

Івано-Франківський національний
технічний університет
нафти і газу

Чернова М.Є.

КУРС ФІЗИКИ

ЧАСТИНА 2

Івано-Франківськ

2009

53/075.8/
У-49

Під загальною редакцією доктора технічних наук, академіка УНГА, завідувача кафедрою фізики ІФНТУНГ, професора Чернова Бориса Олександровича.

Чернова М.Є. Курс лекцій для спеціалістів «Нафтогазова справа». ч.ІІ. 2009р.- 294 с.

Навчальний посібник написаний у відповідності до програми з фізики для студентів ІФНТУНГ за спеціальністю «Нафтогазова справа». Він складається з 5 розділів, в яких викладені фізичні основи кінематики, динаміки твердого тіла, рідин та газів а також основи молекулярної фізики та термодинаміки.

Видано за спонсорські кошти ПНВП «ГАЛЛЕЯ»

© Сімків М.Є.
Івано-Франківськ
2009р.

ПЕРЕДМОВА ДО ВИДАННЯ

Цей лекційний курс являє собою перше видання другої частини курсу загальної фізики, розробленого згідно нової програми затвердженої зі спеціальності «Нафтогазова справа» для студентів Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Дана програма передбачає поглиблення знань з основ фізики, на яких в подальшому базуються спецкурси вищезгаданого напрямку підготовки.

Автор буде вдячний усім особам та викладачам випускних кафедр, які поділяться думками щодо покращення даного курсу.

М.Є. Чернова

листопад 2009 р.

ЗМІСТ

	стор.
ЧАСТИНА 2	
Розділ I.	
Електростатика. Постійний струм	7
§12. Електростатика	7
12.1. Електричний заряд. Дискретність заряду.	
Закон збереження заряду.	7
12.2. Електричне поле. Взаємодія зарядів.	
Закон Кулона.	9
12.3. Напруженість поля. Силкові лінії поля.	13
12.4. Потік вектора напруженості поля. Теорема Гауса для електростатичного поля та її застосування.	19
12.5. Теорема Ірншоу.	23
§13. Потенціал електричного поля	24
13.1. Робота сил електричного поля при переміщенні заряду.	24
13.2. Циркуляція вектора напруженості електричного поля.	25
13.3. Потенціал електричного поля.	26
13.4. Еквіпотенціальні лінії (поверхні).	29
13.5. Напруженість поля, як градієнт потенціалу.	30
§14. Електричне поле	31
14.1. Електричне поле в провіднику.	31
14.2. Ефект екранування та його застосування.	33
14.3. Електроємність. Конденсатори.	34
14.4. Енергія зарядженого конденсатора.	
Енергія електричного поля.	
Об'ємна густина енергії поля	39
§15. Електричне поле в речовині	42
15.1. Електричний диполь.	
Полярні і неполярні молекули.	42
15.2. Поляризація діелектриків.	43
15.3. Діелектрична сприйнятливість та діелектрична проникність	46
15.4. Вектор електричного зміщення. Теорема Гауса для потоку вектора електричного зміщення.	48
15.5. Сегнетоелектрики, їх властивості та застосування.	49

§16. Постійний електричний струм	53
16.1. Постійний струм та його характеристики	53
16.2. Закон Ома	57
16.3. Сторонні сили. Електрорушійна сила	61
16.4. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола	62
16.5. Робота і потужність струму	63
16.6. Правила Кірхгофа для розгалужених кіл	67
§17. Електричний струм в металах та газах	70
17.1. Поняття про класичну теорію електропровідності металів	70
17.2. Труднощі класичної теорії	72
17.3. Термоелектронна емісія	74
17.4. Струм в газах	78
17.5. Види самостійних газових розрядів	83
РОЗДІЛ II.	
Магнетизм	90
§18. Магнітне поле у вакуумі	90
18.1. Магнітна взаємодія. Магнітне поле	90
18.2. Дія магнітного поля на провідник зі струмом. Сила Ампера	94
18.3. Рух заряджених частинок у магнітному полі. Сила Лоренца	101
18.4. Ефект Холла	105
18.5. Закон Біо-Саварра-Лапласа	107
18.6. Закон повного струму	110
§19. Магнітне поле в речовині	115
19.1. Магнітні моменти атомів та електронів	115
19.2. Вектор намагнічення речовини	119
19.3. Типи магнетиків	121
19.4. Крива намагнічення. Петля гістерезису	123
§20. Електромагнітна індукція. Теорія Максвелла	127
20.1. Досліди Фарадея. Явища електромагнітної індукції. ЕРС індукції	127

20.2. Явище самоіндукції. Індуктивність	131
20.3. Енергія магнітного поля. Густина енергії поля	134
20.4. Вихрове електричне поле. Повна система рівнянь Максвелла	136
§21. Змінний електричний струм	141
21.1. Змінний електричний струм та його характеристики. Генератор змінного струму	141
21.2. Коло змінного струму з активним опором, індуктивним та ємнісним	146
21.2.1. Коло з резистором R	146
21.2.2. Коло з котушкою індуктивності L	146
21.2.3. Коло з конденсатором ємністю C	148
21.2.4. Послідовне включення R, L, C	149
21.2.5. Паралельне включення R, L, C	152
21.3. Робота і потужність змінного струму	155
21.3.1. У колі є лише активний опір	156
21.3.2. У колі є реактивний опір	157
РОЗДІЛ III.	
Коливання і хвилі	160
§22. Гармонічні коливання	160
22.1. Коливний рух. Вільні незагасаючі коливання. Маятники	160
22.2. Додавання гармонічних коливань	167
22.3. Електричний коливальний контур.	174
§23. Загасаючі і вимушені коливання	179
23.1. Вільні механічні загасаючі коливання	179
23.2. Вільні загасаючі електромагнітні коливання	184
23.3. Вимушені механічні коливання	188
23.4. Вимушені електромагнітні коливання	191
§24. Хвильові процеси	196
24.1. Рівняння плоскої хвилі	196
24.2. Рівняння електромагнітної хвилі	202
24.3. Енергія електромагнітних хвиль. Вектор Умова-Пойтінга	204

24.4. Передача інформації за допомогою електро- магнітних хвиль	206
--	-----

РОЗДІЛ IV.

Хвильова оптика	210
------------------------	-----

§25. Інтерференція світла

25.1. Розвиток уявлень про природу світла.	
Хвильова та геометрична оптика	210
25.2. Інтерференція світла. Когерентність світлових хвиль.	
Оптична різниця ходу світлових хвиль	214
25.3. Інтерференція від двох точкових джерел світла	220
25.4. Інтерференція світла в тонких плівках	223
25.5. Смуги однакової товщини	227
25.6. Кільця Ньютона	230

§26. Дифракція світла.

Поляризація

26.1. Поняття дифракції світла.	
Принцип Гюйгенса-Френеля	233
26.2. Метод зон Френеля.	
Дифракція на круглому отворі та диску	235
26.3. Дифракція на щілині і на дифракційній ґратці	239
26.4. Формула Вульфа-Брегга	243
26.5. Природне і поляризоване світло	244

РОЗДІЛ V.

Елементи квантової механіки. Фізика атома

§27. Теплове випромінювання.

Фотони

27.1. Теплове випромінювання та його характеристики	248
27.2. Закон Кірхгофа	253
27.3. Закони випромінювання абсолютно чорного тіла	254
27.4. Труднощі класичної теорії теплового випромінювання.	
Квантова гіпотеза Планка	256
27.5. Фотоефект. Фотони	258
27.6. Ефект Комптона	260

§28. Основні поняття квантової механіки.	
Атом водню в квантовій механіці.	262
28.1. Будова атома	262
28.2. Теорія Н.Бора	264
28.3. Закономірності в спектрі атома водню	268
28.4. Хвилі Де-Бройля	270
28.5. Співвідношення невизначеності Гейзенберга	272
28.6. Хвильова функція	273
28.7. Рівняння Шредінгера	275
28.8. Атом водню в квантовій механіці	276
 §29. Елементи фізики твердого тіла	278
29.1. Фазовий простір. Фазова комірка	278
29.2. Поняття про квантову статистику Бозе-Ейнштейна і Фермі-Дірака	279
29.3. Вироджений електронний газ в металах.	
Енергія Фермі	281
29.4. Теплоємність твердих тіл по Ейнштейну і Дебаю	284
29.5. Надпровідність	286
 §30. Тверде тіло в квантовій механіці.	
Елементи фізики атомного ядра та елементарних часток	288
30.1. Елементи зонної теорії твердих тіл. Провідники, напівпровідники і діелектрики	288
30.2. Провідність напівпровідників	289
30.3. Контакт двох напівпровідників	292
 Перелік рекомендованих джерел	294

ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

§12. Електростатика

12.1. Електричний заряд. Дискретність заряду. Закон збереження заряду

З курсу середньої школи відомо, що в природі існують два типи зарядів *позитивний і негативний*. Позитивний виникає на склі, натертому шовком, а негативний на бурштині, натертому вовною. Одноименні заряди відштовхуються, а різноименні – притягаються. *Знак заряду залежить не тільки від хімічного складу цього тіла, а й від того, з яким тілом під час електризації тертям воно контактує.*

Під час електризації тертям одночасно електризуються обидва тіла, і окрім того, позитивний заряд одного тіла рівний негативному заряду другого, які контактували між собою, якщо до цього обидва тіла не були зарядженими.

Таким чином експериментально був встановлений **закон збереження електричних зарядів**:

Повний електричний заряд замкнутої системи є величиною постійною і дорівнює алгебраїчній сумі її позитивних і негативних зарядів. Заряди можуть лише передаватися від одного тіла до іншого в даній системі або зміщуватися всередині певного тіла.

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n = \sum_{i=1}^n q_i = \text{const} \quad (12.1)$$

Замкнута, це така система, в яку з оточуючого середовища крізь її межі не проникають електрично заряджені частинки.

Електричний заряд зберігається при всіх процесах і рухах носіїв зарядів. Закон збереження заряду вказує на те, що в природі позитивні і негативні заряди можуть народжуватися і зникати лише парами.

Поняття електризації пов'язане з явищем перерозподілу заряду між тілами.

На основі дослідів було встановлено, що електричний заряд довільного тіла є кратним цілому числу елементарних зарядів, тобто є дискретним, і дорівнює $\pm 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл («+» для протона, маса якого $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг; «-» для електрона, маса якого $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг).

Заряд – це одна із фундаментальних властивостей матерії і він не існує сам по собі, незалежно від носіїв заряду, тобто від матерії, або поза простором і часом.

Нерухомі електричні заряди в просторі можуть розміщуватися або дискретно – в окремих точках, або неперервно – вздовж лінії, поверхні чи по об'єму. Тому, у випадку неперервного розподілу електричного заряду вводять поняття **густини зарядів**:

лінійна густина електричних зарядів:

$$\tau = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} \quad (12.2)$$

поверхнева густина зарядів:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS} \quad (12.3)$$

об'ємна густина зарядів:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV} \quad (12.4)$$

де Δq загальний заряд елемента ділянки лінії, ділянки площі, ділянки об'єму.

Всі тіла в природі поділяють на провідники і діелектрики. *Провідники* – це тіла, в яких переданий електричний заряд може рухатись вільно по всьому об'єму, а *діелектрики* такими особливостями не володіють, наданий їм електричний заряд знаходиться на тому місці, куди його початково помістили. Проміжне положення займають напівпровідники. Взагалі ж поділ речовин на провідники і діелектрики є умовним, оскільки все залежить від умов, в яких ці речовини знаходяться (наприклад, газ у звичайних умовах струм не проводить, а при високих температурах – проводить і т.д.).

12.2. Електричне поле. Взаємодія зарядів. Закон Кулона

Взаємодія нерухомих зарядів відбувається через електростатичне поле, яке існує навколо цих зарядів і нероздільно з ними пов'язане. **Електростатичним** називають поле, утворене нерухомими електричними зарядами, характеристики якого в кожній точці не змінюються з часом.

Про наявність у просторі електростатичного поля можна судити в тому випадку, якщо в це поле внести *пробний заряд* (який не призведе до перерозподілу зарядів у цьому полі), тоді сила, яка буде діяти на цей нерухомий заряд збоку поля і свідчитиме про наявність електростатичного поля в даному просторі.

На основі цього було сформульовано основний закон електростатики, закон взаємодії нерухомих зарядів – **закон Кулона**:

Сила взаємодії, що виникає між двома нерухомими точковими зарядами, прямо пропорційна добутку кількості електрики цих зарядів, обернено пропорційна квадрату відстані між ними і напрямлена вздовж прямої, яка сполучає ці заряди:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\varepsilon \cdot r^2} \quad (12.5)$$

де $k=1/4\pi\epsilon_0=9\cdot 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$ – коефіцієнт пропорційності;
 ϵ – відносна діелектрична проникливість середовища.
 ϵ_0 – електрична стала, яка рівна $8,854\cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

Сили взаємодії однойменних зарядів є силами відштовхування, а різнойменних – силами притягання. Сили відштовхування вважають додатними, а сили притягання – від’ємними.

Закон Кулона визначає взаємодію точкових зарядів, тобто таких наелектризованих тіл, розміри яких є значно меншими порівняно з відстанню між ними. Отже, при вивченні взаємодії наелектризованих тіл із застосуванням закону Кулона, повинна враховуватись основна умова: тіла можуть мати довільні геометричні розміри, але віддаль між ними повинна бути значно більшою за розміри тіл.

Закон Кулона можна записати у векторній формі (рис.12.1):

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \left(\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12} \quad (12.6.a)$$

де F_{12} – сила з якою заряд q_1 діє на заряд q_2 ;

$\vec{r}_{12}$ – радіус-вектор, напрямлений від точкового заряду q_1 до заряду q_2 .

Аналогічно:

$$F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{21}^3} \vec{r}_{21} \quad (12.6.b)$$

де F_{21} – сила з якою заряд q_2 діє на заряд q_1 ;

$\vec{r}_{21}$ – радіус-вектор, напрямлений від точкового заряду q_2 до заряду q_1 .

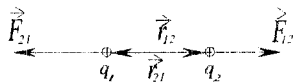


Рис. 12.1

Оскільки $\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$, то $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, то, з врахуванням цього і рівнянь (12.6) сили електростатичної взаємодії є центральною, вони залежать лише від відстані між зарядами і напрямлені вздовж прямої, яка сполучає ці заряди.

Основні зауваження:

- сила взаємодії двох точкових зарядів не залежить від наявності інших зарядів;
- сила, що діє на даний точковий заряд збоку двох інших точкових зарядів, дорівнює векторній сумі сил, що діють на нього збоку двох інших зарядів.

За *абсолютну одиницю заряду* приймають точковий заряд, який діє на такий самий за значенням заряд, розміщений на відстані 1 см із силою 10^{-5} Н.

$$1 \text{ абс.од.} = \frac{1}{3 \cdot 10^9} \text{ Кл}$$

Для електричних зарядів є справедливим *принцип суперпозиції*, згідно з яким, якщо електростатичне поле створюється системою фіксованих у просторі точкових зарядів $q_1, q_2, \dots, q_n$, то результуюча сила, що діє на деякий пробний заряд q_0 , розміщений в електричному полі цих зарядів, дорівнює векторній сумі сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, які діють на цей заряд збоку полів зарядів $q_1, q_2, \dots, q_n$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n \frac{q_0 q_i}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_{i0}^3} \vec{r}_{i0} \quad (12.7)$$

де $\vec{r}_{i0}$ – радіус-вектор, проведений від заряду q_i до заряду q_0 . Спосіб додавання сил для випадку $n=2$ показано на рис. 12.2.

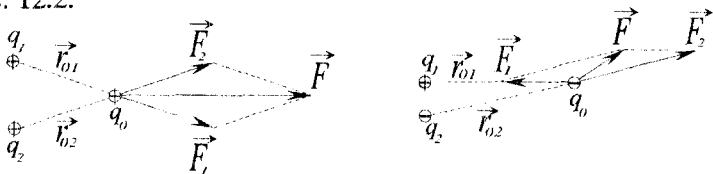


Рис. 12.2

Щоб визначити сили взаємодії між зарядженими тілами тоді, коли їх неможна вважати точковими, слід уявно поділити ці тіла на елементи, які можна вважати точковими зарядами, тоді сила взаємодії між зарядженими тілами буде

вважатися векторною сумою сил, прикладених до всіх зарядів другого тіла збоку кожного точкового заряду першого тіла. Окрім того, взаємодія заряджених тіл залежить від того якими є ці тіла – провідниками чи діелектриками.

За допомогою експериментальних досліджень встановлено, що закон Кулона справджується на віддальх від 10^{-17} м до 10^7 м. Для більших віддалей прямих експериментальних перевірок не проводилось, хоча сумніву у його справдженні для більших віддалей немає.

Сила взаємодії між зарядами залежить від непровідного середовища (якщо це не є вакуум), в якому розміщені ці заряди. Такий вплив середовища пояснюється його *поляризацією*, яка полягає в тому, що під дією електричного поля зарядів, вміщених у діелектричне середовище, відбувається зміщення заряджених частинок атомів і молекул (електронів та ядер). Цим частково нейтралізується заряд самих внесених у середовище зарядів і, як наслідок, зменшується сила їх взаємодії. Різні середовища поляризуються неоднаково, а тому і їхній вплив на взаємодію зарядів є різним. Кількісно цей вплив оцінюється *відношенням сили взаємодії зарядів у вакуумі $\vec{F}_0$ до сили взаємодії між тими ж зарядами в середовищі $\vec{F}$, яке і називають діелектричною проникливістю середовища ϵ* :

$$\frac{\vec{F}_0}{\vec{F}} = \epsilon \quad (12.8)$$

Отже, сила взаємодії двох зарядів у будь-якому непровідному середовищі в ϵ разів є меншою за силу взаємодії цих же зарядів у вакуумі.

12.3. Напруженість поля. Силві лінії поля

Дослідження показують, що сила, яка діє на точковий заряд, внесений в дану точку поля, залежить від величини цього заряду, а отже, сила не може бути характеристикою са-

мого поля. Для силової характеристики поля існує величина, яка називається *напруженістю* цього поля.

Напруженість електричного поля в довільній точці є векторна величина, що чисельно дорівнює відношенню сили, з якою це поле діє на внесений заряд до величини цього заряду. Напруженість є силовою характеристикою поля. Напрямок вектора напруженості визначається напрямом руху цього заряду (від позитивного до негативного).

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (12.9)$$

або

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \vec{r} \quad (12.10.a)$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений від заряду q в досліджувану точку з координатами x, y, z ;
або скалярно

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \quad (12.10.b)$$

Напруженість електричного поля системи точкових зарядів також підчиняється принципу суперпозиції:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r}_i \quad (12.11)$$

Ця рівність виражає напруженість в довільній точці простору навколо точкових зарядів, окрім точок, де знаходяться самі заряди. Але, оскільки, реально заряди розміщені в деякому об'ємі, на деякій поверхні чи вздовж лінії, то рівність (12.11)

узагальнюється на випадок довільно розподілених зарядів, а саме:

для *об'ємних зарядів*, оскільки $dq = \rho dV$ –

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r^3} \vec{r} \quad (12.12.a)$$

для *поверхневих зарядів*, оскільки $dq = \sigma dS$ –

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma dS}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) \quad (12.12.b)$$

для *лінійних зарядів*, оскільки $dq = \tau dl$ –

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_L \frac{\tau dl}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) \quad (12.12.в)$$

Напруженість електричного поля не змінюється з часом і є лише функцією координат. Якщо напруженість в усіх точках виділеного простору є однаковою за напрямом і абсолютним значенням, то таке *поле* називається *однорідним*.

За одиницю напруженості електричного поля в системі СІ взято напруженість у такій точці поля, в якій на заряд 1 Кл діє сила 1 Н.

Напруженість поля електричного диполя.

Електричний диполь – система двох рівних за модулем і протилежних за знаком електричних зарядів, віддаль між якими мала, порівняно з віддаллю до точки, напруженість в якій нас цікавить. Добуток позитивного заряду на віддаль між зарядами диполя (*плече диполя*) (рис.12.3) називають *електричним моментом диполя*:

$$\vec{p}_e = q \cdot \vec{l} \quad (12.13)$$

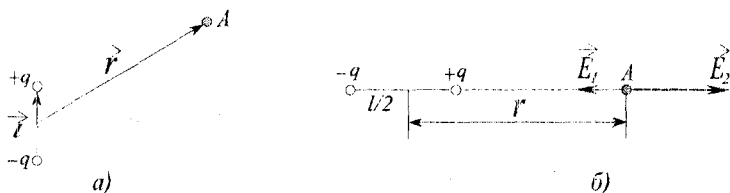


Рис. 12.3

Якщо плече диполя є порівняно малим з віддаллю від диполя до точки спостереження (рис.12.3.а), то такий диполь називають точковим. Прикладом є полярні молекули.

Розглянемо випадок, коли точка спостереження лежить на продовженні осі диполя (рис.12.3.б).

Враховуючи рівняння (12.10), напруженість в точці А дорівнює векторній сумі напруженостей, створених в цій точці кожним із зарядів диполя $+q$ і $-q$. Як видно з рисунка, напрями напруженостей є протилежними, але знаходяться на одній прямій, тому векторну суму можна замінити алгебраїчною: $E = E_2 - E_1$. Напруженість цих полів рівна:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{(r+l/2)^2}, E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{(r-l/2)^2}$$

де r – відстань від центра диполя до точки А.
Результуюча напруженість буде рівна:

$$\begin{aligned} E &= \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\frac{1}{(r-l/2)^2} - \frac{1}{(r+l/2)^2} \right] = \\ &= \frac{q2rl}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (r^2 - l^2/4)^2} \end{aligned}$$

а якщо $r \gg l$, то доданком $l^2/4$ у знаменнику можна знехтувати, тоді

$$E = \frac{2p_e}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \quad (12.14)$$

Напруженість поля диполя в точці, що знаходиться на перпендикулярі, проведеному до середини плеча диполя: точка A рівновіддалена від обох зарядів (рис.12.4).

На основі принципу суперпозиції напруженість поля в даній точці A визначається векторно за рівністю (12.10), а скалярно – за теоремою косинусів:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha,$$

але, оскільки:

$$r_1 = r_2 \text{ і } E_1 = E_2,$$

тоді

$$E^2 = 2E_1^2(1 - \cos \alpha).$$

Як видно з рисунка, $l^2 = 2r_1^2(1 - \cos \alpha)$, тоді є справедливим

співвідношення $\frac{E^2}{l^2} = \frac{E_1^2}{r_1^2}$, звідки одержимо:

$$E = \frac{1}{r_1} E_1 = \frac{ql}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1^3} \quad (12.15.a)$$

Якщо $l \ll r_1$, то $r_1 \approx r$, тоді у векторній формі:

$$\vec{E} = -\frac{\vec{P}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \quad (12.15.b)$$

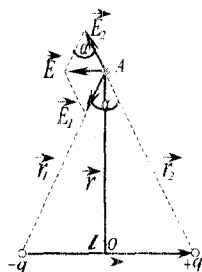


Рис. 12.4

де знак «-» тому, що вектори $\vec{E}$ і $\vec{r}$ – антипаралельні.

Напруженість поля диполя в точці на віддалі r від середини диполя, причому, радіус вектор утворює з віссю диполя кут φ : точка A займає довільне положення в просторі (рис.12.5).

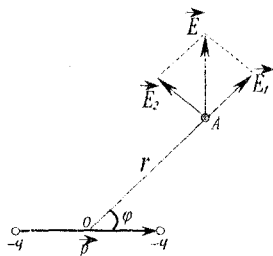


Рис. 12.5

На основі вищенаведених міркувань та громіздких розрахунків, отримано рівність:

$$E = \frac{P_c}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \sqrt{3\cos^2\varphi + 1} \quad (12.16)$$

У випадку $\varphi=0$ рівність (12.16) співпадає з рівністю (12.14), у випадку $\varphi=\pi/2$, рівність (12.16) співпадає з (12.15).

Напруженість поля круглої пластини радіуса R з поверхневою густиною заряду σ : в довільній точці A , що знаходиться на прямій, (рис.12.6) яка є перпендикулярною до площини пластини.

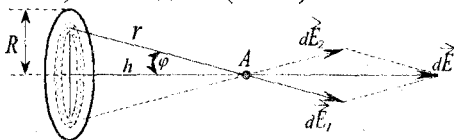


Рис. 12.6

Для цього випадку площа розбивається на елементарні поверхні, для яких записується рівняння напруженості в точці A , а з врахуванням симетричності протилежних елементів поверхонь, для кожної з них рівність елемента напруженості матиме вигляд:

$$dE = \frac{2\sigma h x dx d\varphi}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} = \frac{\sigma h}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{x dx d\varphi}{(h^2 + x^2)^{3/2}} \quad (12.17.a)$$

де $r^2 = h^2 + x^2$. Проінтегрувавши вираз (12.17.а) по всіх елементах зарядженої пластини, тобто по x від 0 до R і по φ від 0 до π , знаходиться напруженість поля пластинки в точці A :

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{h^2}}} \right] \quad (12.17.б)$$

Якщо $R \rightarrow \infty$ то пластина перетворюється у нескінченну рівномірно заряджену площину, напруженість поля якої рівна:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \quad (12.17.в)$$

якщо ж $h \gg R$, то це означає, що лінійні розміри пластинки на багато менші за віддаль до точки поля, яка нас цікавить, тоді рівність (12.17.б) перетворюється на (12.10.б):

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 h^2} \quad (12.18)$$

Оскільки зображати електростатичне поле за допомогою векторів напруженості незручно, вводять поняття **силових ліній**, (рис.12.7) або **ліній напруженості** електричного поля: це такі лінії, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямком вектора напруженості.

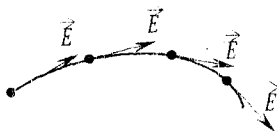


Рис. 12.7

Силові лінії мають такий самий напрямок як і вектор напруженості. Починаються лінії напруженості на позитивних зарядах, а закінчуються на негативних. Ці лінії ніколи не перетинаються, оскільки в кожній точці поля вектор напруженості має лише один напрям.

Силові лінії не слід ототожнювати з траєкторіями руху в електричному полі легких заряджених часток. Траєкторія цих часток має таку особливість, що в кожній її точці по дотичній напрямлена швидкість часток. А по дотичній же до силових ліній напрямлена сила, що діє збоку поля на частку, отже, з напрямком вектора напруженості співпадає напрям прискорення частки...

12.4. Потік вектора напруженості поля. Теорема Гауса для електростатичного поля та її застосування

На основі закону Кулона, принципу суперпозиції полів можна визначити напруженість у довільній точці поля, але завдання спрощується, якщо скористатися теоремою про загальні властивості електричного поля – теоремою Остроградського-Гаусса. Вона пов'язує потік вектора напруженості електростатичного поля крізь довільну замкнуту поверхню з зарядом, який охоплюється цією поверхнею. Введемо поняття потоку. Нехай маємо однорідне поле напруженістю $\vec{E}$. Розмістимо в цьому полі плоску поверхню ΔS , нормаль до якої $\vec{n}$ утворює кут α з вектором $\vec{E}$. Тоді величину

$$\Delta\Phi_E = E\Delta S \cos\alpha = E_n \Delta S \quad (12.19)$$

називають *поток*ом вектора $\vec{E}$ крізь поверхню ΔS (E_n – проекція $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$). Потік може бути додатним або від'ємним залежно від знаку проєкції E_n , який визначається знаком $\cos\alpha$.

Якщо поле неоднорідне і поверхня не плоска, то уявно її розбивають на елементи dS , які можна наближено вважати плоскими, а поле в її межах – однорідним. Тоді елементарний потік вектора $\vec{E}$ визначається рівнянням:

$$d\Phi_E = E_n dS$$

а повний потік крізь поверхню S :

$$\Phi_E = \int_S E_n dS$$

Тоді повний потік вектора $\vec{E}$ крізь довільну замкнену поверхню виражається рівнянням:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i \quad (12.20)$$

яке і є математичним виразом **теорему Гауса для системи точкових зарядів**: потік вектора напруженості крізь довільну замкнуту поверхню зсередини назовні, дорівнює алгебраїчній сумі тих електричних зарядів, які охоплює ця поверхня.

Теорема Гауса доводить основну властивість електричного поля: джерелом електростатичного поля є електричні заряди обох знаків.

Якщо заряд міститься всередині замкненої поверхні S , то потік вектора напруженості електричного поля визначається за рівністю (12.18).

Якщо ж заряд знаходиться зовні замкненої поверхні S , то сумарний потік вектора напруженості через цю поверхню буде рівним нулю.

Позитивному зарядові відповідає додатний потік напруженості, а негативний — від'ємному.

У випадку об'ємних ρ і поверхневих σ неперервно розподілених зарядів рівняння (12.18) узагальнюється:

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \int_V \rho dV \quad (12.21)$$

а з врахуванням рівності (12.20) можна записати:

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \int_V \rho dV \quad (12.22)$$

де S – довільна замкнена поверхня;
 V – обмежений нею об'єм.

Справедливість теореми Гаусса стосується випадку обернено пропорційної залежності напруженості електричного поля $\vec{E}$ від квадрата відстані до точкового заряду (центральна симетрія електростатичного поля). Отже, фізичною основою теореми Гаусса є закон Кулона, або інакше кажучи, *теорема Гаусса є інтегральною формою запису закону Кулона.*

Величини, що входять до виразу теореми Гауса, характеризують різні точки електричного поля. Зокрема, якщо вектор $\vec{E}$ характеризує точки деякої замкненої поверхні, то електричний заряд стосується точок об'єму, обмеженого цією поверхнею. Таку форму запису теореми називають *інтегральною*.

У векторному аналізі доведено, що границя відношення потоку довільного вектора, $\vec{A}(x, y, z)$ визначеного в усіх точках векторного поля, крізь замкнену поверхню S до об'єму V , обмеженого цією поверхнею при $V \rightarrow 0$ не залежить від форми площі S . Границю цього відношення називають *розходженням* або *дивергенцією* вектора $\vec{A}$ в точці, в яку стягується об'єм V , і позначають символом, $\text{div} \vec{A}$ тобто, математично це записується так:

$$\text{div} \vec{A} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint_S A_n dS}{V}$$

За формулою Остроградського

$$\oint_S A_n dS = \int_V \operatorname{div} \vec{A} dV$$

а для вектора $\vec{E}$ запишемо:

$$\oint_S E_n dS = \int_V \operatorname{div} \vec{E} dV$$

а з врахуванням рівності (12.22)

$$\int_V \operatorname{div} \vec{E} dV = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \int_V \rho dV \quad (12.23)$$

Оскільки V — довільний об'єм, то з (12.23) випливає рівність

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0} \quad (12.24)$$

ця рівність є *диференціальною формою запису закону Кулона*. Теорема Гауса є узгодженою і для точкових зарядів, які рухаються рівномірно і прямолінійно. Формула (12.24) дає можливість обчислювати дивергенцію в декартових координатах. Дивергенція фізично характеризує потужність джерел або стоків. З (12.24) видно, що силові лінії поля починаються на позитивних зарядах ($\operatorname{div} \vec{E} > 0$) і закінчуються на негативних ($\operatorname{div} \vec{E} < 0$). Отже, позитивні заряди є джерелами електричного поля, а негативні — стоками.

12.5. Теорема Ірншоу

Теорема С. Ірншоу (англ. фіз.-мат. XIX ст.) є однією з основних теорем електростатики. За цією теоремою *система нерухомих точкових зарядів, розміщених на скінченних відстанях один від одного, не може*

бути стійкою, якщо немає інших сил, крім сил кулонівської взаємодії.

Формулювання виходить з того, що потенціальна енергія статичної системи зарядів не може бути мінімальною, як того вимагає необхідна і достатня умова стійкої рівноваги довільної системи. Для системи нерухомих електричних зарядів головною умовою рівноваги є рівність нулю рівнодійної сил, що діють на кожний заряд з боку інших зарядів системи. Можливість рівноваги системи нерухомих електричних зарядів пов'язана з тим, що є заряди двох знаків, тобто є сили як притягання так і відштовхування. Але така рівновага зарядів не є стійкою.

З вище сформульованої теореми випливає, що атом як система точкових зарядів, не може існувати з нерухомих зарядів, пов'язаних між собою лише електричними силами. Так як атоми є стійкими системами, то електрони і атомні ядра є динамічними системами.

Стійкість атомних систем класична фізика описує з точки зору планетарної моделі атома, що дуже добре узгоджується з експериментальними дослідженнями. Планетарна модель атома розглядається в розділі «Фізика атома».

§ 13. Потенціал електричного поля

13.1. Робота сил електричного поля при переміщенні заряду

На заряд, q_0 вміщений у довільну точку електростатичного поля (рис.13.1) напруженість якого E діє сила $F=qE$. Якщо заряд q_0 не закріплений, то електростатична сила поля змусить цей заряд рухатись, наприклад з точки 1 в точку 2 а, отже, буде виконуватись робота:

$$dA = F dl \cos \alpha = q_0 E dl \cos \alpha,$$

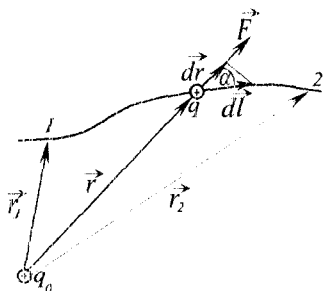


Рис. 13.1

$$dA = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} dl \cos \alpha$$

згідно рис. 13.1 бачимо, що $dr = dl \cos \alpha$ одержимо:

$$\begin{aligned} dA &= \frac{qq_0 dr}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = \\ &= \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \end{aligned} \quad (13.1)$$

Рівність (13.1) виражає роботу по переміщенні точкового заряду.

Для однойменних зарядів $A > 0$ якщо заряди віддаляються, $A < 0$ якщо заряди наближаються (роботу виконують зовнішні сили). Для різнойменних зарядів $A > 0$

при зближенні і $A < 0$ при їх відносному віддаленні (роботу також виконують зовнішні сили).

Як бачимо з рівності (13.1) робота не залежить від форми траєкторії, а лише від початкової і кінцевої точок. З попередніх лекцій пам'ятаємо, що силові поля, які задовільняють такій умові носять назву **потенціальних** або **консервативних полів**.

Якщо електричний (пробний) заряд рухається в полі, створеному системою точкових зарядів $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$, то на цей заряд діє сила F , що дорівнює: $F = F_1 + F_2 + \dots + F_n$ тоді робота рівна:

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_n = \sum_{i=1}^n \frac{q_i q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_{i1}} - \frac{1}{r_{i2}} \right) \quad (13.2)$$

де r_{i1} та r_{i2} віддалі від i -го заряду до початкового і кінцевого положення заряду q_0 .

13.2. Циркуляція вектора напруженості електричного поля

Робота, яку виконують сили електростатичного поля, переміщуючи позитивний електричний заряд по замкнутому шляху, чисельно дорівнює лінійному інтегралу:

$$A = \oint_L q_0 E dl \cos \alpha = q_0 \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0 \quad (13.3)$$

це впливає з рівності (13.1). Отже, робота, виконувана при переміщенні електричного заряду в електростатичному полі по довільному замкнутому шляху, дорівнює нулю.

Оскільки $q_0 \neq 0$, то

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0 \quad (13.4)$$

Цей інтеграл називається **циркуляцією вектора напруженості** по замкнутому контуру. Поле, яке задовольняє рівність (13.4) називається **потенціальним**.

Рівність (13.4) є одним із фундаментальних рівнянь електростатики, яке відображає той факт, що силові лінії електростатичного поля є незамкненими: вони починаються на позитивних, а закінчуються на негативних зарядах, або йдуть у нескінченність (від позитивних зарядів), чи з нескінченності (для негативних зарядів).

Рівність (13.4) – це інтегральна форма запису потенціальності електростатичного поля.

13.3. Потенціал електричного поля

Оскільки робота по переміщенні заряду в електростатичному полі не залежить від форми шляху, і визначається лише положенням у початковій і кінцевій точках, то на основі закону збереження і перетворення енергії виконана при цьому робота дорівнює зменшенню потенціальної енергії цього заряду в заданому силовому полі:

$$dA_1 = -dW = \int_a^b q_0 E dl \cos \alpha = -\Delta W \quad (5)$$

враховуючи рівняння (13.1) маємо:

$$\Delta W = -\frac{qq_o}{4\pi\epsilon\epsilon_o} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq_o}{4\pi\epsilon\epsilon_o} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (6)$$

У загальному випадку поле створюється системою з n зарядів, довільно розміщених в просторі, то переміщуючись в цьому полі пробний заряд виконуватиме роботу, що рівна алгебраїчній сумі робіт, виконаних силами, що діють на цей пробний заряд з боку кожного з n зарядів, тоді зміна *потенціальної енергії* буде рівна:

$$\Delta W = \sum_{i=1}^n \Delta W_i = q_o \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon\epsilon_o} \left(\frac{1}{r_{i2}} - \frac{1}{r_{i1}} \right) \quad (7)$$

Формула (13.7) дозволяє визначити *лише зміну потенціальної енергії* заряду q_o , але не її абсолютне значення. Для визначення абсолютного значення потенціальної енергії в даній точці поля, необхідно умовно вибрати точку поля, в якій потенціальна енергія рівна нулю. Такою може бути точка в нескінченності. Підставивши в рівність (13.6) замість однієї з відстаней $r=\infty$ одержимо:

$$W = \frac{qq_o}{4\pi\epsilon\epsilon_o} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq_o}{4\pi\epsilon\epsilon_o} \left(\frac{1}{r} \right) \quad (13.8)$$

Рівність (13.8) визначає абсолютне значення потенціальної енергії, якою володіє електричний заряд в даній точці поля.

Для системи зарядів:

$$W = \sum_{i=1}^n W_i = q_o \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon\epsilon_o} \left(\frac{1}{r_i} \right) \quad (13.8.a)$$

З рівностей (13.8 і 13.8.а) видно, що зміна потенціальної енергії в даній точці поля не залежить від заряду q_0 . Отже відношення потенціальної енергії W заряду q_0 до його величини служить характеристикою електростатичного поля, яку називають *потенціалом електростатичного поля*:

$$\varphi_1 = \frac{A_{1\infty}}{q_0} = \frac{W_1}{q_0} = \int_r^{\infty} \frac{q dr}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \quad (13.9)$$

*Це енергетична характеристика електростатичного поля. Звідси: **потенціал електростатичного поля** – це фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі, яку виконують сили електростатичного поля при переміщенні пробного заряду з даної точки поля в нескінченність.*

Або інакше: електростатичним потенціалом називають відношення потенціальної енергії взаємодії заряду з полем до значення цього заряду.

Потенціал точок поля позитивного заряду вважають додатнім, а негативного – від'ємним. Потенціал – величина скалярна.

Роботу, виконану електричними силами при переміщенні заряду з точки 1 в точку 2 виражають через різницю потенціалів:

$$A = W_1 - W_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (13.10)$$

дорівнює добутку цього заряду на різницю його потенціалів у цих точках.

Одиниці різниці потенціалів:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q_0} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = V \quad (13.11)$$

Різниця потенціалів між двома точками рівна 1 В, якщо під час переміщення між цими точками заряду в 1 Кл, треба виконати роботу 1 Дж.

На основі рівності (13.11) виводять електричну одиницю роботи (енергії), яку часто використовують в атомній фізиці – **електрон-вольт**: – це енергія, якої в електричному полі з різницею потенціалів в 1В набуває частинка, заряд якої рівний заряду електрона: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

13.4. Еквіпотенціальні поверхні

З рівності (13.9) видно, що точки поля, які розміщуються на однакових відстанях від заряду, який створює це поле, володіють однаковим потенціалом. *Геометричне місце точок поля, потенціали яких є однаковими називають **еквіпотенціальними поверхнями**, або поверхнями однакового потенціалу.*

Силкові лінії напруженості завжди є перпендикулярними до еквіпотенціальних, оскільки під час переміщення заряду вздовж еквіпотенціальних ліній (поверхонь) робота дорівнює нулю.

13.5. Напруженість поля, як градієнт потенціалу

Оскільки напруженість і потенціал є різними за фізичним змістом характеристиками тих самих точок електростатичного поля, то виведемо зв'язок між ними:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q_0} = - \int_1^2 E dl \cos \alpha = -E \Delta r \quad (13.12)$$

звідки:

$$\vec{E} = - \frac{\Delta \varphi}{\Delta r} \quad (13.13)$$

У векторному аналізі скалярну величину, яка змінюється в залежності від напрямку (тобто є функцією просторових координат), називають *вектор градієнта*, отже напруженість дорівнює вектору градієнта потенціалу:

$$\vec{E} = - \text{grad} \varphi \quad (13.14)$$

Градієнт скалярної функції φ є вектором, який спрямованим у бік максимального зростання потенціалу. Знак «-» вказує, що напрями векторів напруженості і градієнта потенціалу – протилежні, тобто, зі збільшенням віддалі потенціал зменшується.

Отже напруженість в довільній точці електростатичного поля дорівнює градієнту (зміні) потенціалу в цій точці, взятому з протилежним знаком.

§14 Електричне поле

14.1. Електричне поле в провіднику

Відомо, що речовини, які добре проводять електричний струм, називаються провідниками. Характерною особливістю провідників є наявність у них вільних носіїв заряду: у металах – електронів, в електролітах – іонів.

Якщо провідник помістити у зовнішнє електростатичне поле, то під дією зовнішнього поля заряди в провіднику *перерозподіляються так, щоб напруженість у довільній точці в середині провідника була б рівна нулю.*

Якщо провіднику надати якийсь надлишковий електричний заряд одного знаку, то, як показали дослідження, у стані рівноваги при умові відсутності напруженого руху вільних зарядів, усередині зарядженого однорідного провідника, електричне поле відсутнє, позитивні і негативні заряди взаємно компенсуються, а наданий провідникові надлишковий електричний заряд розміщується лише на його зовнішній поверхні. Товщина поверхневого шару, в якому зосереджені електричні заряди є досить тонкою, що можна говорити про геометричну поверхню, яка характеризується поверхневою густиною заряду σ . Поверхня зарядженого провідника є екіпотенціальною, а силові лінії напруженості поля в кожній точці провідника направлені по нормалі до його поверхні. Таким чином, у середині провідника об'ємна густина заряду рівна нулю.

Напруженість поля біля поверхні зарядженого провідника пропорційна поверхневій густині заряду, що знаходиться на поверхні цього провідника:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \quad (14.1)$$

Дослідження **розподілу зарядів на провідниках довільної форми**, які знаходяться в однорідному діелектрику далеко від інших заряджених тіл, показали, що:

- 1) розподіл зарядів по зовнішній поверхні провідника залежить лише від форми цієї поверхні: де кривизна поверхні більша, там і поверхнева густина зарядів більша;
- 2) на внутрішній поверхні замкнутих порожнистих провідників надлишкові заряди відсутні і $\sigma = 0$.

У місцях з дуже великою кривизною поверхні (наприклад вістря) поверхнева густина заряду, а отже і напруженість набувають дуже великих значень. Це сприяє **стіканню електричних зарядів** з металевих вістрів. Таке явище використовують для побудови блискавковододів.

У нейтральних провідників завжди є однакова кількість позитивних і негативних зарядів. Якщо такий провідник внести у зовнішнє електростатичне поле, то на позитивні і негативні заряди діятиме сила $F = qE$. Ця сила позитивні заряди розміщуватиме в напрямі напруженості поля, а негативні — у протилежному напрямі. Оскільки позитивні заряди в металах це іони, закріплені у вузлах кристалічної ґратки, то вони, практично, не можуть рухатись, у той час як електрони рухаються вільно в напрямі, протилежному до напрямку E напруженості зовнішнього поля на макроскопічній відстані. Внаслідок цього в металах відбувається перерозподіл електричних зарядів: грань, **протилежна** до напрямку поля, зарядиться **негативно**, а та, що **за напрямом** поля, — **позитивно**.

Явище перерозподілу власних електричних зарядів у провіднику під дією зовнішнього електричного поля, і виникнення внаслідок цього електриза-

ції провідника називають **електростатичною індукцією, або електризацією через вплив**.

Індуковані таким чином у провіднику різнойменні заряди створюють в ньому внутрішнє електричне поле, вектор напруженості якого протилежно напрямлений до напрямку вектора зовнішнього поля. Перерозподіл зарядів у провіднику буде відбуватись до тих пір, поки числове значення вектора напруженості внутрішнього (наведеного) і зовнішнього полів не будуть рівними за абсолютним значенням. *Густина індукованих зарядів на поверхні провідника прямо пропорційно залежить від напруженості зовнішнього поля.*

Якщо провідник забрати з електричного поля, то індуковані заряди в провіднику знову перерозподіляться рівномірно (зникнуть).

14.2. Ефект екранування та його застосування

Якщо у зовнішнє електричне поле між двома різнойменно зарядженими пластинами помістити металеву кулю, то на поверхні кулі під впливом електростатичного поля на поверхні кулі буде відбуватись перерозподіл власних електричних зарядів до того часу, поки ця поверхня не стане еквіпотенціальною, в результаті зовнішнє електростатичне поле зазнає змін. Еквіпотенціальні поверхні з обох боків від кулі зсунуться, частина силових ліній буде обриватись на поверхні кулі. *Всередині кулі поля не буде.*

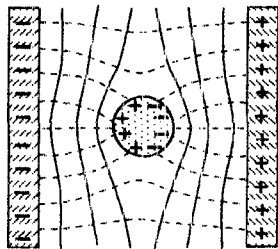


Рис. 14.1

Отже: яким би чином не електризувався б провідник, електричні заряди розподіляються лише по поверхні провідника, а порожнина замкнутого провідника завжди є *екранованою* від електростатичних полів, створюваних зовнішніми зарядами. Відсутність поля всередині порожнини провідника дозволяє створювати із заземленого провідника *електростатичний захист*. (замість провідника з суцільними стінками можна використовувати металеву сітку, конструкцію якої роблять у вигляді замкнутої фігури).

14.3. Електроємність. Конденсатори

Як уже зазначалось, наданий провідникові електричний заряд розподіляється на його поверхні так, що поверхня провідника стає еквіпотенціальною (тобто значення потенціалу однакове у кожній точці). Як показали дослідження, провідники, що мають однаковий заряд, володіють різним потенціалом, але **відношення заряду до потенціалу є величиною сталою**. Це відношення називають **ємністю** провідника:

$$C = \frac{q}{\varphi} \quad (14.2)$$

Зміна заряду спричинює відповідну зміну потенціалу:

$$\Delta q = C \Delta \varphi \quad (14.3)$$

Рівність (14.3) розкриває **фізичний зміст електричної ємності**: електрична ємність провідника чисельно дорівнює зарядові, який є необхідним для зміни потенціалу провідника на одиницю.

Рівність (14.2) встановлює одиницю вимірювання ємності:

$$[C] = \frac{Kл}{В} = 1 \text{ Фарад} \quad (14.4)$$

За одиницю електричної ємності є 1 Фарад взято ємність такого відокремленого провідника, в якому зміна заряду на 1 Кл зумовлює зміну потенціалу на 1 В (таку ємність має куля радіусу $9 \cdot 10^6$ км.).

Ємність провідників залежить від їх розмірів та форми, навколишнього середовища і не залежить від агрегатного стану речовини, хімічної природи матеріалу, наявності порожнин та ін.

Ємність відокремлених провідників залежить від наявності та взаємного розташування оточуючих тіл, в яких завдяки індукції можуть наводитись (індукуватись) заряди від даного зарядженого провідного тіла.

Ємність ізольованого зарядженого провідника є меншою, ніж ємність системи провідників, якщо лише один з них є зарядженим. Суть полягає в тому, що, якщо навколо зарядже-

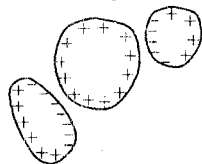


Рис. 14.2

ного провідника знаходяться близько незаряджені провідники, (рис. 14.2) то в наслідок явища індукції, на незаряджених провідниках відбувається перерозподіл зарядів, причому, зі сторони зарядженого провідника появляются на незаряджених провідниках заряди протилежного знаку. Це спричинює послаблення поля зарядженого провідника: його потенціал зменшується, в результаті ємність – збільшується.

Практичного застосування набули системи з двох провідників, які розміщені на близькій віддалі один від одного. Це – конденсатори. **Конденсатори** – це система з

двох металевих електродів, розміщених на близькій віддалі один від одного і розділених шаром діелектрика. Електричне поле в конденсаторах повністю, або майже повністю зосереджене в просторі між провідниками. Тому ємність конденсаторів не залежить від наявності оточуючих тіл (провідників).

Різнойменно заряджені провідники конденсаторів називають обкладками. Конденсатори розрізняють за природою речовини між обкладками (масляні, паперові, фарфорові...) і формою обкладок (плоскі, циліндричні, сферичні).

