНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Основні теоретичні відомості

Розв'язуючи задачі цього розділу, слід користуватися уявленнями, що певна частина електронів у металі перебуває у стані безперервного хаотичного руху, і в цьому розумінні сукупність електронів у металі являє собою «електронний газ». Отже, до нього можуть бути застосовані основні закономірності кінетичної теорії газів.

Сила струму в металічному провіднику з поперечним перерізом S визначається за формулою

$$I = en_0 v_{cp} S, \quad (4.1)$$

а густина струму в металі:

$$j = en_0 v_{cp}, \quad (4.2)$$

де e – заряд електрона, n_0 – концентрація вільних електронів, v_{cp} – середня швидкість напрямленого руху електронів.

Закон Ома для густини струму:

$$j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E, \quad (4.3)$$

де ρ – питомий опір, E – напруженість електричного поля, σ – питома електропровідність.

Між двома металами, які мають однакову температуру і з'єднані між собою безпосередньо або за допомогою інших металів, існує контактна різниця потенціалів:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}, \quad (4.4)$$

де A_1 і A_2 – робота виходу електронів із першого і другого металів, n_{01} і n_{02} – концентрація вільних електронів у першому і другому металах, k – стала Больцмана, T – абсолютна температура.

Термоелектрорушійна сила:

$$\varepsilon_T = \frac{k}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}} (T_1 - T_2) = \alpha (T_1 - T_2), \quad (4.5)$$

де T_1 і T_2 – температури спаїв термопар, α – стала термопар, e – заряд електрона.

Сила термоелектронного струму визначається за законом Богуславського – Ленгмюра:

$$I = bU^{\frac{2}{3}}, \quad (4.6)$$

де U – анодна напруга, b – стала, яка залежить від форми електродів і їх взаємного розміщення.

Густину анодного струму насичення при термоелектронній емісії у вакуумі визначають за формулою Річардсона – Дешмена:

$$j = BT^2 e^{\frac{e\varphi}{kT}}, \quad (4.7)$$

де B – емісійна стала, $e\varphi$ – робота виходу електрона з катода, k – стала Больцмана, T – абсолютна температура катода.

Маса m речовини, що виділяється на електроді при проходженні через електроліт кількості електрики q , визначається за першим законом Фарадея:

$$m = kIt = kq, \quad (4.8)$$

де k – електрохімічний еквівалент речовини. Електрохімічний еквівалент чисельно дорівнює масі даної речовини, яка виділяється під час електролізу при проходженні через електроліт одиниці заряду.

За другим законом Фарадея, електрохімічний еквівалент речовини прямо пропорційний її хімічному еквіваленту, тобто

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z} \quad (4.9)$$

де A – атомна маса елемента, Z – валентність елемента, і F – число Фарадея, яке дорівнює $9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль. Число Фарадея F показує, який заряд повинен пройти через електроліт для того, щоб виділився один моль речовини.

Хімічний еквівалент $\frac{A}{Z}$ – відношення атомної маси речовини A до її валентності Z .

Питому електропровідність електроліту визначають за формулою:

$$\sigma = \alpha e z n (u_+ + u_-), \quad (4.10)$$

де α – коефіцієнт дисоціації, n – концентрація молекул розчиненої речовини, z – валентність, e – заряд електрона, u_+ і u_- рухливості іонів.

Рухливість u іона є фізична величина, яка чисельно дорівнює швидкості v , яку набуває іон того чи іншого знака в полі з напруженістю, що дорівнює одиниці:

$$u = \frac{v}{E}. \quad (4.11)$$

Найменша кінетична енергія частинки, за якої можлива ударна іонізація молекули газу, дорівнює:

$$W_k = A_i \left(1 + \frac{m}{M} \right), \quad (4.12)$$

де A_i – робота іонізації молекули газу, m і M – маси частинки і молекули газу.

При невеликих густинах струму i , який проходить у газі, застосовний закон Ома:

$$i = q n_0 (u_+ + u_-) E = \sigma E, \quad (4.13)$$

де E – напруженість поля, σ – питома провідність газу, q – заряд іона, u_+ і u_- – рухливості іонів, n_0 – число іонів кожного знака (число пар іонів), які містяться в одиниці об'єму газу. При цьому

$n_0 = \sqrt{\frac{N}{\gamma}}$, де N – число пар іонів, створених іонізатором в одиниці

об'єму за одиницю часу, γ – коефіцієнт іонізації.

Струм насичення дорівнює сумі зарядів всіх іонів, що утворюються іонізатором за одиницю часу

$$I_i = \frac{Nq}{t}, \quad (4.14)$$

де N – кількість зарядів, t – час.

Коли струм у газі досягає насичення, його густина визначається за формулою:

$$j_i = Nqd, \quad (4.15)$$

де N – кількість зарядів, створених іонізатором, q – заряд одновалентного атома, d – відстань між електродами.

Методичні вказівки

Задачі цієї групи розділені на чотири групи, які пов'язані з електропровідністю металів, електролітів, газів і на електронні явища у вакуумі.

1 При розв'язанні задач першої групи типовими є задачі обчислення середньої швидкості впорядкованого руху електронів провідності та концентрації їх в одиниці об'єму. В основі розв'язання цих задач лежить закон механіки матеріальної точки і загальні положення молекулярно-кінетичної теорії будови речовини.

2 Сила постійного струму на різних ділянках нерозгалуженого кола в будь-якому середовищі однакова. Це наслідок закону збереження заряду. Отже, і сила струму в електроліті рівна силі струму в підвідних провідниках, незважаючи на те, що в електроліті струм складається з двох струмів, зумовлених рухом позитивних і негативних іонів. Кожен негативний іон, підійшовши до анода, віддає йому свій заряд у вигляді надлишкових електронів, які рухаються потім по провідниках. Аналогічні явища відбуваються і біля катода. В результаті заряд, що переноситься за одиницю часу через поперечний переріз підвідних провідників електроліту дорівнює сумарному заряду, який пере-

носитись через поперечний переріз електроліту позитивними і негативним іонами. Для розв'язання задач даної групи застосовують формули (4.8)-(4.11).

3 В задачах на струм в газах зустрічаються два випадки: розрахунку струму далекого від насичення і струму насичення. В першому випадку застосовують закон Ома (4.13). У другому випадку закон Ома використовувати не можна, бо при збільшенні напруги на електродах сила струму в газі залишається постійною (в цьому випадку користуються формулами (4.14) і (4.15)).

4 В темі «Електронні явища у вакуумі» розв'язують, в основному, задачі на явище термоелектронної емісії, в тому числі задачі на обчислення роботи виходу електронів з металу, і задачі на рух заряджених частинок в однорідному електричному полі. В основі цих задач лежать закони механіки руху матеріальних точок. Силу струму електронного струму визначається за формулою (4.6), а густина анодного струму насичення – (4.7).

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Металевий диск, радіус якого $R = 10$ см, рівномірно обертається з частотою $n = 30$ об/с. Визначити різницю потенціалів між центром і краями диска.

Дано:	СІ	Розв'язання
$R = 10$ см	$= 10 \cdot 10^{-2}$ м	При рівномірному обертанні диска вільні електрони, як це впливає з уявлення про електронний газ, переміщуються від осі обертання до периферії. Таке переміщення електронів триватиме доти, доки відцентрова сила інерції не зрівноважиться електричною силою, тобто коли
$n = 30$ об/с		
$U - ?$		

$$\frac{m\bar{v}^2}{R} = eE = e\frac{U}{R},$$

де U – шукана різниця потенціалів. З цього рівняння маємо:

$$U = \frac{m}{e} \bar{v}^2.$$

Враховуючи, що $\bar{v} = \omega R = 2\pi nR$, знаходимо:

$$U = \frac{m}{e} 4\pi^2 n^2 R^2; \quad U \approx 2 \cdot 10^{-9} \text{ В.}$$

Задача 2. На кінцях залізного проводу завдовжки $l = 1,5 \text{ м}$ і радіусом перерізу $r = 0,3 \text{ мм}$ підтримується напруга $U = 10 \text{ В}$. Визначити: 1) потужність, яка споживається в проводі; 2) кількість теплоти, що виділяється в проводі за час $t = 1 \text{ год}$; 3) середню швидкість впорядкованого руху електронів, вважаючи, що число вільних електронів у провіднику дорівнює числу атомів; 4) число електронів, що проходять через поперечний переріз проводу за 1 с .

Дано:	СІ	Розв'язання
$l = 1,5 \text{ м}$		1) Потужність, яка виділяється в
$r = 0,3 \text{ мм}$	$= 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$	провіднику, визначається за формулою:
$t = 1 \text{ год}$	$= 3600 \text{ с}$	$P = IU. \quad (1)$
$t_1 = 1 \text{ с}$		Сила струму: $I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho l} = \frac{\pi r^2 U}{\rho l}.$ (2)
$U = 10 \text{ В}$		Підставивши (2) в (1), дістанемо:
$P - ?$		$P = \frac{\pi r^2 U^2}{\rho l} = 1,6 \text{ Вт.}$
$Q - ?$		
$v - ?$		
$N - ?$		

Кількість теплоти, що виділяється в провіднику, визначається за формулою:

$$Q = kPt = 1382,4 \text{ Кал.} \quad (3)$$

де $k = 0,24 \text{ кал/Дж}$ – термічний еквівалент роботи.

3) Знайдемо концентрацію вільних електронів. Для цього число атомів в одиниці об'єму залізного провідника визначимо, поділивши число Авогадро N_A на об'єм одного кілограм-атома

заліза V_0 , тобто $n_0 = \frac{N_A}{V_0}$. Об'єм одного кілограм-атома $V_0 = \frac{M}{D}$,

де M – молярна маса, D – густина. Звідси

$$n_0 = \frac{N_A D}{M}. \quad (4)$$

Середню швидкість упорядкованого руху електронів у провіді будемо шукати з (4.2) з врахуванням (4)

$$I = e \frac{N_A D}{M} v_{cp} S \Rightarrow \frac{US}{\rho l} = e \frac{N_A D}{M} v_{cp} S.$$

Звідси швидкість упорядкованого руху електронів

$$v_{\text{ср}} = \frac{UM}{e N_A D \rho l} = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ м/с}$$

4) Число електронів, що проходять в одну секунду знаходимо із співвідношення

$$I = \frac{q}{t} = \frac{N \cdot e}{t} \Rightarrow N = \frac{It}{e} = \frac{U \pi r^2 t}{\rho l e} = 10^{18}.$$

Задача 3. В срібному провіднику, діаметр якого $d = 2 \text{ мм}$, проходить струм $I = 2 \text{ А}$. Вважаючи, що кожний атом срібла віддає один вільний електрон, обчислити середню швидкість упорядкованого руху електронів у провіднику під дією електричного поля.

Дано:	СІ
$d = 2 \text{ мм}$	$= 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$
$I = 2 \text{ А}$	
$v_{cp} - ?$	

Розв'язання

Скористаємося формулою (4.1).

$$I = en_0 v_{cp} S$$

Тоді

$$v_{\text{ср}} = \frac{I}{en_0 S}$$

$$\text{Оскільки } S = \frac{\pi d^2}{4}, \text{ то } \bar{v} = \frac{4I}{\pi d^2 en_0},$$

де d – діаметр провідника.

Щоб визначити кількість вільних електронів в одиниці об'єму, позначимо атомну масу речовини (срібла) через M . В одному молі є N_A атомів, N_A – число Авогадро. Отже, в 1 м^3 буде $n = \frac{N_A}{M} D$ вільних електронів (тут D – густина речовини). Тоді

$$v_{\text{ср}} = \frac{4IM}{\pi d^2 l N_A D} \approx 6,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Задача 4. Визначити контактну різницю потенціалів між міддю і платиною при $t = 500^\circ\text{C}$, якщо стала термопари мідь-платина дорівнює $\alpha = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ В/К}$. Робота виходу електронів для міді і платини відповідно дорівнює: $4,472 \text{ еВ}$ і $6,275 \text{ еВ}$.

Дано:	СІ	Розв'язання
$t = 500^\circ\text{C}$	$= 773,15 \text{ К}$	Контактна різниця потенціалів між міддю і платиною дорівнює:
$\alpha = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ В/К}$		
$A_{\text{м}} = 4,472 \text{ еВ}$	$= 7,16 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	
$A_{\text{п}} = 6,275 \text{ еВ}$	$= 1,0 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$	$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}},$
$U = ?$		

де $T = t + 273^\circ\text{C}$ – абсолютна температура контакту, n_{01} і n_{02} – концентрації вільних електронів в міді і платині, k – стала Больцмана, e – заряд електрона. Стала термопари:

$$\alpha_2 = \frac{k}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}.$$

Тоді
$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \alpha(t + 273^\circ\text{C}) = 1,8 \text{ В}.$$

Задача 5. Термопара нікель–хром, один спай якої міститься в печі, а другий – у середовищі з температурою $t = 15^\circ\text{C}$, з'єднана послідовно з гальванометром, стрілка якого відхиляється на $n = 25$ поділок. Стала термопари дорівнює $\alpha = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ В/К}$. Внутрішня

трішній опір гальванометра $R = 2000 \text{ Ом}$, ціна поділки $i = 10^{-8} \text{ А/под}$. Визначити температуру печі.

Дано:

$$t = 15^\circ \text{C}$$

$$n = 25$$

$$\alpha = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ В/К}$$

$$R = 2000 \text{ Ом}$$

$$i = 10^{-8} \text{ А/под}$$

$$T_x = ?$$

Розв'язання

Термоелектрорушійна сила зв'язана з різницею температур спаїв співвідношенням:

$$\varepsilon = \alpha(T_1 - T_2). \quad (1)$$

Нехтуючи опором термонари і з'єднувальних проводів, можна виразити ε через силу струму, яка в цьому разі дорівнює

$$I = in. \text{ Отже,}$$

$$\varepsilon = IR = niR. \quad (2)$$

З рівнянь (1) і (2) знаходимо:

$$T_1 = \frac{niR}{\alpha} + T_2 = 1288 \text{ К (або } t_2 = T_2 - 273 = 1015^\circ \text{C)}.$$

Задача 6. У скільки разів буде більший струм насичення термоелектронної емісії з торій-вольфрамового катода при робочій температурі $T = 1800 \text{ К}$, ніж струм насичення з чистого вольфрамового катода при тій самій робочій температурі? Емісійна стала для чистого вольфраму $B_1 = 60 \text{ А/см}^2 \cdot \text{К}^2$, а для торійованого вольфраму $B_2 = 3 \text{ А/см}^2 \cdot \text{К}^2$

Дано:

$$T = 1800^\circ \text{К}$$

$$B_1 = 60 \text{ А/см}^2 \cdot \text{К}^2$$

$$B_2 = 3 \text{ А/см}^2 \cdot \text{К}^2$$

$$I_{n1} / I_{n2} = ?$$

Розв'язання

Густина струму насичення при термоелектронній емісії із чистого вольфрамового катода:

$$i_{n1} = B_1 T^2 e^{-\frac{A_1}{kT}}, \quad (1)$$

а з торійованого вольфрамового катода:

$$i_{n2} = B_2 T^2 e^{-\frac{A_2}{kT}}. \quad (2)$$

Поділивши рівняння (2) на (1), дістанемо:

$$n = \frac{i_{n2}}{i_n} = \frac{B_2}{B_1} e^{\frac{1}{k}(A_1 - A_2)} = \frac{B_2}{B_1} e^{\frac{1}{k}(A_1 - A_2)} = 11000.$$

Тут $T = 1800 \text{ К}$; $B_2 = 3 \text{ А/см}^2 \cdot \text{К}^2$; $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$;
 $B_1 = 60 \text{ А/см}^2 \cdot \text{К}^2$; $A_2 = 2,63 \text{ еВ}$; $eB = 2,63 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$;
 $A_1 = 4,54 \text{ еВ}$; $eB = 4,54 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Задача 7. Який заряд q проходить через розчин мідної солі за $\tau = 10 \text{ с}$, якщо сила струму за цей час рівномірно зростала від нуля до $I = 4 \text{ А}$? Скільки міді виділиться при цьому? Атомна маса міді $M = 63,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$; мідь двовалентна.

Дано:	Розв'язання
$\tau = 10 \text{ с}$	Сила струму за умовою рівномірно зростала від 0 до 4А, то заряд, що проходить через розчин мідної солі:
$I = 4 \text{ А}$	
$M = 63,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	
$Z = 2$	
$q = ?$	$Q = \frac{I\tau}{2} = 20 \text{ Кл.}$
$m = ?$	

За узагальненим законом Фарадея, маса m речовини, яка виділяється при проходженні струму через електроліт:

$$m = \frac{M}{Fz} Q = \frac{MI\tau}{2Fz},$$

де F – число Фарадея, z – валентність.

Підставивши сюди числові дані, знайдемо:

$$m \approx 6,58 \cdot 10^{-6} \text{ кг}.$$

Задача 8. Визначити масу атома водню, якщо відомий його електрохімічний еквівалент $k = 0,01042 \text{ мг/Кл}$ і заряд іона водню $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

Дано:	Розв'язання
$k = 1,042 \cdot 10^{-8} \text{ кг/Кл}$	Маса речовини m , яка виділяється при електролізі, за першим законом Фарадея дорівнює:
$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$	
$A = ?$	

$$m = kq, \quad (1)$$

де k – електрохімічний еквівалент; q – заряд, який пройшов через електроліт.

Крім того, маса речовини m буде зв'язана з числом n перенесених одновалентних іонів таким співвідношенням:

$$m = nm_0, \quad (2)$$

де m_0 – маса іона.

Враховуючи, що $q = ne$, із (1) і (2) матимемо:

$$kne = nm_0.$$

Звідки

$$m_0 = ke = 1,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Задача 9. Нікелювання металевого виробу з поверхнею $S = 120 \text{ см}^2$ тривало $\tau = 5 \text{ год}$. Струм $I = 0,3 \text{ А}$. Валентність нікелю $Z = 2$. Визначити товщину шару нікелю

Дано:	СІ	Розв'язання
$S = 120 \text{ см}^2$	$= 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$	Визначимо масу нікелю, що осів на металевому виробі, скориставшись узагальненим законом Фарадея:
$\tau = 5 \text{ год}$	$= 1,8 \cdot 10^4 \text{ с}$	
$I = 0,3 \text{ А}$		
$Z = 2$		
$h - ?$		$m = \frac{A}{ZF} I \tau. \quad (1)$

Так як

$$m = \rho \cdot V, \quad (2)$$

$$V = S \cdot d, \quad (3)$$

$$d = \frac{m}{\rho \cdot S}, \quad (4)$$

(де ρ – густина нікелю, d – товщина шару), то застосувавши рівняння (1) - (4), знайдемо:

$$d = \frac{AI\tau}{ZFS\rho} = 15,5 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 15,5 \text{ мкм}.$$

Задача 10. При розчиненні $m = 2,92$ г кухонної солі в 1 л води 44% всіх розчинених молекул солі дисоціювали на іони. Визначити електропровідність такого електроліту.

Дано:	Розв'язання
$m = 2,92 \cdot 10^{-3}$ кг	Оскільки молекулярна маса NaCl дорівнює $58 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, то число розчинених молекул в одиниці об'єму дорівнює:
$V = 1 \cdot 10^{-3}$ м ³	
$\eta = 0,44$	
$u_+ = 45 \cdot 10^{-9} \frac{\text{м/с}}{\text{В/м}}$	$n_0 = \frac{mN_A}{\mu V}, \quad (1)$
$u_- = 68 \cdot 10^{-9} \frac{\text{м/с}}{\text{В/м}}$	де N_A – число Авогадро; μ – молекулярна маса.
$C = ?$	За умовою задачі число пар іонів становить 44 % від числа розчинених молекул, тому число пар іонів n'_0 в одиниці об'єму буде:
	$n'_0 = 0,44n_0. \quad (2)$

Провідність σ електроліту визначимо за формулою:

$$\sigma = n'_0 q (u_+ + u_-), \quad (3)$$

де u_+ і u_- – рухливості іонів Na^+ і Cl^- в електроліті.

Підставивши значення n'_0 і n_0 з рівнянь (1), (2) у (3), дістанемо:

$$\sigma = 0,44 \frac{mN_A}{\mu V} q (u_+ + u_-) = 0,23 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}.$$

Задача 11. Два плоских електроди площею $S = 100 \text{ см}^2$ кожний віддалені один від одного на $d = 5 \text{ см}$. Між ними проходить при іонізації рентгенівським промінням струм насичення $I_n = 10^{-7} \text{ А}$. Визначити число пар іонів Δn_0 , які утворюються рентгенівським промінням в 1 м^3 за 1 с, і найбільше число пар іонів n_0 в 1 м^3 . Іони, які виникають, вважати одновалентними.

Дано:	СІ	Розв'язання
$S = 100 \text{ см}^2$	$= 10^{-2} \text{ м}^2$	Густина струму насичення i_n дорівнює:
$d = 5 \text{ см}$	$= 0,05 \text{ м}$	$i_n = \frac{I_n}{S}; i_n = 10^{-5} \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$
$I_n = 10^{-7} \text{ А}$		Заряд q одного (одновалентного) іона дорівнює $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, звідки
$V = 1 \text{ м}^3$		
$t = 1 \text{ с}$		
$N - ?$		

$$\Delta n_0 = \frac{i_n}{qd} = 1,25 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}.$$

Найбільше можливе число пар іонів n_0 в 1 см^3 знайдемо за формулою:

$$n_0 = \sqrt{\frac{\Delta n_0}{\gamma}},$$

де $\gamma = 1,67 \cdot 10^{-12} \text{ с}^{-1}$ – коефіцієнт іонізації повітря при нормальному тиску і температурі 18°C .

$$n_0 = 2,7 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}.$$

Задача 12. Число пар іонів в 1 см^3 повітря при іонізації рентгенівським промінням дорівнює $n_0 = 10^6 \text{ см}^{-3}$. Через який час після припинення дії проміння число пар іонів внаслідок рекомбінації зменшиться до $n = 10^4 \text{ см}^{-3}$ якщо повітря чисте ($\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3 / \text{с}$)?

Дано:	СІ	Розв'язання
$V = 1 \text{ см}^3$	$= 10^{-6} \text{ м}^3$	За формулою
$n_0 = 10^6 \text{ см}^{-3}$	$= 10^{12} \text{ м}^{-3}$	$n = \frac{n_0}{1 + \alpha n_0 t}$
$n = 10^4 \text{ см}^{-3}$	$= 10^{10} \text{ м}^{-3}$	визначимо проміжок часу $t = \tau$,
$\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3 / \text{с}$	$= 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ м}^3 / \text{с}$	за який число іонів внаслідок рекомбінації зменшиться до n :
$t - ?$		

$$\tau = \frac{n_0 - n}{\alpha n_0 t} = 62 \text{ с.}$$

Задача 13. Простір між пластинами плоского конденсатора має об'єм $V = 375 \text{ см}^3$ і заповнено воднем, який частково іонізований. Площа пластин конденсатора $S = 250 \text{ см}^2$. За якої напруги U сила струму, що протікає через конденсатор, досягне значення $I = 2 \text{ мкА}$, якщо концентрація іонів у газі $n = 5,3 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$?

