

**Міністерство освіти і науки України
ІВАНО-ФРАНКІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ НАФТИ І ГАЗУ**

**Конспект лекцій
з курсу “ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА”
1 частина
Електрика і магнетизм**

Для студентів всіх спеціальностей

МВ ИГАЦ 02070855 – 708 – 2000

Затверджено на засіданні
кафедри фізики.

Протокол № 12
від 6.07.1997 р.

Всі цитати, цифровий і фактичний
матеріал, бібліографічні відомості
перевірені, одиниці вимірювання
відповідають стандартам.
Зауваження рецензента враховані.

В.І.Пустогов

**Івано-Франківськ
2000**

УДК 53.537+538(07)

Пустогов В.І. Загальна фізика: Електрика і магнетизм: Конспект лекцій. – Івано-Франківськ: Факел, 2000. – 224 с.: іл.

В конспекті лекцій розглядаються питання, які вивчаються в 2-му і 3-му семестрах технічних університетів і ВТНЗ згідно з програмою загальної фізики. В посібнику викладено розділи: електростатика, постійний струм, елементи класичної і квантової теорії провідності, струм в суцільних середовищах, магнітні явища, магнетики, теорія відносності для електромагнітних явищ, система рівнянь Максвелла для електромагнітних полів, змінний струм. В частині другій представлені електромагнітні коливання і хвилі, хвильова оптика. Навчальний матеріал подається стисло у вигляді коротких параграфів без розбивки на лекції, що дає можливість запропонувати даний конспект лекцій для всіх груп технічних спеціальностей незалежно від кількості годин за РНП.

В кожному розділі наводяться приклади розв'язування задач. Елементи фізики твердого тіла органічно введені у відповідні розділи курсу і окремо не розглядаються в зв'язку з обмеженою кількістю годин на вивчення загального курсу фізики. Наведені численні приклади застосування фізичних явищ в техніці.

Методичний посібник рекомендується для спеціальностей АУ, ЕП, ІВТ, АТП, але може бути корисним і для всіх інших технічних спеціальностей. Посібник викладено українською мовою. В кінці вміщено короткий українсько-російський словник і методичні рекомендації щодо вивчення курсу.

Автор:

кандидат технічних наук, доцент

В.І.Пустогов

Відповідальний за випуск:

зав. кафедрою фізики, професор

Б.О.Чернов

Коректор

Н.Ф.Будуйкевич

Нормоконтролер

О.Г.Гургула

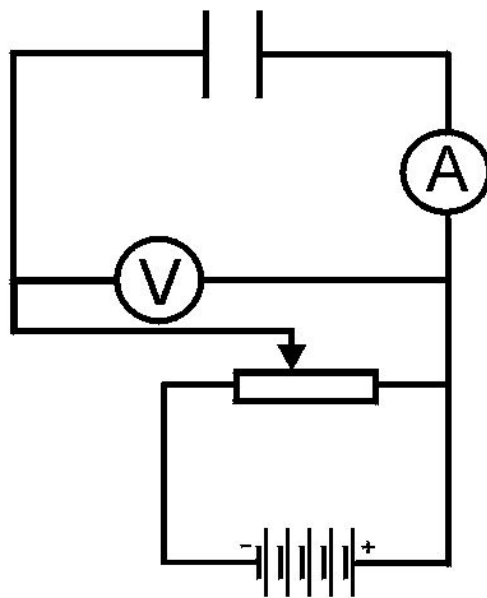
**Член експертно-
рецензійної комісії**

І.В.Костриба

Дане видання – власність ІФДТУНГ. Забороняється тиражувати та розповсюджувати.

© Пустогов В.І.
Факел, 2000

Конспект лекцій
з курсу “ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА”
1 частина
Електрика і магнетизм



Предмет класичної електродинаміки

Класична електродинаміка вивчає закономірності існування електричних та магнітних полів, умови перетворення електричного поля в магнітне, магнітного в електричне та утворення електромагнітного поля. Основні закони електродинаміки сформульовані у вигляді рівнянь Максвелла.

Поле – це простір, в якому на певні індикатори (елементи поля) діють сили, залежні від відстані і величини елемента поля. Елемент електричного і магнітного поля – електричний заряд. Електричні заряди створюють поле і в той же час є його індикаторами. Електродинаміка поділяється на електростатику, постійний струм та електромагнетизм. Нерухомі заряди створюють електростатичне поле, рухомі заряди створюють електромагнітне поле.

1 Електростатика

1.1 Електричний заряд

Для кількісної характеристики електричної взаємодії ввели поняття заряду. Історично введено в користування умовно два види зарядів: позитивні, що утворюються на склі при електризації; негативні, що утворюються при електризації янтаря. Заряд позначається буквою q .

Одноіменні заряди (два позитивних або два негативних) відштовхуються. Різноіменні заряди притягуються.

При електризації тертям завжди заряджаються обидва тіла, причому рівними, але різноіменними зарядами.

З сучасних уявлень заряди мають атомістичну природу, тобто належать атомам та елементарним частинкам. Атом електрично нейтральний (при звичайних умовах). Він складається з позитивно зарядженого ядра і негативно заряджених електронів, що рухаються навколо ядра. Ядро, яке складає стотисячну частку розміру атома, в свою чергу поділяється на нейтральні частинки – нейтрони і позитивні частинки – протони. Заряд протона за величиною точно такий же як в електрона. В атомі більш рухомим є електрон.

Дискретність заряду

Американський фізик Р.Міллікен (1868-1953) і російський фізик А.Ф.Йоффе (1880-1960) дослідним шляхом довели, що електричний заряд дискретний, тобто заряд будь-якого тіла становить ціле кратне від елементарного заряду електрона ($e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл), маса електрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг. Протон має заряд $q = -e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл і масу $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

Заряд вимірюють в кулонах (Кл). Кулон – це похідна одиниця: $1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}$ (добуток ампера на секунду).

Один кулон – це електричний заряд, що проходить через поперечний переріз провідника при силі струму один ампер за час, рівний одній секунді.

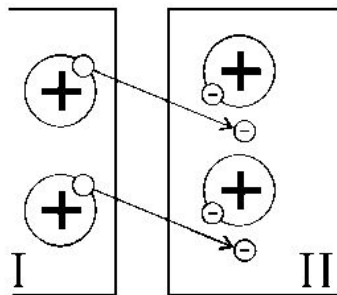


Рисунок 1.1

збереження заряду.

Виходячи з дискретності заряду, процес електризації тертям можна пояснити відриванням електронів від атомів, що містяться на поверхні тіла, і передачею їх атомам на другій поверхні (рис. 1.1). В результаті на першій поверхні з'являються позитивні іони, а на другій поверхні атоми одержують додатковий електрон. Тобто заряджаються обидва тіла. Це ґрунтується на законі

Закон збереження електричного заряду

Бенджамін Франклін (1706-1790) на основі поняття “електричної рідини” встановив закон збереження заряду. На основі узагальнення дослідних даних М.Фарадей (1791-1867) довів цей фундаментальний закон природи.

Алгебраїчна сума електричних зарядів будь-якої замкненої системи (системи, що не обмінюється зарядами з зовнішніми тілами) залишається незмінною, які б процеси не проходили всередині цієї системи

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const.}$$

Електричний заряд — величина релятивістськи інваріантна, тобто не залежить від системи відліку, а також від того, рухається цей заряд, чи знаходиться в стані спокою.

Нерухомий заряд створює електричне поле. В системі, що рухається відносно нерухомої системи, цей заряд створює магнітне поле.

Густина заряду

В зарядженому тілі заряд може розподілятися в об'ємі, на поверхні, по довжині. В цьому випадку користуються густиною заряду.

Об'ємна густина заряду визначається величиною заряду, що міститься в одиниці об'єму. Позначається об'ємна густина ρ (ро)

$$\rho = \frac{q}{V} \text{ (Кл/м}^3\text{)} \quad (1.1)$$

Поверхнева густина заряду визначається величиною заряду, що міститься на одиниці поверхні. Позначається поверхнева густина σ (сігма)

$$\sigma = \frac{q}{S} \text{ (Кл/м}^2\text{)} \quad (1.2)$$

Якщо заряджена нитка, то заряд її характеризується лінійною густиною заряду.

Лінійна густина заряду визначається величиною заряду, що міститься на одиниці довжини. Позначається лінійна густина τ (тау)

$$\tau = \frac{q}{l} \text{ (Кл/м)} \quad (1.3)$$

Провідність тіл

Залежно від рухливості зарядів речовини поділяються на:

- 1) діелектрики – зв'язані заряди (скло, пластмаси і т.д.);
- 2) провідники – вільні заряди.

Провідники в свою чергу поділяються на 2 групи:

- 1) провідники першого роду (метали), де рух зарядів не супроводжується переміщенням речовини;
- 2) провідники другого роду (розчини, розплави), де рух супроводжується переміщенням речовини.

Проміжне положення займають напівпровідники (германій, кремній). Кількість вільних і зв'язаних зарядів залежить від температури та інших факторів.

Поділ тіл за провідністю умовний.

1.2 Закон Кулона

Закон взаємодії нерухомих точкових зарядів встановлений в 1785 р. французьким вченим Ш.Кулоном за допомогою крутильних терезів (раніше цей закон був відкритий Г.Кавен-дишем, але його робота була невідома понад 100 років).

Точковим називають заряд, що зосереджений на тілі, лінійні розміри якого набагато менші за відстані до інших заряджених тіл.

Закон Кулона. Сила взаємодії F між двома точковими зарядами q_1 і q_2 у вакуумі пропорційна добутку зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (1.4)$$

де F – сила (Н); r – відстань між зарядами (м); q_1, q_2 – заряди (Кл); k – коефіцієнт пропорційності, залежний від вибору системи одиниць. В міжнародній системі одиниць (СІ) коефіцієнт пропорційності k приймається рівним

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0},$$

де $\pi=3,14$, $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$ (Ф/м) – електрична стала,

$$k = \frac{1}{4 \cdot 3.14 \cdot 4 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} = 9 \cdot 10^9 \left[\frac{\text{м}}{\text{Ф}} \right].$$

В раціоналізованій формі закон Кулона у вакуумі набуває вигляду

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (1.5)$$

У векторній формі закон Кулона запишемо так:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2 \vec{r}}{|\vec{r}|^3}, \quad (1.6)$$

де r – радіус-вектор від заряду q_1 до заряду q_2 (рис. 1.2). Напрям сили Кулона уздовж радіуса-вектора або в протилежний бік.

У випадку одноіменних зарядів сила додатна і напрямлена від зарядів (сила відштовхування рис. 1.2, а). Різноіменні заряди – притягаються, сила від’ємна (рис. 1.2, б).

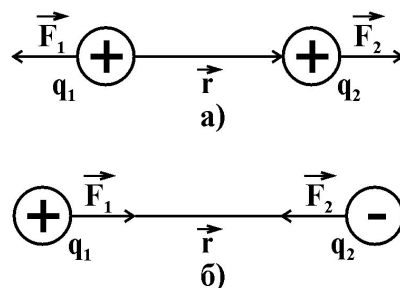


Рисунок 1.2

Закон Кулона в діелектрику

$$F = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\epsilon r}, \quad (1.7)$$

де ϵ – діелектрична проникність речовини; показує, у скільки разів сила взаємодії між зарядами в даному середовищі менша, ніж у вакуумі: $\epsilon = F_0/F$.

1.3 Напруженість електричного поля. Електричне поле

Якщо в простір, що оточує електричний заряд, внести другий заряд, то на нього буде діяти кулонівська сила. Це означає, що заряд оточує силове поле. Згідно з уявленнями сучасної фізики поле реально існує, і поряд з речовиною є одним із видів матерії. Навіть найменші частинки речовини – атом, електрон, протон, нейтрон є концентрованим полем.

За допомогою поля здійснюється певна взаємодія між мікроскопічними частинками, що входять до складу речовини.

В історії розвитку фізики мала місце боротьба двох теорій поля – **дальнодії** і **близькодії**.

В теорії дальнодії приймається, що електричні явища визначаються миттєвою взаємодією зарядів на будь-яких відстанях.

Теорія близькодії виходить з того, що електричні явища визначаються збуренням поля зарядів, яке передається в просторі від точки до точки з певною швидкістю.

Для нерухомих зарядів обидві теорії дають однакові результати, які добре узгоджуються з дослідом.

Для рухомих зарядів теорія дальнодії дає неправильні результати, а теорія близькодії узгоджується з дослідними даними. Тому сучасною теорією взаємодії заряджених частинок є теорія близькодії.

В електростатичному полі на кожний пробний заряд (такий малий, що не спотворює поле) діє сила. В довільній точці поля на один і той самий заряд буде діяти одна і та сама сила за законом Кулона. Із зменшенням величини заряду (припустимо в 2 рази) сила зменшиться у стільки ж разів. Тобто, відношення сили Кулона до величини внесеного заряду буде величиною сталою для даної точки.

Напруженість

Відношення сили Кулона до величини позитивного заряду, поміщеного в цю точку, є силовою характеристикою електростатичного поля, називається напруженістю електричного поля і позначається буквою E .

Напруженість E електричного поля в даній точці є фізична величина, яка визначається силою, що діє на одиничний позитивний заряд, поміщений в дану точку поля

$$E = \frac{F}{q_1} \quad (1.8)$$

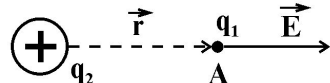


Рисунок 1.3

Напрямок вектора $\vec{E}$ співпадає з напрямом сили Кулона, що діє на позитивний заряд (рис. 1.3). Напруженість вимірюється в **Н/Кл**, або **В/м**. 1 Н/Кл – це напруженість такого електричного поля, яке діє силою 1 Н на точковий позитивний заряд в 1 Кл.

Напруженість – це силова характеристика електростатичного поля.

Якщо в формулу (1.8) підставити значення сили з закону Кулона, одержимо формулу напруженості точкового заряду

$$E = \frac{q_2}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2}, \quad (1.9)$$

де q_2 – заряд, що створює електричне поле; r – відстань до точки, де визначається напруженість; ϵ – відносна діелектрична проникність.

Як бачимо, напруженість електричного поля залежить від середовища (ϵ).

Принцип суперпозиції. Додавання напруженостей

Якщо електричне поле створюється системою декількох зарядів q_1, q_2, q_3 і т.д., то для кулонівських сил і напруженостей придатний принцип незалежності дії сил, що застосовувався у механіці. Сила поля, що створюється кожним зарядом, діє незалежно від того, чи є поруч інші заряди, чи ні. Це покладено в основу принципу суперпозиції (накладання) електричних полів декількох зарядів. Кожний заряд створює в даній точці напруженість певної величини і напрямку. Результируючу напруженість шукаємо як геометричну (векторну) суму окремих напруженостей

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots \quad (1.10)$$

Електричний диполь

Електричний диполь, це система двох рівних за модулем, але протилежних за знаком електричних зарядів $(+q, -q)$, відстань L між якими називають плечем диполя. Плече L – вектор, напрямлений від від’ємного до додатного заряду (рис. 1.4).

Електричний момент диполя P – це векторна величина, що дорівнює добутку заряду диполя q на плече диполя L .

$$P = |q| \cdot L \quad (1.11)$$

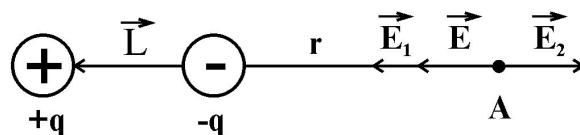


Рисунок 1.4

Поняття електричного (дипольного) моменту використовується при розгляді електричних явищ в діелектриках. У зовнішньому полі на диполь діє момент пари сил, що обертає його.

Напруженість електричного поля диполя в довільній точці визначається за принципом суперпозиції, як векторна сума напруженостей кожного заряду в даній точці, та дорівнює векторній сумі напруженостей зарядів $+q$ і $-q$.

Приклад 1.

Знайти напруженість результуючого електростатичного поля двох різнойменних зарядів $q_1 = -q_2 = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл, розташованих на відстані 5 см від точки C , де шукаємо напруженість. Відстань між зарядами 8 см (рис. 1.5), в повітрі ($\epsilon = 1$).

$$\begin{aligned} q_1 &= -q_2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} \\ AC &= BC = 0,05 \text{ м} \\ AB &= 0,08 \text{ м} \\ \epsilon &= 1 \end{aligned}$$

Розв'язок
Напруженість, що створюється зарядами, q_1 – E_1 і q_2 – E_2 .

$E = ?$

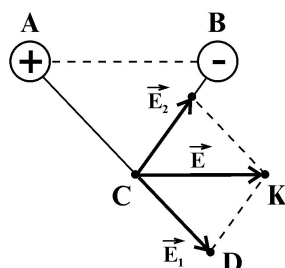


Рисунок 1.5

Результуюча – $\vec{E}$.

Геометрично результуюча напруженість – це діагональ паралелограма, побудованого на двох напруженостях E_1 і E_2 (рис. 1.5).

Напруженість точкового заряду на відстані $r=5$ см визначається за формулою

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{AC^2} \text{ В/м.}$$

Як бачимо, для заряду q_2 напруженість E_2 буде мати таке саме числове значення $|E_2| = |E_1|$.

З подібності трикутників одержимо пропорцію

$$\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{CK}.$$

$$AC = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

$$AB = 8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

$$CD = |E_1| = |E_2|.$$

$$CK = |E| \text{ – шукана напруженість.}$$

В даному випадку вектор напруженості E паралельний дипольному моменту p .

$$\begin{aligned} |E| &= \frac{|E_1| \cdot AB}{AC} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 AB}{r^3} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-2} \cdot 9 \cdot 10^9}{5^3 \cdot 10^{-6}} = \\ &= 2,88 \cdot 10^7 \text{ (В/м).} \end{aligned}$$

1.4 Силві лінії. Потік вектора напруженості

Напруженість в кожній точці електростатичного поля має певний напрям. Електростатичне поле графічно зображають за допомогою умовних ліній напруженості (силових ліній). На рис. 1.6 зображено силові лінії додатного заряду (а), від'ємного заряду (б), диполя (в).

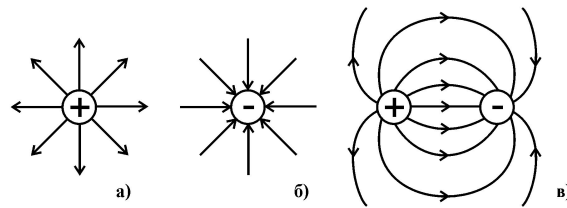


Рисунок 1.6

Силовой лінією електростатичного поля називають геометричне місце точок (лінію), дотична в кожній точці якої співпадає з напрямом напруженості електростатичного поля.

Силовая лінія починається на додатному і закінчується на від'ємному заряді. Силові лінії електростатичного поля не замкнуті. Форма силових ліній різна. Домовились проводити силові лінії так, щоб через одиницю площі (1 м^2) проходила кількість ліній, що чисельно дорівнює напруженості електростатичного поля. В середовищі з діелектричною проникністю ϵ силових ліній буде в ϵ разів менше, ніж в вакуумі. Там, де лінії густіше, напруженість електричного поля більша. Однорідне електричне поле має в усіх точках однакову щільність силових ліній.

Потік вектора напруженості Φ_E чисельно дорівнює кількості силових ліній через довільну площу S і визначається за формулою

$$\Phi_E = E \cdot S \cdot \cos \varphi, \quad (1.12)$$

де E – напруженість однорідного електростатичного поля; S – площа поверхні, яку пронизують силові лінії; φ – кут між нормаллю до площини і напруженістю електростатичного поля. Якщо напруженість електричного поля є функцією

координат поверхні, то потік вектора напруженості визначають інтегралом

$$\Phi_E = \int_S E_n dS \quad (1.13)$$

Одиниця вимірювання потоку вектора напруженості

$$[\Phi_e] = \text{В} \cdot \text{м}$$

1.5 Електростатична теорема Гаусса – Остроградського та її застосування для обчислення напруженості полів

1.5.1 Теорема Гаусса-Остроградського

Теорема Гаусса-Остроградського для потоку вектора напруженості може бути корисна для електричних полів, які не створюються точковими зарядами і де не можна скористатись законом Кулона. К.Гаусс – німецький вчений, В.М.Остроградський – російський математик.

Теорема Гаусса-Остроградського. Потік вектора напруженості у вакуумі через довільну замкнену поверхню чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, що містяться всередині цієї поверхні, поділений на електричну сталу ϵ_0

$$\Phi_E = \oint_S E dS = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{\epsilon_0} \quad (1.14)$$

Якщо всередині поверхні містяться однакові за величиною додатні і від'ємні заряди то сума зарядів буде дорівнювати нулю і потік вектора напруженості через всю замкнену поверхню також буде дорівнювати 0.

Якщо заряди знаходяться ззовні поверхні, то потік вектора напруженості теж дорівнює нулю.

Якщо поверхня не замкнена, то користуватись теоремою Гаусса не можна.

В діелектричному середовищі з діелектричною проникністю ϵ

$$\Phi_E = \frac{\sum q_i}{\epsilon \epsilon_0} \quad (1.14')$$

1.5.2 Застосування теореми Гаусса-Остроградського

Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини

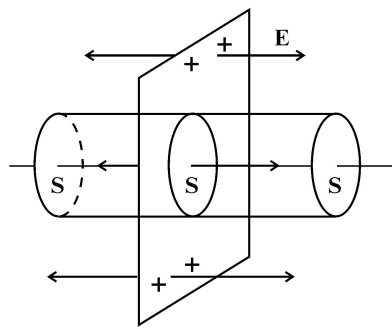


Рисунок 1.7

Поверхнева густина заряду на площині σ (див. 1.1). Середовище має діелектричну проникність ϵ . Лінії напруженості E напрямлені перпендикулярно до поверхні в обидва боки і розташовані рівномірно. Побудуємо циліндр, перпендикулярний до зарядженої площини. Цей циліндр вирізає на поверхні коло (рис. 1.7) площею S з зарядом

$$\Delta Q = \sigma \cdot S \quad (1.15)$$

Циліндр являє собою замкнену поверхню. Повний потік напруженості складається з потоку силових ліній, що проходять через бічну поверхню площі основ наліво і направо,

$$\Phi_E = 2\Phi_{\text{основ}} + \Phi_{\text{бічне}} \Rightarrow \Phi_E = 2ES \quad (1.16)$$

Для однорідного поля $\Phi_{\text{бічне}}=0$, тому що силові лінії не перетинають циліндра.

Теорема Гаусса для циліндра запишеться так:

Повний потік вектора напруженості через замкнену поверхню циліндра дорівнює сумарному заряду q , що міститься всередині, поділеному на $\epsilon \epsilon_0$

$$\Phi_E = 2\Phi_{основ} + \Phi_{бічне} = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Підставимо значення q і $\Phi_{осн}$ з (1.15), (1.12)

$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}. \quad (1.17)$$

Таким чином, **напруженість електростатичного поля нескінченної рівномірно зарядженої площини не залежить від відстані і місцеположення, а дорівнює поверхневій густині заряду, поділеній на подвоєний добуток електричної сталої на відносну діелектричну проникність середовища.**

Електричне поле зарядженої площини однорідне.

Поле двох різноіменно заряджених площин

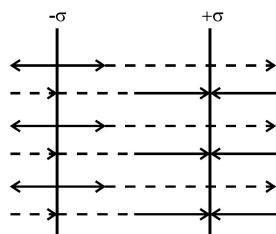


Рисунок 1.8

Поле двох різноіменно заряджених площин (конденсатор) ззовні має напруженість рівну нулю (рис. 1.8), а в просторі між пластинами – поле однорідне, і напруженість його в 2 рази більша, ніж однієї площини. Середовище – вакуум.

$$E = \sigma/\epsilon_0. \quad (1.18)$$

Для будь-якого середовища формула (1.16) запишеться у вигляді

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon}, \quad (1.18')$$

де ϵ – відносна діелектрична проникність середовища.

Поле зарядженої кулі

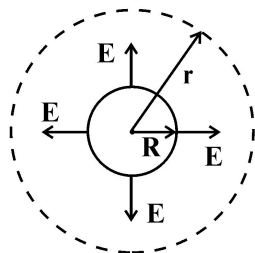


Рисунок 1.9

Куля має рівномірно розподілений заряд q , радіус R (рис. 1.9). Проведемо уявно сферу радіуса $r > R$. Ця поверхня, позначена пунктиром, замкнена. Напруженість електричного поля перпендикулярна поверхні кулі радіуса R . Тому повний потік силових ліній через сферичну поверхню, позначену пунктиром дорівнює

$$\Phi_E = \oint_S E dS = E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2 \quad (1.19)$$

Напруженість в усіх точках сфери однакова, тому що заряд розподілений рівномірно. Застосуємо теорему Гаусса. Повний потік вектора напруженості через замкнену поверхню сфери радіуса r дорівнює заряду q , що міститься всередині (в зарядженій кулі), поділеному на $\epsilon\epsilon_0$

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}, \text{ звідки } E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1.20)$$

Напруженість поля зарядженої кулі визначається за такою ж формулою, як і для точкового заряду, розміщеного в центрі кулі. Таким чином, ми одержали закон Кулона з теореми Гаусса.