Ємність плоского конденсатора можна вивести з таких міркувань:

напруженість електричного поля між пластинами конденсатора можна вважати однорідним, тому

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S}$$

різниця потенціалів між обкладками конденсатора буде

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{qd}{\epsilon\epsilon_0 S}$$

а ємність, це відношення заряду провідника до різниці потенціалів:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} \Rightarrow C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} \quad (14.5)$$

Ємність сфери:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R \quad (14.6)$$

Ємність циліндричного конденсатора:

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 h}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \approx \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{l} \quad (14.7)$$

де h – висота циліндрів;
 r_1, r_2 – їх радіуси;
 $S = 2\pi r_1 h$ – площа внутрішньої обкладки;
 l – товщина шару діелектрика.
Для кожного діелектрика відношення

$$\frac{C}{C_0} = \epsilon \quad (14.8)$$

ϵ величиною сталою і називається *діелектричною проникністю*.

Конденсатори крім електричної ємності характеризуються робочою напругою U_p . При напрузі, що перевищує це значення може відбутися пробій конденсатора і він виходить з ладу. Для одержання потрібної ємності конденсатори з'єднують послідовно, паралельно і змішано.

При **паралельному з'єднанні** напруга на кожному конденсаторі однакова: $U = \text{const}$. Тоді заряд на кожному з конденсаторів:

$$q_1 = C_1 U; \quad q_2 = C_2 U; \quad \dots; q_n = C_n U;$$

заряд батареї буде:

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n = (C_1 + C_2 + \dots + C_n)U$$

тоді ємність батареї:

$$C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad (14.9)$$

При **послідовному з'єднанні** прикладена напруга:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

Унаслідок явища електростатичної індукції заряди на всіх конденсаторах будуть однакові. Тоді напруга на кожному конденсаторі буде:

$$U_1 = \frac{q}{C_1}; U_2 = \frac{q}{C_1}; \dots U_n = \frac{q}{C_1}$$

Загальна напруга:

$$U = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right)$$

оскільки $U = q/C$, то

$$\frac{1}{C} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) \quad (14.10)$$

Для батареї складеної з конденсаторів однакової ємності:

при паралельному з'єднанні $C=nC_0$;

при послідовному з'єднанні $C=C_0/n$ – результуюча електроємність батареї завжди менша від найменшої електроємності конденсаторів, що включені до батареї.

Якщо n однакових конденсаторів під'єднати паралельно і зарядити до деякої напруги U , а потім спеціальним перемикачем з'єднати ці конденсатори послідовно, то на клеммах батареї матимемо напругу $n \cdot U$. Так можна отримувати короткочасні імпульси високої напруги в кілька мільйонів вольт (МВ).

14.4. Енергія зарядженого конденсатора.

Енергія електричного поля.

Об'ємна густина енергії поля

Заряджаючи деякий провідник, необхідно виконати певну роботу проти сил кулонівського відштовхування між однойменними електричними зарядами. Ця робота витрачається на збільшення електричної енергії зарядженого провідника, яка, таким чином, аналогічна до потенціальної енергії в механіці.

Якщо маємо провідник, у якого ємність, заряд і потенціал відповідно рівні: C , q , U , то робота, виконувана проти сил електростатичного поля при перенесенні заряду dq з нескінченності на провідник дорівнює:

$$dA = U dq = C U dU \quad (14.11)$$

Щоб зарядити тіло від нульового потенціалу до потенціалу φ , необхідно виконати роботу:

$$A = \int_0^U C \cdot U \cdot dU = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} \quad (14.12)$$

Енергія зарядженого тіла виражає роботу, яку необхідно виконати щоб зарядити це тіло.

$$W_e = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} \quad (14.13)$$

Під час зарядки конденсатора виконується робота перенесення електричних зарядів з однієї обкладки на другу (робота проти сил електростатичного поля). *Енергія зарядженого тіла це є не що інше як енергія електростатичного поля.*

Якщо електричне поле володіє енергією, то ця енергія повинна бути якимось чином розподілена по об'єму поля, і буде тим більша, чим сильнішим є поле. Доведемо це: ємність плоского конденсатора рівна

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

різниця потенціалів між обкладками:

$$U = E \cdot d$$

підставивши ці рівняння в (14.13), одержимо:

$$W_e = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} \cdot S \cdot d = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} \cdot V \quad (14.14)$$

де $V=sd$ — об'єм електричного поля між обкладками конденсатора.

Величина

$$\omega_e = \frac{W_e}{V} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} \quad (14.15)$$

виражає об'ємну густину енергії однорідного електричного поля конденсатора. Вона визначається його напруженістю.

Енергія електростатичного поля повністю виражається енергією зарядженого тіла, оскільки під час зарядки цього тіла була виконана робота проти сил створюваного ним електростатичного поля.

§15 Електричне поле в речовині

15.1. Електричний диполь. Полярні і неполярні молекули

Вивчення властивостей діелектриків дає можливість створення теорії, яка пояснює взаємодію діелектриків і електромагнітного поля, щоб тим самим прогнозувати, під час зміни параметрів, поведінку матеріалів з наперед заданими властивостями.

Діелектрики у звичайних умовах струм не проводять. Це зумовлено внутрішньою будовою атомів і молекул, що не передбачає вільних зарядів, які могли б під дією поля вільно переміщатися на макроскопічні відстані.

Діелектрики являють собою електрично нейтральні системи зарядів. У цих системах сумарний заряд довільного об'єму діелектричної речовини є однаковим. Тверді діелектрики складаються не з нейтральних атомів чи молекул, а з іонів протилежних знаків, рівноважно розміщених у вузлах кристалічної ґратки. Для діелектриків є характерним те, що **заряди в діелектрику знаходяться у зв'язаному стані**, це є наслідком хімічного зв'язку між іонами (іонний зв'язок); між окремими атомами (ковалентний зв'язок); або між молекулами (зв'язки зумовлені силами Ван-дер-Ваальса).

За характером розміщення у просторі заряджених частинок у молекулах, **молекули поділяють на полярні і неполярні.**

Якщо при відсутності зовнішнього електричного поля рухомі електрони в атомах зберігають у часі сферичну симетрію просторового розміщення відносно ядер, то в цілому атоми не мають дипольного моменту, а у молекул позитивні і негативні

заряди можуть мати таке розміщення, що дипольний момент молекул може бути рівним нулю. Такі атоми і молекули називають **неполярними**. (атоми інертних газів, двох і багатоатомні молекули: H_2 ; O_2 ; N_2 ; CO_2 ; CCl_4 ; речовини у газоподібному і рідкому станах та ін.)

Деякі діелектричні речовини, складаються з атомів чи молекул, центри позитивних і негативних зарядів яких не збігаються, а просторово зсунуті на деяку відстань, а, отже, молекули цих речовин являють собою елементарні диполі. Атоми чи молекули таких речовин називають **полярними**. (молекули газів: CO ; SO_2 ; N_2O ; H_2S ; NH_3 рідин: H_2O ; кислоти, спирти, нітробензол, ефіри та ін.).

Таким чином, в залежності від структури, діелектрики поділяють на **полярні та неполярні**.

Оскільки, у діелектриках заряди знаходяться у зв'язаному стані, то вони утворюють *поле зв'язаних зарядів*.

15.2. Поляризація діелектриків

Діелектрики характеризуються особливою поведінкою у зовнішньому електричному полі – для них є характерним явище **поляризації** і, практично, відсутня електропровідність. Поляризований у зовнішньому електричному полі діелектрик стає сам джерелом внутрішнього електричного поля, яке реально діє на атоми і молекули, і дія якого істотно відрізняється від дії зовнішнього поля.

При внесенні неполярних діелектриків у зовнішнє електричне поле його атоми і молекули здатні поляризуватися. Фарадей встановив, що діелектрик, який заповнює повністю простір між пластинами, збільшує ємність конденсатора в ϵ разів, Цю величину він назвав *діелектричною*

проникністю, і встановив, що вона залежить лише від властивостей діелектрика.

Визначимо причину підвищення ємності конденсатора. Розглянемо процеси, які відбуваються у діелектрику під час внесення його в електричне поле (рис.15.1). Якщо внести діелектрик між пластини конденсатора, ємність якого була рівна

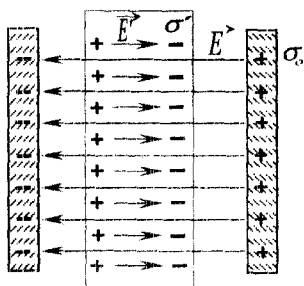


Рис. 15.1

$$C = \frac{\epsilon_o S}{d} = \frac{q_o}{U} = \frac{\sigma_o S}{U} \quad (15.1)$$

оскільки:

$$U = E_o d,$$

то

$$C_o = \frac{\sigma_o S}{E_o d} = \frac{\epsilon_o S}{d} \Rightarrow E_o = \frac{\sigma_o}{\epsilon_o}$$

Оскільки ємність конденсатора збільшується в ϵ разів тобто:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_o S}{d} \quad (15.2)$$

то це можливо лише через зміну різниці потенціалів між обкладками конденсатора, а оскільки заряд на обкладках залишається незмінним, то в даному випадку

$$U = Ed \Rightarrow C = \frac{\sigma_o S}{Ed} = \frac{\epsilon_o \epsilon S}{d} \Rightarrow E = \frac{\sigma_o}{\epsilon \epsilon_o}$$

або

$$E = \frac{E_o}{\epsilon} \quad (15.3)$$

Зменшення напруженості електричного поля пояснюється тим, що на гранях діелектрика виникають зв'язані заряди з поверхневою густиною σ' , знак яких є протилежним до знаку на обкладках конденсатора. Ці заряди називають *поляризаційними*. Вони створюють своє поле, напрям якого є протилежним до напрямку зовнішнього поля вільних зарядів.

Напруженість поля зв'язаних зарядів:

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_o} \quad (15.3.a)$$

Внаслідок принципу суперпозиції, напруженість поля вільних і зв'язаних зарядів рівна векторній сумі напруженостей. Оскільки напрями векторів є протилежними, то сумарна напруженість поля є меншою, ніж напруженість в середовищі де діелектрик є відсутнім, тобто:

$$E = E_o - E' = \frac{\sigma_o - \sigma'}{\epsilon_o} = \frac{\sigma_o}{\epsilon \epsilon_o} \quad (15.3.b)$$

звідки отримуємо рівність для визначення поверхневої густини зв'язаних зарядів на гранях діелектрика

$$\sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \sigma_0 \quad (15.4)$$

15.3. Діелектрична сприйнятливість та діелектрична проникність

Розглянемо механізм виникнення диполів. При відсутності зовнішнього електричного поля атом можна розглядати як систему позитивних і негативних зарядів центри мас яких співпадають (рис. 15.2.а). У зовнішньому електричному полі ядро зміщується у напрямі поля, а електрони — у протилежному;

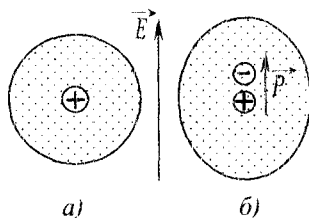


Рис. 15.2

За квантовою інтерпретацією орбіти або густини ймовірності локалізації електронів у цьому випадку дещо спотворюються. Центри мас негативних і позитивних зарядів уже збігатися не будуть. Така нейтральна в цілому конфігурація у першому наближенні представляє собою елементарний диполь. Момент такого диполя дорівнює:

$$\vec{p} = q\vec{l} \quad (15.5)$$

Якщо вважати, що в одиниці об'єму діелектрика є n_0 атомів, то сумарний дипольний момент одиниці об'єму поляризованого діелектрика називають вектором поляризації:

$$\vec{P} = n_0 q\vec{l} = n_0 \vec{p} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{V} \quad (15.6)$$

де V об'єм поляризованого діелектрика.

Для діелектриків вектор поляризації пропорційний напруженості зовнішнього електричного поля:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_o \vec{E} \quad (15.7)$$

де χ — діелектрична сприйнятливість діелектрика. Оскільки поверхнева густина поляризаційних зарядів:

$$\sigma' = \frac{dq}{dS} = \frac{n_o q l dS}{dS} = n_o q l \sim P \quad (15.8)$$

пропорційна вектору поляризації, то користуючись рівностями (15.3.б) і (15.7) можна записати:

$$E = \frac{\sigma_o}{\epsilon_o} \cdot \frac{1}{1 + \chi} \quad (15.9)$$

порівнюючи рівність (15.9) і (15.3.б) маємо:

$$E = \frac{\sigma_o - \sigma'}{\epsilon_o} = \frac{\sigma_o - P_n}{\epsilon_o} = \frac{\sigma_o - \epsilon_o \chi E}{\epsilon_o} \Rightarrow E \epsilon_o = \sigma_o - \epsilon_o \chi E$$

звідки

$$E(\epsilon_o + \epsilon_o \chi) = \sigma_o \Rightarrow E = \frac{\sigma_o}{\epsilon_o (1 + \chi)}$$

де величина

$$\epsilon = 1 + \chi \quad (15.10)$$

виражає зв'язок між основними макроскопічними параметрами, які характеризують вплив діелектри-

ків на напруженість поля в них. Множник $\frac{1}{1+\chi}$ показує, у скільки разів зменшується поле в діелектрику, внаслідок його поляризації, порівняно з вакуумом.

15.4. Вектор електричного зміщення. Теорема Гауса для потоку вектора електричного зміщення

Отже, електричне поле в речовині створюється як вільними так і зв'язаними зарядами, тому теорема Остроградського-Гауса для електричного поля у вакуумі може бути застосована для електричного поля в речовині:

$$\oint_S \vec{E} dS = \frac{1}{\epsilon_0} (q^{\text{вільн}} + q^{\text{зв'яз}}) \quad (15.11)$$

Визначимо величину зв'язаних зарядів, що входять у цю рівність: $dq^{\text{зв'яз}} = -qdn = -n_0 p dS = -P dS$, отже:

$$q^{\text{зв'яз}} = -\oint_S \vec{P} dS \quad (15.12)$$

підставивши (15.12) в (15.11), одержимо:

$$\oint_S \vec{E} dS = \frac{1}{\epsilon_0} (q^{\text{вільн}} - \oint_S \vec{P} dS) \quad (15.11.a)$$

звідки:

$$\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) dS = q_{\text{вільн}} \quad (15.13)$$

Рівність (15.13) виражає **теорему Остроградського-Гаусса для електричного поля в речовині**: Потік електричного зміщення електростатичного поля через довільну замкнуту поверхню, проведену в полі, дорівнює алгебраїчній сумі вільних зарядів, які охоплює дана поверхня.

Вектор:

$$\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D}$$

називають електричним зміщенням, (або електричною індукцією), тоді (14.13) перепишеться:

$$\oint_S \vec{D} dS = q_{\text{вільн}} \quad (15.13.a)$$

15.5. Сегнетоелектрики, їх властивості та застосування

Серед кристалічних діелектриків виділяють групу таких діелектриків, які носять назву **сегнетоелектрики** (назва походить від сегнетової солі, дослідження якої призвели до відкриття цієї групи діелектриків). Для них є характерним **явище спонтанної поляризації**. Це явище пояснюється (рис.15.3) доменною структурою сегнетоелектриків.

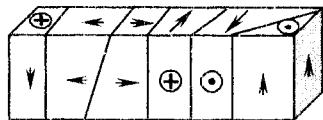


Рис. 15.3

Доменни – це області спонтанної поляризації сегнетоелектриків, які мають різко виражений напрям

вектора поляризації. Дипольні моменти окремих елементарних ґраток, завдяки дуже сильній взаємодії між собою переважно орієнтуються в тому самому напрямі, а отже, кристалічний діелектрик набуває спонтанної поляризації. Така структура сегнетоелектриків може руйнуватися лише при певній температурі. Для кожного сегнетоелектрика існує своя температура, при якій сегнетоелектрик в наслідок руйнування доменної структури перетворюється у звичайний діелектрик. Така температура називається **Температурою Кюрі**. Явище перетворення сегнетоелектрика у звичайний діелектрик відноситься до фазового переходу другого роду.

У зовнішньому електричному полі напруженістю E межі доменів зміщуються. При цьому об'ємні розміри доменів, поляризованих в напрямку поля, збільшуються за рахунок тих доменів які поляризовані проти поля. У сильних електричних полях сегнетоелектрики практично стають монодоменними (поляризація насичення). Після ліквідації зовнішнього електричного поля поляризованість сегнетоелектриків може зберігатися протягом досить тривалого часу.

Процес поляризації сегнетоелектрика розглянемо за допомогою діелектричної петлі гістерезису.

На рис. 15.4 показано залежність поляризації сегнетоелектрика від величини зовнішнього електричного поля. Крива OA характеризує поляризацію діелектрика, який ще не був у зовнішньому електричному полі. В точці A (точка насичення) орієнтація всіх дипольних моментів домен є орієнтованою вздовж поля напруженістю E . Подальше збільшення напру-

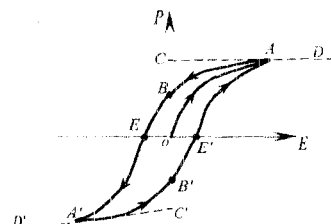


Рис. 15.4

женості електричного поля призводить до переходу кривої **OA** в пряму **AD** – всі домени зорієнтувалися в напрямі поля, і подальше збільшення напруженості зовнішнього поля ніякого ефекту не дає. Під час зменшення напруженості зовнішнього поля, зміна поляризації діелектрика буде відбуватися не по кривій **OA**, а по кривій **AB**, і при напруженості поля $E=0$ в сегнетоелектрику існує залишкова поляризація. Вона буде зменшуватися, якщо змінити напрям зовнішнього електричного поля на протилежний. **Напруженість E_k поля, при якій усувається залишкова поляризація, називається його коерцитивною напруженістю.** Подальше збільшення напруженості електричного поля того ж напрямку, призводить до поляризації діелектрика в протилежному напрямку і знову доходить до точки насичення **D**. Знову, зі зменшенням напруженості поля настає залишкова поляризація у точці **B**. Крива, утворена залежністю поляризації від напруженості електричного поля, називається **діелектричною петлею гістерезису**. Гістерезис полягає у не співпаданні кривої початкової і повторної поляризації.

Використовують сегнетоелектрики у виготовленні конденсаторів з великою діелектричною проникливістю, електро- та акустооптиці, нелінійній та квантовій оптиці, системах обробки інформації; п'єзотехніці (п'єзоелектрична кераміка для виготовлення акустичних випромінювачів) та ін.

Ще одним цікавим явищем у діелектриків є явище, **п'єзоефекту**, яке полягає у тому, що в наслідок механічної деформації на поверхні діелектрика виникають зв'язані заряди – це **прямий п'єзоефект**. Явище, при якому під час внесення сегнетоелектрика у зовнішнє електричне поле сегнетоелектрик зазнає деформації, називається **зворотнім п'єзоефектом**. П'єзоелектричний ефект притаманний лише іонним кристалам, які не мають центру симетрії. Після припинення деформації, чи за від-

сутності зовнішнього електричного поля явище п'єзоефекту зникає.

Використовують п'єзокристали для виготовлення п'єзодатчиків, для перетворення механічних коливань в електричні, для перетворення електричних змін у звукові коливання (адаптери, прилади для вимірювання частоти і амплітуди вібрацій двигунів, турбін літаків) для виготовлення п'єзоелектричних сейсмографів, стабілізаторів частоти радіостанцій, і т.д.

§16. Постійний електричний струм

16.1. Постійний струм та його характеристики

Ще зі шкільного курсу фізики відомо, що струм – *упорядкований рух заряджених частинок*. Носіями заряду є заряджені частинки, які приймають участь у цьому впорядкованому русі, для *провідників і напівпровідників* це – *вільні електрони*; для *електролітів* – *позитивні та негативні іони*; для *газів* – *негативні і позитивні іони та електрони*. Метали називають *провідниками першого роду*, а електроліти – *провідниками другого роду*.

Електричний струм, що виникає в наслідок створення і підтримання в провідниках електричного поля, називається – **струмом провідності**. Основним способом збудження струму провідності є створення і підтримування у провідниках електричного поля. Під дією сили поля виникає *упорядкований рух носіїв заряду*.

За додатній напрям струму прийнято вважати напрям, що співпадає з напрямом ліній напруженості, тобто напрям руху позитивних зарядів.

Існує ще поняття **конвекційного струму** – який виникає під час руху разом із зарядженими частинками тих тіл на яких ці заряди містяться (краплі дощу, які містять заряджені частинки і падають під дією сили тяжіння).

Короткочасні електричні струми, які виникають у діелектричних середовищах внаслідок зміщення зв'язаних зарядів під дією зовнішнього електричного поля, називають **струмами поляризації**.

Кількісними характеристиками електричного струму є **сила струму і його густина**.

Силою струму називають скалярну величину, яка чисельно дорівнює зарядові, що переноситься крізь поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (16.1)$$

Якщо в речовині носіями заряду є позитивні і негативні частинки, то сила струму рівна:

$$I = \frac{dq^+}{dt} + \frac{dq^-}{dt} \quad (16.2)$$

де dq^+ і dq^- абсолютні значення позитивного і негативного зарядів.

Якщо сила струму з часом змінюється, то за скінчений проміжок часу крізь поперечний переріз провідника пройде заряд, що визначається за формулою:

$$\Delta q = \int_{t_2}^{t_1} I(t) dt \quad (16.3)$$

Якщо за однакові проміжки часу крізь поперечний переріз провідника проходить однакова кількість заряду, то такий струм називають *стаціонарним* або *постійним*.

Електричний струм у перерізі провідника розподілений **нерівномірно**. Це зумовлено тривимірним характером руху носіїв заряду в об'ємі провідника. При відсутності електричного поля у провіднику, носії заряду беруть участь у хаотичному

русі, а при наявності електричного поля на хаотичний рух накладається ще й дрейфовий рух.

Тому для докладнішого описання руху носіїв заряду у провіднику, електричний струм характеризують **вектором густини струму**: це фізична величина, яка чисельно дорівнює відношенню сили струму, що проходить через перпендикулярну до напрямку руху площину, до величини цієї площі:

$$j = \frac{dI}{dS} \quad (16.4)$$

Виразимо густину струму через характеристики носіїв заряду.

Нехай провідник містить носії заряду одного типу. Середня швидкість упорядкованого руху носіїв заряду v_d . Крізь площу dS , (рис.16.1) перпендикулярну до напрямку швидкості за час dt пройдуть частинки і перенесуть заряд, який буде рівним сумарному зарядові всіх частинок в об'ємі циліндра з основою dS і довжиною $v_d \cdot dt$:

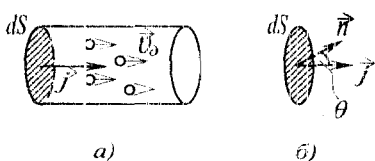


Рис. 16.1

$$dq = n_o e v_d dt dS \quad (16.5)$$

де n_o – кількість носіїв заряду в одиниці об'єму.

Тоді згідно формули (16.1) крізь площу dS проходить струм:

$$dI = n_o e v_d dS \quad (16.6)$$

тоді згідно рівності (16.4) густина струму:

$$\mathbf{j} = n_o e v_o \quad (16.7)$$

Отже, густиною електричного струму називають вектор, значення якого описується формулою (16.7), а напрям співпадає з напрямом упорядкованого руху позитивних зарядів.

Якщо носіями заряду є електрони, то рівність (16.7) має вигляд:

$$\mathbf{j} = -n_o |e| v_o \quad (16.7.a)$$

знак «-» означає, що напрям струму протилежний напрямку упорядкованого руху електронів.

У деяких речовинах, що проводять електричний струм можуть рухатись у протилежних напрямках позитивні і негативні носії заряду (плазма, електроліти), тоді густина струму обчислюється за формулою:

$$\mathbf{j} = n_o^+ e^+ v_{д}^+ + n_o^- e^- v_{д}^- \quad (16.7.b).$$

Знаючи густина струму, можна обчислити силу струму крізь площу поперечного перерізу:

$$I = n_o e v_o S = jS \quad (16.8)$$

З формули (16.1) маємо фізичний зміст одиниці електричного заряду: 1 Кл – це кількість електрики, що при незмінному струмі в 1 А переноситься через поперечний переріз провідника за одиницю часу в 1 с.

Одиницею густини струму в СІ є – А/м².

На основі закону збереження зарядів у макроскопічній електродинаміці маємо наступні основні висновки:

1) зміна заряду у деякому об'ємі, обмеженому площею S , відбувається в наслідок витікання або втікання його крізь цю поверхню;

2) всередині замкненої поверхні у будь якій точці електричні заряди не виникають і не зникають: на місце зарядів які вибули за одиницю часу, надходять нові – густина струму у даній точці залишається постійною;

3) у провіднику без розгалуження сила струму в окремих його частинах не залежить від матеріалу, довжини і площі поперечного перерізу цих частин;

4) густина струму залежить лише від площі поперечного перерізу, перпендикулярного до напрямку струму (у точках де переріз провідника є меншим, густина струму є більшою).

16.2: Закон Ома

Струм провідності як упорядкований рух заряджених часток у провіднику може бути зумовлений лише дією сили на носії заряду з боку електричного поля $\vec{F} = e\vec{E}$. З цього випливає, що всередині провідника, по якому проходить постійний електричний струм існує стаціонарне (незмінне в часі) електричне поле з напруженістю E . Джерелом цього поля можуть бути тільки електричні заряди. В однорідних провідниках з постійним струмом ці заряди зосереджені на їх поверхнях. Вони є джерелом електричного поля в провіднику і забезпечують наявність постійного струму.

Саме підключення джерела струму зумовлює наявність поверхневих зарядів і їх розподіл по поверхні провідника, що забезпечує виникнення електричного поля всередині даного провідника. *Отже, **стаціонарне поле постійного струму всередині провідника створюється нерухомими постійними в часі поверхневими за-***

рядами. Електричне поле постійного струму за своєю природою є кулонівським полем -- воно аналогічне електричному полю нерухомих зарядів і має потенціальний характер. Але зауважимо відмінність між електричним полем постійного струму і електростатичним полем. У провіднику, внесеному в електростатичне поле відбувається миттєвий перерозподіл зарядів по поверхні провідника, після чого настає рівновага. При рівновазі напруженість поля всередині провідника дорівнює нулю (поля всередині провідника немає), а вектор напруженості біля поверхні провідника, є перпендикулярним до цієї поверхні. За цих умов потенціал в кожній точці поля вздовж поверхні провідника є однаковим, як ми бачили в попередній лекції, поверхня провідника є еквіпотенціальною. А отже переміщення зарядів є неможливим.

Що стосується поля постійного струму, то це поле існує всередині провідника. Поблизу поверхні провідника вектор напруженості (рис.16.2) поля напрямлений під гострим кутом до поверхні, скільки існує тангенціальна складова

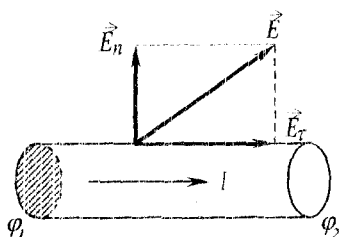


Рис. 16.2

поля $\vec{E}_t$ у напрямі струму. Вздовж провідника в напрямі $\vec{E}_t$ потенціал поля змінюється.

Отже, при наявності поля постійного струму, можна говорити про різницю потенціалів між двома точками, яку називають **спадом напруги** на провіднику. А це спричиняє рух носіїв заряду.

Німецький фізик Г.Ом експериментально встановив закон: сила струму в однорідному провіднику прямо пропорційна напрузі на кінцях цього провідника:

$$I = kU \quad (16.9)$$

де k коефіцієнт пропорційності, який називають *провідністю* провідника. На практиці використовують обернену величину, яку називають *опором* провідника. **Електричний опір провідника зумовлений розсіянням електронів провідності на структурних неоднорідностях і теплових коливаннях кристалічної ґратки.** Одиниці опору – Ом, одиниці провідності – сіменс (См).

Залежність опору провідника від його геометричних розмірів:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (16.10)$$

де ρ – *питомий опір провідника* – це фізична величина, яка чисельно дорівнює опору провідника одиничної довжини і одиничної площі поперечного перерізу (куб з ребром 1м), одиниці вимірювання – Ом·м. Найменшим питомим опором володіють чисті метали: срібло, мідь, золото, алюміній. Сплави з великим питомим опором використовують для виготовлення нагрівачів (ніхром) та ін.

Залежність питомого опору від температури виражає **температурний коефіцієнт опору**:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} \quad (16.11)$$

чисельно дорівнює відносній зміні опору провідника при зміні його температури на один Кельвін. Для металів $\alpha > 0$, для електролітів $\alpha < 0$. Для більшості хімічно чистих металевих провідників при температурі 0°C темпера-

турний коефіцієнт становить $(1/273)K^{-1}$ а питомий опір змінюється за лінійним законом:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) = \rho_0 \alpha T \quad (16.12)$$

Величина, обернена до питомого опору, називається питомою провідністю:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (16.12.a)$$

одиниці вимірювання – См/м. За числовим значенням провідності всі речовини поділяють на: $\sigma > 10^6$ См/м – провідники, $\sigma < 10^{-10}$ См/м – діелектрики, а в межах $10^6 > \sigma > 10^{-10}$ См/м – напівпровідники.

Враховуючи рівність (16.8) – $dI = j \cdot dS$ і враховуючи той факт, що вздовж провідника постійного струму існує зміна потенціалу, можемо записати: $dU = E dl$ окрім того враховуючи рівність (16.10) у вигляді:

$$R = \rho \frac{dl}{dS} \text{ а також рівність } dI = \frac{dU}{R}, \text{ одержимо:}$$

$$j dS = \frac{dS}{\rho dl} E dl \quad (16.13)$$

або

$$j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E \quad (16.14)$$

Рівність (16.14) виражає закон Ома в диференціальній формі.

16.3. Сторонні сили. Електрорушійна сила

Постійний струм у провіднику протікає до того часу, поки в ньому існує стаціонарне електричне поле. Якщо б у полі носіїв заряду діяли б лише кулонівські сили, які переносять позитивні заряди в напрямі поля від вищого потенціалу до нижчого, то з часом поле в середині провідника зрівноважилось б і провідник став би екіпотенціальним. Струм припинився б. *Отже, постійний струм неможливо підтримувати лише за допомогою кулонівських сил. Для цього потрібна ще якась дія сил неелектричного походження, в наслідок роботи яких можна протягом певного часу підтримувати незмінною напруженість електричного поля всередині провідника.* Тобто, за допомогою додаткового процесу необхідно від кінця провідника з меншим потенціалом постійно відводити принесені струмом позитивні заряди, а до кінця провідника з більшим потенціалом неперервно їх підводити.

Як видно з рисунка 17.3, такий кругообіг зарядів можна здійснити по замкненому контуру, утвореному провідником *1* і ділянкою *2* або кількома такими ділянками, по яких позитивні заряди переносяться проти напрямку сил електричного поля напруженістю E (від нижчого потенціалу до вищого).

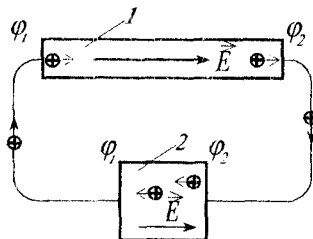


Рис. 17.3

Таке переміщення позитивних носіїв заряду проти напрямку поля є можливим тільки при наявності сил неелектричного походження, такі сили називають **сторонніми силами**. Такі сили зумовлені механічними процесами, хімічними процесами, дифузією но-

сіїв заряду в неоднорідному середовищі, змінними магнітними полями, освітленням поверхні деяких речовин короткохвильовими випромінюваннями, тощо. Пристрій, в якому виникають сторонні сили, називають **джерелом струму**. А пристрій, який перетворює енергію будь якого виду в електричну, називають **джерелом електричної енергії**. Отже, при наявності джерела струму, на кінцях провідника підтримується постійна різниця потенціалів внаслідок роботи, яку виконують сторонні сили завдяки енергії джерела струму.

Сторонні сили характеризуються роботою, яку вони виконують при переміщенні зарядів по колу або на ділянці кола. Скалярну величину, яка дорівнює відношенню роботи сторонніх сил по переміщенні позитивного заряду по замкнутому контуру до величини цього заряду, називають **електрорушійною силою джерела струму**, що діє в замкненому колі або на його ділянці:

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q} \quad (16.15)$$

16.4. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола

Ділянка кола між перерізами 1 і 2 (рис.16.4), яка містить джерело струму, називається **неоднорідною ділянкою**. Закон Ома для неоднорідної ділянки має вигляд:

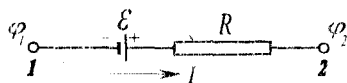


Рис. 16.4

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E} \quad (16.16)$$

В цій рівності ЕРС береться з додатнім знаком «+», якщо, переміщаючись у напрямі струму від точки 1 до точки 2 проходимо джерело від негативного до позитивного полюса, у протилежному разі ЕРС зі знаком «-».

Якщо точки 1 і 2 з'єднати, (рис.16.5) то $\varphi_1 = \varphi_2$ і рівність (16.16) перепишеться у вигляді закону Ома для повного кола:

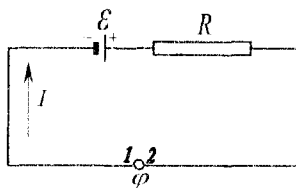


Рис. 16.5

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \quad (16.17)$$

Максимальний струм відповідає умові, при $R=0$:

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon}{r} \quad (16.18)$$

Рівність (16.18) виражає *струм короткого замикання*.

16.5. Робота і потужність струму

Під час переміщення заряду між двома точками провідника виконується деяка робота. Оскільки напруга (різниця потенціалів) між двома точками чисельно дорівнює роботі, яку виконують кулонівські сили під час перенесення одиниці заряду вздовж провідника між цими точками, то є справедливою рівність:

$$dA = U dq \quad (16.19)$$

а з врахуванням того, що заряд, який переноситься крізь поперечний переріз провідника за деякий час виражається рівнянням:

$$dq = Idt$$

тоді робота буде дорівнювати:

$$dA = IUdt$$

Якщо сила струму є постійною, то за деякий проміжок часу t робота електричного струму на зовнішній ділянці кола буде:

$$A = IU \int_0^t dt = IUt$$

а з врахуванням рівняння, що виражає закон Ома для ділянки кола:

$$A = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t \quad (16.20)$$

Якщо сила струму з часом змінюється, тобто $I = I(t)$, є функцією від часу, то робота струму за деякий час визначається рівнянням:

$$A = \int_0^t RI^2(t) dt \quad (16.21)$$

Але, оскільки, струм існувати не може без наявності сторонніх сил, які також виконують роботу, то разом за деякий час кулонівські і сторонні сили, переміщаючи заряд по замкнутому контуру виконують роботу, що дорівнює сумі рс

біт з перенесення заряду по зовнішній і внутрішній частинах електричного кола. Враховуючи те, що ЕРС джерела струму чисельно дорівнює роботі, що виконується при перенесенні одиничного заряду по замкненому колу, то при постійному струмі за деякий час виконується робота:

$$A_{\text{зар}} = \varepsilon q = \varepsilon I t$$

а враховуючи закон Ома для повного кола:

$$A_{\text{зар}} = \frac{\varepsilon^2 t}{R + r} \quad (16.22)$$

Робота, яку виконує струм за одиницю часу називають **потужністю** електричного струму:

$$P = \frac{A}{t} \quad (16.23)$$

У зовнішній ділянці кола за наявності опору R при постійному струмі виділяється **корисна потужність**, яка описується рівнянням:

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad (16.24)$$

а з врахуванням закону Ома для повного кола потужність дорівнює:

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2} \quad (16.24.a)$$

При цьому загальна потужність джерела струму на зовнішній і внутрішній ділянках електричного кола виражається рівняннями:

$$P_{\text{дж}} = \mathcal{E}I = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r} \quad (16.25)$$

Відношення корисної потужності до потужності джерела, називають **коефіцієнтом корисної дії джерела струму**:

$$\eta = \frac{P}{P_{\text{дж}}} = \frac{R}{R+r} \quad (16.26)$$

Корисна потужність залежить від опору зовнішньої частини кола R (опору споживача електричної енергії). Опір, при якому дане джерело струму віддає максимальну потужність споживачу, називають **оптимальним**. Для визначення цього опору достатньо проінтегрувати рівняння потужності по R від 0 до R , оскільки оптимальний опір навантаження даного джерела струму дорівнює внутрішньому опорі цього джерела, тобто $R=r$, одержуємо, що:

$$P_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \quad (16.27)$$

тоді потужність джерела буде:

$$P_{\text{дж}} = \frac{\mathcal{E}^2}{2r} \quad (16.28)$$

а коефіцієнт корисної дії потужності буде максимальним:

$$\eta = \frac{P_{\max}}{P_{\text{дж}}} = \frac{1}{2} \quad (16.29)$$

тобто половина загальної потужності у цьому випадку є корисною.

Джерело струму володіє найбільшою потужністю, якщо опір на зовнішньому колі є рівним нулю ($R=0$), це явище називають **коротким замиканням**. У цьому випадку вся потужність виділяється всередині джерела і корисна потужність рівна нулю.

16.6. Правила Кірхгофа для розгалужених кіл

Під електричним колом розуміють систему, яка складається з джерел струму, споживачів електроенергії, з'єднаних між собою провідниками.

З'єднання можуть бути послідовними, паралельними і змішаними.

При послідовному з'єднанні: При паралельному з'єднанні:

$$I = I_1 = I_2 = \dots$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots$$

$$R = R_1 + R_2 + \dots$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots$$

$$U = U_1 = U_2 = \dots$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

для однакових ЕРС

при послідовному з'єднанні:

$$\mathcal{E} = \sum_{k=1}^n \mathcal{E}_k$$

а при паралельному:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathcal{E}_k$$

Мережа, створена двома або кількома замкненими електричними колами, які з'єднані між собою в окремих точках і мають спільні ділянки, називають **розгалуженими колами**.

Точку розгалуженого кола, в якій сходяться три або більше провідників зі струмами називають **вузлом**. (рис. 16.6)

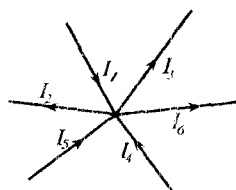


Рис. 16.6

Частина контуру між двома вузлами, довільно виділена в електричній мережі, називається **ділянкою замкнутого контуру**.

Для розрахунку невідомих параметрів ділянок кола, використовують **правила Кірхгофа**:

1). — виражає закон збереження заряду в будь-якій точці кола постійного струму і стосується вузлів розгалуженого кола: **алгебраїчна сума сил струмів, які сходяться у вузлі дорівнює нулю**:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (16.30)$$

2). — є узагальненням закону Ома на розгалужені електричні кола (рис. 16.7) і стосується контурів: **у контурі алгебраїчна сума спадів напруг дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, які діють у цьому контурі**:

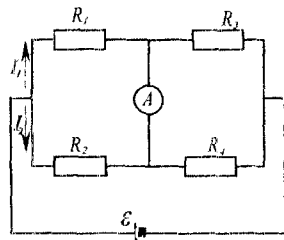


Рис. 16.7

$$\sum_{k=1}^n I_k R_k = \sum_{k=1}^m \varepsilon_k \quad (16.31)$$

де n — кількість ділянок у контурі; m — кількість ЕРС, що діють у контурі.

При складанні рівнянь за законами Кірхгофа слід дотримуватись таких правил:

1. На схемі розгалуженого кола в усіх ділянках довільно позначають стрілками напрям струмів. Обирають довільно напрям обходу простого контуру.

2. Обійти всі ділянки контуру в обраному напрямі. Якщо позначений в ділянці напрям обходу збігається з напрямом струму, то доданок IR береться зі знаком «+», якщо ж ці напрями є протилежними, то зі знаком «-». ЕРС вважають додатною, якщо при обході контуру джерело струму проходить від негативного полюса до позитивного, у протилежному ж разі її вважають від'ємною.

3. Всі ЕРС і всі опори повинні входити до системи рівнянь.

Складені рівняння утворюють систему алгебраїчних рівнянь першого порядку. Кількість рівнянь у системі дорівнює кількості різних струмів, які течуть у розгалуженому колі. Розв'язок такої системи дає можливість визначити довільну невідому величину на довільній ділянці кола (опір, силу струму, ЕРС джерела). Якщо отримані значення струму будуть зі знаком «-», то це означає, що справжній напрям струму є протилежним до позначеного нами на рисунку (схемі).

§17. Електричний струм в металах, електролітах, газах

17.1. Поняття про класичну теорію електропровідності металів

Ще в XIX ст. багатьма вченими було проведено безліч експериментів, що дало змогу створити науково обґрунтовану теорію електричної провідності металів.

Першим це був експеримент Е. Рінке в якому три послідовно з'єднані циліндри з хімічно чистих металів з міді та алюмінію, щільно притиснуті між собою (рис.17.1) були увімкнуті в електричне коло постійного струму.



Рис. 17.1

Електричний струм пропускався по колу на протязі року. Кількість заряду, що пройшла сягала $3,5 \cdot 10^6$ Кл, але ознак переносу речовини (Al чи Cu) не спостерігалось. Це доводило те, що іони в металах участі в перенесенні електрики не беруть, перенесення електрики може відбуватися лише за рахунок тих частинок, які можуть бути однаковими (спільними) для усіх металів. Це можуть бути лише електрони.

Вивчаючи природу носіїв струму, Г. Лоренц провів дослід, який базувався на тому, що нейтральний металевий стержень, який рухався поступально з деякою швидкістю, в певний момент часу різко гальмувався і замикався нерухомим провідником на гальванометр. Гальванометр реєстрував короточасний струм. Такий ефект пояснюється наступним чином. Оскільки, носії струму рухались разом зі стержнем, то в момент гальмування, носії струму, які не є жорстко зв'язаними з кристалічною ґраткою, продовжували рухатися за інерцією до того моменту, поки взаємодія з іонами кристалічної

гратки металу не зупинить їх. На основі цього експерименту було визначено питомий заряд носіїв струму.

Дослідники Н. Папалексі та Л. Мендельштам проводили наступний експеримент: котушка, з намотаним на ній провідником, кінці якого під'єднані до нерухомої телефонної слухавки, виконувала швидкі крутильні коливання навколо власної вісі. Потріскування у слухавці свідчили про виникнення змінного струму в колі, але напрям струму і знак заряду визначити не вдалося.

Дослідники Р. Толмен та Т. Стюарт вдосконалили цей дослід, замінивши слухавку гальванометром. Вони спостерігали постійне почергове відхилення стрілки гальванометра то в одну то в протилежну сторони. Дослід показав, що носіями заряду є негативні частинки і так само як і Г. Лоренц визначили питомий заряд (q/m) цієї частинки. Він виявився близьким до питомого заряду електрона.

Таким чином, на основі експериментів, було створено *класичну електронну теорію* провідності металів, *фундаментальні положення* якої є такими:

1. усі метали мають кристалічну будову, а у вузлах кристалічної ґратки розміщуються іони металу;

2. простір між вузлами кристалічної ґратки заповнений електронним газом, що утворюється валентними електронами, які, порівняно, слабо зв'язані з атомними ядрами і хаотично рухаються між іонами металу;

3. в середньому кожен атом металу втрачає один електрон і концентрація електронів провідності в металах дорівнює кількості атомів в одиниці об'єму металу;

4. до електронного газу в металах застосовуються всі закони молекулярно-кінетичної теорії газів, тобто електронний газ розглядається як ідеальний, середня кінетична енергія теплового руху, що припадає на один електрон:

$$\frac{m \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT \quad (17.1)$$

де m – маса електрона;
 k – стала Больцмана;
 T – абсолютна температура металу.

5. через хаотичний рух електронів у металі, за відсутності електричного поля, в металі відсутній домінуючий напрям переміщення зарядів, а при наявності електричного поля всередині металу на тепловий рух електронів накладається впорядкований рух у напрямі, що є протилежним до напрямку напруженості поля;

6. електрон набуває енергії впорядкованого руху під дією зовнішнього електричного поля тільки на шляху вільного пробігу, між електроном та іоном відбувається не пружне зіткнення і електрон передає іонній ґратці енергію впорядкованого руху, внаслідок чого виділяється джоулева теплота і метал нагрівається.

Основним завданням електронної теорії провідності металів є – теоретичне обґрунтування основних законів постійного струму, встановлених експериментально, і пояснення властивостей металів.

17.2. Труднощі класичної теорії

З врахуванням вище наведених положень, та рівнянь попереднього параграфу (16.7) можна було обчислити середню швидкість впорядкованого руху електронів. Розрахунок показали, що вона є незначною $\sim 8 \cdot 10^{-4}$ м/с, і це пояснювало на той час досить частим зіткненням електронів з іонами кристалічної ґратки.

Такий результат протирічить тому факту, що швидкість поширення електричного струму є досить великою і співпадає зі швидкістю світла, а такого ж порядку є і швидкість поширення електромагнітного поля вздовж провідника. Під дією зовнішнього електричного поля рух електронів виникає по всій довжині провідників, практично, миттєво.

Також є наявним той факт, що закон Ома справджується при малих напруженостях поля. При великому значенні напруженості поля, $\sim 10^8 \text{ В/м}$, змінюється концентрація носіїв заряду, або збільшується швидкість на довжині вільного пробігу, тоді залежність між напруженістю поля і густиною струму вже не є лінійною.

Згідно класичної теорії електропровідності металів молярна теплоємність металів повинна б дорівнювати:

$$C_{\text{мет}} = C_{\text{сп}} + C_{\text{ел}} = 3R + \frac{3}{2}R = \frac{9}{2}R \quad (17.2)$$

але експериментальні дані показали, що теплоємність металів, $\approx 3R$.

Цей результат був неочікуваним і незрозумілим.

Не мав також пояснень той факт, що згідно теорії, залежність питомого опору від температури повинна б була бути:

$$\rho \sim \sqrt{T} \quad (17.3)$$

а експериментально було встановлено, що в досить широкому інтервалі температур питомий опір є прямо пропорційним до температури:

$$\rho \sim T \quad (17.4)$$

А для пояснення експериментально отриманих значень питомої провідності, необхідно було б припустити, що дов-

жина вільного пробігу носіїв заряду є значно більшою від періоду кристалічної ґратки, тобто слід припустити, що електрон проходить без співударянь з іонами ґратки сотні міжвузлових відстаней, а це суперечить класичній теорії провідності металів.

Ці всі розбіжності теорії з експериментом може пояснити квантова механіка, яка буде розглядатися згодом.

17.3. Термoeлектронна емісія

Електрони провідності в металі весь час перебувають у хаотичному тепловому русі. Те, що вільні електрони утримуються всередині металу, свідчить, що в поверхневому шарі металу існує затримуюче електричне поле, яке не дає можливості електронам виходити з металу у навколишнє середовище. Що саме відбувається?

По-перше, якщо при тепловому русі електрон вилітає з металу, то на його поверхні індукується заряд, який називають «зарядом дзеркального відображення». Між електроном і цим зарядом виникає сила притягання, так звана «сила електричного зображення», яка повертає електрон назад у метал.

По-друге, біля поверхні навколо металу у вакуумі існує так звана «електронна хмарка» $\sim 10^{-10}$ м яка має заряд «-» і охоплює метал, який відносно вакууму має заряд «+». Отже метал характеризується так званим «внутрішнім потенціалом $\Delta\varphi$ » зі знаком «+» (рис. 17.2).

Потенціальна енергія вільних електронів у вакуумі $= 0$, тоді всередині металу з позитивним внутрішнім потенціалом, потенціальна енергія електронів провідності є від'ємною:

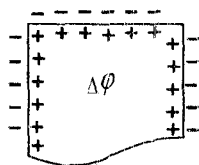


Рис. 17.2

$$W = (-e)\Delta\varphi = -e\Delta\varphi \quad (17.5)$$

Отже, щоб покинути метал, електрон повинен виконати деяку роботу, яку називають *роботою виходу*. Для виходу електрона з металу треба подолати потенціальний бар'єр – поле подвійного поверхневого шару, так звану «потенціальну яму з плоским дном» (плоским через те, що поверхневий подвійний шар утворює електричне поле, подібне до поля плоского конденсатора). А це потребує певної енергії.

Фізична величина, що дорівнює тій найменшій енергії з протилежним знаком, яку потрібно передати електрону провідності в металі для його виходу у вакуум, називається роботою виходу електрона з металу $A_{\text{вих}}$.

$$A_{\text{вих}} = e\Delta\varphi \quad (17.6)$$

Якщо електрону в металі надати додаткової енергії, його кінетична енергія зросте, тоді умову виходу електрона з металу можна записати:

$$\frac{mv_n^2}{2} \geq e\Delta\varphi \quad (17.7)$$

де v_n – проекція швидкості електрона на нормаль до поверхні металу.

Додаткову енергію електрони в металі можуть отримати в наслідок освітлення поверхні металу, явища автоелектронної емісії (під дією сильного електричного поля), вторинної електронної емісії (при бомбардуванні поверхні металу потоком електронів у вакуумі), термоелектронної емісії (при нагріванні).

Робота виходу залежить від хімічної природи металу і стану його поверхні. Забруднення поверхні, надлишок вологи змінюють величину роботи виходу.