Дано:	СІ	Розв'язання
$V = 375 \text{ см}^3$	$= 3,75 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$	Напруга U на пластинах конденсатора пов'язана з напруженістю E електричного поля і відстанню між пластинами співвідношенням:
$S = 250 \text{ см}^2$	$= 250 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$	
$I = 2 \text{ мкА}$	$= 2 \cdot 10^{-6} \text{ А}$	
$n = 5,3 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$	$= 5,3 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$	
$U - ?$		

$$U = Ed. \quad (1)$$

Напруженість поля може бути знайдена з виразу густини струму

$$j = qn(b_+ + b_-)E,$$

де q – заряд іона; n – концентрація іонів; b_+ і b_- – рухливості позитивних і негативних іонів. Звідси

$$E = \frac{j}{qn(b_+ + b_-)} = \frac{I}{qn(b_+ + b_-)S}.$$

Оскільки об'єм V між пластинами, дорівнює Sd , то

$$d = V / S.$$

Підставивши вирази E і d у формулу (1), отримаємо

$$U = \frac{IV}{Qn(b_+ + b_-)S^2} \quad (2)$$

Виразимо величини, що входять у формулу (2), в одиницях СІ:

$$b_+ = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / (\text{с} \cdot \text{В}), \quad b_- = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / (\text{с} \cdot \text{В}),$$

і знаходимо, що $U = 110 \text{ В}$.

Задачі для самостійного розв'язання

4.1. На відстані $d = 1$ см один від одного розташовані дві пластини площею $S = 400$ см² кожна. Водень між пластинами іонізують рентгенівськими променями. При напрузі $U = 100$ В між пластинами йде далекий від насичення струм силою $I = 2$ мкА. Визначити концентрацію n іонів одного знака між пластинами. Заряд кожного іона вважати рівним елементарному заряду.

Відповідь: $n = 3 \cdot 10^{16}$ м⁻³.

4.2. Посередині між електродами іонізаційної камери пролетіла α -частинка, рухаючись паралельно електродам, і утворила на своєму шляху ланцюжок іонів. Через який час t після прольоту α -частинки іони дійдуть до електродів, якщо відстань між електродами $d = 2$ см, різниця потенціалів $U = 6$ кВ і рухливість іонів b обох знаків у середньому дорівнює $1,5$ см² / (В·с) ?

Відповідь: $t = 4,5 \cdot 10^3$ с .

4.3. За який час τ при електролізі струмом $I = 2$ А виділиться з розплаву мідного купоросу $m = 4,74$ г міді.

Відповідь: $t = 2$ год.

4.4. При електролізі мідного купоросу за час $\tau = 1$ год виділилася маса $m = 0,5$ г міді. Площа кожного електрода $S = 75$ см². Знайти густину струму I .

Відповідь: $j = 56$ А/м².

4.5. Знайти електрохімічний еквівалент водню.

Відповідь: $k = 1,04 \cdot 10^{-8}$ кг/Кл.

4.6. Амперметр, включений послідовно з електролітичною ванною з розчином AgNO_3 показує струм $I = 0,90$ А. Чи правильно показує амперметр, якщо за час $\tau = 5$ хв при протіканні струму виділилася маса $m = 316$ мг срібла?

Відповідь: $\Delta I = 0,04$ А.

4.7. Дві електролітичні ванни з розчинами AgNO_3 і CuSO_4 з'єднані послідовно. Яка маса m_2 міді виділиться за час, впродовж якого виділилася маса $m_1 = 180$ мг срібла?

Відповідь: $m_2 = 53$ мг.

4.8. При отриманні алюмінію електролізом з розчину Al_2O_3 в розплавленому кріоліті протікав струм $I = 20 \text{ кА}$ при різниці потенціалів на електродах $U = 5 \text{ В}$. За який час τ виділиться маса $m = 1 \text{ т}$ алюмінію? Яка електрична енергія W при цьому буде витрачена?

Відповідь: $\tau = 149 \text{ год}$; $W = 53,7 \text{ ГДж}$.

4.9. Через розчин азотної кислоти пропускається струм $I = 2 \text{ А}$. Який електричний заряд q переноситься за час $\tau = 1 \text{ хв}$ іонами кожного знака?

Відповідь: $q_+ = 100 \text{ Кл}$; $q_- = 20 \text{ Кл}$.

4.10. Знайти опір R розчину AgNO_3 , що заповнює трубку завдовжки $l = 84 \text{ см}$ і площею поперечного перерізу $S = 5 \text{ мм}^2$.

Відповідь: $R = 180 \text{ кОм}$.

4.11. При освітленні посудини з газом рентгенівськими променями в одиниці об'єму в одиницю часу іонізується число молекул $N = 10^{16} \text{ м}^{-3}$. У результаті рекомбінації в посудині встановилася рівновага, причому в одиниці об'єму газу перебуває число іонів кожного знака $n = 10^{14} \text{ м}^{-3}$. Знайти коефіцієнт рекомбінації.

Відповідь: $\gamma = 10^{-12} \text{ м}^3/\text{с}$.

4.12. Площа кожного електроду іонізаційної камери $S = 0,01 \text{ м}^2$, відстань між ними $d = 6,2 \text{ см}$. Знайти струм насичення I_n в цій камері, якщо в одиниці об'єму в одиницю часу утворюється число однозарядних іонів кожного знака $N = 10^{15} \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$.

Відповідь: $I_n = 0,1 \text{ мкА}$.

4.13. Яку найменшу швидкість v повинен мати електрон для того, щоб іонізувати атом водню? Потенціал іонізації атома водню $U_{\text{іон}} = 13,5 \text{ В}$.

Відповідь: $v = 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$.

4.14. За якої температури t атоми ртуті мають кінетичну енергію поступального рух, достатньої для іонізації? Потенціал іонізації атома ртуті $U = 10,4 \text{ В}$.

Відповідь: $T = 8 \cdot 10^4 \text{ К}$.

4.15. Потенціал іонізації атома гелію $U_{\text{іон}} = 24,5$ В. Знайти роботу іонізації A .

Відповідь: $A = 39,2 \cdot 10^{-19}$ Дж.

4.16. Яку найменшу швидкість v повинні мати відлі електрони в цезії і платині, для того щоб вони змогли покинути метал?

Відповідь: $v_1 = 8,3 \cdot 10^6$ м/с; $v_2 = 1,4 \cdot 10^6$ м/с.

4.17. Визначити відношення заряду іона міді до його маси в розчині CuSO_4 у воді.

Відповідь: $q/m = 3035 \cdot 10^6$ Кл/кг.

4.18. Який заряд пройшов через водний розчин сірчаної кислоти, якщо при цьому розклалося $9 \cdot 10^{-5}$ кг води?

Відповідь: $q = 960$ Кл.

4.19. При якій відстані між пластинками плоского конденсатора площею пластин по 100 см^2 струм насичення досягне $2 \cdot 10^{10}$ А, якщо число пар іонів, що утворилися в 1 см^3 за 1с дорівнює $6,3 \cdot 10^6$?

Відповідь: $d = 0,02$ м.

4.20. Скільки часу потрібно, щоб покрити лампочку шаром срібла товщиною $d = 1 \cdot 10^{-5}$ м, якщо максимальний допустимий струм $I = 0,05$ А на $S = 1 \text{ см}^2$?

Відповідь: $t = 3,1$ хв.

4.21. Визначити силу струму насичення в електричій лампочці з вольфрамовим катодом довжиною $l = 3$ см діаметром $d = 0,1$ мм і температурою нитки розжарення $T = 2700$ К.

Відповідь: $I = 0,17$ А.

4.22. Знайти густину струму в додатному стовпі рзряду в кисні, в якому напруженість поля по осі трубки $E = 0,1$ В/см, а число заряджених частинок $N = 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Рухливість електронів і додаткових іонів рівна $u^- = 3 \cdot 10^2 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ і $u^+ = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Відповідь: $j = 480$ А/м².

5 ОСНОВИ МАГНЕТИЗМУ

Основні теоретичні відомості

Інтенсивність магнітного поля, утвореного елементом dx провідника із струмом I , у точці, що міститься на відстані r , визначається законом Біо-Савара-Лапласа

$$dH = \frac{Idx}{4\pi r^2} \sin \alpha. \quad (5.1)$$

Вектор dH перпендикулярний до площини, яка проходить через x та I , і напрямлений у той бік від цієї площини, який визначається правилом свердлика: якщо закручувати свердлик у напрямку елемента струму, то обертання ручки покаже, в який бік від цієї площини напрямлений вектор dH .

Інтенсивність магнітного поля, створеного прямолінійним відрізком провідника із струмом, дорівнює

$$H = \frac{I}{l} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (5.2)$$

Інтенсивність магнітного поля, створеного нескінченно довгим тоєм прямолінійним провідником із струмом у точці на відстані від провідника

$$H = \frac{I}{2\pi l}. \quad (5.3)$$

Інтенсивність магнітного поля в центрі колового провідника із струмом, якщо радіус кола R

$$H = \frac{I}{2R}. \quad (5.4)$$

Інтенсивність магнітного поля на осі колового струму:

$$H = \frac{IR^2}{2(R^2 + l^2)^{3/2}}, \quad (5.5)$$

де l – відстань від центра колового струму до точки на осі.

Напруженість магнітного поля в точці A на осі прямого соленоїда:

$$H = 2\pi n l (\cos \beta_1 - \cos \beta_2), \quad (5.6)$$

де β_1 – гострий (або прямий) кут між віссю соленоїда і напрямом від точки A на якийсь елемент крайнього витка, β_2 – тупий кут між віссю соленоїда і напрямом від точки A на якийсь елемент другого крайнього витка соленоїда, n – число витків на одиниці довжини соленоїда, I – сила струму.

Напруженість магнітного поля на осі довгого прямого соленоїда (або тороїда) в точках біля його середини дорівнює:

$$H = nI. \quad (5.7)$$

Магнітний момент контура із струмом I :

$$p = \mu\mu_0 IS, \quad (5.8)$$

де μ_0 – називається *магнітною сталою* (в СІ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$), S – вектор, який чисельно дорівнює площі контура S і за напрямом збігається з вектором нормалі n , проведеної, згідно з правилом свердлика, до площини контура. Циркуляція вектора напруженості H магнітного поля вздовж замкнутого контура, який охоплює струм I :

$$\oint H dl = I, \quad (5.9)$$

де H – проекція вектора напруженості H на напрям дотичної до контура, що включає елемент dl , I – сила струму, що охоплюється контуром.

Зв'язок між магнітною індукцією, магнітною напруженістю і магнітною проникністю

$$B = \mu\mu_0 H. \quad (5.10)$$

Потік магнітної індукції через плоску поверхню S :

$$\Phi = BS \cos(B \wedge n), \quad (5.11)$$

де n – нормаль до поверхні S .

При розрахунку магнітного кола користуються формулою Гопкінсона:

$$\Phi = \frac{\mu\mu_0 INS}{l}. \quad (5.12)$$

Сила, що діє на прямолінійну ділянку провідника dx з струмом I , розміщену в магнітному полі з індукцією B , визначається за законом Ампера

$$F = IBdx \sin(B \wedge dx). \quad (5.13)$$

Сила взаємодії між струмами, які протікають у двох паралельних прямолінійних провідниках (довжина одного з них дуже велика, другого – dx):

$$F = \mu\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} dx, \quad (5.14)$$

де d – відстань між провідниками.

Обертовий момент пари сил, який діє на виток (або котушку) із струмом, вміщений в однорідне магнітне поле:

$$M = Bp \sin \alpha, \quad (5.15)$$

де p – магнітний момент витка (котушки) із струмом, α – кут між векторами B і p_m .

Піднімальна сила електромагніту

$$F = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} S. \quad (5.16)$$

Сила, яка діє на заряд q , що рухається з швидкістю v в магнітному полі з індукцією B (сила Лоренца), визначається за формулою:

$$F_l = qBv \sin \alpha, \quad (5.17)$$

де α – кут між вектором швидкості v руху частинки і вектором B індукції магнітного поля.

Під дією сили Лоренца частинка рухається по колу радіусом R ($\alpha = 90^\circ$):

$$R = \frac{mv}{qB}, \quad (5.18)$$

де m , v , q – відповідно маса, швидкість і заряд частинки, B – індукція магнітного поля.

Якщо частинка влітає під певним кутом до силових ліній ($\alpha \neq 90^\circ$), то траєкторією буде гвинтова лінія, радіус R та крок h якої визначають співвідношеннями:

$$R = \frac{mv}{qB} \sin \alpha \text{ та } h = \frac{2\pi mv}{qB} \cos \alpha. \quad (5.19)$$

Робота з переміщення провідника (або контура) із струмом у магнітному полі дорівнює силі струму, помноженій на потік магнітної індукції, яку перетинає провідник (контур) під час його руху:

$$A = I \Delta \Phi = I (\Phi_2 - \Phi_1), \quad (5.20)$$

де Φ_1 – магнітний потік усередині контура в його початковому положенні, а Φ_2 – після його переміщення.

Методичні вказівки

1. Основними характеристиками магнітного поля є дві векторні величини: магнітна індукція B і напруженість H , пов'язані таким співвідношенням:

$$B = \mu \mu_0 H. \quad (5.21)$$

Для обчислення напруженості магнітного поля струму, що протікає по провіднику довільної геометричної форми, можна користуватися двома методами:

- а) застосовуючи формулу Біо-Савара-Лапласа;
- б) застосовуючи теорему про циркуляцію вектора напруженості поля.

Користуючись при розв'язуванні задач на визначення напруженості магнітного поля формулою Біо-Савара-Лапласа, треба спочатку виділити на провіднику якийсь елемент струму довжи-

ною dx . Елементарна напруженість поля, створеного цим елементом струму, визначається за формулою (5.1).

Інтегруючи цю формулу в межах усієї довжини провідника знаходять результуючу напруженість поля в певній точці. При цьому завжди слід пам'ятати, що напруженість магнітного поля є величиною векторна.

Часто при визначенні напруженості магнітного поля обчислення значно спрощується, якщо користуватися поняттям намагнічуючої сили, яка пропорціональна алгебраїчній сумі струмів, що охоплюється даним замкненим контуром і дорівнює лінійному інтегралу напруженості магнітного поля вздовж цього контура:

$$\oint_L H dl = \sum I_i.$$

Другим методом розв'язування задач зручно користуватися, тоді коли контур, що охоплює струми, можна вибрати правильної геометричної форми. При цьому в кожній точці цього контура напруженість магнітного поля повинна бути однаковою.

2. Електродинамічна сила, яка діє на провідник довжиною l в однорідному магнітному полі з індукцією B , визначається інтегруванням елементарної електродинамічної сили, тобто за законом Ампера по всій довжині провідника

$$dF = BIl \sin(B \wedge dl).$$

3. При обчисленні сили взаємодії між двома провідниками із струмами також застосовують формулу Ампера, причому під B розуміють індукцію поля, утвореного одним із струмів у тому місці, де перебуває другий провідник.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. У відрізок прямого проводу завдовжки $l = 10$ см протікає струм $I = 2$ А. Визначити напруженість поля, створеного струмом у точці, яка лежить на перпендикулярі до середини відрізка на відстані $d = 6$ см від нього (рис. 5.1).

Дано:**СІ**

$I = 2 \text{ А}$

$l = 10 \text{ см}$

$d = 6 \text{ см}$

Н-?

$= 0,1 \text{ м}$

$= 0,06 \text{ м}$

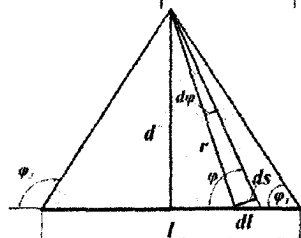


Рисунок. 5.1

Значення кута φ_2 визначимо із співвідношення

$$\cos \varphi_1 = \frac{l}{\sqrt{4d^2 + l^2}}.$$

Отже,

$$H = \frac{I}{2\pi d \sqrt{4d^2 + l^2}} = 3,4 \text{ А/м}.$$

Задача 2. У кільцевому проводі, радіус якого $R = 11 \text{ см}$, проходить струм $I = 14 \text{ А}$. Знайти напруженість магнітного поля: 1) у центрі кільця; 2) у точці, яка лежить на перпендикулярі до площини кільця, проведеного з його центра, на відстані $l = 10 \text{ см}$ від центра.

Дано:**СІ**

$I = 14 \text{ А}$

$l = 10 \text{ см}$

$R = 11 \text{ см}$

Н-?

$= 0,1 \text{ м}$

$= 0,11 \text{ м}$

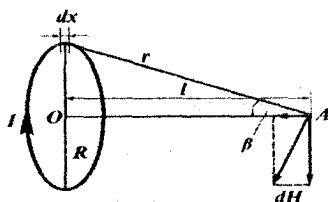
Розв'язання

Рисунок. 5.2

Розв'язання

Для обчислення напруженості магнітного поля скористаємося законом Біо-Савара-Лапласа

$$H = \int \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}.$$

За формулою (5.2) маємо, що

$$H = \frac{I}{4\pi d} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2),$$

або

$$H = \frac{I}{2\pi d} \cos \varphi_1,$$

тому що $\cos \varphi_2 = \cos (\pi - \varphi_1) = -\cos \varphi_1$.

1) у центрі колового струму за формулою (5.4) (рис. 5.2)

$$H = \frac{IR^2}{2R^3} = \frac{I}{2R} = 60 \text{ А/м.}$$

2) У другому випадку використовуємо формулу (5.5)

$$H = \frac{IR^2}{2\sqrt{(R^2 + l^2)^3}} = 26 \text{ А/м.}$$

Задача 3. У прямому соленоїді, який має $n = 15$ витків на сантиметр довжини, проходить струм $I = 0,5 \text{ А}$. Довжина соленоїда $l = 10 \text{ см}$, діаметр $d = 4 \text{ см}$. Визначити напруженість магнітного поля: 1) у центрі соленоїда; 2) у центрі однієї з основ.

Дано:	СИ	Розв'язання
$I = 0,5 \text{ А}$		1) Скористаємося формулою (5.6).
$l = 10 \text{ см}$	$= 0,1 \text{ м}$	$H = \frac{In}{2} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2). \quad (1)$
$d = 6 \text{ см}$	$= 0,06 \text{ м}$	Підставляючи значення за рис. 5.3
$n = 15$		
$H = ?$		

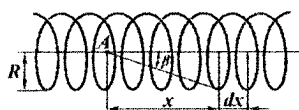


Рисунок. 5.3

$$\cos \beta_1 = -\cos \beta_2 = \frac{l}{\sqrt{d^2 + l^2}},$$

знайдемо:

$$H = \frac{Inl}{\sqrt{d^2 + l^2}} = 700 \text{ А/м.}$$

2) Для точки, яка лежить у центрі однієї з основ соленоїда, напруженість магнітного поля знайдемо за формулою (1), якщо в ній вважати, що один з кутів, наприклад, $\beta_1 = \pi/2$, тоді

$$H = \frac{In}{2} \cos \beta_1 = \frac{In}{2\sqrt{R^2 + l^2}} = 375 \text{ А/м.}$$

Задача 4. Визначити силу взаємодії між двома плоскими контурами із спільною віссю, по яких проходять струми $I_1 = 2 \text{ А}$, $I_2 = 0,5 \text{ А}$. Радіус першого контуру $R_1 = 10 \text{ см}$, другого $R_2 = 2 \text{ см}$. Відстань між контурами $l = 50 \text{ см}$.

Дано:		Розв'язання
$I_1 = 2 \text{ A}$	CI $= 0,1 \text{ м}$ $= 0,06 \text{ м}$ $= 0,5 \text{ м}$	Напруженість магнітного поля, утвореного першим контуром на відстані l від нього, де міститься другий контур, визначається за формулою $H = \frac{\pi I_1 R_1^2}{2\pi l^3}.$
$I_2 = 0,5 \text{ A}$		
$R_1 = 10 \text{ см}$		
$R_2 = 2 \text{ см}$		
$l = 50 \text{ см}$		
$F = ?$		

Потік індукції, що проходить через другий контур, у цьому випадку буде:

$$\Phi = \mu\mu_0 H \pi R_2^2 = \frac{\mu\mu_0 R_1^2 \pi R_2^2 I_1}{2\pi l^3}.$$

Енергія другого контуру в полі першого визначається за формулою:

$$W = I_2 \Phi = \frac{\mu\mu_0 R_1^2 \pi R_2^2 I_1 I_2}{2l^3}.$$

Якщо напрями струмів у контурах однакові, то сила, з якою перший контур діє на другий, буде:

$$F = -\frac{dW}{dl} = -\frac{3\mu\mu_0 R_1^2 \pi R_2^2 I_1 I_2}{2l^4} = -3,7 \cdot 10^{-9} \text{ Н}.$$

Знак «-» означає, що сила від'ємна, тобто є силою притягання.

Задача 5. Прямокутна рамка із струмом розміщена в магнітному полі паралельно до ліній магнітної індукції. На рамку діє обертальний момент $M = 10^{-2} \text{ Н}\cdot\text{м}$. Обчислити роботу сил поля при повороті рамки на кут $\alpha = 30^\circ$.

Дано:		Розв'язання
$M = 10^{-2} \text{ Н}\cdot\text{м}$	Робота сил поля під час руху рамки із струмом дорівнює	$A = I(\Phi_2 - \Phi_1).$
$\alpha = 30^\circ$		
$A = ?$		

Потік індукції через рамку

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

Якщо рамка розміщена паралельно до ліній індукції поля, то нормаль до контуру рамки утворює з вектором B кут $\varphi_0 = 90^\circ$. Тому $\Phi_1 = BS \cos \varphi_0 = 0$.

Якщо рамка повернеться на кут $\alpha = 30^\circ$, то кут між нормаллю і вектором B дорівнюватиме $\varphi = 60^\circ$, тому

$$\Phi_2 = BS \cos \alpha = \frac{BS}{2}.$$

Тоді

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \frac{BS}{2}.$$

Обертальний момент, який діє на рамку із струмом в її початковому положенні, дорівнює

$$M_{об} = BIS.$$

Звідки

$$I = \frac{M_{об}}{BS}.$$

Отже, робота сил поля

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = \frac{M_{об}BS}{2BS} = \frac{M_{об}}{2} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Задача 6. Електрон, маючи дуже малу початкову швидкість, пройшов в однорідному електричному полі різницю потенціалів $U = 1000 \text{ В}$. Після цього він потрапляє в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 10^{-2} \text{ Тл}$, напрямлене перпендикулярно до вектора напруженості електричного поля. Яка буде траєкторія руху електрона?

Дано:

$$U = 1000 \text{ В}$$

$$B = 10^{-2} \text{ Тл}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

R-?