а) Куля заряджена рівномірно в об'ємі з об'ємною густиною заряду $\rho = q/V$, де об'єм кулі $V = 4\pi R^3/3$. Заряд кулі дорівнює $q = \rho V = 4\pi\rho R^3/3$. Напруженість поля ззовні кулі визначається за формулою (1.20), або (при підстановці значення q)

$$E = \frac{\rho \cdot 4\pi R^3}{4\pi\epsilon_0 \cdot 3r^2} = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \quad (1.21)$$

Напруженість всередині кулі при $r < R$ буде

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} = \frac{\rho \cdot r}{3\epsilon\epsilon_0} \quad (1.22)$$

б) Куля рівномірно заряджена по поверхні.

Поверхнева густина заряду ($\sigma = q/S$), ϵ – діелектрична проникність середовища

$$S = 4\pi R^2 \Rightarrow q = \sigma \cdot S = \sigma \cdot 4\pi R^2$$

Напруженість поля ззовні кулі визначається за формулою (1.20), або

$$E = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma \cdot R^2}{\epsilon\epsilon_0 r^2} \quad (1.23)$$

Всередині кулі напруженість поля дорівнює нулю, тому що нема зарядів.

Поле рівномірно зарядженої нескінченної нитки

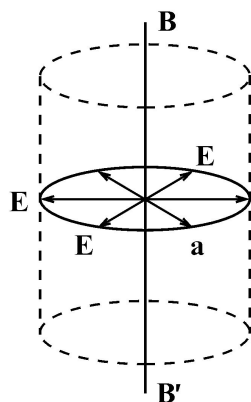


Рисунок 1.10

Нескінченно довга пряма нитка BB' рівномірно заряджена по всій довжині з лінійною густиною заряду $\tau = q/l$. З міркувань симетрії напруженість електричного поля буде напрямлена радіально до нитки у всі боки, як показано на рис. 1.10. Проведемо замкнену поверхню у вигляді циліндра, віссю якого є нитка. Довжина циліндра l , радіус a . Застосуємо до циліндра теорему Гаусса. Повний потік вектора напруженості через замкнену поверхню циліндра дорівнює

сумарному зарядові, що міститься всередині циліндра, поділеному на $\epsilon\epsilon_0$

$$\Phi_{\text{повне}} = \Phi_{\text{осн}} + \Phi_{\text{бічне}} = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}$$

Площу основ циліндра не перетне ні одна лінія напруженості, бо вони радіальні до нитки, тому $\Phi_{\text{осн}} = 0$

$$\Phi_{\text{бічне}} = ES = E \cdot 2\pi\alpha \cdot l = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (1.24)$$

де $q = \tau \cdot l$.

Підставимо значення q і обчислимо E

$$E = \frac{q}{2\pi \cdot \alpha l \epsilon\epsilon_0} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0\alpha}. \quad (1.25)$$

Напруженість електричного поля в довільній точці на відстані α від нитки залежить від відстані α , лінійної густини заряду τ і діелектричної проникності середовища ϵ .

1.6 Робота з переміщення заряду в електростатичному полі

В електричному полі, створеному зарядом q_1 , переміщується заряд q_0 по довільній траєкторії з точки 1 в точку 2. На заряд діє кулонівська сила F_k (рис.1.11).

При переміщенні dl виконується елементарна робота, яка є скалярною величиною

$$dA = F_k dl \cos \alpha, \quad (1.26)$$

де $F_k = Eq_0$; $dl \cos \alpha = dr$;

$E = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$ – напруженість електричного поля; q_0 – заряд, що переміщується; dl –

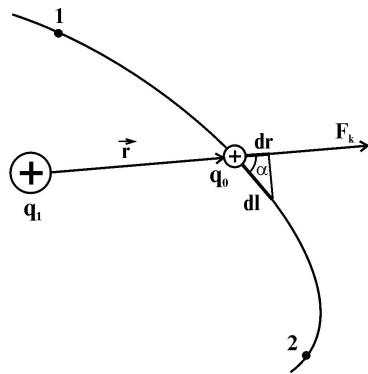


Рисунок 1.11

елементарне переміщення; α – кут між напрямом сили і переміщення; dr – приріст радіуса-вектора r .

$$dA = q_0 E dr = \frac{q_0 q_1 dr}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \quad (1.27)$$

Робота з переміщення заряду з точки 1 в точку 2 визначається інтегралом

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q_1 q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1 q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (1.28)$$

Робота з переміщення заряду в електричному полі не залежить від траєкторії руху, а залежить тільки від початкового і кінцевого положень заряду q_0 . Тому електростатичне поле є потенціальним, а електричні сили – консервативними.

Циркуляція напруженості електричного поля

Якщо заряд q_0 переміщається по замкненій траєкторії (рис. 1.12), то інтеграл роботи можна розбити на два

$$\oint_L dA = \int_2^1 dA + \int_1^2 dA = \frac{q_1 q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = 0 \quad (1.29)$$

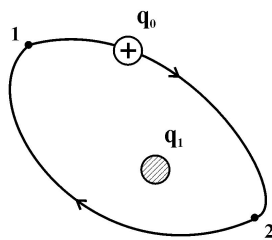


Рисунок 1.12

Як бачимо, робота з переміщення заряду в електростатичному полі по замкненій траєкторії (контуру) завжди дорівнює нулю незалежно від заряду q_0 .

Для одиничного заряду q_0

інтеграл $\oint_L E_1 dl$ має назву циркуляції вектора напруженості, де $E_1 = E \cos \alpha$ (див. рис. 1.11) – проекція напруженості на вектор переміщення;

dl – переміщення.

$$\oint_L E_l dl = \oint E \cos \alpha dl = \oint E dr = 0 \quad (1.30)$$

Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля дорівнює нулю. Рівняння (1.30) випливає з рівняння (1.29), коли $q_0=1$ Кл, і має назву рівняння Максвелла для електричного поля.

Поле потенціальне, коли циркуляція вектора напруженості поля E дорівнює нулю.

1.7 Потенціал

Заряджене тіло в електростатичному полі володіє потенціальною енергією. Як відомо, робота в потенціальному полі визначається як зменшення потенціальної енергії

$$A_{12} = E_1^{\Pi} - E_2^{\Pi} \quad (1.31)$$

З формули (1.28) запишемо вираз роботи з переміщення заряду

$$A_{12} = \frac{q_1 q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_1} - \frac{q_1 q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2} \quad (1.32)$$

Порівнюючи вирази роботи робимо висновок: робота дорівнює різниці двох однотипних функцій, кожна з яких є потенціальною енергією заряду q_0 в електростатичному полі. Потенціальна енергія в точці 1 з точністю до сталої дорівнює

$$E_1^{\Pi} = \frac{q_1 q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_1} \quad (1.33)$$

Потенціальна енергія електростатичного поля точкового заряду q_0 пропорційна добутку заряду q_1 , що створює поле, на заряд q_0 , що знаходиться в цьому полі, і обернено пропорційна відстані r від заряду q_1 і діелектричній проникності середовища ϵ .

Потенціальна енергія – скалярна величина.

Для одноіменних зарядів потенціальна енергія додатна, для різноіменних – від’ємна. При перенесенні заряду q_0 в нескінченність ($r \rightarrow \infty$) потенціальна енергія перетворюється в 0.

Потенціальна енергія системи точкових зарядів в точці, де знаходиться заряд q_0 , дорівнює сумі потенціальних енергій окремих зарядів

$$E^{\Pi} = \sum_{i=1}^n E_i^{\Pi} = q_0 \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_i} \quad (1.34)$$

Потенціал – енергетична характеристика електростатичного поля. Потенціал – скалярна величина.

Потенціал – фізична величина, що визначається потенціальною енергією позитивного одиничного заряду, що знаходиться в електростатичному полі

$$\varphi = \frac{E_1^{\Pi}}{q_0} \quad (1.35)$$

де φ – потенціал; q_0 – заряд, що переміщується; E^{Π} – потенціальна енергія в даній точці.

$$\varphi = \frac{A_{1\infty}}{q_0} \quad (1.36)$$

де $A_{1\infty}$ – робота з переміщення заряду q_0 з точки 1 в нескінченність.

Потенціал даної точки електричного поля чисельно дорівнює роботі з переміщення одиничного позитивного заряду з даної точки поля в нескінченність або за межі поля.

Поняття потенціалу може бути введене лише для потенціального поля, в якому робота з переміщення заряду з даної точки поля в нескінченність не залежить від форми траєкторії, тобто від шляху, а визначається однозначно тільки початковою і кінцевою точками шляху. Коли робота залежить

від форми траєкторії (від довжини шляху), поняття потенціалу втрачає зміст (магнітне поле).

Потенціал – скалярна величина, вимірюється в СІ у

$$\left(1 \text{ В} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ Кл}} \right)$$

вольтах

Підставимо значення енергії з формули (1.33) в формулу (1.35) і одержимо вираз для потенціалу точкового заряду в даній точці

$$\varphi = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_1}, \quad (1.37)$$

або потенціал системи зарядів при підстановці значення енергії з формули (1.34)

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_i}. \quad (1.38)$$

Робота (1.31) може бути записана через потенціал (1.35)

$$A = q_1(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (1.39)$$

де $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – різниця потенціалів, або напруга двох точок поля.

1.8 Зв'язок напруженості з потенціалом електростатичного поля. Еквіпотенціальні поверхні

Напруженість E – силова характеристика електростатичного поля, має зв'язок з енергетичною характеристикою електростатичного поля – потенціалом φ . Елементарна робота з переміщення одиничного позитивного заряду на відстань dl дорівнює

$$dA = q_0 E dl \cos \alpha = q_0 E dr \quad (\text{див рис.1.11.})$$

Для одиничного заряду $q_0=1$, тому

$$dA = |E dr|, \quad (1.40)$$

де r – радіус вектор, $|dr|$ – диференціал радіус-вектора.

Та сама елементарна робота може бути виражена через різницю потенціалів з формули (1.39)

$$dA = \varphi_1 - \varphi_2 = -d\varphi, \quad (1.41)$$

де $d\varphi$ – елементарна зміна потенціалу.

Прирівняємо праві частини виразів (1.40) та (1.41) і одержимо

$$|E| \cdot |dr| = -d\varphi \quad \text{або} \quad |E| = -\frac{d\varphi}{|dr|}. \quad (1.42)$$

Напруженість електростатичного поля – це похідна від потенціалу по радіус-вектору r , взята з від’ємним знаком.

Похідна від скалярної функції, взята по координатах (радіус-вектора), має назву градієнта потенціалу. Формула (1.42) визначає модуль градієнта потенціалу, тобто

$$\frac{d\varphi}{|dr|} = |\text{grad}\varphi|$$

Математично в декартовій системі координат градієнт потенціалу запишеться так:

$$\begin{aligned} \text{grad}\varphi = \nabla &= \frac{d\varphi}{dx} \mathbf{i} + \frac{d\varphi}{dy} \mathbf{j} + \frac{d\varphi}{dz} \mathbf{k}; \\ E &= -\text{grad}\varphi \quad \text{або} \quad E = -\nabla\varphi. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Напруженість електростатичного поля дорівнює градієнту потенціалу, взятому із знаком мінус.

Вектор напруженості напрямлений в бік зменшення потенціалу.

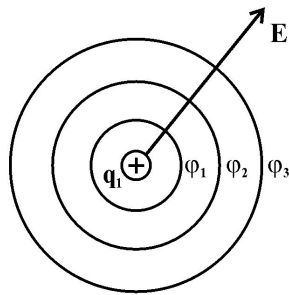


Рисунок 1.13

Еквіпотенціальні поверхні мають однаковий потенціал в усіх точках. Для точкового заряду потенціал залежить тільки від відстані. Згідно з (1.33)

$$\varphi = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r},$$

тому еквіпотенціальні поверхні точкового заряду – концентричні сфери (рис. 1.13).

Напруженість електростатичного поля напрямлена радіально від заряду q_1 , а це означає, що напруже-

ність перпендикулярна до еквіпотенціальних поверхонь. Отже, **силові лінії завжди нормальні до еквіпотенціальних поверхонь.**

Робота при переміщенні заряду вздовж еквіпотенціальних ліній завжди дорівнює нулю, бо $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, а $\varphi_1 = \varphi_2$. Таке поле називається **потенціальним.**

Різницю потенціалів двох точок поля можна обчислити за напруженістю електростатичного поля

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr. \quad (1.44)$$

Приклади

Задача № 1

Обчислити різницю потенціалів між двома різнойменно зарядженими площинами. Поверхнева густина заряду $\sigma = 0,2$ мКл/м. Середовище – повітря ($\epsilon=1$), відстань між пластинами $d=2$ см.

$$\sigma = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/м}$$

$$d = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\varepsilon = 1$$

$$(\varphi_1 - \varphi_2) - ?$$

Розв'язок

Скористаємось залежністю (1.41)

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr$$

Напруженість електричного поля нескінченної

площини за (1.17) дорівнює $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$, де σ – повер-

хнева густина заряду;

Дві заряджені пластини створюють напруженість в просторі між ними, що обчислюється за формулою (1.18). Підставивши значення напруженості в формулу (1.44)

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot dr = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} (r_2 - r_1)$$

одержимо: Різниця потенціалів зростає із збільшенням різниці відстаней (координат) $r_2 - r_1 = d$, тому

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot 0,02 = 0,45 \cdot 10^8$$

(В).

$$[\varphi_1 - \varphi_2] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{Ф}} = \text{В}$$

Перевіримо розмірність величини:

Задача №2

Обчислити потенціал зарядженої кулі $R=15$ см на відстані 5 см від поверхні в повітрі, якщо заряд кулі дорівнює 10^{-6} Кл у випадках: а) рівномірного поверхневого заряду; б) рівномірного об'ємного заряду. Визначити потенціал на поверхні кулі φ_0 .

Розв'язок

$$R=0.15 \text{ м}$$

$$d=0.05 \text{ м}$$

а) Напруженість поля рівномірно

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

$$\epsilon = 1$$

$$q = 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$\text{а) } \varphi_1, \varphi_1' - ?$$

$$\text{б) } \varphi_2, \varphi_2' - ?$$

$$\varphi_0 - ?$$

зарядженої сферичної
поверхні зовні сфери
на відстані r від
центра $r > R$
визначається за
формулою (1.20)

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

Різниця потенціалів між двома точками,
що знаходяться на відстані r_1 і r_2 від
центра сфери ззовні дорівнює

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Якщо прийняти $r_1 = R + d$, а $r_2 = \infty$, і врахувати, що
потенціал на нескінченності дорівнює нулю ($\varphi_2 = 0$), то
одержимо

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R + d} = \frac{q \cdot k}{(R + d) \cdot \epsilon}$$

$$[\varphi_1] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{Ф} \cdot \text{м}} = \text{В}$$

Перевіримо розмірність:

$$\varphi_1 = \frac{10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^9}{0,15 + 0,05} = 4,5 \cdot 10^4$$

Обчислимо: В.

Потенціал рівномірно зарядженої сфери на відстані 0,05

м від поверхні ззовні її дорівнює $\varphi_1 = 4,5 \cdot 10^4$ В.

Всередині сферичної поверхні напруженість
електричного поля дорівнює нулю ($E = 0$), тому що нема
зарядів, і потік вектора напруженості дорівнює нулю. Тому
потенціал всіх точок всередині поверхні однаковий і дорівнює
потенціалу на поверхні сфери φ_0 , тобто

$$\varphi_0 = \varphi'_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R} = \frac{10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^9}{0,15} = 6 \cdot 10^4 \text{ В.}$$

Потенціал всередині рівномірно зарядженої сфери на відстані $d = 0,05$ м від поверхні дорівнюватиме $\varphi'_1 = 6 \cdot 10^4$ В.

б) Напруженість поля об'ємно зарядженої сфери для точок ззовні сфери визначається за такою ж формулою, як і в попередньому випадку, тому потенціал на відстані 0,05 м від поверхні об'ємно зарядженої кулі ззовні її дорівнює

$$-\varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0(R+d)} = 4,5 \cdot 10^4 \text{ В.}$$

Для будь-якої точки, що знаходиться всередині кулі на відстані $r = R - d$ від центра напруженість визначається

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot (R-d)^3}{R^3(R-d)^2} = \frac{k \cdot q \cdot r}{R^3}$$

виразом

$$\varphi_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} = 6 \cdot 10^4 \text{ В.}$$

Потенціал на поверхні кулі

Різниця потенціалів між точкою на поверхні і точкою всередині кулі дорівнює

$$\begin{aligned} \varphi'_2 - \varphi_0 &= \int_{R-d}^R E dr = \int_{R-d}^R \frac{k \cdot q \cdot r}{R^3} dr = \left. \frac{qk}{R^3} r^2 \right|_{R-d}^R = \frac{qk}{R^3} (R^2 - (R-d)^2) \\ \Rightarrow \varphi'_2 &= \frac{2qkR^2}{R^3} - \frac{qk(R-d)^2}{R^3} \end{aligned}$$

$$[\varphi'_2] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2}{\text{Ф} \cdot \text{м}^3} = \text{В}$$

Перевіримо розмірність:

$$\varphi'_2 = 2 \cdot 6 \cdot 10^4 - \frac{10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 0,1^2}{0,15^3} = 9,3 \cdot 10^4 \text{ В.}$$

Обчислимо:

Потенціал всередині об'ємно зарядженої кулі на відстані 0,05 м від поверхні дорівнює $\varphi'_2 = 9,3 \cdot 10^4$ В.

Потенціал на поверхні рівномірно зарядженої сфери і об'ємно зарядженої кулі радіуса $R = 0,15$ м однаковий і дорівнює $\varphi_0 = 6 \cdot 10^4$ В.

Задача № 3.

Обчислити різницю потенціалів між точками на відстані $a_1 = 5$ см; $a_2 = 10$ см від рівномірно зарядженої нитки в повітрі ($\epsilon = 1$). Лінійна густина заряду нитки $\tau = 5 \cdot 10^{-5}$ Кл/м.

Розв'язок

$a_1 = 0,05$ м.
 $a_2 = 0,1$ м.
 $\epsilon = 1$
 $\tau = 8,85 \cdot 10^{-12}$
 Ф/м.
 $\tau = 5 \cdot 10^{-5}$ Кл/м.

 $(\varphi_1 - \varphi_2) = ?$

Напруженість електричного поля на відстані α від нитки визначається за формулою

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0\alpha}$$

Різницю потенціалів визначаємо за формулою

$$\begin{aligned}\varphi_1 - \varphi_2 &= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} E d\alpha = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0\alpha} d\alpha = \\ &= \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.\end{aligned}$$

Перевіримо розмірність: $[\varphi_1 - \varphi_2] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{Ф} \cdot \text{м}} = \text{В}$.

Обчислимо: $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \ln \frac{0,1}{0,05} = 1,6 \cdot 10^5$ В.

2 Електричне поле в речовині

Електричне поле в речовині відрізняється від електричного поля у вакуумі. Речовина містить в собі електрично нейтральні молекули. Кожний атом згідно з уявленнями атомної фізики складається з позитивно зарядженого ядра і від'ємно заряджених електронів, що рухаються навколо ядра, створюючи електронну оболонку. Концентрація молекул в газах 10^{21} м^{-3} , в твердих тілах – 10^{25} м^{-3} . Зовнішнє електричне поле взаємодіє з зарядами молекул. Наявність такої великої кількості зарядів суттєво змінює напруженість і потенціал електричного поля в речовині.

За електричними властивостями речовини поділяють на провідники і діелектрики.

Провідники – це речовини, що мають вільні носії зарядів (електрони, іони). До них відносять метали, розчини солей, кислот, плазму. Вільні заряди можуть переміщуватися всередині провідника. В металах вільні заряди – електрони.

В **діелектриках** заряди зв'язані в межах молекул. З точки зору провідності їх називають **ізоляторами**. Заряди в діелектрику знаходяться на відстані порядку 10^{-10} м і не можуть віддалитися один від одного.

Цей поділ на провідники і діелектрики умовний. Є клас речовин з проміжною провідністю.

У високочастотних полях електричні властивості металів наближаються до діелектриків, бо рухливість вільних електронів в металі змінюється набагато повільніше, ніж напруженість зовнішнього поля.

2.1 Типи діелектриків

Кожний атом діелектрика містить зв'язані заряди: позитивний заряд ядра і рівний йому від'ємний заряд всіх електронів атома (рис. 2.1). В першому наближенні таку систему можна вважати диполем. Але за відсутності

зовнішнього електричного поля з часом положення електрона змінюється, а значить, змінюється дипольний момент $p = q \cdot r$ і створюване атомом електричне поле. При обертанні електронів середній дипольний момент дорівнює нулю.

1) В молекулах деяких діелектриків (H_2 , N_2 , CCl_4) електрони розташовані симетрично навколо ядер, тому середні дипольні моменти також будуть дорівнювати нулю (рис. 2.1). Тому у відсутності зовнішнього електричного поля такі атоми і молекули не створюють власного поля і називаються **неполярними**.

2) В деяких молекулах (аміак, вода, нітрогліцерин) центри “тяжіння” позитивних і від’ємних зарядів відносно ядер розташовані несиметрично і тому ніби створюють некомпенсований дипольний момент (p_e). Молекула води має два додатні іони водню і від’ємний іон кисню (рис. 2.2). Наближено таку молекулу можна вважати **жорстким диполем** ($p_e = 10^{-29}$

Кл·м). Відстань між додатнім і від’ємними зарядами фіксована і з часом не змінюється, як це було в неполярних молекулах. Молекули діелектриків (NH_3 , HCl , H_2O та інші), що створюють диполь, називаються **полярними**.

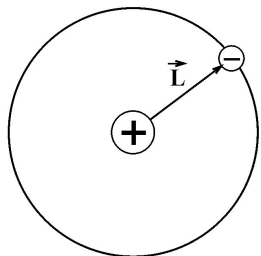


Рисунок 2.1

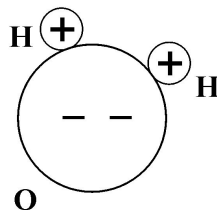


Рисунок 2.2

2.2 Поляризація діелектриків.

Поляризаційні заряди. Поляризованість

При внесенні діелектрика в зовнішнє електричне поле відбувається поляризація діелектрика.

Поляризація – сукупність явищ в діелектрику під дією зовнішнього електричного поля, в результаті яких з'являються індуковані (поляризаційні) заряди і об'ємний макроскопічний електричний дипольний момент.

Поляризація не може змінити сумарного заряду речовини. Змінюється тільки розподіл густини зарядів біля поверхні.

Полярний діелектрик являє собою сукупність жорстких диполів. Вектори дипольних моментів орієнтовані хаотично. Внаслідок теплового руху молекули дещо дезорієнтуються. При внесенні полярного діелектрика в електричне поле на диполі діє обертовий момент $M = r \times F$; $M = [P \cdot E]$. Жорсткі диполі намагаються обернутись таким чином, щоб вектори їх дипольних моментів співпали з напрямом напруженості зовнішнього електричного поля (рис. 2.3). Внаслідок дії електричного поля і температури встановиться переважна орієнтація дипольних моментів молекул. Ця орієнтація буде більш повною при більш сильному електричному полі. Виникає макроскопічний дипольний момент.

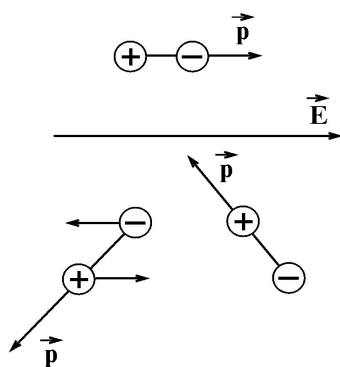
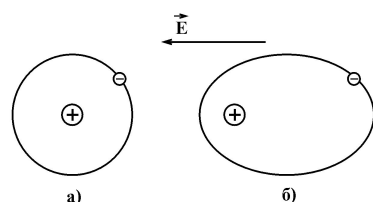


Рисунок 2.3

В полярних діелектриках у зовнішньому електричному полі виникає орієнтаційна поляризація.

Стержень з полярного діелектрика втягується в неоднорідному електричному полі в область більш сильного поля і розташовується вздовж ліній напруженості. Тому кристали хініну, манної крупи розташовуються в маслі вздовж ліній напруженості, даючи наочну картину поля.

Неполярні діелектрики не мають дипольних моментів (рис. 2.4, а). В електричному полі орбіти електронів деформуються (рис. 2.4, б), і



виникає індукований дипольний момент в кожній молекулі. Досить суттєво, що електронні дипольні

Рисунок 2.4

моменти наводяться у всіх молекулах в одному напрямі – напрямі електричного поля ($p \sim E$). Сумарний дипольний момент всіх молекул має певне значення, відмінне від нуля. В неполярних діелектриках у зовнішньому електричному полі виникає електронна (деформаційна) поляризація (пружні диполі). Дипольні моменти, що виникають у неполярних молекул під час поляризації, як правило, неістотні в порівнянні з власними дипольними моментами полярних молекул.

Деформації неполярних молекул дуже малі. Пов'язано це з тим, що зовнішні поля набагато слабші за внутрішньо-атомні. Наприклад, атом гелію може деформуватись тільки в полях, величина напруженості яких не менше 10^{11} В/м. При значно менших значеннях напруженості деформації молекул малі і пропорційні діючим електричним силам.

Кристалічні діелектрики з кубічною іонною ґраткою ($NaCl$, $CaCl_2$) мають періодичне чергування зарядів. В електричному полі додатні заряди зміщуються в напрямі напруженості, від'ємні – в протилежний бік. Кристалічна ґратка деформується, змінюючи об'ємний дипольний момент.

В кристалічних діелектриках з іонною структурою виникає іонна поляризація.