Емісія — це вихід електронів з металу під дією зовнішніх факторів.

Явище випромінювання електронів нагрітими тілами називають **термоелектронною емісією**. Його відкрив вчений-винахідник Т. Едісон у 1883 році.

Електрон провідності може вилетіти з будь-якого металу, якщо його кінетична енергія є більшою за роботу виходу з металу.

Термоелектронна емісія призводить до виникнення термоелектронного струму, тобто, якщо у вакуумі, де розміщується нагрітий метал, існує електричне поле, напруженість якого напрямлена до поверхні металу, тоді виникає електричний струм, який називають *термоелектронним*.

Це явище колись застосовувалось у виготовленні вакуумної лампи діода, а зараз ще використовується в лампових кінескопах. Для утворення термоелектронного струму в середовищі, де відбувається термоелектронна емісія, повинен бути вакуум і в ньому впаєні два електроди — катод і анод. Катод, нагріваючись електричним струмом від деякого джерела, випромінює електрони, які, при наявності електричного поля, прямують до анода. Сила термоелектронного струму залежить від напруги, яка прикладена між анодом і катодом, від температури катода та від матеріалу, з якого він виготовлений.

Основною характеристикою такого термоелектронного струму є вольт амперна характеристика, зображена на рис. 17.3. На ньому представлено залежність термоелектронного струму I_a від напруги U_a при різних температурах катода.

Як бачимо, при незначних анодних напругах сила струму спочатку повільно зростає зі збільшенням напруги, це пояснюється тим, що ще не всі електрони, які вийшли з катода, досягають анода, разом з тим вони утворюють, так звану, «електронну хмарку», яка перешкоджає рухові інших еле-

ктронів до анода, бо утворює, так званий «просторовий заряд».

Зі збільшенням напруги на аноді, електронна хмаринка розсіюється і, відповідно, анодний струм зростає. Це відбувається лише до певного значення напруги U_n після досягнення якого, струм більше не зростає. Це тому, що кількість електронів, які вилітають за одиницю часу з катода, дорівнює кількості електронів, які за той самий час досягають анода, тобто настає, так звана, «динамічна рівновага».

Значення струму, при даній температурі катода, яке є максимальним, і при подальшому збільшенні анодної напруги вже більше не зростає через динамічну рівновагу, називають **струмом насичення** I_n .

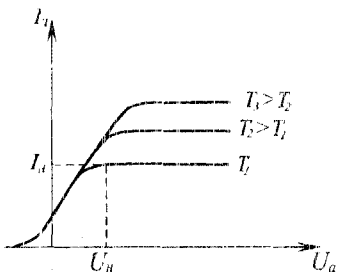


Рис. 17.3

При кожній температурі струм насичення є різним, що можна бачити на графічній залежності рис. 17.4.

Математично ця залежність як і з класичної так і з квантової точки зору описується майже однаковими залежностями. Оскільки сила струму є пропорційною густині струму, то густину струму насичення, за класичною теорією описує

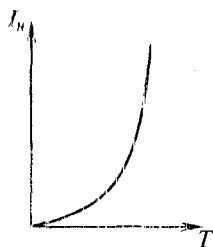


Рис. 17.4

формула О. Річардсона (англ.), який вивів її у 1901 році:

$$j_n = A \sqrt{T} e^{\frac{e\Delta\phi}{kT}} \quad (17.8)$$

де A – константа, яка для різних металів є різною.

За квантовою теорією густина струму насичення описується формулою Річардсона-Дешмена, яка була виведена

1923 року із застосуванням до моделі електронного газу квантової статистики Фермі-Дірака:

$$j_{\text{н}} = BT^2 e^{-\frac{e\Delta\varphi}{kT}} \quad (17.9)$$

де $B=1,2 \cdot 10^6 \text{ A/(K}^2 \cdot \text{м}^2)$ – константа, яка є однаковою для всіх металів.

У цих формулах множники T^2 і $T^{1/2}$ відіграють другорядну роль, оскільки залежність густини струму насичення від температури в значній мірі більше залежить від показникової функції ніж від степеневої. Останнім часом використовувались лампи, в яких робоча температура катодів становила 1050-1200 K.

У 20-му столітті двоелектродні лампи застосовувалися для перетворення змінного струму в постійний (оскільки лампа у зворотному напрямі не працює), для детектування струмів високої частоти в приймачах та у вимірювальних приладах. Ці явища не мають практичного використання у новітніх наукових розробках 3-го тисячоліття, оскільки для таких речей тепер існують напівпровідникові технології, з якими ви зможете ознайомитись в курсі «Фізика новітніх технологій».

17.4.Струм у газах

Гази складаються з електрично нейтральних атомів і молекул, у них відсутні вільні носії заряду, які можуть під дією електричного поля рухатись впорядковано, тому при звичайних умовах гази є ізоляторами.

Але газ стає провідником, якщо частина його молекул іонізується.

Явище, під час якого відбувається відривання електронів від молекул газу і утворення позитивних іонів, що в свою чергу зумовлює електропровідність газу, називають **іонізацією газу**.

Атоми і молекули газу є нейтральними стійкими системами заряджених частинок, тому для іонізації атома (молекули) повинна виконатися робота проти сил взаємодії між зарядами. Цю роботу називають *роботою іонізації*. Найслабше зв'язані з ядром валентні (зовнішні) електрони, але після виривання валентного електрона, зв'язок решти електронів з ядром стає сильнішим.

Робота іонізації характеризується **потенціалом іонізації** – це різниця потенціалів, яку повинен пройти електрон у прискорюючому електричному полі, щоб збільшення його енергії дорівнювало б роботі іонізації:

$$\varphi_i = \frac{A_i}{e} \quad (17.10)$$

Іонізація газу може відбуватися в наслідок:

- 1). сильного нагрівання газу;
- 2). рентгенівського опромінення;
- 3). радіоактивного опромінення (α , β , γ – частинками);
- 4). ультрафіолетового опромінення.

Явище, яке викликає іонізацію під впливом рухомих електронів або іонів, називають **ударною іонізацією**.

При цьому явищі, зіткнення іонізуючих частинок з атомами газу є не пружними, початкова кінетична енергія частинки витрачається при ударі на роботу іонізації і на те, щоб надати частинці і атому деякої кінетичної енергії.

Мінімальна кінетична енергія частинки, якою та повинна б володіти, щоб відбулася ударна іонізація газу повинна задовольняти умову:

$$\frac{mv^2}{2} = A_i \left(1 + \frac{m}{M} \right) \quad (17.11)$$

де A_i – робота іонізації газу;
 m – маса іонізуючої частинки;
 M – маса атома.

Частина вільних електронів у іонізованому газі захоплюється нейтральними молекулами, які при цьому перетворюються на негативні іони, тому *електропровідність іонізованого газу є мішаною*: носіями електричного заряду в газах можуть бути електрони та позитивні і негативні іони.

Носії заряду в іонізованому газі перебувають весь час у неперервному хаотичному русі, при цьому відбуваються і зіткнення часток з різним знаком заряду, а їх поєднання призводить до утворення нейтральних молекул газу. Цей процес називають – *рекомбінацією іонів*.

Якщо за одиницю часу кількість утворених пар іонів за допомогою іонізатора, дорівнює кількості нейтральних молекул, що утворилася в наслідок рекомбінації, то настає так звана *динамічна рівновага*. Рекомбінація іонів супроводжується виділенням енергії у вигляді квантів випромінювання відповідної довжини хвилі, тобто відбувається світіння газу.

Процес проходження електричного струму через газ називають **газовим розрядом**. А **електричний струм**, зумовлений електропровідністю газу, яка виникає внаслідок неперервної дії іонізатора, називають **несамостійним газовим розрядом**.

Несамостійний газовий розряд зникає після припинення дії іонізатора.

Залежність сили струму при газовому розряді від напруги між електродами зображено на рис. 17.5.

На ділянці OA сила струму зростає пропорційно до напруги і ще виконується закон Ома:

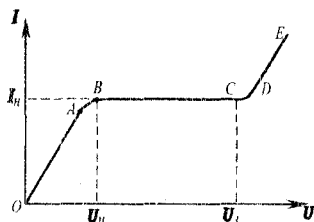


Рис. 17.5

$$\vec{j} = en_0(v_+ + v_-)\vec{E} \quad (17.12)$$

де n_0 — кількість пар іонів в одиниці об'єму;

v_+, v_- — рухливість позитивних і негативних іонів газу.

На цій ділянці спостерігається динамічна рівновага ($n_0 = \text{const}$). При збільшенні напруги (ділянка AB) концентрація іонів зменшується, тому залежність струму від напруги вже не є лінійною. Зі збільшенням напруги сила струму зростає ще повільніше, але починаючи зі значення напруги U_n , сила струму залишається незмінною, навіть при подальшому зростанні напруги (ділянка BC). Це пояснюється тим, що при напругах більших за U_n швидкість іонів, що виникли під дією іонізатора, досягає великих значень і на шляху до електродів не встигають рекомбінуватися.

Максимальна сила струму, при якій всі утворені іонізатором пари іонів досягають електродів (без процесу рекомбінації) називають **струмом насичення**.

Для довільної точки на кривій OC (рис. 17.5) при вимкненні іонізатора струм тут же припиняється.

Електричний розряд у газах, що відбувається, незважаючи на припинення дії зовнішнього іонізатора, називають **самостійним газовим розрядом**.

Підвищуючи напругу між електродами газорозрядної трубки, можна здійснити перехід від несамотійного газового розряду до самотійного, цей перехід називають *електричним пробоем газу*, а відповідну напругу пробоем U_z – *напругою пробоем, або напругою запалювання*. При напругах більших за U_z струм значно зростає (ділянки CD і DE). *Зростання струму пояснюється тим, що при напругах більших від U_z електрони, які виникають під дією зовнішнього іонізатора, настільки сильно прискорюються електричним полем, що стикаючись з молекулами газу іонізують їх, при цьому утворюються вторинні електрони та іони, які теж прискорюючись електричним полем самі іонізують нові молекули газу. В процесі іонізації беруть участь як електрони, так і додатні іони, процес наростає лавиноподібно (ділянка CD) і це явище називають **ударною іонізацією молекул газу**.*

Це є важливою і необхідною умовою виникнення самотійного газового розряду, але не є достатньою... Необхідним є те, щоб при вимкненні зовнішнього іонізатора в газі утворювалися б нові електрони замість тих, які потрапляли б на анод. Як виявилось, ці електрони вибиваються з катода позитивними іонами, які під дією електричного поля рухаються до нього. *Явище вибивання електронів з катода позитивними іонами, при виключеному зовнішньому іонізаторі, називають **вторинною електронною емісією**.*

Окрім того, іони і електрони, енергія яких є недостатньою для ударної іонізації, стикаючись з молекулами газу переводять їх у збуджений стан, ті ж у свою чергу, переходячи у нормальний стан, випромінюють фотон, а поглинутий молекулою газу фотон, її ж іонізує за рахунок співудару з іншою молекулою. Фотон, потрапляючи на катод, може вибити з нього електрон (явище зовнішнього фотоелефекту) який

потім в свою чергу призведе до появи ударної іонізації нейтральної молекули. При великих напругах, коли крім електронних лавин виникають ще й іонні лавини, сила стуму зростає практично без зростання напруги (ділянка DE).

Напруга запалювання залежить від хімічного складу газу, матеріалу, з якого виготовлений катод, від тиску газу та віддалі між електродами.

17.5. Види самостійних газових розрядів

Отже, залежно від механізму іонізації, розряди в газах поділяють на самостійні і несамоствійні.

Вищерозглянуту (в п. 4) теорію самостійного газового розряду вперше розробив (1910–1930рр.) фізик Д. Таунсенд (англ.). З часом вона зазнала доповнень, оскільки слід було врахувати неоднорідність електричного поля, яке зумовлене об'ємними зарядами при іонізації газу. Але і на сьогоднішній день єдиної теорії самостійного газового розряду, яка враховувала б усі можливі процеси, ще не створено.

Але ознайомимось з тими типами самостійних газових розрядів, які існують на сьогоднішній день.

1. Тліючий розряд – спостерігається в газах при низьких тисках ($\sim 10^3$ Па і менше.) – *це такий самостійний газовий розряд, в якому звільнення електронів з катоду відбувається внаслідок бомбардування його позитивними іонами і фотонами, що утворюються в газі.*

Якщо напруга між електродами становить $\sim 10^2$ В, а тиск $\sim 10^3$ Па то в трубці виникає самостійний газовий розряд у вигляді тонкої вигнутої нитки, а при тисках $\sim 10^{-1} \div 10^{-2}$ Па розряд має вигляд, який зображений на рис. 17.6:

1. – це *астоновий* вузький темний простір, що прилягає безпосередньо до катода, в ньому відбувається прис-

корення позитивних іонів, які вибивають електрони з катода, але ці електрони ще не володіють достатньою енергією для збудження атомів і молекул газу, його товщина становить $\sim 10^{-1}$ мм;

2. – це тонкий світлий шар, який називають *катодним світінням*, в ньому відбувається збудження атомів і молекул газу без іонізації, і при їх переході у нормальний стан збуджені атоми випромінюють світло;

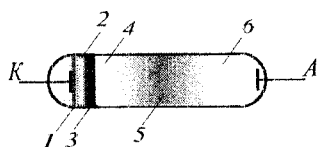


Рис. 17.6

3. – це темний шар, який називають *темним катодним (або куксовим) простором*, в ньому відбувається іонізація атомів і молекул та наростання електронних лавин, а для підтримання самостійного розряду в ній утворюються позитивні іони, які зумовлюють вторинну емісію електронів з катода;

4. – це світлий шар, який називають *тліючим світінням*, він виникає внаслідок рекомбінації електронів з іонами, і тут же відбувається перехід атомів зі збудженого стану в нормальний, цей шар має різко виражену межу з боку катода і плавний перехід з боку анода у шар 5;

5. – це *темний фарадеїв простір* – це область куди не долітають швидкі електрони;

6. – це світла область, яка досягає анода і називається *позитивним світним стовпом*, – це іонізований газ і його світіння зумовлене в основному рекомбінацією електронів з позитивними іонами, і ця область є найцікавішою з точки зору застосування тліючого розряду.

А область застосування цього виду самостійного розряду є досить широкою:

а) газорозрядні трубки з малою напругою запалювання розряду (~ 70 В) використовують у неонових лампах, а такі лампи використовують як індикатори;

б) оскільки речовина катода в тліючому розряді поступово може переходити у пароподібний стан, то такий розряд широко використовують для катодного розпилення металів по поверхні предметів і саме так виготовляють металеві дзеркала високої якості;

в) тліючий розряд використовують як джерело світла (лампи денного світла, рекламні газорозрядні трубки та ін.);

г) стабілізатори напруг;

д) у водневій енергетиці – для відновлення оксиду вуглецю з вуглекислого газу: $2\text{CO}_2 \rightarrow 2\text{CO} + \text{O}_2$, і т.п.

2. Іскровий розряд – виникає при збільшенні напруги між двома електродами (в повітрі достатньо $3 \cdot 10^6 \text{ В/м}$), розміщеними в газі при нормальному тиску. В природі це блискавка, яка має вигляд пучка яскравих зигзагоподібних розгалужених тонких (а іноді і досить товстих) ниток, які пронизують простір і швидко гаснуть, а на їх місці з'являються нові. Такі нитки називають *іскровими каналами*, вони можуть починатися як від позитивного так і негативного електрода, а також від довільної точки між ними. Іскровий розряд у газах – це пробій газового діелектрика, який відбувається у разі досягнення певного значення напруженості електричного поля, яке називають *напругою пробою*. Після того, як проміжок між електродами «пробито», опір цього проміжку стає малим і крізь канал проходить короткочасний імпульс струму, значення якого є дуже великим, що зумовлює виділення великої кількості теплоти. Температура газу в розрядному проміжку сягає 10^4 К . Миттєво нагрітий газ розширюється з утворенням циліндричних ударних хвиль, наявність яких супроводжується звуковими ефектами (гуркіт, тріск та ін.).

Фізичний механізм цього типу розряду є таким: при великій різниці потенціалів між електродами появляється електрон, який вилетів з катода за рахунок довільного процесу,

отримуючи на шляху вільного пробігу енергію, достатню для процесу іонізації, він спричиняє розмноження електронів, яке в свою чергу призводить до виникнення лавини. Якщо лавина зародилася поблизу катода, то на шляху до анода відбувається іонізація і збудження атомів і молекул газу, які світяться, їх називають *стримерами*. Розвиваючись, окремі електронні лавини досягають одна одну і разом, зливаючись, утворюють місток зі стримерів, по якому в наступний момент часу проходить потужний потік електронів, що утворює канал іскрового розряду. Швидкість поширення електричного струму дорівнює швидкості світла.

При малій відстані розрядного проміжку іскровий розряд спричиняє специфічне руйнування анода, а це використовують в електроіскровому методі різання металу, його свердління та інших видах точної обробки.

3. Коронний розряд — виникає при нормальному тиску в газі, що знаходиться в дуже неоднорідному електричному полі, наприклад, поблизу ліній проводів високої напруги; таке поле може виникнути між двома електродами, поверхня одного з яких повинна б мати велику кривизну (малий радіус). Коли напруженість електричного поля біля електрода досягає $3 \cdot 10^6$ В/м, навколо нього виникає свічення яке має вигляд корони, що оточує електрод, тому розряд називають *коронним*. Свічення виникає як біля позитивного (позитивна корона) так і біля негативного (негативна корона) електрода, але фізичний механізм суть в обох випадках є різним.

Якщо корона є негативною, то позитивні іони що утворилися електронними лавинами, прискорюються неоднорідним електричним полем біля катода і зумовлюють вторинну електронну емісію, які в свою чергу породжують нові електронні лавини. Оскільки електричне поле є неоднорідним — напруженість з віддаленням від електроду (проводу) зменшу-

ється, то ці електронні лавини з віддаленням від електроду (проводу) обриваються, а це і є *товщиною корони*.

Якщо корона є позитивною, то електронні лавини виникають біля зовнішньої границі корони, внаслідок об'ємної фотоіонізації випромінюванням коронного шару біля анода. Позитивні іони рухаються під дією поля до катода, які і є носіями струму, а електрони рухаються до анода, який коронує. Між позитивною і негативною коронами існує, так звана, «темна зона», яка, зі збільшенням напруги між електродами, зникає і виникає *іскровий розряд*.

Коронний розряд — це проміжне явище між тліючим та іскровим розрядами. Коронний розряд може виникати в природних умовах під дією напруженості атмосферного електричного поля на верхівках корабельних щогл (які мають малий радіус кривизни), вони з давнину викликали жах у моряків, оскільки були передвісниками морських бурь та шторму а називали їх вогнями святого Ельма.

Явище коронного розряду необхідно враховувати в енергетиці під час прокладання високовольтних повітряних ліній електропередач, оскільки тут використовуються провідники досить великого діаметру, а порушення гладкості поверхні призводить до шкідливих витоків струму і значних втрат електричної енергії.

Але вчені знайшли і корисне застосування коронного розряду, що виникає на одному провіднику — це електричні фільтри, призначені для очистки промислових газових викидів у атмосферу.

4. Дуговий розряд — це електрична дуга в газі, яка утворюється при атмосферному тиску від потужного джерела струму при наближенні двох електродів майже до дотику. У місці контакту виникає великий електричний опір, від цього електроди, між якими існує певна різниця потенціалів, дуже нагріваються і виникає розряд у вигляді дуги. Під час горіння

дуги відстань між електродами становить ~ 5 мм а сила струму – $10 \div 20$ А, напруга між електродами є достатньою в $40 \div 50$ В. Електроди можуть бути металеві чи вуглецеві.

Фізичним механізмом дугового розряду є інтенсивне випромінювання термоелектронів розжареним катодом. Ці електрони прискорюються електричним полем і спричиняють ударну іонізацію молекул газу, а через це електричний опір газового проміжку між електродами стає малим, тобто різко зростає його провідність. Електрони з катоду бомбардуючи анод, створюють в ньому заглиблення, яке називають «кратером» і нагрівають його (~ 4000 °С). Сам катод, в процесі горіння дуги, загострюється, його температура при тому ж атмосферному тиску становить ~ 3500 °С, температура ж газу в проміжку між електродами становить $5000 \div 6000$ °С.

В залежності від природи електронної емісії на катоді, електричну дугу називають *термоелектронною* (температура катода в кілька тисяч градусів) або *автоелектронною* чи, так званою, *дугою з холодним катодом* (у відкачаному середовищі), де густина струму досягає $10^{10} \div 10^{11}$ А/м².

Застосовують такий вид газового розряду в катодних ртутних лампах, де в якості електроду є стовпчик рідкої ртуті, а ртутна дуга є потужним джерелом ультрафіолетового випромінювання. Такі лампи застосовують в медицині, наукових дослідженнях та ін.

Оскільки дуговий розряд – це ще й інтенсивне джерело теплової енергії, тому в техніці його використовують для електрозварювання, а також в дугових електричних печах в металургії під час виплавлення сталі, феросплавів, бронзи карбіду кальцію та ін; вакуумно-дугові розряди лежать в основі вакуумних вимикачів, запобіжників, у ртутних випрямлячах, які перетворюють змінний електричний струм в постійний; розряди цього типу використовують у вакуумно-

плазмовій технології отримання тонких плівок та покриттів для сучасних електронних технологій.

5. Плазма — це частково або повністю іонізований газ, в якому густина позитивних і негативних зарядів, практично, є однаковою. Плазма від звичайних газів відрізняється тим, що в газах взаємодія між частинками існує в межах молекули, а в плазмі існує взаємодія між дуже великою кількістю частинок (колективно) одночасно. Кулонівська взаємодія між зарядженими частинками плазми надає їй властивостей пружного середовища, в якому можуть збуджуватися і поширюватися різні коливання і хвилі.

Розрізняють *низькотемпературну* плазму (так звана «іонна температура» якої становить $T_i \leq 10^5 \text{ K}$) і *високотемпературну* ($T_i \sim 10^6 \div 10^8 \text{ K}$ і більше). А в залежності від ступеня іонізації її поділяють на *слабо іонізовану* (частки %), *помірно іонізовану* (кілька %) і *повністю іонізовану* (100 %).

Термодинамічні властивості ідеальної плазми описуються рівнянням, що описує ідеальний газ:

$$p = n_0 k T \quad (17.13)$$

Плазма характеризується такими основними властивостями:

- високим ступенем іонізації газу;
- однаковими об'ємними густинами позитивних і негативних зарядів;
- незалежністю питомої електричної провідності повністю іонізованої плазми від густини плазми і збільшенням з ростом температури пропорційно $T^{3/2}$;
- сильною взаємодією з зовнішніми електричним і магнітним полями;
- веде себе як пружне середовище.

§18. МАГНІТНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ

18.1. Магнітна взаємодія. Магнітне поле

Магнітні властивості постійних магнітів, та їх здатність притягувати залізні предмети були відомі ще у стародавній Греції. Земля теж є магнітом, і явище її магнетизму було використане китайцями для створення компасу. Але з'ясувати природу цих речей було ще неможливо.

Г.Ерстед встановив, що якщо близько біля провідника, по якому проходить електричний струм, розмістити магнітну стрілку, то вона зорієнтується перпендикулярно до провідника, якщо ж поміняти нагрям струму, то стрілка змінить своє положення на 180^0 , якщо ж струм вимикався, то стрілка орієнтувалась у вихідне положення.

А.Ампер встановив закон механічної взаємодії двох провідників зі струмом, які містяться на певній віддалі один від одного. *Два паралельні провідники притягуються, якщо по них протікають струми в одному і тому ж напрямку і відштовхуються, якщо напрями струму в них є протилежними.* Ця «дія на віддалі» немає нічого спільного з електростатичною взаємодією, оскільки поле рухомих електричних зарядів (електронів у провіднику) з високою точністю компенсується електричним полем нерухомих позитивних зарядів атомів провідників. Отже, природа такої поведінки провідників зі струмом є іншою.

Дослідження, які проводили французький фізик Андре Марі Ампер та датський фізик Г.Ерстед ще на початку XIX ст., вказували на те, що магнітні властивості речовини спостерігаються тоді, коли в ній існують рухомі електричні заряди. Результати своїх досліджень Ампер сформулював у припущенні, яке отримало назву *гіпотези Ампера про природу магнетизму: магнітні властивості речовини зумовлені існуванням в ній великої кількості замкнутих (колових) мікрострумів*. На той час теорія Нільса Бора про будову атома ще не існувала. Але, як виявилось згодом, (за теорією Н.Бора) колові струми створюються в атомі електронами, що рухаються по замкнутих орбітах. Але про це трохи згодом.

Як показали дослідження, *рухомими електричними зарядами створюється магнітне поле, і магнітне поле, в свою чергу, діє лише на рухомі електричні заряди*. Цією дією інтегрально і визначається взаємодія провідників зі струмом; провідника зі струмом і магнітної стрілки чи взагалі магнітна взаємодія.

Отже, *навколо будь-якого рухомого електричного заряду (будь то іон, електрон чи заряджене тіло) крім електричного поля існує також і магнітне поле. Електричне поле діє як на рухомі так і на нерухомі електричні заряди, тоді ж як магнітне поле діє лише на рухомі в цьому полі електричні заряди.*

Основні принципи побудови теорії стаціонарних магнітних полів значною мірою подібні до принципів побудови електростатики. Під час вивчення електростатичного поля користувались поняттям *пробного заряду*, а під час вивчення магнітного поля будемо користуватись *пробним елементом струму*.

Розглянемо замкнутий плоский контур зі струмом, розміри якого малі порівняно з віддаллю до струмів, що утво-

рюють досліджуване магнітне поле. Позитивний напрямок нормалі визначається (рис.18.1) за **правилом свердлика**, тобто: *напрям, що співпадає з поступальним напрямком вістря свердлика вказує на напрям нормалі, якщо обертовий рух ручки свердлика співпадає з напрямом струму, що протікає по контуру.*

Контур зі струмом характеризується магнітним моментом $\vec{P}_m$, який дорівнює добутку сили струму I , що тече у контурі, на площу поверхні S цього контура:

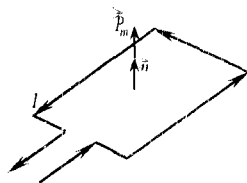


Рис. 18.1

$$\vec{P}_m = I S \vec{n} \quad (18.1)$$

де $\vec{n}$ – одиничний вектор нормалі до поверхні рамки.

Напрям вектора $\vec{P}_m$ збігається з напрямом позитивної нормалі рамки.

Контур зі струмом в магнітному полі повертається, набуваючи рівноважного положення і його позитивна нормаль розміщується певним чином: як показано на рис. 18.2.



Рис. 18.2

Контуром зі струмом можна скористатись і для кількісного опису магнітного поля. На контур зі струмом у магнітному полі діє пара сил. Обертовий момент сил M залежить від властивостей контура:

$$M \sim P_m \quad (18.2)$$

Якщо контур зі струмом повернути на 90° від рівноважного положення, то на нього буде діяти максимальний

обертовий момент M_{max} . Механізм цієї дії розглянемо трохи нижче.

Якщо в одне і те ж місце магнітного поля поміщати контури з різними магнітними моментами, то на них діятимуть різні обертові моменти, але відношення $\frac{M_{max}}{P_m}$ для всіх контурів буде однаковим і воно служить кількісною характеристикою магнітного поля:

$$B = \frac{M_{max}}{P_m} \quad (18.3)$$

Магнітна індукція в даному місці магнітного поля визначається максимальним обертовим моментом, що діє на контур з одиничним магнітним моментом.

Одиниця магнітної індукції – **тесла** : **1Тл** – магнітна індукція такого магнітного поля, в якому на рамку з магнітним моментом $1\text{А}\cdot\text{м}^2$ діє максимальний момент сили $1\text{Н}\cdot\text{м}$.

За напрямом індукції $\vec{B}$ магнітного поля приймається напрямок магнітного моменту рамки в полі, яка знаходиться в рівноважному стані.

Для графічного зображення магнітних полів користуються поняттям **ліній індукції магнітного поля або силові лінії** – це такі лінії, дотичні до яких у кожній точці співпадають з напрямом вектора індукції $\vec{B}$ магнітного поля в цих точках. Ці лінії представляють собою концентричні кола, які охоплюють провідник по якому протікає електричний струм і навколо якого, відповідно, виникає магнітне поле, тобто, вони лежать у площинах,

перпендикулярних до провідника. Ці лінії ніколи не перетинаються і не перериваються.

Напрямок ліній індукції магнітного поля визначається за **правилом свердлика**: якщо поступальний напрям руху вістря свердлика співпадає з напрямом струму у провіднику, то обертовий напрям ручки свердлика покаже напрям ліній індукції магнітного поля (рис. 18.3).

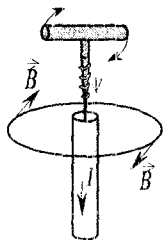


Рис. 18.3

Через кожну точку поля можна провести лінію індукції. Графічно значення магнітного поля зображається різною густиною силових ліній на одиницю площі. Якщо поле є однорідним, то й густина силових ліній буде скрізь однаковою.

Лінії індукції постійного магніту виходять з його північного полюсу і входять у південний.

Оскільки лінії індукції магнітного поля завжди неперервні, вони не мають ні початку ні кінця, тому **магнітне поле називають вихровим полем**, на відміну від **електростатичного поля**, яке є **потенціальним**.

Для ліній індукції магнітного поля є характерним **принцип суперпозиції**, тобто, дві і більше ліній від різних магнітних полів в одній точці накладаються. Тоді значення індукції магнітного поля графічно можна знайти, користуючись правилом додавання векторів.

18.2 Дія магнітного поля на провідник зі струмом. Сила Ампера

Ми вже згадували, що два провідники, розміщені на деякій віддалі один від одного, можуть притягуватися або відштовхуватися один від одного, усе залежить від взаємного

напрямку струмів, що в них протікає. Отже, *магнітне поле одного провідника діє на другий провідник зі струмом і навпаки*. Для спрощення розглянемо дію магнітного поля постійного магніту на провідник, по якому протікає електричний струм.

Ампер встановив, що сила $d\vec{F}$, з якою магнітне поле діє на елемент довжини $d\vec{l}$ провідника зі струмом, що знаходиться у магнітному полі, прямо пропорційна до сили струму I в провіднику і до векторного добутку елемента струму довжини $d\vec{l}$ на магнітну індукцію $\vec{B}$:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \cdot \vec{B}] \quad (18.4)$$

Отже, провідник зі струмом, що знаходиться в магнітному полі, може цим полем «втягуватися» або «виштовхуватися». **Напрямок** сили $d\vec{F}$ можна визначити за правилом векторного добутку (рис. 18.4) і за правилом лівої руки.

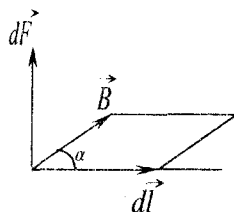


Рис. 18.4

За правилом векторного добутку: вектор $d\vec{F}$ напрямлений перпендикулярно до площини, утвореної векторами $d\vec{l}$ і $\vec{B}$ так, щоб з кінця вектора $d\vec{F}$ обертання від вектора $d\vec{l}$ до вектора $\vec{B}$ найкоротшим шляхом відбувалося проти годинникової стрілки.

За правилом лівої руки: якщо ліву руку розмістити так, щоб лінії індукції магнітного поля входили б у долоню, а чотири пальці співпадали б з напрямком руху сили струму у провіднику, то відігну-

тій у тій же площині великий палець на кут 90° покаже напрям сили Ампера.

Модуль сили Ампера розраховується за формулою:

$$dF = IBdl \sin \alpha \quad (18.5)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і $\vec{B}$;
 dl – довжина провідника, по якому протікає струм I ;
 B – значення індукції того магнітного поля, в якому знаходиться цей провідник.

Сила Ампера, яка діє на провідник скінченої довжини, визначається інтегруванням виразу (18.4) по всій довжині провідника:

$$d\vec{F} = \int I [\vec{B} \cdot d\vec{l}] \quad (18.6)$$

На відміну від кूलонівських сил взаємодії зарядів, які завжди є центральними силами, сила Ампера напрямлена перпендикулярно до ліній індукції магнітного поля (рис. 18.5).

Припустимо, що елемент провідника $d\vec{l}$ зі струмом I є перпендикулярним до напрямку магнітного поля ($\sin \alpha = 1$), тоді закон Ампера можна записати у вигляді:

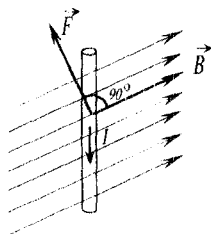


Рис. 18.5

$$B = \frac{dF_{\text{max}}}{I \cdot dl} \quad (18.7)$$

Як бачимо, магнітна індукція є **силовою характеристикою** магнітного поля. З цієї рівності маємо інше означення одиниці індукції магнітного поля: за одиницю індукції прийнято індукцію такого магнітно-

го поля, в якому на провідник довжиною l м зі струмом I А, що розміщений перпендикулярно до вектора $\vec{B}$ діє сила $I H$.

Розмірність одиниці індукції:

$$[B] = \frac{H}{A \cdot m} = \frac{H \cdot m}{A \cdot m^2} = \frac{\text{Дж}}{A \cdot m^2} = \frac{B \cdot c}{m^2} = \frac{Вб}{m^2} = 1 \text{ Тл}$$

Що стосується взаємодії двох провідників зі струмом, то А. Ампер встановив закон: сила дії першого елемента струму на другий прямо пропорційна добуткові елементів струмів, обернено пропорційна квадратів відстані між ними і залежить від взаємної орієнтації цих елементів (рис. 18.6).

Сила, що діє на перший провідник зі струмом з боку поля, утвореного другим провідником зі струмом, описується рівнянням:

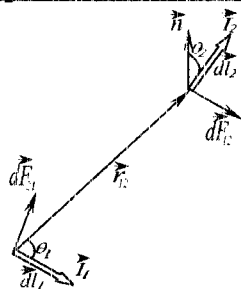


Рис. 18.6

$$d\vec{F}_{12} = k \frac{I_1 I_2}{r_{12}^3} [d\vec{l}_2 [d\vec{l}_1 \cdot \vec{r}_{12}]] \quad (18.8.a)$$

аналогічно записується сила дії другого елемента струму на перший:

$$d\vec{F}_{21} = k \frac{I_1 I_2}{r_{21}^3} [d\vec{l}_1 [d\vec{l}_2 \cdot \vec{r}_{21}]] \quad (18.8.b)$$

це загальний закон Ампера у векторній формі, який дає змогу обчислювати сили взаємодії замкнених лінійних

струмів скінченної довжини інтегруванням одного з цих виразів:

$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \iint_{l_1 l_2} \frac{d\vec{l}_2 [d\vec{l}_1 \cdot \vec{r}_{12}]}{r_{12}^3} \quad (18.8.6)$$

Або в скалярній формі:

$$dF_{12} = k \frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{r_{12}^2} \quad (18.8.2)$$

Радіус-вектор $\vec{r}_{12}$ вважають напрямленим від $d\vec{l}_1$ до $d\vec{l}_2$; θ_1 — кут між $d\vec{l}_1$ і $\vec{r}_{12}$; θ_2 — кут між $d\vec{l}_2$ і вектором $\vec{n}$, перпендикулярним до площини S , в якій лежать вектори $d\vec{l}_1$ і $\vec{r}_{12}$. Напрямок вектора $\vec{n}$ визначають векторним добутком $[d\vec{l}_1 \cdot \vec{r}_{12}]$. Коефіцієнт пропорційності в системі СІ $k = \frac{\mu_0}{4\pi}$.

Силу $d\vec{F}$ називають *пондеромоторною* (механічною силою немеханічного походження).

Для сил $\vec{F}_{12}$ та $\vec{F}_{21}$ взаємодії замкнених контурів зі струмами третій закон Ньютона справджується завжди:

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0 \quad (18.9)$$

Зрозумівши принцип взаємодії провідників зі струмом (елементів струму) повернемося до контура зі струмом і розглянемо його поведінку у магнітному полі з точки зору сили Ампера, в залежності від положення площини контуру відносно ліній індукції магнітного поля.

Площина плоского контуру, паралельна до ліній індукції однорідного магнітного поля.

Якщо протилежні сторони контуру розбити на пари елементів струму (рис. 18.7), то на них в однорідному магнітному полі з індукцією $\vec{B}$ діють сили Ампера відповідно:

$$d\vec{F}_1 = I [d\vec{l}_1 \cdot \vec{B}]$$

і

$$d\vec{F}_2 = I [d\vec{l}_2 \cdot \vec{B}],$$

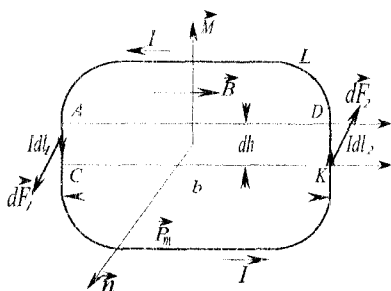


Рис. 18.7

а напрям цих сил є перпендикулярним до площини контуру і, разом з тим, ці сили є протилежно напрямленими. Ці сили утворюють обертовий момент пари сил:

$$dM = dF \cdot b = IBdh \cdot b = IBdS \quad (18.10)$$

де b – плече пари сил;

S – площа контура.

Всі елементарні обертові моменти мають однаковий напрям, тому результируючий **обертовий момент, що діє на контур зі струмом в однорідному магнітному полі:**

$$M = IB S \sin \alpha \quad (18.11)$$

Враховуючи рівність (18.1), одержимо рівність аналогічну рівності (18.2):

$$M = p_m \cdot B \sin \alpha \quad (18.12.a)$$

де α – кут між напрямком магнітного моменту і напрямком ліній індукції магнітного поля.

Векторно обертовий момент запишеться:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}] \quad (18.12.6)$$

З цих рівностей випливає, що при повороті площини контуру зі струмом відносно напрямку магнітного поля $\vec{B}$ значення обертового моменту буде змінюватися від *максимального*, якщо $\vec{p}_m \perp \vec{B}$, і до *нуля*, якщо $\vec{p}_m \uparrow \vec{B}$. Під дією обертового моменту контур повертатиметься так, щоб вектори $\vec{p}_m$, $\vec{B}$ стали паралельними і співнаправленими. Таке положення відповідає *стійкій рівновазі*.

Площина плоского контуру є перпендикулярною до однорідного магнітного поля.

Тобто у випадку коли вектори $\vec{p}_m \uparrow \vec{B}$. У цьому разі сила Ампера, що діє на кожний елемент контуру зі струмом лежить у площині контура (на рис. 18.8 точками позначено напрям $\vec{B}$ до нас) і залежно від напрямів ліній індукції магнітного поля та струму у провіднику, контур буде або стискатися, або розтягуватися (застосовувавши правило лівої руки до кожної зі сторін рамки), а обертовий момент все одно буде рівним нулю.

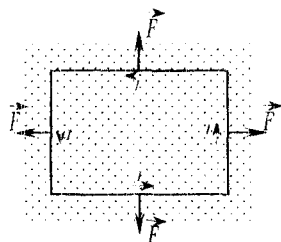


Рис. 18.8

Плоский контур зі струмом у неоднорідному магнітному полі.

У цьому випадку крім обертової дії та деформації на контур (рис. 18.9) діють інші сили, які зумовлюють перемі-

щення контуру в бік збільшення або зменшення індукції магнітного поля. Все залежить від напрямку ліній індукції магнітного поля і напрямку струму у контурі.

Як видно з рисунку, на довільний елемент струму діє сила, напрям якої не збігається з площиною плоского витка, а залежить від кута α між вектором магнітного моменту $\vec{p}_m$ та напрямом індукції $\vec{B}$ магнітного поля.

Розкладаючи елемент сили $d\vec{F}$ на дві складові: dF_s – в площині контуру та dF_n – паралельну до нормалі площини контуру, помітимо, що крім деформації контуру під дією сили dF_s , виникають ще сили dF_n , що спричиняють переміщення контуру в бік $\text{grad } \vec{B}$. Зміна напрямку струму

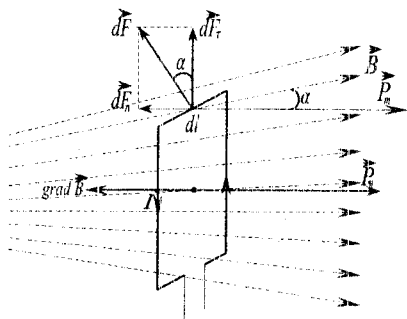


Рис. 18.9

зумовлює зміну дії сили, але такий стан контуру не є стійким. При незначному зміщенні контуру від положення рівноваги виникають моменти сил, що повертають його на кут 180° , і знову контур починає переміщуватися у напрямі $\text{grad } \vec{B}$. Отже, при довільному розміщенні плоского контуру зі струмом у неоднорідному магнітному полі виникають сили, які повертають та переміщують контур у напрямі градієнта індукції магнітного поля.

18.3 Рух заряджених частинок у магнітному полі. Сила Лоренца

Виникнення макроскопічної сили Ампера, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі, пояснюється тим, що під час проходження струму у провід-

днику, носії заряду рухаються спрямовано, а магнітне поле відхиляє їх в один бік. При цьому вони стикаються з кристалічною ґраткою металу і передають їй певний імпульс, якого набули під дією магнітного поля. Макроскопічним результатом елементарних процесів зіткнення окремих носіїв заряду з кристалічною ґраткою провідника є виникнення сили Ампера.

Магнітне поле діє на вільні електрони в металі і без електричного струму в провіднику, але, оскільки електрони в цьому випадку рухаються хаотично, то сумарний імпульс, який вони передають кристалічній ґратці провідника, рівний нулю, тому провідник залишається нерухомим.

Ітак, на елемент провідника у магнітному полі діє сила Ампера $dF = BIdl \sin \alpha$. Оскільки, елемент провідника містить dN вільних носіїв заряду, то сила, що припадає на один електрон буде рівна:

$$\bar{F} = \frac{dF_{\Lambda}}{dN} \quad (18.13)$$

Кількість носіїв заряду розпишемо через їх концентрацію та об'єм: $dN = n dV = n S dl$ де S – площа поперечного перерізу провідника. Тоді:

$$F = \frac{BIdl \sin \alpha}{nSdl} = \frac{BI}{nS} \sin \alpha = \frac{Bj \sin \alpha}{n} \quad (18.14)$$

Але, згідно електронної теорії $j = nev$, тоді рівність перепишеться:

$$F = Bev \sin \alpha \quad (18.15)$$

де α – кут між напрямом ліній індукції магнітного поля і напрямом швидкості зарядженої частки. Цю силу називають

силою Лоренца. Напрямок цієї сили визначають за правилом векторного добутку або **правилом лівої руки**: якщо долоню розмістити так, щоб в неї входили лінії індукції магнітного поля, а чотири пальці спрямувати за напрямком вектора швидкості руху позитивних зарядів, то відігнутий у цій же площині на 90° великий палець покаже напрям сили, що діє на позитивний заряд. На негативний заряд сила діє в протилежному напрямку. Отже, магнітне поле не діє на електричні заряди, що не рухаються.

Сила Лоренца завжди є перпендикулярною до швидкості руху зарядженої частинки, тому вона змінює лише напрям цієї швидкості, не змінюючи її модуля. Отже, **сила Лоренца роботи не виконує** і кінетична енергія частинки, при русі в магнітному полі не змінюється.

Якщо на заряджену частинку діє крім магнітного поля з індукцією B ще й електричне поле з напруженістю E то результуюча сила, яка прикладена до заряду дорівнює:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \cdot \vec{B}] \quad (18.16)$$

це формула Лоренца.

Якщо заряджена частинка рухається в магнітному полі так, що її напрям швидкості $\vec{v}$ і напрям ліній індукції магнітного $\vec{B}$ поля складають кут $\alpha=0^\circ$ або $\alpha=180^\circ$, то магнітне поле на частинку не діє, і вона рухається рівномірно і прямолінійно, тобто $F_z=0$.

Якщо кут між напрямком швидкості $\vec{v}$ і напрямком ліній індукції магнітного $\vec{B}$ поля складають кут $\alpha=90^\circ$, то сила Лоренца є постійною за модулем і напрямлена перпендикулярно до швидкості частинки. Частинка буде рухатись по колу, бо сила

Лоренца за II законом Ньютона буде створювати доцентрове прискорення:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} \quad (18.17)$$

Знаючи зв'язок між лінійними і кутовими величинами: $v = \omega R$ та $T = 2\pi/\omega$ одержимо вираз для циклічної частоти та періоду обертання частки у магнітному полі для даного випадку:

$$\omega = \frac{qB}{m}; \quad T = \frac{2\pi \cdot m}{qB} \quad (18.18)$$

Період обертання частинки в однорідному магнітному полі не залежить від її швидкості, на цьому базується дія циклотронів (прискорювачів заряджених часток).

Якщо швидкість зарядженої частинки напрямлена під довільним (рис. 18.10) кутом до вектора індукції магнітного поля, то рух частинки складається двох незалежних рухів: – рівномірного прямолінійного вздовж поля зі швидкістю

$$v_{||} = v \cos \alpha;$$

– рівномірного руху зі швидкістю $v_{\perp} = v \sin \alpha$ по колу, площина якого є перпендикулярною до ліній індукції поля.

В наслідок накладання цих двох рухів відбувається рух зарядженої частки по спіралі (гвинтова лінія), вісь якої є паралельною до ліній індукції магнітного поля. Крок цієї гвинтової лінії визначається:

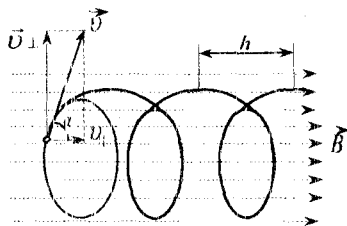


Рис. 18.10

$$h = v_{\perp} T = v T \cos \alpha = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB} \quad (18.19)$$

Напрямок закручування спіралі залежить від знаку зарядженої частинки.

18.4. Ефект Холла

Е. Холл (амер.) у 1880 р. під час експерименту, пропускаючи постійний електричний струм крізь золоту металеву пластинку, заміряв на ній різницю потенціалів на верхній та нижній гранях так, щоб точки заміру лежали в площині одного поперечного перерізу. Як виявилось, $\Delta\varphi = 0$. А коли ту ж пластинку зі струмом розміщували в однорідному магнітному полі, лінії індукції якого були перпендикулярними до бічних граней золотої пластинки, то в тих же точках заміру існувала різниця потенціалів. Ця різниця потенціалів була прямо пропорційною силі струму, індукції однорідного поля та обернено пропорційною до ширини b пластинки, тобто:

$$\Delta\varphi = R \frac{I \cdot B}{b} \quad (18.20)$$

Отже, ефект Холла полягає у виникненні в провіднику електричного поля, вектор напруженості якого є перпендикулярним до вектора індукції магнітного поля, в якому розміщено провідник, так і до вектора густини струму у провіднику.

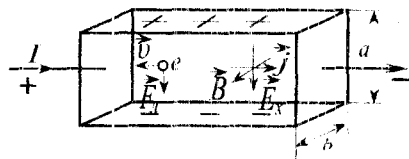


Рис. 18.11

Фізичну суть цього явища Е. Холл ще пояснити не міг, але явище було названо його іменем.

Спробуємо в цьому розібратись. Помістимо металеву пластинку зі струмом I та густиною струму $\vec{j}$ в магнітне поле з індукцією $\vec{B}$, лінії індукції якого є перпендикулярними до $\vec{j}$ (рис.18.11). При даному напрямку густини струму швидкість носіїв струму в металі (електронів) напрямлена справа наліво. На електрони діє сила Лоренца, напрям якої – зверху вниз і дорівнює: $F_x = qBv$. Тому на нижній грані пластинки буде зосереджуватися некомпенсований негативний заряд і вона заряджатиметься негативно, в той же час на верхній грані буде нестача негативних зарядів, отже вона заряджатиметься позитивно.

Внаслідок цього між цими двома гранями пластинки виникне додаткове поперечне електричне поле, напрям якого спрямований зверху вниз. В момент динамічної рівноваги, яка настає вже через 10^{-12} с після замикання кола, на електрони дія магнітного та холлівського полів рівноважується:

$$F_x = F_x \rightarrow qvB = qE_x \quad (18.20)$$

звідки напруженість холівського поля виражається рівністю:

$$E_x = vB \quad (18.21)$$

оскільки

$$j = nqv \rightarrow v = \frac{j}{qn} \quad (18.22)$$

тоді

$$E_x = \frac{Bj}{qn} \quad (18.23)$$

Величину $R_x = \frac{1}{nq}$ — називають *сталю Холла*. Тоді напруженість холлівського електричного поля:

$$E_x = R_x B j \quad (18.24)$$

Помноживши ліву і праву частину рівності на площу бічної грані пластинки: $ab=S$, одержимо: $abE_x = R_x B j S$ і врахувавши, що $aE_x = \Delta\phi_x$ і $jS = I$ одержимо: вираз *константи Холла* через холлівську різницю потенціалів, яку легко виміряти експериментально:

$$R_x = \frac{\Delta\phi_x b}{BI}, \quad (18.25)$$

де a і b — лінійні розміри пластинки.