Розв'язання

Під час руху електрона в магнітному полі на нього діє сила Лоренца. Під дією цієї сили заряджена частинка рухатиметься по колу (якщо вона влетіла в магнітне поле перпендикулярно до силових ліній), радіус якого визначається формулою (5.18):

$$R = \frac{mv}{qB}. \quad (1)$$

Проте у цій формулі нам невідоме значення швидкості руху електрона v . Величину швидкості електрона знайдемо так. Якщо в електричному полі електрон пройшов різницю потенціалів U , то електричні сили при цьому виконали роботу і змінили кінетичну енергію електрона на величину:

$$eU = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}.$$

Якщо вважати, що початкова швидкість електрона дорівнює нулю ($v_0 = 0$), то

$$eU = \frac{mv^2}{2}.$$

Звідси v дорівнює

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (2)$$

Підставивши (2) в (1), знайдемо:

$$R = \frac{m}{eB} \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} = 0,01 \text{ м.}$$

Задача 7. Протон, швидкість якого $v = 20 \text{ км/с}$, влітає в однорідне магнітне поле, напруженість якого $H = 2,4 \cdot 10^3 \text{ А/м}$, під кутом $\alpha = 30^\circ$ до напрямку напруженості поля. Визначити радіус і крок гвинтової лінії/ по якій рухатиметься електрон.

Дано:	СІ	Розв'язання
$v = 20 \text{ км/с}$	$= 2 \cdot 10^4 \text{ м/с}$	Заряджена частинка (масою m і зарядом e), яка потрапляє в магнітне поле і швидкість не є перпендикулярною до силових ліній, то вона рухається гвинтовою лінією (рис. 5.4) (5.19):
$H = 2,4 \cdot 10^3 \text{ А/м}$		
$\alpha = 30^\circ$		
$m = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$		
$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$		
F-?		

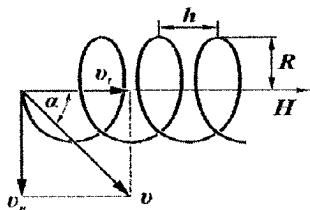


Рисунок. 5.4

$$R = \frac{mv}{qB} \sin \alpha \quad \text{та} \quad h = \frac{2\pi mv}{qB} \cos \alpha \quad (1)$$

У цих формулах невідомими залишається індукція магнітного поля B . Її можна знайти із співвідношення (5.21)

$$B = \mu\mu_0 H = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Тл.}$$

Підставляючи це значення у формули (1), отримаємо, що радіус дорівнює $R = 0,14 \text{ м}$, та крок гвинтової лінії $h = 1,5 \text{ м}$.

Задачі для самостійного розв'язання

5.1. Знайти напруженість H магнітного поля в точці, віддаленій на $l = 2 \text{ м}$ від нескінченно довгого провідника, по якому тече струм $I = 5 \text{ А}$.

Відповідь: $H = 39,8 \text{ А/м}$.

5.2. Знайти напруженість H магнітного поля в центрі кругового дрітцяного витка радіусом $R = 1 \text{ см}$, по якому тече струм $I = 1 \text{ А}$.

Відповідь: $H = 50 \text{ А/м}$.

5.3. Два прямолінійні довгі провідники розташовані паралельно на відстані $d = 10 \text{ см}$ один від одного. По провідниках течуть струми $I_1 = I_2 = 5 \text{ А}$ в протилежних напрямках. Знайти модуль і напрям напруженості H магнітного поля в точці, що перебуває на відстані $a = 10 \text{ см}$ від кожного провідника.

Відповідь: $H = 8 \text{ А/м}$.

5.4. Знайти напруженість H магнітного поля, що створюється відрізком AB прямолінійного провідника із струмом, в точці C , яка знаходиться на перпендикулярі до середини цього відрізка на відстані $l = 5 \text{ см}$ від нього. По провіднику тече струм $I = 20 \text{ А}$. Відрізок AB провідника видно з точки C під кутом 60° .

Відповідь: $H = 31,8 \text{ А/м}$.

5.5. Розв'язати попередню задачу за умови, що струм у провіднику $I = 30 \text{ А}$ і відрізок провідника видно з точки C під кутом 90° . Точка C розташована на відстані $l = 6 \text{ см}$ від провідника.

Відповідь: $H = 56,5 \text{ А/м}$.

5.6. Струм $I = 20 \text{ А}$ тече по довгому провідникові, зігнутому під прямим кутом. Знайти напруженість H магнітного поля в точці, що лежить на бісектрисі цього кута і віддаленій від вершини кута на відстані $l = 10 \text{ см}$.

Відповідь: $H = 77,3 \text{ А/м}$.

5.7. Струм $I = 20 \text{ А}$, протікаючи по кільцю з мідного дроту перерізом $S = 1 \text{ мм}^2$, створює в центрі кільця напруженість магнітного поля $H = 178 \text{ А/м}$. Яка різниця потенціалів U прикладена до кінців дроту, що утворює кільце?

Відповідь: $U = 0,12 \text{ В}$.

5.8. Знайти напруженість H магнітного поля на осі кругового контуру на відстані $l = 3 \text{ см}$ від його площини. Радіус контуру $R = 4 \text{ см}$, струм у контурі $I = 2 \text{ А}$.

Відповідь: $H = 12,7 \text{ А/м}$.

5.9. Напруженість магнітного поля в центрі кругового витка $H = 0,8 \cdot 10^{-5} \text{ А/м}$. Радіус витка $R = 11 \text{ см}$. Знайти напруженість H магнітного поля на осі витка на відстані $h = 10 \text{ см}$ від його площини.

Відповідь: $H = 25,7 \text{ А/м}$.

5.10. Два кругові витки радіусом $R = 4 \text{ см}$ кожен розташовані в паралельних площинах на відстані $d = 10 \text{ см}$ один від одного. По витках течуть струми $I_1 = I_2 = 2 \text{ А}$. Знайти напруженість магнітного поля на осі витків, якщо струми у витках течуть у протилежних напрямках.

Відповідь: $H = 12,2 \text{ А/м}$.

5.11. Два кругових витка радіусом $R = 4 \text{ см}$ кожен розташовані в паралельних площинах на відстані $d = 5 \text{ см}$ один від одно-

го. По витках течуть струми $I_1 = I_2 = 4$ А. Знайти напруженість H магнітного поля в центрі одного з витків, коли: а) струми у витках течуть в одному напрямі; б) струми у витках течуть у протилежних напрямках.

Відповідь: а) $H = 62,2$ А/м; б) $H = 38,2$ А/м.

5.12. Два кругові витки розташовані в двох взаємно перпендикулярних площинах так, що центри цих витків співпадають. Радіус кожного витка $R = 2$ см, струми у витках $I_1 = I_2 = 5$ А. Знайти напруженість H магнітного поля в центрі цих витків.

Відповідь: $H = 177$ А/м.

5.13. З дроту завдовжки $l = 1$ м зроблена квадратна рамка. По рамці тече струм $I = 10$ А. Знайти напруженість H магнітного поля в центрі рамки.

Відповідь: $H = 35,8$ А/м.

5.14. По дротяній рамці, що має форму правильного шестикутника, тече струм $I = 2$ А. При цьому в центрі рамки утворюється магнітне поле напруженістю $H = 33$ А/м. Знайти довжину l дроту, з якого зроблена рамка.

Відповідь: $l = 0,2$ м.

5.15. Нескінченно довгий дріт утворює круговий виток, дотичний до дроту. По дроту тече струм $I = 5$ А. Знайти радіус R витка, якщо напруженість магнітного поля в центрі витка $H = 41$ А/м.

Відповідь: $R = 8$ см.

5.16. Котушка завдовжки $l = 30$ см має $N = 1000$ витків. Знайти напруженість H магнітного поля усередині котушки, якщо по котушці протікає струм $I = 2$ А. Діаметр котушки вважати малим у порівнянні з її довжиною.

Відповідь: $H = 6,67$ кА/м.

5.17. Обмотка котушки зроблена з дроту діаметром $d = 0,8$ мм. Витки щільно прилягають один до одного. Вважаючи

катушку досить довгою, знайти напруженість H магнітного поля усередині катушки при струмі $I = 1$ А.

Відповідь: $H = 1,25$ кА/м.

5.18. З дроту діаметром $d = 1$ мм потрібно намотати соленоїд, усередині якого має бути напруженість магнітного поля $H = 24$ кА/м. По дроту можна пропускати граничний струм $I = 6$ А. З якого числа шарів складатиметься обмотка соленоїда, якщо витки намотувати щільно один до одного? Діаметр катушки вважати малим в порівнянні з її довжиною.

Відповідь: 3 4 слоїв.

5.19. Необхідно отримати напруженість магнітного $H = 1$ кА/м в соленоїді довжиною $l = 20$ см і діаметром $D = 5$ см. Знайти число ампер-витків необхідне для цього соленоїда та різницю потенціалів U , яку потрібно прикласти до кінців обмотки з мідного дроту діаметром $d = 0,5$ мм. Вважати поле соленоїда однорідним.

Відповідь: $I N = 200$ А·витків; $U = 2,7$ В.

5.20. У магнітному полі, індукція якого $B = 0,05$ Тл обертається стержень завдовжки $l = 1$ м. Вісь обертання проходить через один з кінців стержня, паралельна напрямку магнітного поля. Знайти магнітний потік Φ , що перетинається стержнем при кожному оберті.

Відповідь: $\Phi = 157$ мВб.

5.21. Рамка, площа якій $S = 16$ см², обертається в однорідному магнітному полі з частотою $\nu = 2$ с⁻¹. Вісь обертання перебуває в площині рамки і перпендикулярна до напрямку магнітного поля. Напруженість магнітного поля $H = 79,6$ кА/м. Знайти найбільше значення $\Phi_{\max}$ магнітного потоку.

Відповідь: $\Phi_{\max} = 160$ мВб.

5.22. Скільки ампер-витків знадобиться для того, щоб усередніні соленоїда малого діаметру і завдовжки $l = 30$ см об'ємна густина енергії магнітного поля була рівна $\omega_0 = 1,75$ Дж/м³?

Відповідь: $I \cdot N = 500$ А-витків.

5.23. Скільки ампер-витків знадобиться для створення магнітного потоку $\Phi = 0,42$ мВб в соленоїді із залізним сердечником завдовжки $l = 120$ см і площею поперечного перерізу $S = 3$ см²?

Відповідь: $I \cdot N = 855$ А-витків.

5.24. Магнітний потік через соленоїд (без осердя) $\Phi = 5$ мкВб. Знайти магнітний момент p соленоїда, якщо його довжина $l = 25$ см.

Відповідь: $p = 1$ А·м³.

5.25. Замкнуте залізне осердя завдовжки $l = 50$ см має обмотку з $N = 1000$ витків. По обмотці тече струм $I_1 = 1$ А. Який струм I_2 потрібно пропустити через обмотку, щоб при видаленні осердя індукція залишилася незмінною?

Відповідь: $I_2 = 620$ А.

5.26. Між полюсами електромагніту створюється однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0,1$ Тл. По дроту завдовжки $l = 70$ см, поміщеному перпендикулярно до напрямку магнітного поля, тече струм $I = 70$ А. Знайти силу F , що діє на дріт.

Відповідь: $F = 4,9$ Н.

5.27. Два прямолінійних довгих паралельних провідника є на відстані $d_1 = 10$ см один від одного. По провідниках в одному напрямі течуть струми $I_1 = 20$ А і $I_2 = 30$ А. Яку роботу A , потрібно виконати (на одиницю довжини провідників $l = 1$ м), щоб розсунути ці провідники до відстані $d_2 = 20$ см?

Відповідь: $A = 83$ мкДж/м.

5.28. Два прямолінійних довгих паралельних провідники перебувають на деякій відстані один від одного. По провідниках течуть однакові струми в одному напрямі. Знайти струми I_1 та I_2 ,

які течуть по кожному з провідників, якщо відомо, що для того щоб розсунути ці провідники на удвічі більшу відстань, довелося виконати роботу (на одиницю довжини провідників $l = 1 \text{ м}$) $A = 55 \text{ мкДж/м}$.

Відповідь: $I_1 = I_2 = 20 \text{ А}$.

5.29. З дроту завдовжки $l = 20 \text{ см}$ зроблені квадратний і круговий контури. Знайти обертові моменти сил M_1 та M_2 , які діють на контури, що поміщені в однакові магнітні поля з індукцією $B = 0,1 \text{ Тл}$, якщо по контурах тече струм $I = 2 \text{ А}$. Площина кожного контуру складає кут $\alpha = 45^\circ$ з напрямом поля.

Відповідь: $M_1 = 3,53 \cdot 10^{-4} \text{ Н}\cdot\text{м}$; $M_2 = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ Н}\cdot\text{м}$.

5.30. Алюмінієвий дріт площею поперечного перерізу $S = 1 \text{ мм}^2$ підвішений в горизонтальній площині перпендикулярно до магнітного меридіана, і по ньому тече струм (із заходу на схід) $I = 1,6 \text{ А}$. Яку частину від сили тяжіння, що діє на дріт, складає сила, що діє на нього з боку земного магнітного поля? На скільки зменшиться сила тяжіння, що діє на одиницю довжини дроту, внаслідок дії цієї сили? Горизонтальна складова напруженості земного магнітного поля $H_r = 15 \text{ А/м}$.

Відповідь: $\Delta F = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$.

5.31. Котушка гальванометра, що складається з $N = 400$ витків тонкого дроту, намотаного на прямокутний каркас завдовжки $l = 3 \text{ см}$ і шириною $b = 2 \text{ см}$, підвішена на нитці в магнітному полі з індукцією $B = 0,1 \text{ Тл}$. По котушці тече струм $I = 0,1 \text{ мкА}$. Знайти момент сили M , що діє на котушку гальванометра, якщо площина котушки : а) паралельна напрямку магнітного поля; б) складає кут $\alpha = 60^\circ$ з напрямом магнітного поля.

Відповідь: а) $M = 2,4 \cdot 10^{-9} \text{ Н}\cdot\text{м}$; б) $M = 1,2 \cdot 10^{-9} \text{ Н}\cdot\text{м}$.

5.32. Круговий контур поміщений в однорідне магнітне поле так, що площина контуру перпендикулярна до напрямку магнітного поля. Напруженість магнітного поля $H = 150 \text{ кА/м}$. По контуру

тече струм $I = 2$ А. Радіус контуру $R = 2$ см. Яку роботу A потрібно виконати, щоб повернути контур на кут $\varphi = 90^\circ$ навколо осі, що співпадає з діаметром контуру?

Відповідь: $A = 0,5$ мДж.

5.33. В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,5$ Тл рухається рівномірно провідник завдовжки $l = 10$ см. По провіднику тече струм $I = 2$ А. Швидкість руху провідника $v = 20$ см/с і спрямована перпендикулярно до напрямку магнітного поля. Знайти роботу A переміщення провідника за час $t = 10$ с і потужність P затрачену на його переміщення.

Відповідь: $A = 0,2$ Дж; $P = 20$ мВт.

5.34. Електрон, прискорений різницею потенціалів $U = 1$ кВ, влітає в однорідне магнітне поле напрямлене перпендикулярно до напрямку швидкості руху. Індукція магнітного поля $B = 1,19$ мТл. Знайти радіус кола R , період обертання T і момент імпульсу L електрона.

Відповідь: $T = 30$ нс, $L = 1,5 \cdot 10^{-24}$ кг·м²/с.

5.35. Електрон, прискорений різницею потенціалів $U = 300$ В, рухається паралельно до прямолінійного довгого провідника на відстані $l = 4$ мм від нього. Яка сила F діє на електрон, якщо по провіднику протікає струм $I = 5$ А?

Відповідь: $F = 4 \cdot 10^{-16}$ Н.

5.36. Потік α -частинок (ядер атома гелію), прискорених різницею потенціалів $U = 1$ МВ, влітає в однорідне магнітне поле напруженістю $H = 1,2$ кА/м. Швидкість кожної частинки спрямована перпендикулярно до напрямку магнітного поля. Знайти силу F , що діє на кожну частинку.

Відповідь: $F = 4,7 \cdot 10^{-12}$ Н.

5.37. Електрон влітає в однорідне магнітне поле, напрям якого перпендикулярний до напрямку його руху. Швидкість електрона $v = 4 \cdot 10^7$ м/с. Індукція магнітного поля $B = 1$ мТл. Знайти

тангенціальне a_t і нормальне a_n прискорення електрона у магнітному полі.

Відповідь: $a_t = 0$, $a_n = \text{const} = 7 \cdot 10^{16} \text{ м/с}^2$.

5.38. Знайти кінетичну енергію W (в електрон-вольтах) протона, що рухається по дузі кола радіусом $R = 60 \text{ см}$ в магнітному полі з індукцією $B = 1 \text{ Тл}$.

Відповідь: $W = 17,3 \text{ МеВ}$.

5.39. Протон і електрон, рухаючись з однаковою швидкістю, влітають в однорідне магнітне поле. У скільки разів радіус кривизни R_1 траєкторії протона більший від радіуса кривизни R_2 траєкторії електрона?

Відповідь: $R_1 / R_2 = m_1 / m_2 = 1840$.

5.40. Заряджена частинка рухається в магнітному полі по колу із швидкістю $v = 10^6 \text{ м/с}$. Індукція магнітного поля $B = 0,3 \text{ Тл}$. Радіус кола $R = 4 \text{ см}$. Знайти заряд q частинки, якщо відомо, що її енергія $W = 12 \text{ кеВ}$.

Відповідь: $q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

5.41. Протон і α -частинка влітають в однорідне магнітне поле, напрям якого перпендикулярний до напрямку їх руху. У скільки разів період обертання T_1 протона в магнітному полі більший від періоду обертання T_2 α -частинки?

Відповідь: $T_1 / T_2 = 2$.

5.42. α -частинка, кінетична енергія $W = 500 \text{ еВ}$ якої влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно до напрямку її руху. Індукція магнітного поля $B = 0,1 \text{ Тл}$. Знайти силу F , що діє на α -частинку, радіус R кола, яким рухається α -частинка, та її період обертання T .

Відповідь: $F = 5 \cdot 10^{-15} \text{ Н}$; $R = 3,2 \text{ см}$; $T = 1,3 \text{ мкс}$.

5.43. α -частинка, момент імпульсу якої $L = 1,33 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$, влітає в однорідне магнітне поле, яке напрямлено перпендикуля-

рно до напрямку її руху. Індукція магнітного поля $B = 25$ мТл. Знайти кінетичну енергію W α -частинки.

Відповідь: $W = 500$ еВ.

5.44. Однозарядні іони ізотопів калію з відносними атомними масами 39 і 41 прискорюються різницею потенціалів $U = 300$ В, потім вони потрапляють в однорідне магнітне поле, яке напрямлене перпендикулярно до напрямку їх руху. Індукція магнітного поля $B = 0,08$ Тл. Знайти радіуси кривизни R_1 та R_2 траєкторій руху цих іонів.

Відповідь: $R_1 = 19,5$ см; $R_2 = 20,0$ см.

5.45. Знайти відношення q/m (питомий заряд) для частинки, якщо вона, влітаючи зі швидкістю $v = 10^6$ м/с в однорідне магнітне поле напруженістю $H = 200$ кА/м, рухається по дузі кола радіусом $R = 8,3$ см. Напрямок швидкості руху частинки перпендикулярний до напрямку магнітного поля. Порівняти отримане значення зі значенням q/m для електрона, протона і α -частинки.

Відповідь: $q/m = 4,8 \cdot 10^7$ Кл/кг.

5.46. Магнітне поле напруженістю $H = 8$ кА/м і електричне поле напруженістю $E = 1$ кВ/м спрямовані однаково. Електрон влітає в електромагнітне поле із швидкістю $v = 10^5$ м/с. Знайти нормальне a_n , тангенціальне a_τ і повне a прискорення електрона. Задачу розв'язати, якщо швидкість електрона спрямована: а) паралельно до напрямку електричного поля; б) перпендикулярно до напрямку електричного поля.

Відповідь: а) $a_n = 0$, $a_\tau = 1,76 \cdot 10^{14}$ м/с²; б) $a_\tau = 0$, $a_n = 2,5 \cdot 10^{14}$ м/с².

5.47. Електрон, прискорений різницею потенціалів $U = 6$ кВ, влітає в однорідне магнітне поле під кутом $\alpha = 30^\circ$ до напрямку поля і рухається гвинтовою лінією. Індукція магнітного поля $B = 13$ мТл. Знайти радіус R і крок h гвинтової траєкторії.

Відповідь: $R = 1$ см і $h = 11$ см.

5.48. Протон влітає в однорідне магнітне поле під кутом $\alpha = 30^\circ$ до напрямку поля і рухається гвинтовою лінією радіуса $R = 1,5$ см. Індукція магнітного поля $B = 0,1$ Тл. Знайти кінетичну енергію W протона.

Відповідь: $W = 433$ еВ.

5.49. Електрон влітає в плоский горизонтальний конденсатор паралельно до його пластин зі швидкістю $v = 10^7$ м/с. Довжина конденсатора $l = 5$ см. Напруженість електричного поля конденсатора $E = 10$ кВ/м. При вильоті з конденсатора електрон потрапляє в магнітне поле, яке розташоване перпендикулярно до електричного поля. Індукція магнітного поля $B = 10$ мТл. Знайти радіус R і крок h гвинтової траєкторії електрона в магнітному полі.

Відповідь: $R = 5$ мм; $h = 3,6$ см.

5.50. Через переріз $S = ab$ мідної пластинки завтовшки $a = 0,5$ мм і заввишки $b = 10$ мм пропускається струм $I = 20$ А. При вміщенні пластинки в магнітне поле, перпендикулярне до ребра b і напрямку струму, виникає поперечна різниця потенціалів $U = 3,1$ мкВ. Індукція магнітного поля $B = 1$ Тл. Знайти концентрацію n електронів провідності в міді і їх швидкість v за цих умов.

Відповідь: $n = 8,1 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$; $v = 0,31$ мм/с.

5.51. Через переріз $S = ab$ алюмінієвої пластинки (a - товщина і b - висота) пропускається струм $I = 5$ А. Пластинка поміщена в магнітне поле, перпендикулярне до ребра b і напрямку струму. Знайти поперечну різницю потенціалів U , що виникає при цьому. Індукція магнітного поля $B = 0,5$ Тл. Товщина пластинки $a = 0,1$ мм. Концентрацію електронів провідності вважати рівною концентрації атомів.

Відповідь: $U = 2,7$ мкВ.

5.52. Пластика напівпровідника завтовшки $a = 0,2$ мм поміщена в магнітне поле, яке перпендикулярне до пластинки. Питомий опір напівпровідника $\rho = 10$ мкОм·м. Індукція магнітного поля $B = 1$ Тл. Перпендикулярно до напрямку поля уздовж пластинки пропускається струм $I = 0,1$ А. При цьому виникає поперечна різниця потенціалів $U = 3,25$ мВ. Знайти рухливість μ носіїв струму в напівпровіднику.

Відповідь: $\mu = 0,65 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$.

6 ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ. ЕНЕРГІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

Основні теоретичні відомості

Якщо магнітне поле навколо провідника змінюється, то в провіднику виникає ЕРС індукції. Величина ЕРС індукції ε_i в замкнутому контурі визначається швидкістю зміни магнітного потоку через поверхню обмежену контуром (закон Фарадея-Максвелла):

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}, \quad (6.1)$$

де N – число витків контуру, Φ – магнітний потік, який пронизує один виток.

Знак «-» є математичним виразом правила Ленца.