Густі середовища (рідини і тверді тіла) поляризуються значно сильніше, ніж гази. На це є дві причини. По-перше, зі збільшенням густини зростає концентрація мікроскопічних диполів, що суттєво впливає на поляризацію. По-друге, при щільному розташуванні частинки впливають одна на одну. Тому зовнішнє поле діє на кожну частинку не тільки безпосередньо, але й через зміну внутрішніх полів навколо кожної частинки.

Поляризаційні заряди. Поляризованість

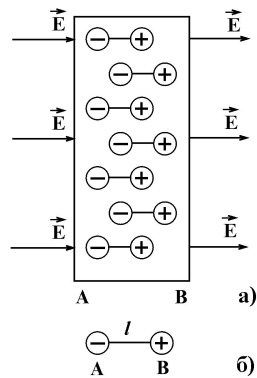


Рисунок 2.5

Внаслідок поляризації у зовнішньому однорідному електричному полі відбувається перерозподіл зарядів діелектрика. Всі молекули-диполі розміщені вздовж поля.

Розмістимо пластину з діелектрика перпендикулярно до силових ліній поля (рис. 2.5). На площині А концентруються від'ємні поляризаційні заряди, на площині В – додатні заряди. Особливість поляризаційних зарядів в тому, що їх не можна відділити, бо вони зв'язані з відповідними від'ємними зарядами в мо-

лекулі. Це не вільні заряди. Навіть розрізавши пластинку паралельно граням А і В, одержимо на протилежних гранях протилежні заряди.

Поляризаційні заряди називаються зв'язаними індукованими зарядами.

Густина поляризаційних зарядів $\sigma = q/S$, де q – заряд на грані А чи В, S – площа грані.

Кількісною мірою поляризації діелектрика є поляризованість P .

Поляризованістю діелектрика P називають суму дипольних моментів молекул в одиниці об'єму.

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{V}, \quad (2.1)$$

де n – кількість молекул; V – об'єм діелектрика; p_i – дипольний момент однієї молекули. Всередині пластини парні зв'язані заряди молекул розташовані близько один від одного і нейтралізують дію один одного. Нескомпенсовані

поляризаційні заряди q на гранях А і В утворюють великий диполь, в якому відстань $AB=l$ – плече (рис. 2.5, б).

Дипольний момент цього диполя $\sum p_i = ql = \sigma Sl$ якраз і дорівнює сумі дипольних моментів в об'ємі пластини $V = Sl$, де

$$P = \frac{\sum |p_i|}{V} = \frac{\sigma Sl}{V} = \frac{\sigma V}{V} = \sigma \quad (2.2)$$

За означенням (2.1) поляризованість пластинки дорівнює поверхневій густині поляризаційного заряду.

Діелектрична сприйнятливість. Відносна діелектрична проникність

Напруженість зовнішнього електричного поля E_0 . Поляризаційні заряди створюють зустрічне електричне поле напруженістю E^1 , яке зменшує зовнішнє електричне поле.

Результуюче поле в діелектрику визначається, як різниця напруженості зовнішнього поля і поля діелектрика

$$E_{рез} = E_0 - E^1 \quad (2.3)$$

При напруженостях полів значно менших внутріатомних $E_0 \ll 10^{11}$ В/м деформації молекул пропорційні діючим електричним силам, а дипольні моменти пропорційні напруженості електричного поля. Поляризованість діелектрика P , що є сумою дипольних моментів в одиниці об'єму, пропорційна напруженості електричного $E_{рез}$ поля в діелектрику (виняток – сегнетоелектрики)

$$\Phi = \varepsilon \varepsilon_0 E_{рез} \quad (2.4)$$

де ε – коефіцієнт пропорційності, що називається електричною сприйнятливістю; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала є додатковим множником в СІ, тобто залежить від вибору одиниць.

Напруженість поля поляризаційних зарядів, що виникають на двох паралельних гранях, визначається за формулою (1.18) для вакууму.

$$E_1 = \sigma / \varepsilon_0 ,$$

де σ – густина поляризаційних зарядів, що чисельно дорівнює поляризованості

$$\sigma = P .$$

Тоді

$$E^1 = \frac{P}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0 \varkappa E_{рез}}{\varepsilon_0} = \varkappa E_{рез} . \quad (2.5)$$

Підставимо значення E^1 з формули (2.5) у формулу (2.3)

$$E_{рез} = E_0 - \varkappa E_{рез} .$$

Звідси

$$E_0 = (1 + \varkappa) E_{рез} . \quad (2.6)$$

Величину $1 + \varkappa = \varepsilon$ називають відносною діелектричною проникністю. Відносна діелектрична проникність дорівнює електричній сприйнятливості, збільшеній на одиницю.

З формули (2.6)

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E_{рез}} \quad (2.7)$$

дається означення ε .

Відносна діелектрична проникність діелектрика показує, у скільки разів напруженість електричного поля у вакуумі більша від напруженості електричного поля в діелектрику.

Наприклад, для парафіну, гасу, паперу $\varepsilon=2$, мармуру – $\varepsilon=8$.

2.3 Властивості діелектриків.

Сегнетоелектрики

Неполярні діелектрики мають незначну поляризованість (діелектрична проникність ϵ не перевищує декількох одиниць). ϵ дещо більша в полярних діелектриках, досягаючи десятків одиниць ($\epsilon_{\text{води}} \approx 80$).

Серед полярних діелектриків можна виділити сегнетоелектрики. Назва походить від сегнетової солі ($\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$), діелектрична проникність якої досягає 200000 при кімнатних температурах і значною мірою залежить від напруженості зовнішнього електричного поля і від температури. Аналогічні властивості має титанат барію і деякі інші речовини.

Сегнетоелектрики – це такі полярні діелектрики, які мають високу діелектричну проникність, що нелінійно залежить від зовнішнього електричного поля і від температури.

Сегнетоелектрики при відсутності зовнішнього електричного поля мають сумарний дипольний момент рівний нулю.

Сегнетоелектрики мають доменну структуру (їх називають ще фероелектриками). До-мени – мікроскопічні кристалічні області з постійним дипольним моментом (спонтанно наелектризовані). Дипольні моменти окремих доменів орієнтовані безладно (без зовнішнього електричного поля сумарний дипольний момент дорівнює нулю), а в електричному полі орієнтуються.

Завдяки доменній структурі сегнетоелектрик має такі властивості:

1. Залежність поляризованості P або діелектричної проникності ϵ від індукції електричного поля і від його попереднього значення (гістерезис, рис. 2.6), велике значення діелектричної проникності ($\epsilon=10^4$).

2. Залежність поляризованості від температури. При підвищенні температури поляризованість (електрична сприйнятливість) збільшується і при деякій температурі T_k ,

яка має назву точки Кюрі, діелектрична проникність починає зменшуватись до одиниць, і сегнетоелектрик перетворюється в звичайний полярний діелектрик. При пониженні температури нижче точки Кюрі діелектрична проникність також зменшується (рис. 2.7).

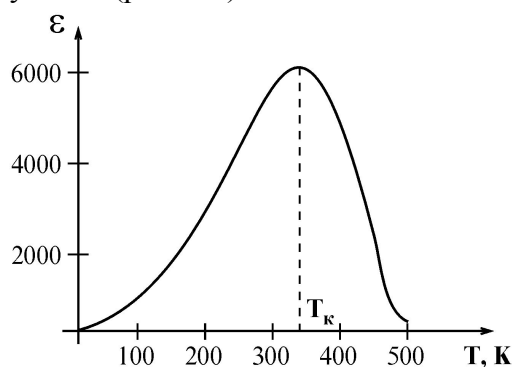


Рисунок 2.7

Сегнетоелектрики з помітною залишковою поляризацією мають назву **електретів**. Їх можна зарядити до високих напруг і використовувати як електричні батарейки (бджолиний віск, нафталін, ебоніт). **Піроелектрики** електризуються при нагріванні. При охолодженні заряд на них зберігається. **Фотоелектрети** (селен, окис цинку) електризуються при освітленні і використовуються в електрофотографії.

П'єзоефект – це явище виникнення різниці потенціалів на гранях пластинки при її деформації.

Таку властивість мають п'єзоелектрики (кварц, титанат барію). В п'єзотелефонах зворотний п'єзоефект – **електрострикція** – виникнення механічної деформації при подачі різниці потенціалів на пластинку.

Цей ефект використовується в ультразвукових генераторах з частотою $\nu=10^6$ Гц. П'єзоефект властивий всім сегнетоелектрикам. Сегнетоелектрики мають особливі оптичні властивості. Явища сегнетоелектрики відкрито російськими вченими І.В.Курчатовим, П.П.Кобенко, Б.М.Вулом.

2.4 Електричне зміщення. Теорема Гаусса

Додаткове електричне поле в діелектрику, створене зв'язаними поляризаційними зарядами, відрізняється від електричного поля, що існує в вакуумі. Співвідношення між E_0 і E в різних середовищах має різне значення.

Щоб спростити опис електричного поля в неоднорідному діелектрику, вводять особливу розрахункову величину – **вектор електричного зміщення, або вектор електричної індукції D** .

Для ізотропного середовища вектор D дорівнює добутку напруженості результуючого поля E на діелектричну проникність середовища ϵ і електричну сталу ϵ_0

$$D = \epsilon \epsilon_0 E. \quad (2.8)$$

В загальному випадку

$$D = \epsilon_0 E + P.$$

$$[D] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

Одиниця вимірювання в СІ

Напруженість E в речовині характеризує електричне поле вільних і зв'язаних зарядів, а електричне зміщення D – електричне поле вільних зарядів.

Напрямок вектора електричного зміщення співпадає з вектором напруженості поля.

Можна ввести поняття потоку вектора електричної індукції як кількість ліній індукції через довільну площу S

$$\Phi_D = \int_S D dS. \quad (2.9)$$

При графічному зображенні полів з допомогою ліній вектора напруженості E в неоднорідному полі густина їх змінюється на межі середовищ з різним значенням діелектричної проникності ϵ , тоді як густина ліній індукції лишається сталою (рис. 2.8). Лінії напруженості на межі двох середовищ розриваються, а лінії індукції неперервні.

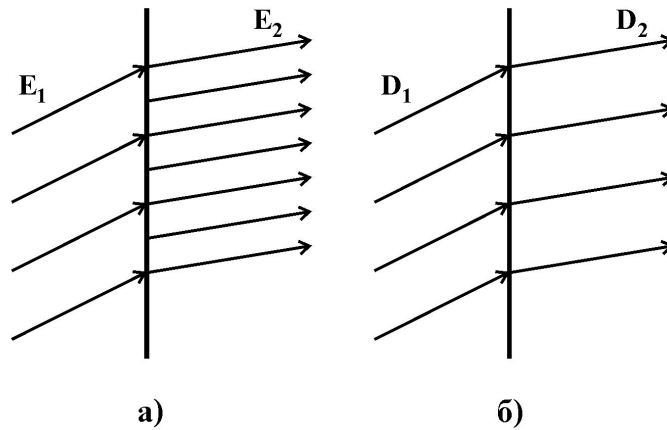


Рисунок 2.8

Якщо лінії вектора напруженості E мають напрям під гострим кутом до межі, то в другому середовищі вони заломлюються (так само, як і лінії вектора D), але розриваються (на відміну від D).

Теорема Гаусса – Остроградського в діелектрику

Оскільки потік вектора індукції можна виразити через потік вектора напруженості з (2.8) і (2.9)

$$\Phi_D = \int_S D dS = \int_S E \epsilon \epsilon_0 dS = \epsilon \epsilon_0 \int_S E dS = \epsilon \epsilon_0 \Phi_E$$

$$\Phi_E = \oint_S E dS = \frac{\sum q_i}{\epsilon \epsilon_0}$$

то теорема Гаусса-Остроградського набуде більш простого вигляду

$$\epsilon \epsilon_0 \Phi_E = \epsilon \epsilon_0 \int_S E dS = \frac{\sum q_i \cdot \epsilon \epsilon_0}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow \oint_S D dS = \sum_{i=1}^n q_i \quad (2.10)$$

Повний потік вектора індукції через замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, що містяться всередині цієї поверхні.

В такій формі теорема Гаусса-Остроградського справедлива і в неоднорідному діелектрику.

2.5 Електричне поле в металах

Внесемо металевий предмет в електростатичне поле або надамо йому деякий заряд. На вільні заряди почне діяти електростатичне поле, яке приведе їх в рух.

Переміщення вільних зарядів продовжується дуже короткий час, доки не встановиться рівноважний розподіл зарядів, при якому електростатичне поле всередині металу перетворюється в нуль.

Напруженість електричного поля в усіх точках всередині металу дорівнює нулю ($E=0$).

Відсутність електричного поля всередині металу згідно з (1.40) означає, що потенціал в усіх точках, включаючи безпосередньо розташовані під поверхнею металу, постійний.

Зовні металу електричне поле не дорівнює нулю. Поверхня металу повинна бути **еквіпотенціальною**, а напруженість зовнішнього електричного поля напрямлена по нормалі до поверхні. Якби це було не так, під дією дотичної складової напруженості заряди почали б переміщуватись уздовж поверхні провідника. Поверхнева густина зарядів на поверхні металу не однакова, на загостреннях поверхні вона вища. Напруженість електричного поля поблизу поверхні металу визначається згідно з теоремою Гаусса, формулою

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} \quad (1.18')$$

де σ – поверхнева густина зарядів на поверхні металу, ϵ – діелектрична проникність діелектрика, що оточує метал.

У зовнішньому полі (рис. 2.9) на лівій поверхні зосередяться від'ємні заряди, на правій – додатні. Ці заряди називаються **індукованими**, але **вільними**. Лінії напруженості обриваються на лівій поверхні провідника і знову починаються на правій поверхні (розриваються).

Явище перерозподілу зарядів на поверхні металу називається **електростатичною індукцією** (не плутати з D -вектором електричної індукції). Якщо металевий провідник розділити на дві частини по площині AB , то ліва частина буде

мати від'ємний заряд, а права додатний і збереже його при знищенні зовнішнього поля (електризація через вплив). В цьому відмінність вільних індукованих зарядів від зв'язаних зарядів в діелектрику.

Якщо провідник з порожниною заземлити, то потенціал всіх внутрішніх точок і поверхні дорівнює нулю. Порожнина ізолювана від зовнішніх полів.

На цьому засновано електростатичний захист – екранування тіл (приладів) від впливу зовнішніх електричних полів (екрановані кабелі).

Електризація через вплив використовується в електростатичних генераторах, де напруга досягає мільйонів вольт.

2.6 Електроємність провідника

Електроємність позначається буквою C

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta \varphi} \quad (2.11)$$

Електроємність чисельно дорівнює заряду, який треба надати провідникові, щоб збільшити його потенціал на 1 В.

Ємність вимірюється в Фарадах $[C] = \frac{\text{Кл}}{\text{В}}$. Ємність не залежить від матеріалу провідника, а залежить від навколишнього середовища, форми і розмірів провідника.

Конденсатор – це система з двох провідників, між якими знаходиться діелектрик. Ці провідники називаються обкладинками. Конденсатори бувають сферичні (рис. 2.10, а), циліндричні (рис. 2.10, б), плоскі (рис. 2.10, в).

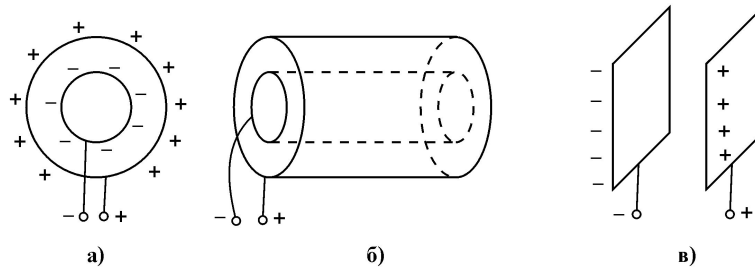


Рисунок 2.10

Сферичний конденсатор

Напруга (різниця потенціалів) між двома сферичними обкладинками (рис. 2.10, а, б) визначається за формулою

$$\Delta\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

де q – заряд на одній сфері; R_1 – радіус внутрішньої сфери; R_2 – радіус зовнішньої сфери; ϵ – діелектрична проникність середовища.

За визначенням ємності

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta\varphi} = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon}{R_2 - R_1} R_1 R_2. \quad (2.12)$$

Для відокремленої сфери ємність дорівнює (вважаємо, що радіус другої сферичної обкладинки $R_2 = \infty$)

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R_1. \quad (2.12')$$

Плоский конденсатор

Відстань між обкладинками d , площа кожної обкладинки S (рис. 2.10, в). Поле між обкладинками можна вважати однорідним. Напруженість визначається за формулою (1.18')

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} ,$$

де $\sigma = q/S$; ϵ – діелектрична проникність діелектрика між обкладинками.

Напруженість – це градієнт потенціалу (1.42)

$$E = - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot k$$

Для однорідного поля $E = \Delta \varphi / d$, звідки

$$\Delta \varphi = E \cdot d = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\Delta q \cdot d}{S \epsilon \epsilon_0}$$

Скориставшись формулою (2.11), визначимо ємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta \varphi} = \frac{\Delta q}{\frac{\Delta q \cdot d}{S \epsilon \epsilon_0}} = \frac{S \epsilon \epsilon_0}{d} , \quad (2.13)$$

де ϵ – діелектрична проникність; S – площа обкладинок; d – відстань між обкладинками.

Циліндричний конденсатор

$$C = 2\pi \epsilon \epsilon_0 \frac{l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} , \quad (2.14)$$

де ϵ – відносна діелектрична проникність діелектрика; l – довжина циліндра; r_2 – радіус зовнішнього циліндра; r_1 – радіус внутрішнього циліндра.

Паралельне з'єднання конденсаторів

При паралельному підключенні конденсаторів ліві обкладинки приєднуються до одного полюса, а праві – до

другого полюса елемента (рис. 2.11). Напруга на всіх конденсаторах однакова. Загальний заряд дорівнює сумі зарядів на всіх конденсаторах. Загальна ємність дорівнює сумі ємностей

$$C = C_1 + C_2 + C_3, \quad (2.14)$$

де C – ємність системи конденсаторів; C_1, C_2, C_3 – ємності окремих конденсаторів.

Послідовне з'єднання конденсаторів

При послідовному з'єднанні конденсаторів (рис. 2.12) заряд на кожній обкладинці однаковий, а напруга різна. Сумарна напруга дорівнює сумі напруг окремих конденсаторів

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}, \quad (2.15)$$

де C – ємність системи конденсаторів; C_1, C_2, C_3 – ємності окремих конденсаторів.

Отже, паралельне з'єднання конденсаторів дає змогу збільшити ємність, не зменшуючи небезпеки пробою; послідовне з'єднання конденсаторів зменшує ємність, але в стільки ж разів зменшується небезпека пробою.

Конденсатори бувають слюдяні, керамічні, паперові, електричні та електролітичні. Найбільшу ємність мають **електролітичні конденсатори** ($C=5-2000$ мкФ, напруга $U=8-500$ В), але в таких конденсаторах не можна змінювати полярність електродів, їх не можна використовувати при високих температурах.

Паперові конденсатори більш надійні ($C=0,01-10$ мФ, напруга $U=200-3000$ В).

Конденсатори змінної ємності, повітряні мають малий інтервал зміни ємності ($C=10-400$ пФ).

3 Енергія електричного поля

3.1 Енергія системи нерухомих точкових зарядів

Потенціальна енергія двох точкових зарядів визначається за формулою

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1} = q_1 \cdot \varphi_{12} = q_2 \cdot \varphi_{21} \quad (3.1)$$

Енергія двох зарядів може бути визначена так:

$$W = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_{12} + q_2 \varphi_{21}) \quad (3.2)$$

Для N нерухомих зарядів енергія взаємодії рівна

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i \quad (3.3)$$

де φ_i – потенціал в тій точці, де знаходиться заряд q_i і створюється всіма зарядами крім q_i .

3.2 Енергія зарядженого провідника

q , C , φ – відповідно заряд, ємність, потенціал зарядженого провідника. Збільшимо заряд цього провідника на dq . Із означення ємності $C = dq/d\varphi$. Для цього треба перенести заряд dq із нескінченності на поверхню провідника, виконавши при цьому роботу

$$dA = \varphi \cdot dq = c \cdot \varphi \cdot d\varphi$$

Енергія зарядженого тіла дорівнює роботі з перенесення заряду для збільшення потенціалу від 0 до φ

$$W = A = \int_0^{\varphi} C \varphi \cdot d\varphi = \frac{C \varphi^2}{2} \quad (3.4)$$

де C – ємність, φ – потенціал провідника.

3.3 Енергія зарядженого конденсатора

В зарядженому конденсаторі створюється різниця потенціалів $U = \varphi_1 - \varphi_2$ при наявному заряді на обкладинках q , ємності C .

Елементарна робота з перенесення заряду з однієї обкладинки на другу дорівнює

$$dA = (\varphi_1 - \varphi_2) dq = \frac{q}{C} dq$$

Для перенесення всього заряду q виконується сумарна робота, що обчислюється інтегралом і дорівнює різниці енергій конденсатора до розрядки і після розрядки

$$W_1 - W_2 = A = \int_0^q dA = \int_0^q (\varphi_1 - \varphi_2) dq = \int_0^q \frac{q}{C} dq ; \quad (3.5)$$

$$W_1 - W_2 = \frac{q^2}{2C} . \quad (3.6)$$

Енергія конденсатора після розрядки $W_2=0$ ($q=0$), тому

$$W_1 = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} . \quad (3.7)$$

Енергія зарядженого конденсатора може бути обчислена за формулами (3.7), де C – ємність, U – напруга, q – заряд на обкладинках конденсатора.

3.4 Густина енергії електричного поля

Ємність плоского конденсатора дорівнює

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} . \quad (3.8)$$

Зв'язок між напруженістю і різницею потенціалів (1.41)

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr} \Rightarrow d\varphi = E_r \cdot dr \quad (3.9)$$

В однорідному полі конденсатора

$$U = E \cdot d \quad (3.10)$$

Енергія електростатичного поля зарядженого конденсатора з урахуванням формул (3.8) і (3.10)

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SE^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 dS}{2}, \quad (3.11)$$

де $dS=V$ – об'єм конденсатора, E – напруженість електричного поля конденсатора.

Об'ємна густина енергії електричного поля чисельно дорівнює енергії в одиниці об'єму

$$\omega = \frac{W}{V} \quad (3.12)$$

Згідно з (3.11) і (3.12) об'ємна густина енергії

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2V} d \cdot S = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{E \cdot D}{2}, \quad (3.13)$$

де D – електричне зміщення, або індукція електростатичного поля.

Об'ємна густина енергії електростатичного поля дорівнює половині добутку електричної сталої ε_0 на відносну діелектричну проникність і квадрат напруженості електричного поля.

3.5 Пондеромоторна сила

Пондеромоторною механічною силою називають силу, з якою притягаються обкладинки конденсатора.

Якщо діє сила F , то при наближенні пластин плоского конденсатора на відстань dx виконується робота

$$dA = Fdx , \quad (3.14)$$

$$F = \frac{dA}{dx} .$$

звідки

Елементарна робота dA дорівнює зміні енергії $dA = -dW$.
Після підстановки dW з формули (3.11) одержимо

$$F = -\frac{dW}{dx} = -\frac{d \cdot (\epsilon\epsilon_0 E^2 Sx/2)}{dx} = -\frac{\epsilon\epsilon_0 E^2 S}{2} , \quad (3.15)$$

де E – напруженість електростатичного поля; S – площа пластин конденсатора.

4. Постійний електричний струм

4.1 Струм. Густина струму

Якщо обкладинки зарядженого конденсатора з'єднати провідником, то заряд перейде з однієї обкладинки на другу, і конденсатор розрядиться (потенціали обкладинок зрівняються). В провіднику буде протікати електричний струм.

Електричним струмом називається упорядкований напрямлений рух електричних зарядів.

Струм під дією прикладеної різниці потенціалів виникає в будь-якому середовищі, де є вільні носії електричного заряду. В металах вільні заряди – це електрони, в рідинах (електролітах, газах) – іони, у вакуумі – емісійні електрони.

За напрям електричного струму приймається напрям руху додатних зарядів. Величина електричного струму позначається буквою I і називається силою струму

$$I = \frac{dq}{dt}, \text{ для постійного струму } I = \frac{q}{t}. \quad (4.1)$$

Величина струму чисельно дорівнює заряду q , що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу.

Струм – величина скалярна. Одиниця вимірювання сили струму 1А.

Еталон величини струму в 1 А, пов'язаний з електромагнітними властивостями струму, буде подано в розділі “Магне-тизм”.

Властивість речовини проводити електричний струм називається електропровідністю.

Якщо величина електричного струму не змінюється протягом довгого часу, струм називається постійним.

Для існування постійного струму необхідні дві умови:

1. Замкненість кола.
2. Наявність джерела сторонніх сил або джерела струму.

Густина струму j (джі) чисельно дорівнює заряду, що проходить за одиницю часу через одиницю площі поперечного перерізу

$$j = \frac{dI}{dS}; \quad j = \frac{q}{S \cdot t}. \quad (4.2)$$

Рисунок 4.1

Густина струму – величина векторна. **Вектор густини струму j співпадає з напрямом швидкості додат-них зарядів** (рис. 4.1).
Одиниця вимірювання густини

$$[j] = \frac{\text{Кл}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

Сила струму через довільну поверхню при нерівномірному розподілі густини струму визначається формулою

$$I = \int_S j dS. \quad (4.3)$$

4.2 Електрорушійна сила. Напруга

Для існування струму в провіднику необхідна наявність вільних зарядів і наявність електричного поля, енергія якого витрачалась би на роботу переміщення цих електричних зарядів. Для того, щоб струм був тривалим, енергія електричного поля повинна весь час поповнюватись, тобто потрібне джерело електричної енергії – пристрій, в якому здійснюється перетворення будь-якого виду енергії в енергію електричного поля.