Величини $I, B, \Delta\phi, b$ — легко визначити експериментально, тоді, за цими даними, врахувавши константу Холла можна:

— визначити концентрацію носіїв струму:

$$n_0 = \frac{1}{qR_x} \quad (18.26)$$

— зробити висновок про природу провідності напівпровідників, оскільки знак сталої Холла збігається зі знаком носіїв струму. При електронній провідності $R_x < 0$ а при дірковій $R_x > 0$, а якщо у напівпровіднику існують одночасно два типи провідності, то можна визначити який з них переважає:

— оцінити середню довжину вільного пробігу електронів:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{2m \langle v \rangle \sigma R_x}{e} \quad (18.27)$$

де σ – питома електропровідність провідника;

$\langle v \rangle$ – середня швидкість теплового руху електронів у провіднику.

18.5. Закон Біо-Саварра-Лапласа

Знаючи принцип взаємодії провідників по яких протікає електричний струм з точки зору закону Ампера, можемо рівність, що виражає силу дії магнітного поля на елемент провідника зі струмом, вміщений у це поле:

$$d\vec{F}_{12} = I_2 \left[\vec{B}_{12} d\vec{l}_2 \right] \quad (18.28)$$

та врахувавши рівність Ампера, що виражає силу взаємодії між двома провідниками:

$$d\vec{F}_{12} = k \frac{I_1 I_2}{r_{12}^3} \left[d\vec{l}_2 \left[d\vec{l}_1 \cdot \vec{r}_{12} \right] \right] \quad (18.29)$$

де $k = \frac{\mu_0}{4\pi}$ – коефіцієнт пропорційності;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ – магнітна стала,

переписати для визначення індукції магнітного поля (прирівнявши праві частини рівнянь, оскільки ліві є однаково рівними):

$$d\vec{B}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{[I d\vec{l}_1 \cdot \vec{r}_{12}]}{r_{12}^3} \quad (18.30)$$

У скалярній формі рівність (18.30) буде мати вигляд:

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2} \quad (18.31)$$

ця рівність **виражає закон Біо-Саварра-Лапласа** – один з основних експериментальних законів електромагнітних явищ, який лежить в основі класичної електродинаміки.

Напрямок вектора $d\vec{B}$ перпендикулярний до $d\vec{l}$ і $\vec{r}$, тобто є перпендикулярним до площини, в якій вони лежать, і збігається з дотичною до ліній магнітної індукції, а визначається за правилом векторного добутку або правилом свердлика.

Цей закон дає змогу розрахувати індукцію магнітних полів струмів. За принципом суперпозиції у провідниках скінченної довжини, по яких проходить струм, результуючу індукцію в довільній точці магнітного поля визначають як векторну суму елементарних значень індукції, створюваних окремими елементами провідника:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \Delta \vec{B}_i \quad (18.32.a)$$

Принцип суперпозиції для магнітного поля полягає в тому, що: індукція магнітного поля в даній точці, створеного декількома струмами або рухомими зарядами, дорівнює векторній сумі магнітних полів, що створені кожним струмом або рухомих зарядом окремо.

Якщо ж напрями складових значень індукції $\Delta \vec{B}$, збігаються, то векторну суму можна замінити алгебраїчною, або інтегральною:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{|I d\vec{l} \cdot \vec{r}|}{r^3} \quad (18.32.б)$$

18.6. Закон повного струму (циркуляція вектора напруженості магнітного поля)

З електростатики пам'ятаємо, що робота по переміщенні одиничного точкового заряду по замкнутому контуру (тобто циркуляція вектора напруженості по замкнутому контуру) не залежить від форми шляху і дорівнює нулю. В інтегральній формі це має вигляд:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0 \quad (18.33)$$

в диференціальній :

$$\text{rot } \vec{E} = 0 \quad (18.33.а)$$

Такі поля ми називали *потенціальними*. Це доводило *незамкненість силових ліній електростатичного поля*, а, отже, незалежне існування окремо позитивних і негативних електричних зарядів.

Що стосується магнітного поля, то магнітних часток, які володіли б тільки північним або тільки південним полюсом, у природі не виявлено. Магнітні поля створюються рухомими електричними зарядами або струмами.

Спостереження довели, що лінії індукції магнітного поля навколо провідника зі струмом представляють собою концентричні кола з центрами на осі провідника. Обчислення циркуляції вектора індукції магнітного поля крізь довільний замкнутий контур, який охоплює провідник зі струмом, зводиться по суті до обчислення роботи сили Ампера, яка діє на одиничний пробний елемент провідника зі струмом ($I dl = 1$) при перенесенні його по замкнутому контуру в магнітному полі. Було одержано рівність:

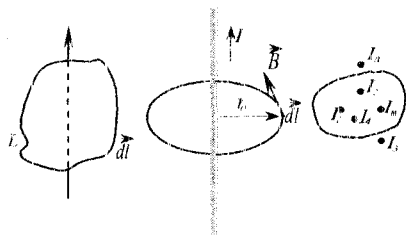


Рис. 18.12

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I \quad (18.34)$$

яка є справедливою для контуру довільної форми, що охоплює провідник зі струмом (рис.18.12).

Якщо замкнений контур L не охоплює провідник зі струмом, то

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = 0 \quad (18.34.a)$$

Якщо маємо велику кількість провідників зі струмом і лише частина з них охоплюється контуром, то циркуляція вектора $\vec{B}$ визначається алгебраїчною сумою тільки тих сил струмів, які проходять по провідниках, що охоплюються контуром.

Закон, що виражається рівністю (18.34) називають *законом повного струму, або теоремою про циркуляцію вектора індукції магнітного поля*.

Закон повного струму справедливий для довільних струмів і для вакууму формулюється так: *циркуляція*

вектора індукції магнітного поля постійних струмів по довільному замкненому контуру дорівнює алгебраїчній сумі сил струмів, які охоплюються цим контуром, помноженій на магнітну сталу.

Отже, робота, при перенесенні пробного одиничного елемента струму в магнітному полі в загальному випадку не дорівнює нулю. Такі поля називають *вихровими*.

Оскільки

$$I = \int_S j_n dS = \int_S \vec{j} \vec{dS} \quad (18.35)$$

то рівність (18.34) можна переписати:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j} d\vec{S} \quad (18.36)$$

Ця рівність є *інтегральною* формою запису одного з основних рівнянь класичної магнітостатики (рівнянь Максвелла).

У *диференціальній* формі закон повного струму (або основне диференціальне рівняння стаціонарного магнітного поля) має вигляд:

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (18.37)$$

Потоком вектора магнітної індукції (магнітним потоком) через площину dS називається скалярна величина, яка дорівнює:

$$d\Phi_B = B_n dS = (\vec{B}, d\vec{S}) \quad (18.38)$$

де $B_n = B \cos \alpha$ — проекція вектора $\vec{B}$ на напрямок нормалі на площину dS ;



α — кут між векторами $\vec{n}$ і $\vec{B}$ (рис. 18.13)
Рис. 18.13

Потік вектора магнітної індукції Φ_B через довільну поверхню S дорівнює:

$$\Phi_B = \int_S B_n dS = \int_S (\vec{B}, d\vec{S}) \quad (18.39)$$

Для однорідного поля і плоскої поверхні, розміщеної перпендикулярно до вектора $\vec{B}$ потік є рівним:

$$\Phi_B = BS \quad (18.40)$$

З цього рівняння слідує, що за одиницю магнітного потоку приймають магнітний потік, який пронизує одиничну плоску поверхню, розміщену перпендикулярно до однорідного магнітного поля, індукція якого дорівнює одиниці. Одиницею магнітного потоку є вебер (Вб).

$$[\Phi] = Tл \cdot м^2 = \frac{В \cdot с}{м^2} \cdot м^2 = В \cdot с = Вб$$

Потік вектора $\vec{B}$ крізь соленоїд розраховується з врахуванням виразу для індукції магнітного поля в середині соленоїда:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} \quad (18.41)$$

тоді повний магнітний потік крізь соленоїд, що складається з N витків:

$$\Phi = NBS = \mu_0 \frac{N^2 I}{l} S \quad (18.42)$$

Для однорідного магнітного поля є справедливою рівність, яка доводиться в курсі електродинаміки, але виходить за межі нашого курсу:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0 \quad (18.43)$$

Ця рівність виражає *теорему Остроградського-Гаусса для магнітного поля: магнітний потік крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює нулю.*

Оскільки, у векторному аналізі є справедливим запис:

$$\oint_S B_n dS = \int_V \operatorname{div} \vec{B} dV \quad (18.44)$$

то з рівності (18.43) випливає:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (18.45)$$

Рівності (18.43) та (18.45) є відповідно інтегральною і диференціальною формами другого основного рівняння макроскопічної електродинаміки стаціонарних магнітних полів. Вони відображають той факт, що в природі немає джерел магнітного поля у вигляді магнітних «зарядів», подібних до електричних, які б несли на собі тільки північний або тільки південний полюс, отже силові лінії магнітного поля постійних струмів є замкненими.

§19. Магнітне поле в речовині

19.1. Магнітні моменти атомів та електронів

У попередньому параграфі розглядалась дія магнітних полів на провідники зі струмом і на рухомі електричні заряди. Але не розглядалися процеси, які відбуваються в самій речовині під дією магнітного поля. Вплив середовища на магнітну взаємодію провідників зі струмом чи рухомих електричних зарядів враховувався у формулах лише за рахунок магнітної проникливості середовища μ .

Щоб зрозуміти чому різні середовища володіють різними магнітними властивостями і по-різному впливають на індукцію магнітного поля, слід розглянути і зрозуміти суть процесів, які відбуваються в тих чи інших речовинах (середовищах) під дією зовнішнього магнітного поля, тобто розглянути вплив магнітного поля на атоми та молекули.

Як відомо, єдиними джерелами магнітного поля у вакуумі є рухомі вільні електричні заряди або струми у провідниках, так звані «макроструми».

У речовинах електрони в атомах рухаються по деяких замкнутих колових орбітах, а це є еквівалентним до замкнутого контуру зі струмом, тобто, це можна розглядати як існування електронних «мікрострумів» в атомах і молекулах, (в чому й полягає гіпотеза Ампера про природу магнетизму).

Під час руху електрона по орбіті (рис.19.1), радіусу r , зі швидкістю v , він володіє **орбітальним магнітним моментом** P_m (згідно визначення магнітного моменту рамки зі струмом):

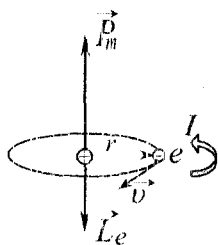


Рис. 19.1

$$\vec{p}_m = IS\vec{n} \quad (19.1.a)$$

де $S=\pi r^2$ – площа орбіти електрона;
а сила струму визначається як добуток заряду частки на частоту обертання по орбіті:

$$I = ev = \frac{ev}{2\pi r} \quad (19.2)$$

тоді магнітний момент буде рівним:

$$p_m = \frac{ev}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{evr}{2} \quad (19.1.b)$$

Окрім того, кожний електрон, що рівномірно рухається по орбіті характеризується **орбітальним механічним моментом імпульсу** L_e , який чисельно дорівнює:

$$L_e = mvr \quad (19.3)$$

а відношення магнітного та механічного моментів є рівним:

$$\frac{p_m}{L_e} = \frac{e}{2m} \quad (19.4)$$

причому, їх напрямки є взаємно протилежними:

$$\vec{p}_m = -\frac{e}{2m}\vec{L}_e = -g\vec{L}_e \quad (19.5)$$

де величина

$$g = \frac{e}{2m}$$

називається «гіромагнітним відношенням орбітальних моментів».

Електрон також володіє **власним механічним моментом імпульсу**, який називають **спіном електрона**. Це така ж невід'ємна характеристика електрона як його заряд e і маса m .

Механічному моменту імпульсу $\vec{L}_{es}$ (спіну) електрона відповідає власний (спіновий) магнітний момент $\vec{p}_{ms}$ який описується рівнянням:

$$\vec{p}_{ms} = -g_s \vec{L}_{es} = -\frac{e}{m} \vec{L}_{es} \quad (19.6)$$

де g_s – гіромагнітне відношення спінових моментів, яке у два рази є більшим за гіромагнітне відношення орбітальних моментів.

Абсолютна величина спіну електрона рівна:

$$L_{es} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{h}{2\pi} \quad (19.7)$$

де h – стала Планка.

Співвідношення для абсолютної величини спінового магнітного моменту електрона:

$$p_{ms} = g_s L_{es} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{e}{m} = \sqrt{3} \mu_B \quad (19.8)$$

де μ_B — називають магнетоном Бора.

В магнітному полі спін може орієнтуватися тільки двома способами: його проекція на напрямок вектора $\vec{B}$ може бути або « $-\mu_B$ » у цьому випадку спін є паралельним вектору $\vec{B}$, або « $+\mu_B$ » — тоді спін антипаралельний до вектора $\vec{B}$. Наявність спіну пояснює факт розподілу електронів по енергетичних рівнях.

Наявність спінових моментів притаманна і ядрам атомів, але вони на декілька порядків є меншими (через порівняно велику масу) від магнітних моментів електронів, тому ними нехтують під час розгляду магнітних властивостей речовини. Отже, магнітний момент електрона визначається орбітальним і спіновим магнітними моментами:

$$\vec{P}_{\text{на}} = \sum_{i=1}^Z \vec{P}_{\text{oi}} + \sum_{i=1}^Z \vec{P}_{\text{spi}} \quad (19.9)$$

де Z порядковий номер хімічного елемента.

В залежності від структури атомів чи молекул, орбітальні і спінові моменти їхніх електронів можуть бути орієнтовані так, що їхній сумарний магнітний момент буде рівним нулю, а для інших речовин суперпозиція дасть цілком визначене значення.

При відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти орієнтовані хаотично і тоді сумарний магнітний момент речовини є рівним нулю, тобто, результуюча індукція магнітного поля, яке створене мікрострумами дорівнює нулю.

Під час внесення речовини у зовнішнє магнітне поле, магнітні моменти орієнтуються в певному напрямку, а отже, виникає *внутрішнє магнітне поле* і речовина намагнічується. Такі речовини називають магнетиками. Магнетики поділяють на три основні класи: діамаг-

нетики, парамагнетики і феромагнетики. Більшість речовин у зовнішньому магнітному полі намагнічується слабо (діа- і парамагнетики), і після припинення дії зовнішнього магнітного поля намагніченість зникає. Сильні магнітні властивості притаманні тільки феромагнетикам (залізо, нікель, кобальт та їх сплави) у яких намагніченість залишається на довгий час.

19.2. Вектор намагнічення речовини (намагніченість)

Для кількісного опису намагнічування магнетиків вводять векторну величину – намагніченість $\vec{J}$, яка чисельно дорівнює магнітному моменту одиниці об'єму магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{V} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{mai} \quad (19.10)$$

де N – кількість атомів чи молекул, що знаходяться в об'ємі V ;

p_{mai} – магнітний момент i -го атома (молекули).

Розмірність намагніченості встановлюється з формули (19.10):

$$|\vec{J}| = \frac{A \cdot m^2}{m^3} = \frac{A}{m}.$$

В електростатиці аналогом вектора намагніченості є вектор поляризації $\vec{P}$.

Характеристикою магнітного поля в речовині є вектор напруженості $\vec{H}$, аналогом в електростатиці є вектор електричного зміщення $\vec{D}$.

Намагніченість зв'язана з напруженістю співвідношенням:

$$\vec{J} = \chi \vec{H} \quad (19.11)$$

де χ – безрозмірний коефіцієнт, який характеризує здатність речовини намагнічуватися у зовнішньому магнітному полі, його називають **магнітною сприйнятливістю речовини**.

Для діамagnetиків $\chi < 0$, тобто напрям вектора намагніченості і напруженості в даній речовині є протилежними, отже, зовнішнє поле послаблюється. Для парамагнетиків $\chi > 0$, тобто, напрям вектора намагніченості і напруженості збігаються, отже, зовнішнє поле посилюється.

Фізичний зміст χ : це фізична величина, яка чисельно дорівнює намагніченості при напруженості зовнішнього поля, що дорівнює 1 А/м.

Магнітне поле в магнетиках складається із зовнішнього поля і магнітного поля намагніченого магнетика:

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} \quad (19.12)$$

де $\mu' = \mu_0 (1 + \chi)$ – називають абсолютною магнітною проникністю магнетика.

Відношення $\frac{\mu'}{\mu_0} = 1 + \chi = \mu$ – називають відносною

магнітною проникністю середовища. **Це макроскопічний параметр, який характеризує магнітні властивості різних магнетиків і показує у скільки разів поле макрострумів посилюється або послаблюється полем мікрострумів.**

19.3. Типи магнетиків

Усі речовини, які розташовані у зовнішньому магнітному полі, набувають магнітних властивостей, тобто намагнічуються і тому певним чином змінюють зовнішнє поле.

Діамагнетики це такі речовини *магнітні моменти* атомів чи молекул яких дорівнюють нулю при відсутності зовнішнього магнітного поля, тобто, в атомах і молекулах діамагнітних речовин векторна сума орбітальних магнітних моментів усіх електронів дорівнює нулю. До них належать інертні гази *He, Ne, Kr, Ar, Xe* а також такі речовини як *H₂O, C, Cu, Zn, Ag, Sb, Hg, Pb, Bi*, багато органічних і неорганічних сполук.

При внесенні діамагнетиків у зовнішнє магнітне поле у кожному атомі індукується магнітний момент, напрям якого є протилежним до вектора індукції зовнішнього магнітного поля, тобто, діамагнетики послаблюють зовнішнє поле. Магнітна сприйнятливість χ діамагнетиків є від'ємною і становить $\sim 10^{-5} - 10^{-6}$, а магнітна проникність $\mu < 0$. В неоднорідному магнітному полі діамагнетики виштовхуються в область слабшого поля. Гази, що входять до складу продуктів згорання, також володіють діамагнітними властивостями, тому в неоднорідному магнітному полі (між полюсами постійного магніту) полум'я свічки відхиляється в бік послаблення поля (за межі полюсів).

Парамагнетики характеризуються тим, що, векторна *сума орбітальних магнітних моментів* усіх електронів атома або молекули *не дорівнює нулю*, тобто, в цілому атом володіє деяким магнітним моментом $\vec{p}_m$. До них належать речовини, атоми яких мають незабудовану до кінця зовнішню електронну підоболонку: *Mg, Al, Ca, Cr, Mn, Pt*, літій, уран, кисень атомарний і молекулярний, солі заліза, кобальту, нікелю, рідкісноземельних елементів та ін.

При внесенні парамагнетиків у зовнішнє магнітне поле, магнітні моменти окремих частинок набувають переважаної орієнтації в напрямі індукції зовнішнього поля і парамагнетик намагнічується. Напрямок індукції поля намагнічення магнетика збігається з індукцією зовнішнього поля і підсилює його. Магнітна сприйнятливість додатна але маленька $\sim 10^{-3} - 10^{-4}$, а магнітна проникність $\mu > 0$. Після припинення дії зовнішнього магнітного поля впорядкована орієнтація магнітних моментів частинок через їх тепловий рух порушується і намагніченість зникає.

Для парамагнетиків існує *закон Кюрі*, який твердить: *магнітна сприйнятливість парамагнетиків є обернено пропорційною до його термодинамічної температури:*

$$\chi \sim \frac{1}{T} \quad (19.13)$$

Речовини, які за певних умов володіють *спонтанною* намагніченістю, а магнітна сприйнятливість залежить від напруженості зовнішнього магнітного поля та передісторії речовини, називають **феромагнетиками**.

Магнітна сприйнятливість феромагнетиків $\chi \gg 0$ і може досягати значень $\sim 10^2 - 10^5$. Зовнішнє магнітне поле всередині феромагнетиків підсилюється в сотні і тисячі разів.

При відсутності зовнішнього магнітного поля для феромагнетиків є характерною доменна структура. **Домен** — це області спонтанного намагнічення. Ці області намагнічені до насичення. Розміри цих областей становлять від тисячних до десятих долей міліметра. Якщо зовнішнє магнітне поле відсутнє, то магнітні моменти різних доменів орієнтовані в просторі хаотично, так, що результируючий магнітний момент всього тіла дорівнює нулю. Тому феромагнетик в цілому є не намагніченим.

19.4. Крива намагнічення, петля гістерезису

Процес намагнічення феромагнетика у зовнішньому полі спричиняється переорієнтацією векторів намагнічення доменів у напрямку прикладеного поля

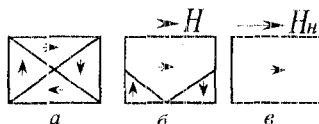


Рис. 19.2

(рис. 19.2), домени починають збільшуватися в об'ємі за рахунок сусідніх домен, що мали інші орієнтації намагніченості. При досить сильному полі, коли його напруженість рівна H_n всі домени орієнтуються в напрямку поля, тобто їхні вектори магнітних моментів встановлюються паралельно зовнішньому магнітному полю і феромагнетик намагнічується до насичення. У випадку внесення не намагніченого феромагнетика у наростаюче зовнішнє магнітне поле, його вектор намагнічення змінюється нелінійно, а, починаючи з деякого числового значення (рис. 19.3), вектор намагніченості залишається постійним і дорівнює J_n . Це явище Столетов назвав **магнітним насиченням**.

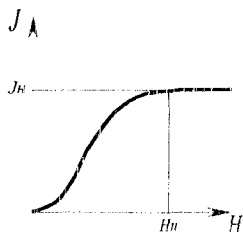


Рис. 19.3

Залежність індукції від напруженості (рис. 19.4) має також нелінійний характер.

Тому, для феромагнетиків магнітна проникність μ і магнітна сприйнятливість χ не є сталими величинами а залежать від напруженості H .

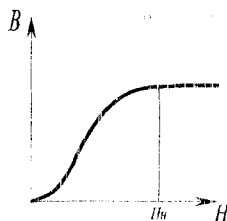


Рис. 19.4

Відносна магнітна проникність феромагнетиків спочатку швидко зростає зі збільшенням H , досягає максимуму і починає спадати, прямуючи до одиниці при сильних намагнічуючих полях (рис. 19.5). Це пов'язано з тим, що зв'язок індукції і напруженості магнітного поля має вигляд:

$$B = \mu \mu_0 H \quad (19.14)$$

звідки відносна магнітна проникність середовища дорівнює:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{\mu_0 H + J}{\mu_0 H} = 1 + \frac{J}{\mu_0 H} \quad (19.15)$$

а при $J = J_s = \text{const}$ зі зростанням напруженості (рис. 19.5) H відношення

$$\frac{J}{H} \rightarrow 0,$$

тоді магнітна проникність в рівнянні (19.15):

$$\mu \rightarrow 1$$

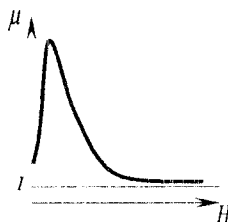


Рис. 19.5

Криві намагнічення ферромагнетиків залежать не тільки від фізичних властивостей матеріалів і зовнішніх умов, а й від послідовності проходження різних магнітних станів, тобто від передісторії зразка. Така залежність називається **магнітним гістерезисом**.

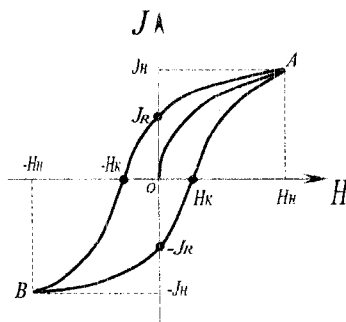


Рис. 19.6

Розглянемо (рис. 19.6) криву намагнічення ферромагнетика, який ще ненамагнічувався. Ця крива називається «петля гістерезису». При внесенні ферромагнетика у зовнішнє магнітне поле, спостерігається зростання намагніченості зі збільшенням напруженості поля. Так відбувається до того моменту, поки намагніченість досягає точки насичення A ,

якій відповідає значення $J_{\text{н}}$ і $H_{\text{н}}$. Зі зменшенням напруженості поля, намагніченість спадає і при напруженості рівній нулю, намагніченість є відмінною від нуля. Точка J_R характеризує *залишкову намагніченість*. У цьому випадку феромагнетик є постійним магнітом. Щоб ліквідувати залишкову намагніченість (розмагнітити феромагнетик) треба змінити напрям зовнішнього поля на протилежний. Напруженість, яка відповідає точці H_K і зумовлює повне розмагнічення феромагнетика називають затримуючою або *коерцитивною напруженістю* (коерцитивною силою). При подальшому збільшенні магнітного поля, протилежного до початкового, намагнічення зростає знову досягає насичення (точка B), якій відповідає значення « $-J_{\text{н}}$ » і « $-H_{\text{н}}$ ». Повертаючись до точки H_K одержимо замкнуту криву — петлю гістерезиса (гістерезис — неспівпадання, запізнення).

Форма петлі гістерезису, залишкова намагніченість і коерцитивна напруженість — *основні характеристики феромагнітних матеріалів*, які є різними для різних феромагнетиків. За цими характеристиками феромагнетики поділяють на магнітнотверді — з великою магнітною проникністю і малою коерцитивною напруженістю (вузька петля), та магнітнотверді — з великою магнітною проникністю і великою коерцитивною напруженістю (широка петля). Магнітнотверді феромагнетики використовують у радіо- і електротехніці (осердя трансформаторів, електромагнітів та ін.); магнітнотверді — для виготовлення постійних магнітів.

Площа, обмежена петлею, чисельно дорівнює роботі, яку необхідно затратити для повного перенамагнічення феромагнетика (або кількості теплоти, що виділяється під час повного циклу перенамагнічення феромагнетика).

Французький фізик П'єр Кюрі встановив, що при певній температурі доменна структура феромагнетика може

руйнуватися і він перетворюється у звичайний парамагнетик. Процес переходу речовини з феромагнітного у парамагнітний стан, і навпаки, не супроводжується виділенням або поглинанням теплоти. Такий процес називають **фазовим переходом другого роду**. А температуру фазового переходу називають **точкою Кюрі**.

Магнітні властивості феромагнетиків визначаються спіновими магнітними моментами електронів.

Феромагнітними властивостями можуть володіти лише кристалічні речовини, в атомах яких недобудовані внутрішні електронні оболонки з некомпенсованими спінами. У цих кристалах виникають сили, які примушують спінові магнітні моменти електронів орієнтуватися паралельно один до одного, що і призводить до виникнення областей спонтанного намагнічення (доменів). Ці сили називаються **обмінними силами**, мають квантову природу, яка зумовлена хвильовими властивостями електронів.

Окрім явища феромагнетизму, існує **антиферомагнетизм**. Це стан речовини, який характерний тим, що спінові магнітні моменти сусідніх частинок речовини зорієнтовані назустріч один одному, тому намагніченість в межах мікроскопічних областей і речовини в цілому взаємно компенсується. Макроскопічно речовина є ненамагніченою. Це явище має квантову природу.

Антиферомагнетизм у поєднанні з напівпровідниковими властивостями виділяє особливу групу речовин, які називають «**феритами**». Їх широко застосовують в сучасних технологіях (магнітні схеми, магнітні комірки пам'яті, мікročіпи та ін.).

§ 20 Електромагнітна індукція. Теорія Максвела

20.1. Досліди Фарадея. Явище електромагнітної індукції. ЕРС індукції

Вивчаючи динаміку електромагнітних явищ, ми зустрічаємось з якісно новими властивостями полів. Оскільки Х. Ерстед встановив існування магнітного поля навколо провідника зі струмом, а, згодом А. Ампер встановив, що на провідник зі струмом у магнітному полі діє пондеромоторна сила (механічна сила немеханічного походження), то природним виникло запитання про можливість породження електричного струму за допомогою магнітного поля.

Такими дослідженнями займався англійський науковець М. Фарадей. Він спостерігав, що, якщо в одному з двох близько розташованих провідників змінювати електричний струм, то в сусідньому виникає свій електричний струм; якщо біля замкненого провідника переміщати постійний магніт, то в провіднику теж виникає електричний струм. Отже у провідниках виникає струм при змінному магнітному полі. Таким чином був встановлений фундаментальний закон електромагнітної індукції, суть якого в наступному: **у замкнутому провіднику виникає електричний струм, якщо існує зміна магнітного потоку, що пронизує площу, охоплену цим провідником.**

Явище виникнення у провіднику електрорушійної сили при зміні магнітного поля, що пронизує площу контура провідника, називається **електромагнітною індукцією.**

Якщо провідник є замкнутим, то в ньому виникає електричний струм. Отже, **струм, що виникає у провідни-**

ку під дією змінного магнітного поля, називається **індукційним**.

Яка ж причина виникнення індукційного струму? На це запитання спробуємо відповісти, зрозумівши сам механізм процесу.

Розглянемо процес переміщення (рис.20.1) замкнутого провідника у полі постійного магніту: у провіднику є позитивні іони кристалічної ґратки і вільні електрони. Під час руху провідника у магнітному полі з деякою швидкістю, разом з ним переміщуються заряди. На рухомі заряди у магнітному полі діє сила Лоренца:

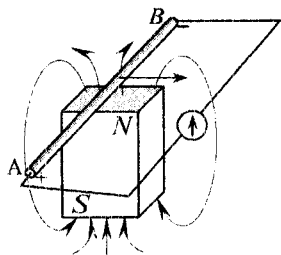


Рис. 20.1

$$\vec{F}_L = e \cdot [\vec{v} \cdot \vec{B}] \quad (20.1)$$

Оскільки, позитивні заряди зв'язані з кристалічною ґраткою, і тому самі по собі переміщатися не можуть, то електричні заряди, які є вільними, при даному напрямку руху провідника, будуть зміщуватися до одного з кінців провідника. При цьому на одному кінці провідника утворюватиметься надлишок негативних зарядів, а на другому – надлишок позитивних зарядів. Всередині провідника виникає електричне поле, напруженість якого вираховується з умови динамічної рівноваги сил:

$$e\vec{E} = -\vec{F}_L = -e[\vec{v} \cdot \vec{B}] \Rightarrow \vec{E} = [\vec{v} \cdot \vec{B}] \quad (20.2)$$

де e – заряд частинки;

$\vec{E}$ – вектор напруженості електричного поля;

$\vec{v}$ – вектор швидкості зарядженої частинки;

$\vec{B}$ – вектор індукції магнітного поля.

Таким чином, на кінцях провідника виникає різниця потенціалів, що й призводить до появи електричного струму у провіднику. В даному випадку *сила Лоренца відіграє роль сторонніх сил*.

Якщо провідник залишається нерухомим, а рухається постійний магніт, або магнітне поле змінюється, то механізм виникнення струму у провіднику буде іншим.

В цьому випадку виникнення *індукційного (наведеного) струму у замкненому контурі пов'язане зі зміною магнітного потоку що пронизує контур провідника*, тобто, струм виникає під час руху провідного контуру в полі постійного магніту, під час руху магніту відносно замкненого провідного контуру та під час зміни струму в котушці.

Отже, з а к о н Фарадея пов'язує між собою електричне і магнітне поля: *у тих областях, де змінюється магнітне поле, виникає електричне поле*. Саме це електричне поле спричинює спрямований рух електронів у провідному контурі, тобто зумовлює виникнення електро-рушійної сили при всякій зміні магнітного потоку.

Фарадей встановив, що напря́м індукційного струму в провіднику залежить від умов його виникнення. Зокрема, якщо індукційний струм у котушці виникає внаслідок переміщення магніту вздовж вісі котушки, то сили взаємодії між магнітом та індукційним струмом виштовхують магніт з котушки. Коли ж магніт віддаляється від котушки, то відбувається їх притягання одне до одного і це при умові, що напрям полюсів магніту в обох випадках не змінюється в просторі. Гальванометр, до якого буде підключена котушка, в обох випадках зафіксує появу в котушці електричного струму, але напрям струму в кожному з випадків буде протилежним. У цьому випадку напрямок індукційного струму в замкненому провіднику можна визначити за правилом Е. Ленца: індукційний струм завжди має такий

напря́м, при якому його власне магнітне поле, що виникає навколо нього, протидіє зміні магнітного потоку, яка породила цей струм.

Якщо індукційний струм виникає у прямолінійному провіднику, що рухається в зовнішньому магнітному полі перпендикулярно до ліній індукції магнітного поля, то напря́м цього струму можна визначити за правилом правої руки: якщо праву долоню розмістити так, щоб лінії індукції зовнішнього магнітного поля входили в долоню, а відігнутий під прямим кутом великий палець співпадав би з напрямком руху провідника, то чотири випрямлені пальці вкажуть напрям індукційного струму в провіднику.

Індукційний струм I у замкнутому провіднику з опором R виникає під дією ε – електрорушійної сили, яку можна виразити за законом Ома:

$$\varepsilon_i = I_i \cdot R \quad (20.3)$$

Оскільки, та сама ЕРС у провідниках з різним опором створює різний струм, то для **кількісної** характеристики явища електромагнітної індукції зручніше користуватися величиною електрорушійної сили ε , а не силою індукційного струму I_i .

Дослідження індукційного струму в контурах різної форми і розмірів показали, що ЕРС електромагнітної індукції ε в контурі пропорційна до швидкості зміни магнітного потоку Φ через поверхню, обмежену цим контуром:

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (20.4)$$

Ця рівність виражає **закон електромагнітної індукції Фарадея**: електрорушійна сила електромагнітної індукції в замкнутому контурі чисельно дорівнює і протилежна за знаком швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену контуром. Отже, знак «-» в правій стороні рівності визначає напрям індукційного струму відповідно до правила Ленца.

Якщо ЕРС індукції виникає при зміні магнітного потоку, що пронизує котушку з N -ю кількістю витків, то її величина, відповідно буде більшою в таку ж кількість разів:

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (20.5)$$

На основі закону електромагнітної індукції можна визначити фізичний зміст одиниці магнітного потоку. *1 Вб (вебер) це такий магнітний потік, при зменшенні якого до нуля протягом однієї секунди, в колі, яке він пронизував, виникає ЕРС індукції в 1 В.*

20.2 Явище самоіндукції. Індуктивність

Як ми вже знаємо, навколо провідника зі струмом завжди виникає магнітне поле, яке створює потік Φ крізь власний контур провідника. Під час зміни струму в провіднику змінюється потік магнітної індукції, який в свою чергу породжує виникнення індукційного струму. *Явище виникнення індукційного струму в провіднику внаслідок зміни магнітного потоку, зумовленої зміною струму в цьому ж провіднику, називають **самоіндукцією**.* За правилом Ленца струм самоіндукції напрямлений так, що протидіє змінам сили струму, який викликає самоіндукцію,

тобто, якщо струм в провіднику наростає, то струм самоіндукції напрямлений в протилежну сторону і протидіє цьому наростанню, а якщо струм спадає, то струм самоіндукції збігається за напрямком з основним струмом, отже протидіє його спаданню. *Самоіндукція протидіє змінам струму в провідниках.*

Потік магнітної індукції Φ крізь певну фіксовану поверхню пропорційний силі струму:

$$\Phi = LI \quad (20.6.)$$

де L – коефіцієнт пропорційності, який не залежить від сили струму і індукції магнітного поля, а є характеристикою провідного контуру, і залежить від форми, розмірів контуру та магнітних властивостей навколишнього середовища:

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S \quad (20.7)$$

Ця величина називається *індуктивністю*.

Закон електромагнітної індукції Фарадея для явища самоіндукції з врахуванням рівності (20.6) має вигляд:

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt} \quad (20.8)$$

З цієї рівності одержуємо фізичний зміст одиниці індуктивності – 1 Гн (генрі): *це фізична величина, яка при зміні за 1 с струму на 1 А викликає ЕРС самоіндукції в 1 В .* Знак « $-$ » вказує на сповільнення зміни струму в контурі. *Отже індуктивність контуру є мірою його інертності відносно зміни сили струму.*

Явище самоіндукції спостерігається під час вмикання або розмикання джерела струму в електричному колі, такі струми самоіндукції називають екстраструмом вмикання та екстраструмом розмикання.

Закон зміни сили струму в колі, індуктивність якого L а опір R має вигляд:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad (20.9.)$$

Для випадку вмикання джерела ЕРС початковий струм $I_0=0$, отже **екстраструм замикання** запишеться:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad (20.9.a)$$

струм в колі зростає від нуля до значення $\frac{\mathcal{E}}{R}$ (рис.20.2).

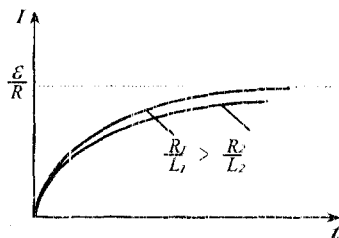


Рис. 20.2

Для випадку розмикання джерела ЕРС $\mathcal{E}=0$, і **екстраструм розмикання** змінюється за законом:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (20.9.b)$$

струм у колі поступово зменшується до нуля за експоненціальним законом (рис.21.3.). При великих значеннях індуктивності L екстрастру-

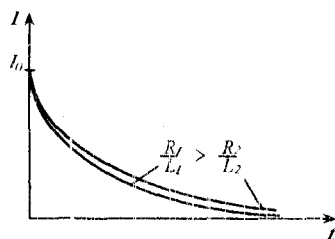


Рис. 20.3

ми розмикання можуть значно перевищувати струми в колі від джерела. Це стає причиною яскравого спалаху лампочки і плавлення запобіжників.

Якщо поруч знаходяться два нерухомі контури і по одному з них протікає електричний струм, то потік індукції магнітного поля, що виникає при цьому пронизує другий контур також. При зміні струму у першому контурі, змінюється магнітний потік, що пронизує другий контур, таким чином зміна магнітного потоку від першого контуру породжує індукційний струм в другому контурі. Таке явище називають **взаємоіндукцією**: виникнення ЕРС в одному з контурів, при зміні сили струму в іншому.

Взаємоіндукція (коефіцієнт взаємоіндукції) для двох одношарових котушок, які щільно прилягають одна до одної визначається формулою:

$$L_{12} = L_{21} = \mu\mu_0 \frac{\dot{N}_1 N_2}{l} S = \sqrt{L_1 L_2} \quad (20.10)$$

20.3. Енергія магнітного поля. Об'ємна густина магнітного поля

Навколо провідника, по якому протікає електричний струм, завжди існує магнітне поле, причому магнітне поле появляється і зникає разом з появою і зникненням струму. Таким чином, частина енергії струму затрачається на створення магнітного поля.

Енергія магнітного поля чисельно дорівнює роботі, що затрачається струмом на створення цього поля.

Розглянемо соленоїд з N витків, що володіє індуктивністю L . Якщо за час dt струм у соленоїді зростає на величину

dI , то при цьому змінюється і її власний магнітний потік на величину $d\Phi$. При зміні магнітного потоку джерелом струму виконується робота:

$$dA = I \cdot d\Phi \quad (20.11)$$

Оскільки, соленоїд залишається нерухомим, то ця робота пов'язана зі зміною енергії соленоїда. Енергія соленоїда зумовлена наявністю в ньому магнітного поля, а отже, ця умова математично має такий запис:

$$dW = dA = Id\Phi \quad (20.12)$$

Оскільки $d\Phi = LdI$, то $dW = LIdI$, інтегруючи одержимо:

$$\int_0^W dW = \int_0^I LIdI = \frac{LI^2}{2} \quad (20.13)$$

Це та енергія, яку було затрачено джерелом струму на утворення в соленоїді магнітного поля. Енергію магнітного поля можна виразити через характеристики цього поля: $L = \mu\mu_0 n^2 V$. Магнітна індукція в середині довгого соленоїда $B = \mu\mu_0 In$, а з урахуванням цього, одержимо:

$$In = \frac{B}{\mu\mu_0}$$

тоді

$$W = \frac{I}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu\mu_0} V = \frac{1}{2} BHV \quad (20.14)$$

де $B = \mu\mu_0 H$.

Магнітне поле соленоїда є однорідним і зосереджене в середині соленоїда, а *енергія поля розподілена в ньому з постійною об'ємною густиною*, яка рівна:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 H^2}{2} \quad (20.15)$$

У випадку неоднорідного поля його енергія визначиться:

$$W = \int_V w dV \quad (20.16)$$

20.4. Вихрове електричне поле. Повна система рівнянь Максвелла

Ми, розглядаючи полі нерухомих зарядів, засвоїли, що такі поля, самі по собі не можуть забезпечити неперервний рух електричних зарядів вздовж замкнених провідників, тобто створити електричний струм, і такі поля називають потенціальними. Для виникнення і існування електричного струму у замкнутому електричному контурі є необхідною наявність сторонніх сил. Тоді циркуляція вектора напруженості по замкнутому контуру не дорівнює нулю:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} \neq 0$$

Такі поля називають вихровими. Вони зумовлюють неперервний рух електричних зарядів вздовж замкнених провідників, вміщених у це поле, тобто можуть спричинювати виникнення індукційних струмів. Вихрове поле може спричинювати й інші дії, наприклад, поляризувати діелектрик, викликати пробій діеле-

ктрика між обкладками конденсатора, прискорювати або гальмувати заряджені частинки (принцип роботи бетатрону) та ін. Отже, *скрізь де є змінне магнітне поле, виникає вихрове електричне поле.*

Існує теорія, яка пов'язує між собою зміну основних характеристик електромагнітного поля з розподілом у ньому електричних зарядів і струмів. Це теорія макроскопічної електродинаміки Максвелла, яка описується за допомогою 4-х рівнянь які можуть записуватись як в інтегральній так і в диференціальній формах.

Обмеження, що накладаються на застосування цих рівнянь:

- тіла, вміщені в це поле є нерухомими;
- параметри ϵ , μ , σ , які характеризують властивості речовини в кожній точці є незмінними в часі і не залежать від температури та напруженості зовнішнього поля;
- в полі немає постійних магнітів, сегнетоелектриків та феромагнетиків.

Рівняння в інтегральній формі:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} \quad (20.17.a)$$

або в диференціальній:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (20.17.б)$$

–це **перше рівняння Максвелла** представляє собою узагальнення закону Біо-Саварра-Лапласа і є більш загальною формою закону повного струму та відображає той факт, що магнітні поля можуть збуджуватися або рухомими зарядами, або змінними електричними полями.

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (20.18.a)$$

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (20.18.6)$$

– це **друге рівняння Максвелла**, воно є математичним записом експериментального закону електромагнітної індукції Фарадея. Його узагальнений фізичний зміст полягає в тому, що всяка зміна в часі магнітного поля спричинює збудження вихрового електричного поля.

$$\int_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (20.19.a)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (20.19.6)$$

– це **третє рівняння Максвелла**, яке відображає експериментальний факт відсутності в природі магнітних зарядів, тобто відсутність джерел магнітного поля, подібних до джерел електричного поля (зарядів).

$$\int_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV \quad (20.20.a)$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad (20.20.6)$$

– це **четверте рівняння Максвелла**, є узагальненням на основі теореми Гауса закону Кулона і фізично вказує на існування в природі джерел електричного поля у вигляді електричних зарядів, розподілених у просторі з об'ємною густиною ρ .

Рівняння Максвелла не є симетричними відносно електричного і магнітного полів, тому, що в природі існують джерела електричного поля (електричні заряди), але відсутні подібні джерела магнітного поля (монополі).

Рівняння в *інтегральній* формі використовують для розрахунків характеристик поля, а також у тому випадку, коли ці характеристики змінюються стрибкоподібно. Рівняння в *диференціальній* формі передбачають неперервність усіх характеристик поля і речовини в просторі й часі.

Всі чотири рівняння Максвелла є основними, але не складають замкнену систему, оскільки не містять констант, що характеризують властивості середовища, в якому збуджується електромагнітне поле. Для цього існують ще так звані матеріальні рівняння, які для випадку слабких полів, що порівняно повільно змінюються і в просторі і в часі для ізотропних неферомагнітних і несегнетоелектричних середовищ, а саме:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}; \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (20.21)$$

Окрім того існують граничні умови стосовно нормальних і тангенціальних складових:

$$\begin{aligned} D_{2n} - D_{1n} &= \sigma; \quad E_{2\tau} = E_{1\tau}; \\ B_{2n} &= B_{1n}; \quad H_{2\tau} - H_{1\tau} = i_N. \end{aligned} \quad (20.22)$$

зміст яких можна вияснити в спецкурсах, але в нашому курсі ці поняття не є обов'язковими.

Основні чотири рівняння Максвелла, матеріальні рівняння (20.21) та граничні умови (20.22) разом представляють собою замкнену систему рівнянь, яка дає можливість розв'язати будь-яку задачу макроскопічної електродинаміки.

Система цих рівнянь описує величезну область фізичних явищ. Ці рівняння лежать в основі розрахунків задач електро- і радіотехніки, теорії і практики магнітної гідродинаміки, нелінійної оптики, теорії плазми, термоядерного синтезу та багато ін.

§ 21 Змінний електричний струм

21.1. Змінний струм та його характеристики.

Генератор змінного струму

Електричні генератори — це пристрої, в яких механічна енергія перетворюється в електричну, тобто, це спосіб одержання змінного електричного струму. Робота електричного генератора базується на явищі електромагнітної індукції. Щоб краще це зрозуміти, розглянемо принцип дії генератора.

На рис. 21.1 зображено провідник у вигляді рамки, що може рівномірно обертатися в однорідному магнітному полі ($\vec{B} = \text{const}$), (створеному полюсами магніту, або електромагніту), зі сталою кутовою швидкістю $\omega = \text{const}$. У початковий момент часу нормаль $\vec{n}$ до площини рамки утворює з напрямком вектора індукції магнітного поля $\vec{B}$ кут φ . Магнітний потік, що пронизує рамку виражається за законом:

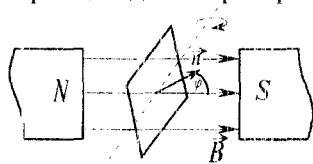


Рис. 21.1

$$\Phi = BS \cos \varphi = \Phi_0 \cos \omega t \quad (21.1)$$

При $\varphi = 0$ потік є максимальним. Під час обертання рамки зі швидкістю ω (кут $\varphi = \omega t + \varphi_0$, але для зручності будемо вважати, що $\varphi_0 = 0$) величина магнітного потоку, що її пронизує, змінюється за гармонійним законом, а отже у витках рамки, за законом Фарадея, генерується ЕРС ($\mathcal{E}_i$) індукції, яка змінюється з частотою обертання рамки:

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t = \\ &= \Phi_0 \omega \sin \omega t = \varepsilon_0 \sin \omega t\end{aligned}\quad (21.2)$$

Електрорушійна сила змінюється з часом, отже максимальне значення ЕРС становить:

$$\mathcal{E}_{\max} = \omega BS \quad (21.3)$$

Отже, максимальне значення ЕРС залежить від трьох величин:

- частоти обертання рамки ω ;
- магнітної індукції B ;
- площі витків S .

Частота змінного струму в країнах колишнього Союзу та Європі становить: $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ Гц}$, а в США та Японії —

60 Гц . Тому для збільшення ЕРС збільшують або B за рахунок використання потужних постійних магнітів або електромагнітів, через які пропускають значний струм і які в своїй конструкції містять осердя з великим значенням магнітної проникливості. Збільшити S , яку пронизує магнітне поле можна за рахунок збільшення кількості витків (див. рівність 20.5).

У разі замикання рамки на зовнішнє коло опором R , в якому немає індуктивності, у ньому під дією ЕРС виникає змінний електричний струм тієї ж частоти:

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\varepsilon_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t \quad (21.5)$$

де I_0 – амплітудне значення сили змінного струму.

Змінним струмом називають такий *струм*, який *періодично змінюється за напрямом і значенням*. Характер зміни струму з часом може бути різним, але найпростішим є гармонічний, так званий, синусоїдальний.

У генераторах змінного струму струм може зніматися з рухомих у магнітному полі провідників з допомогою колектора, але цей спосіб є складним через ймовірність іскріння і виникнення електричної дуги. Тому в потужних генераторах замість руху провідників у магнітному полі здійснюють рух джерел магнітного поля відносно нерухомих провідників. ЕРС, що виникає в обох випадках є однаковою, але фізична суть явищ, що зумовлюють виникнення ЕРС є різною. Якщо провідник рухається у магнітному полі, то причиною виникнення ЕРС є дія сили Лоренца на рухомі у магнітному полі вільні електричні заряди провідника. Якщо ж обертається сама магнітна система; то маємо зміну магнітного потоку, яка пронизує витки котушки, тобто, на основі явища електромагнітної індукції виникає змінне електричне поле, яке й призводить до напрямленого руху вільних зарядів у провідниках котушки, тобто – виникає електричний струм.