ЕРС в провіднику довжиною l , який переміщається в однорідному магнітному полі з сталою швидкістю v , дорівнює

$$\varepsilon = Blv \sin(B \wedge v), \quad (6.2)$$

(тут вважається, що v і l взаємно перпендикулярні).

ЕРС індукції, яка виникає в рамці, що має N витків площею S і обертається з кутовою швидкістю ω в однорідному магнітному полі з індукцією B , визначається рівнянням

$$\varepsilon = BNS\omega \sin \omega t, \quad (6.3)$$

де ωt – миттєве значення кута, який утворює вектор індукції B з вектором нормалі n до площини рамки.

Заряд q , що протікає в контурі з опором R при зміні магнітного потоку на $d\Phi$, дорівнює

$$q = -\frac{\Delta\Phi}{R}. \quad (6.4)$$

Якщо струм у замкнутому провіднику змінюється, то в провіднику внаслідок зміни його магнітного поля виникає ЕРС само-

індукції. ЕРС самоіндукції в кожному момент пропорційна швидкості зміни струму в провіднику:

$$\varepsilon_{ci} = -L \frac{dI}{dt}, \quad (6.5)$$

де L – коефіцієнт самоіндукції (індуктивність), що залежить від розмірів і форми провідника, $\frac{dI}{dt}$ – швидкість зміни струму.

Індуктивність соленоїда (тороїда) довжиною l :

$$L = \frac{\mu \mu_0 N^2 S}{l}, \quad (6.6)$$

де N – число витків соленоїда (тороїда), S – площа поперечного перерізу, μ – магнітна проникність сердечника.

Магнітна проникність μ сердечника соленоїда (тороїда) залежить від напруженості H магнітного поля. В усіх випадках обчислення індуктивності соленоїда (тороїда) з сердечником для визначення μ треба користуватися графіком залежності B від H , а потім формулою

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}. \quad (6.7)$$

Зміна сили струму з часом після замикання кола з опором R та індуктивністю L :

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad (6.8)$$

де ε – ЕРС джерела струму, t – час, який пройшов з моменту замикання кола.

Зміна сили струму з часом після розмикання кола з опором R та індуктивністю L :

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}, \quad (6.9)$$

де I_0 – сила струму в колі при $t = 0$, t – час, який минув з моменту розмикання кола.

Якщо система складається з двох окремих замкнутих провідників, то із зміною струму в одному виникає є. р. с. взаємної індукції в другому, яка дорівнює

$$\varepsilon_{21} = -L \frac{dI_{12}}{dt} \quad \text{або} \quad \varepsilon_{12} = -L \frac{dI_{21}}{dt}, \quad (6.10)$$

де L – коефіцієнт взаємної індукції.

Енергія магнітного поля W , утвореного контуром (соленоїдом), визначається рівнянням

$$W = \frac{LI^2}{2}, \quad (6.11)$$

де I – струм у контурі, L – його індуктивність.

Об'ємна густина енергії ω магнітного поля

$$\omega = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}, \quad (6.12)$$

де B і H – індукція і напруженість магнітного поля, μ – відносна магнітна проникність середовища.

Методичні вказівки

1 Щоб визначити ЕРС індукції за законом Фарадея, треба обчислити тільки зміну потоку індукції через площу, обмежену контуром. При цьому не має значення, чому змінюється цей потік. При розв'язуванні задач на визначення ЕРС індукції насамперед треба знайти залежність потоку індукції від часу. Потім, взявши похідну від потоку індукції через контур за часом, дістанемо співвідношення для ЕРС індукції. Аналогічно можна визначити величину ЕРС самоіндукції. При цьому треба мати на увазі, що зміна потоку магнітної індукції через розглядуваний контур створюється струмом, що проходить у цьому самому контурі.

Якщо відомий закон зміни струму з часом та індуктивність контуру, то ЕРС самоіндукції можна визначити іншим способом, скориставшись формулою (6.5).

2 Щоб визначити коефіцієнт самоіндукції (індуктивність) довільного контуру, треба визначити потік індукції Φ , який пронизує площу, обмежену контуром. У цьому випадку потік індукції створюється тільки струмом, що проходить у даному контурі. Взявши відношення потоку індукції до сили струму в контурі, знайдемо його індуктивність за формулою

$$L = \frac{\Phi}{I}.$$

3 Для визначення індуктивності соленоїда та магнітної проникності його сердечника застосовують відповідно формули (6.6) і (6.7).

4 Розв'язання задач на розрахунок енергії магнітного поля базується на використанні формул (6.11) і (6.12). Для визначення довжини і площі поперечного перерізу можуть бути використані інші співвідношення.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Магнітний потік через кільце з опором $0,03 \text{ Ом}$ за 2 с змінився на $0,012 \text{ Вб}$. Обчислити струм у кільці при рівномірній зміні потоку.

Дано:	Розв'язання
$R = 0,03 \text{ Ом}$	За формулою (6.1) обчислюємо ЕРС, і за
$\Delta t = 2 \text{ с}$	формулою закону Ома $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ знаходимо
$\Delta \Phi = 0,012 \text{ Вб}$	
$I = ?$	$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{1}{R} \left \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right = 0,2 \text{ А}.$

Задача 2. При рівномірній зміні струму від 20 до 10 А за час $0,02 \text{ с}$ у котушці індуктувалась ЕРС самоіндукції 20 В . Обчислити індуктивність котушки.

Дано:

$$I_1 = 20 \text{ А}$$

$$I_2 = 10 \text{ А}$$

$$\Delta t = 0,02 \text{ с}$$

$$\varepsilon = 20 \text{ В}$$

$$L = ?$$

Розв'язання

Скористаємось формулою (6.10) і знайдемо

$$L = \frac{\varepsilon \Delta t}{\Delta I} = 0,04 \text{ Гн.}$$

Задача 3. Котушка індуктивності під'єднання до лампочки.

Через котушку індуктивності $L = 0,15 \text{ Гн}$ з дуже малим опором R проходить постійний струм $I = 1,5 \text{ А}$. Опір кожної з лампочок $R = 2 \text{ Ом}$. Яка кількість теплоти виділилась у лампочках при розмиканні ключа S ? Яким було значення ЕРС самоіндукції у котушці, якщо за час $t = 0,07 \text{ с}$ струм зменшився на $2/3$ від початкового значення?

Дано:

$$L = 0,15 \text{ Гн}$$

$$I = 1,5 \text{ А}$$

$$R = 2 \text{ Ом}$$

$$\Delta t = 0,07 \text{ с}$$

$$I_1/I_0 = 2/3$$

$$WL = ?$$

$$\varepsilon = ?$$

Розв'язання

У лампочках виділиться енергія котушки, яку обчислимо за формулою (6.11):

$$WL = LI^2/2 = 0,17 \text{ Дж.}$$

Обчислимо модуль ЕРС самоіндукції за формулою (6.10): $\varepsilon_{ci} = L\Delta I/\Delta t = 0,5 \text{ В}$. Отже, L мале і струм розмикання не становить небезпеки для лампочок.

Задача 4. З мідного дроту з площею перерізу $0,86 \text{ мм}^2$ виготовлено кільце діаметром 10 см . Який буде струм у кільці, якщо магнітне поле буде змінюватись із швидкістю 1 Тл/с ?

Дано:

$$S = 0,86 \text{ мм}^2$$

$$d = 10 \text{ см}$$

$$\Delta B/\Delta t = 1 \text{ Тл/с}$$

$$I = ?$$

Розв'язання

ЕРС індукції знайдемо за формулою

$$\varepsilon = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{\pi d^2 \Delta B}{4 \Delta t}.$$

Струм і опір – відповідно за формулами $I = \frac{\varepsilon}{R}$,

$R = \rho \frac{l}{S}$. Отже, сила струму у витку

$$I = \frac{S d\Delta B}{4 \rho \Delta t} = 5 \text{ А.}$$

Задача 5. Металевий стержень OA завдовжки $l = 0,4 \text{ м}$ обертається з кутовою швидкістю $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$ навколо точки O в площині, перпендикулярній до силових ліній магнітного поля. Магнітна індукція поля $B = 10^{-3} \text{ Тл}$. Визначити ЕРС індукції між точками O і A .

Дано:
 $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$
 $l = 0,4 \text{ м}$
 $B = 10^{-3} \text{ Тл}$
 $\varepsilon = ?$

Розв'язання

Візьмемо на відстані x від центра O елемент довжини dx (рис. 6.1). З поворотом стержня на якийсь малий кут $d\varphi$ потік через елементарну площину dS дорівнює:

$$d\Phi = B dS \cos(B \wedge n) = B_x dx dS. \quad (1)$$

Тоді ЕРС, індукована в елементі dx , дорівнює

$$d\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -B\omega x dx. \quad (2)$$

Повна ЕРС, що виникає в стержні:

$$\varepsilon = -\int_0^l B\omega x dx = -\frac{B\omega l^2}{2}. \quad (3)$$

Якщо коло розімкнене, то ця ЕРС створює різницю потенціалів між точками O і A :

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{B\omega l^2}{2}. \quad (4)$$

Якщо коло замкнене, наприклад кінець стержня A ковзає по провідному колу, яке зовнішнім опором R з'єднане з точкою O , то виникатиме струм $I = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{R}$.

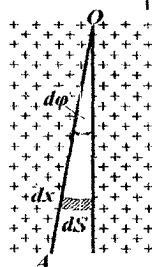


Рисунок. 6.1

Підставивши у формулу (4) числові значення величин, знайдемо різницю потенціалів між кінцями A і O :

$$U = 0,8 \text{ мВ.}$$

Задача 6. Рамка площею $S = 1000 \text{ см}^2$ і з омичним опором $R = 0,5 \text{ Ом}$ спершу була розміщена паралельно лініям індукції магнітного поля Землі, потім повернулась так, що її площа стала перпендикулярною до ліній магнітної індукції. Який заряд індукується в рамці, якщо індукція магнітного поля Землі $B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$?

Дано:	СІ	Розв'язання
$S = 1000 \text{ см}^2$	$= 0,1 \text{ м}^2$	Коли рамка розміщена паралельно до ліній індукції, то потік $\Phi_1 = 0$. У другому положенні, коли рамка розміщена перпендикулярно до ліній індукції, потік $\Phi_2 = BS$.
$R = 0,5 \text{ Ом}$		
$B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$		
$q = ?$		

Зміна потоку індукції через площу рамки дорівнює:

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = BS.$$

Індукований заряд буде:

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{BS}{R} = 10^{-5} \text{ Кл.}$$

Задача 7. Обчислити коефіцієнт самоіндукції соленоїда, довжина якого $l = 50 \text{ см}$, поперечний переріз $S = 10 \text{ см}^2$, повне число витків $N = 3000$. Внутрішнє середовище соленоїда має магнітну проникність $\mu = 1$.

Дано:	СІ	Розв'язання
$S = 10 \text{ см}^2$	$= 10^{-3} \text{ м}^2$	Напруженість магнітного поля всередині соленоїда дорівнює:
$l = 50 \text{ см}$	$= 0,5 \text{ м}$	
$N = 3000$		$H = \frac{N}{l} I, \quad (1)$
$\mu = 1$		
$L = ?$		
		де I – сила струму в соленоїді.
		Потік індукції через поперечний переріз одного витка дорівнює:

$$\Phi = BS = \mu\mu_0 HS. \quad (2)$$

Повний потік через усі витки соленоїда буде:

$$\Phi = N\Phi_0 = \mu\mu_0 HSN. \quad (3)$$

Підставляючи сюди замість H його значення з (1), дістанемо:

$$\Phi = \mu\mu_0 SI \frac{N^2}{l}.$$

Із співвідношення $\Phi = LI$ знайдемо коефіцієнт самоіндукції соленоїда:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu\mu_0 SN^2}{l} \approx 0,023 \text{ Гн.}$$

Задачі для самостійного розв'язання

6.1. За 5 мс у котушці з 500 витків магнітний потік рівномірно зменшився від 7 до 3 мВб. Обчислити ЕРС індукції у котушці.

Відповідь: $\varepsilon = 400 \text{ В.}$

6.2. Обчислити ЕРС індукції у провіднику з активною довжиною 0,25 м, що рухається з швидкістю 5 м/с у полі з $B = 8 \text{ мТл}$ під кутом 30° до напрямку вектора індукції.

Відповідь: $\varepsilon = 5 \text{ мВ.}$

6.3. Яка індуктивність соленоїда, якщо при напрузі 10 В по ньому проходить струм 5 А, а створений ним магнітний потік дорівнює 50 мВб? Який заряд пройде по ньому при вимиканні?

Відповідь: $L = 10 \text{ мГн, } q = 12,5 \text{ мКл.}$

6.4. Скільки витків дроту повинна містити котушка на залізнму осерді з поперечним перерізом 50 см^2 , щоб зміна у ній магнітної індукції від 0,1 до 1,1 Тл протягом 5 мс збуджувала ЕРС 100 В?

Відповідь: $N = 100.$

6.5. Якої сили струм повинен проходити по обмотці дроту з індуктивністю 0,5 Гн, щоб енергія магнітного поля дорівнювала 1 Дж?

Відповідь: $I = 2 \text{ А.}$

6.6. Потік магнітної індукції через площу котушки з $N = 1000$ витків змінився на $\Delta\Phi = 2$ мВб при зміні струму від $I_1 = 4$ А до $I_2 = 20$ А. Визначити індуктивність L котушки.

Відповідь: $L = 0,125$ Гн.

6.7. Рамка у формі рівностороннього трикутника розміщена в однорідному полі з індукцією 2 Тл. Кут між нормаллю до рамки і полем дорівнює 30° . Визначити довжину сторони рамки, якщо вимкнення поля за 0,01 с утворює у ній ЕРС індукції 10 мВ.

Відповідь: $l = 2$ см.

6.8. З дроту 2 м завдовжки (опір 0,1 Ом) виготовили горизонтальний квадрат, через який вертикально проходить магнітне поле Землі з $B = 50$ мкТл. Обчислити ЕРС у витку, якщо за 0,001 с скласти квадрат, розтягнувши протилежні вершини. Який струм у ньому?

Відповідь: $\varepsilon = 12,5$ мВ, $I = 0,125$ А.

6.9. Короткозамкнена котушка з $N = 1000$ витків площею $S = 40$ см² Кожен має опір $R = 160$ Ом. Обчислити потужність теплових втрат у котушці, якщо напрямлене вздовж осі котушки магнітне поле змінюється з швидкістю $\Delta B/\Delta t = 0,001$ Тл/с.

Відповідь: $P = 10^{-7}$ Вт.

6.10. Котушку з малим опором R та індуктивністю $L = 3$ Гн приєднують до акумулятора з $\varepsilon = 15$ В і малим внутрішнім опором r . Через який час струм у котушці досягне значення $I = 50$ А?

Відповідь: $t = 1$ с.

6.11. У полі з індукцією $B = 0,1$ Тл розміщено виток з площею $S = 1000$ см² і опором $R = 2$ Ом так, що через нього проходить максимально можливий потік індукції. На який кут повернули виток, якщо через нього пройшов заряд $q = 0,0095$ Кл?

Відповідь: $\alpha = 26^\circ$.

6.12. У однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,1$ Тл рухається провідник завдовжки $l = 10$ см. Швидкість руху стано-

вить $v = 15$ м/с і спрямована перпендикулярно до індукції магнітного поля. Знайти ЕРС індукції $\epsilon_{\text{інд}}$.

Відповідь: $\epsilon_{\text{інд}} = 0,15$ В.

6.13. Котушка діаметром $D = 10$ см, що складається з $N = 500$ витків дроту, перебуває в магнітному полі. Знайти середню ЕРС індукції ϵ_i , що виникає у котушці, якщо індукція магнітного поля B збільшується впродовж часу $t = 0,1$ с від 0 до 2 Тл.

Відповідь: $\epsilon_i = 78,5$ В.

6.14. Швидкість літака з реактивним двигуном $v = 950$ км/год. Знайти ЕРС індукції ϵ_i , що виникає на кінцях крил такого літака, якщо вертикальна складова напруженості земного магнітного поля $H_v = 39,8$ А/м і розмах крил літака $l = 12,5$ м.

Відповідь: $\epsilon_i = 165$ мВ.

6.15. У магнітному полі, індукція якого $B = 0,05$ Тл, обертається стержень завдовжки $l = 1$ м з кутовою швидкістю $\omega = 20$ рад/с. Вісь обертання проходить через кінець стержня і паралельна до магнітного поля. Знайти ЕРС індукції ϵ_i , що виникає на кінцях стержня.

Відповідь: $\epsilon_i = 0,5$ В.

6.16. Круговий дрітаний виток площею $S = 0,01$ м² перебуває в однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 1$ Тл. Площина витка перпендикулярна до напрямку магнітного поля. Знайти середню ЕРС індукції ϵ_i , що виникає у витку при виключенні поля впродовж часу $t = 10$ мс.

Відповідь: $\epsilon_i = 1$ В.

6.17. Площа поперечного перерізу котушки $S = 0,01$ м². Вісь обертання перпендикулярна до осі котушки і напрямку магнітного поля. Знайти максимальну ЕРС індукції ϵ_i в котушці, що обертається.

Відповідь: $\epsilon_i = 3,14$ В.

6.18. В однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 0,8$ Тл, рівномірно обертається рамка з кутовою швидкістю $\omega = 15$ рад/с. Площа рамки $S = 150$ см². Вісь обертання є в площині рамки і складає кут $\alpha = 30^\circ$ з напрямом магнітного поля. Знайти максимальну ЕРС індукції $\epsilon_{\text{інд}}$ в рамці, що обертається.

Відповідь: $\epsilon_{\text{інд}} = 0,09$ В.

6.19. Горизонтальний стержень завдовжки $l = 1$ м обертається навколо осі, що проходить через один з його кінців. Вісь обертання паралельна до вектора індукції магнітного поля ($B = 50$ мкТл). При якій частоті обертання ν стержня різниця потенціалів на кінцях стержня $U = 1$ мВ?

Відповідь: $\nu = 6,4$ с⁻¹.

6.20. На соленоїд завдовжки $l = 20$ см і площею поперечного перерізу $S = 30$ см² одягнений провідний виток. Обмотка соленоїда має $N = 320$ витків, і по ньому тече струм $I = 3$ А. Яка середня ЕРС ϵ_i індукується в надітому на соленоїд витку, якщо струм у соленоїді вимикається впродовж часу $t = 1$ мс?

Відповідь: $\epsilon_i = 18$ мВ.

6.21. На соленоїд завдовжки $l = 144$ см і діаметром $D = 5$ см намотано дрітаний виток. Обмотка соленоїда має $N = 2000$ витків, і по ній тече струм $I = 2$ А. Соленоїд має залізне осердя. Яка середня ЕРС ϵ_i індукується в надітому на соленоїд витку, коли струм у соленоїді вимикається впродовж часу $t = 2$ мс?

Відповідь: $\epsilon_i = 1,57$ В.

6.22. У однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 0,1$ Тл, обертається котушка, що складається з $N = 200$ витків. Вісь обертання котушки перпендикулярна до її осі і до напрямку магнітного поля. Період обертання котушки $T = 0,2$ с, площа поперечного перерізу $S = 4$ см². Знайти максимальну ЕРС ϵ_i індукції в котушці, що обертається.

Відповідь: $\epsilon_i = 250$ мВ.

6.23. Котушка завдовжки $l = 20$ см має $N = 400$ витків. Площа поперечного перерізу котушки $S = 9$ см². Знайти індуктивність L_1 котушки. Яка буде індуктивність L_2 котушки, якщо всередину котушки введене залізне осердя? Магнітна проникність матеріалу осердя $\mu = 400$.

Відповідь: $L_1 = 0,9$ мГн; $L_2 = 0,36$ Гн.

6.24. Скільки витків N дроту діаметром $d = 0,6$ мм має одношарова обмотка котушки, індуктивність якої $L = 1$ мГн і діаметр $D = 4$ см? Витки щільно прилягають один до одного.

Відповідь: $N = 380$.

6.25. Котушка із залізним осердям має площу поперечного перерізу $S = 20$ см² і число витків $N = 500$. Індуктивність котушки з сердечником $L = 0,28$ Гн при струмі через обмотку $I = 5$ А. Знайти магнітну проникність μ залізного осердя.

Відповідь: $\mu = 1400$.

6.26. Соленоїд завдовжки $l = 50$ см і площею поперечного перерізу $S = 2$ см² має індуктивність $L = 0,2$ мГн. При якому струмі I об'ємна густина енергії магнітного поля усередині соленоїда $\omega = 1$ мДж/м³?

Відповідь: $I = 1$ А.

6.27. Скільки витків має котушка, індуктивність якої $L = 1$ мГн, якщо при струмі $I = 1$ А магнітний потік крізь котушку $\Phi = 2$ мкВб?

Відповідь: $N = 500$.

6.28. У магнітному полі, індукція якого $B = 0,1$ Тл, поміщена квадратна рамка з мідного дроту. Площа поперечного перерізу дроту $S_1 = 1$ мм², площа рамки $S_2 = 25$ см². Нормаль до площини рамки паралельна до силових ліній магнітного поля. Який електричний заряд q пройде через провід рамки при зникненні магнітного поля?

Відповідь: $q = 74$ мКл.

6.29. У магнітному полі, індукція якого $B = 0,05$ Тл, поміщена котушка, що складається з $N = 200$ витків дроту. Опір котушки $R = 40$ Ом, площа поперечного перерізу дроту $S = 12$ мм². Котушка поміщена в магнітне поле так, що її вісь складає кут $\alpha = 60^\circ$ з напрямом магнітного поля. Який електричний заряд q пройде по котушці при зникненні магнітного поля?

Відповідь: $q = 0,15$ мКл.

6.30. Круговий контур радіусом $r = 2$ см поміщений в однорідне магнітне поле, індукція якого $B = 0,2$ Тл. Площина контуру перпендикулярна до напрямку магнітного поля. Опір контуру $R = 1$ Ом. Який електричний заряд q пройде через котушку при повороті її на кут $\Delta\phi = 90^\circ$?

Відповідь: $q = 0,25$ мКл.

6.31. Електрична лампочка, опір якої в гарячому стані $R = 10$ Ом, підключається через дросель до акумулятора 12-вольт. Індуктивність дроселя $L = 2$ Гн, опір $r = 1$ Ом. Через який час t після вмикання лампочка спалахне, якщо вона починає помітно світитися при напрузі на ній $U = 6$ В?

Відповідь: $t = 126$ мс.

6.32. Котушка завдовжки $l = 20$ см і діаметром $D = 2$ см. Має $N = 200$ витків мідного дроту, площа поперечного перерізу якого $S = 1$ мм². Котушка включена в коло з деякою ЕРС. Через який час t після виключення ЕРС струм в колі зменшиться в 2 рази, якщо котушка замикається накоротко?

Відповідь: $t = 0,25$ мс.

6.33. Котушка має індуктивність $L = 0,2$ Гн і опір $R = 1,64$ Ом. У скільки разів зменшиться струм в котушці через час $t = 0,05$ с, після того як ЕРС вимкнена і котушка замкнута накоротко?

Відповідь: В 1,5 рази.