Сили, за допомогою яких здійснюється перетворення механічної, хімічної, світлової енергії в електричну, мають назву сторонніх сил, а джерело електричного струму – джерела сторонніх сил, або елемента струму.

Впорядкований рух зарядів можна здійснити й іншим способом – переміщенням в просторі зарядженого тіла,

заряджених частинок. Такий струм називається **конвекційним**. Сторонні сили виникають за рахунок температурного градієнта або іншої неоднорідності. Конвекційний струм (динамо-ефект) виникає в розплавленому ядрі Землі та інших планет, а також у Сонці й інших зірках. Причиною виникнення конвекційних потоків є перепад температур між центром та периферією рідкого ядра. Динамо-ефект дає 99% внеску в магнітне поле Землі.

В електричному полі заряди рухаються під дією кулонівських сил, на них діє напруженість електричного поля. Для підтримання цього електричного поля на заряди повинні діяти, крім кулонівських сил, сили неелектричної природи, які мають назву сторонніх сил. Якщо кулонівські сили викликають з'єднання різноіменних зарядів і сприяють вирівнюванню

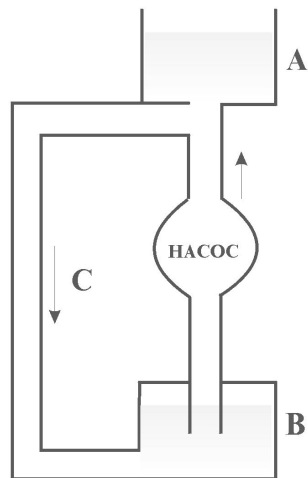
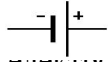


Рисунок 4.2

потенціалу, то сторонні сили викликають розділення різноіменних зарядів і підтримують різницю потенціалів на кінцях провідника. Джерело сторонніх сил потрібне так само, як насос для створення постійної циркуляції рідини в будь-якій замкненій системі (рис. 4.2). Неперервний рух рідини в системі буде в тому випадку, якщо насос (стороння сила) буде переганяти воду з резервуара В у резервуар А, надаючи потенціальної енергії рідині. За рахунок цієї потенціальної енергії буде здійснюватись рух рідини в трубі АВС під дією тяжіння.

Так само в електричному колі за рахунок поля сторонніх сил заряди всередині джерела електричної енергії рухаються проти сил електростатичного поля, набираючи необхідної потенціальної енергії. Сили неелектричної природи виконують роботу з переміщення зарядів всередині джерела. Джерело

струму позначається на схемах значком  (рис. 4.3). Маленька паличка означає від'ємний електрод, велика – додатній. В електротехніці джерело струму позначають значком, в якому напрям стрілки відповідає напрям підвищення потенціалу і напрям струму.

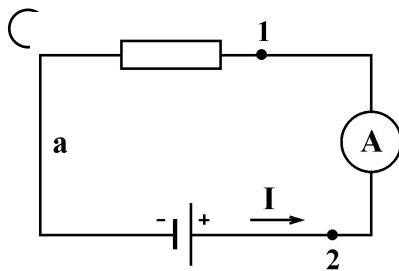


Рисунок 4.3

Для характеристики роботи сторонніх сил джерела струму користуються величиною електрорушійної сили (ЕРС), яка позначається $\mathcal{E}$.

Електрорушійною силою називається величина, що чисельно дорівнює роботі сторонніх сил $A_{стор}$ з переміщення одиничного заряду всередині джерела струму.

$$\mathcal{E} = \frac{A_{стор}}{q_0} \quad (4.4)$$

Стороння сила $F_{стор}$, що діє на заряд q_0 , може бути виражена через напруженість електричного поля сторонніх сил E^*

$$F_{стор} = E^* \cdot q_0 \quad (4.5)$$

Згідно з законом збереження енергії робота сторонніх сил дорівнює сумі робіт з переміщення заряду по всьому замкненому колу.

Робота сторонніх сил в замкненому колі визначається інтегралом

$$A_{стор} = \oint_{\square} F_{стор} dl = \oint_{\square} E^* q_0 dl = q_0 \oint_{\square} E^* dl \quad (4.6)$$

Поділивши на q_0 , за визначенням (4.4), одержимо ЕРС, що діє в колі,

$$\varepsilon = \frac{A_{стор}}{q_0} = \oint_{\square} E^* dl \quad (4.7)$$

Інтеграл від вектора по замкненому контуру має назву **циркуляції**.

Електрорушійна сила, що діє в колі, визначається як циркуляція вектора напруженості сторонніх сил.

Цей інтеграл не дорівнює нулю. Це коло не потенціальне.

В електричному колі на заряд, крім сторонніх сил, діють також сили електростатичного поля (кулонівські сили) $F_e = q_0 E$, тому результуюча сила, що діє на заряд,

$$F = F_{стор} + F_e \quad (4.8)$$

Робота сторонніх і електростатичних сил в замкненому колі дорівнює

$$A = q_0 \oint_{\square} E^* dl + q_0 \oint_{\square} E dl = q_0 \oint_{\square} E^* dl = q_0 \cdot \varepsilon \quad (4.9)$$

тому що циркуляція напруженості електростатичного поля

$$q_0 \oint_{\square} E dl = 0$$

дорівнює нулю. На ділянці кола 1а2 (рис. 4.3) робота сторонніх і електростатичних сил згідно з (4.7) і (2.1) становить

$$A_{12} = q_0 \int_1^2 E_{стор} dl + q_0 \int_1^2 E dl = q_0 \varepsilon_{12} + q_0 (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (4.10)$$

Ділянка кола 1а2, де зустрічаються, крім резисторів, електрорушійна сила, називається неоднорідною.

Для характеристики електричного кола поряд з електрорушійною силою ε використовують поняття напруги U .

Напругою на ділянці кола називається величина, чисельно рівна роботі сторонніх і електростатичних

(кулонівських) сил з переміщення одиничного додатного заряду q_0

$$U = \frac{A_{12}}{q_0} \quad (4.11)$$

На неоднорідній ділянці кола згідно з (4.10)

$$U = \varepsilon_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (4.12)$$

де ε_{12} – електрорушійна сила на ділянці $1a2$; $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – різниця потенціалів на ділянці $1a2$. Напруга і електрорушійна сила виражаються у вольтах (В).

Таким чином, напруга співпадає з різницею потенціалів на ділянці електричного кола тільки за відсутності ЕРС на цій ділянці кола, тобто на однорідній ділянці кола.

Однорідна ділянка кола складається з резисторів, споживачів електричної енергії, приладів для вимірювання електричних величин, де відсутні сторонні сили, а діють тільки кулонівські сили.

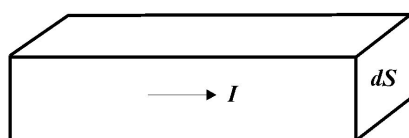
4.3 Закон Ома. Опір провідників

Німецький фізик Г.Ом (1787-1854) експериментально встановив, що сила струму I , що тече в однорідному металевому провіднику, пропорційна напрузі на кінцях провідника

$$I = \frac{U}{R} \quad (4.13)$$

де R – опір провідника, тобто те, що перешкоджає рухові зарядів.

Сила струму прямо пропорційна напрузі на даній ділянці кола і обернено пропорційна опорів цієї ділянки.



Одиниця опору
 $[R] = \text{Ом}$. 1 Ом – це опір
 такого провідника, в якому

Рисунок 4.4

при створенні напруги в 1 В проходить струм в 1 А.

Опір провідників (металів) залежить від розмірів, форми, а також від матеріалу, з якого цей провідник виготовлений. Для електричного провідника (рис. 4.4)

$$R = \rho \frac{dl}{dS}, \quad (4.14)$$

де dl – довжина провідника; dS – площа поперечного перерізу, ρ – питомий електричний опір, тобто опір провідника довжиною $l=1$ м і площею поперечного перерізу $S=1$ м² ($[\rho]=\text{Ом}\cdot\text{м}$).

З металів найменший питомий опір має срібло ($1,6\cdot 10^{-8}$ Ом·м) і мідь ($1,7\cdot 10^{-8}$ Ом·м). На практиці використовують мідні і алюмінієві провідники. Алюміній має меншу густину, але більший питомий опір ($2,8\cdot 10^{-8}$ Ом·м). Напівпровідники мають питомий опір в 10^9 , а діелектрики – в 10^{20} - 10^{28} разів більший (рис. 4.5).

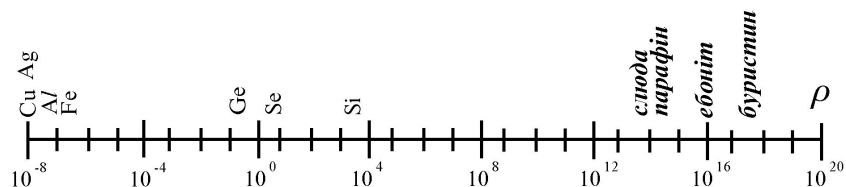
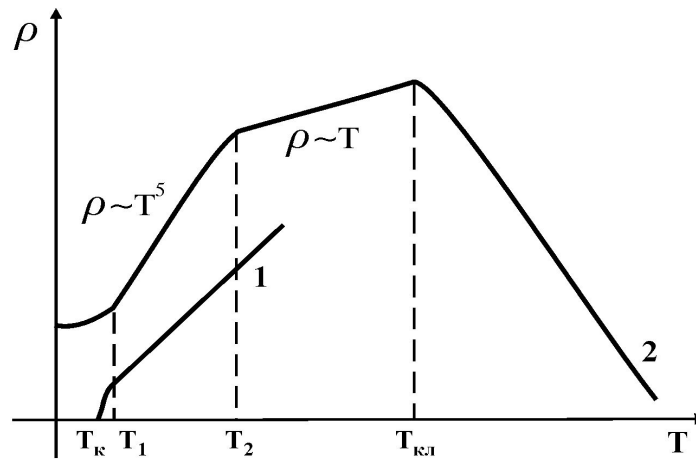


Рисунок 4.5

З класичної точки зору опір металів наближено пояснюють зіткненням колективізованих електронів з іонами, які коливаються у вузлах кристалічної ґратки.

Квантова статистика (див. 5.2.2) розглядає не зіткнення частинок речовини (електронів з іонами металу), а зіткнення квазічастинок (електронів провідності з тепловими квантами коливань – фононами), або розсіяння електронних хвиль на неоднорідностях (дефектах) кристалічної решітки.



1 – надпровідний метал; 2 – звичайний метал (мідь)

Рисунок 4.6

Величина опору R і питомий опір залежать від температури (рис. 4.6). В області високих температур для ненадпровідного металу (крива 2) питомий опір лінійно залежить від температури

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$$

де ρ_0 – питомий опір при 0°C ; α – температурний коефіцієнт опору; t – температура (за Цельсієм). Температурний коефіцієнт опору для різних металів різний: для міді $\alpha=0,004^\circ\text{C}^{-1}$; деякі метали і сплави (константан) мають малий температурний коефіцієнт опору ($\alpha=10^{-6}^\circ\text{C}^{-1}$) і використовуються для еталонів опору.

Але при досить низьких температурах (від T_1 до T_2 на рис. 4.6) питомий опір пропорційний п'ятому степеню температури $\rho \sim T^5$. Ця ділянка графіка все ще відповідає розсіянню електронів на фононах. При ще нижчих температурах (від 0°K до T_1) фонони практично відсутні, розсіяння електронів відбувається на домішках.

Деякі метали (*Al*, *Pb*, *Zn*, *Fe*) при низьких температурах ($T_k=14-20^\circ\text{K}$ – критична температура надпровідності) зменшують опір стрибкоподібно до нуля (рис. 4.6 крива 1). Це явище носить назву надпровідності і пояснюється на основі квантової теорії (див. 5.2.2).

Вперше явище надпровідності відкрито в 1911 р. Г.Камерлінг Оннесом. В наш час відкриті 29 надпровідників чистих металів з різними критичними температурами надпровідності (від 1°K до 20°K). Навіть сучасні прилади не фіксують ніякого опору в надпровідному стані. Оннес помістив котушку в дюар з рідким гелієм і підключив її на короткий час до джерела струму, після чого замкнув накоротко. Магнітна стрілка, розміщена ззовні дюара, показувала наявність магнітного поля, створеного котушкою, доки в дюарі залишався гелій (протягом року).

Виявлена надпровідність і у сплавах. Всього знайдено близько 2 тисяч надпровідних сплавів і сполук.

В 1986 році була відкрито явище “високотемпературної” надпровідності в матеріалах несподіваного класу “керамічних” композиціях окислів, які при кімнатних температурах мають значно більший питомий опір, ніж метали. Є повідомлення про спостереження надпровідності при температурах 250°K . Але керамічні композиції нетехнологічні. Тільки в лабораторних умовах можна спікати їх з порошку у вигляді таблеток дротинок. Дослідження високотемпературної надпровідності продовжуються.

Вже існують охолоджені рідким гелієм надпровідні кабелі, які можуть передавати електроенергію для цілого міста. Надпровідні обмотки потужних електромагнітів дають змогу використовувати їх в термоядерному синтезі “ТОКА-МАК”. Дуже перспективним є використання надпровідників в обчислювальній техніці. В Японії в 1988 році збудовано дослідний екземпляр залізниці з надпровідною магнітною підвіскою з швидкістю до 400 км/год. На магнітній подушці в майбутньому планується створювати надпровідні кільцеві накопичувачі енергії, в які можна нагнітати енергію вітряних чи сонячних генераторів, а в сприятливий час одержувати від накопичувачів енергію для споживачів.

Для опору міді якісна температурна залежність представлена на рис. 4.6, крива 2.

При плавленні металу ($T_{пл}$) провідність змінюється плавно. В рідкому металі з підвищенням температури опір зменшується.

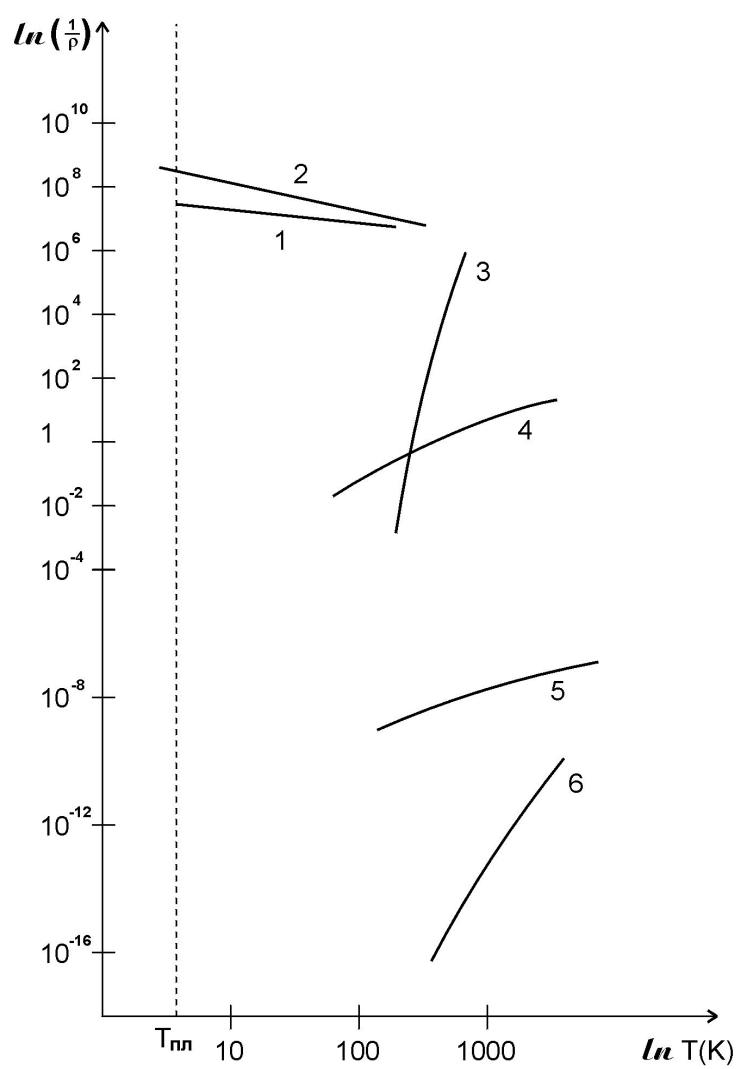
Порівняння опорів різних речовин при різних температурах наведено на рис. 4.7.

Електроліти з іонною провідністю (рис. 4.7, крива 3) мають значно більший питомий опір, ніж метали. З підвищенням температури опір електроліта зменшується крутіше, ніж зростає в металі.

Напівпровідники (Be , Se , Si) мають великий порівняно з металами опір (рис. 4.7, крива 4). Залежність опору від температури в напівпровідниках майже така ж, як в розчинах. З підвищенням температури опір зменшується нелінійно (експоненційно)

$$\rho = \rho_0 \cdot \exp\left(\frac{\Delta W}{kT}\right) \quad (4.16)$$

Температурний коефіцієнт опору від'ємний і на декілька порядків більший, ніж в металах.



1 – свинець; 2 – мідь; 3 – розчин NaCl;
4 – германій; 5 – NaCl; 6 – скло

Рисунок 4.7

Недосконалі діелектрики ($NaCl$, скло – рис. 4.7, криві 5 і 6) в твердому стані при кімнатній температурі мають досить великий питомий опір. Із зростанням температури опір різко зменшується (крутіше, ніж в напівпровідниках, але повільніше, ніж в розчинах). Кварц, бурштин мають найбільш високий питомий опір ($\rho = 10^{18}$ Ом·м).

Електричний опір газів має складну залежність від температури і ступеня іонізації. В загальному при нагріванні опір зменшується.

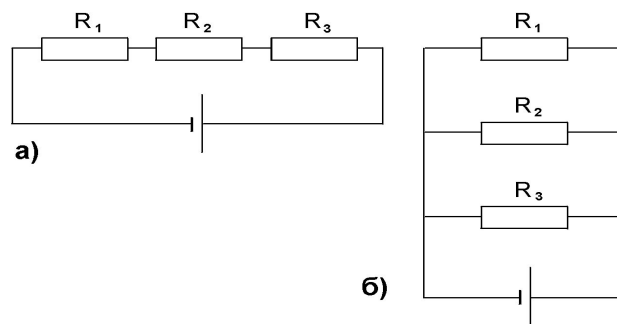


Рисунок 4.8

При послідовному з'єднанні (рис. 4.8, а) опір провідників (резисторів) додається

$$R_{\text{посл}} = R_1 + R_2 + R_3$$

При паралельному з'єднанні (рис. 4.8, б) провідність дорівнює сумі провідностей окремих резисторів

$$\frac{1}{R_{\text{парал}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Величина, обернена до опору, називається електропровідністю.

$$G = \frac{1}{R} \quad (4.17)$$

Одиниця провідності 1 сименс $[C_M] = \text{Ом}^{-1}$.

Питома провідність – величина обернена до питомого опору

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (4.18)$$

Одиниця питомої провідності $(\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$.

4.3.1 Закон Ома в диференціальній формі

Розглянемо елемент однорідного провідника довжиною Δl і поперечним перерізом ΔS (рис. 4.4). Підставимо вираз опору (4.14) в рівняння закону Ома (4.13)

$$I = \frac{U \cdot \Delta S}{\rho \cdot \Delta l} \Rightarrow \frac{I}{\Delta S} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{\Delta l} \quad (4.19)$$

За формулою (4.2) **густина струму**

$$\frac{I}{\Delta S} = j$$

За формулою (4.18) **питома електропровідність**

$$\frac{1}{\rho} = \sigma$$

За формулою (1.39) **напруженість електричного поля**

$$\frac{U}{\Delta l} = E$$

Підставимо ці значення в формулу (4.19)

$$j = \sigma \cdot E \quad (4.20)$$

Це і є закон Ома в диференціальній формі.

Густина струму в елементарній однорідній ділянці кола пропорційна питомій електропровідності

ділянки і напруженості електричного поля цієї ділянки.

Вектор густини струму співпадає з вектором напруженості.

Інтегруванням по площі S поперечного перерізу можна одержати закон Ома у вигляді

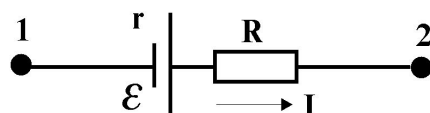
$$I = \sigma \cdot \int_S E \cdot dS. \quad (4.21)$$

4.3.2 Закон Ома для неоднорідної ділянки кола

Для неоднорідної ділянки кола закон Ома записується з урахуванням (4.12)

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varepsilon_{12} + \varphi_1 - \varphi_2}{R + r}, \quad (4.22)$$

де ε_{12} – електрорушійна сила джерела струму на даній ділянці кола (береться із знаком “+”, якщо підвищує потенціал від точки 1 до точки 2), (рис. 4.9). При цьому рух позитивних зарядів відбувається в напрямі від точки 1 до точки 2.



φ_1 – потенціал точки 1,
 φ_2 – потенціал точки 2,
 R – опір ділянки,
 r – внутрішній опір джерела струму.

Рисунок 4.9

4.3.3 Закон Ома для замкненого кола

Закон Ома для замкненого кола можна одержати з закону Ома для неоднорідної ділянки кола (4.22). В замкненому колі після повного обходу ми повертаємось в ту саму точку 1, з якої почали обхід, тому $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ (див. рис. 4.3)

$$I = \frac{\varepsilon_{12} + \varphi_1 - \varphi_2}{R + r} = \frac{\varepsilon}{R + r} \quad (4.23)$$

Струм в замкненому колі без розгалужень прямо пропорційний електрорушійній силі і обернено пропорційний сумі опорів зовнішньої ділянки кола і внутрішньої ділянки кола.

З виразу (4.23) випливає, що

$$\varepsilon = \sum U_i, \quad (4.24)$$

тобто електрорушійна сила в замкненому, нерозгалуженому колі дорівнює сумі напруг (спадів напруг) на всіх ділянках кола. Величина $I \cdot R$ має назву **спаду напруги**.

Приклад 1. Дано схему і параметри замкненого кола (рис. 4.10). Треба визначити електрорушійну силу ε_2 .

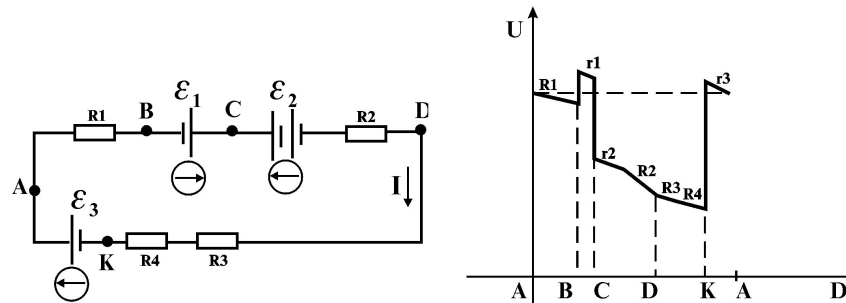


Рисунок 4.10

$I=0,5\text{A}$ $R_1=10\text{ Ом}$ $R_2=15\text{ Ом}$ $R_3=1,5\text{ Ом}$ $R_4=5\text{ Ом}$ $r_1=0,1\text{ Ом}$ $r_2=0,3\text{ Ом}$ $r_3=0,1\text{ Ом}$ $\varepsilon_1=6\text{ Ом}$ $\varepsilon_3=18\text{ Ом}$ $\varepsilon_2 - ?$	Розв'язок Запишемо закон Ома в узагальненому вигляді $\sum \varepsilon = I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + r_1 + r_2 + r_3)$ Для розуміння зміни потенціалу на ділянках кола його подано на діаграмі. Горизонтальна вісь – відстань від точки A вздовж контура в умовних одиницях, вертикальна вісь – потенціал. Закінчується діаграма точкою A.
--	--

В точці A на початку координат і в кінці потенціал однаковий. ε_1 і ε_3 збільшують потенціал, а ε_2 – зменшує і тому береться зі знаком “–”. Якби ми взяли ε_2 з плюсом, то розв'язок все одно дав би знак “мінус” для цієї ЕРС.

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + r_1 + r_2 + r_3),$$

$$6 + \varepsilon_2 + 18 = 0,5(10 + 15 + 1,5 + 5 + 0,1 + 0,3 + 0,1),$$

$$\varepsilon_2 = 0,5 \cdot 32 - 24 = -8\text{В}.$$

Відповідь: $\varepsilon_2 = -8\text{В}$. Напрямок її протилежний вибраному.

Покажемо на прикладі, що вираз (4.23) еквівалентний виразу (4.24).

Приклад 2. У схемі (рис. 4.11) є 2 резистори R_1 , R_2 , амперметр з опором R_A , джерело струму з опором r і електро-рушійною силою ε .