Сучасний генератор складається з двох котушок, одна з яких вміщена у пазах нерухомого осердя з магнітного матеріалу (статора), а друга у пазах рухомого осердя (ротора). Одна з цих обмоток призначена для створення магнітного поля, а друга є робочою, у ній індукується змінна ЕРС. Яка саме з двох котушок є робочою, а в якій створює магнітне поле залежить від потужності генератора: у малопотужних генераторах, наприклад – автомобільних – робочою є рухома котушка, а у потужних генераторах, наприклад – на електростанціях – робочою є нерухома котушка.

Змінні електричні струми створюють у навколишньому середовищі змінні електромагнітні поля, які поширюються у просторі зі скінченною швидкістю. Їх можна вважати ква-

зістаціонарним (квазі – майже) тобто таким, що миттєві значення сили струму в усіх ділянках провідника однакові, оскільки зміни відбуваються достатньо повільно, а електромагнітні збудження розповсюджуються зі швидкістю світла ($\sim 3 \cdot 10^8$ м/с). В таких колах застосування законів Ома і правил Кірхгофа є справедливим.

Під час протікання змінного електричного струму в колі він виявляє магнітну, механічну, теплову та інші дії, які залежать від сили струму. Що стосується постійного струму, то кількість теплоти, яка виділяється під час його протікання є пропорційною:

$$Q = I^2 R t \quad (21.6)$$

Силу змінного струму, при проходженні якого крізь резистор такого ж опору (як і при постійному струмі) протягом того ж часу виділяється така ж сама кількість теплоти, називають **діючою** або **ефективною**.

При проходженні ефективного струму, що дорівнює постійному, за проміжок часу, рівний періоду, виділяється кількість теплоти:

$$Q = \int_T^0 I_{ef}^2 R dt = I_{ef}^2 R T \quad (21.7.a)$$

аналогічно для змінного струму, враховуючи рівність (21.5)

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^T I^2 R dt = \frac{1}{\omega} I_0^2 R \sin^2 \omega t d(\omega t) = \\ &= \int_0^T I_0^2 R \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} dt = \frac{1}{2} I_0^2 R T \end{aligned} \quad (21.7.6)$$

Порівнюючи рівності (21.7.а) і (21.7.б) одержуємо:

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,707I_0 \quad (21.8.a)$$

Отже, діюче значення сили змінного струму є меншим від амплітудного в $\sqrt{2}$ разів. Аналогічним є співвідношення для діючого і амплітудного значень напруги змінного струму:

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad (21.8.б)$$

Амперметри і вольтметри, що застосовують для вимірювань в колах змінного струму, показують ефективні значення вимірюваних величин. Для отримання миттєвих значень застосовують осцилограф.

Окрім цього, змінний струм характеризується середнім значенням струму і напруги за півперіод:

$$I_c = \frac{2}{\pi} I_0 = 0,637I_0 \quad (21.9)$$

Як видно з рівностей (21.9) і (21.8) середнє значення змінного струму є меншим від діючого значення. Середнє значення визначає дію випрямленого нефільтрованого струму. Вимірювальні прилади магнітоелектричної системи містять в собі напівпровідникові випрямлячі, тому ці прилади реєструють середні значення сили змінного струму, але їхні шкали градуйовані у діючих значеннях синусоїдального струму.

21.2. Коло змінного струму з активним опором, індуктивним та ємнісним

У загальному випадку довільна ділянка кола може характеризуватися активним опором, індуктивністю і ємністю. Встановимо залежність сили струму від параметрів ділянки кола R , L , C та як при цьому змінюється сила струму в залежності від прикладеної напруги.

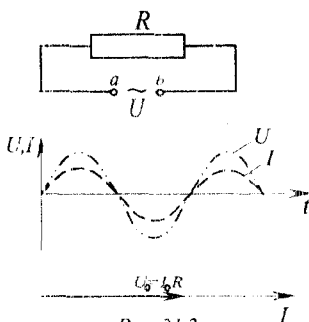


Рис. 21.2

21.2.1. Коло складається з резистора з опором R .

До кінців кола прикладено напругу:

$$U = U_0 \sin \omega t \quad (21.10)$$

За законом Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t \quad (21.11)$$

З цієї рівності видно, що напруга і струм змінюються в однакових фазах, тобто, зсув фаз між струмом і напругою дорівнює нулю (рис.21.2). На векторній діаграмі вектор напруги співпадає з віссю сили струму.

21.2.2. Коло складається з котушки з індуктивністю L .

Нехай у цьому випадку різниця потенціалів описується також законом (21.10). Напруга зумовлює виникнення змін-

ного струму, який у свою чергу спричиняє виникнення ЕРС самоіндукції, що описується формулою:

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt} \quad (21.12)$$

Закон Ома для ділянки кола з діючою ЕРС має вигляд:

$$U = IR - \mathcal{E}_i \quad (21.13)$$

При $R=0$, та з використанням рівняння (21.10) одержимо:

$$U_0 \sin \omega t = L \frac{dI}{dt} \quad (21.14)$$

звідки

$$\begin{aligned} I &= \frac{U_0}{L\omega} \int \sin \omega t d(\omega t) = -\frac{U_0}{L\omega} \cos \omega t = \\ &= \frac{U_0}{L\omega} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \quad (21.15)$$

тобто:

$$I = I_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (21.16)$$

де

$$I_0 = \frac{U_0}{\omega L} \quad (21.17)$$

З рівностей (21.10) і (21.16) випливає, що коливання струму в котушці відстають за фазою від коливань напруги на

$\frac{\pi}{2}$ (рис.21.3).

Порівнявши формули (21.11) і (21.15) можна зробити висновок, що роль опору відіграє величина:

$$R_L = \omega L \quad (21.18)$$

яку називають *індуктивним опором*.

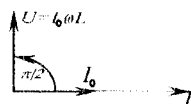
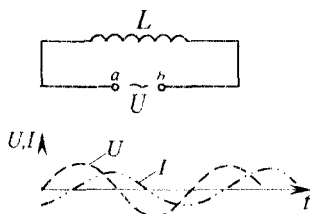


Рис. 21.3

21.2.3. Коло складається з конденсатора ємністю C.

При змінній різниці потенціалів конденсатор періодично перезаряджається. Миттєве значення заряду на пластинах конденсатора буде описуватися рівнянням:

$$q = CU = CU_0 \sin \omega t \quad (21.19)$$

Тоді сила струму, що представляє собою похідну від заряду по часу, опишеться рівністю:

$$I = \frac{dq}{dt} = CU_0 \omega \cos \omega t = I_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (21.20)$$

де

$$I_0 = U_0 \omega C \quad (21.21)$$

З рівностей (21.11) і (21.20) бачимо, що коливання напруги на конденсаторі відстає від коливань струму на $\frac{\pi}{2}$ (рис.21.4).

Відставання коливань напруги від коливань струму пояснюється тим, що напруга на конденсаторі у довільний момент часу визначається зарядом на конденсаторі. У початковий момент часу конденсатор є незарядженим і $U_c=0$. Незначна зовнішня напруга U зумовлює рух зарядів до пластин конденсатора, створюючи струм. При зростанні заряду конденсатора напруга U_c на його обкладках зростає, протидіючи подальшій зарядці конденсатора. Через це сила струму в колі зменшується, хоча зовнішня напруга U зростає. Тому вважається, що у початковий момент часу сила струму мала максимальне значення. Коли U досягне максимуму, конденсатор зарядиться і сила струму стає рівною нулю.

Порівнявши рівняння (21.11) і (21.21) можна записати, що

$$R_c = \frac{1}{\omega C} \quad (21.22)$$

ця величина називається – ємнісним опором.

21.2.4. Послідовне включення R, L, C .

Розглянемо випадок, коли в коло включені послідовно резистор опором R , котушка з індуктивністю L та конденсатор ємністю C . Якщо вважатимемо, що напруга прикладена

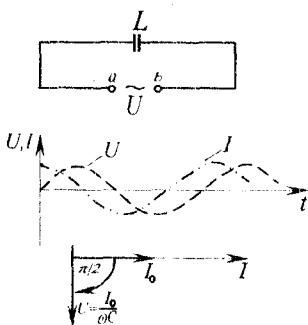


Рис. 21.4

до точок a і b змінюється за законом (21.10), то в колі виникає струм тієї ж частоти:

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (21.23)$$

Амплітудне значення сили струму I_0 і зсув фаз φ між струмом та напругою визначаються параметрами R , L , C , тому для визначення амплітудного значення сили струму і зсуву фаз, скористаємось векторною діаграмою (рис.21.5), яку будують на основі правил векторного додавання, з

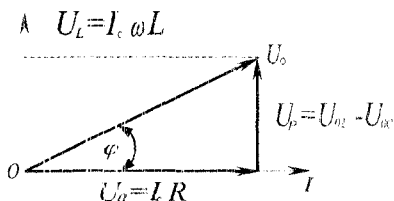


Рис. 21.5

врахуванням викладок підпунктів 1÷3 пункту 21.2. Результируючий спад напруг в колі дорівнює векторній сумі спадів напруг U_a , U_L , U_C і має дорівнювати амплітудному значенню, тобто U_0 . Цей вектор з віссю струмів утворює кут φ . З рисунка загальної векторної діаграми (рис.21.5) знайдемо кут φ :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L \omega - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (21.23)$$

та амплітудне значення загального спаду напруги:

$$U_0^2 = (R I_0)^2 + \left[\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_0 \right]^2 \Rightarrow$$

$$U_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (21.24)$$

звідки закон Ома для змінного струму має вигляд:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \quad (21.25)$$

Повний опір електричного кола з послідовно з'єднаних резистора, конденсатора і котушки індуктивності називають імпеданс. Величину $X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ називають *реактивним опором*, а R — *активним опором*.

Рівність (21.25) виражає закон Ома для змінного струму і є справедливою для *амплітудних* та *ефективних* значень струму і напруги. З цього рівняння бачимо, що у випадку $\omega = 0$ значення $\frac{1}{\omega C} = \infty$ тоді $I_0 = 0$. При збільшенні частоти ω сила струму зростає, і при деякому значенні $\omega = \omega_0$ вираз реактивного опору $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 = 0$, тоді загальний опір рівний активному (омічному) опору, і значення сили струму досягає максимуму $= I_{\text{max}}$. Частота, при якій це відбувається називається **резонансною частотою** а її значення визначається рівнянням:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (21.26)$$

З врахуванням цієї рівності, період змінного струму описується рівністю:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (21.27)$$

Ця формула називається рівнянням Томсона.

Якщо $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, то зсув фаз між напругою і струмом дорівнює нулю. Вплив індуктивності і ємності в колі взаємно компенсуються, сила струму різко зростає. Це явище називають **резонансом напруг**. Частота власних коливань напруги електричного кола збігається з частотою вимушених коливань зовнішнього джерела.

Характерні ознаки резонансу напруг:

- повний опір є мінімальним і дорівнює активному;
- амплітудне значення сили струму є максимальним і

дорівнює $I_0 = \frac{U_0}{R}$;

- напруга і струм перебувають в однакових фазах;
- енергія зовнішнього джерела струму передається тільки активному опорові;
- корисна потужність джерела змінного струму є максимальною.

21.2.5. Паралельне включення R, L, C .

Розглянемо випадок паралельного з'єднання конденсатора ємністю C і котушки індуктивністю L (рис.21.6).

Оскільки котушка володіє омичним опором, то на рис. 21.6.*a* зображено, що послідовно з нею під'єднано резистор з опором R .

Нехай закон міни напруги, що під'єднана до кола описується рівнянням:

$$U = U_0 \sin \omega t \quad (21.28)$$

тоді сили струмів в окремих гілках будуть рівними:

$$I_c = U_0 \omega C \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (21.29)$$

$$I_L = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \varphi_L) \quad (21.30)$$

де

$$\operatorname{tg} \varphi_L = \frac{\omega L}{R} \quad (21.31)$$

Фазові співвідношення струмів і напруг графічно подано (рис. 21.6.*б*) на векторній діаграмі. Миттєве значення сили струму в нерозгалуженій частині кола запишеться:

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

а повна сила струму:

$$I = I_L + I_C$$

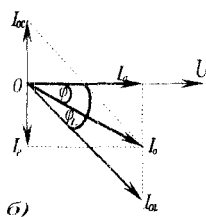
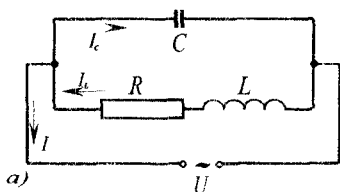


Рис. 21.6

Повний опір при паралельному з'єднанні запишеться:

$$Z = \frac{U_0}{I_0} \Rightarrow I_0 = ZU_0$$

де сила струму I_0 складається з активної і реактивної складових:

$$I_a = I_0 \cos \varphi \quad I_p = I_0 \sin \varphi$$

Враховуючи векторну діаграму та вищенаведені рівняння одержимо співвідношення для активної та реактивної складових струму:

$$I_0 \cos \varphi = U_0 \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} \quad (21.32.a)$$

$$I_0 \sin \varphi = U_0 \left(\frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} - \omega C \right) \quad (21.32.b)$$

Якщо $R=0$ то активна складова струму (21.32.a) рівна нулю, а реактивна матиме вигляд:

$$I_0 \sin \varphi = U_0 \left(-\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \quad (21.33)$$

Реактивна складова може бути рівною нулю, якщо в рівнянні (21.33) виконується умова:

$$\frac{1}{\omega L} - \omega C = 0 \quad (21.34)$$

У випадку $\frac{1}{\omega L} = \omega C$ (при паралельному з'єднанні конденсатора і котушки) встановлюється міні-

маленьке значення сили змінного струму у нерозгалуженій частині кола, що називають **резонансом струмів**. Опір паралельного з'єднання при резонансі:

$$Z_{\text{рез}} = \frac{L}{CR} \quad (21.35)$$

При резонансі струмів у кожній гілці паралельного з'єднання L і C можуть виникати струми великої сили. Оскільки між цими струмами існує різниця фаз, то векторна сума струмів у нерозгалуженій частині кола має мале значення, яке є найменшим при резонансі. Якщо $R = 0$, то фази коливань струмів I_L і I_C є протилежними і в нерозгалуженій частині кола струму немає. Заряд всередині контуру з L і C проходить від ємності до індуктивності і навпаки, тобто в цій частині контуру відбувається коливання сили струму. В резонансі знаходяться струми в ємності та індуктивності – вони компенсують один одного, саме тому цей резонанс називають резонансом струмів.

Те, що при резонансі струмів сили струму в обох гілках можна зробити на багато більшими від сили струму в підвідних провідниках, використовують в індукційних печах для нагрівання металів вихровими струмами та ін.

21.3. Робота і потужність змінного струму

Постійний електричний струм силою I при напрузі U має потужність IU . Миттєве і середнє значення потужності для постійного струму є однаковим. Інша картина існує в колах змінного струму. У загальному випадку в колі змінного струму між коливаннями сили струму і напруги існує зсув

фаз, який визначається параметрами кола. Якщо напруга на кінцях ділянки кола і сила струму в ньому будуть дорівнювати:

$$\begin{aligned} U &= U_0 \sin \omega t \\ I &= I_0 \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (21.36)$$

тоді миттєве значення потужності змінного струму запишеться:

$$P(t) = IU = I_0 U_0 \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) \quad (21.37)$$

Через наявність зсуву фаз між струмом та напругою знаки струму та напруги у певні моменти часу можуть бути різними, і навіть можуть дорівнювати нулю. Тому миттєві значення потужності можуть бути додатними, від'ємними, або мати нульові значення.

21.3.1. У колі є лише активний опір.

Тоді зсув фаз є рівним нулю ($\varphi=0$) і рівність (21.37) матиме вигляд:

$$P(t) = I_0 U_0 \sin^2 \omega t \quad (21.38)$$

Зміна з часом напруги, сили струму і миттєвої потужності зобразиться діаграмою (рис.21.7). Залежність від часу потужності має пульсуючий характер.

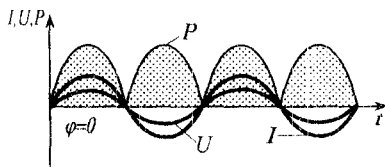


Рис. 21.7

Практичний інтерес представляє собою середнє значення потужності за деякий час. Враховуючи те, що зміни сили струму і напруги є періодичними, то для

визначення потужності слід знайти роботу, яка виконується струмом за час, рівний одному періоду:

$$A = \int_0^T I_0 U_0 \sin^2(\omega t) dt = \frac{1}{2} I_0 U_0 T \quad (21.39)$$

Тоді середнє значення потужності за час рівний одному періоду T :

$$P = \frac{1}{2} I_0 U_0 \quad (21.40.a)$$

А через ефективні значення струму і напруги:

$$P = I_{ef} U_{ef} \quad (21.40.б)$$

21.3.2. У колі є реактивний опір.

Тоді між коливаннями струму і напруги є зсув фаз. Напругу розкладемо на дві складові: активну і реактивну:

$$U_a = U_0 \cos \omega t \sin \omega t;$$

$$U_p = U_0 \sin \varphi \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

У цьому випадку зсув фаз між коливаннями реактивної напруги і силою струму становить $\frac{\pi}{2}$ (рис.21.5). Середня потужність, зумовлена активною і реактивною складовими напруги, за час в один період буде дорівнювати:

$$P_a = \frac{1}{T} I_0 U_0 \cos \varphi \int_0^T \sin^2(\omega t) dt = \quad (21.41.a)$$

$$= \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos \varphi = I_{ef} U_{ef} \cos \varphi$$

$$P_p = \frac{1}{T} I_0 U_0 \sin \varphi \int_0^T \sin(\omega t) \cos(\omega t) dt = 0 \quad (21.41.b)$$

Отже, середня потужність змінного струму визначається лише активною складовою напруги, тобто:

$$P = P_a = I_{ef} U_{ef} \cos \varphi \quad (21.42)$$

Множник $\cos \varphi$ називають *коефіцієнтом потужності* змінного струму. Отже, потужність змінного струму залежить не лише від значень струму і напруги, але й від зсуву фаз між ними.

Якщо $R=0$, то середня потужність за період дорівнює нулю, тобто на індуктивності L і ємності C струм ніякої роботи не виконує (рис.21.8), бо за першу чверть періоду енергія передається від генератора у зовнішнє коло і накопичується в котушці індуктивності та на конденсаторі у вигляді магнітної та електричної, відповідно, енергій поля. За наступну чверть періоду така сама енергія передається із зовнішнього кола до генератора.

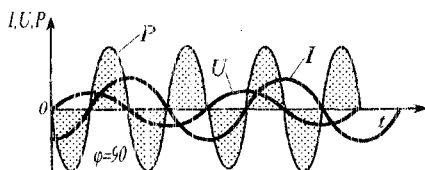


Рис. 21.8

Але у колі завжди існує деякий активний опір підвідних провідників, котушок і на їхнє нагрівання витрачається

електрична енергія, тому опір R називають активним; частина енергії витрачається на гістерезис в осерді котушки, частина на нагрівання діелектриків у конденсаторах, на струми Фуко та ін., тому C і L називають реактивним опором.

Під час використання змінного струму є важливим збільшення коефіцієнта потужності, бо це призводить до економії електроенергії споживачем. У рівнянні (21.42) найменшим допустимим значенням $\cos\varphi$ є значення 0,85. Якщо при споживанні змінного струму використовується котушка з певним значенням індуктивності, то для зменшення реактивного опору і разом з тим для підвищення значення $\cos\varphi$ вмикають паралельно ємнісний опір, причому його слід підібрати так, що виконувалась умова:

$$R_c \approx R_L \quad (21.43)$$

тоді $\varphi \rightarrow 0$ а $\cos\varphi \rightarrow 1$.

Ще один спосіб полягає у тому, що паралельно до навантаження під'єднують генератор змінного струму, який називають «синхронним компенсатором», і який виробляє струм, зсув фаз в якому має необхідне значення відносно струму, який поступає від електростанції до споживача.

РОЗДІЛ III

КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

§22. Гармонічні коливання

22.1. Коливний рух.

Вільні незагасяючі коливання. Маятники

Коливанням називається всякий рух або зміна стану тіла, що характеризується тим чи іншим ступенем повторюваності в часі значень фізичних величин, які визначають цей рух або стан тіла.

Коливання називаються **вільними**, якщо вони здійснюються за рахунок наданої енергії, а вплив зовнішнього середовища в подальшому є відсутнім.

Коливання є **періодичними**, якщо значення фізичних величин, що змінюються в процесі цього руху, повторюються через однакові проміжки часу.

Коливання називають **гармонічними**, якщо значення фізичних величин змінюються за гармонічним законом (косинуса або синуса).

Якщо точка здійснює гармонічні коливання вздовж вісі **ОХ**, то залежність **x** координати від часу **t** задається рівнянням:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (22.1)$$

- де x — зміщення коливної точки;
 $A = x_{\max}$ — амплітуда коливань;
 ω_0 — циклічна частота;
 φ_0 — фаза в початковий момент часу;
 $(\omega_0 t + \varphi_0)$ — фаза коливань в момент часу t .

Найменший проміжок часу, після проходження якого значення усіх фізичних величин, що характеризують даний коливний процес, повторюються, **називають періодом T** . Період – час одного повного коливання:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (22.2)$$

Частота – кількість повних коливань, що здійснюються за одиницю часу:

$$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T} \quad (22.3)$$

Частота коливань – величина обернена до періоду коливань.

Циклічна частота – кількість повних коливань за час 2π секунди:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad (22.4)$$

Коливний процес характеризується швидкістю точки:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = v_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

і прискоренням:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) =$$

$$= a_o \cos(\omega_o t + \varphi_o + \pi) = -\omega_o^2 x \quad (22.5)$$

де $v_o = A\omega_o$ – амплітуда швидкості;
 $a_o = A\omega_o^2$ – амплітуда прискорення.

Зміщення, швидкість і прискорення є періодичними функціями часу з однаковим періодом і циклічною частотою.

Другий закон Ньютона виражає зв'язок між силою та прискоренням для прямолінійних гармонійних коливань матеріальної точки:

$$F = ma = -mA\omega_o^2 \cos(\omega_o t + \varphi_o) = -m\omega_o^2 x = -kx \quad (22.6)$$

Сила, що діє на коливну матеріальну точку прямо є пропорційною до зміщення і завжди напрямлена до положення рівноваги, тому її називають *повертальною* силою. Фаза сили збігається з фазою прискорення.

Прикладом сил, що задовольняють співвідношення $F = -kx$, є пружні сили. Ті сили, що мають іншу природу, але задовільняють цю умову, називаються **квaziпружними**.

Оскільки

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2},$$

тоді рівність (22.6) можна записати у вигляді:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (22.7)$$

якщо в рівнянні (22.7) позначити: $\frac{k}{m} = \omega_o^2$, то це рівняння буде мати вигляд:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (22.8)$$

яке називають диференціальним рівнянням вільних гармонічних коливань, збуджених пружними або квазіпружними силами.

Частковими розв'язками цього диференціального рівняння є функції:

$$x_1 = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad x_2 = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Кінетична енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання під дією квазіпружної сили, дорівнює:

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \\ &= \frac{m}{4} A^2 \omega_0^2 [1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)] \end{aligned} \quad (22.9)$$

Потенціальна енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання під дією квазіпружної сили, дорівнює:

$$\begin{aligned} E_n &= - \int_0^x F_x dx = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2 = \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \\ &= \frac{m}{4} A^2 \omega_0^2 [1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)] \end{aligned} \quad (22.10)$$

Кінетична і потенціальна енергії матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання, володіють однаковою циклічною частотою і однаковою амплітудою біля середніх значень.

Повна механічна енергія коливної точки:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^2 \quad (22.11)$$

Квазіпружна сила є консервативною, тому *повна енергія* коливання залишається постійною (незмінною). У процесі коливання відбувається *перетворення кінетичної енергії в потенціальну і навпаки*. У момент максимального відхилення, точка володіє лише *потенціальною енергією*, значення якої є *максимальним*, а в момент проходження положення рівноваги, *повна енергія складається лише з кінетичної енергії*, яка в даній точці є *максимальною*.

Пружинний маятник – це тіло певної маси, яке підвішено на невагомій абсолютно пружній пружині і здійснює гармонічні коливання під дією пружної сили і сили тяжіння. Рівняння динаміки цього тіла має вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx + mg = -k \left(x - \frac{mg}{k} \right) = -k(x - x_0)$$

де величина $x_0 = \frac{mg}{k}$ – називається *статичною деформацією* пружини під дією сили тяжіння.

Пружинний маятник здійснює гармонічні коливання за гармонічним законом, тому диференціальне рівняння у цьому випадку має вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx, \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (22.12)$$

де $\omega_o^2 = \frac{k}{m}$, тоді величина $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$ називається циклічною частотою, а період коливань пружинного маятника з врахуванням виразу для циклічної частоти буде мати вигляд:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (22.13)$$

де m – маса маятника;

k – коефіцієнт жорсткості пружини маятника.

Потенціальна енергія пружинного маятника:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} \quad (22.14)$$

а **кінетична**:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \quad (22.15)$$

Фізичний маятник – абсолютно тверде тіло, що здійснює коливання під дією сили тяжіння відносно горизонтальної вісі, яка не проходить через його центр мас. Відповідно до динаміки обертового руху момент обертової сили мас вигляд:

$$M = J\varepsilon = J\ddot{\alpha} = F_l = -mgl\sin\alpha \approx -mg\alpha \quad (22.16)$$

де J – момент інерції відносно точки підвісу;

l – відстань від точки підвісу до центра мас;

$\sin\alpha \approx \alpha$ для малих коливань маятника.

Тоді:

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + mgl \alpha = 0, \quad \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \alpha = 0 \quad (22.17)$$

позначивши:

$$\frac{mgl}{J} = \omega_0^2$$

отримаємо аналогічне диференціальне рівняння коливань фізичного маятника:

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \omega_0^2 \alpha = 0 \quad (22.18)$$

розв'язком якого буде гармонічне рівняння:

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Тоді період коливань фізичного маятника визначається:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (22.19)$$

де $L = \frac{J}{ml}$ — називається зведеною довжиною фізичного маятника;

J — момент інерції тіла, що коливається;

l — відстань від центра мас тіла до точки підвісу.

Математичним маятником називається матеріальна точка, яка підвішена на невагомій, нерозтяжній нитці і коливається при відхиленні її на малий кут у вертикальній площині під дією сили тяжіння.

Сила, що повертає математичний маятник у положення рівноваги є тангенційною складовою сили тяжіння:

$$F_{\tau} = -mg \sin \alpha$$

Нормальна складова врівноважується силою натягу нитки. Силу, що повертає маятник у положення рівноваги можна вважати квазіупругою:

$$F_{\tau} = -\frac{mg}{l}x = -kx \Rightarrow k = \frac{mg}{l} \quad (22.20)$$

Період коливань математичного маятника виводиться з рівняння періоду коливань фізичного маятника з використанням рівності (22.20), у результаті чого одержимо рівняння:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{mg}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (22.21)$$

де l – довжина нитки маятника;
 g – прискорення вільного падіння.

Порівнюючи (22.19) і (22.21) маємо таке означення: **зведена довжина фізичного маятника**, це довжина такого математичного маятника, період коливань якого дорівнює періоду коливань даного фізичного маятника.

22.2. Додавання гармонічних коливань

Розглянемо додавання коливань на схематичному прикладі: оскільки обертання по колу точки є періодичними, то й обертання вектора амплітуди по колу, початок якого знахо-

диться у центрі цього кола розглянемо як гармонічне коливання.

Будемо обертати вектор амплітуди навколо вісі, що проходить через центр кола з кутовою частотою ω_0 (рис.22.1). За час t вектор амплітуди повернеться на кут $\omega_0 t$. Проекція вектора амплітуди у цьому положенні на вісь OX буде:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

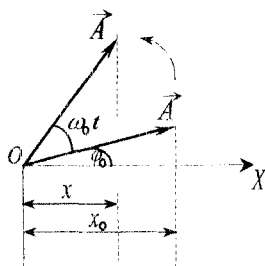


Рис. 22.1

Тепер розглянемо випадок коли точка бере участь у двох гармонічних коливаннях однакової частоти, які напрямлені вздовж однієї прямої, і рівняння руху у кожному коливанні описується рівняннями:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$

Ці коливання зручно додавати користуючись методом обертального вектора амплітуди.

Оскільки вектори $\vec{A}_1$ та $\vec{A}_2$ обертаються з однаковою кутовою швидкістю, то різниця фаз $\varphi_2 - \varphi_1$ між ними є постійною. Отже результуюче коливання буде описуватися рівнянням:

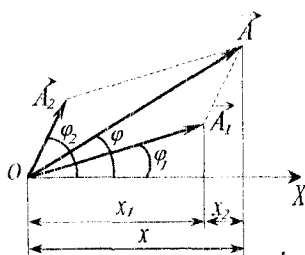


Рис. 22.2

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (22.22)$$

де A — амплітуда результуючого коливання;
 φ — початкова фаза.

З рис. 22.2 видно, що амплітуда результуючого коливання за правилом векторного додавання буде дорівнювати:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (22.23)$$

а значення фази коливань визначається згідно рис. 22.2 зі співвідношення:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (22.24)$$

Розглянемо окремі випадки :

$$a) \varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2m\pi \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

тоді

$$\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1; \quad A = A_1 + A_2;$$

$$б) \varphi_2 - \varphi_1 = \pm(2m + 1)\pi \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

тоді

$$\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1; \quad A = |A_1 - A_2|$$

Розглянемо деякі прості випадки знаходження результуючого коливання:

1). частоти і фази коливань, що додаються однакові, амплітуди різні:

$$\begin{aligned} x = x_1 + x_2 &= A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \\ &= (A_1 + A_2) \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \end{aligned}$$

2). частоти і амплітуди однакові, фази різні і відрізняються на φ :

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 = A \cos \omega_0 t + A \cos(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= 2A \cos \frac{\varphi}{2} \cos \left(\omega_0 t + \frac{\varphi}{2} \right) \end{aligned}$$

Особливим є випадок, коли два гармонічні коливання однакового напрямку, що додаються мало, але все ж відрізняються за частотою.

Періодичні зміни амплітуди коливання, які виникають при додаванні двох гармонічних коливань одного напрямку з близькими частотами, називають **биттям**.

У цьому випадку, якщо

$$A_1 = A_2 = A \text{ і } \varphi_1 = \varphi_2 = 0,$$

а частоти мають значення:

$$\omega_0 \text{ і } \omega_0 + \Delta\omega$$

то рівняння цих коливань матимуть вигляд:

$$x_1 = A \cos \omega_0 t \quad x_2 = A \cos(\omega_0 t + \Delta\omega t)$$

Додаючи ці вирази і застосовуючи закони тригонометрії, отримаємо:

$$x = x_1 + x_2 = \left(2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right) \cos \omega_0 t \quad (22.25)$$

де величина, що описується рівнянням:

$$A_{\theta} = \left| 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right| \quad (22.26)$$

називається **амплітудою биття**.

Період биття описується рівнянням:

$$T_{\theta} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \quad (22.27)$$

На рисунку 22.3 суцільні лінії показують графік результуючого коливання у випадку коли

$\frac{\omega}{\Delta\omega} = 10$ і графік амплі-

туди биття з урахуванням рівності (22.26).

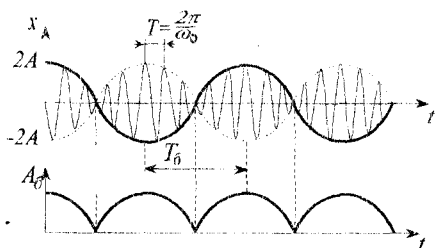


Рис. 22.3

Розглянемо рис. 22.4. це приклад коливання точки у двох взаємно перпендикулярних напрямках. Збуджені таким чином коливання призведуть до того, що траєкторія руху точки (тіла) буде криволінійною, а її форма залежатиме від різниці фаз цих коливань.

Якщо рівняння коливань матимуть такий вигляд:

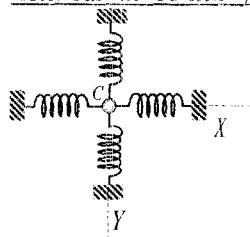


Рис. 22.4

$$x = A \cos \omega_0 t \quad y = B \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

де φ – різниця фаз обох коливань.

Щоб отримати рівняння траєкторії, по якій рухається точка, треба виключити з цих рівнянь параметр часу, тоді отримаємо:

$$\frac{x^2}{A^2} - 2\frac{x}{A} \cdot \frac{y}{B} \cos \varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi \quad (22.28)$$

це рівняння еліпса, осі якого повернуті відносно координатних осей.

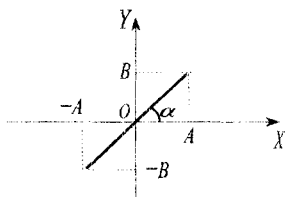
Орієнтація еліпса і величина його півосей залежать від амплітуд і різниці фаз коливань.

Розглянемо випадки:

а). $\varphi = \pm 2m\pi$ ($m=1,2,3\dots$),

тоді рівняння траєкторії на основі (22.28) можна записати у вигляді:

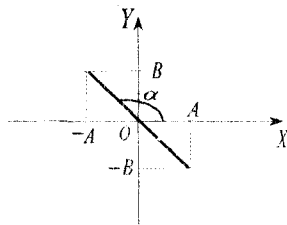
$$\left(\frac{x}{A} - \frac{y}{B} \right)^2 = 0$$



A

отже, результуюче коливання є гармонічним вздовж прямої з частотою ω і амплітудою $\sqrt{A^2 + B^2}$ (рис. 22.5.а). Пряма утворює кут з віссю X значення якого можна визначити зі співвідношення:

$$\alpha = \arctg \frac{B}{A}$$



б). $\varphi = \pm(2m+1)\pi$ ($m=1,2,3\dots$)

Рис. 22.5.б

у цьому випадку рівняння (22.28) при йме вигляд:

$$\left(\frac{x}{A} + \frac{y}{B} \right)^2 = 0$$

звідки $y = -\frac{B}{A}x$. Результуючий рух – гармонічне коливання вздовж прямої у (рис. 22.5.б)

в). $\varphi = \pm(2m+1)\frac{\pi}{2} \quad (m=1,2,3,\dots)$

у цьому випадку рівняння (22.28) буде мати вигляд:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

– це рівняння еліпса. осі якого збігаються з осями координат, а його півосі дорівнюють відповідним амплітудам. Знак біля фази вказує на напрям руху по еліпсу (колу).

Якщо частоти взаємно перпендикулярних коливань, що додаються, є різні, то траєкторія результуючого коливання представляє собою замкнену криву складної форми. Замкнені траєкторії, що кресляться точкою, яка здійснює одночасно два взаємно перпендикулярні коливання, називаються **фігурами Ліссажу**. Форма цих кривих залежить від співвідношення амплітуд, частот і різниці фаз коливань, що додаються: рис. 22.6.

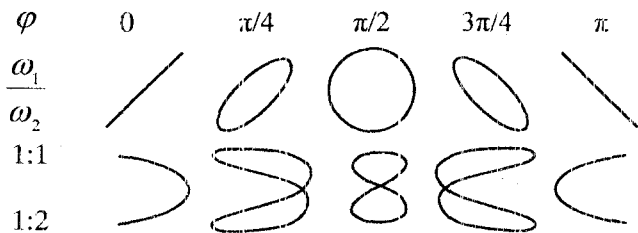


Рис. 22.6

22.3. Електричний коливний контур.

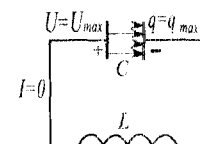
Вільні незагасаючі коливання

Систему, що складається з послідовно з'єднаних конденсатора, котушки і резистора, **в якій можуть збуджуватися електричні коливання, називають коливальним контуром**. Під електричними коливаннями контуру розуміють періодичні або близькі до періодичних зміни заряду конденсатора і струму в котушці індуктивності. Оскільки із зарядом конденсатора і струмом котушки пов'язані електрична і магнітна енергії, то зміни заряду і струму призводять до змін енергії, тобто виникають електромагнітні коливання.

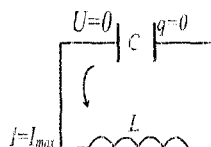
Розглянемо ідеалізований коливальний контур в якому $R=0$. У початковий момент часу, коли завершилась зарядка конденсатора і контур замкнено сам на себе, заряд на обкладках конденсатора є максимальним, тобто $q=q_{\max}$ (рис. 22.7.a), напру-

га між обкладками рівна $U = \frac{q_{\max}}{C}$. Енергія конденсатора у цей момент є максимальною $W_{\text{ел}} = \frac{q_{\max}^2}{2C}$, тобто максимальною є енергія електричного поля, в той час як енергія магнітного поля рівна нулю.

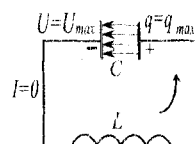
Наявність зарядженого конденсатора у замкнутому колі спричиняє появу електричного струму і конденсатор по-



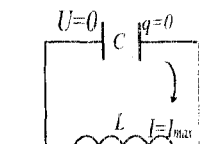
a) $t=0$



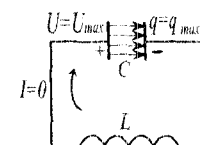
б) $t=l/4T$



в) $t=l/2T$



г) $t=3/4T$



д) $t=T$

Рис. 23.7

чинає розряджатися, але оскільки в цьому колі існує котушка L , то миттєвій розрядці конденсатора протидіє струм самоіндукції, який виникає в котушці L , і за правилом Ленца має такий напрям, який протидіє зростанню розрядного струму. У цей час відбувається зменшення енергії електричного поля конденсатора C і зростання магнітного поля котушки L . Через час $t=1/4 T$ конденсатор повністю розрядиться, його заряд, різниця потенціалів на обкладках конденсатора і енергія будуть рівними нулю, а сила струму в котушці буде максимальною (рис. 22.7.б), а, отже, максимальною буде енергія

магнітного поля $W_{\text{магн}} = \frac{LI_{\text{мах}}^2}{2}$, а сила струму самоіндукції

буде рівна нулю.

У наступний момент конденсатор знову почне заряджатися, оскільки струм на котушці почне спадати, але цей спад є повільним в наслідок появи знову струму самоіндукції в котушці індуктивності, почнеться спадання енергії магнітного поля котушки і зростання електричного поля конденсатора. Оскільки, струм буде протікати у тому ж напрямку, що протікав у випадку «б», то знак заряду на обкладках конденсатора зміниться і там де був знак «+» стане «-», тобто напрям напруженості електричного поля конденсатора зміниться на протилежний порівняно з початковим моментом (коли $t=0$). У момент часу $t=1/2 T$ сила струму в колі стане рівною нулю, а заряд і різниця потенціалів між обкладками конденсатора знову будуть максимальними, отже буде максимальною енергія електричного поля конденсатора, а енергія магнітного поля котушки стане рівною нулю (рис. 22.7.в).

Далі знову почнеться розрядка конденсатора за тими ж законами, що описані вище з тією лише різницею, що напрям струму від конденсатора тепер буде протилежним тому, який був у випадку «б» і у момент часу $t=3/4 T$ знову енергія електричного поля стане рівною нулю, а енергія магнітного поля буде максимальною (рис. 22.7.г).

Завершиться цей процес повторною зарядкою конденсатора, де напрям електричного поля стане таким як у випадку «а». Це відбудеться у момент часу $t=T$ (рис. 22.7.д), тобто параметри контура повернуться у вихідне положення без змін як у контурі так і в навколишньому середовищі (при умові, що $R=0$).

Час, протягом якого у коливальному контурі відбувається один повний цикл змін і контур повертається у початковий стан, називають **періодом електричного колювання**.

Оскільки, заряд конденсатора і струм у котушці індуктивності коливального контуру весь час змінюється за величиною та напрямом, то в довільний момент часу, при умові, що $R \neq 0$ для коливального контуру друге правило Кірхгофа матиме вигляд:

$$U_C + IR = \mathcal{E}_{ci} \quad (22.29)$$

Враховуючи, що $I = \frac{dq}{dt}$; $\mathcal{E}_{ci} = -L \frac{dI}{dt}$, де $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2 q}{dt^2}$; і

$U_C = \frac{q}{C}$ рівність (22.29) буде мати вигляд:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (22.30.a)$$

це рівняння називається **диференціальним рівнянням електричних колювань**.

Якщо $R=0$, (у випадку вільних незагасаючих колювань) рівняння буде мати вигляд:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (22.30.б)$$

або у вигляді:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 \quad (22.31)$$

де величина $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ — називається **циклічною частотою власних коливань системи**. Всяку систему (електричну, механічну та ін) вільні коливання якої описуються рівнянням (22.31) називають **гармонічним осцилятором**. Розв'язком цього рівняння як і в механічних коливаннях є гармонічна функція:

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (22.32)$$

де q_0 — амплітуда;

Для електричних коливань, оскільки $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, тому **період** вільних коливань виражається **формулою Томсона**:

$$T = 2\pi \sqrt{LC} \quad (22.33)$$

Сила струму в коливальному контурі визначається рівнянням:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (22.34)$$

Енергії електричного і магнітного полів коливального контуру описуються рівняннями :

$$W_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{q_0^2}{4C} + \frac{q_0^2}{4C} \cos 2(\omega_0 t + \varphi);$$

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} L \omega_0^2 q_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{q_0^2}{2C} \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= \frac{q_0^2}{4C} - \frac{q_0^2}{4C} \cos 2(\omega_0 t + \varphi); \end{aligned}$$

де враховувалося, що:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}; \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}.$$

Середні значення енергій є рівними:

$$\langle W_e \rangle = \langle W_m \rangle = \frac{q_0^2}{4C}$$

Гармонічні коливання у контурі відбуваються між енергіями електричного і магнітного полів з коловою частотою $2\omega_0$. Енергія електричного поля переходить в енергію магнітного поля, а потім енергія магнітного поля переходить в енергію електричного поля. У момент коли одна з енергій є максимальною, друга є рівною нулю. Сумарна енергія вільних коливань у коливному контурі не змінюється, тобто:

$$W = W_e + W_m = \frac{q_0^2}{2C} \quad (22.35)$$

Рівність (22.35) виражає закон збереження енергії вільних електричних коливань у контурі.

§23. Загасаючі і вимушені коливання

23.1. Вільні механічні загасаючі коливання

Усі реальні коливальні системи є дисипативними. Енергія механічних коливань такої системи поступово витрачається на роботу проти сил опору, тому вільні коливання завжди є загасаючими — їх амплітуда з часом зменшується.

Для пружинного маятника, що здійснює малі коливання під дією пружної сили $F = -kx$, сила опору пропорційна швидкості

$$F_{\text{оп}} = -r v = -r \frac{dx}{dt}$$

де r — коефіцієнт опору.

Тому другий закон Ньютона для загасаючих коливань має вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (23.1.a)$$

Позначивши:

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2, \quad \frac{r}{m} = 2\beta$$

тоді другий закон Ньютона матиме вигляд:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (23.1.b)$$

де β — коефіцієнт згасання;

ω_0 — частота, з якою здійснювались би вільні коливання за відсутності опору середовища, і її називають **власною частотою системи**.

Для розв'язання цього рівняння вводять нову змінну u , яка зв'язана з переміщенням співвідношенням: $x = e^{-\beta t} u$, тоді:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{du}{dt} e^{-\beta t} - \beta u e^{-\beta t}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 u}{dt^2} e^{-\beta t} - 2\beta \frac{du}{dt} e^{-\beta t} + \beta^2 u e^{-\beta t}$$

Підставивши ці значення в рівність (23.1.6), отримаємо:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + (\omega_0^2 - \beta^2) u = 0 \quad (23.1.8)$$

Якщо опір середовища малий і $\omega_0^2 > \beta^2$, тоді можна ввести позначення:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2 > 0$$

і отримаємо рівність (23.1.8) у вигляді:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \omega^2 u = 0 \quad (23.1.9)$$

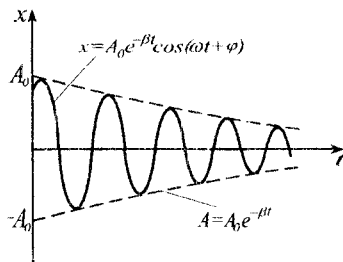
Розв'язок цього рівняння має вигляд:

$$u = A_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

а, оскільки, ***и*** зв'язане з переміщенням рівністю, яка записана вище, то матимемо:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (23.2)$$

де $A_0 e^{-\beta t}$ — називають амплітудою згасаючих коливань, яка зменшується з часом тим швидше, чим є більшим коефіцієнт опору і чим менша маса коливного тіла.



$$\text{Величину } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

називають ***власною циклічною частотою коливань дисипативної системи***. На рис. 23.1 приведено залежність зміщення від часу.

Рис. 23.1

Згасаючі коливання не є періодичними, оскільки в них ніколи не повторюються максимальні значення зміщення, швидкості чи прискорення. Однак, при згасаючих коливаннях, зміщення, змінюючись в один і той самий бік, досягає максимальних або мінімальних значень через однакові проміжки часу:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{r}{2m}\right)^2}} \quad (23.3)$$

— це «**період**» **згасаючих коливань**.

Величину, що дорівнює відношенню амплітуд двох послідовних коливань, розділених проміжком

часу, що рівний періоду T називають **декрементом згасання**:

$$D = \frac{A(T)}{A(t+T)} = \frac{e^{-\beta T}}{e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T} \quad (23.4)$$

А логарифм цього відношення, називають **логарифмічним декрементом згасання**:

$$\delta = \ln D = \beta T \quad (23.5)$$

Позначивши через величину τ — проміжок часу, за який амплітуда коливань зменшилася в e разів, одержимо:

$$e = \frac{A(t)}{A(t+\tau)} = \frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta(t+\tau)}} = e^{\beta \tau} \Rightarrow \beta \tau = 1$$

або

$$\beta = \frac{1}{\tau} \quad (23.6)$$

— це **коефіцієнт згасання** — фізична величина, що обернена до проміжку часу, протягом якого амплітуда коливань зменшується в e разів.

Нехай N — кількість коливань, за які амплітуда коливань зменшиться в e разів, тоді:

$$\tau = NT, \quad \delta = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N} \quad (23.7)$$

звідки маємо **фізичний зміст δ логарифмічного декременту згасання**: це фізична величина, обернена до кількості коливань N за які амплітуда коливань зменшиться в e разів.

Оскільки коливання є дисипативними, то енергія такої системи з часом зменшується (дисипація – розсіяння) тому існує така характеристика як **добротність коливальної системи** це:

$$Q = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t+T)} \quad (23.8)$$

фізична величина Q , яка дорівнює добутку 2π на відносну зміну енергії коливальної системи в довільний проміжок часу за один період.

Оскільки енергія пропорційна квадратові амплітуди: $E \sim A^2$, то одержимо:

$$Q = 2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta}} \quad (23.9)$$

Для малих значеннях δ ($\delta \ll 1$) можна вважати, що $e^{-2\delta} \approx 1 - 2\delta$, тоді з використанням цього добротність буде дорівнювати:

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \pi N = \frac{\pi}{\beta T_0} = \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{1}{r} \sqrt{km} \quad (23.10)$$

де r – коефіцієнт опору середовища;
 k – коефіцієнт жорсткості пружини;
 m – маса системи, що коливається.

23.2. Вільні загасаючі електромагнітні коливання

Згадаємо, що електричні коливання в коливальному контурі при наявності омичного опору описуються рівнянням:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (23.11)$$

яке перепишеться згідно рівності (23.1.б) у вигляді:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0 \quad (23.12)$$

де $2\beta = \frac{R}{L}; \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$.

Для одержання розв'язків рівняння (23.12) як і у випадку механічних коливань вводять нову змінну x , яка з величиною q зв'язана співвідношенням:

$$q = x e^{-\beta t} \quad (23.13)$$

а підставивши у рівність (23.12) $q, \frac{dq}{dt}, \frac{d^2 q}{dt^2}$, отримані з рівняння (23.13) методом інтегрування його по часу одержимо рівність відносно змінної x у вигляді:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + (\omega_0^2 - \beta^2) x = 0 \quad (23.12.б)$$

яке є аналогічним (23.1.б). Але у цьому випадку коефіцієнт $(\omega_0^2 - \delta^2)$ може набувати як додатних, так і від'ємних значень.

1. Якщо $\omega_0^2 - \beta^2 > 0$.

Позначивши $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$, одержимо рівняння:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (23.12.б)$$

з якого випливає, що змінна x описує незагасаючі гармонічні коливання з циклічною частотою ω :

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (23.14)$$

а підставивши це рівняння у (23.13) одержимо:

$$q = A e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (23.15)$$

У початковий момент часу ($t=0$) $q=q_0$ і при $\varphi=0$ одержимо, що $A=q_0$. Тоді рівняння (23.15) буде мати вигляд:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos \omega t \quad (23.15.б)$$

яке буде розв'язком рівняння (23.12.б),

де $q_0 e^{-\beta t}$ – амплітуда коливань, яка згасає з часом за експоненціальним законом (рис.23.2). Як бачимо, крива $q = q(t)$ – неперіодична, хоча значення q періодично n -ну кількість разів характеризується максимумом і мінімумом,

тільки у цьому плані процес, що описується рівнянням (23.15.б) можна вважати коливним.