7 ЗМІННИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

Основні теоретичні відомості

Закон Ома для ділянки кола змінного струму, яка складається з послідовно ввімкнених активного опору R , індуктивності L і ємності C :

$$I_{\text{ef}} = \frac{U_{\text{ef}}}{Z} = \frac{U_{\text{ef}}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (7.1)$$

де I_{ef} і U_{ef} — ефективні значення сили струму і напруги, які зв'язані з їх амплітудними значеннями I_0 і U_0 співвідношеннями:

$$I_{\text{ef}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_{\text{ef}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \quad (7.2)$$

Z — повний (ефективний) опір кола, в якому $\omega L - \frac{1}{\omega C}$ — реактивний опір, ωL і $\frac{1}{\omega C}$ — індуктивний і ємнісний опори відповідно, ω — циклічна частота.

Зсув фаз між напругою і струмом визначається за формулою

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad \text{або} \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}. \quad (7.3)$$

При послідовному і паралельному вмиканні активного опору R та індуктивності L повний опір Z кола дорівнює відповідно:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \quad (7.4)$$

$$Z = \frac{\omega LR}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}, \quad (7.5)$$

а зсув фаз між напругою і струмом

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R} \text{ і } \operatorname{tg} \varphi = \frac{R}{\omega L}. \quad (7.6)$$

При послідовному і паралельному вмиканні активного опору R і ємності C повний опір Z кола дорівнює відповідно:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad (7.7)$$

$$Z = \frac{R}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{R\omega C}\right)^2}}, \quad (7.8)$$

а зсув фаз між напругою і струмом:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\omega RC} \text{ і } \operatorname{tg} \varphi = -\omega RC. \quad (7.9)$$

Активна потужність змінного струму, що виділяється в колі за період, дорівнює

$$P = I_{ef} U_{ef} \cos \varphi. \quad (7.10)$$

При чисто активному опорі кола $\cos \varphi = 1$ і тоді

$$P = I_{ef} U_{ef} = I_{ef}^2 R = \frac{U_{ef}^2}{R}. \quad (7.11)$$

При чисто ємнісному або чисто індуктивному опорі $\cos \varphi = 0$ і активна потужність дорівнює нулю.

Методичні вказівки

Задачі цієї теми можна умовно розділити на дві групи: задачі на застосування закону Ома (7.1) для розрахунку електричних кіл змінного струму; задачі на обчислення ефективної потужності кіл змінного струму.

1 Приступаючи до розв'язання задач на розрахунок кіл змінного струму, необхідно пам'ятати про їх відмінність від кіл постійного струму. У випадку змінного струму величини I , U , ε які визначають електричні процеси в усьому колі і на його окре-

мих ділянках, здійснюють гармонійні коливання та перебувають у різних фазах. Тому при паралельному з'єднанні споживачів енергії напруга на всіх ділянках однакова, а струми додаються векторно. При послідовному з'єднанні сила струму на всіх ділянках однакова, а напруги складаються за правилом додавання величин з врахуванням кута між ними.

Результуючу напругу U визначають простим геометричним додаванням. З трикутника напруг (рис. 7.1) легко визначити кут φ – зсув фаз між струмом і напругою.

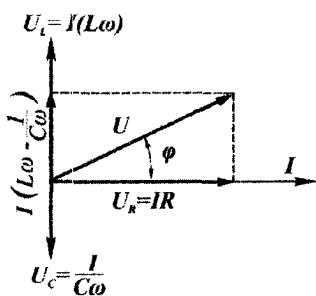


Рисунок. 7.1

Для графічного визначення повного опору змінного струму, якщо відомі активний, індуктивний і ємнісний опори, можна побудувати прямокутний трикутник опорів. Катети цього трикутника дорівнюватимуть R і $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$, а гіпотенуза дорівнюватиме

повному опору $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$. З трикутника опорів також можна визначити кут φ – зсув фаз між струмом і напругою:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

2 При розв'язанні задач на розрахунок потужності кіл змінного струму треба пам'ятати, що амперметр і вольтметр в колі змінної напруги вимірюють діючі (ефективні) значення струму та напруги. А ватметр вимірює середню або активну потужність (7.10), тобто враховує коефіцієнт потужності $\cos \varphi$. Також необхідно врахувати, що обчислення кількості теплоти $Q = \frac{U^2}{R} \Delta t$ і

$Q = I^2 R \Delta t$ можливе у випадку чисто активного навантаження, коли відсутні індуктивний і ємнісний опори.

Слід звернути увагу на запобігання помилки, яку часто допускають студенти плутаючи різні величини: коефіцієнт потужності ($\cos \varphi$) і коефіцієнт корисної дії (ККД). Коефіцієнт потужності показує, яка частина електричної енергії перетворюється у внутрішню або механічну, а ККД – ту частину виробленої енергії яка використовується корисно.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Визначити повний опір котушки і зсув фаз між струмом і напругою в колі змінного струму, якщо активний її опір $R = 1,5 \text{ Ом}$, а індуктивний $X_L = 2 \text{ Ом}$.

Дано:

$$R = 1,5 \text{ Ом}$$

$$X_L = 2 \text{ Ом}$$

$Z = ?$

Розв'язання

У колі змінного струму є тільки активний опір та котушка індуктивності, а ємність відсутня. Це означатиме, що $X_C = 0$ (рис. 7.2). Тоді скористаємося формулою:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2}.$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 2,5 \text{ Ом}.$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{X_L}{R} = 1,333.$$

$$\varphi = \arctg(1,333) = 53,1^\circ$$

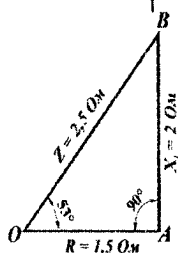


Рисунок. 7.2

Задача 2. У колі змінного струму напруга на затискачах котушки $U = 120 \text{ В}$, зсув фаз між струмом і напругою $\varphi = 37^\circ$. Визначити активний та індуктивний спади напруги.

Дано:
 $U = 120 \text{ В}$
 $\varphi = 37^\circ$
 $U_R = ?$
 $U_L = ?$

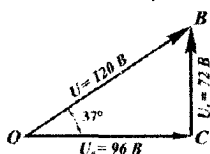


Рисунок. 7.3

Розв'язання

Побудуємо трикутник напруг на рис. 7.3. З рисунка видно, що

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U}, \quad \sin \varphi = \frac{U_L}{U}.$$

Тоді звідси отримаємо:

$$U_R = U \cos \varphi, \quad U_L = U \sin \varphi.$$

Підставляємо числові значення та проведемо обчислення:

$$U_R = 120 \cos 37 = 95,8 \text{ В},$$

$$U_L = 120 \sin 37 = 72,2 \text{ В}.$$

Задача 3. Визначити повний опір і $\cos \varphi$ для кола змінного струму, яке складається з активного опору $R = 8 \text{ Ом}$, індуктивного $X_L = 20 \text{ Ом}$ і ємнісного $X_C = 26 \text{ Ом}$.

Дано:
 $R = 8 \text{ Ом}$
 $X_L = 20 \text{ Ом}$
 $X_C = 26 \text{ Ом}$
 $Z = ?$
 $\cos \varphi = ?$

Розв'язання

Визначимо спочатку реактивний опір:

$$X = X_L - X_C = 20 \text{ Ом} - 26 \text{ Ом} = -6 \text{ Ом}.$$

Величина реактивного опору від'ємна, отже, навантаження має ємнісний характер, оскільки $X < 0$.

Виберемо масштаб $1 \text{ см} - 2 \text{ Ом}$ і побудуємо трикутник опорів (рис. 7.4) так само, як і для кола з активним опором і ємністю.

Проведемо розрахунок:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 10 \text{ Ом}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = 37^\circ$$

$$\cos \varphi = 0,86$$

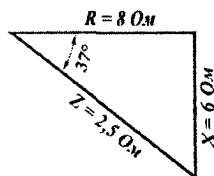


Рисунок. 7.4

Задача 4. Електрична лампочка з опором $R = 70 \text{ Ом}$ і котушка з активним опором $R_L = 12 \text{ Ом}$ та індуктивним опором $X_L = 16 \text{ Ом}$ з'єднані паралельно і ввімкнені в мережу змінного

струму з напругою $U = 120 \text{ В}$. Визначити силу струму в підвідних проводах і кут зсуву фаз між струмом та напругою в мережі.

Дано:

$$R = 70 \text{ Ом}$$

$$X_L = 16 \text{ Ом}$$

$$R_L = 12 \text{ Ом}$$

$$I_1 - ?$$

$$I_2 - ?$$

$$\varphi - ?$$

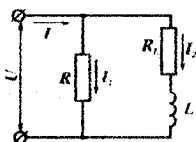


Рисунок. 7.5

Розв'язання

Складемо схему кола (рис. 7.5). Сила струму в лампочці буде:

$$I_1 = \frac{U}{R}, I_1 = 1,71 \text{ А}$$

Зсув фаз між струмом I_1 в лампочці і напругою в сітці $\varphi_1 = 0$. Повний опір котушки:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}, Z = 20 \text{ Ом.}$$

Сила струму в котушці:

$$I_2 = \frac{U}{Z}, I_2 = 6 \text{ А.}$$

Зсув фаз між струмом у котушці і напругою в мережі:

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_L}{Z}, \cos \varphi_2 = 0,6, \varphi_2 = 53^\circ.$$

Задача 5. Соленоїд, що має коефіцієнт самоіндукції $L = 0,3 \text{ Гн}$ і опір $R = 10 \text{ Ом}$, вмикається в коло змінного струму ($\nu = 50 \text{ Гц}$) з ефективною напругою $U = 120 \text{ В}$. Визначити амплітуду сили струму I , зсув фаз φ між струмом і напругою в колі та виділювану потужність P .

Дано:

$$L = 0,3 \text{ Гн}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$\nu = 50 \text{ Гц}$$

$$U = 120 \text{ В}$$

$$I - ?$$

$$P - ?$$

$$\varphi - ?$$

Розв'язання

Амплітуду сили струму можна визначити за формулою:

$$I = \sqrt{2} I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}} \sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}, I = 1,68 \text{ А}$$

Зсув фаз між струмом і напругою визначається за формулою:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}, \operatorname{tg} \varphi = 0,15, \varphi = 43^{\circ}.$$

Задачі для самостійного розв'язання

7.1. Котушка завдовжки $l = 50$ см і площею поперечного перерізу $S = 10 \text{ см}^2$ включена в коло змінного струму частотою $\nu = 50$ Гц. Число витків котушки $N = 3000$. Знайти опір R котушки, якщо зсув фаз між напругою і струмом $\varphi = 60^{\circ}$.

Відповідь: $R = 4,1 \text{ Ом}$.

7.2. Обмотка котушки складається з $N = 500$ витків мідного дроту, площа поперечного перерізу якої $S = 1 \text{ мм}^2$. Довжина котушки $l = 50$ см, її діаметр $D = 5$ см. За якої частоти ν змінного струму повний опір Z котушки удвічі більше її активного опору R ?

Відповідь: $\nu = 300$ Гц.

7.3. Два конденсатори з ємностями $C_1 = 0,2 \text{ мкФ}$ і $C_2 = 0,1 \text{ мкФ}$ включені послідовно в коло змінного струму напругою $U = 220 \text{ В}$ і частотою $\nu = 50$ Гц. Знайти струм I в колі і спади напруги U_{C1} і U_{C2} на першому і другому конденсаторах.

Відповідь: $I = 4,6 \text{ мА}$; $U_{C1} = 73,4 \text{ В}$, $U_{C2} = 146,6 \text{ В}$.

7.4. Котушка завдовжки $l = 25$ см і радіусом $r = 2$ см має обмотку з $N = 1000$ витків мідного дроту, площа поперечного перерізу якого $S = 1 \text{ мм}^2$. Котушка включена в коло змінного струму частотою $\nu = 50$ Гц. Яку частину повного опору Z котушки складає активний опір та індуктивний опір X_L ?

Відповідь: $Z/R = 74 \%$, $Z/X_L = 68 \%$.

7.5. У колі ємність $C = 20 \text{ мкФ}$ і резистор активним опором $R = 150 \text{ Ом}$ включені послідовно в коло змінного струму частотою $\nu = 50$ Гц. Яку частину напруги U , прикладену до цього кола, складають спади напруги на конденсаторі і на резисторі U_R ?

Відповідь: $U/U_C = 72,5 \%$; $U/U_R = 68,5 \%$.

7.6. Конденсатор і електрична лампочка з'єднані послідовно і включені в коло змінного струму напругою $U_1 = 440 \text{ В}$ і час-

тотою $\nu = 50$ Гц. Яку ємність C повинен мати конденсатор для того, щоб через лампочку протікав струм $I = 0,5$ А і спад напруги на ній був рівний $U_2 = 110$ В?

Відповідь: $C = 3,74$ мкФ.

7.7. Котушка з активним опором $R = 10$ Ом і індуктивністю L включена в коло змінного струму напругою $U = 127$ В і частотою $\nu = 50$ Гц. Знайти індуктивність L котушки, якщо відомо, що котушка споживає потужність $P = 400$ Вт і зсув фаз між напругою і струмом $\phi = 60^\circ$.

Відповідь: $L = 55$ мГн.

7.8. У коло змінного струму напругою $U = 220$ В і частотою $\nu = 50$ Гц включені послідовно ємність $C = 35,4$ мкФ, опір $R = 100$ Ом і індуктивність $L = 0,7$ Гн. Знайти струм у колі і спади напруги U_C , U_R і U_L на ємності, опорі та індуктивності.

Відповідь: $I = 1,34$ А; $U_C = 121$ В; $U_R = 134$ В; $U_L = 295$ В.

7.9. Індуктивність $L = 22,6$ мГн і опір R включені паралельно в коло змінного струму частотою $\nu = 50$ Гц. Знайти опір R , якщо відомо, що зсув фаз між напругою і струмом $\phi = 60^\circ$.

Відповідь: $R = 12,3$ Ом.

7.10. Активний опір R і індуктивність L з'єднані паралельно і включені в коло змінного струму напругою $U = 127$ В і частотою $\nu = 50$ Гц. Знайти опір R і індуктивність L , якщо відомо, що коло споживає потужність $P = 404$ Вт і зсув фаз між напругою і струмом $\phi = 60^\circ$.

Відповідь: $R = 40$ Ом; $L = 74$ мГн.

7.11. Який опір R має котушка з індуктивністю $L = 58$ мГн, якщо після її підключення до джерела з ЕРС електричний струм в ній досягає половини максимального значення через $t = 0,004$ с?

Відповідь: $R = 10$ Ом.

7.12. Знайти взаємну індуктивність котушки L_{12} , якщо при швидкості зміни струму в другій котушці на $\Delta I / \Delta t = 15$ А/с у першій індукується ЕРС $\epsilon = 22,5$ В.

Відповідь: $L_{12} = 1,5$ Гн.

8 МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

Основні теоретичні відомості

Найпростішим прикладом коливального руху є *гармонічне коливання*. Позначимо зміщення точки, яка здійснює гармонічний коливальний рух уздовж певного напрямку, через x і вважатимемо, що в положенні рівноваги $x = A$. Тоді

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (8.1)$$

де A – амплітуда коливання, $\omega_0 t + \varphi_0$ – його фаза, φ_0 – початкова фаза (тобто значення фази коливання в момент часу $t=0$), ω_0 – циклічна частота. Замість циклічної частоти використовують також лінійну частоту ν_0 , причому зв'язок між ω_0 і ν_0 такий:

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0. \quad (8.2)$$

Період коливання T час, протягом якого відбувається одне повне коливання. Період пов'язаний з частотою таким співвідношенням:

$$T = \frac{1}{\nu_0} = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (8.3)$$

Отже, лінійна частота ν_0 є кількістю коливань, що відбуваються за одиницю часу, а колова частота – за 2π секунд.

Одиницею вимірювання частоти є герц (Гц). Частота в 1 Гц відповідає такому коливальному рухові, коли за 1 с відбувається одне повне коливання (маємо на увазі лінійна частота).

Гармонічний коливальний рух виникає під дією *квазіпружної сили* F_0 тобто сили, величина якої прямо пропорційна зміщенню частинки з положення рівноваги, а напрям протилежний до зміщення:

$$F_0 = -k \cdot x, \quad (8.4)$$

де k – коефіцієнт пропорціональності (коефіцієнт жорсткості пружини). Згідно з другим законом Ньютона, рівняння руху частинки під дією квазіпружної сили (8.4) має вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k x \text{ або } m \frac{d^2 x}{dt^2} + k x = 0. \quad (8.5)$$

Неважко перевірити, що при довільних A і φ вираз (8.1) є загальним розв'язком рівняння (8.5), причому

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (8.6)$$

Іноді розв'язок рівняння (8.5) подають у формі:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (8.7)$$

Обидва вирази (8.1) та (8.7) однаково можна застосовувати при описуванні гармонійного коливання. Інших лінійно незалежних розв'язків рівняння (8.5) не має.

Швидкість і прискорення частинки, яка коливається, такі:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) = -v_{\max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (8.8)$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) = -a_{\max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (8.9)$$

тут ми використали рівняння коливань у формі (8.1).

Якщо частинка бере участь одночасно в двох однаково напрямлених гармонічних коливаннях однакової частоти, то результуючий рух також буде гармонічним коливанням тієї самої частоти з амплітудою A і початковою фазою φ , що визначаються такими формулами:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}, \quad \text{tg } \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}, \quad (8.10)$$

де A_1 , A_2 і φ_1 , φ_2 – амплітуди і початкові фази складових коливань.

Коливання, яке відбувається під дією однієї тільки квазіпружної сили (8.4), називається *власним*. Його називають також *власним не загасаючим* коливанням, оскільки амплітуда такого

коливання не залежить від часу і воно продовжуватиметься як за-
вгодно довго. В реальних умовах завжди відбувається загасання
коливань, яке полягає в тому, що амплітуда коливання з часом
зменшується. Якщо ж загасання невелике, то протягом досить
довгого проміжку часу, який містить велике число періодів коли-
вання, його можна наближено розглядати як не загасаюче.

Загасання коливань описують, вводячи пропорціональну
швидкості коливної частинки «силу тертя»:

$$F_{mp} = -r v, \quad (8.11)$$

де r – коефіцієнт пропорціональності, а знак мінус означає, що
сила протидіє рухові. При наявності загасання рівняння руху має
вигляд

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + k x = 0, \quad (8.12)$$

а його наближений розв'язок буде:

$$x(t) = A_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi), \quad (8.13)$$

$$\beta = \frac{r}{2m}, \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad (8.14)$$

де A_0 – амплітуда коливань у початковий момент часу $t=0$.

Рівняння залежності амплітуди від часу має вигляд:

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}. \quad (8.15)$$

Якщо $\beta \ll \omega_0$, то вираз для циклічної частоти у виразі (8.14)
буде наближено рівний ω_0 , тобто якщо виконується умова

$$\theta = \beta T \ll 1. \quad (8.16)$$

Величина θ визначає швидкість зменшування амплітуди ко-
ливання з часом і називається *логарифмічним декрементом за-
гасання*. Період коливання, як і раніше, наближено визначається
формулою (8.3).

Дуже важливим є випадок *вимушених коливань*, що відбу-
ваються під дією періодичної сили F , причому

$$F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega t). \quad (8.17)$$

Рівняння руху тепер має вигляд

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cdot \sin(\omega t), \quad (8.18)$$

а його розв'язок складається з розв'язку відповідного однорідного (без правої частини) рівняння виду (8.13) і частинного розв'язку неоднорідного рівняння, який можна записати в такій формі:

$$x(t) = B(\omega) \cdot \cos(\omega t + \delta), \quad (8.19)$$

де

$$B(\omega) = \frac{F_0}{\sqrt{m^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \delta^2}}, \delta = \arctg \frac{r}{m(\omega^2 - \omega_0^2)}. \quad (8.20)$$

Амплітуда вимушених коливань B максимальна при $\omega = \omega_0$. У цьому випадку говорять про *резонанс* вимушуючої сили і коливання.

Через деякий час член розв'язку (8.13) зникне, оскільки він зменшується з часом. Отже, формула (8.19) визначає стаціонарний розв'язок задачі.

Окремим випадком власних гармонічних коливань є *малі коливання математичного маятника* довжиною l , період яких

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (8.21)$$

Нагадаємо, що математичним маятником можна вважати тіло, підвішене на нитці, довжина якої значно більша, ніж розміри тіла.

Формула періоду коливань *фізичного маятника* (довільне тіло, яке коливається навколо нерухомої горизонтальної осі під дією сили тяжіння), якщо позначити $I = \frac{I}{md}$, тоді

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} . \quad (8.22)$$

де I – момент інерції відносно осі коливань, m – маса, d – відстань від центра мас тіла до осі обертання. Величину $l = \frac{I}{md}$ називають зведеною довжиною фізичного маятника.

Період *крутильних* коливань тіла, підвішеного на пружній нитці, визначається формулою

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} , \quad (8.23)$$

де I – момент інерції відносно осі коливань, D – коефіцієнт кручення, який чисельно дорівнює моменту повертаючої сили, що виникає при закручуванні на одиничний кут.

Період коливань тіла, підвішеного на пружині (пружинного маятника):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} , \quad (8.24)$$

де m – маса тіла, k – коефіцієнт жорсткості пружини.

Тіло, яке відхилилося з положення рівноваги на величину x , має потенціальну енергію

$$U = \frac{k \cdot x^2}{2} . \quad (8.25)$$

Процес поширення коливань у просторі називають хвилею. Процес поширення механічних клинь у пружному середовищі називають пружними або механічними хвилями.

Довжиною хвилі λ називається найкоротша відстань між двома точками які коливаються в однаковій фазі. Довжина хвилі чисельно рівна відстані яку проходить пружна хвиля за період коливань:

$$\lambda = v \cdot T . \quad (8.26)$$

Плоска монохроматична хвиля описується рівнянням

$$y = A \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right), \text{ або } y = A \cdot \sin (\omega t - kx), \quad (8.27)$$

де y - зміщення від положення рівноваги, що знаходиться на відстані x від джерела коливань, які характеризуються амплітудою A і циклічною частотою ω ; $k = \frac{\omega}{v}$ - хвильове число, яке чисельно рівне кількості довжин хвиль які вміщаються на відрізьку 2π .

Зв'язок між різницею фаз двох точок біжучої хвилі $\Delta\varphi$ і різницею ходу Δx (тобто різницею віддалей цих точок від джерела коливань):

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}. \quad (8.28)$$

Швидкість поширення хвиль у стержнях визначається за формулою

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (8.29)$$

де E - модуль Юнга; ρ - густина матеріалу стержня. Швидкість звуку в газах

$$v = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}, \quad (8.30)$$

де $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ - відношення теплоємності газу при сталому тиску до теплоємності газу при сталому об'ємі; P і ρ - відповідно тиск і густина газу не збуджених хвилею.

Методичні вказівки

1 Більшість задач на коливальний рух, які розглядаються в курсі загальної фізики, є досить простими і розв'язуються за даними умов шляхом використання формул (8.1)-(8.25), зокрема це стосується кінематики коливального руху. В той же час необхід-

но пам'ятати, що при визначенні середніх величин швидкості та прискорення коливної точки не можна користуватись методом середнього арифметичного.