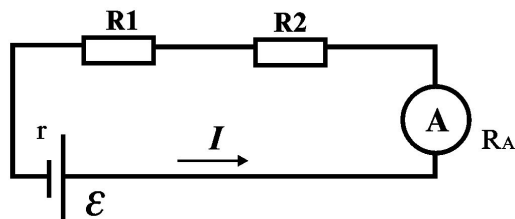


Рисунок 4.11

Закон Ома для ділянок кола запишемо так:

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_A} = \frac{U_4}{r},$$

звідки

$$U_1 = I \cdot R_1; \quad U_2 = I \cdot R_2; \quad U_3 = I \cdot R_A; \quad U_4 = I \cdot r.$$

Величина $I \cdot R$ – спад напруги на опорі R_1 . Згідно з (4.24)

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \sum_{i=1}^n U_i = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = I \cdot U_1 + I \cdot U_2 + I \cdot U_A + I \cdot r \\ \varepsilon_1 &= I(R_1 + R_2 + R_A + r). \end{aligned}$$

Як бачимо, це той самий закон Ома для замкненого кола (див. 4.23).

Узагальнений закон Ома для нерозгалуженого кола, в якому присутні декілька електрорушійних сил і декілька зовнішніх опорів запишемо так:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = I \left(\sum_{i=1}^k R_i + \sum_{i=1}^n r_i \right). \quad (4.25)$$

Електрорушійна сила під знаком суми додається алгебраїчно. Знак електрорушійної сили буде додатний, якщо напрям підвищення потенціалу співпадає з напрямом струму.

4.4 Правила Кірхгофа для розгалужених кіл

Узагальнений закон Ома дає змогу розрахувати практично будь-яке складне коло, але розрахунок розгалужених кіл, що мають декілька замкнених контурів, ускладнюється. Ця задача розв'язується за допомогою двох правил Кірхгофа.

Розглянемо користування двома правилами Кірхгофа на прикладі схеми містка Уїтстона, найбільш розповсюдженого в фізичних лабораторіях (рис. 4.12)

Перше правило Кірхгофа випливає з закону збереження заряду. Ні в одній точці провідника не повинні накопичуватись електричні заряди. Який струм підійшов до точки, такий повинен і відійти від неї.

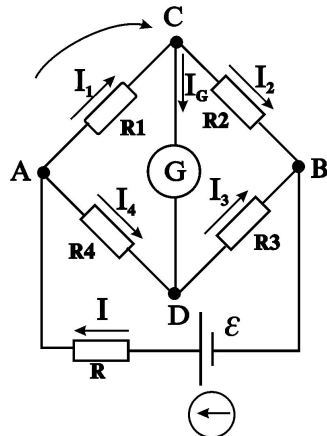


Рисунок 4.12

Точки, де сходяться три або більше провідників, називаються вузлами. В схемі – вузли А, В, С, Д. Застосуємо перше правило Кірхгофа для вузлів. До вузла А підходить струм I і відходять струми I_1 і I_4 , тому

$$\text{вузол А: } I - I_1 - I_4 = 0;$$

$$\text{вузол В: } I_2 + I_3 - I = 0;$$

$$\text{вузол С: } I_1 - I_2 - I_G = 0;$$

$$\text{вузол Д: } I_4 + I_G - I_3 = 0.$$

З чотирьох рівнянь незалежними будуть три, а четверте одержується з трьох як їх комбінація.

Перше правило Кірхгофа справедливе для вузлів і формулюється так:

Алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю. Додатним вважається струм, що підходить до вузла; від'ємним – струм, що відходить від вузла.

За першим правилом Кірхгофа записуємо $(n-1)$ рівнянь, де n – кількість вузлів

$$\begin{cases} \text{вузол } A: & I - I_1 - I_4 = 0, \\ \text{вузол } B: & I_2 + I_3 - I = 0, \\ \text{вузол } C: & I_1 - I_2 - I_G = 0. \end{cases} \quad (4.26)$$

Друге правило Кірхгофа записується для замкнених контурів за узагальненим законом Ома. Незалежні контури повинні охоплювати всі ділянки кола без повторювання. В даній схемі три незалежних контури. Вибирати контур можна довільно.

Наприклад:

$$\begin{cases} \text{контур ACDA: } I_1 R_1 + I_G R_G - I_4 R_4 = 0, \\ \text{контур CBDC: } I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_G R_G = 0, \\ \text{контур ADBEA: } I_4 R_4 + I_3 R_3 + I r - I R = \varepsilon. \end{cases} \quad (4.27)$$

Другий закон Кірхгофа застосовується після того, як розставлені струми в усіх ділянках кола, вибраний напрям обходу контурів, який вважається додатним. В нас за додатний взято напрям за годинниковою стрілкою. Спади напруг додаються алгебраїчно. Знак "+" ставимо в тому випадку, якщо вибраний напрям струму на ділянці співпадає з напрямом обходу. Наприклад, в контурі ACDA струм I має напрям за годинниковою стрілкою, тобто співпадає з вибраним напрямом обходу, тому спад напруги $I \cdot R$ додатний. Так само додатний спад напруг $I_G \cdot R_G$. Струм I_4 напрямлений проти годинникової стрілки, тому спад напруги беремо зі знаком "-".

Електрорушійні сили, що зустрічається в контурі, беруть зі знаком "+", якщо електрорушійна сила підвищує потенціал в напрямі обходу або створює струм в напрямі обходу.

В контурі ADBEA електрорушійна сила додатна. В контурах ACDA і CBDA нема джерел струму, тому в правому боці рівняння – нуль.

Друге правило Кірхгофа справедливе для замкнених контурів.

| В будь-якому замкненому контурі, довільно

вибраному в розгалуженому колі, алгебраїчна сума спадів напруг відповідних ділянок цього контура дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил $\mathcal{E}_k$, що зустрічаються в цьому контурі

$$\sum_{i=1}^{n_1} I_i R_i = \sum_{k=1}^{n_2} \mathcal{E}_k \quad (4.28)$$

Таким чином, для розгалуженого електричного кола справедливі 2 правила Кірхгофа:

1. Алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю. Струм, що підходить до вузла, вважається додатним, струм, що відходить від вузла – від'ємним.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (4.29)$$

2. В будь-якому замкненому контурі, довільно вибраному в розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума спадів напруг всіх ділянок цього контура дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, що зустрічаються в цьому контурі.

Спад напруги вважається додатним, якщо струм на цій ділянці співпадає з вибраним напрямом обходу. Якщо струм не співпадає (протилежний) з напрямом обходу, спад напруги від'ємний. Електрорушійна сила додатна, якщо вона підвищує потенціал в напрямі обходу (переходить з мінуса до плюса в напрямі обходу) або виробляє свій струм в напрямі обходу

$$\sum_{i=1}^{n_1} I_i R_i = \sum_{k=1}^{n_2} \mathcal{E}_k$$

4.5 Робота, потужність електричного струму

Розглянемо однорідний провідник, до якого прикладена напруга U . За означенням напруга чисельно дорівнює роботі сторонніх та електростатичних сил з переміщення одиничного позитивного заряду на ділянці кола

$$U = \frac{A_{12}}{q_0},$$

звідки робота дорівнює

$$A_{12} = q_0 \cdot U.$$

Врахуємо, що в нас однорідна ділянка і тому нема сторонніх сил. Тому A_{12} – робота електричного струму. За час Δt через переріз провідника переноситься заряд $q_0 = I\Delta t$, тому **робота електричного струму визначається добутком напруги U на величину струму I і на час проходження постійного струму**

$$A = I \cdot U \cdot t. \quad (4.30)$$

Якщо опір провідника R визначити за законом Ома $R = U/I$ і виразити I або U в формулі (4.30) через R , то одержимо ще дві форми запису формули роботи.

$$A = I^2 R t = \frac{U^2}{R} \cdot t. \quad (4.31)$$

Якщо струм змінюється з часом, роботу електричного струму знаходять інтегруванням

$$A = \int_1^2 dA = \int_{I_1}^{I_2} I^2(t) \cdot R dt = \int_{U_1}^{U_2} \frac{U^2(t)}{R} dt, \quad (4.31)$$

де $U(t)$, $I(t)$ – функції напруги або струму від часу.

Потужність електричного струму чисельно дорівнює роботі електричного струму за одиницю часу

$$P = \frac{dA}{dt} = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 R. \quad (4.32)$$

Формула потужності справедлива як для постійного, так і для змінного струмів. Для змінного струму за формулою (4.32) визначається миттєве значення потужності.

Робота струму виражається в системі СІ в джоулях, якщо струм – в амперах, напруга – у вольтах, час – в секундах.

Потужність вимірюється в системі СІ у ватах

$$[P] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}$$

. На практиці використовують несистемні одиниці вимірювання роботи ват-година (Вт-год), кіловат-година (кВт-год) – це робота, яка виконується потужністю 1 Вт (1000 Вт) за одну годину.

$$1 \text{ кВт-год} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж} ;$$

$$1 \text{ Вт-год} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж} .$$

Закон Джоуля–Ленца в диференціальній формі

Якщо струм проходить по нерухомому металічному провіднику, то вся робота струму йде на його нагрівання і за законом збереження енергії

$$dQ = dA = I \cdot U \cdot dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt \quad (4.33)$$

Вираз (4.33) – це і є закон Джоуля–Ленца.

Кількість теплоти, що виділяється в провіднику при проходженні струму, дорівнює добутку струму на напругу і на час проходження струму.

Кількість тепла dQ виражається в Джоулях.

Для встановлення закону Джоуля–Ленца в диференціальній формі виділимо в провіднику елементарний циліндричний об'єм (рис. 4.4) довжиною dl і поперечним перерізом dS ($dV = dl \cdot dS$). За (4.14) опір елемента провідника

$$R = \rho \frac{dl}{dS} .$$

За законом Джоуля–Ленца в цьому об'ємі за час dt виділяється теплота

$$dQ = I^2 \cdot R \cdot dt = \frac{\rho d}{dS} (j \cdot dS) \cdot dt = \rho \cdot d \cdot j^2 \cdot dS \cdot dt, \quad (4.34)$$

де ρ – питомий опір; $j = \frac{dI}{dS}$ – густина струму; dt – час.

Введемо поняття питомої теплової потужності w як величини, що визначається кількістю теплоти, що виділяється в одиниці об'єму за одиницю часу.

$$w = \frac{Q}{V \cdot t}. \quad (4.35)$$

Визначимо питому теплову потужність при проходженні електричного струму в елементі dV

$$w = \frac{dQ}{dV \cdot dt} = \frac{\rho d \cdot j^2 \cdot dS \cdot dt}{dV \cdot dt} = \rho \cdot j^2, \quad (4.36)$$

де ρ – питомий опір провідника; j – густина струму (за

законом Ома в диференціальній формі $j = \frac{1}{\rho} \cdot E$). З урахуванням закону Ома формулу (4.36) перепишемо у вигляді

$$w = \rho \cdot \left(\frac{1}{\rho} \cdot E \right)^2 = \frac{1}{\rho} \cdot E^2 = \sigma \cdot E^2, \quad (4.37)$$

де $\sigma = \frac{1}{\rho}$ – питома провідність металу; E – напруженість електричного поля. Вираз (4.37) – це **закон Джоуля–Ленца в диференціальній формі**:

Питома теплова потужність електричного струму пропорційна питомій провідності провідника і квадрату напруженості електричного поля.

Закон Джоуля–Ленца в диференціальній формі придатний для постійного і змінного струмів і для будь-якого провідника.

Теплова дія струму знаходить широке застосування в техніці (лампи розжарювання, відкриті російським вченим А.Н.Лодигінім, електричні плитки, нагрівальні прилади, електрична дуга зварювання Петрова, контактне зварювання).

4.6 Коефіцієнт корисної дії електричного кола

Коефіцієнт корисної дії η електричного кола визначається відношенням роботи, виконаної в зовнішній частині кола, до роботи, затраченої джерелом електричного струму

$$\eta = \frac{A_{\text{корисна}}}{A_{\text{затр}}} \quad (4.38)$$

За законом Джоуля–Ленца корисна робота дорівнює

$$A_{\text{корисна}} = I^2 R_{\text{зовн}} t, \quad A_{\text{затр}} = qE = I \varepsilon t,$$

$$\eta = \frac{I^2 R_{\text{зовн}} \cdot t}{I \cdot \varepsilon \cdot t} = \frac{I \cdot R}{\varepsilon} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{R}{R + r}, \quad (4.39)$$

звідки

де $\varepsilon = I(R + r)$ – електрорушійна сила; R – опір зовнішнього кола, r – внутрішній опір джерела струму.

5 Електричний струм в металах, напівпровідниках та інших середовищах

5.1 Елементи класичної і квантової теорії провідності металів

Електронна теорія провідності металів була створена німецьким фізиком П.Друде (1869-1906) і розроблена пізніше нідерландським фізиком Х.Лоренцем після класичних дослідів Рікке, Мандельштама, Стюарта, Йоффе, Міллікена та інших вчених.

Німецький вчений К.Рікке (1845-1915) дослідно довів, що електричний струм в металах переноситься маленькими за масою частинками, які пізніше були названі електронами. Іони в металах не беруть участі в переносі заряду. Для доведення цього твердження Рікке пропускав значний струм протягом року через три послідовно з'єднані металеві циліндри (Cu, Al, Cu) однакового радіуса. Після проходження великого заряду ($\approx 3 \cdot 10^6$ Кл) ніякої зміни маси циліндрів не відбулось, тобто молекули не переміщувались при проходженні струму.

Для доведення того, що носіями електричного струму в металах є вільні електрони, російські вчені С.Л.Мандельштам (1879-1944) і Н.Д.Папалексі (1880-1947) в 1913 р. провели якісний дослід: котушку з мідною дротяною обмоткою привели в швидкі обертальні коливання. В мікрофоні, з яким був з'єднаний провідник котушки, з'явилися потріскування і шуми, які бувають при проходженні електричного струму. Електрони, розігнавшись в дротині котушки при її розкручуванні, за інерцією продовжували рухатись після зупинки котушки, а іони загальмовувались. Ці електрони і створили струм в телефоні, у якого не було зовнішнього джерела струму.

Цей дослід вдосконалили в 1916 р. американські фізики Р.Толмен (1881-1948) і Б.Стюарт. Котушка, приєднана до гальванометра (рис. 5.1), приводилась у швидке обертання

навколо осі OO' і раптово зупинялась. Електрони продовжували рухатись за інерцією, створюючи в гальванометрі струм.

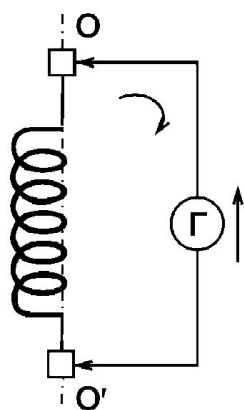


Рисунок 5.1

Напрямок струму співпадав з напрямком руху котушки. Струм в гальванометрі був протилежний до напрямку руху додатних зарядів. Це означало, що заряди від'ємні, тобто є електронами. В результаті дослідів в різних металах був обчислений питомий заряд рухомих частинок, тобто відношення e до m $e/m = 2,3 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, що відповідало заряду і масі електрона. Белюстін, Міллікен дослідним шляхом обчислили заряд електрона $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

5.1.1 Елементарна класична електронна теорія провідності металів

Експериментально підтверджено наявність вільних електронів в металах, які можуть легко переміщуватись під дією сили інерції, малої різниці потенціалів.

З сучасних уявлень валентні електрони металів зв'язані з атомними ядрами. При утворенні кристалічної ґратки електрони відриваються від атомів металу, стають вільними і можуть вільно переміщуватись по всьому об'єму, не виходячи за його межі. Електрони в кристалічному металі – колективна власність металу. Іони металу знаходяться в вузлах кристалічної ґратки.

Суть класичної електронної теорії провідності металів полягає в перенесенні уявлень і висновків кінетичної теорії газів на вільні електрони, а саме:

1. Електрони вільні і рухаються як молекули газу хаотично, утворюючи електронний газ.
2. Іони металу нерухомі.

3. Електронний газ ідеальний, одноатомний, підпорядкований розподілу Максвелла-Больцмана.

Енергія теплового руху електронів згідно з кінетичною теорією газів дорівнює

$$\varepsilon^k = \frac{m_e v_T^2}{2} = \frac{3}{2} kT, \quad (5.1)$$

де ε^k – кінетична енергія електрона, m – маса електрона, v_T – середньоквадратична теплова швидкість хаотичного руху електрона, k – стала Больцмана, T – абсолютна температура.

Середня швидкість теплового руху електронів має порядок 10^5 м/с. Кількість атомів в одиниці об'єму

$$\frac{m}{\mu} N_A = 10^{28} - 10^{29} \text{ л/м}^3$$

дорівнює . Тому будемо вважати концентрацію електронів рівною кількості атомів $n_0 = n$ в одновалентних металах.

Задача

Визначити швидкість впорядкованого руху електронів в міді, якщо через поперечний переріз діаметром 10^{-3} м проходить струм 2А. Вважати, що кожний атом міді має 2 вільних електрони. Густина міді

$$\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \mu = 84 \text{ г/моль}$$

$d = 10^{-3} \text{ м}$	Розв'язок
$I = 2 \text{ А}$	Струм – це заряд, який проходить за 1 с
$Z = 2$	через переріз провідника $I = q/t$. Заряд
$\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	переноситься електронами, заряд
$\mu = 84 \text{ г/моль}$	електрона $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Кількість
$v = ?$	елементарних зарядів N дорівнює
Таким чином,	добутку площі поперечного перерізу об'єму провідника V на валентність Z
	$N = Z \cdot n \cdot V$. Об'єм провідника дорівнює

$$I = \frac{e \cdot N}{t} = \frac{e \cdot Z \cdot n \cdot S \cdot l}{t} = e \cdot Z \cdot n \cdot S \cdot v$$

де l – шлях, пройдений електронами за час t ; $v = l/t$ – це швидкість руху електронів; n – концентрація атомів; $Z \cdot n$ –

кількість електронів в одиниці об'єму ($n = \frac{\rho}{\mu} \cdot N_A \cdot Z$); N_A –

число Авогадро; $S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площа поперечного перерізу. Отже

$$I = e \cdot \frac{\rho}{\mu} \cdot N_A \cdot Z \cdot S \cdot v \Rightarrow v = \frac{I \cdot \mu}{e \cdot \rho \cdot N_A \cdot Z \cdot S};$$

$$v = \frac{2 \cdot 84 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 2 \cdot (10^{-3})^2 \cdot 3,14} = 0,25 \cdot 10^{-3};$$

$$[v] = \frac{\text{А} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{Кл} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Розглянемо основні закони електричного струму з електронної точки зору.

5.1.2 Закон Ома

Густину струму j можна виразити через заряд e , концентрацію n_0 і швидкість напрямленого руху електронів v .

Згідно з (4.2)

$$j = \frac{q}{S \cdot t} = \frac{e \cdot N}{S \cdot t}. \quad (5.2)$$

Кількість електронів

$$N = n_0 \cdot V = n_0 \cdot S \cdot l, \quad (5.3)$$

де S – площа поперечного перерізу; l – довжина провідника;
 t – час проходження струму.

Перепишемо рівність (5.2) після підстановки N з
 рівності (5.3)

$$j = \frac{e \cdot n_0 \cdot S \cdot l}{S \cdot t} \quad (5.4)$$

$\frac{l}{t} = v$
 – середня швидкість руху електронів, бо довжину
 провідника електрони проходять за час t .

Таким чином,

**густина струму дорівнює добутку заряду електрона e
 на концентрацію електронів n_0 і швидкість
 напрямленого руху електронів в електричному полі v**

$$j = e \cdot n_0 \cdot v \quad (5.5)$$

Максимально допустима густина струму $j = 10^7 \text{ А/м}^2$;
 концентрація електронів $n = 10^{28} \text{ 1/м}^3$; заряд електрона
 $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$. Середня швидкість електронів при цьому
 становить всього $v = 10^{-3} \text{ м/с}$, що набагато менше від
 швидкості теплового руху електронів. Цей результат ніби
 протирічить відомому факту, що швидкість розповсюдження
 електричного струму в колі дорівнює швидкості світла (
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$). В дійсності із швидкістю світла
 розповсюджується електромагнітне поле вздовж дротів,
 приводячи в рух всі електрони на дальніх кінцях.

Нехай в провіднику існує постійне електричне поле
 напруженістю E , яке діє на електрон силою $F = e \cdot E$.
 Внаслідок цього електрон набуває прискорення a

$$a = \frac{F}{m} = \frac{e \cdot E}{m} \quad (5.6)$$

де m – маса електрона.

Згідно з теорією Друде електрони рухаються прискорено, доки не зіткнуться з іоном, передадуть йому всю енергію і зменшать швидкість до нуля. Ця відстань між двома послідовними зіткненнями має назву **довжини вільного пробігу електрона λ** . Таким чином, електрон рухається між зіткненнями прискорено, збільшуючи швидкість напрямленого руху від 0 до v_{max} , а потім знову починає з нуля.

Середня швидкість напрямленого руху електрона дорівнює

$$v_{сер} = \frac{0 + v_{max}}{2} = \frac{e \cdot E \cdot t}{2m}, \quad (5.7)$$

$$v_{max} = \alpha \cdot t = \frac{eE}{m} \cdot t, \quad (5.8)$$

де t – час проходження довжини вільного пробігу λ .

$$t = \frac{\lambda}{v_T + v_{сер}} \cong \frac{\lambda}{v_T}, \text{ тому що } v_T \gg v_{сер} \quad (5.9)$$

Тому остаточно

$$v_{сер} = \frac{eE \cdot \lambda}{2m v_T}. \quad (5.10)$$

Підставимо значення середньої швидкості напрямленого руху електронів з формули (5.10) в формулу (5.5). Одержимо закон Ома з електронної точки зору

$$j = e \cdot n_0 \cdot \frac{e \cdot E \cdot \lambda}{2m v_T}. \quad (5.11)$$

Всі величини, крім напруженості, – сталі даного металу.

Густина струму в металі пропорційна напруженості електричного поля, що відповідає закону Ома в диференціальній формі

$$j = \sigma \cdot E \quad (5.12)$$

Коефіцієнт пропорційності між густиною струму і напруженістю – це **питома провідність**

$$\sigma = \frac{e^2 \cdot n_0 \cdot \lambda}{2m v_T} \quad (5.13)$$

Як бачимо, питома провідність зменшується з підвищенням температури, бо зростає швидкість теплового руху електронів (див. формулу 5.1).

5.1.3 Закон Джоуля-Ленца

Електрон перед черговим зіткненням набуває кінетичну енергію

$$\varepsilon^k = \frac{m v_{max}^2}{2} = \frac{e^2 \cdot \lambda^2}{2m v_T^2} \cdot E^2 \quad (5.14)$$

При ударі з іонами ця енергія повністю передається ґратці і йде на збільшення внутрішньої енергії, тобто на нагрівання.

За одиницю часу електрон стикається з вузлами кристалічної ґратки Z разів

$$Z = \frac{v_T}{\lambda} \quad (5.15)$$

В одиниці об'єму n_0 електронів, тому кількість зіткнень буде в n_0 разів більша $Z \cdot n_0$.

Тоді енергія, що передається електронами в одиниці об'єму за 1 секунду, дорівнює

$$w = \frac{W}{V \cdot t} = \varepsilon^k \cdot z \cdot n_0 = \frac{n_0 e^2 \cdot \lambda}{2m v_T} \cdot E^2 \quad (5.16)$$

Це закон Джоуля-Ленца з електронної точки зору:

| Питома густина енергії згідно з законом Джоуля-

Ленца в диференціальній формі пропорційна квадрату напруженості електричного поля

$$w = \sigma \cdot E^2 \quad (5.16a)$$

Порівнюючи одержаний закон (5.16) з законом (5.16a), бачимо, що вони однакові. В законі Джоуля-Ленца з електронної точки зору питома провідність дорівнює

$$\sigma = \frac{n_0 e^2 \cdot \lambda}{2m v_T} \quad (5.13),$$

тобто має такий самий вираз, як в законі Ома

5.1.4 Закон Відемана-Франца

Відеманом і Францом в 1853 році експериментально встановлено закон, згідно з яким

відношення коефіцієнта теплопровідності λ до питомої електропровідності σ однакове для всіх металів. Це відношення прямо пропорційне абсолютній температурі

$$\lambda / \sigma = \alpha \cdot T, \quad (5.17)$$

де $\alpha = 3(k/e)^2$ – стала, що не залежить від роду металу; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ – стала Больцмана, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ – заряд електрона. Стала α непогано узгоджується з дослідними даними.

Класична електронна теорія провідності металів добре пояснює електричний опір металів, дає закони Ома, Джоуля-Ленца, якісну залежність електропровідності від температури. Закон Відемана-Франца можна теоретично вивести з електронної теорії, але значення сталої α дещо відрізняється від дослідного, якщо користуватись статистичною Максвелла-Больцмана, тобто розподілом електронів за швидкостями.

Недоліки класичної електронної теорії провідності

На основі електронної теорії не можна пояснити:
 Надпровідність деяких металів.
 Значення атомної теплоємності металів C , яке повинно
 бути не $3R$, а $4,5R$.
 Значення довжини вільного пробігу електронів λ , яке
 повинно бути в сотні разів більше від відстані між
 сусідніми іонами.
 Залежність опору від температури. Теорія дає залежність
 $R \approx \sqrt{T}$, а дослід – $R \approx T$.
 Відмінність сталої Відемана-Франца α від одержаної
 теоретично.
 Насправді рух електронів в металах підкоряється
 квантовій механіці, а не механіці Ньютона. Тому квантова
 теорія провідності пояснює і виправляє всі недоліки
 класичної електронної теорії.