Аналогічно до рівності (23.3) «**період**» загасаючих коливань – час, протягом якого заряд досягає двох максимумів, і виражається рівнянням:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad (23.16)$$

хоча загасаючі коливання не є періодичним процесом у повному розумінні цього слова.

Час, протягом якого амплітуда коливань $Ae^{-\beta t}$ зменшується в e разів, називають **часом загасання**.

$$\tau = \frac{1}{\beta} \quad (23.17)$$

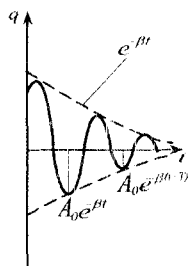


Рис. 23.2

а за цей час відбудеться n коливань:

$$n = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta T} \quad (23.18)$$

Аналогічно до рівності (23.4) логарифмічний декремент загасання електромагнітних коливань, який визначається логарифмом відношення амплітудних значень змінюваної величини, розділених часом в один період описується рівнянням:

$$\delta = \ln \frac{Ae^{-\beta}}{Ae^{-\beta(1+T)}} = \beta T \quad (23.19)$$

У радіотехніці замість логарифмічного декременту загасання коливальний контур характеризують *добротністю*:

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \pi n \quad (23.20)$$

Як для механічних так і для електричних загасаючих коливань при обчисленнях фізичних величин A і φ визначаються з початкових умов.

2. Якщо $\omega_0^2 - \beta^2 = 0$.

У цьому разі період стає нескінченним, і рівняння (23.12.б) набуде вигляду:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 0$$

а інтегрування цього виразу дає рівняння:

$$x = a + bt,$$

тоді

$$q = (a + bt)e^{-\beta t}$$

звідки зрозуміло, що $q \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. А за цієї умови процес є *аперіодичним* – коливання відбуватись не будуть.

3. Якщо $\omega_0^2 - \beta^2 < 0$.

Розв'язком рівняння (23.12.6) буде вираз:

$$x = C_1 e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} + C_2 e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t}$$

тоді:

$$q = C_1 e^{-\beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} + C_2 e^{-\beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t}$$

Закон зміни заряду і напруги на конденсаторі буде однаковим.

23.3. Вимушені механічні коливання

Вимушеними називаються **коливання**, які відбуваються за рахунок вимушуючої періодичної сили, що підводиться до системи, для поповнення втрат енергії.

Вимушуюча сила змінюється за гармонічним законом:

$$F = F_0 \cos \omega t \quad (23.21)$$

За другим законом Ньютона диференціальне рівняння для цього випадку матиме вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \omega t$$

або

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos \omega t$$

або

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t \quad (23.22)$$

де
$$\beta = \frac{r}{2m}, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad f_0 = \frac{F_0}{m}.$$

Будемо вважати, що вимушені коливання, які встановилися в системі під дією сили F є гармонічними:

$$x = A \cos(\omega t - \varphi) \quad (23.23)$$

а циклічна частота цих коливань дорівнює циклічній частоті вимушуючої сили. Амплітуда A і початкова фаза φ знаходяться з початкових умов, а саме:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -A\omega \sin(\omega t - \varphi) = A\cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right); \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= -A\omega^2 \cos(\omega t - \varphi) = A\omega^2 \cos(\omega t - \varphi + \pi) \end{aligned} \right\} \quad (24.24)$$

Підставивши (23.24) в (23.22), одержимо:

$$\begin{aligned} A\omega^2 \cos(\omega t - \varphi + \pi) + A2\beta\omega \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + \\ + A\omega_0^2 \cos(\omega t - \varphi) = f_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

Провівши ряд математичних виведень одержимо рівняння для визначення амплітуди коливань, що встановилися в системі під дією вимушуючої сили:

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (23.25)$$

і зсуву фаз між зміщенням і вимушуючою силою:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (23.26)$$

де ω_0 — циклічна частота вільних коливань системи;

ω — циклічна частота вимушуючої сили.

Розглянемо залежність амплітуди вимушених коливань від частоти (рис. 23.3) при різних значеннях коефіцієнта загасання β . Як видно з рисунка, чим менше значення

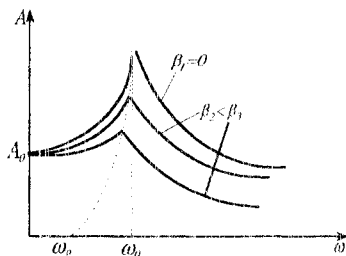


Рис. 23.3

β , тим вище і правіше лежить максимум кривої.

Якщо $\omega=0$, то $A=A_0 = \frac{F_0}{m\omega_0^2}$, тоді коливання не

здійснюються, а відхилення A_0 називається *статичною амплітудою*.

Якщо загасання немає, тобто $\omega \rightarrow \infty$, то амплітуда коливань зростає зі зростанням циклічної частоти вимушуючої сили і при $\omega=\omega_0$ стає нескінченно великою, якщо ж загасання є, то амплітуда досягне максимального значення, якщо знаменник в рівності (23.25) буде мати мінімальне значення, а це можливо лише у випадку, якщо:

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (23.27)$$

таку циклічну частоту вимушуючої сили називають резонансною частотою – це частота, при якій амплітуда коливань, що встановилися в системі досягає максимального значення, і визначається за рівністю (23.27).

Явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань при наближенні частоти вимушуючої сили до резонансної частоти, називають **резонансом**.

Амплітуда при резонансі має вигляд:

$$A_p = \frac{F_0}{2\beta m \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}} \quad (23.28)$$

Якщо загасання малі, тобто $\beta^2 \ll \omega_0^2$, то амплітуда при резонансі може виражатись через добротність:

$$A_p = \frac{F_0}{2\beta\omega_0 m} = \frac{\omega_0}{2\beta} \cdot \frac{F_0}{m\omega_0^2} = Q \frac{F_0}{m\omega_0^2} \quad (23.29)$$

Отже, добротність коливної системи характеризує резонансні властивості коливної системи: амплітуда коливань при резонансі збільшується зі збільшенням добротності.

23.4. Вимушені електромагнітні коливання

Оскільки в реальному коливному контурі електричний опір ніколи не є рівним нулю, то коливання з часом будуть загасати. Тому, для одержання не загасаючих коливань, до кон-

туру необхідно підводити додаткову енергію, яка б компенсувала втрати енергії.

Реалізацію вимушених електричних коливань можна здійснити, якщо ввімкнути послідовно з елементами контуру змінну ЕРС, яка змінюється за законом:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t \quad (23.30)$$

Тоді, на основі 2-го закону Кірхгофа справедливою є рівність:

$$U_C + IR = \mathcal{E} + \mathcal{E}_i \quad (23.31)$$

де $U_C = \frac{q}{C}$ — напруга на обкладках конденсатора;

IR — спад напруги на активному опорі;

$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt}$ — ЕРС самоіндукції.

$\mathcal{E}$ — змінної ЕРС вимушуючої сили.

З врахуванням того, що $I = \frac{dq}{dt}$, $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$,

диференціальне рівняння вимушених електричних коливань буде мати вигляд:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\mathcal{E}_0}{L} \cos \omega t \quad (23.32)$$

Під час пошуку розв'язків даного рівняння і математичних перетворень, одержимо частинний розв'язок цього рівняння у вигляді:

$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$$

де q_m значення амплітуди вимушених коливань заряду на обкладках конденсатора, (яке знаходиться на основі розв'язування рівності (23.32), з врахуванням вищенаведених викладок стосовно механічних коливань):

$$q_m = \frac{\varepsilon_0}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (23.33)$$

або з врахуванням того, що $\beta = \frac{R}{2L}$, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ рівняння (23.33) буде мати вигляд:

$$q_m = \frac{\varepsilon_0}{\omega\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (23.33.б)$$

а зсув фаз між змінами заряду і зовнішньої ЕРС:

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = -\frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \quad (23.34)$$

Закон зміни напруги на конденсаторі описується рівнянням:

$$U_c = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t + \varphi) = U_{mc} \cos(\omega t + \varphi) \quad (23.35)$$

а закон зміни струму в коливальному контурі – рівнянням:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega q_m \sin(\omega t + \varphi) = I_m \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (23.36)$$

де q_m — визначається за рівнянням (23.33.б).

Амплітуда сили струму виражається рівністю:

$$I_m = \omega q_m = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (23.37)$$

Резонансна частота для заряду q і напруги U_C на конденсаторі визначається таким чином:

$$\omega_q = \omega_U = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \quad (23.38)$$

Амплітуда сили струму буде мати максимальне значення,

якщо $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, тобто під час резонансу. **Криву**, яка

виражає залежність амплітуди вимушених коливань сили струму I_m від циклічної частоти зміни зовнішньої ЕРС, називають **резонансною**. Однією з характеристик резонансної кривої (Рис. 24.4) є значення амплітуди у максимумі. Другою — **ширина резонансної кри-**

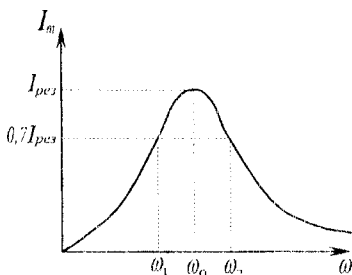


Рис. 24.4

вої, під нею розуміють різницю циклічних частот $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, для яких енергія коливань у два рази менша від енергії для частоти, при якій амплітуда змінної величини досягає максимуму.

Ширина резонансної кривої $\Delta\omega$ зв'язана з добротністю Q коливального контуру співвідношенням:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q} \quad (23.39)$$

Коливання будуть максимальними при частоті $\omega = \omega_0$. Явище збудження інтенсивних електричних коливань під дією зовнішньої змінної ЕРС з частотою, яка дорівнює або близька до власної частоти коливального контуру, називають **резонансом**.

Уся техніка радіотрансляції і радіоприйому базується на явищі резонансу. Щоб радіоприймач вибірково реагував на електромагнітні хвилі, які випромінюють радіостанції, треба досягти збігання частоти власних коливань коливального контуру радіоприймача з частотою електромагнітних хвиль, які випромінює дана радіостанція. Чутливість радіоприймача зв'язана з добротністю його коливального контуру. *Чим більша добротність – тим вища чутливість, тим вужча ширина резонансної кривої.* Ширина резонансної кривої – це смуга частот, які здатний приймати радіоприймач, але ця смуга не повинна бути вужчою за 9 кГц, інакше будуть проявлятися частотні спотворення. Отже при великій чутливості радіоприймач може приймати досить вузьку смугу частот. Чим вища чутливість, тим менше перешкоджають прийманню електромагнітних хвиль інші радіостанції, які працюють на близьких частотах.

§ 24 Хвильові процеси

24.1. Рівняння плоскої хвилі

Для кращого розуміння суті даної теми введемо поняття **пружного середовища**, – це таке середовище, між частинками якого існують сили взаємодії, що перешкоджають тому або іншому виду його деформації. Тіло, що коливається в такому пружному середовищі, періодично діє на прилеглі до нього частинки цього ж середовища, при цьому виводячи їх з положення рівноваги і змушуючи здійснювати вимушені коливання. Середовище поблизу тіла при цьому деформується, і в ньому виникають пружні сили. Ці сили діють не тільки на частинки, що знаходяться поблизу тіла, намагаючись повернути їх у положення рівноваги, а й на ті, що віддалені від тіла, при цьому виводячи їх з положення рівноваги. Власне таким чином, частинки середовища, які віддалені від тіла, втягуються в коливний рух.

Процес поширення коливань у середовищі, яке є суцільним, і володіє пружними властивостями, називається хвильовим процесом або механічною хвилею.

Під час хвильового процесу (поширення механічної хвилі) частинки середовища не рухаються, а лише коливаються біля свого положення рівноваги. Отже, основною властивістю хвильового процесу, є перенос енергії без переносу речовини.

Оскільки механічна хвиля – це процес, що відбувається у пружному середовищі, тому, механічна хвиля є пружною. Пружні хвилі поділяються на поперечні і поздовжні.

У поперечних хвилях частинки середовища коливаються в площинах, які перпендикулярні до напрямку поши-

рення хвилі. (рис. 24.1.а) *Поперечні хвилі можуть поширюватися* в середовищі, в якому виникають пружні сили при деформації зсуву, тобто *лише у твердих тілах*.

У **поздовжніх** хвилях частинки коливаються в напрямку поширення хвилі. (рис. 24.1.б) Ці хвилі можуть поширюватися в середовищах, в яких виникають пружні сили при деформації стиску і розтягу, тобто у твердих, рідких і газоподібних середовищах.

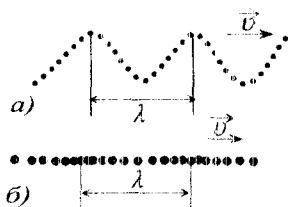


Рис. 24.1

Пружна хвиля називається **гармонічною**, якщо коливання частинок середовища є гармонічними.

Залежність між зміщенням ξ частинок даного середовища і їх віддаллю x від джерела коливань у деякий момент часу має вигляд як показано на рис. 24.2.

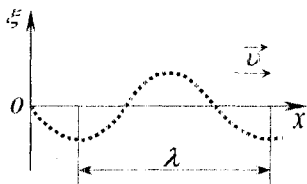


Рис. 24.2

Віддаль між двома найближчими частинками, що коливаються в однаковій фазі, називається **довжиною хвилі** λ . Ця довжина дорівнює тій відстані, на яку поширюється певна фаза коливань за період:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu} \quad (24.1)$$

Нехай у деякій точці в суцільному середовищі (наприклад у воді) відбулися механічні збурення, і коливання поширюються від центра в усі боки. *Пверхня, до якої доходить коливання в деякий момент часу, називається фронтом хвилі*. Отже, *фронт хвилі* – це поверхня, яка відокремлює частину простору, що вже залучена у хви-

льовий процес, від тієї частини простору, коливання в якій ще не виникли (не поширилися).

Поверхня, в якій всі частинки коливаються в однаковій фазі, називається **хвильовою**. Хвильову поверхню можна провести через довільну точку простору, який є охоплений хвильовим процесом. Отже, в кожний фіксований момент часу, хвильових поверхонь може бути нескінченна множина, а хвильовий фронт – лише один. Хвильові поверхні залишаються нерухомими, а хвильовий фронт весь час рухається в даному пружному середовищі.

Хвильові поверхні можуть бути довільної форми: плоскими, сферичними, еліптичними та ін. **Хвиля** називається **плоскою**, якщо її хвильові поверхні мають вигляд площини, які паралельні площині, що проходить через джерело хвиль.

Хвиля називається **сферичною**, якщо її хвильові поверхні мають вигляд концентричних сфер, а центр цих сфер називається центром хвилі.

Напрямки, в яких поширюються коливання, називаються **променями**. В ізотропному середовищі промені перпендикулярні до фронту хвилі.

Хвильовий процес, пов'язаний з перенесенням енергії, називається **біжучою хвилею**.

Довільний хвильовий процес можна описати відповідними математичними залежностями. **Вираз**, який описує зміщення коливної частинки як функцію її координат і часу, називають **хвильовим рівнянням**.

Розглянемо рис. 24.3. на якому представлено поширення плоскої хвилі вздовж осі OX , що збуджується в площині $x=0$ і коливання частинок поширюється до площини, яка знаходиться на деякій віддалі x .

Коливання в початковий момент часу описується рівнянням:

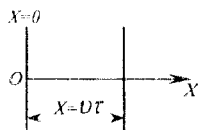


Рис. 24.3

$$\xi(0,t) = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (24.2)$$

Щоб коливання пройшло віддалі від однієї площини до другої, потрібен час: $\tau = \frac{x}{v}$, де v — швидкість поширення хвилі.

Отже коливання частинок у площині x будуть відставати за фазою на час τ від тих частинок, що коливаються у площині $x=0$, тобто рівняння їхніх коливань матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} \xi(x,t) &= A \sin[\omega(t-\tau) + \varphi_0] = \\ &= A \sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{v} + \varphi_0\right) = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{vT}x + \varphi_0\right) = \\ &= A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right) \end{aligned} \quad (24.3)$$

Введемо позначення, яке називають **хвильовим числом**:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v} \quad (24.4)$$

Тоді рівняння біжучої плоскої хвилі, що поширюється вздовж осі Ox матиме такий вигляд:

$$\xi(x,t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0) \quad (24.5)$$

Величину:

$$\Phi = \omega t - kx + \varphi_0 \quad (24.6)$$

називають *фазою плоскої хвилі*. Якщо зафіксувати довільне значення цієї фази, то отримаємо вираз, що визначає зв'язок між часом і тим місцем, в якому фаза має фіксоване значення.

Оскільки величина $\frac{dx}{dt}$ — швидкість, з якою переміщу-

ється дане значення фази, то продиференціювавши вираз для фази:

$$\omega dt - k dx = 0$$

одержимо:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega \lambda}{2\pi} = \frac{\lambda}{T} = v \quad (24.7)$$

Таким чином, згідно рівняння (24.7) *швидкість поширення хвилі — це швидкість переміщення фази хвилі, тому її називають **фазовою швидкістю***.

Для плоскої хвилі:

$$\begin{aligned} \xi(\vec{r}, t) &= A \sin(\omega t - \vec{k} \vec{r} + \varphi_0) = \\ &= A \sin(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \varphi_0) \end{aligned} \quad (24.8.a)$$

де $\vec{k} = k\vec{n}$ — вектор, що дорівнює за модулем хвильовому числу, а напрям співпадає з нормаллю до хвильової поверхні;

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \alpha; \quad k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \beta; \quad k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \gamma;$$

α, β, γ — кути, які утворює напрям поширення хвилі з осями OX, OY, OZ в просторі.

Для сферичної хвилі:

$$\xi(r, t) = \frac{A}{r} \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) \quad (24.8.б)$$

де r – віддаль від центра хвилі до точки середовища, яка розглядається;

A – величина, яка дорівнює амплітуді коливань на віддалі 1 м від джерела хвиль і має розмірність амплітуди помноженої на розмірність довжини.

Поширення хвиль в однорідному ізотропному середовищі описується хвильовим рівнянням, розв'язком якого є рівняння виду (24.8).

Диференціальне рівняння в частинних похідних:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (24.9.a)$$

або

$$\nabla^2 \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (24.9.б)$$

називається **хвильовим рівнянням**,

де v – фазова швидкість,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla^2 \text{ – оператор Лапласа.}$$

Розв'язком рівності (24.9) є функція типу (24.8).

24.2. Рівняння електромагнітної хвилі

З попередніх розділів знаємо, що будь-яка зміна в часі електричного поля $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ зумовлює виникнення змінного в просторі вихрового магнітного поля $\text{rot } \vec{B}$, а змінне в часі магнітне поле $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ призводить до виникнення в сусідніх точках простору вихрового електричного поля $\text{rot } \vec{E}$. Отже змінні електричне і магнітне поля взаємно обумовлюють одне одного, вони існують в єдності, становлячи особливу форму матерії — електромагнітне поле, яке виникнувши в певних точках простору, не заповнює його миттєво, а поширюється у вигляді електромагнітних коливань, або хвиль, зі скінченою швидкістю, значення якої залежить від властивостей навколишнього середовища.

Тому для електромагнітного поля, в якому немає вільних електричних зарядів, і для якого $\sigma = 0$; $\varepsilon = \text{const}$; $\mu = \text{const}$ існує система з двох хвильових диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} &= 0 \\ \nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (24.10)$$

де $\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 = \frac{1}{v^2} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}}$ — називають

фазовою швидкістю електромагнітної хвилі.

Розв'язок цієї системи диференціальних рівнянь буде мати вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \end{aligned} \right\} \quad (24.11)$$

Величину $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ називають (як і у випадку механічних хвиль) **хвильовим числом електромагнітної хвилі**, і звідси можна дати **означення хвильового числа** – воно показує скільки довжин хвиль вміщується на відстані 2π .

Електромагнітна хвиля є **монохроматичною**, якщо електричний і магнітний вектори поля коливаються в однакових фазах.

Для вакууму $\varepsilon = \mu = 1$, тому:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 3 \cdot 10^8 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right),$$

для електромагнітних хвиль у довільному діелектричному середовищі:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}.$$

24.3. Енергія електромагнітних хвиль. Вектор Умова-Пойтинга

Співвідношення, які встановлюють можливість поширення електромагнітної енергії в просторі визначаються на основі формул для енергії електричного

поля: $W_e = \frac{1}{2} \int_V \vec{E} \cdot \vec{D} dV$, для магнітного:

$W_m = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \cdot \vec{H} dV$, як суму електричної і магнітної складової:

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}) dV \quad (24.12)$$

Оскільки $D = \epsilon \epsilon_0 E$ а $B = \mu \mu_0 H$, то з врахуванням цього, рівність (24.12) ще поділивши на об'єм, можна записати вираз для **об'ємної густини енергії електромагнітної хвилі**:

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2 \quad (24.13)$$

Враховуючи зв'язок між модулями векторів E і H у вигляді: $H = \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}} E$, і рівність для фазової швидкості електромагнітної хвилі, (24.13) перепишеться так:

$$w = \epsilon \epsilon_0 E^2 = \mu \mu_0 H^2 = \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0} E H = \frac{E H}{v} \quad (24.14)$$

Добуток:

$$\vec{P} = w \cdot \vec{v} = [\vec{E} \cdot \vec{H}] \quad (24.15)$$

виражає густину потоку енергії електромагнітної хвилі, і називається вектором Умова-Пойтинга.

За теоремою Гауса

$$\int_V \text{div} \vec{P} dV = \int_S \vec{P}_n dS \quad (24.16)$$

одержимо:

$$\int_S \vec{P}_n dS = - \frac{\partial W}{\partial t} \quad (24.17)$$

З цієї рівності слідує, що **потік вектора Умова-Пойтинга крізь довільну замкнену поверхню S , що обмежує об'єм V , дорівнює зменшенню за одиницю часу запасу електромагнітної енергії W , яка міститься в об'ємі V . Зменшення енергії може бути зумовлене витіканням її крізь поверхню S з об'єму V , якщо інших перетворень енергії в об'ємі не відбувається. Отже, електромагнітна енергія, подібно до рідини витікає з об'єму, де є її певний запас, крізь замкнену поверхню, що обмежує цей об'єм, в кількості $\int_S \vec{P}_n dS$ (Дж/с). Модуль вектора Умова-**

Пойтинга визначає потік електромагнітної енергії за одиницю часу крізь одиницю поверхні, перпендикулярної до напрямку поширення енергії:

$$|\vec{P}| = |[\vec{E} \cdot \vec{H}]|, \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$$

Вектори $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{P}$ становлять правогвинтову трійку векторів. Напрямок вектора $\vec{P}$ вказує напрям випромінювання електромагнітної енергії.

24.4. Передача інформації за допомогою електромагнітних хвиль

Енергія струму, яка передається по провідниках, транспортується переважно в просторі, що оточує провідник, зі швидкістю, яка визначається властивостями речовини навколо провідників:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

Якщо струм передається коаксіальним кабелем (рис. 24.5), що складається з центрального провідника (так званої, центральної жили), радіус якого рівний r і провідної цилінд-

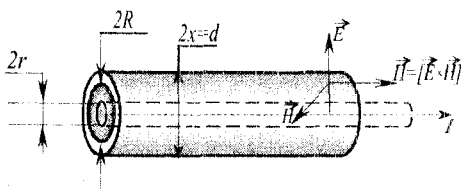


Рис. 24.5

ричної оболонки, яка має радіус R а простір між ними заповнений діелектриком, енергія струму у цьому випадку поширюється лише в цьому просторі. Розглянемо як саме.

Для простоти вважатимемо, що передавання енергії відбувається без втрат, тобто провідники не нагріваються, бо активний опір дорівнює нулю. За такої умови можна знехтувати спадом напруги в провідниках і вважати, що спад напруги відбувається лише на приладах і устаткуваннях, що споживають цю енергію. Тоді, різниця потенціалів між центральним провідником r та оболонкою R буде незмінною і

рівною U , і буде створювати електричне поле. Оскільки ми вважали, що втрат енергії немає, то й потік вектора Умова-Пойтінга в радіальному напрямку буде рівним нулю, а це означає, що дорівнює нулю складова вектор $\vec{E}$ вздовж провідника, тоді можна вважати, що відмінною від нуля буде радіальна складова цього вектора, значення якої залежить від відстані між точкою спостереження на кабелі і віссю кабеля. За теоремою Гауса:

$$E_r \cdot 2\pi x l = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow E_r = \frac{q}{2\pi \epsilon \epsilon_0 x l} = \frac{a}{x}$$

де $x = \frac{d}{2}$ — загальний радіус кабеля;

a — параметр, який визначається різницею потенціалів між центральним провідником і оболонкою кабеля:

$$U = \int_r^R E_r dx = a \int_r^R \frac{dx}{x} = a \ln \frac{R}{r}$$

звідки одержимо:

$$a = \frac{U}{\ln(R/r)}; \quad E_r = \frac{U}{\ln(R/r)x}$$

Напруженість магнітного поля на відстані від осі кабеля:

$$H = \frac{I}{2\pi a} \quad \text{де } r < a < R$$

тоді значення вектора Умова-Пойтінга, який визначає потік енергії вздовж кабелю буде дорівнювати:

$$\Pi = E_r H = \frac{IU}{2\pi \ln(R/r)r^2} \quad (24.18)$$

Отже, у просторі між центральним провідником і оболонкою (так званою, обліткою) кабелю поширюється електромагнітна енергія, густина якої визначається рівнянням (24.18). Напрямок поширення енергії збігається з напрямом вектора Умова-Пойтінга. За межами оболонки кабелю напруженість електричного поля дорівнює нулю, отже електромагнітної енергії там немає. Математичні розрахунки показали, що повний потік електромагнітної енергії через поперечний переріз кабелю (між центральною жилою і обліткою) за 1 с становить:

$$W = \int_s \Pi dS = IU \quad (24.19)$$

Якщо сила струму у провідниках рівна I а напруга U , то потужність, яка надходить до споживачів:

$$P = IU$$

Отже, вся енергія надходить по кабелю до споживачів у вигляді перетікання електромагнітного поля в просторі між центральною жилою кабелю і обліткою. У випадку передачі енергії змінного струму малої частоти механізм перетікання енергії не змінюється. При частотах струму, якщо довжина електромагнітної хвилі має порядок відстані між провідниками, лінія передачі починає випромінювати електромагнітну енергію подібно до антени. Тому для передач еле-

ктричної енергії на високих частотах звичайні лінії передач є непридатними через великі втрати енергії в них. Тоді використовують спеціальні лінії передач – хвилеводи (це можуть бути металеві труби з незмінною по всій довжині формою поперечного перерізу). Однією з переваг металевих хвилеводів порівняно з іншими лініями передач (такими як, двопровідний або коаксіальний кабель) є відносно малі втрати енергії, які пов'язані з тим, що в закритих металевих хвилеводах повністю відсутнє випромінювання енергії в навколишній простір і втрати на джоулеве тепло є меншими.

У цьому випадку механізм передавання енергії базується на багаторазовому відбиванні електромагнітних хвиль від стінок хвилеводу. Теорія поширення хвиль у хвилеводах базується на використанні відомих нам рівнянь Максвелла. Останнім часом широкого використання набули діелектричні хвилеводи – стержні з діелектрика або магнетика. Плоскі хвилі на межі діелектрика та зовнішнього середовища зазнають повного відбивання, утворюючи за хвилеводом поле, значення якого експоненціально спадає (так звані, поверхневі хвилі). Аналогом таких хвилеводів є волоконні системи.

РОЗДІЛ IV

ХВИЛЬОВА ОПТИКА

§25. Інтерференція світла

25.1. Розвиток уявлень про природу світла. Хвильова та геометрична оптика

Питання про природу світла та закони його поширення цікавили ще грецьких вчених, які жили до нашої ери. Деякі елементарні закономірності поширення світла вони розуміли ще в ті часи, але сформулювати закони, які ми знаємо сьогодні, вони ще не могли.

Дослідження властивостей, закономірностей і законів, виведення певної теорії про природу світла розпочалося лише у 16-му столітті. Саме тоді були закладені основи корпускулярно-хвильового дуалізму в теорії про природу світла.

На сьогоднішній день усі відомі явища і закономірності світла описуються чіткою корпускулярно-хвильовою теорією. Ця теорія описує поведінку світла і з точки зору хвильової електромагнітної, і з корпускулярно-квантової, які не заперечують одна одну, а навпаки, доповнюють.

До основних властивостей хвильової теорії світла відносяться – закони геометричної оптики, інтерференція, дифракція, дисперсія, поляризація. До основних властивостей корпускулярної теорії відносяться – фотоефект, фотохімічні реакції, комптонівське розсіяння рентгенівських променів та ін.

Пізнання природи світла та його взаємодії з речовиною не є завершеним, оптика і нині продовжує розвиватись.

Основні фотометричні величини.

Основною величиною, що характеризує випромінювання, є його енергія. Світлове випромінювання в однорідному прозорому середовищі характеризується інтенсивністю, спектральним складом і ступенем поляризації.

Світлові пучки, промені яких заповнюють тілесні кути певних розмірів, володіють певною енергією Φ . Якщо крізь елементарну поверхню $d\sigma$ про-

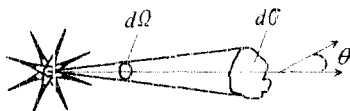


Рис. 25.1

вести промені (рис.25.1), які заповнюють тілесний кут $d\Omega$, то енергія, що переноситься цими променями за одиницю часу крізь поверхню $d\sigma$ у тілесному куті $d\Omega$, називається потоком або потужністю випромінювання:

$$d\Phi = I d\sigma d\Omega \cos \theta \quad (25.1)$$

де Φ – потік випромінювання (Bm);

I – енергетична інтенсивність випромінювання ($Bm/(sr \cdot m^2)$);

$d\sigma$ – елементарна поверхня;

$d\Omega$ – елементарний тілесний кут;

θ – кут між нормаллю до поверхні $d\sigma$ і напрямком поширення світла.

Фізичний зміст енергетичної інтенсивності випромінювання полягає у тому, що величина I чисельно дорівнює потоку випромінювання, який поширюється крізь одиницю поверхні в нормальному (перпендикулярному) до неї напрямі в одиниці тілесного кута.

Енергія, що припадає на одиницю об'єму простору, в якому поширюється випромінювання, називається об'ємною густиною світлової енергії ($Дж/м^3$).

Кількість світлової енергії, що переноситься через деяку поверхню $d\sigma$ визначається розміром тілесного кута, у вершині якого знаходиться точкове джерело. Величина тілесного кута визначається рівнянням:

$$d\Omega = \frac{d\sigma}{r^2} \cos \theta \quad (25.2)$$

де θ – кут між віссю конуса і зовнішньою нормаллю до поверхні $d\sigma$;

r – відстань від точкового джерела до поверхні $d\sigma$.

Для характеристики точкового джерела існує поняття *сили світла джерела* – фізична величина, яка чисельно дорівнює світловому потоку, що випромінюється точковим джерелом світла через одиничний тілесний кут. Якщо через тілесний кут $d\Omega$ випромінюється світловий потік $d\Phi$, то сила світла в даному напрямі визначається рівнянням:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (25.3)$$

Одиницею *сили світла* є **кандела** (кд) – величина, що дорівнює силі світла в заданому напрямі джерела, що дає монохроматичне випромінювання з частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц, енергетична сила світла якого в цьому напрямі складає 1/683 Вт/ср (Ват поділений на стерадіан).

Одиницею *світлового потоку* є **люмен** (лм) – фізична величина, яка чисельно дорівнює світловому потоку, що випромінюється ізотропним джерелом з силою світла в одну канделу в середині тілесного кута в один стерадіан.

З двох джерел, які випромінюють світло однакової сили, але мають різні розміри, джерело менших розмірів здасть-

ся яскравішим, оскільки воно забезпечує більшу силу світла з одиниці площі. Тому для джерел скінчених розмірів існує поняття яскравості джерела. У загальному випадку яскравість залежить від напрямку поширення світла. Однак існують джерела світла, для яких яскравість не залежить від напрямку поширення світла, тобто яскравість цих джерел світла є величиною стала. Такі джерела називають ламбертовими або косинусними. Для них виконується **закон Ламберта** – сила світла пропорційна косинусу кута між нормаллю та певним напрямом падіння променів, і є найбільшою в напрямі нормалі до поверхні:

$$I_{\varphi} = I_0 \cos \varphi \quad (25.4)$$

де I_0 – сила світла в напрямі нормалі до поверхні.

До Ламбертових джерел належать: Сонце, абсолютно чорне тіло, матове та молочне скло.

Одиницею яскравості є *кандела на квадратний метр* ($\text{кд}/\text{м}^2$) – це яскравість плоскої поверхні, сила світла якої в нормальному напрямі дорівнює одній канделі з квадратного метра.

Джерела скінчених розмірів характеризуються ще й таким поняттям як *світність джерела* – фізична величина, яка чисельно дорівнює повному світловому потоку, що випромінюється одиницею площі його поверхні в один бік, тобто в середину тілесного кута 2π :

$$S = \frac{d\Phi}{d\varphi} \quad (25.5)$$

Одиницею світності є люмен на квадратний метр ($\text{лм}/\text{м}^2$).

Для кількісної освітлення поверхні, на яку падає світловий потік існує таке поняття як *освітленість* – фізична величина, яка чисельно дорівнює світловому потоку, що падає на одиницю площі поверхні:

$$E = \frac{d\Phi}{d\sigma} = \frac{Id\Omega}{d\sigma} = \frac{d\sigma \cos \varphi}{d\sigma \cdot r^2} = \frac{I}{r^2} \cos \varphi \quad (25.6)$$

де φ – кут між зовнішньою нормаллю до освітленої поверхні і напрямом світлового потоку (кут падіння);

r – віддаль від джерела до площадки.

Освітленість являє собою фотометричну величину, яка не є характеристикою джерела, а лише характеризує освітлювальну поверхню. Одиницею освітленості є *люкс (лк)* – це освітленість, створена світловим потоком в один люмен, який рівномірно розподілений на площі в один квадратний метр.

Поняття *світлової експозиції* включає в себе – відношення світлової енергії, що падає на елемент поверхні σ , до площі цього елемента. Світлова експозиція визначається як добуток освітленості на час освітлення:

$$H = \int \frac{\Phi dt}{\sigma} = \int E dt \quad (25.7)$$

25.2. Інтерференція світла.

Когерентність світлових хвиль.

Оптична різниця ходу світлових хвиль

Отже, світло – це електромагнітні хвилі, які розповсюджуються в просторі зі швидкістю $\sim 3 \cdot 10^8$ м/с.

Однією з основних властивостей світла є **явище інтерференції** – це явище накладання двох або декількох когерентних світлових хвиль, в результаті якого відбувається перерозподіл інтенсивності світла в просторі.

Хвилі називаються **когерентними**, якщо вони мають однакову частоту, і в точці накладання – постійну різницю фаз, тобто спостерігається самоузгоджений перебіг в часі і просторі декількох хвильових процесів. Цю умову задовільняють **монохроматичні хвилі** – хвилі однієї строго визначеної частоти і сталої амплітуди. Природні джерела не є когерентними.

Видиме світло, яке нас оточує і поширюється з простору, що оточує Сонце – це випромінювання хвиль атомами, які є збудженими. Час випромінювання кожної хвилі становить $\tau \sim 10^{-8}$ с. Таке короткочасне випромінювання атомами світла у вигляді короткочасних імпульсів, називається **хвильовим цугом**. Когерентність існує лише в межах одного цугу.

Добуток часу випромінювання на швидкість випромінювання (швидкість світла) називається $l = c\tau \approx 3\text{ м}$ – **довжиною когерентності** (довжиною цугу). Залежно від довжини світлової хвилі цуг вміщає від 10^6 до 10^8 довжин хвиль.

Спостереження інтерференції можливе лише при оптичних різницях ходу, менших від довжини когерентності використовованого світла. Оскільки світло випромінюється не одним а великою кількістю атомів, то одночасне випромінювання цугів хвиль не означає когерентності різних цугів між собою. Але при накладанні незалежних двох цугів хвиль на екрані може виникати картинка інтерференційних смуг. Розміщення їх визначається різницею фаз коливань, а ця різниця фаз при переході від однієї пари цугів до іншої змінюється дуже швидко, що веде до швидкої зміни інтерферен-

ційної картини, за якою людське око не встигає реагувати (10^7 – 10^9 разів за сек.). Тому ми сприймаємо освітленість екрану як рівномірну.

Для опису когерентних властивостей хвиль вводиться поняття часової когерентності та просторово когерентних джерел: *когерентність коливань, які здійснюються в одній і тій самій точці простору, що визначається ступенем монохроматичності хвиль, називається **часовою когерентністю***; два джерела, розміри і взаємне розміщення яких дозволяє спостерігати інтерференційні смуги (при необхідному ступені монохроматичності світла), називаються **просторово когерентними**. Отже, для спостереження інтерференції недостатньо щоб джерела були когерентними, необхідно, щоб розміри джерел не перевищували певної межі, і взаємне розміщення їх повинно бути певним чином визначене. Для цього існує поняття **радіус когерентності** – *максимальна відстань між точками (що є поперечною до напрямку поширення хвилі), між якими випадкова зміна різниці фаз досягає значення порядку π* . Радіус когерентності визначається:

$$r_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda}{\varphi} \quad (25.8)$$

де λ – довжина світлових хвиль;

φ – кутовий розмір джерела.

Нехай дві когерентні монохроматичні світлові хвилі, що йдуть в одному напрямку накладаються в деякій точці простору. Перша збудить гармонічні коливання:

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t + \varphi_1)$$

а друга –

$$E_2 = E_{02} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Додаючи ці два гармонічні коливання одного напрямку, одержимо таке ж гармонічне коливання з тим же періодом і в тому ж напрямку:

$$E = E_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (25.9)$$

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (25.10)$$

Оскільки для когерентних хвиль величина $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ є сталою, то інтенсивність результуючої хвилі $I \sim E_0^2$, тому:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (25.11)$$

Якщо $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$, то $I > I_1 + I_2$, якщо $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) < 0$, то $I < I_1 + I_2$.

Отже, при накладанні двох когерентних світлових хвиль відбувається просторовий перерозподіл інтенсивності світла, внаслідок чого в одних місцях виникають максимуми, а в інших – мінімуми інтенсивності.

Для отримання когерентних світлових хвиль застосовують метод розділення хвилі, що випромінюється одним джерелом, на дві частини, які після проходження різних оптичних шляхів накладаються одна на одну і спостерігається інтерференційна картина.

Нехай розділення на дві когерентні (рис.25.2) хвилі відбувається в певній точці O . До точки M , в якій спостері-

гається інтерференційна картина. одна хвиля пройшла шлях d_1 в середовищі з показником заломлення n_1 , а друга – d_2 з показником заломлення n_2 . Якщо в початковій точці O фаза коливань дорівнює ωt , то в точці M перша хвиля збудить коливання $E_{01} \cos \omega \left(t - \frac{d_1}{v_1} \right)$, друга – $E_{02} \cos \omega \left(t - \frac{d_2}{v_2} \right)$, де

$v_1 = \frac{c}{n_1}$, $v_2 = \frac{c}{n_2}$ – **фазові швидкості** першої і другої хвиль.

Різниця фаз для двох когерентних хвиль від одного джерела буде визначатися рівнянням:



Рис. 25.2

$$\delta = \omega \left(\frac{d_2}{v_2} - \frac{d_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (d_2 n_2 - d_1 n_1) \quad (25.12)$$

Оскільки $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, де λ_0 – довжина хвилі в вакуумі,

то (25.12) запишеться:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta \quad (25.13)$$

Добуток $d \cdot n = L$ – геометричної довжини шляху світлової хвилі на показник заломлення цього середовища, називається **оптичною довжиною шляху**, а різниця оптичних довжин пройдених хвилями шляхів – називається **оптичною різницею ходу**: $\Delta = L_2 - L_1$.

Якщо оптична різниця ходу дорівнює цілому числу хвиль:

$$\Delta = \pm m \lambda_0, \quad (m=1,2,3...) \quad (25.14.a)$$

то різниця фаз буде рівною $\delta = \pm 2m\pi$, тобто коливання, що збуджуються обома хвилями знаходяться в однаковій фазі, тому умова $\Delta = \pm m \lambda_0$ – **умова інтерференційного максимуму**.

Якщо оптична різниця ходу визначається рівнянням:

$$\Delta = \pm (2m+1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (m=0,1,2,...) \quad (25.14.б)$$

то різниця фаз двох хвиль буде дорівнювати непарному числу π : $\delta = \pm (2m+1)\pi$, тобто коливання будуть у протифазі, отже умова (25.14.б) – **умова інтерференційного мінімуму**.

Контрастність інтерференційної картини характеризують за допомогою параметра V , який виражається формулою:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (25.15)$$

де $I_{\max}$ і $I_{\min}$ – інтенсивності світлих і темних смуг. Якщо інтенсивність темної смуги рівні нулю, $V=0$, для рівномірно освітленого екрану $I_{\max}=I_{\min}$ – контрастність дорівнює нулю.

25.3. Інтерференція від двох точкових джерел світла

Розглянемо дві когерентні світлові хвилі, які мають вигляд паралельних тонких світних ниток або вузьких щілин, що йдуть від джерел S_1 і S_2 (рис.25.3). Область, в якій ці хвилі перетинаються називається *полем інтерференції*.

Якщо в це поле внести екран, то ми будемо спостерігати інтерференційну картину, яка складається зі світлих і темних смуг, що чергуються. Обчислимо ширину цих смуг. Нехай x_m – координата інтерференційного максимуму

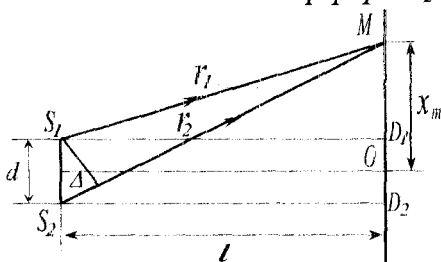


Рис. 25.3

чи мінімуму. Тоді з ΔS_2MD_2 маємо рівність:

$$r_2^2 = l^2 + \left(x_m + \frac{d}{2}\right)^2 \quad (25.16.a)$$

а з ΔS_1MD_1 можемо записати наступну рівність:

$$r_1^2 = l^2 + \left(x_m - \frac{d}{2}\right)^2 \quad (25.16.b)$$

Тоді оптична різниця ходу двох променів опишеться рівнянням:

$$r_2^2 - r_1^2 = 2x_m d \Rightarrow \Delta = r_2 - r_1 = \frac{2x_m d}{r_2 + r_1}$$

За умови, що $l \gg d$ випливає, що $r_1 + r_2 \approx 2l$, тому справедливим буде запис:

$$\Delta = \frac{x_m d}{l} \Rightarrow x_m = \frac{l}{d} \Delta \quad (25.17)$$

З рівності (25.14.a) – умова m -го інтерференційного **максимуму** записується у вигляді:

$$\Delta = \pm m \lambda_0,$$

тоді, з врахуванням цього ширина інтерференційного максимуму буде дорівнювати:

$$x_m^{\max} = \frac{l}{d} m \lambda_0, \quad (m=0, \pm 1, \pm 2 \dots)$$

Умова для m -го інтерференційного **мінімуму** має вигляд:

$$\Delta = \pm (2m+1) \frac{\lambda_0}{2}$$

тоді ширина інтерференційного мінімуму буде:

$$x_m^{\min} = (2m+1) \frac{l \lambda_0}{2d}, \quad (m=0, \pm 1, \pm 2 \dots)$$

Шириною інтерференційної смуги називається відстань між двома сусідніми мінімумами (або максимумами) інтенсивності, тобто:

$$\Delta x = x_{m+1}^{\min} - x_m^{\min} = \frac{[2(m+1)+1]l\lambda_0}{2d} - \frac{(2m+1)l\lambda_0}{2d} = \frac{l\lambda_0}{d}$$

Ширина інтерференційної смуги зростає при зменшенні віддалі між джерелами. Якщо $d \sim l$ то відстань між інтерференційними смугами буде порядку довжини світлової хвилі, тоді спостереження окремих інтерференційних смуг стане неможливим. Отже, необхідною умовою чіткої інтерференційної картини є додержання умови $d < l$ (відстань між когерентними джерелами є набагато меншою за їх відстань до екрану, де спостерігається картинка).

Інтерференційна картина, створена на екрані двома когерентними джерелами світла, являє собою чергування світлих і темних смуг, паралельних між собою. Головний максимум, що відповідає $m=0$ проходить через точку O , а вниз і вгору від нього розміщуються максимуми першого, другого порядку і т.д.

Для білого світла інтерференційні максимуми для кожної довжини хвилі будуть зміщені один відносно одного, і матимуть вигляд райдужних смуг (від фіолетового до червоного). Тільки для $m=0$ всі максимуми будуть збігатися, і всередині екрану буде спостерігатися біла смуга, по обидві сторони якої будуть знаходитись спектрально забарвлені смуги 1-го, 2-го порядків і т.д.

Умова чіткості інтерференційної картини для немонохроматичного світла: різноманітність хвиль повинна бути обмежена і не перевищувати інтервалу між λ_0 і $\lambda_0 + \Delta\lambda$.

Інтерференційна картина *не буде розрізнятися*, якщо будуть збігатися максимум $-m+1$ для довжини хвилі λ_0 і

максимум m для довжини хвилі $\lambda_0 + \Delta\lambda$. Отже, граничне значення інтервалу повинно задовольняти умову:

$$\Delta\lambda_{c.p} = \frac{\lambda_0}{m} \quad (25.18)$$

це означає, що інтерференційну картину для немонохроматичного світла *можна спостерігати*, коли ширина інтервалу довжин хвиль не перевищує граничного:

$$\Delta\lambda_0 < \Delta\lambda_{c.p} = \frac{\lambda_0}{m} \quad (25.19)$$

25.4. Інтерференція світла в тонких плівках (плоскопаралельних пластинках)

Спостерігаючи райдужне забарвлення тонкої нафтової плівки на поверхні води, або кольори мінливого забарвлення на поверхні загартованих сталевих деталей, покритих найтоншим шаром окислів, ми маємо справу з явищем, зумовленим інтерференцією світла в тонких плівках, яка виникає внаслідок накладання когерентних хвиль, що відбиваються від верхньої та нижньої поверхонь плівки.

Якщо показник заломлення плівки n а товщина її d , і на цю плівку падає плоска монохроматична хвиля під кутом i то будемо спостерігати наступну картину (рис.25.4).

Падаючі хвилі — 1 ; 2 частково заломлюються $1'$; $2'$ а частково відбиваються — $1''$; $2''$. Заломлені хвилі $1'$, $2'$, досягнувши нижньої поверхні плівки, частково відбиваються, а частково заломлюються, потрапляючи в інше середовище з показником заломлення n_2 .

Відбиті хвилі $1'$, $2'$ на межі середовищ n і n_0 – на верхній межі плівки знову ж частково відбиваються, а частково заломлюються при виході в середовище n_0 , причому заломлена хвиля накладається на хвилю $1''$ чи $2''$, що відбилася від верхньої поверхні плівки. Промені $1'$, $2'$ є когерентними до променів $1''$, $2''$. Якщо на їхньому шляху поставити збірну лінзу, то вони зберуться в точці фокальної площини лінзи (наприклад в точці M) і дадуть інтерференційну картину. Оптична різниця ходу між променями, що інтерферують буде дорівнювати:

$$\Delta = (OC + CB)n - OA \pm \frac{\lambda_0}{2} = \bar{\Delta} \pm \frac{\lambda_0}{2} \quad (25.20)$$

Доданок $\pm \frac{\lambda_0}{2}$

враховує «втрату півхвилі» під час відбивання світла на межі двох середовищ. Якщо $n > n_0$, тоді фаза коливань в точці O зміниться на протилежну, і в рівності (25.20) буде знак «-» що означає втрату півхвилі.