2 Найчастіше трапляються задачі, в яких треба визначити період коливання тіла. Такі задачі розв'язують, загалом, так. Розглядають мале відхилення від положення рівноваги і відшукують силу (або момент сили), що повертає тіло в положення рівноваги. Ця сила (або момент) буде прямо пропорційною відхиленню. Коефіцієнт пропорційності треба ототожнити (у випадку повертаючої сили) з величиною k , за допомогою якої можна визначити ω_0 і T за формулами (8.6), (8.3). Для повертаючого моменту сили (крутильні коливання) коефіцієнт пропорційності визначає величину D , яку потім можна використати у формулі (8.23).

3 Для розв'язування задач, пов'язаних з поширенням хвиль в різних середовищах, застосовують формули (8.26)–(8.30). Тут важливо звернути увагу на відмінність понять фазова швидкість поширення пружної хвилі і швидкість гармонійного коливання точок середовища в якому поширюється хвиля. Швидкість гармонічного коливного руху (формула (8.8)) – це миттєва швидкість коливання точки в момент часу t , а швидкість поширення хвилі в даному середовищі – величина стала (обчислюється за формулами (8.29) і (8.30)).

Також треба розрізняти поняття хвильова поверхня і фронт хвилі. Фронт хвилі – це геометричне місце точок до якого дійшло збурення, а хвильова поверхня – геометричне місце точок які коливаються у однаковій фазі. Тому хвильових поверхонь є як завгодно багато, а фронт хвилі один.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Рівняння коливань, записане в системі СІ, має вигляд: $x = \sin(300t - 6)$. Вказати його амплітуду, початкову фазу, частоту й період.

Дано:	Розв'язання
$x = \sin(300t - 6)$	Порівнюючи вираз для x , заданий в умові
A -?	задачі, із загальною формулою гармонічного ко-
φ_0 -?	ливання (8.1), робимо висновок, що
ν -?	$A = 1 \text{ м}; \varphi = -6 \text{ рад}, \omega_0 = 300 \text{ с}^{-1}, \nu = 300/2\pi$
T -?	$= 4,7,8 \text{ Гц}; T = 2\pi/300 \text{ с}^{-1} = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ с}.$

Задача 2. Камертон коливається з частотою $\nu_0 = 800 \text{ Гц}$ і амплітудою $A = 4 \text{ мм}$. Знайти максимальне прискорення його вітки, яка коливається.

Дано:	Розв'язання
$\nu_0 = 800 \text{ Гц}$	Рівняння руху кожної вітки камертона має
$A = 4 \text{ мм}$	вигляд (у системі СІ):
$a_{\max}$ -?	$x = 0,004 \cdot \sin(2\pi \cdot 800t + \varphi), \quad (1)$

Початкова фаза нам невідома, але її значення може бути довільним. За формулою (8.9) прискорення

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -(1600\pi)^2 \cdot 0,004 \sin(1600\pi \cdot t + \varphi_0). \quad (2)$$

Максимальне значення прискорення відповідає моментам часу, коли значення синуса, що входить до формул (1)-(2), дорівнює $+1$ або -1 , оскільки істотним є абсолютне значення прискорення, то

$$a_{\max} = (1600\pi)^2 \cdot 0,004 = 10^6 \text{ м/с}^2.$$

Задача 3. Два однаково напрямлені гармонійні коливання з рівними частотами й амплітудами $A_1 = 9 \text{ см}$ і $A_2 = 6 \text{ см}$ утворюють нове гармонічне коливання тієї самої частоти. Амплітуда ре-

зультуючого коливання $A = 7$ см. Початкова фаза першого коливання $\varphi_1 = 0,5$ рад. Визначити φ_2 .

Дано:	СИ	Розв'язання
$A_1 = 9$ см	$= 0,09$ м	Скористаємося першою з формул (8.10), за якою можна визначити A . Підносячи обидві частини цієї формули до квадрата, дістанемо:
$A_2 = 6$ см	$= 0,06$ м	
$A = 7$ см	$= 0,07$ м	
$\varphi_1 = 0,5$ рад		
φ_2 -?		$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1^2 A_2^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (1)$

Звідки

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \arccos\left(\frac{A^2 - (A_1^2 + A_2^2)}{2A_1^2 A_2^2}\right) = -1,77 \text{ рад.}$$

Так як $\varphi_2 - \varphi_1 = -1,77$ рад, то відповідно $\varphi_2 = -1,27$ рад.

Задача 4. Тягарець, підвішений до пружинки, видовжує її на $l = 4$ см. Потім тягарець відхиляють у вертикальному напрямі і він починає коливатись. Визначити період цих коливань.

Дано:	СИ	Розв'язання
$l = 4$ см	$= 0,04$ м	Сила, яка розтягує пружину, є вагою тягарця mg . Положення рівноваги відповідає такому видовженню пружинки, при якому вага тягарця зрівноважується пружною силою, що протидіє деформації пружинки, яку можна записати у вигляді kx , де k – коефіцієнт пружності, а x – величина видовження (мається на увазі абсолютна величина сили). Статичне видовження, що відповідає положенню рівноваги, відоме й дорівнює l . Тоді $k \cdot l = m \cdot g$.
T -?		

Звідки знаходимо: $k = \frac{mg}{l}$.

Далі за формулою (8.6) визначаємо циклічну частоту коливань

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}},$$

а потім за формулою (8.3) – період коливань

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, T = 0,4 \text{ с.}$$

Задача 5. Визначити моменти часу, коли кінетична енергія тіла, яке здійснює гармонічне коливання, в $n = 5$ раз більша, ніж його потенціальна енергія. Коливання тіла відбувається за законом $x = A \sin(\omega_0 t)$.

Дано:	Розв'язання
$n = 5$	Формула кінетичної енергії тіла, яке коливається, беручи до уваги формулу (8.8), може бути записана так:
$x = A \sin(\omega_0 t)$	
$t' - ?$	

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\ddot{x}^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t), \quad (1)$$

Потенціальна енергія тіла за формулами (8.25) і (8.1) буде:

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \sin^2(\omega_0 t). \quad (2)$$

За формулою (8.6) можна виразити k через ω_0 : $k = m\omega_0^2$, після чого формулу (2) можна переписати так:

$$U = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2} \sin^2(\omega_0 t). \quad (3)$$

Складемо відношення W_k до U :

$$\frac{W_k}{U} = \text{ctg}^2(\omega_0 t). \quad (4)$$

Розв'язання задачі зводиться тепер до відшукування тих моментів часу, коли

$$\text{ctg}^2(\omega_0 t) = n. \quad (5)$$

Позначимо ці моменти t . З рівності (5) отримаємо:

$$\omega_0 t_0' = \pm \text{arcctg} \sqrt{n} + \pi k, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

або, враховуючи те, що, згідно з (8.3), $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$:

$$t' = \frac{T}{2\pi} (\pm \arccos \sqrt{n} + \pi k) = \frac{T}{2\pi} \left(\pm \frac{\pi}{7.5} + \pi k \right) = \frac{T}{2} (\pm 0.134 + k).$$

Задача 6. Початкова кутова амплітуда коливань маятника довжиною $l = 1$ м дорівнює $A_0 = 4^\circ$. Через $t' = 3$ хв амплітуда $A' = 0,9^\circ$. Визначити логарифмічний декремент загасання маятника θ і знайти, через який час t'' амплітуда дорівнюватиме $A'' = 0,01^\circ$.

Дано:

$$l = 1 \text{ м}$$

$$A_0 = 4^\circ$$

$$t' = 180 \text{ с}$$

$$A' = 0,9^\circ$$

$$A'' = 0,01^\circ$$

$$\theta - ?$$

$$t'' - ?$$

Розв'язання

Як видно з формули (8.13), амплітуда загасаючих коливань

$$A = A_0 \cdot e^{-\beta t}. \quad (1)$$

Застосовуючи формулу (1) для моменту $t - t'$, коли $A = A'$, знаходимо β :

$$\beta = \frac{1}{t'} \ln \frac{A}{A'}. \quad (2)$$

Період коливань визначаємо за формулою (8.16):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Тоді логарифмічний декремент загасання

$$\theta = \frac{2\pi}{t'} \ln \sqrt{\frac{l}{g}} = 1,7 \cdot 10^{-2}.$$

Підставляючи в (1) $t - t''$ і $A - A''$, визначаємо t'' :

$$t'' = \frac{1}{\beta} \ln \frac{A}{A''}. \quad (3)$$

Підставляючи (2) у (3), знаходимо

$$t'' = t' \frac{\ln \frac{A}{A''}}{\ln \frac{A}{A'}} = 12,3 \text{ хв.}$$

Задача 7. Відомо, що енергія коливань камертона протягом часу $t = 18$ с зменшилась у $n = 10^5$ раз. Знайти логарифмічний декремент затухання θ . Частота коливань камертона $\nu_0 = 500$ Гц.

Дано:	Розв'язання
$t = 18$ с	Повна енергія E тіла, що коливається, складається з кінетичної W_k і потенціальної U енергії.
$n = 10^5$	Кінетичну енергію
$\nu_0 = 500$ Гц	
θ -?	$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\dot{x}^2}{2}, \quad (1)$

можна знайти, якщо використати формулу для x (8.8):

$$W_k = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2)$$

Потенціальна енергія визначається за формулою (8.25) і якщо врахувати (8.13) та (8.6), матимемо:

$$U = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3)$$

Сума потенціальної та кінетичної енергій буде:

$$E = W_k + U = \frac{m\omega_0^2}{2} A_0^2 e^{-2\beta t}. \quad (4)$$

За умовою задачі в момент часу $t = t'$

$$E = \frac{E_0}{n}, \quad (5)$$

де $E_0 = \frac{m\omega_0^2}{2} A_0^2$, і E_0 – початкова енергія камертона при $t = 0$.

Підставляючи (4) у (5) для моменту часу $t = t'$, знаходимо:

$$e^{-2\beta t'} = \frac{1}{n}.$$

Звідси визначаємо

$$\beta = \frac{\ln n}{2t'},$$

і, згідно з (8.16), враховуючи також зв'язок між T і ω_0 за формулою (8.3), матимемо:

$$\theta = \frac{\ln n}{2\nu_0 t'} = 6,4 \cdot 10^{-4}.$$

Задача 8. Стрілка чутливого приладу коливається біля положення рівноваги. Її послідовні крайні положення такі: $n_1 = 26,4$; $n_2 = 10,7$; $n_3 = 20,5$. Знайти поділку, яка відповідає рівноважному положенню стрілки, якщо її декремент затухання є сталим у часі.

Дано:	Розв'язання
$n_1 = 26,4$	Позначимо шукане рівноважне положення стрілки приладу через n_0 . У точках максимального відхилення від положення рівноваги маємо:
$n_2 = 10,7$	
$n_3 = 20,5$	
$n_0 = ?$	

$$\begin{cases} n_1 = n_0 + A_0 e^{-\beta t}; \\ n_2 = n_0 - A_0 e^{-\beta(t+T/2)}; \\ n_3 = n_0 + A_0 e^{-\beta(t+T)}. \end{cases} \quad (1)$$

Тут A_0 – амплітуда коливань у момент часу $t = 0$, t – момент відліку положення n_1 , враховано також, що послідовні крайні положення досягаються через $T/2$ спочатку в один, а потім – в протилежний бік. Вводячи для скорочення позначення $A_0 e^{-\beta t} = A$ $\beta T = \theta$ перепишемо систему рівнянь (1) так:

$$\begin{cases} n_1 = n_0 + A; \\ n_2 = n_0 - A e^{-\theta/2}; \\ n_3 = n_0 + A e^{-\theta}. \end{cases} \quad (2)$$

Це система трьох рівнянь з трьома невідомими n_0 , A і θ . Розв'язуючи її, знайдемо:

$$n_0 = \frac{n_1 n_3 - n_2^2}{n_1 + n_3 - 2n_2} \quad n_0 = 20,8.$$

Задача 9. Зміщення у від положення рівноваги точки, яка знаходиться на відстані $x=0,04$ м від джерела коливань, через проміжок часу $t=T/6$ дорівнює половині амплітуди. Зайти довжину хвилі λ .

Дано:	Розв'язання
$x=0,04$ м	Перетворимо рівняння (8.27), враховуючи, що
$t=T/6$	$\omega = \frac{2\pi}{T}, \lambda = vT :$
$y=A/2$	
$\lambda - ?$	$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right).$

Тоді

$$\frac{A}{2} = A \sin\left(\frac{2\pi T}{6T} - \frac{2\pi \cdot 0,04}{\lambda}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi \cdot 0,08}{\lambda}\right).$$

Звідки видно, що аргумент синуса дорівнює $\pi/6$ рад, тобто

$$\frac{\pi}{3} - \frac{\pi \cdot 0,08}{\lambda} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \lambda = 0,48 \text{ м}.$$

Задача 10. Хвилі поширюються із швидкістю $v=1450$ м/с при частоті $\nu=580$ Гц. Визначити, в яких фазах перебувають точки, відстань між якими $\Delta x_1=10$ м, $\Delta x_2=1,25$ м, $\Delta x_3=3,25$ м.

Дано:	Розв'язання
$v=1450$ м/с	Спочатку знайдемо довжину хвилі (8.26)
$\nu=580$ Гц	$\lambda = \frac{v}{\nu} = 2,5 \text{ м}.$
$\Delta x_1=10$ м	
$\Delta x_2=1,25$ м	Тепер за (8.28) розрахуємо $\Delta\varphi_1 = 2\pi \frac{\Delta x_1}{\lambda} = 8\pi$,
$\Delta x_3=3,25$ м	
$\Delta\varphi_1 - ?$	тобто точки коливаються в однаковій фазі. Для дру-
$\Delta\varphi_2 - ?$	гої точки: $\Delta\varphi_2 = 2\pi \frac{\Delta x_2}{\lambda} = \pi$ — точки перебувають у
$\Delta\varphi_3 - ?$	протилежних фазах. Розрахунки для третьої точки

$\Delta\varphi_2 = 2\pi \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 2\pi \cdot \frac{3}{4}$ показують, що зсув фаз становить $\frac{1}{4}$ періоду, тобто $\frac{\pi}{2}$.

Задача 11. Від джерела розміщеного біля поверхні Землі, поширюються звукові хвилі. Через який проміжок часу t вони досягнуть висоти $h=10$ км, якщо температура повітря становить $t_0=16^\circ\text{C}$.

Дано:	СИ	Розв'язання
$h=10$ км	$=10^4$ м	Щоб зайти час поширення хвилі знаючи її переміщення h , вяснимо яка її швидкість у вертикальному напрямі. Розрахунок будемо вести за формулою (8.30):
$t_0=16^\circ\text{C}$	$=289$ K	
t -?		

$$v = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}. \quad (1)$$

Для розрахунку тиску скористаємося рівнянням Менделєєва-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{\rho}{\mu} RT. \quad (2)$$

І підставимо в (1)

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \quad (3)$$

врахувавши що $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{i+2}{2}R}{\frac{i+2}{2}R} = \frac{i+2}{i}$, отримаємо

$$v = \sqrt{\frac{i+2}{i} \frac{RT}{\mu}}. \quad (4)$$

Оскільки звук рухається рівномірно, то справедлива буде рівність $h = v \cdot t$, звідки отримаємо

$$t = \frac{h}{v} = h \sqrt{\frac{i}{i+2} \frac{\mu}{RT}}. \quad (5)$$

Для повітря $\mu=0,029$ кг/моль, $i=5$, тоді розрахунки за формулою (5) дають значення $t=29,4$ с.

Задачі для самостійного розв'язання

8.1. Написати рівняння гармонійного коливального руху з амплітудою $A=5$ см, якщо за час $t=1$ хв здійснюється 150 коливань і початкова фаза коливань $\varphi=\pi/4$. Накреслити графік цього руху.

Відповідь: $x=0,05 \cos(5\pi t + \pi/4)$.

8.2. Написати рівняння гармонійного коливального руху з амплітудою $A=0,1$ м, періодом $T=4$ с і початковою фазою $\varphi=0$.

Відповідь: $x=0,1 \cos(\pi t/2)$.

8.3. Написати рівняння гармонійного коливального руху з амплітудою $A=50$ мм, періодом $T=4$ с і початковою фазою $\varphi=\pi/4$. Знайти зміщення x точки, що коливається, від положення рівноваги при $t=0$ і $t=1,5$ с. Накреслити графік цього руху.

Відповідь: $x=0,05 \cos(\pi t/2 + \pi/4)$, $x_1=0,0352$ $x_2=0$.

8.4. Написати рівняння гармонійного коливального руху з амплітудою $A=5$ см і періодом $T=8$ с, якщо початкова фаза φ коливань рівна: а) 0; б) $\pi/2$; в) π ; г) $3\pi/2$; д) 2π .

Відповідь: а) $x=0,05 \cos(\pi t/4)$ б) $x=0,05 \cos(\pi t/4 + \pi/2)$, в) $x=0,05 \cos(\pi t/4 + \pi)$, г) $x=0,05 \cos(\pi t/4 + 3\pi/2)$, д) $x=0,05 \cos(\pi t/4)$.

8.5. Початкова фаза гармонійного коливання $\varphi=0$. Через яку долю періоду швидкість точки дорівнюватиме половині її максимальної швидкості?

Відповідь: $t=T/2$.

8.6. Через який час від початку руху точка, що здійснює коливальний рух по рівнянню $x=7\sin(\pi/2 \cdot t)$, проходить шлях від положення рівноваги до максимального зміщення?

Відповідь: $t=1$ с.

8.7. Амплітуда гармонійного коливання $A=5$ см, період $T=4$ с. Знайти максимальну швидкість $v_{\max}$ точки і її максимальне прискорення $a_{\max}$.

Відповідь: $v_{\max}=0,0785\text{ м/с}$, $v_{\max}=0,123\text{ м/с}^2$.

8.8. Рівняння руху точки дано у вигляді $x=2\sin(\pi t/2+\pi/4)$ см. Знайти період коливань T , максимальну швидкість $v_{\max}$ і максимальне прискорення, $a_{\max}$ точки.

Відповідь: $T = 4$ с; $v_{\max} = 0,0314$ м/с; $a_{\max} = 0,0493$ м/с².

8.9. Рівняння руху точки дане у вигляді $x = \sin(\pi/6 t)$. Знайти моменти часу t , в які досягаються максимальна швидкість і максимальне прискорення.

Відповідь: $t = 3, 9, 15$ с.

8.10. Точка здійснює гармонійне коливання. Період коливань $T=2$ з, амплітуда $A=50$ мм, початкова фаза $\varphi=0$. Знайти швидкість v точки у момент часу, коли зміщення точки від положення рівноваги $x=25$ мм

Відповідь: $v=0,136$ м/с.

8.11. Написати рівняння гармонійного коливального руху, якщо максимальне прискорення точки $a_{\max}=49,3$ см/с², період коливань $T=2$ с і зміщення точки від положення рівноваги в початковий момент часу $x_0=25$ мм

Відповідь: $x = 0,05 \cos(\pi t + \pi/6)$.

8.12. Початкова фаза гармонійного коливання $\varphi=0$. При зміщенні точки від положення рівноваги $x_1=2,4$ см швидкість точки $v_1=3$ см/с, а при зміщенні; $x_2=2,8$ см її швидкість $v_2=2$ см/с. Знайти амплітуду A і період T цього коливання.

Відповідь: $A=0,031$ см; $T=4,1$ с.

8.13. Знайти відношення кінетичної енергії W_k точки, що здійснює гармонійне коливання, до її потенціальної енергії W_n для моментів часу : а) $t=T/12$; б) $t=T/8$; в) $t=T/6$. Початкова фаза коливань $\varphi=0$.

Відповідь: а) $W_k/W_n=3$, б) $W_k/W_n=1$, в) $W_k/W_n=1/3$.

8.14. Повна енергія тіла, що здійснює гармонійний коливальний рух, $W=30$ мкДж; максимальна сила, що діє на тіло, $F_{\max}=1,5$ мН. Написати рівняння руху цього тіла, якщо період коливань $T=2$ с і початкова фаза $\varphi=\pi/3$.

Відповідь: $x=0,04 \sin(\pi t + \pi/3)$.

8.15. Амплітуда гармонійних коливань матеріальної точки $A=2$ см, повна енергія коливань $W=0,3$ мкДж. При якому зміщенні x від положення рівноваги на точку, що коливається, діє сила $F=22,5$ мкН?

Відповідь: $x=FA^2/2W=0,015$ м.

8.16. До пружини підвішений вантаж масою $m=10$ кг. Під дією сили $F=9,8$ Н пружина розтягується на $l=1,5$ см, знайти період Тонни вертикальних коливань вантажу.

Відповідь: $T=0,78$ с.

8.17. До пружини підвішений вантаж. Максимальна кінетична енергія коливань вантажу $W_{k_{\max}}=1$ Дж. Амплітуда коливань $A=5$ см. Знайти жорсткість k пружини.

Відповідь: $k=805$ Н/м.

8.18. Як зміниться період вертикальних коливань вантажу, що висить на двох однакових пружинах, якщо від послідовного з'єднання пружин перейти до паралельного їх з'єднання?

Відповідь: Зменшиться в 2 рази.

8.19. Як зміниться період вертикальних коливань кульки, що висить якщо до пружини підвісити замість мідної кульки алюмінієвий такого ж радіусу?

Відповідь: Зменшиться в 1,8 рази.

8.20. До пружини підвішена чашка терезів з гирями. При цьому період вертикальних коливань $T_1=0,5$ с. Після того, як на чашку терезів поклали ще додаткові гирі, період вертикальних коливань став рівним $T_2=0,6$ с. На скільки видовжилася пружина від збільшення цього додаткового вантажу?

Відповідь: $\Delta l=0,027$ м.

8.21. До гумового шнура завдовжки $l=40$ см і радіусом $r=1$ мм підвішена гиря масою $m=0,5$ кг. Знаючи, що модуль Юнга гуми $E=3$ МПа, знайти період T вертикальних коливань гирі. Вказівка. Врахувати, що жорсткість k гуми пов'язана з модулем Юнга E співвідношенням $k=SE/l$, де S - площа поперечного перерізу гуми, l - її довжина.

Відповідь: $T=0,93$ с.

8.22. Знайти амплітуду A і початкову фазу φ гармонійного коливання, отриманого від складання однонаправлених коливань, даних рівняннями

$$x_1 = 0,02 \sin(5\pi t + \pi/2) \text{ м} \quad \text{і} \quad x_2 = 0,03 \sin(5\pi t + \pi/4) \text{ м}.$$

Відповідь: $A=4,6$ см; $\varphi = 62^\circ 46'$.

8.23. Знайти амплітуду A і початкову фазу φ гармонійного коливання, отриманого від додавання однонаправлених коливань, які описуються рівняннями $x_1=4 \sin(\pi t)$ см і $x_2=3 \sin(\pi t + \pi/2)$ см. Написати рівняння результуючого коливання.

Відповідь: $A=5$ см; $\varphi = 36^\circ 52' = 0,2\pi$; $x = 0,05 \sin(\pi t + \pi/5)$.