5.2 Елементи квантової статистики і теорії провідності

5.2.1 Фазовий простір. Функція розподілу

Розвиток фізики призвів до створення квантової теорії твердого тіла, що дало змогу з єдиної точки зору пояснити електричні, теплові та інші властивості металів, діелектриків і напівпровідників.

Перш ніж розглянути елементи квантової теорії провідності металів необхідно ввести деякі нові поняття і термінологію: фазовий простір, імовірність, функцію розподілу, бозони, ферміони і т.д.

Статистика вивчає явища, що відбуваються в системі з великою кількістю частинок. Квантова статистика виходить з того, що частинка (електрон) не може приймати довільних значень імпульсу і енергії, а існують фіксовані значення величин (квантовані).

Якщо система складається з багатьох частинок (атоми, електрони, фонони, фотони, протони, нейтрони), то для характеристики їх вводять багатомірний простір всіх

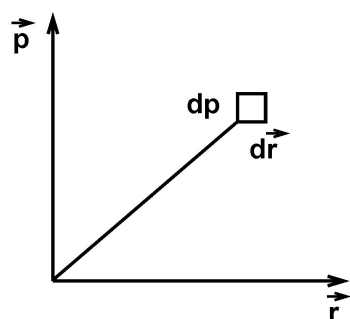


Рисунок 5.2

координат і імпульсів. Кожна частинка має три проекції координат або радіус-вектор і три проекції імпульсів (рис. 5.2). Якщо кількість частинок N , то треба $6N$ чисел для характеристики одного стану системи. При переході системи в інший стан $6N$ чисел зміниться. Такий простір, в якому кожному мікростану системи відповідає $6N$ координат, називається **фазовим простором**. Кожна точка в такому фазовому просторі визначається $6N$ координатами. Практично користуватись такою громіздкою системою незручно, бо кількість частинок N в одиниці об'єму має порядок 10^{28} .

Статистична фізика користується поняттям імовірності знаходження системи в даному стані. Імовірність знаходження системи в даному стані dW можна представити з допомогою функції розподілу, залежної від координат, або радіус-вектора r і імпульса P

$$dW = f(r, p) dr dp, \quad (5.18)$$

де $dr dp$ – об'єм елементарної фазової комірки; P – імпульс частинки.

Імовірність знаходження системи в даному стані – це імовірність того, що точка фазового простору попаде в елемент фазового об'єму $dr dp$, який розташований поблизу даної точки r і P , тобто координати й імпульси частинок знаходяться в інтервалі $\{\bar{r} \div \bar{r} + d\bar{r} ; \bar{p} \div \bar{p} + d\bar{p}\}$.

Функція розподілу як густина ймовірності нормується на одиницю, що означає, що ймовірність знаходження частинки в усьому просторі перетворюється в достовірність

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(r, p) dr dp = 1 \quad (5.19)$$

Інтегрування проводиться по всьому фазовому простору. За функцією розподілу $f(r, p)$ можна розв'язати основну

задачу квантової статистики – визначити середні значення величин, що характеризують дану систему.

В статистичній фізиці простіше мати справу не з координатами і імпульсами, а з енергією, яка квантується. Стан системи характеризується дискретною функцією розподілу.

Функція розподілу фактично характеризує відносну кількість частинок з заданим значенням енергії і тому можна

писати
$$f(\epsilon) = \frac{dN}{N}(\epsilon)$$

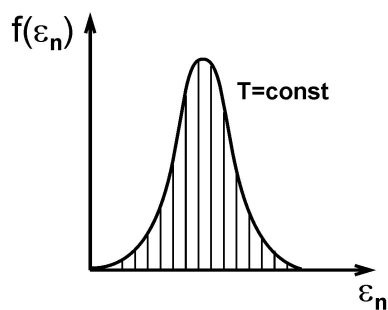


Рисунок 5.3

Явний вираз функції розподілу в загальному вигляді одержав американський вчений-фізик Д.Гіббс (1839-1903). В класичній і квантовій статистиці канонічний розподіл Гіббса має вигляд (рис. 5.3)

$$f(\epsilon_n) = A \cdot e^{-\frac{\epsilon_n}{kT}},$$

де A – стала з умови нормування до одиниці; n – сукупність квантових чисел; k – стала Больцмана; T – абсолютна температура; ϵ_n – потенціальна енергія частинки.

Одним з найважливіших об'єктів статистики є ідеальний газ. Будь-яку систему частинок можна вважати ідеальним газом. В металі електрони створюють електронний газ, хвильові частинки – фотони створюють фотонний газ.

5.2.2 Класична і квантова статистики

Залежно від енергетичних властивостей частинок вводять три типи розподілу частинок за енергіями як часткові випадки великого канонічного розподілу Гіббса.

1. Класична статистика Максвелла-Больцмана

Характеризує ідеальний газ класичних частинок (атомів і молекул). Ці частинки можуть мати неперервні і дискретні значення енергії і відрізняються між собою.

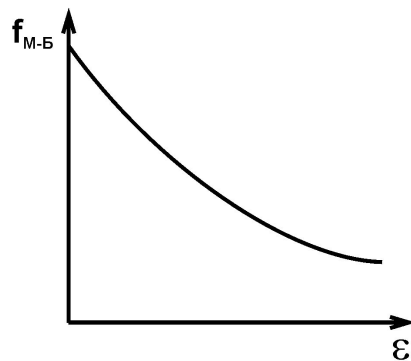


Рисунок 5.4

Розподіл Максвелла-

Больцмана (f_{M-B}) частинок за потенціальними і кінетичними енергіями має вигляд (рис. 5.4)

$$f_{M-B}(\varepsilon) = e^{\frac{\mu - \varepsilon}{kT}},$$

де ε – значення енергії окремих частинок; T – абсолютна температура; k – стала Больцмана; μ – стала інтегрування, яка має

назву термодинамічного потенціалу вільної енергії.

Ця стала (μ) визначає зміну внутрішньої енергії системи при додаванні до неї ще однієї частинки за умови, що всі інші величини, що характеризують внутрішню енергію, фіксовані.

За розподілом Максвелла-Больцмана можна пояснити закономірності ідеального газу: теплоємність, ентропію, провідність металів (класична електронна теорія провідності), теорію діелектриків, рідкого стану.

2. Квантова статистика Бозе-Ейнштейна

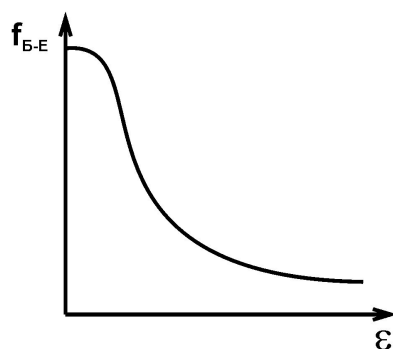


Рисунок 5.5

Застосовується до частинок з цілим спіном, з дискретними значеннями енергії, які не відрізняються між собою (фотони, фоони). Ці частинки називають **бозонами**. Квантова статистика на відміну від класичної розглядає

дискретні зміни параметрів, користується квантовою механікою (а не механікою Ньютона), фотони утворюють фотонний газ. Розподіл Бозе-Ейнштейна має вигляд (рис. 5.5)

$$f_{\text{Б-Е}}(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{kT}} - 1}, \quad (5.22)$$

де μ – стала; ε – енергія окремої частинки; T – абсолютна температура.

Бозони намагаються мати найменше значення енергії.

Статистика Бозе-Ейнштейна пояснює явище випромінювання світла, фотоефект, ефект Комптона, тиск світла, дисперсію світла, закономірності спектрів, а також явище надтекучості гелію і надпровідність.

3. Квантова статистика Фермі-Дірака

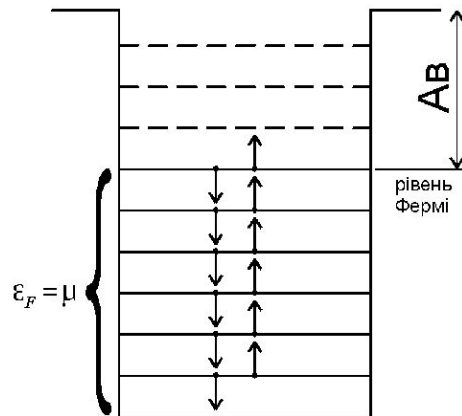
Застосовують до частинок з напівцілим спіном, дискретними значеннями енергії. Частинки не відрізняються між собою і підкоряються принципу Паулі (не може бути частинок з усіма однаковими квантовими числами в одному стані). Ці частинки називають **ферміонами**.

До ферміонів належать електрони провідності, “дірки”. Ферміони утворюють фермі-газ. Розподіл Фермі-Дірака ($f_{\text{Ф-Д}}$) має вигляд

$$f_{\text{Ф-Д}} = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{kT}} + 1},$$

де μ – стала, термодинамічний потенціал, що дорівнює енергії Фермі; ε – енергія квантового стану окремої частинки.

Максимальна енергія, якої можуть набути електрони провідності в металі при 0 К, має назву **енергії Фермі** ($\varepsilon_F = \mu$), а найвищий енергетичний рівень, зайнятий електронами, називається **рівнем Фермі** (рис. 5.6). Для металів енергія Фермі дорівнює $\varepsilon_F \approx 5 \text{ eV} = 8 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$.



A_B – робота виходу електронів з металу

Рисунок 5.6

При температурі $T = 0$ кількість частинок на всіх енергетичних рівнях до рівня Фермі ϵ_F однакова (на рис. 5.7 – пунктир), а вище рівня Фермі електрони відсутні. При підвищенні температури ферміони переходять з нижчих рівнів енергії на вищі, набуваючи енергії, більшої від енергії Фермі. Розподіл набуває вигляду, який наведений на рис. 5.7,б і 5.7,в.

Теорія провідності на основі квантової статистики Фермі-Дірака позбавлена всіх недоліків класичної електронної теорії провідності.

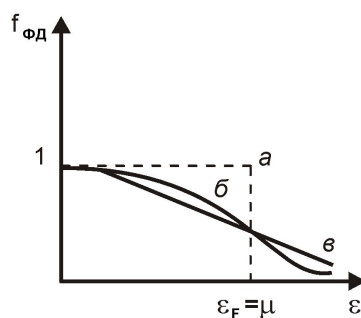


Рисунок 5.7

Результати квантової теорії провідності відповідають дослідним даним у визначенні теплоємності металів. Згідно з класичною теорією теплоємність на два порядки (у 100 разів) перевищувала реальне значення, бо враховувала вклад усіх електронів.

Насправді в процесі нагрівання металу бере участь незначна частина всіх електронів провідності, яка перейшла на рівні, вищі від рівня Фермі (рис. 5.6). Тому теплоємність металів і діелектриків майже однакова, що не можна пояснити класичною теорією.

Квантова теорія електропровідності металів дає вираз для питомої провідності

$$\sigma = \frac{ne^2 \cdot \lambda_F}{m \cdot v_F}, \quad (5.24)$$

який співпадає з класичною теорією, але в ньому величини мають зовсім інший фізичний зміст: n – концентрація електронів провідності металу вище рівня Фермі; λ_F – довжина вільного пробігу електронів, що мають енергію Фермі, відповідає дослід ($\lambda_F = 100d$); v_F – середня теплова швидкість електронів, що мають енергію Фермі, на порядок більша від середньої швидкості електронів ($v_F \approx 10^6$ м/с).

Квантова теорія розглядає рух електронів з урахуванням їх взаємодії з кристалічною ґраткою. Згідно з теорією квантово-хвильового дуалізму рухові електрона співставляють хвильовий процес. Однорідна ґратка – це однорідне середовище, і тому “електронні хвилі” ніби огинають вузли ґратки, проходять значні відстані.

Метал не створює опору електричному струму. Розсіювання електричних хвиль відбувається на неоднорідностях (домішки, вакансії, дислокації), що спричинює електричний опір металів.

Квантова теорія дає лінійну залежність опору R від температури ($R \approx T$), тому що v_F практично не залежить від температури.

Явище надпровідності металів (див. п. 4.3) та надтекучості гелію – це макроскопічні квантові ефекти, які пояснюють дві статистики Фермі-Дірака і Бозе-Ейнштейна. Між цими двома явищами існує глибока фізична аналогія.

Фізична теорія надпровідності створена в 1957 р. американськими фізиками Д.Бардином, Л.Купером,

Д.Шриффером і вдосконалена російським фізиком Н.Н.Боголюбовим на основі теорії надтекучості гелію, створеної російським фізиком Ландау в 1941 році.

При переході металу в надпровідний стан (опір практично рівний нулю) стрибком змінюються електричні, магнітні і теплові властивості. В зовнішньому магнітному полі різко змінюється теплоємність і теплопровідність, тобто відбувається фазовий перехід другого роду.

Достатньо сильне магнітне поле і сильний струм порушують надпровідний стан.

В надпровідному стані магнітне поле в товщі надпровідника відсутнє (при $T < T_{\text{критичне}}$), тобто витискається з нього (ефект німецького фізика В.Мейснера (1933)).

При високих температурах, вищих від температури виродження (для електронів $T_0 \approx 10^4$ К, для молекул 10^2 К), для всіх частинок справедлива статистика Максвелла-Больцмана. При низьких температурах, нижчих від температури виродження, класичний розподіл Максвелла-Больцмана вироджується в квантовий розподіл Бозе-Ейнштейна або Фермі-Дірака залежно від властивостей частинок. Класичні частинки перетворюються або в бозони, або в ферміони при зниженні температури нижче температури виродження.

5.3 Контактна різниця потенціалів. Термо-електричні явища в металах і напівпровідниках

Електричні явища на контакті двох металів або напівпровідників суттєво відрізняються від електричних явищ в однорідному металі і пояснюються квантовою провідністю. Італійський фізик О.Вольта встановив, що при контакті двох металів вони електризуються: один позитивно, а другий – негативно. В результаті між металами встановлюється різниця потенціалів, яку називають **контактною різницею потенціалів**.

Точні виміри показують, що значення контактної різниці потенціалів для різних металів коливається від десятих вольт ($Fe - Cu$) до цілих вольт (деякі сплави хромель-копель).

Встановлено, що контактна різниця потенціалів пояснюється різною роботою виходу електронів і різною концентрацією електронів в металі.

5.3.1 Робота виходу електрона з металу

Електрони провідності в металі знаходяться в безладному тепловому русі. Найбільш швидкі електрони можуть вирватися з поверхні металу в вакуум чи навколишнє середовище. Через деякий час вони повертаються всередину металу. При певній температурі встановлюється динамічна рівновага між вилітаючими електронами і тими, що повертаються. При цьому вони виконують роботу проти сил притягання позитивних іонів, а також сил відштовхування з боку електронів, що вилетіли раніше і утворили електронну хмарку поблизу поверхні.

Між електронною хмаркою і позитивними іонами на поверхні металу утвориться подвійний електричний шар, що нагадує плоский конденсатор. Відстань між обкладинками цього конденсатора дорівнює декільком міжатомним відстаням (10^{-9} м). Вилітаючий електрон повинен подолати затримуючу різницю потенціалів подвійного електричного шару $\Delta\phi$. На це і витрачається робота виходу $A_e = e \cdot \Delta\phi$.

Робота, яку треба виконати, щоб електрон перейшов з поверхні металу в вакуум, має назву роботи виходу (A_ϕ).

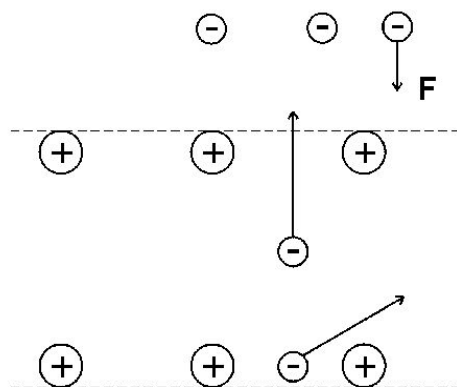


Рисунок 5.8

Робота виходу має зв'язок з енергією Фермі. Робота виходу залежить від хімічної природи металу, стану його поверхні (забруднення, вологості, окислення). Для чистих металів робота виходу складає: для калію – $A_\phi = 2,2 \text{ eV}$, для платини – $A_\phi = 6,3 \text{ eV}$. $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

5.3.2 Контактна різниця потенціалів

Контактна різниця потенціалів залежить від роботи виходу і концентрації вільних електронів в металах і напівпровідниках. На контакті двох металів з різною роботою виходу електрони будуть концентруватись в тому металі, де робота виходу більша. Той метал, що має більшу роботу виходу, заряджається негативно, а інший – позитивно. Різниця робіт виходу, поділена на заряд електрона, дає контактну різницю потенціалів. Це **перша причина** виникнення контактної різниці потенціалів.

Друга причина виникнення контактної різниці потенціалів – різна концентрація вільних електронів в металах на контакті. Той метал, де концентрація електронів менша,

заряджається позитивно. Якщо концентрація електронів в першому металі n_1 , в другому n_2 , то перенос електронів відбувається в той метал, де концентрація менша, щоб вирівняти концентрацію. Концентрація електронів залежить від температури.

Таким чином, контактна різниця потенціалів на контакті двох металів визначається за сумарною дією двох причин

$$U_k = \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}, \quad (5.25)$$

де φ_1, φ_2 – потенціали першого і другого металів; A_1, A_2 – робота виходу в двох металах; e – заряд електрона; k – стала Больцмана; T – абсолютна температура; n_1, n_2 – концентрації електронів в двох металах.

Вольта експериментально встановив два закони:

1. При з'єднанні двох металів між ними виникає контактна різниця потенціалів, яка залежить від їх хімічного складу і температури (5.25).

2. Контактна різниця потенціалів послідовно з'єднаних різних металів при постійній температурі залежить тільки від хімічного складу крайніх металів і не залежить від проміжних металів.

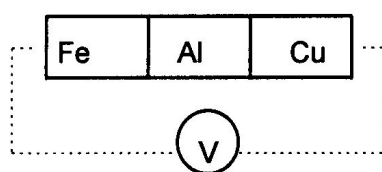


Рисунок 5.9

При з'єднанні заліза, алюмінію і міді контактна різниця на кінцях буде дорівнювати контактній різниці потенціалів Fe і Cu .

Якщо коло замкнене, то контактна різниця потенціалів дорівнює нулю. Це можливо тільки при

сталій температурі контактів.

5.3.3 Термоелектричні явища

Складемо замкнене коло з різних металів (на рис. 5.10 зверху – один метал, знизу – другий). Ввімкнемо в коло гальванометр Г. Температуру контактів підтримуємо різною ($T_1 < T_2$). Якщо температура контактів неоднакова, в колі виникає електричний струм, напрямлений від контакту з вищою температурою до контакту з нижчою температурою (в нашому

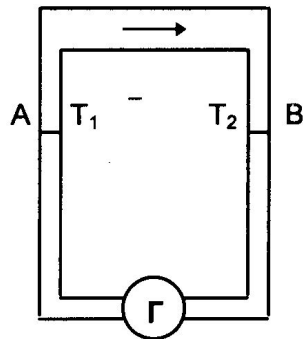


Рисунок 5.10

випадку при $n_1 > n_2$ – від контакту А до контакту В). Гальванометр покаже наявність струму. Цей струм має назву **термоелектричного**, бо виникає під дією термічної дії (нагрівання одного контакту і охолодження другого).

Явище збудження термоелектричного струму в замкненому колі послідовно з'єднаних різнородних металів, контакти між якими мають різну

температуру, відкрив німецький фізик Т.Зеебек (1770-1831), тому явище носить його ім'я.

Термоелектричний струм виникає внаслідок утворення термоелектрорушійної сили ($\mathcal{E}_T$).

Обчислимо величину термоЕРС.

Електрорушійна сила дорівнює сумі напруг на всіх ділянках кола. На контакті А (рис. 5.10) виникає контактна різниця потенціалів

$$U_{KA} = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT_1}{e} \ln \frac{n_1}{n_2},$$

на контакті В

$$U_{KB} = -\frac{A_2 - A_1}{e} + \frac{kT_2}{e} \ln \frac{n_2}{n_1},$$

звідки

$$\varepsilon = U_{KA} + U_{KB} = -\frac{A_1 - A_2}{e} - \frac{A_2 - A_1}{e} + \frac{kT_1}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} + \frac{kT_2}{e} \ln \frac{n_2}{n_1} \quad (5.26)$$

Нагадаємо, що $\ln \frac{n_2}{n_1} = -\ln \frac{n_1}{n_2}$, тоді остаточно одержимо

$$\varepsilon = \frac{k}{e} \cdot \ln \frac{n_1}{n_2} \cdot (T_1 - T_2) \quad (5.27)$$

де k – стала Больцмана; e – заряд електрона; n_1, n_2 – концентрації електронів в металах; T_1, T_2 – температури контактів.

Таким чином, **термоелектрорушійна сила прямо пропорційна різниці температур в спаях. Коефіцієнт**

$$\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}$$

пропорційності α **залежить від концентрацій електронів двох металів на контакті.** Наприклад, термоелектрорушійна сила для пари мідь – константан для різниці температур 100 К становить $\varepsilon_T = 4,25 \cdot 10^{-3}$ В, для пари вісмут – платина $\varepsilon_T = 6 \cdot 10^{-3}$ В, для пари цинк – срібло $\varepsilon_T = 5 \cdot 10^{-5}$ В.

Явище Зеебека не порушує закон збереження енергії, теплова енергія (внутрішня) переходить в електричну. Явище Зеебека використовується для вимірювання температури і для генерації електричного струму.

Термопара або термоелемент – це датчик температури, який складається з двох з'єднаних між собою різнорідних металевих провідників. Один контакт вміщується в середовище, температуру якого треба виміряти, другий тримається при кімнатній температурі. Гальванометр покаже значення ЕРС, що відповідає певній різниці температур. ЕРС

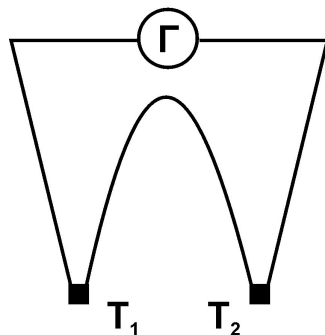


Рисунок 5.11

термопар збільшується, якщо з'єднати послідовно декілька термопар. Це буде термобатарея або термостовпчик. Точність вимірювання температури досягає 0,01 К. Термопару можна помістити в доменну піч і в кріостат з низькою температурою, можна проводити дистанційні вимірювання.

Термопара використовується як генератор, як джерело струму. Для цього один контакт тримають при високій температурі, другий – при низькій. Термобатареї з металів мають низький ККД (0,5%). ККД напівпровідникових термогенераторів струму досягає 18%, що дає змогу перетворювати сонячну енергію в електричну, енергію термічних джерел землі – в електричну.

Явище Пельтьє (французький фізик, 1785-1845) полягає в зворотному ефекті: при проходженні струму від стороннього джерела через термопару один контакт охолоджується, а другий нагрівається. При зворотному напрямі струму перший контакт буде нагріватися, другий – охолоджуватись. Ефект Пельтьє використовується в термоелектричних напівпровідникових холодильниках і деяких електронних приладах.

Явище Уїльяма Томсона (Кельвіна) (1856) полягає в тому, що при проходженні струму вздовж однорідного провідника за наявності градієнта температур цей провідник нагрівається (метал) або охолоджується (дірковий напівпровідник). Струм протікає в напрямі зростання температури.

Всі термоелектронні явища якісно пояснюються електронною теорією провідності, але для точного пояснення необхідні квантові уявлення.

5.4 Електропровідність напівпровідників

Провідність напівпровідників проміжна між металами і діелектриками

$$10^{-8} \text{ 1/(Ом} \cdot \text{м)} < \sigma < 10^6 \text{ 1/(Ом} \cdot \text{м)}$$

Носіями струму в них є електрони провідності і дірки. В напівпровідниках концентрація вільних електронів набагато менша, ніж в металах. Концентрація вільних електронів і

дірок швидко збільшується при підвищенні температури, а тому провідність теж підвищується на відміну від металів. Температурний коефіцієнт опору напівпровідників більший, ніж в металах в десятки разів.

5.4.1. Елементи зонної теорії провідності

Зонна теорія провідності та провідності Френкеля і Зомерфельда створена на основі квантової статистики Фермі-Дірака та квантової теорії провідності.

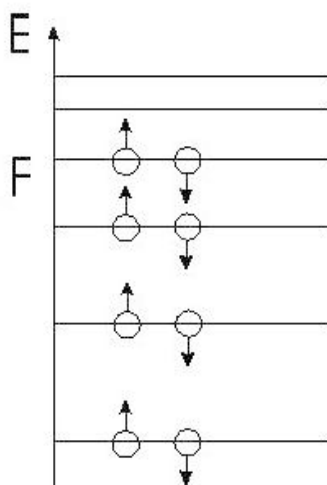


Рисунок 5.12

Згідно з квантовою теорією кожний атом складається з додатного ядра і електронів, що рухаються навколо нього. Електрони знаходяться на дискретних енергетичних рівнях і можуть змінювати свою енергію тільки при переході з одного енергетичного рівня на інший, випромінюючи або поглинаючи квант енергії (фотон).

Кожна лінія спектра відповідає певному переходу з m -рівня на n -рівень. Розташування електронів на енергетичних рівнях можна зобразити схемою на рис 5.12.