У випадку $n < n_0$ «втрата півхвилі» буде в точці C і тоді в рівності (25.20) буде знак «+». З врахуванням цього проведемо вивід рівності для обрахунку різниці ходу хвиль:

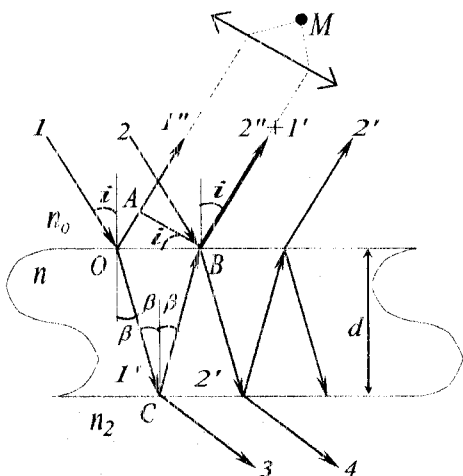


Рис. 25.4.

$$OC = CB = \frac{d}{\cos \beta};$$

$$OA = OB \sin i = 2d \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \sin i$$

Враховуючи, що показник заломлення плівки з кутами падіння і заломлення пов'язаний рівністю:

$$n = \frac{\sin i}{\sin \beta} \Rightarrow \sin i = n \sin \beta \quad (25.21)$$

одержимо співвідношення

$$OA = 2d \cdot n \cdot \operatorname{tg} \beta \sin \beta = 2d \cdot n \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta}$$

тоді з врахуванням цього перший доданок в рівнянні (25.20) можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta} &= \frac{2d \cdot n}{\cos \beta} - \frac{2d \cdot n}{\cos \beta} \sin^2 \beta = \frac{2dn}{\cos \beta} (1 - \sin^2 \beta) = \\ &= 2d \cdot n \cos \beta = 2d \cdot n \sqrt{1 - \sin^2 \beta} \end{aligned}$$

а врахувавши співвідношення (25.21) рівність набуде вигляду:

$$2d \cdot n \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \quad (25.22)$$

З урахуванням втрати півхвилі, що є в рівності (25.20) оптична різниця ходу буде рівною:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} \quad (25.23)$$

Враховуючи умови для інтерференційного максимуму та інтерференційного мінімуму – рівності (25.14), одержимо, що в точці M буде спостерігатись максимум, для відбитого світла якщо виконується умова:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 \quad (m=0,1,2,...) \quad (25.24.a)$$

або мінімум, якщо:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0,1,2,...) \quad (25.24.b)$$

де $\ll +\frac{\lambda_0}{2} \gg$ – якщо $n < n_o$;

$\ll -\frac{\lambda_0}{2} \gg$ – якщо $n > n_o$;

n – показник заломлення плівки;

i – кут між напрямком падіння промені на плівку і нормаллю до неї;

d – товщина плівки;

m – порядок інтерференційного максимуму (мінімуму).

Якщо спостереження ведеться у прохідному світлі (це стосується променів 3; 4), то умова максимуму для прохідного світла відповідає умові мінімуму для відбитого (25.24.b), а

умова мінімуму для прохідного світла відповідає умові максимуму для відбитого (25.24.а).

Інтерференція в плоскопаралельних пластинах визначається величинами λ_0, d, n, i . При постійних λ_0, d, n , для різних кутів i падаючих променів, інтерференційна смуга буде своя.

Інтерференційні смуги, які виникають у наслідок накладання хвиль, що падають на плоско паралельну пластинку під однаковими кутами, називають **смугами однакового нахилу**. Промені $1', 2'$ та $1'', 2''$ відбившись від верхньої та нижньої граней пластинки є паралельними один одному, отже перетнутися не можуть, тому про ці промені говорять, що *смуги однакового нахилу є локалізованими на нескінченності*. Для їх спостереження використовують збірну лінзу. Якщо на промінь $2''$ накладеться промінь $1'$ (на рис. 25.4 промінь « $2''+1'$ ») то загальна інтенсивність цього променя збільшується.

25.5. Смуги однакової товщини

Інтерференційні смуги, що виникають в наслідок інтерференції від місць однакової товщини, називають **смугами однакової товщини**.

Таке явище можемо спостерігати у випадку падіння плоскої хвилі на клин (тобто, коли товщина прозорої пластинки є змінна). Хід променів, що виникають у наслідок часткового відбивання від верхньої і нижньої граней клина будуть, практично, сходитись на верхній грані (рис. 25.5) і, оскільки вони є когерентними, то це призведе до інтерференції. Якщо джерело хвиль розміщене далеко і кут α між боковими гранями клина малий, то різниця ходу променів визначиться формулою:

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} \quad (25.25)$$

де h – середня товщина клина на даній ділянці.

В залежності від величини оптичної різниці ходу променів будуть виникати темні або світлі смуги в тих місцях, де для кількох променів товщина пластинки є однаковою. Отже, смуги однакової товщини локалізовані поблизу поверхні клина. Смуги однакової товщини є паралельними до ребра клина

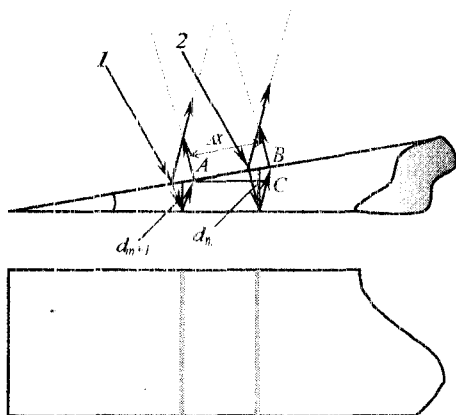


Рис. 25.5

Визначимо відстань Δx між двома сусідніми інтерференційними максимумами у випадку монохроматичного світла з довжиною хвилі λ_0 .

Вважаючи кут падіння i та кут заломлення β рівними нуль градусів, а оскільки кут α є дуже малим, то для кожного з двох сусідніх інтерференційних максимумів можна записати рівняння:

$$\left. \begin{aligned} 2h_m n - \frac{\lambda_0}{2} &= 2m \frac{\lambda_0}{2} \\ 2h_{m+1} n - \frac{\lambda_0}{2} &= 2(m+1) \frac{\lambda_0}{2} \end{aligned} \right\} \quad (25.26)$$

звідки одержимо різницю між сусідніми максимумами у вигляді рівняння:

$$2(h_{m+1} - h_m)n = \lambda_0 \Rightarrow h_{m+1} - h_m = \frac{\lambda_0}{2n} \quad (25.27)$$

З трикутника **ABC** можемо записати таке співвідношення:

$$\begin{aligned} \frac{BC}{AB} &= \frac{h_{m+1} - h_m}{\Delta x} = \sin \alpha \Rightarrow \\ \Rightarrow h_{m+1} - h_m &= \Delta x \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (25.28)$$

Прирівнявши праві частини рівнянь (25.27) і (25.28), одержимо значення для ширини інтерференційної смуги:

$$\Delta x = \frac{\lambda_0}{2n \sin \alpha} \quad (25.29)$$

Темні смуги будуть розділятися світлими. Інтерференційна картина буде починатися від вершини клина з темної смуги, оскільки в цьому місці $h \ll \lambda$, а при відбиванні променя від верхньої поверхні промінь втрачає пів хвилі.

Як і у випадку плоско паралельної пластинки, спостереження може проводитись як у прохідному, так і у відбитому світлі, тоді умови **max** і **min** міняються місцями: та умова що є для приходящого **max** для відбитого – **min**. Рівності наведені вище стосуються спостережень у відбитому світлі.

25.6. Кільця Ньютона

Одним з випадків спостереження смуг однакової товщини є кільця Ньютона (рис. 25.6), що виникають у повітряному прошарку між плоско-опуклою лінзою великого радіусу кривизни R та плоскою скляною пластинкою, які дотикаються у точці M . Від цієї точки і до країв лінзи товщина повітряного прошарку зростає (маємо той самий клин, лише повітряний). Після часткового відбивання падаючого променя від поверхні лінзи і дотичної до неї поверхні пластини, світло поширюючись у зворотному напрямку інтерферує.

При накладанні відбитих променів виникають інтерференційні смуги однакової товщини, що мають при нормальному (перпендикулярному до поверхні лінзи) падінні світла вигляд концентричних кіл. На основі теорії викладеної вище, в центрі лінзи буде спостерігатись темна пляма (інтерференційний мінімум нульового порядку). Далі будуть чергуватись світлі і темні кільця, ширина і інтенсивність яких буде зменшуватись з віддаленням від центральної темної плями.

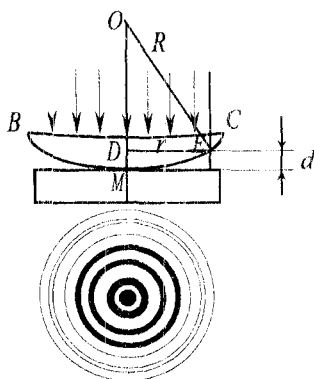


Рис. 25.6

Оскільки, d – товщина повітряного шару на відстані r від точки M , то оптична різниця ходу між променем який зазнав часткового відбивання від межі поділу *повітряний шар – скляна пластина* і променем, який зазнав часткового відбивання від межі поділу *опукла поверхня лінзи – повітряний шар*, буде дорівнювати:

$$\Delta = 2dn \pm \frac{\lambda_0}{2} \quad (25.30)$$

де величина $\pm \frac{\lambda_0}{2}$ враховує «втрату» півхвилі при відбиванні світла, якщо уся система виготовлена зі скла і між пластиною і лінзою – повітря, то в рівнянні (25.30) буде знак «+».

При $d \ll R$ маємо співвідношення: $r^2 = 2Rd$ і $d = \frac{r^2}{2R}$,
тоді оптична різниця ходу променів буде:

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} \quad (25.31)$$

А застосувавши умову максимуму знайдемо радіус m -го кільця для відбитого світла:

$$\frac{(r_m^{\max})^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = 2m \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow r_m^{\max} = \sqrt{(2m-1) \frac{R\lambda_0}{2}} \quad (25.32)$$

де $m=1;2;3\dots$

Радіус темного кільця (умова мінімуму) визначатиметься з умови:

$$\frac{(r_m^{\min})^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1) \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow r_m^{\min} = \sqrt{m\lambda_0 R} \quad (25.33)$$

де m – порядок кільця: $m=0;1;2;3\dots$

R – радіус кривизни лінзи;

λ_0 – довжина монохроматичного світла.

У прохідному світлі – в центрі буде світла пляма, за якою буде йти темне кільце, за ним світле і т.д., а рівняння будуть мати протилежний вигляд:

$$\frac{(r_m^{\min})^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = 2m \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow r_m^{\min} = \sqrt{(2m-1) \frac{R\lambda_0}{2}} \quad (25.34)$$

$$\frac{(r_m^{\max})^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1) \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow r_m^{\max} = \sqrt{m\lambda_0 R} \quad (25.35)$$

При спостереженні інтерференційної картини від білого світла буде система кілець з веселковим забарвленням.

Явище інтерференції світла лежить в основі дії значної кількості оптичних приладів; за допомогою яких з великою точністю вимірюють довжину світлових хвиль, лінійні розміри тіл та їх зміну під впливом різних фізичних процесів, а також для визначення показника заломлення речовин, та їхню залежність від різних факторів. Явище інтерференції застосовується в спектроскопії, в просвітленні оптики. для контролю чистоти обробки поверхонь металевих виробів і т.д.

Спостереженням смуг рівної товщини визначають якість полірування поверхонь, для цього відполіровану поверхню освітлюють і спостерігають інтерференційну картину у відбитому світлі. У місцях дефектів поверхні спостерігається викривлення смуг. Сучасні методи дають змогу оцінити «чистоту» обробленої поверхні з точністю до $0,01 \div 0,02$ довжини світлової хвилі (порядок 10^{-11} м).

§26 Дифракція світла. Поляризація

26.1. Поняття дифракції світла.

Принцип Гюйгенса-Френеля

Дифракція світла – оптичне явище, пов'язане зі зміною напрямку поширення світлових хвиль (порівняно з напрямом, передбаченим геометричною оптикою) та з просторовим перерозподілом їх інтенсивності під впливом перешкод і неоднорідностей середовища на їхньому шляху. Дифракція світла зумовлена його хвильовою природою.

Дифракція, зокрема, призводить до огинання хвилями перешкод і проникнення світла в зону геометричної тіні, проникнення через невеликі отвори в екранах, та ін.

Для пояснення явища дифракції з геометричної точки зору існує **принцип Гюйгенса**, згідно з яким кожному точці хвильового фронту можна вважати центром вторинних елементарних сферичних хвиль, а обвідну цих хвиль можна вважати хвильовим фронтом в наступний момент часу.

На рис. 26.1 розглянемо застосування цього принципу під час падіння плоскої хвилі на перешкоду з отвором.

Коли хвильовий фронт доходить до перешкоди, то кожна точка отвору

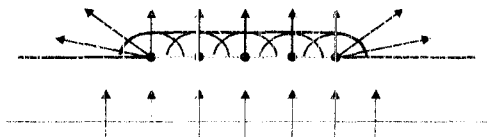


Рис. 26.1

стає джерелом вторинних хвиль, а обвідна цих хвиль задає фронт хвилі, що пройшла через отвір. За допомогою цього принципу можна побудувати положення

фронту хвилі в довільний момент часу, знайти напрям хвилі, але цей принцип нічого не говорить про амплітуду, а отже, і про інтенсивність хвиль, що поширюються.

О. Френель доповнює принцип Гюйгенса твердженням про те, що вторинні хвилі інтерферують між собою, що джерела вторинних хвиль когерентні між собою, оскільки фази їх коливань визначаються збудженням первинного джерела. Об'єднання цих принципів і тверджень вилилось у принцип Гюйгенса-Френеля, який виражається такими основними 4-ма положеннями:

1) під час розрахунку амплітуди світлових коливань, що збуджуються первинним джерелом S_0 в довільній точці M , первинне джерело можна замінити еквівалентною йому системою вторинних джерел – малих ділянок dS , які не охоплюють точку M ;

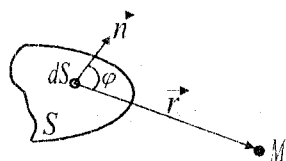


Рис. 26.2

2) вторинні джерела, які є еквівалентними первинному джерелу S_0 , когерентні між собою, тому вторинні хвилі інтерферують між собою, і розрахунок інтерференції найбільш простий, якщо S – хвильова поверхня для світла, що йде від первинного джерела, оскільки при цьому фази коливань всіх вторинних джерел однакові;

3) амплітуда коливань, що збуджуються в точці M вторинним джерелом описується рівнянням типу:

$$dE_0 = f(\varphi) \frac{a}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0) dS \quad (26.1)$$

де $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза коливань в місці знаходження хвильової поверхні;

a — величина, яка пропорційна до амплітуди первинних хвиль в точках, що є джерелом вторинних хвиль;

$f(\varphi)$ — монотонно спадає від 1 при $\varphi=0$ до 0 при $\varphi \geq \frac{\pi}{2}$;

φ — кут дифракції;

4) якщо частина хвильової поверхні S закрита непрозорим екраном, то вона не випромінює енергію, а інші випромінюють так само, як і за відсутності екранів.

Отже, врахування амплітуд і фаз вторинних хвиль дозволяє в кожному конкретному випадку знайти амплітуду результуючої хвилі в довільній точці простору. Результуюче коливання в точці M являє собою суперпозицію коливань взятих для всієї хвильової поверхні S і описується рівнянням у вигляді:

$$dE_0 = \int_S f(\varphi) \frac{a}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0) dS \quad (26.2)$$

Рівність (26.2) — аналітичний вираз принципу Гюйгенса-Френеля.

26.2. Метод Зон Френеля.

Дифракція на круглому отворі та диску

Для обґрунтування закону прямолінійного поширення світла в однорідному середовищі Френель скористався принципом Гюйгенса-Френеля і застосував прийом, який отримав назву *метод зон Френеля*. Для кращого розуміння скористаємось рис. 26.3.

Метод зон Френеля полягає в тому, що хвильову поверхню від первинного джерела він розбив на зони такого розміру, щоб віддаля від країв зони до точки M відрізнялась

щоразу на $\frac{\lambda}{2}$, тобто коливання проходять відстані, що відрізняються між собою на пів хвилі.

Оскільки коливання від сусідніх зон приходять в точку M з протилежними фазами, то при накладанні ці коливання будуть взаємно послаблюватися.

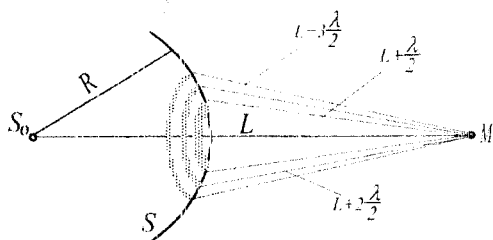


Рис. 26.3

Площа довільної m -ї зони Френеля може бути обчислена з рівняння:

$$\sigma_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi R L \lambda}{R + L} \quad (26.3)$$

Побудовані у такий спосіб зони Френеля розбивають поверхню сферичної хвилі на рівні зони, площі яких є однаковими.

Амплітуда результуючого коливання в точці M від усіх зон буде сумуватися у вигляді:

$$E_{\text{вм}} = \frac{E_{01}}{2} + \left(\frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2} \right) + \left(\frac{E_{03}}{2} - E_{04} + \frac{E_{05}}{2} \right) + \dots = \frac{E_{01}}{2}$$

Отже, як бачимо з цього рівняння, амплітуда, що створюється в довільній точці M сферичною хвелевою поверхнею, дорівнює половині амплітуди, що створюється однією центральною зоною.

На основі вищеведеного маємо висновок: поширення світла від первинного джерела до деякої точки M в просторі відбувається так, ніби світловий потік поширюється всередині дуже вузького каналу SM , тобто **прямолінійно**.

Радіус зовнішньої границі m -ї зони Френеля визначається співвідношенням:

$$r_m = \sqrt{\frac{RL}{R+L}} m \lambda \quad (26.4)$$

Зрозуміло, що кількість зон Френеля складається з парних і непарних. Екран, який перекриває всі парні, або непарні зони Френеля, називається **зонною пластинкою**.

Якщо на шляху поширення світлової хвилі поставити екран з круглим отвором, то дифракційна картина, (рис. 26.4) яка буде спостерігатися на екрані, що знаходиться на деякій віддалі L від екрану з отвором, буде залежати від кількості зон Френеля, які укладаються в отворі, а кількість зон Френеля можна вирахувати з рівності (26.4), одержимо:

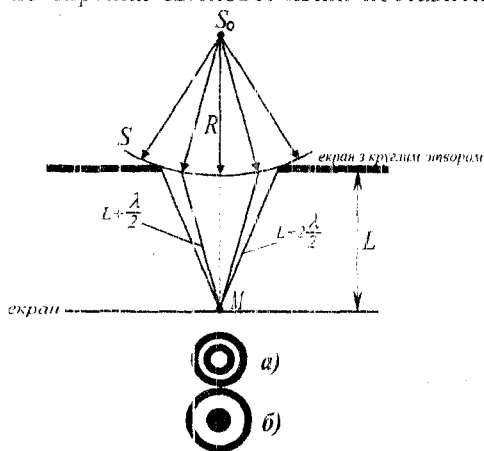


Рис. 26.4

$$m = \frac{r^2}{\lambda} \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{R} \right) \quad (26.5)$$

де r – радіус отвору в екрані;
 λ – довжина хвилі;
 L – віддаль від отвору до екрану, на якому спостерігається дифракційна картина;
 R – віддаль від джерела хвилі до отвору.

Дифракційна картина від круглого отвору поблизу точки M матиме вигляд темних і світлих кілець з центрами у точці M , а амплітуда результуючих коливань у самій точці M залежить від парності або непарності зон, що відкриває отвір. Якщо m – непарне, то в центрі буде світла пляма – «максимум» (рис. 26.4.а), якщо m – парне, то – темна, – «мінімум» (рис. 26.4.б). Оскільки $I = A^2$, то інтенсивність максимумів зменшується зі збільшенням віддалі від центра картини.

Коли діаметр отвору великий, то ніякої дифракційної картини на екрані спостерігатись не буде.

Якщо отвір освітлюється монохроматичним, а білим світлом, то кільця будуть мати кольорове забарвлення, бо кількість зон Френеля, які вкладаються в отворі, залежить від довжини хвилі світла.

Якщо сферична хвиля, що поширюється від точкового джерела, на своєму шляху зустрічає круглий диск (рис. 26.5), то дифракційна картина на екрані під час спостереження буде наступною.

В точці M завжди буде інтерференційний максимум. Далі будуть чергуватися максимуми і мінімуми. Інтен-

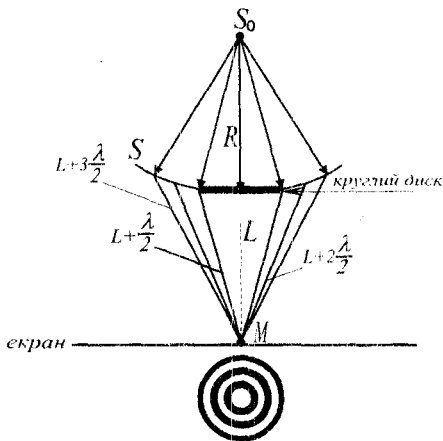


Рис. 26.5

сивність центрального максимуму послаблюється при збільшенні розмірів диска. Якщо радіус диска набагато більший за радіус закритої ним центральної зони Френеля, то за диском буде звичайна тінь з дуже слабкою інтерференційною картиною в її межах.

(Дані явища спостерігалися при віддальх що рівні: $R=L=10$ см; $\lambda=10^{-5}$ см; $r=0,016$ см.)

26.3. Дифракція на одній щілині

Дифракцію плоских світлових хвиль, або дифракцію в паралельних променях розглядав І. Фраунгофер. Ця дифракція спостерігається в тому випадку, коли джерело світла і точка спостереження нескінченно віддалені від перешкоди, яка викликала дифракцію. Такий тип дифракції спостерігають при використанні збірних лінз (рис. 26.6).

Якщо пучок монохроматичного світла падає на непрозорий екран, в якому прорізано вузьку щілину $a=BC$ і $l \gg a$ (віддаль до щілини є на багато більшою за ширину самої щілини), то за принципом Гюйгенса-Френеля точки щілини є вторинними джерелами хвиль, які коливаються в одній фазі, оскільки площина щілини збігається з фронтом падаючої хвилі. Тоді щілину можна розбити на зони Френеля, які мають вигляд смуг. Всі зони в заданому напрямку випромінюють світло однаково.

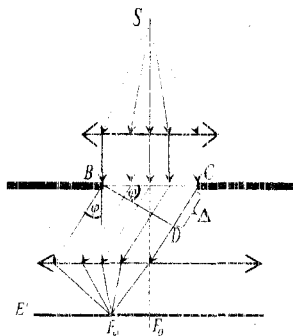


Рис. 26.6

Результат інтерференції в точці F_θ визначиться тим, скільки зон Френеля вкладається в щілині, якщо кількість зон

є парною, то рівняння для дифракції на щілині у цьому випадку буде мати вигляд:

$$a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} \quad (26.6.a)$$

і в точці F_φ буде *дифракційний мінімум* (F_0 – головний фокус). Якщо кількість зон непарна, то рівняння у цьому випадку має вигляд:

$$a \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (26.6.b)$$

в точці F_φ – буде спостерігатися *дифракційний максимум*, який відповідає дії однієї зони Френеля;

k – порядок дифракційного максимуму;

знак « $-$ » у правій частині рівняння відповідає променям світла, які поширюються від щілини під кутом « $-\varphi$ » і збираються у побічному фокусі F_φ лінзи, який симетричний фокусу F_φ відносно головного фокусу F_0 .

У напрямку $\varphi = 0$ спостерігатиметься найінтенсивніший центральний максимум нульового порядку, оскільки коливання, які спричинюються в точці F_0 всіма ділянками щілини, здійснюється в одній фазі.

Порівняння інтенсивності світла в кожному максимумі (центральному і наступних) співвідносяться:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 = 1 : 0,045 : 0,016 : 0,0083 : \dots,$$

тобто основна частина світлової енергії зосереджена в центральному максимумі.

Шириною дифракційного максимуму називають відстань між двома найближчими до нього дифракційними мінімумами.

При збільшенні ширини щілини дифракційні смуги стають вузькими, а число мінімумів зростає. Коли щілина стає досить широкою $a \gg \lambda$, то в центрі дифракційної картини буде чітке зображення джерела світла.

У випадку білого світла буде спостерігатися сукупність відповідних картин для різних кольорів. Центральний максимум має райдужне забарвлення по краях. Повного гасіння світла не буде в жодній точці екрана, бо максимуми і мінімуми світла з різними λ перекриваються.

Розглянемо дифракцію від **дифракційної ґратки** – це система з великою кількістю однакових за шириною і паралельних одна до одної щілин «а», що лежать в одній площині і відокремлені непрозорими проміжками «b», однаковими за шириною. Величину, що дорівнює сумі ширини прозорої і непрозорої складової ґратки називають $d = a + b$ – періодом ґратки.

Оскільки щілини знаходяться на однакових відстанях одна від одної, то різниця ходу променів, що йдуть від двох сусідніх щілин будуть для даного напрямку однаковими в межах всієї дифракційної ґратки, тому **умова головних максимумів** для дифракційної ґратки має вигляд:

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

тобто, якщо в різниці ходу променів вміщається ціле число довжин хвиль, то коливання підсилюються. Якщо дифракційну ґратку освітлюють білим світлом, то для різних довжин хвиль положення всіх головних максимумів, крім центрального, не збігаються один з одним. Тому цен-

тральний максимум має вигляд білої смужки, а всі інші – радужних спектрів першого, другого і т.д. порядків.

Основними характеристиками дифракційної ґратки є кутова або лінійна дисперсія, дисперсійна область, роздільна здатність.

6 Кутовою дисперсією називається величина $D = \frac{d\varphi}{d\lambda}$, де $d\varphi$ – кутова відстань між двома спектральними лініями, яких відповідають довжинам хвиль λ і $\lambda + d\lambda$.

Лінійною дисперсією називають величину $D_{\text{лінійна}} = \frac{dl}{d\lambda}$, де dl – лінійна відстань на екрані між двома максимумами одного й того самого порядку для хвиль λ і $\lambda + d\lambda$.

Якщо фокусна відстань лінзи дорівнює F , у фокальній площині якої спостерігається дифракційна картина, то лінійна дисперсія буде обчислюватись за рівнянням:

$$D_{\text{лінійна}} = FD = F \frac{m}{d} \quad (26.7)$$

де m – порядок спектра;
 d – стала дифракційної ґратки;
 D – кутова дисперсія.

Максимальна ширина спектрального інтервалу $\Delta\lambda$, в якому спектри не перекриваються, називається **дисперсійною областю** спектрального приладу.

Найменша різниця довжин хвиль двох спектральних ліній $\delta\lambda$, для яких спектральний прилад розділяє їх окремо, називається спектральною розділяючою відстанню, а величину:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN$$

— **роздільною здатністю приладу (гратки)**

де m — порядок спектру;

N — кількість щілин.

26.4. Формула Вульфа-Брегга. Поняття про рентгеноструктурний аналіз дослідження структури металів, кристалів

Рентгенівське випромінювання є електромагнітними хвилями, довжина яких лежить в інтервалі $10^{-8} \div 8 \times 10^{-8}$ м. Дифракцію рентгенівських променів можна спостерігати на кристалічній ґратці кристалів, яка відіграє таку ж роль для рентгенівських променів, як дифракційна ґратка для світлових. Дифракційний максимум виникає не в довільному напрямку падіння монохроматичного випромінювання, а лише коли кут ковзання задовільняє умову:

$$2d \sin \varphi = m\lambda \quad (26.8)$$

де d — відстань між площинами кристалічної ґратки;

φ — кут ковзання.

Рівність (26.8) **називається формулою Вульфа-Брегга**, яка широко використовується для рентгеноструктурних досліджень, оскільки дифракція виникає не в довільному напрямку монохроматичного випромінювання, тому для її спостереження слід повертати кристал так, щоб кут ковзання задовільняв вищенаведену умову.

Якщо кристал обертати, то можна отримати певну систему інтерференційних картин від усіх можливих типів атом-

них площин цього кристала. А це в свою чергу дає можливість визначити міжатомні відстані, вивчати структуру кристалів, хімічний склад речовин. Розділ фізики, який цим займається, називається **рентгеноструктурним аналізом**, а метод визначення хімічного складу речовин за допомогою вивчення рентгенівських спектрів речовин, називають **рентгеноспектральним аналізом**.

26.5. Природне і поляризоване світло

Світло з усіма можливими рівноймовірними орієнтаціями вектора $\vec{E}$ (а отже і $\vec{H}$) називається **природним**.

Світло, в якому напрями коливань вектора якимось чином упорядковані, називається **поляризованим**.

Якщо кінець вектора $\vec{E}$ в кожній точці поля описує еліпс, така хвиля називається **еліптично поляризованою**.

Якщо кінець вектора $\vec{E}$ в кожній точці поля описує пряму, то така хвиля називається **лінійно поляризованою (плоскополяризованою)**.

Площина, в якій відбувається коливання вектора $\vec{E}$, називається **площиною поляризації**, а перпендикулярна до неї площина – **площиною коливань**.

Плоскополяризоване світло можна отримати з природного за допомогою приладів, які називають **поляризаторами** – прилади, які вільно пропускають коливання, паралельні до площини поляризації, яка називається **головною площиною**, і повністю, або частково затримують коливання, які є перпендикулярними до цієї площини.

Прилади, за допомогою яких аналізують ступінь поляризації світла, називають **аналізаторами**.

Закон Малюса виражає співвідношення між інтенсивністю світлового променя, що пройшов через поляризатор і аналізатор в залежності від кута між їхніми площинами поляризації:

$$I_a = I_p \cos^2 \varphi \quad (26.9)$$

Якщо природне світло падає на межу поділу двох діелектриків (повітря і скло), то частина його відбивається, а частина заломлюється і поширюється в іншому середовищі. Дослідження встановили що відбитий і заломлений промені будуть частково поляризованими.

Ступінь поляризації – ступінь виділення світлових хвиль з певною орієнтацією електричного вектора – залежить від кута падіння променів і показника заломлення.

Стосовно цих кутів існує **закон Брюстера**, який твердить, що при куті падіння (кут Брюстера) який задовольняє умову:

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21} \quad (26.10)$$

відбитий промінь є повністю поляризованим

де n_{21} – показник заломлення другого середовища відносно першого, тобто:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \quad (26.11)$$

Ступінь поляризації цього променя є максимальною, але все одно він залишається частково поляризованим.

Якщо світло падає на межу поділу двох середовищ під кутом Брюстера, то відбитий і заломлений промені є взаємно перпендикулярними, тобто є справедливим рівняння:

$$i = i_r, \quad i + \beta = \frac{\pi}{2}$$

Усі прозорі кристали крім кристалів кубічної системи є анізотропними, тобто їх відносна діелектрична проникність і показник заломлення залежать від напрямку поширення електричного вектора $\vec{E}$ світлової хвилі. В цих кристалах (оптично анізотропних) спостерігається яєще подвійного променезаломлення, яке полягає в тому, що промінь світла, який падає на поверхню кристалу роздвоюється в ньому на два заломлені промені, що поширюються з різними швидкостями.

Кристали, що володіють подвійним променезаломленням, поділяються на одновісні і двовісні, але практичний інтерес представляють одновісні кристали.

Роздвоєний промінь в кристалі складається з незвичайного (e), який змінює свій напрям в кристалі, порівняно з напрямком падіння (рис. 26.7) і зі звичайного (o), який є продовженням падаючого.

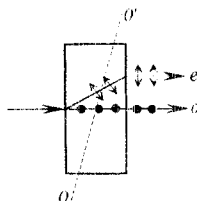


Рис. 26.7

Але існує напрямок в кристалі, вздовж якого поширюється звичайний і незвичайний промені не розділяючись на два і поширюються вони з однаковою швидкістю, такий напрям в кристалі називається **оптичною віссю кристала** (OO' на рис. 26.7).

Дослідження звичайного і незвичайного променів показали, що вони обидва повністю є поляризованими у взаєм-

но перпендикулярних напрямках, і після виходу з кристала нічим один від одного не відрізняються.

Явище подвійного променезаломлення лежить в основі роботи поляризаційних приладів, які слугують для отримання поляризованого світла. Найчастіше для цього застосовують *призми і поляроїди*.

Однією з поляризаційних призм є *призма Ніколя*. Це подвійна призма з ісландського шпату, яку склеюють вздовж вісі AB (рис. 26.8) канадським бальзамом, показник заломлення якого становить $n=1,55$. Оптична вісь відносно площини, на яку падатиме промінь, становить 48° .

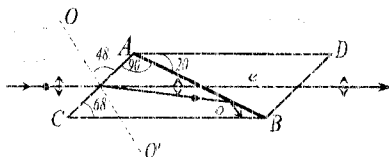


Рис. 26.8

Таким чином, промінь, що падає на грань AC в кристалі розділяється на два — звичайний « o » і незвичайний « e ». При певному виборі кутів призми, як показано на рис. звичайний промінь, падаючи на шар канадського бальзаму під кутом 76° , зазнає повного внутрішнього відбивання, і падаючи на зачорнену грань CB — гаситься (поглинається). А незвичайний промінь виходить з кристалу паралельно цій же грані і є плоскополяризованим.

Усі ці кристали в більшій чи меншій мірі поглинають світло і коефіцієнт поглинання для звичайного і незвичайного променів є неоднаковим, а залежить від напрямку поширення променя в кристалі. Таке явище називають *дихроїзмом*. Поляризатори, для створення яких використовують це явище називають *поляроїдами*.

РОЗДІЛ V

ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ. ФІЗИКА АТОМА.

§27. Теплове випромінювання. Фотони

27.1. Теплове випромінювання та його характеристики

Перш ніж вияснити що таке теплове випромінювання поговоримо про банальні речі:

1. у теплиці, зробленій зі скла чи пластику, чудово ростуть рослини, але ніхто з нас не збирався сидіти в цій теплиці, яка освітлюється сонячним промінням, щоб засмагнути;

2. цікаво гуляти під дощем з прозорою парасолькою, але ніхто з нас не візьме її на пляж;

3. згадаємо колишній магазин «Дитячий світ», а тепер «Мальва». Пару років назад власник магазину (до речі колишній студент Нафти і газу, що вчив погано фізику), вирішив зекономити на освітленні і зробив прозорий голубий пластиковий дах, і яке ж було його розчарування, коли для літнього періоду в магазині прийшлося ставити кондиціонери, інакше в магазин ніхто не заходив, бо жара в літній день там досягала температури порядку 60°C , в той час як на вулиці було всього 25°C ;

у чому ж тут причина?

А причина в тому, що прозорі тіла по різному розподіляють енергію сонячного випромінювання, яка на них падає. Що це означає?

Розглянемо прозору пластинку деякої довільної товщини. Енергія випромінювання, що падає на її поверхню розподіляється таким чином:

$$W_{\text{пад}} = W_{\text{відб}} + W_{\text{погл}} + W_{\text{прох}} \quad (27.1)$$

де $W_{\text{пад}}$ – енергія падаючого на поверхню випромінювання;

$W_{\text{відб}}$ – енергія відбитого поверхнею випромінювання;

$W_{\text{погл}}$ – енергія поглинутого поверхнею випромінювання;

$W_{\text{прох}}$ – енергія випромінювання, яке пройшло крізь ту поверхню, на яку падало.

Якщо цю рівність поділити на $W_{\text{пад}}$, то одержимо співвідношення:

$$\frac{W_{\text{пад}}}{W_{\text{пад}}} = \frac{W_{\text{відб}}}{W_{\text{пад}}} + \frac{W_{\text{погл}}}{W_{\text{пад}}} + \frac{W_{\text{прох}}}{W_{\text{пад}}} \quad (27.1.a)$$

позначивши відношення енергій :

$$\frac{W_{\text{відб}}}{W_{\text{пад}}} = \rho, \quad \frac{W_{\text{погл}}}{W_{\text{пад}}} = a, \quad \frac{W_{\text{прох}}}{W_{\text{пад}}} = b, \text{ одержимо рівність :}$$

$$\rho + a + b = 1 \quad (27.2)$$

де a – називається коефіцієнтом поглинання;

b – коефіцієнтом прозорості;

ρ — коефіцієнтом відбивання.

Кожен з цих коефіцієнтів для усіх тіл в природі є меншим одиниці, або може бути рівним нулю.

Довільне тіло, температура якого є більшою 0 K, здатне випромінювати електромагнітні хвилі, а отже і поглинати. Оскільки, при температурі, вищій за «нуль Кельвінів» існує тепловий рух атомів і молекул, то, отже, в природі *теплове випромінювання відбувається за рахунок теплового руху атомів і молекул, тобто за рахунок внутрішньої енергії*, і тому залежить від температури речовини (тіла).

Випромінювання одного і того ж тіла є різним при різній температурі. Наприклад, якщо шматочок заліза нагріти до дуже великої температури (не розплавити) то ми побачимо, що спочатку цей шматочок є білуватого кольору і світиться, по мірі остигання він стає червоним, — а потім і взагалі припиняє випромінювати видиме світло, але це не означає, що випромінювання цього тіла припинилося, воно випромінює невидимі оком інфрачервоні промені.

Введемо поняття *рівноважного випромінювання: випромінювання, яке залишається макроскопічно незмінним у часі, називають рівноважним*. Це є можливим в адіабатних системах, або ж, якщо тіло за одиницю часу поглинає з навколишнього середовища випромінювання або тепло, які компенсують ту кількість енергії, яку воно за той же час витрачає внаслідок власного випромінювання.

Рівноважне випромінювання є однорідним — тобто його густина однакова в усіх точках; воно ізотропне і неполярзоване — тобто всі напрямки поширення випромінювання є рівноймовірними; а вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ — у будь яких точках простору з часом змінюються хаотично.

Введемо деякі величини, які характеризують стан випромінювання у просторі:

густина енергії випромінювання «u» – кількість енергії випромінювання в одиниці об'єму:

$$u = \int_0^{\infty} u_{\nu} d\nu = \int_0^{\infty} u_{\lambda} d\lambda \quad (27.3)$$

де $u_{\nu} d\nu$ і $u_{\lambda} d\lambda$ мають зміст об'ємної густини променевої енергії, що припадає на інтервал частот $\nu, \nu + d\nu$ або інтервал довжин хвиль $\lambda, \lambda + d\lambda$.

Коефіцієнти u_{ν} u_{λ} називають спектральними густинами променевої енергії.

Випромінювальна здатність $E(T)$ – чисельно дорівнює енергії, яку випромінює тіло при даній температурі з одиниці поверхні за одиницю часу в усьому інтервалі частот.

Спектральна випромінювальна здатність тіла $E(\nu, T)$ – чисельно дорівнює енергії, що випромінюється при заданій температурі одиницею поверхні за одиницю часу в інтервалі частот $\nu, \nu + d\nu$ або в інтервалі довжин хвиль $\lambda, \lambda + d\lambda$.

Повна (сумарна, **інтегральна**) випромінювальна здатність тіла визначається:

$$E(T) = \int_0^{\infty} E(\nu, T) d\nu = \int_0^{\infty} E(\lambda, T) d\lambda \quad (27.4)$$

Якщо інтервал $d\nu, d\lambda$ стосується однієї і тієї ж частини спектру, то

$$E(\nu, T) d\nu = E(\lambda, T) d\lambda \quad (27.5.a)$$

оскільки $\nu\lambda = c$, то $d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$, тоді рівняння буде мати вигляд:

$$E(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} E(\nu, T) \quad (27.5.b)$$

знак «-» опускаємо, оскільки він означає, що зі збільшенням частоти довжина хвилі зменшується, а нас цікавить абсолютне значення величини.

Поглинальна здатність тіла $A(T)$ показує, яку частину падаючого випромінювання поглинає тіло при заданій температурі.

Спектральна поглинальна здатність тіла $A(\nu, T)$ або $A(\lambda, T)$ показує яку частину падаючого випромінювання в інтервалі частот ν , $\nu + d\nu$ або $(\lambda, \lambda + d\lambda)$ тіло поглинає при заданій температурі.

*Тіла, які здатні повністю поглинати падаюче на них випромінювання всіх довжин хвиль при будь-яких температурах, називають **абсолютно чорними**.*

Отже, поглинальна здатність абсолютно чорного тіла для всіх частот і температур дорівнює одиниці:

$$A(T) = A(\nu, T) = A(\lambda, T) = 1 \quad (27.6)$$

Між спектральною об'ємною густиною енергії рівноважного випромінювання і спектральною вип-

ромінювальною здатністю абсолютно чорного тіла існує зв'язок:

$$u(\nu, T) = \frac{4}{c} E(\nu, T) \quad (27.7)$$

Абсолютно чорних тіл у природі не існує. Прикладом абсолютно чорного тіла може бути сажа, чорний оксамит, а ще – замкнута порожнина, в стінці якої зроблено отвір, а стінки зсередини покриті сажею, тоді промінь світла, що потрапить через отвір у наслідок багаторазового відбивання і заломлення повністю поглинеться.

27.2. Закон Кірхгофа

На основі другого **закону** термодинаміки, **Кірхгоф** в 1859 році встановив залежність між випромінювальною і поглинальною здатностями тіл: **відношення випромінювальної здатності тіла при деякій частоті і температурі до поглинальної здатності цього тіла при тій же температурі і частоті, не залежить від природи тіла і являє собою універсальну функцію частоти і температури:**

$$\frac{E(\nu, T)}{A(\nu, T)} = f(\nu, T) \quad (27.8)$$

де $f(\nu, T)$ – функція Кірхгофа.

Для абсолютно чорного тіла позначивши $E(\nu, T)$ через $e(\nu, T)$, одержимо рівняння (27.8) у вигляді:

$$\frac{E(\nu, T)}{A(\nu, T)} = \frac{e(\nu, T)}{1} = f(\nu, T) \quad (27.9)$$

звідси випливає, що функція Кірхгофа є функцією розподілу енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла.

27.3. Закони випромінювання абсолютно чорного тіла

У 1879 році вчений Й. Стефан встановив експериментально, а в 1884 Л. Больцман вивів за допомогою методів термодинаміки теоретично закон, який назвали **законом Стефана-Больцмана**, що виражає залежність випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від температури:

$$e(T) = \sigma T^4 \quad (27.9.a)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$ — коефіцієнт пропорційності, який був встановлений дослідним шляхом і називається константою Стефана-Больцмана.

Для реальних тіл цей закон може мати вигляд:

$$E(T) = A(T) \sigma T^4 \quad (27.9.b)$$

де $A(T)$ — коефіцієнт поглинання.

Для цих обох рівностей закон формулюється так: випромінювальна здатність тіла є пропорційною четвертій степені його температури.

Закон Стефана-Больцмана встановлює залежність інтегральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від температури, але не розкриває характеру розподілу енергії випромінювання за довжинами хвиль або частотами.

В 1893 році В.Він встановив характер залежності спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від довжини хвилі і температури:

$$e(\lambda, T) = \frac{c^4}{\lambda^5} f\left(\frac{c}{\lambda T}\right) \quad (27.10)$$

як видно, максимумами кривих припадають на інфрачервону частину спектру. Заштриховані площі під кривими для різних температур показують, яка саме частина енергії випромінювання припадає на видиму частину спектру (рис. 27.1).

Віну не вдалося теоретично встановити вигляд функції $f\left(\frac{c}{\lambda T}\right)$, але він встановив

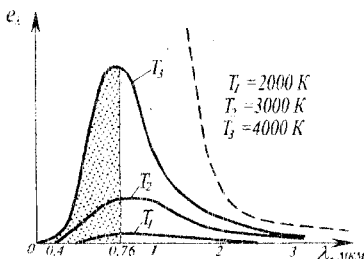


Рис. 27.1

два закони:

1. **закон зміщення Віна**, за яким довжина хвилі, на яку припадає максимум спектрального випромінювання є обернено пропорційною до температури при якій це можливо:

$$\lambda_{max} = \frac{C_1}{T} \quad (27.11)$$

де C_1 – стала Віна $= 2,83 \cdot 10^{-3}$ м·К;

T – термодинамічна температура тіла.

Як видно з графіків рис. 27.1, за цим законом, довжина хвилі λ_{max} , на яку припадає максимум спектральної випромінювальної здатності, при підвищенні температури зміщується в бік коротких хвиль (тому закон називають «законом зміщення»).

2. Значення максимуму випромінювання абсолютно чорного тіла пропорційне його абсолютній температурі в п'ятій степені:

$$e(\lambda_{max}, T) = C_2 T^{-5} \quad (27.12)$$

де C_2 константа $= 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$.

27.4. Трудності класичної теорії теплового випромінювання.

Квантова гіпотеза Планка

Всі ці закономірності були встановлені на основі законів класичної фізики, зокрема термодинаміки, але вони не змогли встановити вигляд функції розподілу енергії випромінювання абсолютно чорного тіла.

З точки зору методів статистичної фізики цю проблему пробували вирішити Дж. Релей і Дж. Джінс. Вони встановили співвідношення:

$$e(\nu, T) = \left(\frac{2\pi\nu^2}{c^2} \right) kT \quad (27.13)$$

яке називають **формулою Релея-Джінса**. Вона дуже добре описує розподіл енергії в довгохвильовій частині спектру (ту частину спектру, що знаходиться правіше від штри-

хованої кривої на рис. 27.1), а для короткохвильової частини (тої частина що зліва від штрихованої кривої) вона не придатна. Окрім того спроба вивести закон Стефана-Больцмана призвела до абсурдного результату:

$$e(T) = \int_0^{\infty} \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT d\nu = \infty \quad (27.14)$$

Але ж експеримент заперечує такий результат. Цю ситуацію назвали «*ультрафіолетовою катастрофою*».

На допомогу прийшов М. Планк у 1900р. Оскільки всі закономірності, які ми досі розглядали виводились на основі класичної механіки, за законами якої енергія змінюється довільно і неперервно, Планк, на основі дослідження експериментальних даних, висувув припущення, *що атом можна розглядати як електромагнітний осцилятор, який випромінює енергію не неперервно, а певними порціями – квантами; енергія кванта залежить від частоти випромінювання*. В результаті цих припущень **Планк** отримав **формулу** у вигляді:

$$e(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (27.15.a)$$

або з врахуванням формули (27.5.б) – для довжини хвилі:

$$e(\nu, T) = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1} \quad (27.15.б)$$

де $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ – константа Планка;
 $h\nu$ – енергія кванта;

k – стала Больцмана = $1,380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Ця формула виявилась справедливою для будь-яких частот і температур, і з неї легко виводяться закони теплового випромінювання – Стефана-Больцмана, зміщення Віна та ін.

27.5. Фотоефект. Фотони.

Зі школи знаємо про явище фотоефекту, це явище, яке базується на взаємодії світла з речовиною. Розрізняють такі види **фотоефекту**:

зовнішній – виривання електронів з речовини під дією світла;

внутрішній – при якому відбувається збільшення кількості вільних електронів всередині речовини, але вони її не залишають;

вентильний (або фотогальванічний) – при якому на межі поділу напівпровідника і металу або двох напівпровідників під впливом опромінювання виникає електрорушійна сила (при відсутності зовнішнього електричного поля).

Явище фотоефекту неможливо пояснити з точки зору хвильової теорії світла. Його пояснив у 1905 р. А.Ейнштейн на основі запропонованої ним квантової теорії. Згідно з цією теорією світло не лише випромінюється, а й поширюється в просторі і поглинається речовиною окремими порціями, енергія яких $h\nu$. Тобто **світло – це потік локалізованих у просторі дискретних світлових квантів, які назвали фотонами**.

Фотони характеризуються:

енергією: $E = h\nu$;

імпульсом: $p = \frac{h\nu}{c}$;

масою:
$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

Рівність Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту має вигляд:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad (27.16)$$

де A – робота виходу електрона з речовини;
 m – маса електрона;
 v – її швидкість;
 h – константа Планка;
 ν – частота кванта світла.

Ця рівність пояснює закони зовнішнього фотоефекту, зокрема:

1. Максимальна початкова швидкість фотоелектронів не залежить від інтенсивності падаючого світла, а визначається лише його частотою, а саме – лінійно зростає зі збільшенням частоти.

2. Для кожної речовини існує «червона межа» фотоефекту, тобто максимальна довжина хвилі $\lambda_{\max}$ при якій явище фотоефекту ще спостерігається. Величина $\lambda_{\max}$ залежить від хімічної природи речовини і стану його поверхні.

Для цього випадку (червоної межі) рівність (27.16) матиме вигляд:

$$h \frac{c}{\lambda_{\max}} = A = h\nu_{\min} \quad (27.17)$$

тобто, енергії кванта вистачає лише на роботу виходу електрона, при збільшенні довжини хвилі явище фотоефекту припиниться.

Ще у 16-му столітті вчений Й. Кеплер передбачав таку дію світла як тиск на освітлювану поверхню, бо в ній він бачив пояснення напрямів хвостів комет.

І хвильова теорія і корпускулярна теорії описали **тиск світла** однаковими формулами:

$$p = (1 + \rho) w \cos^2 \alpha \quad (27.18)$$

де ρ – коефіцієнт відбивання;

w – об'ємна густина світлової енергії;

α – кут між площиною і напрямком падіння променів.

З точки зору квантової теорії тиск світла на поверхню зумовлений зміною імпульсів фотонів при поглинанні та відбиванні їх поверхнею тіл.

На основі електромагнітної теорії виникнення тиску пояснюється виникненням під дією падаючої електромагнітної хвилі (електричної її складової) зміщення зарядів, яке в свою чергу породжує поверхневий струм. У провідниках – це струми провідності, а в діелектриках – поляризаційні струми зміщення. Разом з цим, магнітне поле світлової хвилі діє на цей струм за законом Ампера з силою F_d , напрям якої збігається з напрямом поширення падаючої хвилі. А сила, що діє на одиницю площі і представляє собою тиск світла.