8.24. Написати рівняння результуючого коливання, що отримується в результаті додавання двох взаємно перпендикулярних коливань з однаковою частотою $\nu_1=\nu_2=5$ Гц і з однаковою початковою фазою $\varphi_1=\varphi_2=\pi/3$. Амплітуди коливань рівні $A_1=0,1$ м і $A_2=0,05$ м.

Відповідь: $x = 0,0112 \sin(10\pi t + \pi/3)$.

8.25. Точка бере участь в двох коливаннях з однаковим періодом та однаковими початковими фазами. Амплітуди коливань рівні $A_1=3$ см і $A_2=4$ см. Знайти амплітуду A результуючого коливання, якщо точка приймає участь у коливаннях а) одного напрямку, б) у взаємно перпендикулярних напрямках.

Відповідь: а) $A=7$ см; б) $A=5$ см.

8.26. Період затухаючих коливань $T=4$ с; логарифмічний декремент загасання $\theta = 1,6$; початкова фаза $\varphi=0$. При $t=T/4$ зміщення точки $x=4,5$ см. Написати рівняння руху цього коливання.

Відповідь: $x=0,095 e^{-0.4t} \cos(0,5\pi t)$.

8.27. Рівняння затухаючих коливань дане у вигляді $x=5 e^{-0.25t} \sin(\pi/2 t)$ м. Знайти швидкість v точки, що коливається, в моменти часу t , рівні: $0, T, 2T, 3T$ і $4T$.

Відповідь: $v_1=7,85$ м/с, $v_2=2,88$ м/с, $v_3=1,06$ м/с, $v_4=0,39$ м/с, $v_5=0,14$ м/с.

8.28. Логарифмічний декремент загасання математичного маятника $\theta=0,2$. В скільки разів зменшиться амплітуда коливань за одно повне коливання. Довжина маятника $l=1$ м.

Відповідь: $A_1/A_2=1,22$.

8.29. Математичний маятник завдовжки $l=24,7$ см здійснює затухаючі коливання. Через який час t енергія коливань маятника зменшаться в 9,4 разу? Завдання розв'язати при значенні логарифмічного декременту загасання: а) $\theta=0,01$; б) $\theta=1$.

Відповідь: а) $t=120$ с; б) $t=1,22$ с.

8.30. Математичний маятник здійснює затухаючі коливання з логарифмічним декрементом загасання $\theta=0,2$. В скільки разів зменшиться повне прискорення маятника в його крайньому положенні за одне коливання?

Відповідь: В 1,22 рази.

8.31. Амплітуда затухаючих коливань математичного маятника за час $t=1$ хв зменшилася удвічі. У скільки разів зменшиться амплітуда за час $t=3$ хв?

Відповідь: В 8 разів.

8.32. Математичний маятник завдовжки $l=0,5$ м, виведений з положення рівноваги, відхилився при першому коливанні на $x_1=5$ см, а при другому (у ту ж сторону) – на $x_2=4$ см. Знайти час

релаксації τ , тобто час, впродовж якого амплітуда коливань зменшиться в e разів, де e – основа натуральних логарифмів.

Відповідь: $t=6,4$ с.

8.33. До пружини, що вертикально висить, підвішують вантаж. При цьому пружина подовжується на $\Delta l=9,8$ см. Вантаж здійснює вільні затухаючі коливання. Яким має бути коефіцієнт загасання β , щоб: а) коливання припинилися через час $t=10$ с (вважати умовно, що коливання припинилися, якщо їх амплітуда зменшилась до 1% від початкової); б) вантаж повертався в положення рівноваги аперіодично; в) логарифмічний декремент загасання коливань був рівним $\theta=6$?

Відповідь: а) $\theta = 0,460 \text{ с}^{-1}$; б) $\theta = 10 \text{ с}^{-1}$; в) $\delta = \beta/T = 7,2 \text{ с}^{-1}$.

8.34. Тіло масою $m=10$ г здійснює затухаючі коливання з максимальною амплітудою $A_{\max}=7$ см, початковою фазою $\varphi=0$ і коефіцієнтом загасання $\beta=1,6 \text{ с}^{-1}$. На це тіло почала діяти зовнішня періодична сила F , під дією якої встановились гармонійні коливання які описуються рівнянням $x=5 \sin(10\pi t - 3\pi/4)$. Знайти (з числовими коефіцієнтами) рівняння власних коливань і рівняння зовнішньої періодичної сили.

Відповідь: $F=0,072 \sin(10\pi t) \text{ Н}$.

8.35. Гиря масою $m=0,2$ кг, що висить на вертикальній пружині, здійснює затухаючі коливання з коефіцієнтом загасання $\beta=0,75 \text{ с}^{-1}$. Жорсткість пружини $k=0,5 \text{ кН/м}$. На гирю діє періодична зовнішня сила амплітудою $F_0=0,98 \text{ Н}$. Знайти значення A якщо $\omega=0,5 \omega_0$, де ω_0 – частота власних коливань підвішеної гирі.

Відповідь: $A=2,5$ см.

8.36. В незатухаючій біжучій хвилі задана точка M знаходиться від джерела коливань на відстані $\lambda/12$ в напрямку поширення хвилі. Амплітуда коливань $A=0,05 \text{ м}$. Вважаючи в початковий момент часу зміщення точки в джерелі було максимальним,

визначити зміщення від положення рівноваги точки М для моменту часу $T/6$, а також різницю фаз.

Відповідь: $y=0,044$ м; $\Delta\phi=-\pi/6$.

8.37. Визначити відстань між двома найближчими точками, що перебувають в однакових фазах, якщо хвиля поширюється з швидкістю 330 м/с, а частота коливань $\nu=226$ Гц.

Відповідь: $\lambda=1.3$ м.

8.38. Швидкість поширення хвилі вздовж струни визначається за формулою $v = \sqrt{F/\rho}$, де F – сила натягу струни, ρ – лінійна густина струни (маса одиниці довжини струни). Визначити силу натягу F , якщо частота коливань сталеної струни діаметром $d=0,5$ мм і довжиною $l=0,5$ м становить $\nu=440$ Гц (нота ля першої октави).

Відповідь: $F=300$ Н.

8.39. Довжина ультразвукової хвилі в повітрі при частоті $\nu_1=10^8$ Гц становить $\lambda_1=30 \cdot 10^{-5}$ м. Яка довжина хвилі λ_2 відповідає найбільшій ультразвуковій частоті $\nu_1=2 \cdot 10^9$ Гц?

Відповідь: $\lambda_2=15 \cdot 10^{-6}$ м.

8.40. Швидкість поширення звукових хвиль в газі молекулярною масою $\mu=0,029$ кг/моль при температурі $t=20^\circ\text{C}$ становить $v=343$ м/с. знайти відношення молярних теплоємностей газу γ при сталому тиску і сталому об'ємі.

Відповідь: $\gamma=1,4$.

8.41. По поверхні води в озері поширюється хвиля з швидкістю $v=6$ м/с. визначити період T і частоту ν коливань хвилі, якщо її довжина становить $\lambda=3$ м.

Відповідь: $T=0,5$ с; $\nu=2$ Гц.

8.42. Човен коливається на хвилях, що поширюються з швидкістю $v=1,5$ м/с. Відстань між двома найближчими гребенями хвиль $\lambda=6$ м. визначити період T коливань човна.

Відповідь: $T=4$ с.

8.43. На поверхні води поширюється хвиля з швидкістю $v=2,4$ м/с і частотою $\nu=2$ Гц. Яка буде різниця фаз $\Delta\phi$ у точках, що лежать на одному промені й віддалені одна від одної на $\Delta x=0,1$ м.

Відповідь: $\Delta\phi=\pi/6$.

8.44. Визначити різницю фаз $\Delta\phi$ коливань двох точок віддалених від джерела коливань на відстані $l_1=12$ м і $l_2=14$ м, якщо період коливань $T=0,4$ с, а швидкість поширення $v=10$ м/с.

Відповідь: $\Delta\phi=\pi$.

9 ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

Основні теоретичні відомості

Вільні електромагнітні коливання виникають в коливальному контурі, що містить послідовно з'єднані конденсатор C та котушку індуктивності L . Для таких заряд на обкладинках конденсатора змінюється з часом за законом

$$q = q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (9.1)$$

де q і q_0 – миттєве і максимальне (амплітудне) значення заряду конденсатора, ω_0 – циклічна частота не загасаючих коливань у контурі, φ_0 – початкова фаза.

Період коливань контуру T (при $R=0$) визначається за формулою Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (9.2)$$

Якщо в контурі є омичний опір, то в ньому виникають затухаючі коливання і заряд на обкладинках конденсатора буде змінюватись з часом за таким законом

$$q = q_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (9.3)$$

де $q_0 e^{-\beta t}$ – амплітуда затухаючих коливань, β – коефіцієнт загасання, ω – циклічна частота загасаючих коливань у контурі, q_0 – початкова амплітуда заряду.

Величини β і ω визначаються через параметри контуру L , C і R за формулами:

$$\beta = \frac{R}{2L}; \quad (9.4)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad (9.5)$$

в яких ω_0 – циклічна частота вільних на загасаючих коливань (при $R=0$).

Повна електромагнітна енергія контуру дорівнює сумі енергії електричного і магнітного полів:

$$W = \frac{LI^2}{2} + \frac{q^2}{2C}. \quad (9.6)$$

Добротність коливального контуру

$$Q = \frac{\pi}{\Delta}, \quad (9.7)$$

де Δ – логарифмічний декремент загасання.

Якщо в коливальному контрі, крім послідовно з'єднаних конденсатора з ємністю C , котушки індуктивності L , резистора з опором R , діє періодична ЕРС $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t)$, то в ньому встановлюються вимушені електромагнітні коливання струму з частотою ω :

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi), \quad (9.8)$$

при цьому величини I_0 і φ виражаються формулами

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (9.9)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (9.10)$$

Амплітуда сили струму I_0 при вимушених коливаннях досягає свого максимального значення (виникає явище резонансу), якщо частота ω вимушених коливань співпадає з частотою ω_0 вільних не загасаючих коливань, тоді

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (9.11)$$

Швидкість поширення електромагнітних коливань у середовищі з діелектричною проникністю ϵ і магнітною проникністю μ дорівнює

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (9.12)$$

де $c=3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі.

Довжина хвилі λ , яку випромінює електромагнітний коливальний контур

$$\lambda = \nu \cdot T. \quad (9.13)$$

Густина потоку енергії (або інтенсивність випромінювання) електромагнітних хвиль $\vec{P}$, чисельно рівна кількості енергії, яка переноситься за одиницю часу через одиничну площадку перпендикулярну до напрямку поширення хвиль:

$$P = \frac{dW}{dt \cdot S}. \quad (9.14)$$

Для електромагнітних хвиль $\vec{P}$ називають вектором Умова-Пойтінга і він виражається формулою

$$\vec{P} = [\vec{E} \cdot \vec{H}], \quad (9.15)$$

де $\vec{E}$ і $\vec{H}$ – вектори напруженості електричного і магнітного полів в електромагнітній хвилі.

Між величинами $\vec{E}$ і $\vec{H}$ для деякої точки є просте співвідношення

$$\frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2}, \quad (9.16)$$

звідки

$$H = E \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} \text{ або } E = H \sqrt{\frac{\mu \mu_0}{\varepsilon \varepsilon_0}}. \quad (9.17)$$

Методичні вказівки

Методи розв'язування задач на електромагнітні коливання подібні до методів розв'язування задач на механічні коливання. В основі цієї подібності лежить однакова структура рівнянь, що описують ці види коливань. Наприклад, величини, які характеризують вільні електромагнітні коливання, аналогічні величинам, що характеризують механічні коливання. Зокрема, заряд q відповідає зміщенню x , а опір R – коефіцієнту опору r , індуктивність

L – масі m , ємність C – величині оберненій до коефіцієнта жорсткості пружини k .

Також слід звернути увагу на те, що циклічна частота ω загасаючих коливань завжди менша циклічної частоти вільних коливань при відсутності опру, тобто власної частоти ω_0 . Таким чином, наявність опру приводить до зменшення частоти і до збільшення періоду коливань. Проте, в багатьох задачах, коли опір незначний ($R \rightarrow 0$), його впливом можна знехтувати і розраховувати частоту і період слабо загасаючих коливань за формулою (9.2). Це можна виконувати, як випливає з формули (9.5), за умови $\beta \ll \omega_0$. Крім цього, слід пам'ятати, що при розв'язанні задач даної теми можуть бути використані формули ємності для розрахунку ємності плоского конденсатора $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$, та індуктивності

катушки $L = \frac{\mu \mu_0 N^2 S}{l}$. При обчисленні енергії, яку переносить електромагнітна хвиля, застосовують вектор Умова-Пойтінга (9.15) та зв'язок між величинами електричного і магнітного полів (9.16)–(9.17).

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Коливальний контур складається із конденсатора ємністю $C=5\text{мкФ}$ і катушки індуктивності $L=0,2\text{Гн}$. Визначити максимальну силу струму I_0 в контурі, якщо максимальна різниця потенціалів на обкладінках конденсатора $U_0=40\text{ В}$. Опором контуру R знехтувати.

Дано:	СІ	Розв'язання
$C=5\text{мкФ}$	$=5 \cdot 10^{-6}\text{Ф}$	Розглянемо два способи розв'язання цієї задачі. Перший базується на застосуванні рівняння вільних електромагнітних коливань (9.1), а другий – на законі збереження енергії.
$L=0,2\text{Гн}$		
$U_0=40\text{ В}$		
$I_0 - ?$		

1 Якщо в контурі R дуже малий, визначаємо циклічну частоту із застосуванням рівнянням (9.2)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1000 \text{ рад/с.} \quad (1)$$

Щоб підставити величини у рівняння (9.1) необхідно визначити амплітудне значення заряду q_0 . Для цього скористаємося означенням ємності конденсатора (2.10)

$$C = \frac{q_0}{U_0} \Rightarrow q_0 = CU_0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.} \quad (2)$$

Тоді рівняння (9.1) набуває вигляду із врахуванням (1) і (2)

$$q = 2 \cdot 10^{-4} \sin(1000t). \quad (3)$$

Сила струму є похідною від заряду за часом:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(q = 2 \cdot 10^{-4} \sin(1000t)) = 0,2 \cos(1000t). \quad (4)$$

Порівнявши рівняння (4) із виразом для визначення миттєвого значення струму в контрі $I = I_0 \sin(\omega t)$, бачимо, що $I_0 = 0,2 \text{ А}$.

2 В процесі незагасаючих електромагнітних коливань повна енергія коливань коливального контуру за формулою (9.6), рівна сумі енергії електричного і магнітного полів. В окремі моменти, коли конденсатор максимально заряджений, а сила струму рівна нулю, то вся енергія коливань сконцентрована в конденсаторі:

$$W = \frac{CU_0^2}{2}. \quad (5)$$

Через чверть періоду конденсатор повністю розряджається ($U=0$), а струм досягає свого максимального значення I_0 , повна енергія буде рівною

$$W = \frac{LI_0^2}{2}. \quad (6)$$

Прирівнюючи формули (5) та (6) отримуємо

$$I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} = 0,2 \text{ A.}$$

Задача 2. Добротність коливального контуру рівна $Q=5$. Визначити на скільки процентів відрізняється частота ω вільних коливань контуру від його власної частоти ω_0 .

Дано:	Розв'язання
$Q=5$	У власному коливальному контурі, у якому опір
$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} - ?$	відмінний від нуля, частота вільних коливань ω менша власної частоти ω_0 .

Розглянемо, яким чином добротність Q (9.7) пов'язана із цилічними частотами ω і ω_0 (застосуємо формулу (9.5)):

$$Q = \frac{\pi}{\Delta} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\omega}{2\beta} = \frac{\omega}{2\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}}. \quad (1)$$

Ввівши нове позначення $\alpha = \frac{\omega}{\omega_0}$, на основі (1) знайдемо Q :

$$Q^2 = \frac{\omega^2}{4(\omega_0^2 - \omega^2)} = \frac{\alpha^2}{4(1 - \alpha^2)} \Rightarrow \alpha = \frac{2Q}{\sqrt{1 + 4Q^2}}.$$

Тоді визначимо шукану величину

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = 1 - \frac{\omega}{\omega_0} = 1 - \alpha = 1 - \frac{2Q}{\sqrt{1 + 4Q^2}} = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ або } 0,5\%.$$

Задача 3. Коливальний контур, що складається з конденсатора з двома пластинками площею $S=0,01 \text{ м}^2$ кожна і котушки з індуктивністю $L=10^{-6} \text{ Гн}$, резонує на хвилю довжиною $\lambda=10 \text{ м}$. Визначити відстань між пластинками конденсатора d .

Дано:	Розв'язання
$S=0,01 \text{ м}^2$	Відстань між пластинками конденсатора d можна
$L=10^{-6} \text{ Гн}$	знайти з формули для ємності плоского конденсатора:
$\lambda=10 \text{ м}$	
$d - ?$	$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}, \quad (1)$

де $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала; ϵ – діелектрична проникність середовища між пластинками конденсатора ($\epsilon=1$ у даному випадку); d – відстань між пластинками.

Звідки

$$d = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{C}. \quad (2)$$

Ємність C знайдемо за формулою Томсона (9.2):

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}. \quad (3)$$

Період коливань T можна знайти, так як довжина хвилі, на яку резонує контур, дана в умові задачі. Із співвідношення між довжиною хвилі λ і періодом T

$$\lambda = c \cdot T, \quad (4)$$

знаходимо
$$T = \frac{\lambda}{c}. \quad (5)$$

Підставивши вираз (5) у (3), а потім у (2), отримаємо

$$d = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 S L c^2}{\lambda^2} = 3,14 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Задача 4. Електроємність контуру рівна $C=300$ пФ. Яка повинна бути індуктивність L , щоб він резонував на частоту електромагнітних коливань $\nu=10^6$ Гц?

Дано:	СІ	Розв'язання
$C=300$ пФ	$=3 \cdot 10^{-10}$ Ф	Із формули для періоду коливань (9.2)
$\nu=10^6$ Гц		знайдемо частоту
$L - ?$		$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

Знайдемо індуктивність контуру

$$L = \frac{1}{4\pi^2 C \nu^2} = 85 \cdot 10^{-6} \text{ Гн.}$$

Задача 5. Коливальний контур складається з котушки ($L=0,06$ мГн) і конденсатора ($C=0,04$ мкФ). Яку середню по-

тужність P повинен споживати контур, щоб в ньому підтримувались не загасаючі коливання з амплітудним значенням напруги на конденсаторі $U_0=1,5\text{В}$, якщо омичний опір контуру рівний $R=1\text{ Ом}$?

Дано:	СИ	Розв'язання
$L=0,06\text{ мГн}$	$=6\cdot 10^{-5}\text{ Гн}$	За співвідношенням (9.5) визначимо циклічну частоту, з якою відбуваються коливання у контурі:
$C=0,04\text{ мкФ}$	$=4\cdot 10^{-8}\text{ Ф}$	
$U_0=1,5\text{В}$		
$R=1\text{ Ом}$		
$P - ?$		$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = 0,65 \cdot 10^6 \text{ рад/с.}$

Як відомо, потужність для струму, який змінюється за гармонійним законом (змінного струму) (7.11), рівна

$$P = \frac{I_0^2 R}{2}. \quad (1)$$

Із задачі 1 маємо, що

$$I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} = 0,039\text{А}. \quad (2)$$

Тоді потужність за (1) буде рівна $0,8\text{мВт}$.

Задача 6. Який період коливань в контурі, що випромінює електромагнітну хвилю довжиною $\lambda_1=600\text{м}$ і $\lambda_2=60\text{м}$?

Дано:	Розв'язання
$\lambda_1=600\text{м}$	Період коливання контуру дорівнює періоду випромінюваної ним хвилі (9.13)
$\lambda_2=60\text{м}$	
$T_1 - ?$	$T = \frac{\lambda}{c}.$
$T_2 - ?$	

Тоді $T_1=2\cdot 10^{-6}\text{с}$, і $T_2=2\cdot 10^{-7}\text{с}$.

Задача 7. Частота імпульсів локатора, що посилає електромагнітні хвилі, $\nu=1500\text{Гц}$. Час випромінювання одного імпульсу $\tau=1\text{мкс}$. Які межі визначення цілі локатором?

Дано:	СІ	Розв'язання
$\nu=1500\text{Гц}$	$=1\cdot 10^{-6}\text{с}$	Проміжок часу t , протягом якого електромагнітні хвилі поширюється з швидкістю $c=3\cdot 10^8\text{ м/с}$ та проходять відстань l від локатора до цілі та назад не повинен бути більший періоду T цих хвиль, інакше ехо-сигнал не встигне повернутися. Проте, час t не повинен бути більший часу випромінювання τ одного імпульсу, оскільки ехо-сигнал буде накладатись на посланий сигнал. Тому
$\tau=1\text{мкс}$		
$l_{\min} - ?$ $l_{\max} - ?$		

$$l_{\max} = \frac{cT}{2} = \frac{c}{2\nu} = 10^5 \text{ м, і } l_{\min} = \frac{c\tau}{2} = 150 \text{ м.}$$

Задачі для самостійного розв'язання

9.1. Коливальний контур складається з конденсатора ємності $C=888\text{ пФ}$ і котушки з індуктивністю $L=2\text{ мГн}$. На яку довжину хвилі настроєний контур?

Відповідь: $\lambda=2500\text{м}$.

9.2. Яку індуктивність L треба включити в коливальний контур, щоб при ємності $C=2\text{ мкФ}$ одержати частоту $\nu=1000\text{ Гц}$?

Відповідь: $L=12,7\text{ мГн}$.

9.3. Котушка з індуктивністю $L=30\text{ мкГн}$ приєднана до плоского конденсатора із площею пластин $S=0,01\text{ м}^2$ і відстанню між ними $d=0,1\text{ мм}$. Знайти діелектричну проникність ϵ середовища, що заповнює простір між пластинами, якщо контур настроєний на довжину хвилі $\lambda=750\text{ м}$.

Відповідь: $\epsilon=6$.

9.4. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю $C=25\text{ нФ}$ і котушки з індуктивністю $1,015\text{ Гн}$. Обкладинки конденсатора мають заряд $2,5\text{ мкКл}$. Записати рівняння (із числовими коефіцієнтами) зміни різниці потенціалів U на обкладинках конденсатора й струму I в котушці.

Відповідь: $U=100\cdot\cos(2\pi\cdot 10^3t)$, $I=-15,7\cdot\sin(2\pi\cdot 10^3t)$.

9.5. Рівняння зміни струму в коливальному контурі має вигляд $I = 0,02 \sin 400 \pi t$ А. Індуктивність контуру $L = 1$ Гн. Знайти період T коливань, ємність C контуру, максимальну енергію W_{el} магнітного поля й максимальну енергію W_{mag} електричного поля.

Відповідь: $T = 5$ мс, $C = 0,63$ мкФ, $W_{el} = 0,2$ мДж, $W_{mag} = 0,2$ мДж.

9.6. При зміні ємності змінного конденсатора на $\Delta C = 50 \cdot 10^{-12}$ Ф резонансна частота контуру збільшилася від $\nu_1 = 100$ кГц до $\nu_2 = 120$ кГц. Визначити індуктивність у контурі.