Вертикальна вісь – енергія електронів, F -рівень Фермі. Дозволені рівні енергії (рис. 5.13, а) розщеплюються на 2 і більше підрівнів при наближенні декількох атомів один до одного (замість одного рівня виникає декілька підрівнів (рис. 5.13, б)). До розщеплення рівнів може призвести зміна агрегатного стану, об'єднання атомів в молекули, а особливо при створенні кристалів, де атоми утворюють регулярну структуру і взаємно впливають один на одного. В кристалічному стані замість окремих рівнів енергії електронів утворюються системи підрівнів, близько розташованих один

до одного. Така система підрівнів утворює смугу, або зону (рис. 5.13, в).

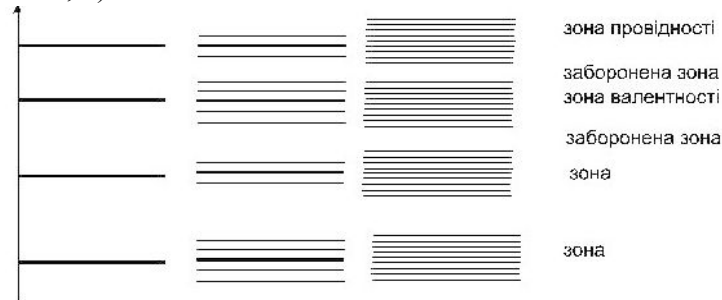


Рисунок 5.13

Зони дозволених рівнів розділяються великими енергетичними проміжками, де нема дозволених значень енергії (заборонена зона). Зона створена енергіями вільних електронів (верхня зона) носить назву зони провідності.

Нижче зони провідності розташована валентна зона, яка відповідає енергіям валентних електронів, більш зв'язаних з ядром. Ще нижче йдуть зони з міцними зв'язками електронів і ядра (внутрішні електрони). Ширина дозволених зон порядку електрон-вольт ($1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$), ширина заборонених зон – $1 \div 0,1 \text{ eV}$. Енергетична відстань між підрівнями $10^{-23} \div 10^{-24} \text{ eV}$.

5.4.2 Метали, діелектрики, напівпровідники в зонній теорії

Згідно з зонною теорією провідності електрони можуть легко переходити з одного підрівня всередині зони на другий підрівень ($\Delta E = 10^{-24} \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-43} \text{ Дж}$).

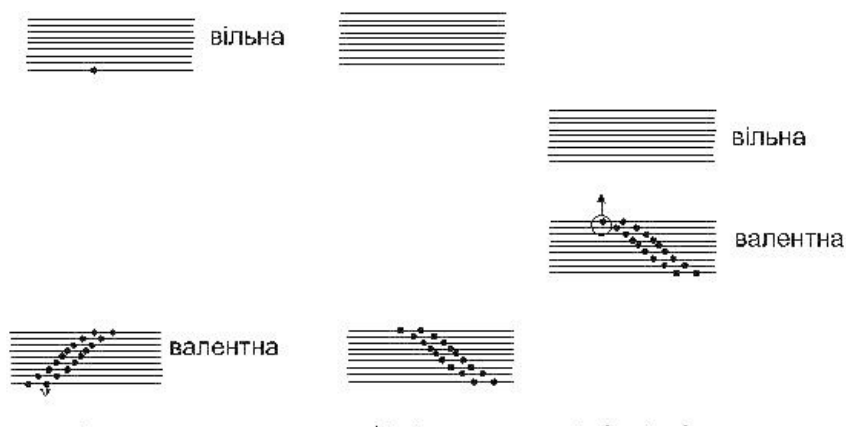
При абсолютному нулі електрони попарно заповнюють всі нижні зони провідності (до рівня Фермі). При нагріванні електрони переходять на вищі підрівні всередині зони. Перехід з одної зони в другу можливий тільки в сильних теплових або електричних полях.

Різні типи кристалічних тіл – метали, діелектрики і напівпровідники – розрізняються з точки зору зонної теорії такими причинами:

- 1) шириною заборонених зон.
- 2) різним заповненням електронами зони провідності і зони валентності.

На рис. 5.14 приведено умовне розташування зон і розміщення електронів на енергетичних рівнях для металів (а), діелектриків (б), напівпровідників (в).

В металах (а) електрони заповнюють не всі рівні в зоні валентності. В зоні провідності (вільній зоні) обов'язково є один або декілька електронів і багато вільних рівнів. Провідність забезпечують електрони, що знаходяться у вільній зоні. Елементи другої групи періодичної системи Менделєєва (*Be, Cd, Mg, Zn, Ca*) не мають електронів у верхній зоні, але зони провідності і валентності перекриваються і можливий перехід через гібридну зону. Ширина забороненої зони – порядку декількох електрон-вольт.



В діелектриках ширина забороненої зони велика (декілька eV). У верхній зоні немає ні одного електрона. Електрони заповнюють валентну зону. Діелектрик не має провідності, або опір діелектрика дуже великий. Пробій

діелектрика можливий при високій напрузі, або при нагріванні до 10^5 К.

Напівпровідники мають вузьку заборонену зону, що складає від 0,01 до 3 еВ. Всі електрони при низьких температурах знаходяться в зоні валентності. Але при нагріванні навіть до кімнатної температури деякі електрони переходять з зони валентності в зону провідності і забезпечують проходження електричного струму по напівпровіднику. Кількість електронів провідності мізерна порівняно з металами. Для переходу з зони валентності в зону провідності електрон повинен одержати енергію активації, що рівна ширині забороненої зони. До напівпровідників відносять елементи 3, 4, 5 груп таблиці Менделєєва (*B, C, Si, Se, Sn, P, S, Ge, As*).

5.4.3 Власна провідність напівпровідників

Власна провідність напівпровідників – це провідність чистих напівпровідників без домішок.

Суттєва відмінність чистих напівпровідників від металів – двоїста природа провідності. Коли електрон переходить з зони валентності в зону провідності через заборонену зону, з'являється електрон провідності і вільне місце (вакансія) в зоні валентності (дірка), яке може бути заповнене іншим електроном з другого атома. Кількість вільних електронів дорівнює числу “дірок”. В електричному полі електрони провідності будуть рухатись в одному напрямі, а “дірки” – в протилежному. Коли “дірка” заповнюється електроном з сусіднього атома, в ньому утворюється вільне місце (рис. 5.15). Тобто рух квазічастинки (“дірки”) протилежний рухові електрона і відповідає рухові додатної частинки із зарядом, рівним заряду електрона. “Дірка” – позитивна частинка, позначається **p** (позитив), електрон – негативна – **n** (негатив).

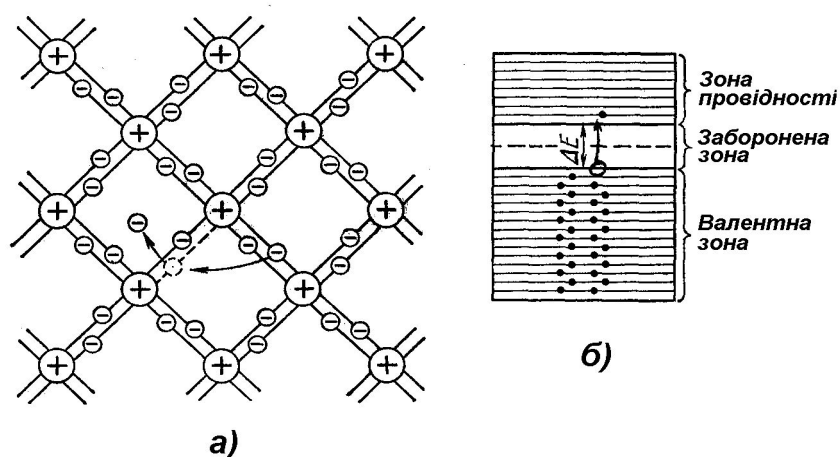


Рисунок 5.15

Таким чином, чистий напівпровідник без домішок має провідність **n** і **p** типу, або електронно-діркову. Власна провідність напівпровідників має електронно-діркову природу.

При абсолютному нулі температур чисті напівпровідники поведуть себе як діелектрики. Рівень Фермі знаходиться посередині забороненої зони.

Для власних напівпровідників енергія активації значно більша, ніж енергія теплового руху для електронів провідності ($\Delta E \gg kT$)

Замість розподілу Фермі-Дірака для електронів провідності можна застосувати розподіл Максвелла-Больцмана.

Концентрація електронів провідності визначається за формулою

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (5.28)$$

де ΔE – енергія активації; T – абсолютна температура; k – стала Больцмана. Питома провідність напівпровідників, залежна від кількості носіїв струму, визначається за формулою

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} \cdot e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}. \quad (5.29)$$

Рисунок 5.16

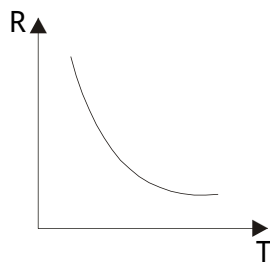


Рисунок 5.17

Провідність набагато менша ніж в металі. Графічно ця залежність може бути представлена лінійною (рис. 5.16), якщо відкладати по вертикалі $\ln \sigma$, а по горизонталі – величину, обернену до температури. За нахилом прямої можна визначити $\Delta E = 2k \cdot \text{tg} \alpha$.

Опір різко спадає з підвищенням температури (рис. 5.17).

В металах кількість електронів провідності велика і стала. Вони заважають один одному при збільшенні амплітуди коливання іонів у вузлах ґратки

(температури). В напівпровідниках електронів провідності дуже мало, і провідність фактично пропорційна кількості електронів провідності, що подолали заборонену зону. Тому провідність напівпровідників різко зростає з температурою. Ця властивість напівпровідників використовується в термісторах – датчиках температури.

Переваги термісторів – висока точність (0,005 K), безінерційність, малі розміри, мале споживання струму.

При високих температурах ($T > 10^4$ K) всі електрони з верхніх рівнів зони валентності переходять в зону провідності і напівпровідник наближається до металу.

Явище власної провідності (**n-p**-провідності) можна здійснити не тільки підвищенням температури, але й освітленням (внутрішній фотоефект), рентгенівськими променями, бомбардуванням елементарними частинками.

5.4.4 Домішкова провідність

Провідність напівпровідників, зумовлена домішками, називається **домішковою провідністю**, а самі напівпровідники – **домішковими напівпровідниками**.

Домішки – це атоми сторонніх елементів, які дифундують в кристалі. Наявність домішок, навіть в мізерних кількостях (10^{-6} %), різко змінює електропровідність напівпровідника. Наприклад, при додаванні до кремнію 10^{-3} % бору провідність збільшується в 1000 разів.

Велике значення має валентність домішки. Найбільш розповсюдженими напівпровідниками є германій (Ge) з валентністю 4 і кремній (Si) з валентністю 4. Кристалічна ґратка така, як в алмазу.

Кожний атом має чотирьох сусідів. З кожним сусідом –ковалентні зв'язки (попарно валентні електрони) (рис. 5,18, а). Вільних носіїв заряду нема.

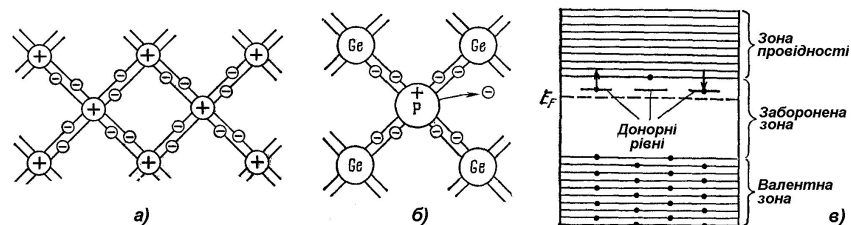


Рисунок 5.18

Введемо домішку фосфору P з валентністю 5. При заміщенні атома германію в одному з вузлів кристалічної ґратки атомом фосфору (рис. 5.18, б), чотири валентних електрони утворили ковалентні зв'язки з сусідами, а п'ятий валентний електрон виявився зайвим, вільним. Цей електрон не порушує ковалентних зв'язків, не утворює "дірки". З точки зору зонної теорії введення домішки спотворює електричне поле в кристалі, що призводить до виникнення в забороненій зоні енергетичного рівня домішки Д (домішковий рівень). Цей рівень розташований близько до зони провідності ($\Delta E_D = 0,015 \text{ eV}$ для германію-фосфору) (рис. 5.18, в). Енергії теплового руху достатньо для переходу електрона з домішкового рівня на нижній рівень провідності.

Таким чином, **в напівпровідниках з домішками, що мають валентність більшу на одиницю від валентності основних атомів, носіями струму є електрони, а провідність – електронна (n-типу).**

Домішки, що є джерелом електронів, мають назву **донорів**, а енергетичний рівень домішки – **донорного рівня** (донор – той, що дає).

Якщо ж атом кремнію замінити тривалентним бором (В), то один зв'язок з чотирьох не буде заповнений. Четвертий електрон може бути загарбаний від сусіднього атома, де відповідно утвориться дірка (рис. 5.19, а). Послідовне заповнення дірок електронами еквівалентне рухові дірок в напівпровіднику, тобто дірки переміщуються в кристалічній ґратці, як вільні позитивні заряди.

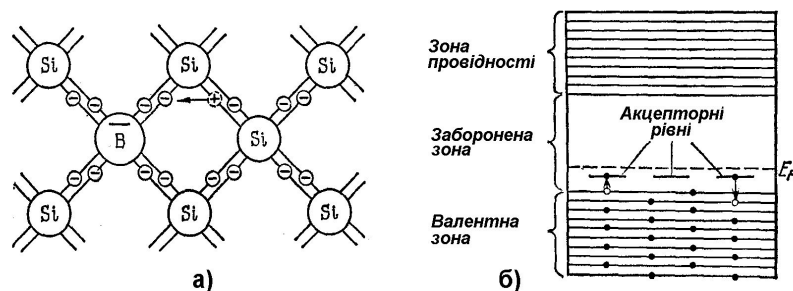


Рисунок 5.19

За зонною теорією введення тривалентної домішки в кристал кремнію призводить до утворення в забороненій зоні домішкового рівня А, не зайнятого електронами (для бору $\Delta E_A = 0,08 \text{ eV}$). Рівень розташований близько до валентної зони, і на нього може перейти електрон з валентної зони навіть при низьких температурах. Цей електрон не бере участі в провідності. Носіями струму є дірки, що виникли в валентній зоні.

Таким чином, в напівпровідниках з домішками, валентність яких менша на одиницю від валентності основних атомів (*Ge*), носіями струму є дірки, виникає діркова провідність (*p*-типу). Напівпровідники такого типу мають назву *діркових напівпровідників (p-типу)*. Домішки, що захоплюють електрони, мають назву *акцепторів* (загарбників), а додаткові домішкові енергетичні рівні (рис. 5.19, б) – *акцепторних рівнів*.

Чисті напівпровідники мають власну провідність *n*- і *p*-типу, домішкові напівпровідники можуть мати або електронну провідність *n*-типу (домішки з більшою валентністю *P, As*), або діркову провідність *p*-типу (домішки з меншою валентністю *B, In*).

5.4.5 Контакт напівпровідників *n*- і *p*-типу. Напівпровідниковий діод. Випрямлячі

Якщо дірковий і електронний напівпровідники привести в контакт, то електрони з *n*-напівпровідника переходять в *p*-напівпровідник, а дірки переміщуються в зворотному напрямі. При цьому на границі виникає електричне поле напруженістю, напрямленою від напівпровідника *n*-типу до *p*-типу (рис. 5.20, а), виникне контактна різниця потенціалів. Такий контакт називається *n-p*-переходом і утворюється спіканням двох чистих напівпровідників (*Ge*, *P*) при температурі $t \approx 500^\circ\text{C}$. Прикладемо зовнішнє поле так, щоб потенціал напівпровідника *p*-типу був вищий, ніж потенціал напівпровідника *n*-типу (рис. 5.20, б). Тоді електрони і дірки будуть рухатися до границі переходу і там рекомбінувати, забезпечуючи струм через *n-p*-перехід. Цей напрям називається *пропускним*.

Рисунок 5.20

При зворотному напрямі зовнішнього електричного поля (рис. 5.20 в) електрони і дірки відтягуються від границі *n-p*-переходу, утворюючи запірний шар, в якому немає вільних зарядів. Електричний струм через контакт не проходить. Цей напрям називається *запірним*.

Таким чином, на контакті *n-p*-напівпровідників буде одностороння провідність. *n-p*-перехід еквівалентний дії двоелектродної лампи-діода. Тому напівпровідниковий пристрій з *n-p*-переходом називають напівпровідниковим діодом і використовують для випрямлення змінного електричного струму (рис. 5.21, а).

Вольт-амперна характеристика напівпровідникового діода має вигляд, як на рис. 5.21, б. Характеристика такого кристалічного діода – коефіцієнт випрямлення α

$$\alpha = \frac{I_{\text{прям}}}{I_{\text{зворот}}}, \quad (5.30)$$

де $U = \text{const}$.

Коефіцієнт випрямлення напівпровідникового діода чисельно дорівнює відношенню прямого струму до зворотного (запінного) при однаковій напрузі обох струмів. Прямий струм більший за зворотний в тисячі разів (10^3).

При великих напругах відбувається пробій діода і зворотний струм різко зростає.

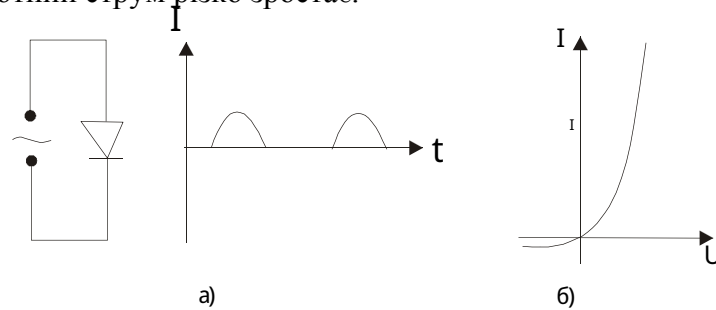


Рисунок 5.21

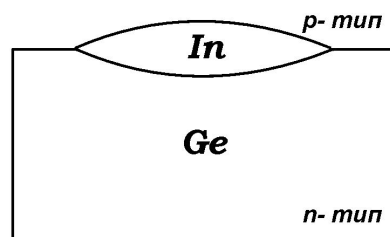


Рисунок 5.22

Технологія виготовлення діода може бути зрозуміла на прикладі *Ge* і *In*. На кристал германію накладається “таблетка” індію, і система нагрівається до температури 500°C в атмосфері інертного газу, а потім повільно охолоджується. Германій –

n-типу, індій – *p*-типу (рис. 5.22). Найбільш розповсюджені діоди міднозакисні, германієво-індієві, селенові, карбід-

кремнієві. Сучасні діоди мають різну потужність (струм від мікроамперів до десятків амперів) і різну робочу напругу.

5.4.6 Транзистори

Подвійний ***n-p-n*** або ***p-n-p*** перехід використовується для підсилення змінної напруги, для генерації коливань. Цей пристрій має назву ***транзистора***, або ***напівпровідникового три-ода***. Такий пристрій діє як вакуумна електронна лампа з сіткою. В основі дії транзистора (від transfer – перетворювати і resistor – опір) лежить ефект, відкритий в 1948 р. американськими фізиками Джоном Бардіним і Уолтером Браттейном і незалежно від них У. Шоклі (Нобелівська премія). Можливі інші варіанти *p-n* переходів, наприклад, ***n-p-n-p*** перехід

Для виготовлення транзисторів використовується германій і кремній, тому що вони характеризуються більшою механічною міцністю, хімічною стійкістю і рухомістю носіїв струму. Напівпровідникові транзистори діляться на точкові і площинні. Перші значно підсилюють напругу, але мають малі вихідні потужності, другі мають велику потужність. Розглянемо принцип дії площинного транзистора з ***n-p-n*** переходом. Практично це досягається наплавленням індію на тонку пластинку ($d = 0,1$ мм) з германію з двох площин. Транзистор вкладається в коло за схемою (рис. 5.23, а). Робочі електроди – база (в центрі) і прилеглі до неї ліворуч – емітер, праворуч – колектор приєднуються до постійної зміщуючої напруги E_e (батарея емітера) і E_k (батарея колектора). Батарея колектора має більшу напругу і підключається в зворотному напрямі до ***p-n*** переходу база-колектор. Вхідна змінна напруга $U_{вх}$ подається на вхідний опір ($R_{вх}$). Підсилена напруга $U_{вих}$ знімається з вихідного опору ($R_{вих}$). На переході емітер-база електрони провідності рухаються в прямому напрямі від емітера на базу. Товщина бази дуже мала ($d = 0,1$ мм), тому електрони за інерцією пролітають всю базу і дифундують в запірний шар *p-n* переходу, який включений в зворотному напрямі і в якому

немає носіїв заряду. Ці електрони підхоплюються більш сильним електричним полем база-колектор і забезпечують струм в контурі база-колектор (цей струм буде таким же, як у вхідному колі). Опір $R_{вих}$ набагато більший, ніж $R_{вх}$, тому спад напруги на виході буде більший, ніж на вході. Транзистор підсилює змінну напругу.

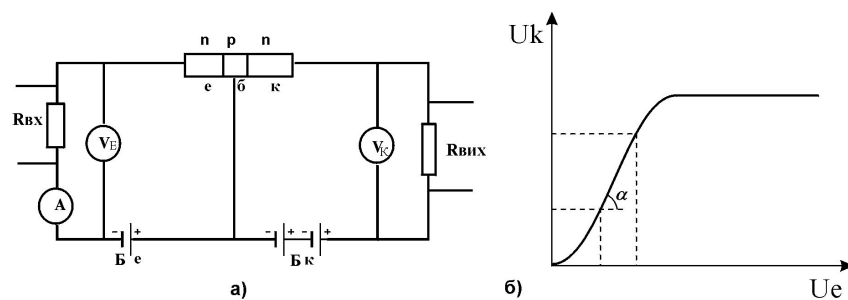


Рисунок 5.23

$$U_{вих} = I \cdot R_{вих}$$

Робоча характеристика транзистора (рис. 5.23, б) будується в координатах: напруга емітера – горизонтальна вісь, напруга колектора – вертикальна вісь. Коефіцієнт підсилення транзистора k визначається з графіка, як крутизна робочої характеристики, тангенс кута нахилу робочої характеристики (прямолінійна ділянка позначена пунктиром)

$$k = \frac{\Delta U_k}{\Delta U_e}, \quad (5.31)$$

де ΔU_k – зміна напруги на колекторі; ΔU_e – зміна напруги на емітері.

Величина підсилення може досягати 10000. Транзистор може підсилювати потужність за рахунок джерела батареї колектора (B_k). Існують інші типи транзисторів й інші схеми їх включення.

5.5 Електричний струм в суцільному середовищі

Суцільним середовищем називають систему матеріальних точок, які можуть вільно переміщуватись одна відносно одної.

До суцільних середовищ відносять рідини, гази, електронно-позитронну плазму, сильно розрідженні гази (вакуум).

5.5.1 Електропровідність рідин

Електропровідність рідин (за виключенням рідких і розплавлених металів) не є електронною. Чисті рідини, а також водні розчини органічних речовин не пропускають електричного струму.

Розчини неорганічних речовин ($NaCl$, CH_2SO_4 і т.д.) у воді створюють помітну електропровідність (іонну). Ці речовини мають назву **електролітів**. Носіями електричного струму в розчині є іони – заряджені атоми або молекули. Іони з'являються в розчині внаслідок електролітичної дисоціації (розпад молекул на частини під дією молекул розчинника). Один із іонів набуває надлишковий від'ємний заряд за рахунок захоплення електрона одним з атомів (від'ємний іон хлору в кам'яній солі $NaCl$) і втрачає його другим атомом (додатний іон натрію).

Під дією електричного поля іони приходять у впорядкований рух і, підходячи до електрода, віддають надлишковий заряд, перетворюючись в нейтральні атоми. Ці атоми осідають на електроді. Явище відкладання речовини на електроді під дією електричного струму в електролітах називають **електролізом**. В техніці за допомогою електролізу одержують чисті метали (Al , Ni , Co , Cu) з розчинів або розплавів. Це явище має назву **електрокристалізації (рафінування)** і використовується в електрометалургії.

Техніка одержання тонких (1-50 мкм) шарів електролітичних покриттів, міцно зв'язаних з поверхнею з метою підвищення декоративності, зносостійкості, корозійної стійкості, твердості та інших властивостей, складає предмет гальваностегії. Техніка одержання відносно товстих шарів, що є точними копіями різних предметів (типографських кліше, матриць для штамповки, скульптури і т.ін.), складає предмет гальванопластики.

Металевий осад на катоді при електролізі (електрокристалізації) може бути сипким порошком (для одержання металокераміки), щільним блискучим шаром, що складається з багатьох маленьких кристалів або навіть монокристалів металу. Характер осаду залежить від концентрації розчину, густини струму, поверхнево-активних речовин, температури. Наприклад, порошкоподібний осад одержують при великій густині струму, великій в'язкості розчину і за наявності поверхнево-активних речовин.

Закони Фарадея

Фарадей експериментально довів, що маса виділеної речовини при електролізі пов'язана з величиною електричного струму I , часом його протікання t співвідношенням (закон Фарадея)

$$m = k I t, \quad (5.32)$$

де k – електрохімічний еквівалент; m – маса речовини, що відкладалась на електроді; $I t = q$ – заряд, що пройшов через розчин (розплав).