Отже, для світла є характерним дуалізм, тобто воно володіє і властивостями частки і властивостями електромагнітної плоскої хвилі.

27.6. Ефект Комптона

Ще однією цікавою властивістю взаємодії світла з речовиною є **ефект Комптона** – це взаємодія рентгенівського випромінювання з речовиною – так зване розсіяння рентгенівських променів. Під час досліджен-

ня, Комптоном було встановлено, що довжина хвилі розсіяного монохроматичного рентгенівського випромінювання є більшою за довжину падаючого випромінювання, причому ця різниця не залежить від довжини падаючого випромінювання, а визначається лише кутом розсіювання (це кут між напрямком розсіювання і напрямком падаючого променя). Експериментально було встановлено рівність, яка описує це явище:

$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (27.19)$$

де λ_c – комптонівська довжина хвилі стала для всіх речовин $=2,43 \cdot 10^{-12}$ м;

θ – кут розсіювання.

Це явище легко пояснити на основі квантових уявлень про природу світла. Оскільки випромінювання – це потік фотонів, то ефект Комптона – це результат пружного зіткнення рентгенівських фотонів з вільними електронами речовини (для легких атомів електрони слабо зв'язані з ядрами, тому їх можна вважати вільними). У процесі цього зіткнення фотон передає електрону частину своєї енергії та імпульсу відповідно до законів їх збереження.

§ 28. Основні поняття квантової механіки. Атом водню в квантовій механіці

28.1 Будова Атома

Ще в школі усі вивчали дослід Резерфорда, пов'язаний з дослідженнями стосовно розсіювання α -частинок в речовині. α -частинки утворюються під час природного радіоактивного розпаду деяких важких елементів – це позитивно заряджені частинки із зарядом $2e$ і масою, яка приблизно у 4 рази більша за масу атома водню.

Під час бомбардування тонкої золотої пластинки, товщина якої всього декілька атомних шарів цими частинками, було зауважено, що основний потік цих часток пройшов крізь фольгу майже не відхиляючись від прямолінійного напрямку, невелика частина часток змінила напрям на невеликий кут, і ще деякі частинки відхилились на кут $\sim 130\text{--}150^\circ$.

Резерфорд зробив такі висновки:

1. Оскільки, переважна більшість частинок проходить крізь атоми, не змінюючи свого напрямку, то атом прозорий і частинки, на яких відбувається розсіювання, займають об'єм значно менший за об'єм атома.

2. Відхилення частинок на такі великі кути, означає взаємодію їх з однойменними зарядами, тобто розсіювання відбувається на позитивно заряджених частинках.

3. Відхилення α -частинок на дуже малі кути – це результат взаємодії з частинками протилежного знаку, маса яких є меншою за масу бомбардуючих часток.

4. На основі проведених розрахунків визначив величину заряду частинки, на якій відбувалося розсіювання α -частинок: то є позитивний заряд, величина якого кратна заряду електрона і дорівнює порядковому номеру в таблиці Менделєєва.

На основі цих результатів Резерфорд запропонував **ядерну модель атома**, згідно з якою ядро атома – мале, порівняно з об'ємом усього атома, розміри ядра становлять $\sim 10^{-14} - 10^{-15}$ м. Практично вся маса атома зосереджена в ядрі. Навколо ядра по замкнених орбітах, лінійні розміри яких $\sim 10^{-10}$ м, рухаються електрони, маса яких становить дуже малу частку маси атома.

Оскільки *атом* в цілому *електрично нейтральний*, заряд ядра Z дорівнює сумарному заряду електронів, тобто навколо ядра обертається Z електронів. Модель атома, в якій електрони були б нерухомими, є беззмисловою, адже внаслідок сил кулонівського притягання електрони відразу ж впали б на ядро. Ядерна модель нагадує сонячну систему, тому її називають **планетарною**. *Орбіти електронів в атомі є стаціонарними, тому атому властива виняткова стійкість.*

Стійкість атома неможна погодити з законами класичної механіки, зокрема електродинаміки. Оскільки електрон рухається по коловій орбіті з доцентровим прискоренням

$a = \frac{v^2}{r}$, то згідно із законами класичної електродинаміки він

повинен випромінювати електромагнітні хвилі, і це повинно відбуватися неперервно, а отже рух електрона повинен відбуватися по спіралі до ядра, при цьому частота обертання повинна змінюватися. Електромагнітне випромінювання повинно мати неперервний а не лінійчатий (згідно експериментів) спектр.

За законами класичної теорії повинно було б бути:

- неперервна втрата електроном енергії у вигляді випромінювання електромагнітних хвиль і нестійкість атома;
- існування лише неперервного спектра випромінювання.

Насправді виявилось:

- атом є стійкою системою;
- атом випромінює енергію лише за певних умов;

- випромінювання атома має лише лінійчатий спектр.

28.2. Теорія Н.Бора

Дослідження спектрів випромінювання газів показали, що кожному газу властивий певний лінійчатий спектр, який складається з окремих спектральних ліній.

Швейцарський вчений І. Бальмер у 1885 році встановив, що довжина хвиль відомих на той час 9-ти ліній спектру атома водню може бути обчислена за формулою:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad (28.1)$$

де $\lambda_0 = 3,65 \cdot 10^{-7} \text{ м}$;
 $n = 3, 4, 5 \dots 9$.

Цю рівність записують в іншому вигляді:

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (28.2.a)$$

де $R' = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – стала Рідберга;
 $n = 3, 4, 5 \dots 9$.

Оскільки $\nu = \frac{c}{\lambda}$, то рівність (28.2.a) можна записати у вигляді:

$$\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (28.2.6)$$

де $R=R' \cdot c = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, яку також називають сталою Рідберга.

Спектральні лінії, що відрізняються різними значеннями n , утворюють серію ліній, яка називається серією Бальмера. Зі збільшенням n лінії серії зближуються, а значення $n=\infty$ визначає границю серії, до якої з боку більших частот прилягає суцільний спектр а саме: $\lambda_{\text{гран}} = 3,65 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. Зі збільшенням номера лінії її інтенсивність зменшується.

На початку 20-го століття у спектрі водню було виявлено ще декілька серій спектру випромінювання, які знаходяться у невидимій ділянці, зокрема:

- в ультрафіолетовій ділянці
– **серія Лаймана:**

$$\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ де } (n=2,3,4 \dots);$$

- в інфрачервоній ділянці
– **серія Пауленга:**

$$\nu = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ де } (n=4,5,6 \dots)$$

- **серія Брекета:**

$$\bullet \nu = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ де } (n=5,6,7 \dots)$$

- **серія Пфунда:**

$$\nu = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ де } (n=6,7,8 \dots)$$

– **серія Хемфрі:**

$$\nu = R \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ де } (n=7,8,9 \dots).$$

Усі серії в спектрі водню можуть бути описані однією формулою, яка називається **узагальненою формулою Бальмера:**

$$\nu = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (28.3)$$

де $k=1,2,3,4,5,6 \dots$, – номер орбіти з якої відбувається перехід електрона;

$n=k+1; k+2; k+3; k+4; \dots$ номер орбіти, на яку відбувається перехід електрона і визначає окремі лінії серії.

Ці серіальні формули були підібрані емпірично і довгий час не мали теоретичного обґрунтування.

У 1913 р. Н.Бором була зроблена спроба побудови якісно нової теорії атома. Він зв'язав в одне ціле емпіричні закономірності лінійчатих спектрів, ядерну модель Резерфорда і квантовий характер випромінювання та поглинання світла, що вилилося у **три постулати теорії Бора:**

перший – **постулат стаціонарних станів** – існують деякі стаціонарні стани атома, з відповідними значеннями енергії $E_1, E_2, \dots$, перебуваючи в яких, він не поглинає і не випромінює енергії;

другий – **правило квантування орбіт** – в стаціонарному стані атома електрон, рухаючись по коловій орбіті, повинен мати квантові значення моменту імпульсу, які задовольняють умову:

$$L_n = m v r_n$$

де m – маса електрона;
 v – його швидкість;
 r – радіус орбіти електрона.

третій – **правило частот** – при переході атома з одного стаціонарного стану в інший, випромінюється або поглинається один фотон з енергією:

$$h\nu_{nk} = E_n - E_k$$

яка дорівнює різниці енергій відповідних стаціонарних станів.

Випромінювання фотона відбувається при переході атома зі стану з більшою енергією, у стан з меншою енергією. Поглинання відбувається навпаки. Всі можливі переходи і визначають набір можливих частот квантових переходів, що в свою чергу визначає лінійчатий спектр атома, який задовільняє рівність:

$$\nu_{nk} = \frac{E_n - E_k}{h} \quad (28.4)$$

Було виведено формулу для розрахунку радіусів орбіт, за якою радіуси орбіт зростають пропорційно квадратам цілих чисел:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 n^2}{Zme^2} \quad (28.5)$$

де $\hbar = h/2\pi$.

Енергія електрона у водневоподібних атомах складається з кінетичної енергії руху електрона і

потенціальної енергії – енергії взаємодії електрона з ядром:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{Z^2 me^4}{n^2 32\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2} \quad (28.6)$$

де знак «-» означає, що електрон знаходиться у зв'язаному стані.

28.3. Закономірності в спектрі атома водню

Енергетичні стани атома утворюють послідовність енергетичних рівнів, що змінюються залежно від значення n , яке виражає номер енергетичного рівня атома. Енергія атома водню зі збільшенням n зростає (зменшується її від'ємна величина) і енергетичні рівні наближаються до границі, що відповідає значенню $n=\infty$ (рис. 28.1).

Атом водню має мінімальну енергію $E_1 = -13,55 \text{ eV}$ при $n=1$ і максимальну $E_\infty = 0$ при $n=\infty$. Тобто, значення $E_\infty = 0$ відповідає енергії іонізації атома. Енергія іонізації атома дорівнює енергії зв'язку

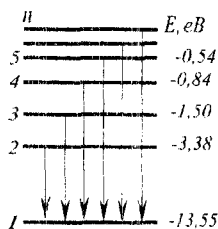


Рис. 28.1

електрона в атомі у цьому стані (оскільки електрон покинув атом, він з ним не зв'язаний, то в цьому стані його енергія зв'язку $=0$). Енергія електрона, який покинув свій атом зв'язана з потенціалом іонізації співвідношенням:

$$E_i = eU_i = h\nu = \frac{mv^2}{2} \quad (28.7)$$

Німецькі фізики Д.Франк і Г.Герц (1913р.) вивчали зіткнення електронів з атомами газів методом затримуючого потенціалу і довели дискретність значень енергії атомів.

Дослід базувався на тому, що в скляній трубці, при наявності катода, анода і сітки, знаходилась пара ртуті при низькому тиску ($\sim 130 \text{ Па}$). Електрони, що вилітали з катода в наслідок явища термоелектронної емісії, прискорювались різницею потенціалів, що прикладена між катодом і сіткою, в той же час поле, що виникало між анодом і сіткою – було гальмівним, воно гальмувало рух електронів до анода.

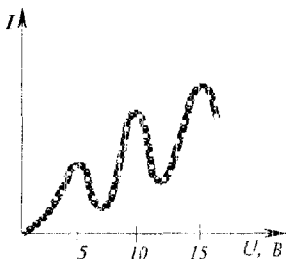


Рис. 28.2

Прискорені електрони між катодом і сіткою зіштовхувалися з атомами ртуті. Досліджувалась залежність анодного струму від різниці потенціалів між катодом і сіткою. Ця залежність мала вигляд як на рис. 28.2. Зі збільшенням напруги сила анодного струму зростає монотонно, це свідчить про те, що зіткнення електронів з атомами ртуті відбуваються пружно, а при певному значенні напруги ($\sim 4,86 \text{ В}$) зіткнення стають непружними, атом ртуті стає збудженим, отримавши певну порцію енергії від прискореного електрона. При переході атома ртуті зі збудженого в основний стан, він випромінює квант світла, який реєструється в спектрі випромінювання. Теоретичні розрахунки згідно теорії Бора показали, що довжина лінії випромінювання повинна б бути:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 0,2537 \cdot 10^6 \text{ м}$$

що й було підтверджено експериментально, а це в свою чергу підтвердило експериментально правильність постулатів Бора.

28.4. Хвилі де-Бройля

Оскільки світло проявляє корпускулярно-хвильовий дуалізм, то французький вчений Луї де-Бройль у 1924 р. висунув *гіпотезу* про те, що, можливо, *елементарні частинки* поряд з корпускулярними властивостями можуть володіти і хвильовими властивостями.

Згідно цієї гіпотези між корпускулярно-хвильовими характеристиками електрона існує такий самий зв'язок як і між відповідними характеристиками фотона.

Фотон володіє певним значенням кванта енергії

$$\varepsilon = h\nu; \text{ імпульсу } p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}; \text{ маси } m = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Рух електрона зі швидкістю v пов'язаний з деяким хвильовим процесом, довжина хвилі якого визначається **рівнянням**:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (28.8)$$

де-Бройля.

Виразивши імпульс частинки через енергію за співвідношенням: $p = \sqrt{2mE_k}$, одержимо:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} \quad (28.9)$$

якщо електрон прискорений в електричному полі різницею потенціалів U , тобто, якщо $E_k = \frac{mv^2}{2} = eU$, то застосовуючи 2-й постулат Бора: $mvr = n \frac{h}{2\pi}$ і гіпотезу де-Бройля визначили довжину стаціонарної орбіти:

$$2\pi r = n\lambda \quad (28.10)$$

на довжині колової орбіти електрона вкладається ціле число довжин хвиль де-Бройля.

Численні експерименти по розсіянні електронів на монокристалічній ґратці металів (нікелю, алюмінію) довели, що процес розсіяння задовольняє умову Вульфа-Брегга: $n\lambda = 2d \sin \theta$, а отже, розсіяння електронів пов'язане з їх хвильовими властивостями, і довжина хвилі, яка пов'язана з рухомим електроном визначається його кінетичною енергією. (розсіяння є максимальним при енергії 54eV і для кута $\theta = 65^\circ$ довжина хвилі становила $1,67\text{\AA}$, тоді як для рентгенівських променів довжина хвилі з умови Вульфа-Брегга була рівна $1,65\text{\AA}$).

Для виявлення дифракції електронних пучків було використано метод дифракції рентгенівського випромінювання, який проводився на тонких плівках міді і золота. Була отримана дифракційна картинка у вигляді кілець.

Отже було доведено, що **електронам притаманні хвильові властивості**, а тому, електрони неможна уявляти собі як маленькі кульки у вигляді матеріальної точки.

Як виявилось з дослідів О. Штерна (1929р.) дифракція нейтральних атомів і молекул описується тими ж співвідношеннями, які справедливі для двовимірної дифракційної

гратки, а дифракція нейтронів на кристалах теж є доказом справедливості формули де-Бройля.

Для тіл, розміри яких великі порівняно з розмірами атомів і молекул, ніяких хвильових властивостей виявити неможна.

28.5. Співвідношення невизначеності Гейзенберга

Розглянемо наслідки, що випливають з корпускулярно-хвильового дуалізму об'єктів мікросвіту.

У класичній механіці всяка частинка, що рухається по певній траєкторії має фіксовані координати і імпульс: (x, y, z) і (p_x, p_y, p_z) . У мікрочастинок, в наслідок наявності в них хвильових властивостей, немає чіткої траєкторії, тому неправомірно говорити одночасно про точні значення її координат і імпульсу.

Тому у 1927 р. В.Гейзенберг, враховуючи хвильові властивості мікрочастинок, дійшов висновку, що об'єкт мікросвіту неможливо одночасно з однаковим ступенем точності характеризувати і координатами, і імпульсом, що назвали **принципом невизначеності Гейзенберга**:

мікрочастинка не може одночасно мати точно визначену і координату (x, y, z) і відповідну проекцію імпульсу (p_x, p_y, p_z) , причому невизначеності в значеннях всіх цих величин задовольняють умови:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \Delta z \Delta p_z \geq \hbar \quad (28.11)$$

тобто добуток невизначеностей координати і відповідної їй проекції імпульсу не може бути меншим

від величини $\hbar$. ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$)

Цей принцип доводить, що для опису руху електрона в атомі, неможна користуватись законами класичної механіки, тобто рух електрона в атомі не відбувається по строго визначеній лінії, яка представляє собою орбіту, аналогічну орбіті планет.

28.6. Хвильова функція

Коли ми розглядали дифракційну картину світлових хвиль, то ми розуміли, що в результаті накладання дифрагуючих хвиль, одна на одну в різних точках простору відбувалося підсилення або послаблення амплітуди коливань, а інтенсивність дифракційної картини пропорційна квадрату амплітуди світлової хвилі: $I \sim A^2$.

Що стосується дифракційної картини мікрочастинок, то максимуми спостерігаються там, де є більша кількість частинок, тобто, інтенсивність хвиль де-Бройля в даній точці простору визначає кількість частинок, що потрапили в цю точку. Таким чином, дифракційна картина для мікрочастинок є проявом статистичної закономірності, згідно з якою частинки потрапляють в ті місця, де інтенсивність хвиль де-Бройля найбільша, в той час як для світлових хвиль інтенсивність світла в даний момент часу від довільного джерела в усіх напрямках є однаковою.

Тому в квантовій механіці мікрочастинок описують з точки зору теорії ймовірності.

У 1926 р. німецький вчений Борн припустив, що за хвильовим законом змінюється деяка величина, яка названа амплітудою ймовірності і позначається:

$$\Psi(x, y, z, t),$$

або ще її називають **хвильовою функцією**.

Сама хвильова функція фізичного змісту не має, а квадрат модуля хвильової функції визначає ймовірність знаходження частинки в момент часу t в області з координатами $x, x+dx; y, y+dy; z, z+dz$.

Хвильова функція є носієм інформації про хвильові і корпускулярні властивості мікрочасток.

Ймовірність знаходження частинки в елементарному об'ємі dV дорівнює:

$$dW = |\Psi|^2 dV \quad (28.12)$$

звідки величина, що виражається рівнянням у вигляді:

$$|\Psi|^2 = \frac{dW}{dV} \quad (28.13)$$

має **зміст** густини ймовірності, тобто визначає ймовірність знаходження частинки в одиничному об'ємі в околі точки з координатами x, y, z .

Щоб хвильова функція була об'єктивною характеристикою стану мікрочастинок, вона повинна задовільняти умови:

1. функція Ψ , що характеризує ймовірність виявлення мікрочастинки в елементі об'єму, повинна бути **скінченною** (ймовірність не може бути більшою від одиниці), **однозначною** (ймовірність не може бути неоднозначною) і **неперервною** (ймовірність не може змінюватись стрибкоподібно);

2. частинні похідні $\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \frac{\partial \Psi}{\partial t}$ повинні

бути неперервними;

3. функція $|\Psi|^2$ повинна бути інтегрованою.

4. Умова нормування: $\int_V \Psi^2 dV = 1$

Хвильова функція задовольняє принцип суперпозиції.

28.7. Рівняння Шредінгера

Статистичне трактування хвиль де-Бройля і співвідношення невизначеності Гейзенберга привели до висновку, що рівнянням руху в квантовій механіці, яке описує рух мікрочастинок в різних силових полях, повинно бути рівняння, з якого б **виходили хвильові властивості частинок**, що спостерігаються під час експериментів, отже це повинно бути **хвильове рівняння**. А також це повинно бути рівняння відносно хвильової функції, оскільки саме $|\Psi|^2$ **визначає ймовірність перебування частинок** в момент часу t в об'ємі dV .

У 1926 р. Е. Шредінгер сформулював основне **загальне рівняння нерелятивістської механіки**, яке має такий вигляд:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x,y,z,t)\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} \quad (28.14.a)$$

де $\hbar = \frac{h}{2\pi}$;

m маса частинки;

Δ оператор Лапласа, тобто:

$$\Delta\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} \quad (28.15)$$

$U(x, y, z, t)$ – потенціальна енергія частинки в силовому полі, в якому рухається частинка;

$i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця.

Доказом правильності рівняння Шредінгера є його узгодження з результатами експерименту.

Як бачимо це рівняння залежить від часу, але для значної кількості фізичних явищ, які відбуваються у мікросвіті (для опису поведінки електрона в атомі), важливими є розв'язки, які не містять часу, тому **рівняння Шредінгера** записують ще у, так званому, **стаціонарному вигляді**:

$$\Delta\Psi(x, y, z) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi(x, y, z) = 0 \quad (28.14.6)$$

де E – повна енергія частинки;

U – її потенціальна енергія.

Рівняння Шредінгера є математичним виразом принципу причинності в квантовій механіці, на відміну від класичної механіки, квантова механіка не дає чіткої відповіді на запитання, які точні значення параметрів у даний момент часу. Функція Ψ вказує цілий спектр можливих значень тих чи інших параметрів системи.

28.8. Атом водню в квантовій механіці

Атом водню вслідіє одним електроном, тому, нижній рівень в атомі, що відповідає мінімально можливій енергії – називається основним, а всі інші – збудженими.

Положення довільного електрона в атомі характеризується певним набором квантових чисел, яких є 4:

• **головне квантове число n** – визначає енергетичні рівні електрона в атомі і може набувати довільних цілих значень – $n = 1, 2, 3, \dots$;

• **орбітальне квантове число l** , що визначає величину модуля вектора моменту імпульсу електрона в атомі, що визначається за формулою:

$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ і при заданому n набуває значень – $l = 0, 1, 2, \dots (n-1)$;

• **магнітне квантове число m_l** – визначає проекцію моменту імпульсу електрона на заданий напрямок, і при заданому l може набувати значень – $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \pm l$;

• **спінове квантове число s** – визначає власний механічний момент імпульсу електрона за формулою:

$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}$, і може набувати лише одне значення – $s = \frac{1}{2}$;

• **магнітне спінове число m_s** – визначає проекцію власного імпульсу електрона на заданий напрямок, і може мати лише два значення – $\pm \frac{1}{2}$.

Стосовно цих чисел існує **принцип заборони Паулі**, сформульований ним у 1925 р.:

– в одному і тому ж атомі не може бути більше одного електрона з однаковим набором чотирьох квантових чисел n, l, m_l, m_s .

Сукупність електронів з однаковим значенням n утворюють оболонку, а ті що мають однакове значення l знаходяться на одній і тій же підоболонці.

§29. Елементи фізики твердого тіла

29.1. Фазовий простір. Фазова комірка

Властивості твердих тіл можна пояснити на основі **квантової статистики** – розділу статистичної фізики, який досліджує системи з великого числа частинок, які підпорядковуються законам квантової механіки.

В основу квантової статистики покладено два основні принципи:

- 1) **принцип нерозрізненості мікрочастинок**: всі однакові частинки (наприклад електрони в металі, протони в ядрах атомів однієї і тієї ж речовини) принципово не відрізняються одна від одної;
- 2) **принцип Паулі**: у кожному квантовому стані не може перебувати більше як одна частинка.

Основна задача квантової статфізики **полягає** у знаходженні функції розподілу частинок системи за тими чи іншими параметрами – координатами, імпульсами, енергіями і т.д., а також у розрахунку середніх значень цих параметрів, що характеризують макроскопічний стан всієї системи.

Введемо поняття **повної статистичної функції розподілу** $N(E)dE$, – вона відображає кількість частинок з енергією від E до $E+dE$, в системі, стан якої описується певними термодинамічними параметрами. Цю статистичну функцію можна подати у вигляді добутку числа станів $g(E)dE$, що припадають на інтервал енергії dE , на функцію розподілу $f(E)$:

$$N(E)dE = f(E)g(E)dE \quad (29.1)$$

Функція розподілу $f(E)$ визначає ймовірність заповнення частинками станів, що припадають на інтервал енергії dE . Ще цю функцію можна трактувати як **середня кількість частинок, що знаходяться в даному стані**.

$$f(E) = \langle N(E) \rangle \quad (29.2)$$

Отже, щоб знайти повну функцію розподілу, необхідно розрахувати функції $g(E)dE$ і $f(E)$.

Якщо система складається з N частинок, а кожна частинка характеризується трьома координатами x, y, z і трьома відповідними проекціями імпульсу P_x, P_y, P_z то стан системи визначається заданням $6N$ змінних. Цей $6N$ -мірний простір називається **фазовим простором**.

Величина, що визначається рівнянням:

$$\Delta\Gamma = \Delta\Gamma_v \Delta\Gamma_p = dx dy dz P_x P_y P_z$$

називається елементом об'єму фазового простору або **фазовою коміркою**. Беручи до уваги співвідношення невизначеності Гейзенберга, елементарний об'єм не може бути меншим від h^3 , де h – стала Планка.

29.2. Поняття про квантову статистику Бозе-Ейнштейна і Фермі-Дірака

Хвильова функція Ψ , яка описує стан мікросистеми, є функцією координат. Оскільки існує принцип нерозрізнюваності мікрочастинок, то при взаємній зміні координат окремих частинок новий квантовий стан системи не виникає, але при перестановці частинок хвильова функція може змінювати знак. **Функції**, які при перестановці двох частинок зміню-

ють свій знак, називаються **антисиметричними**, а ті функції, які його не змінюють, – **симетричними**. В природі існують частинки, які описуються як симетричними так і антисиметричними хвильовими функціями. Симетрія функції залежить від спіну частинок.

Частинки зі спіном, рівним цілому числу: $s=0,1,2,\dots$

описуються симетричними функціями Ψ . З елементарних часток спін рівний 0 мають π та K -мезони; спін 1 має фотон; результуючий цілий спін мають: дейтрон, α -частинка, атом водню в нормальному стані та ін.

Частинки, спін яких дорівнює напівцілому числу

$s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$ описуються антисиметричними функціями Ψ .

Такий спін мають електрони, протони, нейтрони, гіперони, μ -мезони, нейтрино та їхні античастинки.

Від типу симетрії хвильової функції залежить число різних можливих станів системи частинок, які у свою чергу описуються різними квантовими статистиками. Системи частинок, які описуються *симетричними хвильовими функціями, підлягають статистичній Бозе-Ейнштейна;* системи частинок, які описуються *антисиметричними хвильовими функціями, підлягають статистичній Фермі-Дірака.*

З курсу фізики класичної термодинаміки ми пам'ятаємо статистичний розподіл Максвелла-Больцмана за енергіями і швидкостями. У цій статистиці частинки вважаються розрізнюваними і можуть мати як дискретні так і неперервні значення енергії. У статистиці Бозе-Ейнштейна частинки *нерозрізнювані* і мають дискретні значення енергії; у статистиці Фермі-Дірака частинки *нерозрізнювані*, мають дискретні значення енергії та підлягають принципу Паулі.

Функції розподілу часток мають вигляд:

у статистиці **Максвела-Больцмана**

$$\langle N_i(E) \rangle = e^{\frac{E_i - \mu}{kT}} \quad (29.3)$$

у статистиці **Бозе-Ейнштейна**

$$\langle N_i(E) \rangle = \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu}{kT}} - 1} \quad (29.4)$$

у статистиці **Фермі-Дірака**

$$\langle N_i(E) \rangle = \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu}{kT}} + 1} \quad (29.5)$$

де μ – значення хімічного потенціалу.

Якщо $e^{\frac{E_i - \mu}{kT}} \gg 1$, то розподіл Бозе-Ейнштейна і Фермі-Дірака переходить у класичний розподіл Максвела-Больцмана. Отже, при великих температурах «квантові» гази ведуть себе так, як класичний ідеальний газ.

29.3. Вироджений електронний газ в металах. Енергія Фермі

Система частинок називається виродженою, якщо її властивості істотно відрізняються від властивостей систем, що підпорядковуються класичній статистиці. Поведінка як Бозе-газу так і Фермі-газу відрізняється від кла-

сичного газу, вони є виродженими газами. Виродження газу стає істотним при досить низьких температурах і великих густинах. Прикладом Фермі-газу може бути електронний газ у металі. У такому газі електрони розподіляються відповідно до принципу Паулі на різних квантових станах так, щоб повна енергія газу мала найменше значення. Оскільки у кожному квантовому стані може перебувати не більше одного електрона, то вони займають всі стани з енергіями від найменшого, так званого нульового рівня, до деякого найбільшого, величина якого визначається числом електронів у газі. Останній електрон займає рівень із максимальною енергією, цей рівень називають *рівнем Фермі*, а енергію, що відповідає цьому рівневі, — *енергією Фермі*.

Той факт, що властивості електронного газу в металах різко відрізняються від властивостей звичайного молекулярного газу, вказує на те, що електронний газ знаходиться у виродженому стані.

Температурою виродження T_v називається температура, нижче якої проявляються квантові властивості ідеального газу, зумовлені тождеством частинок, тобто T_v — температура, при якій виродження стає істотним.

Метал для вільних електронів є своєрідною потенціальною ямою, вихід з якої вимагає затрати роботи з подолання сил зв'язку, що утримують електрони в металі.

На рис. 29.1 наведена схема такої потенціальної ями. Горизонтальні лінії — енергетичні рівні, які можуть займати електрони. Розподіл електронів на різних енергетичних рівнях здійснюється за принципом Паулі, згідно з яким на од-

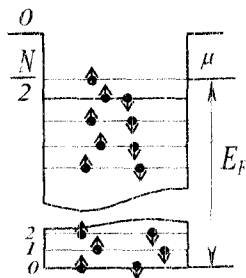


Рис. 29.1

ному рівні не може бути двох однакових (з однаковим набором 4-х квантових чисел) електронів. За квантовою теорією, електрони в металі не можуть розміщуватися на найнижчому енергетичному рівні навіть при температурі $T=0\text{ К}$. Принцип Паулі вимушує електрони підніматися вгору по «енергетичній драбині». Якщо електронний газ містить N еле-

ктронів, то останнім зайнятим виявиться рівень $\frac{N}{2}$. Найви-

щий енергетичний рівень, зайнятий електронами, називається **рівнем Фермі** для виродженого електронного газу. Рівень Фермі буде тим вищим, чим більша густина електронного газу. Робота виходу електрона з металу відраховується від рівня Фермі.

Рівень Фермі відповідає максимальній кінетичній енергії, яку може мати електрон в металі при абсолютному нулі. Її називають **енергією Фермі**.

Введемо поняття **температури Фермі**, вона визначається за формулою:

$$T_F = \frac{E_F}{k}$$

де k — стала Больцмана;

E_F — енергія Фермі;

і показує при якій температурі не вироджений газ з масою молекул, що дорівнює масі електрона, мав би енергію теплового руху, kT , що дорівнює енергії Фермі. Для електронів у металах $T_F=10^4\text{ К}$. Оскільки жоден метал не може при таких температурах існувати в конденсованому стані, то для тих температур, при яких метал існує в твердому стані, електронний газ в металах — є виродженим.

29.4. Теплоємність твердих тіл по Ейнштейну і Дебаю

В класичній теорії, теплоємність твердих тіл на основі теореми Больцмана про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності, молярна теплоємність твердих тіл приблизно дорівнює $3R$. Але класична теорія теплоємності не пояснює залежності теплоємності від температури.

В квантовій теорії цю проблему розглядали незалежно один від одного Ейнштейн і Дебай.

Ейнштейн атоми кристалічної ґратки розглядав як гармонічні осцилятори, що здійснюють теплові коливання навколо положення рівноваги з однією і тією ж частотою ω . Осцилятори вважалися тривимірними, і на кожен ступінь вільності квантового осцилятора припадає середнє значення енергії, яка визначається за формулою Планка:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} \quad (29.6)$$

тоді теплоємність кристалічної ґратки твердих тіл виражається **формулою Ейнштейна**:

$$C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{3R \left(\frac{\hbar \omega}{kT} \right)^2}{\left(e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1 \right)^2} \cdot e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} \quad (29.7)$$

При високих температурах рівність (29.7) переходить у рівність: $C_V = 3R$. При низьких температурах згідно рівняння

(29.7) найбільший вплив має експоненціальний множник, але згідно експериментів, теплоємність спадає за експоненціальним законом пропорційно T^3 . Отже, модель Ейнштейна лише якісно пояснює факт зменшення теплоємності при $T \rightarrow 0$, а це тому, що осцилятори ґратки розглядаються як незалежні одна від одної.

Але вищенаведений результат знаходить своє пояснення в теорії Дебая. Дебай значно спростив задачу. Внаслідок значної взаємодії між частинками, він розглядав тверде тіло як суцільне неперервне середовище, в якому встановлюється система пружних стоячих хвиль. Коливання у твердому тілі Дебай розглядав як коливання струни, в результаті коливання частинок в твердому тілі – це набір повздовжніх і поперечних стоячих хвиль певного спектра частот. Згідно з дослідними даними, спектр пружних коливань ґратки охоплює інтервал частот від акустичних ($\nu_{\min} \approx 10^4 \text{ Гц}$) до високих, які відповідають інфрачервоній області спектра ($\nu_{\max} = 10^{12} - 10^{14} \text{ Гц}$). Тоді теплоємність тіла виражається **законом кубів Дебая**:

$$C_v = \left(\frac{\partial \langle \epsilon \rangle}{\partial T} \right)_v = 4DT^3 \quad (29.8)$$

де $D = \frac{V 4\pi^2 k^4}{10c^3 \hbar^3}$, і для високих температур вираз $\langle \epsilon \rangle = 3NkT$.

Ця рівність є справедливою як для низьких так і для високих температур. Отже теорія Дебая і якісно і кількісно описує залежність теплоємності від температури і встановлює кореляційні зв'язки між пружними та тепловими властивостями твердих тіл.

29.5. Надпровідність

У 1911 р. дослідник Г.Камерлінг-Оннес відкрив явище стрибкоподібного переходу в нуль електричного опору деяких металів при досить низьких температурах. Зменшення електричного опору до нуля відбувається в досить вузькому інтервалі температур $\Delta T \sim 10^{-3} \text{ K}$. Явище переходу в нуль опору деяких металів при низьких температурах називають *надпровідністю*. Температури при якій відбувається фазовий перехід зі стану з нормальною електропровідністю у надпровідний стан, називають *критичною температурою* T_k .

Речовини, що перебувають у надпровідному стані, мають ряд специфічних властивостей. Було встановлено, що надпровідний стан руйнується магнітним полем, коли магнітна індукція $\vec{B}$ перевищує деяке критичне значення $\vec{B}_k$, величина якого залежить від природи надпровідника та його температури. Критичне поле, яке руйнує надпровідність може створитися самим струмом, що протікає у надпровіднику. Отже, існує критичне значення сили струму, при якому надпровідність зникає. Також було встановлено, що при температурі нижчій за критичну, відбувається «виштовхування» магнітного поля з надпровідника, а це означає що тоді в ньому магнітна індукція $\vec{B}$ є рівною нулю. Таке явище називають *ефектом Мейснера*.

З фізичної точки зору це явище пояснюється тим, що в надпровіднику, розміщеному в слабкому магнітному полі, у поверхневому шарі, товщина якого становить всього $10^{-7} \div 10^{-8} \text{ м}$, створюються такі колові незагасаючі струми, які повністю компенсують зовнішнє магнітне поле.

Явище надпровідності тісно пов'язане з тепловими коливаннями кристалічної ґратки твердого тіла. Ці коливання можна уявити я вигляді пружних хвиль, що поширюються у

кристалі. Згідно з корпускулярно-хвильовим дуалізмом будь-які хвилі характеризуються властивостями частки і навпаки. Отже, коливання кристалічної ґратки розглядають як існування *квазічасток*, які називають *фононами*. Електрони ж провідності в металі можуть безперервно обмінюватися фононами: один електрон випромінює фонон, інший його поглинає. Такі фонони називають *віртуальними*, оскільки мають короткий час життя, тому їх енергія не фіксована, а це дає можливість не враховувати закон збереження енергії на цьому етапі взаємодії електрона з фононом, але зміна імпульсу електрона існує. А це призводить до виникнення додаткової взаємодії між електронами, яка проявляється у їх притяганні, тобто відчують притягання лише, так звані, скорельовані електрон-фононні пари. Ці сили притягання перевищують сили Кулонівського відштовхування. Такі спарені електрони утворюють, так звані, *Куперівські пари*, які є бозонами, вони утворюють «рідину» яка здатна здійснювати надплинний рух між іонами кристалічної ґратки, а це і є надпровідність.

Електрони в куперівській парі мають однакові за величиною, але протилежні за напрямком імпульси. Їх спіни можуть бути паралельними або антипаралельними, але в будь-якому випадку повний спін куперівської пари буде цілим, тому куперівська пара є бозоном а не ферміоном і на них принцип Паулі не поширюється.

§30. Тверде тіло в квантовій механіці.

Елементи фізики атомного ядра та елементарних часток

30.1. Елементи зонної теорії твердих тіл. Провідники, напівпровідники, діелектрики

В усіх речовинах існують три основні енергетичні зони для електронів: **валентна – зона**, яка повністю заповнена електронами і утворена з енергетичних рівнів електронів внутрішніх оболонок вільних атомів, де знаходяться зовнішні валентні електрони атома; **зона провідності** – зона, яка частково заповнена електронами, **або вільна** і утворена з енергетичних рівнів зовнішніх електронів; **заборонена зона** – зона, в якій знаходиться рівень Фермі, в якій електрони знаходитись не можуть.

Залежно від ступеня заповнення зон і ширини забороненої зони можливі чотири випадки зонної структури:

1. Якщо валентна зона заповнена частково, тоді навіть енергії теплового руху достатньо, або енергії слабого електричного поля, щоб перевести електрони на верхні вільні енергетичні рівні валентної зони, створюючи переважаючий рух електронів у напрямі проти поля – електричний струм. У цьому разі валентну зону називають зоною провідності. Така зона на структура властива **металам**.

2. Якщо валентна зона повністю укомплектована електронами і перекривається з вільною зоною, тоді утворюється, так звана, гібридна зона, заповнена електронами лише частково. Це має місце для **лужноземельних елементів**, які утворюють II групу Періодичної системи Менделєєва (Be , Mg , Ca , $Zn...$). У цих двох випадках це є **провідники**.

3. Якщо валентна зона повністю заповнена електронами, а зона провідності вільна, і перехід електронів у зону провід-

ності можливий або при тепловому збудженні, або за рахунок зовнішнього джерела, здатного передати електронам енергію ΔE для подолання ширини забороненої зони, таке тверде тіло буде **напівпровідником**.

4. Якщо заборонену зону електрон не в змозі подолати при всіх реальних температурах, то такий кристал є **діелектриком**.

При кімнатній температурі питомий опір
провідників становить $- 10^{-8} \div 10^{-6} \text{ Ом}\cdot\text{м}$;
напівпровідників $- 10^{-5} \div 10^8 \text{ Ом}\cdot\text{м}$;
діелектриків $- 10^9 \div 10^{17} \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

30.2. Провідність напівпровідників

Напівпровідниками є тверді тіла, які при $T=0$ характеризуються повністю зайнятою електронами валентною зоною, відокремленою від зони провідності порівняно вузькою $\sim 1\text{eV}$ забороненою зоною.

Розрізняють власні і домішкові напівпровідники.

Власними є хімічно чисті напівпровідники. При $T=0\text{K}$ і за відсутності інших зовнішніх факторів валентна зона укомплектована повністю, а зона провідності є порожньою. При підвищенні температури електрони з верхніх рівнів валентної зони можуть бути перекинуті на нижні рівні зони провідності (рис. 30.1). При накладанні зовнішнього електричного поля, електрони переміщуються проти напрямку поля, створюючи електричний струм. Провідність власних напівпровідників, зумовлена електронами (в

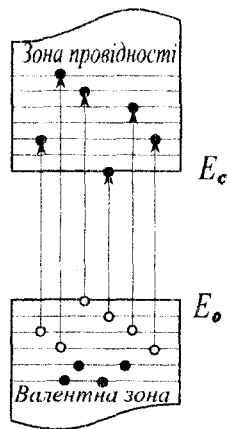


Рис. 30.1

зоні провідності), називається **електронною провідністю, або провідністю n-типу**.

Внаслідок теплових переходів електронів з валентної зони у зону провідності, у валентній зоні виникають дірки. При накладанні зовнішнього електричного поля у валентній зоні на місце дірок переходять електрони з нижчих рівнів цієї зони, виходить, що рухається «дірка». Такий процес заповнення дірок називають провідністю напівпровідників, яка зумовлена квазічастинками-дірками, і **називають дірковою провідністю, або провідністю р-типу**.

У власному напівпровіднику рівень Фермі знаходиться по середині забороненої зони.

Енергія, яка необхідна електрону для переходу з верхнього рівня валентної зони у нижній рівень зони провідності, і дорівнює ширині забороненої зони, називається **енергією активації**.

З підвищенням температури провідність напівпровідників зростає за експоненціальним законом:

$$\sigma = \sigma_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}} \quad (30.1)$$

Провідність напівпровідників, зумовлена домішками, називається домішковою, а самі напівпровідники – домішковими напівпровідниками.

У свою чергу домішкова провідність поділяється на донорну і акцепторну.

Якщо домішка має валентність на **1 більшу**, ніж валентність основних атомів, то один електрон

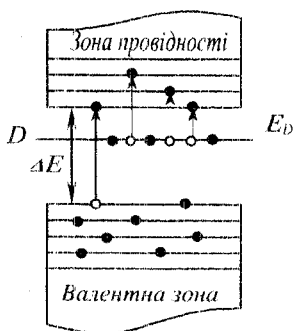


Рис. 30.2

домішки не може утворити ковалентний зв'язок, він виявляється зайвим і може стати вільним. В забороненій зоні (рис. 30.2) виникає додатковий енергетичний рівень D (донорний), який називається домішковим рівнем і розміщується нижче дна зони провідності на відстані $0,015eB$.

Оскільки $\Delta E_D \ll \Delta E$, то при звичайних умовах енергія теплового руху є достатньою для переходу електронів з донорного рівня в зону провідності, таким чином відбувається **електронна домішкова провідність (n-типу), або донорна**.

Якщо домішка має валентність на 1 меншу, ніж валентність основних атомів, то під час утворення зв'язків основного елемента з домішкою, у основного елемента один зі зв'язків залишиться не укомплектованим, і четвертий електрон забирається від сусіднього атома свого ж основного елемента. В атомі основного елемента утворюється дірка. В забороненій зоні ви-

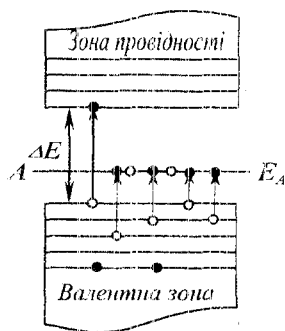


Рис. 30.3

никає домішковий рівень A (акцепторний) (рис. 30.3). Він локалізується вище верхнього краю валентної зони на віддалі $0,08eB$. При порівняно низьких температурах електрони основного елемента з валентної зони переходять на домішкові рівні, у валентній зоні виникають дірки, які стають носіями заряду, в ці дірки переходять електрони з нижніх рівнів валентної зони. Напівпровідники з таким типом провідності називають **домішковою провідністю р-типу або акцепторною провідністю**.

Крім основних носіїв у напівпровідників є неосновні носії: у n -типу – дірки у p -типу – електрони. Концентрація основних носіїв більша ніж неосновних.

30.3. Контакт двох напівпровідників

Границя дотику двох напівпровідників з різним типом провідності (рис. 30.4) називається p - n -переходом. Цей перехід утворюють методом сплавлення; дифузією акцепторної домішки, або методом іонного легування.



Рис. 30.4

На межі контакту двох напівпровідників виникає зона, де в напівпровіднику p -типу є скопчення електронів, а в n -типу – дірок. Перетікання електронів і дірок відбувається до того часу, поки рівень Фермі напівпровідника p -типу не співпадає з рівнем Фермі

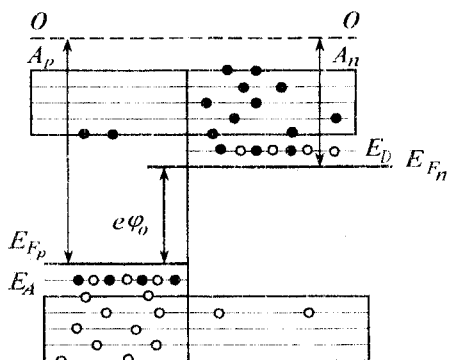


Рис. 30.5

напівпровідника n -типу. Тоді між n і p областями встановиться рівновага (рис.30.5). Окрім того в n області біля границі контакту залишається некомпенсований позитивний об'ємний заряд донорних атомів, а у p області напівпровідника, в наслідок переходу електронів на границі утворюється від'ємний об'ємний заряд нерухомих іонізованих акцепторів. Цей шар характеризується контактною різницею потенціалів, що не дозволяє подальший перехід електронів в напрямку $n \rightarrow p$ і дірок в напрямку $p \rightarrow n$. Ця контактна різниця потенціалів визначається рівнянням:

$$\varphi_0 = \frac{1}{e} (A_p - A_n) \quad (30.3)$$

В області p - n -переходу енергетичні зони деформуються, виникає потенціальний бар'єр $e\phi_0$, так званий, запірний шар, який повинні подолати електрони. Це можливо або при підвищенні температури носіїв заряду (декілька тисяч градусів) або за допомогою зовнішнього електричного поля. Якщо до p - n -переходу підключити джерело так як показано на рис.30.6, (напрямок зовнішнього поля співпадає з напрямом поля контактного шару) то величина потенціального бар'єру підвищиться, а це зменшить потік основних носіїв заряду: електронів з n в p і дірок з p в n шари. Тобто запірний шар стане ширшим. Але, як ми вже сказали в кожному з напівпровідників крім основних носіїв заряду є ще неосновні, в результаті потік електронів з p в n і дірок з n в p шар буде існувати. Такий *струм* називають *зворотним*.

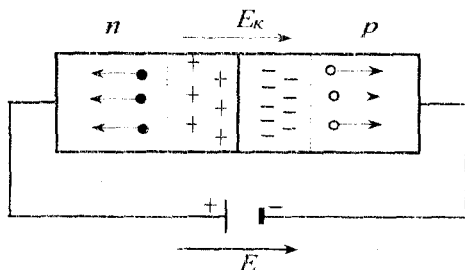


Рис. 30.6

Якщо зовнішнє електричне поле спрямувати проти поля контактного шару, (рис.30.7) це викличе пониження потенціального бар'єру для основних носіїв. Такий струм називають *прямим*.

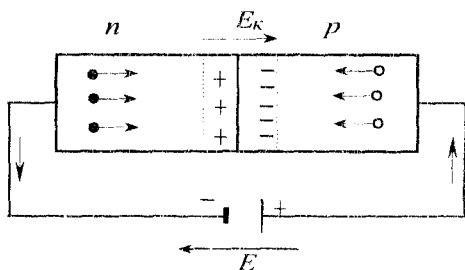


Рис. 30.7

Він зростає за експоненціальним законом. Тому кажуть, що p - n -переходи мають односторонню (вентильну) провідність.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Н.В.Александров, А.Я.Яшкин.* Курс общей физики. Электричество и магнетизм. – М.: Просвещение, 1978. – 416с.
2. *Н.В.Александров, А.Я.Яшкин.* Курс общей физики. Оптика и квантовая физика. – М.: Просвещение, 1978. – 416с.
3. *Ф.Ф.Детлаф, Б.М.Яворский.* Курс физики. – М.:Высш.шк., 1989. – 609с.
4. *Г.А.Зисман, О.М.Тодес.* Курс общей физики, т. II, – М.:Наука, 1972. – 340с.
5. *Г.А.Зисман, О.М.Тодес.* Курс общей физики, т. III, – М.:Наука, 1972. – 340с.
6. *І.М.Кучерук, І.Т.Горбачук, П.П.Луцик.* Електрика і магнетизм т.ІІ – Київ: Техніка, 1999, с.452.
7. *І.М.Кучерук, І.Т.Горбачук, П.П.Луцик.* Оптика. Квантова фізика т.ІІІ – Київ: Техніка, 1999, с.518.
8. *І.Є.Лопатинський* Курс фізики. – Львів: Афіша, 2003. с.375.
9. *С.Э.Фриш, А.В.Тиморева.* Курс общей физики, т.ІІ, – М.:Физматгиз, 1962. – 432с.
10. *С.Э.Фриш, А.В.Тиморева.* Курс общей физики, т.ІІІ, – М.:Физматгиз, 1962. – 346с.
- 11.
12. *Б.М.Яворський, Ф.Ф.Детлаф,* Курс фізики т.ІІ, – К.:Вища школа 1970. – 356с.
13. *Б.М.Яворський, Ф.Ф.Детлаф.* Курс фізики т.ІІІ, – К.:Вища школа 1970. – 420с.
- 14.
15. *Б.М.Яворский, А.А.Пинский,* Основы физики т.ІІ, – М.: Наука, 1981 – 360с.
16. *Б.М.Яворский, А.А.Пинский,* Основы физики т.ІІІ, – М.: Наука, 1981 – 322с.