Відповідь: $L = 1,6 \cdot 10^{-2}$ Гн.

9.7. Котушка з індуктивністю $L = 3 \cdot 10^{-5}$ Гн приєднана до плоского конденсатора з площею пластин $S = 0,01$ м² та відстанню між пластинами $d = 1 \cdot 10^{-3}$ м. Знайти діелектричну проникність середовища ϵ , що заповнює простір між пластинами, якщо контур настроєний на довжину хвилі $\lambda = 750$ м.

Відповідь: $\epsilon = 59,7$.

9.8. Котушка (без осердя) довжиною $l = 0,5$ м і площею поперечного перерізу $S_1 = 3 \cdot 10^{-4}$ м² має $N = 1000$ витків. До неї під'єднаний паралельно конденсатор, який складається з пластин площею $S_2 = 75 \cdot 10^{-4}$ м² кожна, відстань між пластинами $d = 5 \cdot 10^{-3}$ м, діелектрик повітря. Визначити період коливань T контуру.

Відповідь: $T = 0,628 \cdot 10^{-6}$ с.

9.9. Коливальний контур складається з паралельно з'єднаних конденсатора ємністю $C = 1 \cdot 10^{-6}$ Ф і котушки з індуктивністю $L = 1 \cdot 10^{-3}$ Гн. Опір контуру дуже малий ($R \rightarrow 0$). Знайти частоту ν коливань контуру.

Відповідь: $\nu = 5,05 \cdot 10^3$ Гц.

9.10. Коливальний контур складається із котушки індуктивності $L = 1,2 \cdot 10^{-3}$ Гн і конденсатора змінної ємності від $C_1 = 12 \cdot 10^{-12}$ Ф до $C_2 = 80 \cdot 10^{-12}$ Ф. Визначити діапазон довжин електромагнітних хвиль λ , які можуть викликати резонанс в цьому контурі. Активний опір контуру $R = 0$.

Відповідь: $\lambda_1 = 226$ м, $\lambda_2 = 585$ м.

9.11. Скільки коливань N відбувається в електромагнітній хвилі довжиною $\lambda=30$ м протягом одного періоду звукових коливань з частотою $\nu=200$ Гц?

Відповідь: $N=5 \cdot 10^4$.

9.12. Включений в коливальний контур конденсатор заповнений діелектриком з діелектричною проникністю $\epsilon=4$. У скільки разів зміниться частота власних коливань контуру?

Відповідь: В 2 рази.

9.13. Параметри двох коливальних контурів $C_1=160$ пФ, $L_1=5$ мГн, $C_2=100$ пФ, $L_2=4$ мГн. Як треба змінити ємність C_2 щоб контури були настроєні в резонанс?

Відповідь: збільшити в 2 рази.

9.14. Котушка з індуктивністю $L=3 \cdot 10^{-5}$ Гн під'єднана до плоского конденсатора з площею пластин $S=100$ см² та відстанню між пластинами $d=0,1$ мм. Визначити діелектричну проникність речовини ϵ , що заповнює простір між пластинами, якщо контур настроєний на довжину хвилі $\lambda=750$ м.

Відповідь: $\epsilon=6$.

9.15. Коливальний контур складається з котушки індуктивності $L=1$ мГн і повітряного конденсатора, обкладинки якого дві круглі пластинки діаметром $D=20$ см кожна. Відстань між ними $d=1$ см. Визначити період T коливань контуру.

Відповідь: $T=1,06 \cdot 10^{-6}$ с.

9.16. Конденсатор складається з двох дисків радіусом $r=0,1$ м. Відстань між дисками $d=0,01$ м. Діелектрик – повітря. Паралельно до конденсатора під'єднана котушка з індуктивністю $L=10^{-3}$ Гн. Визначити період T електромагнітних коливань у контурі.

Відповідь: $T=10^{-6}$ с.

9.17. Котушка без осердя має $N=1000$ витків, $l=0,2$ м і переріз $S=16 \cdot 10^{-4}$ м², під'єднана до конденсатора ємністю $C=8 \cdot 10^{-10}$ Ф. Визначити частоту коливань ν в контурі.

Відповідь: $\nu=56,3$ кГц.

9.18. Якою повинна бути електроємність конденсатора C , щоб при індуктивності $L=25 \cdot 10^{-6}$ Гн можна було настроїти коливальний контур на довжину хвилі $\lambda=100$ м?

Відповідь: $C=11 \cdot 10^{-11}$ Ф.

9.19. Радіолокаційна станція випромінює хвилі довжиною $\lambda=0,1$ м. Який період T їх коливань?

Відповідь: $T=0,33 \cdot 10^{-9}$ с.

9.20. Приймальний контур радіоприймача складається з котушки індуктивністю $L=0,025$ мГн і конденсатора змінної ємності. Яку ємність C треба підібрати, щоб приймати радіохвилі $\lambda=300$ м?

Відповідь: $C=10^{-9}$ Ф.

9.21. Чому дорівнює довжина хвилі звуку, що утворюється гучномовцем, коли дроти які підводять до нього змінний струм, випромінюють електромагнітні хвилі довжиною $\lambda=30$ км? Швидкість звуку $v=340$ м/с.

Відповідь: $\lambda=3,4 \cdot 10^{-2}$ м.

9.22. Відправлений астрономами в 1961 р. радіосигнал на планету Венера повернувся після відбиття від поверхні Венери на Землю через $t=5$ хв після моменту відправлення. Визначити за цими даними відстань l від Землі до Венери.

Відповідь: $l=4,5 \cdot 10^{10}$ м.

9.23. Радіолокатор працює на довжині хвилі $\lambda=20$ см і дає $N=5000$ імпульсів за $t=1$ с, причому тривалість кожного імпульсу $\tau=0,02$ мкс. Скільки коливань n міститься в одному імпульсі та яка найбільша глибина розвідки l ?

Відповідь: $n=30$, $l=30$ км.

9.24. Густина енергії електромагнітного поля $\omega=0,05$ Дж/м³. Визначити вектор Умова-Пойтінга P для цього поля і кількість енергії W , яка переноситься хвилею за $t=2$ хв через поверхню площею $S=1$ м², перпендикулярну до напрямку поширення хвиль.

Відповідь: $P=1,5 \cdot 10^7$ Дж/м²·с, $W=1,8 \cdot 10^9$ Дж.

9.25. Знайти відношення енергії магнітного поля коливального контуру до енергії його електричного поля W_m/W_e для моменту часу $T/8$.

Відповідь: $W_m/W_e=1$.

9.26. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю $C=7$ мкФ і котушки з індуктивністю $L=0,23$ Гн та опору $R=40$ Ом. Обкладинки конденсатора мають заряд $q=0,56$ мКл. Знайти період T коливань контуру й логарифмічний декремент Δ загасання коливань. Написати рівняння зміни від часу різниці потенціалів U на обкладинках конденсатора. Знайти різницю потенціалів у моменти часу, рівні: $T/2$, T , $3T/2$.

Відповідь: $T=8$ мс, $\Delta=0,7$, $U=80e^{-8t} \cdot \cos(250\pi t)$, $U_1=40$ В, $U_2=28$ В, $U_3=20$ В.

9.27. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю $C=0,2$ мкф і котушки з індуктивністю $L=5,07$ мГн. При якому логарифмічному декременті затухання Δ різниця потенціалів на обкладинках конденсатора за час $t=1$ мс зменшиться в три рази? Яке значення опору R контуру в цьому випадку?

Відповідь: $\Delta=0,22$, $R=11,1$ Ом.

9.28. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю $C=405$ нФ, котушки з індуктивністю $L=10$ мГн й опору $R=2$ Ом. У скільки разів зменшиться різниця потенціалів на обкладинках конденсатора за один період коливань?

Відповідь: $U_0/U_1=1,04$ рази.

9.29. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю $C=2,22$ нФ і котушки довжиною $l=20$ см з мідного дроту діамет-

ром $d=0,5$ мм. Знайти логарифмічний декремент загасання Δ коливань.

Відповідь: $\Delta=0,018$.

9.30. Коливальний контур має ємність $C=1,1$ нФ й індуктивність $L=5$ мГн. Логарифмічний декремент загасання $\Delta=0,005$. За який час внаслідок загасання втратиться 99% енергії контуру?

Відповідь: $t=6,8$ с.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Душенко В. П., Кучерук І. М. Загальна фізика, т.1, 2, 3.- К.: Вища школа, 1993.
2. Трофимова Т. И. Курс фізики.- М.: Наука, 1985
3. Галушак М. О. Фізичні основи механіки. – К.: НВК ВО, 1996.
4. Галушак М. О. Курс загальної фізики, том 1.- Івано-Франківськ, 2000.
5. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Навчальний посібник для вищих технічних закладів. т. І. Механіка. Молекулярна фізика. – К.: Техніка, 1999.
6. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Електрика і магнетизм. Навчальний посібник для вищих технічних закладів. т. 2 – К.: Техніка, 1999.
7. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Оптика. Атомна і ядерна фізика. т. 3 – К.: Техніка, 1999.
8. Бушок Г. Ф., Левандовський В. В., Півень Г. Ф. Курс фізики. Навчальний посібник. Кн. І. Механіка. Електрика і магнетизм.– К.: Либідь, 2001.
9. Бушок Г. Ф., Є. Ф.Венгер. Курс фізики. Навчальний посібник. кн. II. К.: Либідь, 2001.
10. Пустогов В. І. Загальна фізика. Електрика і магнетизм. Конспект лекцій. – Івано-Франківськ.: Факел, 2002.
11. Волков О. Ф., Люмпієва Т. П. Курс фізики т.1.- Донецьк, 2009.
12. Лисенко О. В. Конспект лекцій Ч. 2 – Суми: Вид-во СумДУ, 2010.

ДОДАТКИ

Варіанти задач до контрольних робіт

№ варіантів	К.р.1	К.р.2	К.р. 3
1	1.6; 2.10; 3.12	5.2; 6.2; 7.2	8.2; 9.2
2	1.8; 2.12; 3.14	5.4; 6.4; 7.4	8.4; 9.4
3	1.10; 2.14; 3.16	5.6; 6.6; 7.6	8.6; 9.6
4	1.12; 2.16; 3.18	5.10; 6.8; 7.8	8.10; 9.8
5	1.14; 2.18; 3.20	5.12; 6.10; 7.10	8.12; 9.10
6	1.16; 2.20; 3.22	5.14; 6.12; 7.9	8.14; 9.12
7	1.18; 2.22; 3.24	5.16; 6.14; 7.7	8.16; 9.14
8	1.20; 2.24; 3.26	5.18; 6.16; 7.5	8.18; 9.16
9	1.22; 2.26; 3.28	5.20; 6.18; 7.3	8.20; 9.18
10	1.24; 2.28; 3.30	5.22; 6.20; 7.1	8.22; 9.20
11	1.26; 2.30; 3.32	5.24; 6.22; 7.2	8.24; 9.22
12	1.28; 2.32; 3.34	5.26; 6.24; 7.4	8.26; 9.24
13	1.30; 2.34; 3.36	5.26; 6.26; 7.6	8.28; 9.26
14	1.2; 2.36; 3.38	5.28; 6.28; 7.8	8.30; 9.28
15	1.4; 2.38; 3.40	5.30; 6.30; 7.10	8.32; 9.30
16	1.5; 2.40; 3.42	5.32; 6.32; 7.9	8.34; 9.11
17	1.7; 2.42; 3.44	5.34; 6.31; 7.7	8.36; 9.13
18	1.9; 2.44; 3.46	5.36; 6.25; 7.5	8.38; 9.21
19	1.11; 2.46; 3.48	5.40; 6.21; 7.3	8.40; 9.27
20	1.13; 2.48; 3.50	5.42; 6.15; 7.1	8.42; 9.25

***Варіанти завдань до колоквіуму з розділів
«Електромагнетизм» і «Коливання та хвилі»***

Варіант 1

1. Електростатичне поле. Електричний заряд. Закон збереження заряду. Взаємодія зарядів. Закон Кулона.

2. Гармонічні коливання. Диференціальне рівняння вільних гармонійних коливань. Енергія матеріальної точки, що коливається.

Варіант 2

1. Напруженість електростатичного поля. Силкові лінії поля. Потік вектора напруженості поля. Теорема Гауса для електростатичного поля та її застосування.

2. Вільні незатухаючі механічні коливання: пружинний маятник, математичний маятник, фізичний маятник. Диференціальне рівняння їх коливань. Кінетична, потенціальна та повна механічна енергія коливного руху.

Варіант 3

1. Робота сил електричного поля з переміщення заряду. Потенціал. Різниця потенціалів. Напруженість поля як градієнт потенціалу.

2. Електромагнітні коливання. Електричний коливальний контур. Формула Томсона. Диференціальне рівняння гармонійних електромагнітних коливань.

Варіант 4

1. Провідник в електричному полі. Електрична індукція. Електроємність. Конденсатори. Послідовне і паралельне з'єднання конденсаторів.

2. Вільні механічні загасаючі коливання, їх диференціальне рівняння та його розв'язок. Період загасаючих коливань. Декремент загасання. Добротність коливальної системи.

Варіант 5

1. Діелектрик в електричному полі. Поляризація діелектриків. Діелектрична сприйнятливість та діелектрична проникність і зв'язок між ними. Вектор діелектричного зміщення.

2. Вимушені механічні коливання, їх диференціальне рівняння та його розв'язок. Амплітуда та фаза вимушених коливань. Явище резонансу.

Варіант 6

1. Закон Ома. Робота і потужність струму. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола. Правила Кірхгофа для розгалужених кіл.

2. Вимушені електромагнітні коливання, їх диференціальне рівняння та його розв'язок.

Варіант 7

1. Магнітне поле у вакуумі. Закон Біо-Савара-Лапласа. Його застосування для розрахунку магнітних полів провідників з струмом. Циркуляція вектора напруженості магнітного поля.

2. Гармонічні коливання. Додавання коливань одного напрямку. Явище биття. Додавання коливань матеріальних точок, які коливаються у перпендикулярних напрямках.

Варіант 8

1. Магнітне поле, індукція магнітного поля. Сила Ампера. Сила Лоренца. Ефект Холла.

2. Вільні електромагнітні загасаючі коливання, їх диференціальне рівняння та його розв'язок. Період загасаючих електромагнітних коливань. Декремент загасання. Добротність електромагнітної коливальної системи.

Варіант 9

1. Вектор намагнічення речовини. Магнітна сприйнятливість та проникність і зв'язок між ними. Типи магнетиків. Властивості та природа феромагнетиків.

2. Вимушені механічні коливання, їх диференціальне рівняння та його розв'язок. Амплітуда та фаза вимушених коливань. Явище резонансу.

Варіант 10

1. Електромагнітна індукція. Явище електромагнітної індукції. Явище самоіндукції.

2. Гармонічні коливання. Диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань. Енергія матеріальної точки, що коливається.

Варіант 11

1. Індуктивність соленоїда. Енергія магнітного поля. Об'ємна густина енергії магнітного поля.

2. Електромагнітні коливання. Електричний коливальний контур. Формула Томсона. Диференціальне рівняння гармонічних електромагнітних коливань.

Варіант 12

1. Вихрове електричне поле. Струми зміщення. Система рівнянь Максвелла.

2. Вільні незатухаючі механічні коливання: пружинний маятник, математичний маятник, фізичний маятник. Диференціальне рівняння їх коливань. Кінетична, потенціальна та повна механічна енергія коливного руху.

Варіант 13

1. Генератор змінного струму. Коло змінного струму з активним опором. Коло змінного струму з індуктивністю.

2. Вимушені електромагнітні коливання, їх диференціальне рівняння та його розв'язок.

Варіант 14

1. Коло змінного струму з ємністю. Коло змінного струму з послідовно з'єднаними активним опором, індуктивністю і ємністю.

2. Гармонічні коливання. Додавання коливань одного напрямку. Явище биття. Додавання коливань матеріальних точок, які коливаються у перпендикулярних напрямках.

Варіант 15

1. Робота і потужність змінного струму. Резонанс струмів та резонанс напруг.

2. Вільні механічні загасаючі коливання, їх диференціальне рівняння та його розв'язок. Період загасаючих коливань. Декремент загасання. Добротність коливальної системи.

Приймаки для позначення кратних та часткових величин

Найменування	Скорочення	Значення	Найменування	Скорочення	Значення
кіло	к	10^3	мілі	м	10^{-3}
мега	М	10^6	мікро	мк	10^{-6}
гіга	Г	10^9	нано	н	10^{-9}
тера	Т	10^{12}	піко	п	10^{-12}
пета	П	10^{15}	фемто	ф	10^{-15}

Деякі фізичні сталі

Прискорення вільного падіння	$g = 9,8 \text{ м/с}^2$
Стала Авагадро	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Стала Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$
Електрична постійна	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна постійна	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Швидкість світла у вакуумі	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

Таблиці фізичних величин

Густина речовини ρ

Речовина	$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	Речовина	$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
Алюміній	2700	Олово	7300
Вольфрам	19300	Платина	21500
Залізо	7900	Свинець	11300
Золото	19300	Срібло	10500
Мідь	8900	Сталь	7800

Діелектрична проникність ϵ

Віск	7,8	Парафін	2
Вода	81	Ебоніт	2,6
Керосин	2	Слюда	6
Масло	5	Парафіновий папір	2
Стекло	6	Фарфор	6

Питомий опір провідників (при 0°C) ρ та термічний коефіцієнт опору α

Провідник	$\rho, 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$	$\alpha, \text{ K}^{-1}$	Провідник	$\rho, 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$	$\alpha, \text{ K}^{-1}$
Алюміній	2,5	0,0042	Ніхром	10	0,0004
Графіт	3,9	-0,0008	Ртуть	94	-
Залізо	8,7	0,006	Свинець	22	0,0037
Мідь	1,7	0,043	Сталь	10	0,06

Рухливість іонів в електроліті b

Йон	$b, 10^{-8} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$	Йон	$b, 10^{-8} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$
NO_3^-	6,4	Cl	6,8
H^+	32,6	Ag^+	5,6
K^+	6,7		

Робота виходу електронів з металу $A_{\text{в}}$

Провідник	$A_{\text{в}}, \text{ eV}$	Провідник	$A_{\text{в}}, \text{ eV}$
W	4,5	Ag	4,74
W + Cs	1,6	Li	2,4
W + Th	2,63	Na	2,3
Pt + Cs	1,40	K	2,0
Pt	5,3	Cs	1,9

Періодична система

Період	Ряд	I	II	III	IV	V
1	1	H 1.0079 Гідроген Водень				
2	2	Li 6.941 Літій	Be 9.012 Берилій	B 10.81 Бор	C 12.011 Карбон Вуглець	N 14.0067 Нітроген Азот
3	3	Na 22.990 Натрій	Mg 24.305 Магній	Al 26.981 Алюміній	Si 28.086 Силіцій Кремній	P 30.973 Фосфор
4	4	K 39.098 Калій	Ca 40.08 Кальцій	Sc 44.956 Скандій	Ti 47.90 Титан	V 50.941 Ванадій
	5	Cu 63.546 Купрум Мідь	Zn 65.39 Цинк	Ga 69.72 Галій	Ge 72.59 Германій	As 74.921 Арсен Міччак
5	6	Rb 85.468 Рубідій	Sr 87.62 Стронцій	Y 88.906 Ітрій	Zr 91.22 Цирконій	Nb 92.906 Ніобій
	7	Ag 107.868 Аргентум Срібло	Cd 112.41 Кадмій	In 114.82 Індій	Sn 118.71 Станум Олово, цина	Sb 121.75 Стибій
6	8	Cs 132.91 Цезій	Ba 137.33 Барій	*La 138.905 Лантан	Hf 178.49 Гафній	Ta 180.948 Тантал
	9	Au 196.967 Аурум Золото	Hg 200.59 Меркурій Ртуть	Tl 204.37 Талій	Pb 207.2 Плѳмбум Свинць, оливо	Bi 208.980 Бісмут Вісмут
7	10	Fr 87 [223] Францій	Ra 88 [226] Радій	**Ac 89 [227] Актиній	Unq 104 [261] Уннїлквадій	Unp 105 [262] Уннїлпентій
Вищі оксиди		R_2O	RO	R_2O_3	RO_2	R_2O_5
Леткі водневі сполуки					RH_4	RH_3

*Ланта- ноїди	58 140.12 Ce Церій	59 140.908 Pr Празеодим	60 144.24 Nd Неодим	61 [145] Pm Прометій	62 150.36 Sm Самарій	63 151.36 Eu Європій
**Акти- ноїди	90 232.038 Th Торій	91 [231] Pa Протактиній	92 238.029 U Уран	93 [237] Np Нептуній	94 [244] Pu Плутоній	95 [243] Am Америцій

хімічних елементів Д. І. Менделєєва

VI		VII		VIII	
				Порядковий номер Символ елемента	
8 O Оксиген Кисень		9 F Флуор Фтор		10 Ne Неон	
16 S Сульфур Сірка		17 Cl Хлор		18 Ar Аргон	
24 Cr Хром		25 Mn Манган Марганець		26 Fe Ферум Залізо	
34 Se Селен		35 Br Бром		36 Kr Криптон	
42 Mo Молибден		43 Tc Технецій		44 Ru Рутеній	
52 Te Телур		53 I Іод Йод		54 Xe Ксенон	
74 W Вольфрам		75 Re Реній		76 Os Осмій	
84 Po Полоній		85 At Астат		86 Rn Радон	
106 Unh Унігексей		107 Uns Унігептій		108 Uno Уніоктій	
109 Une Унісеній		110 Uun Уніуній			
RO₃		R₂O₇		RO₄	
H₂R		HR			

64	Gd	65	Tb	66	Dy	67	Ho	68	Er	69	Tm	70	Yb	71	Lu
157,25	Гадоліній	158,925	Тербій	162,50	Диспрозій	164,93	Гольмій	167,26	Ербій	168,934	Тулій	173,04	Ітербій	174,97	Лютецій
96	Cm	97	Bk	98	Cf	99	Es	100	Fm	101	Md	102	No	103	Lr
[247]	Кюрії	[247]	Берклій	[251]	Каліфорній	[254]	Ейнштейній	[257]	Фермій	[258]	Менделєєв	[259]	Нобелій	[260]	Лоуренсій

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Галушак Мар'ян Олексійович

Луцишин Тарас Іванович

Басараба Юрій Богданович

Курс загальної фізики

ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ

Книга 2

*За загальною редакцією д-ра фіз.-мат. наук, професора,
завідувача кафедри загальної та прикладної фізики
Івано-Франківського національного технічного
університету нафти і газу
Галушак М. О.*

Комп'ютерний набір і верстка С. А. Татарина

Івано-Франківського національного технічного
університету нафти і газу

вул. Карпатська, 15, м. Івано-Франківськ, 76019, Україна

тел. (03422) 42453, факс (03422) 42139,

<http://nung.edu.ua>, e-mail: public@nung.edu.ua

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців
ІФ № 18 від 12.03.2002 р.

Підписано до друку 28.05.2014 Формат 60×84/16 Папір офсетний
Ум. друк. арк. 11,64 Тираж 300 прим. Замовл. № 223