Електрохімічний еквівалент можна виразити через молярну масу іона μ , валентність Z , заряд електрона e і число Авогадро N_A . З таких міркувань одновалентний іон переносить заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, один моль складається з N_A іонів, тому при перенесенні маси, рівної одному молю, переноситься заряд $q = e N_A Z$ і виділиться на електроді маса $m = \mu$. Закон Фарадея в цьому випадку запишеться так: $\mu = k e N_A Z$, звідки

$$k = \frac{\mu}{e N_A Z}. \quad (5.33)$$

Величину $e N_A = F$ називають **числом Фарадея**. Число Фарадея чисельно дорівнює заряду, який треба пропустити

через електроліт, щоб на електроді виділилась маса речовини, рівна чисельно μ/Z . Число Фарадея

$$F = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 6,02 \cdot 10^{23} = 96500 \text{ (Кл/моль)}.$$

Закон Фарадея (5.32) набуде вигляду

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{\mu}{Z} \cdot I \cdot t. \quad (5.32')$$

Густина струму в електроліті дорівнює геометричній сумі густин струмів додатних і від'ємних іонів $j = j_+ + j_-$, причому густина струмів може бути виражена через швидкість відповідних іонів (5.5)

$$j_+ = q_+ n_{0+} v_+, \quad j_- = q_- n_{0-} v_- ,$$

де $|q_+| = |q_-| = e \cdot z$, $n_{0+} = n_{0-}$, v_+ і v_- – відповідно заряди, концентрації і середні швидкості впорядкованого руху додатних і від'ємних іонів, z – валентність іонів.

Швидкість дрейфу пропорційна напруженості електричного поля

$$v_+ = u_+ \cdot E, \quad v_- = u_- \cdot E ,$$

де u_+ і u_- – рухливості іонів.

Рухливість іона дорівнює відношенню швидкості v його дрейфу в електричному полі до напруженості поля E .

Враховуючи ці залежності, закон Ома для електроліта запишеться так:

$$j = e \cdot z_+ \cdot \alpha n_0 \cdot (u_+ + u_-) \cdot E, \quad (5.34)$$

де $\alpha n_0 = n_+$, α – коефіцієнт дисоціації. Вираз

$$e \cdot z_+ \cdot \alpha n_0 \cdot (u_+ + u_-) = \frac{1}{\rho} = \sigma ,$$

де ρ – питомий опір, σ – питома провідність.

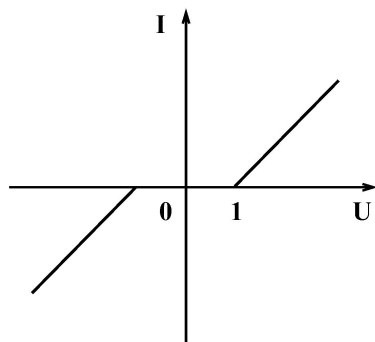


Рисунок 5.24

Для електrolітів справедливий закон Ома в слабких полях (рухливість іонів не залежить від напруженості). Але для електrolітичної ванни в цілому (включаючи і електроди) закон Ома не виконується, тому що на межі метал-розчин виникають стрибки потенціалу. Тому вольтамперна характеристика ванни в цілому дає злам

(рис. 5.24).

Якщо в розчині присутні різні іони (ділянка 01), їм відповідають різні стрибки потенціалу на характеристиці, то можна так підібрати напругу, що буде виділятися лише один тип іонів – це має промислове значення. Стрибки потенціалів на електродах використовують в гальванічних елементах.

Впорядкований рух іона в електричному полі утруднюється внаслідок взаємодії з диполями розчинника, що оточують його. Тому рухливість іонів ($u_+ = 3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$) значно поступається рухливості електронів провідності в металі. Концентрація іонів зазвичай невелика порівняно з концентрацією електронів в металі. Електронна провідність σ електrolітів суттєво менша провідності металів і не перевищує $\sigma = 10^2 \div 10^3 \text{ м/Ом}$.

При підвищенні температури електrolіта впорядкована орієнтація диполів розчинника погіршується внаслідок безладного руху молекул, рухливість іонів і провідність розчинника збільшується.

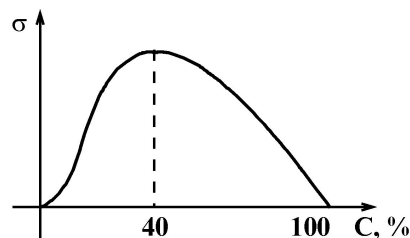


Рисунок 5.25

Залежність питомої електропровідності від концентрації при незмінній

температурі має максимум при певній концентрації (рис. 5.25).

При твердненні розчину питома провідність падає в тисячі разів, а при застиганні металів питома провідність майже не змінюється.

5.5.2 Електропровідність газів

На відміну від рідин, де носіями зарядів є позитивні і негативні іони, в газі процеси ускладнюються тим, що носіями можуть бути не тільки іони, але й вільні електрони. При кімнатних температурах газу є добрими діелектриками, складаються з нейтральних атомів і молекул. Проте нагрівання або освітлення короткими хвилями (ультрафіолетовими або рентгенівськими променями), бомбардування α -, β -, γ -частинками (тобто наявність зовнішнього іонізатора) створює помітну іонізацію, тобто відрив електронів від атомів. **Стабільний зовнішній іонізатор щосекунди передає газу однакову енергію, тобто створює щосекунди однакову кількість іонів, має постійну потужність.** Це явище відрізняється від диссоціації в рідинах. Для відриву електрона від атома необхідно виконати роботу іонізації A_i . Роботу іонізації можна характеризувати за допомогою потенціалу іонізації.

Потенціалом іонізації ϕ називають ту різницю потенціалів, яку повинен пройти електрон в прискорюючому електричному полі для того, щоб збільшення його енергії дорівнювало роботі іонізації

$$A_i = e\phi_i. \quad (5.35)$$

В електричному полі іони газу і вирвані електрони прискорюються і набирають енергії $\Delta E = qU$. Коли енергія іона або електрона перевищить роботу іонізації, то при зіткненні з нейтральним атомом відбудеться ударна іонізація, або вторинна іонізація. Робота іонізації складає 4-25 еВ. Одночасно з іонізацією газу в його об'ємі відбувається рекомбінація іонів в нейтральні молекули. Додатні іони і

електрони після зустрічі утворюють знову нейтральні молекули. Чим більше іонів утворюється під дією іонізатора, тим інтенсивніше йде процес рекомбінації. Між цими двома процесами встановлюється динамічна рівновага, після чого число іонів в одиниці об'єму газу більше не змінюється. Атмосферне повітря постійно знаходиться під впливом випромінювань радіоактивних речовин, що містяться в земній корі, а також під дією космічних променів, тому в ньому завжди маємо деяку кількість іонів і вільних електронів. Проходження струму в газах під дією напруги має назву розряду. Розряди в газах поділяються на самостійні і несамостійні.

Несамостійний газовий розряд

Газовий розряд, що відбувається під дією зовнішнього іонізатора називається несамостійним. Несамостійний газовий розряд не супроводжується свіченням, яке пов'язано з ударною іонізацією. Дослідимо залежність струму від напруги, для чого повітряний конденсатор приєднаємо до джерела струму через потенціометр (рис. 5.26).

Зовнішнім іонізатором може бути полум'я свічки, рентгенівські, ультрафіолетові промені та інше.

Вольт-амперна характеристика несамостійного газового розряду має вигляд (рис. 5.27).

При невеликих напругах (менше U_1) сила струму пропорційна напрузі (виконується закон Ома). При напрузі від U_1 до U_2 закон Ома порушується, бо при збільшенні напруги концентрація носіїв струму зменшується, а іонізатор, маючи сталу потужність, не встигає їх поповнювати. При напрузі більшій U_2 (але меншій U_3) всі іони, створені за одиницю часу іонізатором, беруть участь в розряді.

Струм не залежить від напруги і має стале значення (струм насичення). Струм насичення залежить від потужності іонізатора.

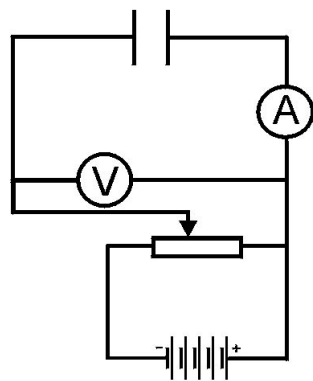


Рисунок 5.26

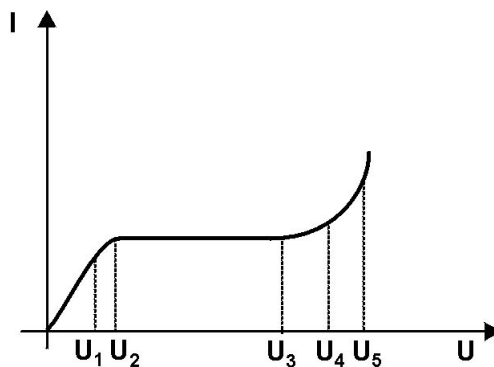


Рисунок 5.27

Струм насичення дорівнює сумі зарядів всіх іонів, що утворилися іонізатором за одну секунду

$$I_{на} = e \frac{N}{t}, \quad (5.35)$$

де e – заряд одновалентного іона; N – кількість зарядів, створена іонізатором; t – час.

Несамостійний розряд використовується в ядерній фізиці, техніці для реєстрації елементарних частинок в іонізаційній камері (напруга $U_1 - U_2$), лічильниках Гейгера-Мюллера (напруга $U_3 - U_4$), пропорційних лічильниках (напруга $U_4 - U_5$).

При напругах, більших U_3 , струм різко зростає внаслідок ударної іонізації, незалежної від зовнішнього іонізатора. Це – область самостійного газового розряду.

Самостійний газовий розряд

Самостійним газовим розрядом називається розряд, що зберігається при припиненні дії зовнішнього іонізатора. При великих напругах (напруженостях електричного поля) електрони і іони під час вільного пробігу (від зіткнення до зіткнення) набирають енергії, достатньої для іонізації

нейтрального атома, тобто вторинної іонізації (ударної іонізації). Під час удару замість одного електрона або іона утворюються два. Наступний удар ще раз подвоює кількість рухомих зарядів. Зростання іонів йде в геометричній прогресії: 2, 4, 8, 16... Тепер зовнішній іонізатор не відіграє ніякої ролі, бо число створюваних ним іонів мізерне порівняно з числом вторинних електронів та іонів. Електрони відновлюються при ударі іонів в катод, при взаємодії фотонів з катодом та інших процесів. В результаті за короткий час утвориться лавина електронів і іонів, які створюють неперервно зростаючий струм навіть при незмінній напрузі. Наступає пробій газового проміжку – газ стає провідником. Це явище супроводжується свіченням і звуковими ефектами, бо при ударах деякі нейтральні молекули переходять в збуджений стан (електрон в молекулі переходить на вищий енергетичний рівень) і при поверненні із стану збудження в звичайний стан молекула випромінює квант світла.

Критична напруженість електричного поля $E_{кр}$, при якій виникають лавини електронів і іонів (пробій газового проміжку), пропорційна тиску P газу, тобто

$$E_{кр} = c p, \quad (5.36)$$

де c – стала для конкретного газу.

При атмосферному тиску ударна іонізація виникає при напруженості електричного поля порядку $E_{кр} = 3 \cdot 10^6$ В/м.

Залежно від тиску газу, конфігурації електродів, параметрів зовнішнього електричного кола можна поділяти самостійні розряди на: **тліючий** (при низькому тиску),

іскровий (при напруженості $E = 3 \cdot 10^6$ В/м і атмосферному тиску),

дуговий (при малій напрузі і великому струмі), коронний (при напруженості $E = 3 \cdot 10^4$ В/м і неоднорідному полі поблизу електрода).

Всі типи розрядів мають велике технічне застосування.

Тліючий розряд застосовують в газосвітних лампах, лампах денного світла, для катодного напилення металів, в

стабілізаторах напруги, для одержання електронних та іонних пучків.

Іскровий розряд використовується для запалення горючої суміші в двигунах внутрішнього згоряння і запобігання електричних ліній передач від перенапруг (іскрові розрядники), для електроіскрової точної обробки металів (різання, свердлення), і для реєстрації заряджених частинок (іскрові лічильники).

Коронний розряд використовується в електрофільтрах для очищення промислових газів від домішок, для нанесення порошкових і лакофарбових покриттів. Коронний розряд має шкідливу дію в високовольних лініях електропередач, є джерелом радіоперешкод.

Дуговий розряд використовується для плавки сталі, ферросплавів, бронзи, одержання карбіду кальцію, оксиду азоту, для різання і зварювання металів, як джерело світла в прожекторах і проекційних апаратах, в ртутному випрямлячі, який перетворює змінний електричний струм в струм постійного напрямку.

5.5.3 Струм у вакуумі

У вакуумі відсутні вільні заряди. Для створення струму в вакуумі необхідне джерело зарядів. Джерело вільних зарядів створюється на одному з електродів (катоді). Випромінювання (виривання) електронів із катода має назву **емісії**.

Термоелектронна емісія

Якщо надати електронам в металі енергії, необхідної для виходу з поверхні металу в вакуум (див. розділ 5.3.1 про роботу виходу), то спостерігається явище виривання електронів, або електронної емісії. Залежно від способу надання електронам енергії розрізняють термоелектронну, фотоелектронну, вторинну електронну і автоелектронну емісію.

Термоелектронною емісією називається виривання електронів нагрітими металами. Навіть при кімнатних температурах в металі є достатня кількість електронів провідності, які можуть виконати роботу виходу (згідно з розподілом Максвелла). З підвищенням температури кількість

електронів з великим значенням енергії (що перевищує роботу виходу) зростає. Коло поверхні металу утвориться електронна хмарка. Це явище відкрив Т.Едісон (американський винахідник).

Фотоелектронна емісія, або **зовнішній фотоэффект**, – це явище виривання електронів з речовини під дією світла.

Вторинна електронна емісія – виривання електронів з поверхні металу в вакуумі швидкими електронами, прискореними електричним полем. Явище вторинної електронної емісії використовується у помножувачах для багатократного підсилення слабких електричних струмів.

Автоелектронною, або **холодною емісією**, називається виривання електронів з металу електричним полем, яке виконує роботу виходу

$$A_e = e \Delta \varphi .$$

Струм у вакуумі

Якщо в скляній трубці створити високий вакуум (10^{-8} Па) або розріджений газ (щоб електрони при своєму русі в трубці не стикались з молекулами газу) і прикласти напругу між впаєними катодом і анодом, то струму не буде. Необхідна емісія електронів з катода. Для створення термоелектронної емісії катод нагрівається електричним струмом, що пропускається безпосередньо через нитку катода або посередньо через розжарення катода (рис. 5.28).

Якщо до катода (К) приєднати плюс батареї (Б), то струму теж не буде. Приєднаємо плюс батареї до анода, мінус – до катода, ввімкнемо розжарення катода. Навколо катода утвориться електронна хмарка і з'явиться струм. Внаслідок динамічної рівноваги кількість електронів, які вилітають з катода, дорівнює кількості електронів, які повертаються до металу катода. Чим вища температура, тим більше електронів в хмарці. Вольфрамові катоди треба нагрівати до температури 2300°C . Для зменшення температури розжарення катода, при тій же кількості електронів в електронній хмарці катод покривають оксидами лужноземельних металів барію, цезію, стронцію. Такі катоди називають оксидними. Температура розжарення їх 800°C .

Залежність струму від напруги між катодом і анодом (вольт-амперна характеристика) приведена на рис. 5.29 при двох сталих температурах катода ($T_1 > T_2$).

При невеликих анодних напругах ($U < U_n$) струм зростає із збільшенням напруги за законом Богуславського-Ленгмюра

$$I_a = \sqrt{U_a^3}, \quad (5.37)$$

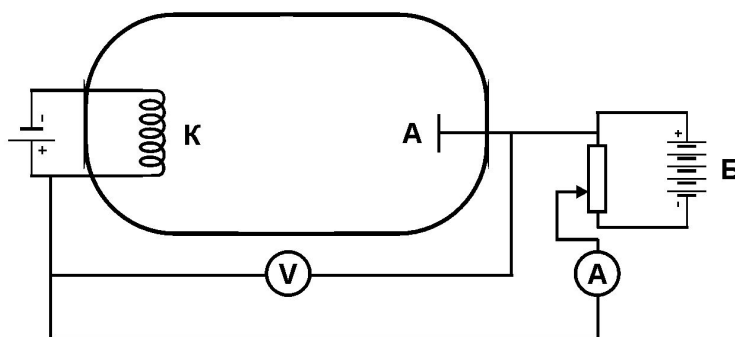


Рисунок 5.28

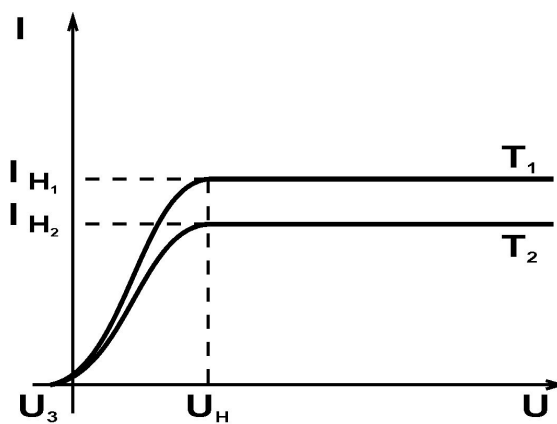


Рисунок 5.29

де U_a , I_a – анодні напруга та струм, α – константа, що характеризує розміри і форму електродів і не залежить від температури катода. Цей закон має назву закону **"трьох других"**.

При подальшому збільшенні анодної напруги анодний струм досягає сталого значення I_n (насичення). При цьому всі електрони, що вириваються щосекунди з катода, досягають анода. З підвищенням температури катода кількість електронів, що вириваються щосекунди з катода зростає, що відповідає збільшенню струму насичення.

Дуже слабенький струм спостерігається навіть при від'ємній напрузі U_z , яку можуть подолати швидкі електрони. Густина струму насичення j_n обчислюється за формулою Річардсона-Дешмана

$$j_n = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}}, \quad (5.38)$$

де A – робота виходу електрона з металу; T – абсолютна температура катода; k – стала Больцмана; B – емісійна стала, що залежить від матеріалу катода і стану його поверхні.

Конструктивно катод виконується у вигляді нитки, а анод – циліндра, по осі якого розміщено катод.

Явище проходження струму в розріджених газах (вакуумі) застосовується в електронних лампах, діодах, тріодах, пентодах і т.ін., рентгенівських трубках, електронних мікроскопах, електронних осцилографах, телевізорах. Електронні лампи використовують в електро- і радіотехніці, автоматиці, телемеханіці для випрямлення змінних струмів, підсилення електричних сигналів, генерації електромагнітних коливань.

Плазма

Плазма – четвертий агрегатний стан речовини, який найчастіше зустрічається у Всесвіті.

Плазма – це сильно іонізований газ, в якому густина позитивних і негативних зарядів практично однакова. Розрізняють *високотемпературну плазму*, що виникає при надвисоких температурах (Сонце, зірки), і *газорозрядну*

плазму, що виникає при газовому розряді. Плазмою є міжзорковий газ Всесвіту, зовнішній шар земної атмосфери – іоносфера і звичайне полум'я.

Якісним критерієм відмінності слабо іонізованого газу від плазми є наявність місцевих флуктуацій нейтральності. Якщо розміри областей з порушенням нейтральності середовища співрозмірні з об'ємом іонізованого середовища – то це слабо іонізований газ, а не плазма. Розмір області зарядової некомпенсованості називають **дебаєвським радіусом екранування D** , тобто таку відстань, на якій відбувається екранування кулонівського поля будь-якого заряду плазми. Дебаєвський радіус, або довжина Дебая-Хюккеля, залежить від концентрації зарядів n , абсолютної температури T

$$D = \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0 kT}{ne^2}}, \quad (5.39)$$

де e – заряд електрона; k – стала Больцмана; ϵ_0 – електрична стала; ϵ – діелектрична проникність середовища.

Таким чином, плазма – це іонізований газ, для якого дебаєвський радіус екранування значно менший лінійних розмірів об'єму, що займає газ.

Плазма характеризується **ступенем іонізації** – відношенням числа іонізованих частинок до повного їх числа в одиниці об'єму плазми:

слабо іонізована плазма – $\alpha \approx 0,1\%$,

помірно іонізована – $\alpha \approx 1\%$,

повністю іонізована – α близько до 100%.

Ізотермічна плазма, або **рівноважна високотемпературна плазма**, має частинки різного знаку з рівними середніми кінетичними енергіями. Температура досягає десятків мільйонів градусів.

Газорозрядна плазма стійка тільки за наявності електричного поля.

Плазма має такі властивості:

1. Висока ступінь іонізації;

2. Концентрація додатних і від'ємних зарядів в плазми практично однакова;

3. Велика електропровідність;

4. Сильна взаємодія з електричним і магнітними полями.

Високотемпературна плазма із дейтерію і тритію застосовується в термоядерному синтезі.

Низькотемпературна плазма ($T < 10^5$ К)

застосовується в газових лазерах, термоелектронних перетворювачах і магнітогідродинамічних генераторах (МГД-генераторах) – установках для безпосереднього перетворення теплової енергії в електричну, в плазменних ракетних двигунах, для різання і зварювання металів, для одержання деяких хімічних з'єднань (галогенідів інертних газів).

6 Електромагнетизм

6.1 Магнітне поле

Постійні магніти мають два різноіменних полюси: північний – N і південний – S. Одноіменні полюси відштовхуються, різноіменні – притягуються. У зв'язку з цим постійні магніти справляють орієнтуючу дію на розміщену поблизу магнітну стрілку, що може вільно обертатись навколо вістря (рис. 6.1).

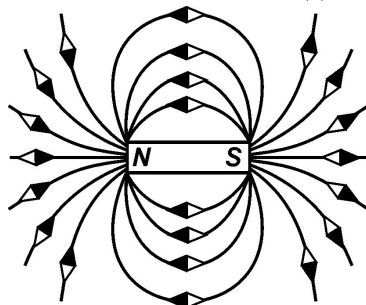


Рисунок 6.1



Рисунок 6.2

Дослідження напряму орієнтації таких магнітних стрілок в різних точках земної кулі привели до висновку про існування магнітного поля Землі. Таку магнітну стрілку – компас винайшли вперше у Китаї і з того часу використовують для орієнтації. Магнітні полюси Землі не співпадають з її географічними полюсами

(рис. 6.2), причому положення магнітних полюсів з плином часу повільно змінюється.

Датський вчений Ерстед в 1820 році вперше виявив зв'язок між магнітними і електричними явищами. Якщо магнітну стрілку на вістрі розмістити біля провідника зі струмом, то вона встановиться певним чином (рис. 6.3), тобто електричний струм (рухомий заряд) справляє на неї таку саму силову дію, як і постійний магніт. В просторі, що оточує струми і постійні магніти, виникає силове поле – **магнітне**

поле. Індикатором магнітного поля є магнітна стрілка або контур зі струмом. Напрямок північного кінця магнітної стрілки прийнято за напрям магнітного поля. Магнітне поле,

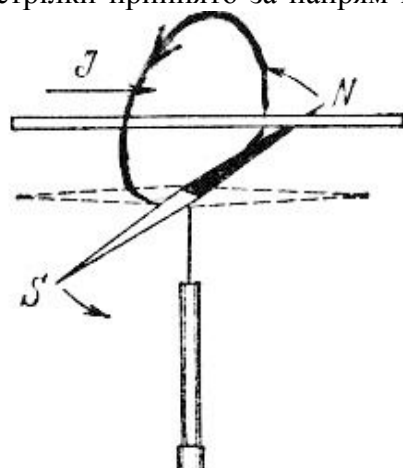


Рисунок 6.3

так само як і електростатичне, графічно зображується силовими лініями.

Силову лінію магнітного поля – це лінія, дотична до якої в кожній точці співпадає з напрямом магнітної стрілки. Магнітне поле навколо провідника зі струмом напрямлене по колу, віссю якого є провідник, в площині, перпендикулярній до напрямку струму. Напрямок магнітного поля навколо провідника зі струмом визначається за правилом **правого гвинта**.

Якщо поступальний рух гвинта співпадає з напрямом струму, то обертальний рух головки гвинта співпадає з напрямом силових ліній магнітного поля, створеного цим струмом.

Магнітне поле виникає не тільки навколо провідника зі струмом, але і навколо рухомого заряду (наприклад, навколо електронного пучка в осцилографі). Саме рух зарядів призводить до появи магнітного поля. Нерухомий заряд створює електростатичне поле навколо себе і не створює магнітного поля. Чим більша швидкість рухомих зарядів – тим сильніше магнітне поле вони створюють. Таким чином, магнітне поле створюється рухомим зарядом незалежно від того, рухається він в провіднику, чи рухається в просторі.

Електростатичне і магнітне поле мають суттєві відмінності:

1. Нерухомі заряди не взаємодіють з магнітами, а рухомі заряди – взаємодіють. Нерухомі заряди не створюють магнітного поля, а рухомі – створюють.

2. Силкові магнітні лінії замкнені. Вони виходять з північного полюса, входять в південний і продовжуються всередині магніту (рис. 6.1). Навколо провідника з струмом магнітні силкові лінії мають вигляд кола. Магнітні силкові лінії охоплюють електричні струми, тобто зчеплені з ними. Магнітне поле вихрове, соленоїдальне (рис. 6.3). Електростатичні силкові лінії починаються на додатних і закінчуються на від'ємних зарядах, тобто розімкнені. Електростатичне поле потенціальне. Еквіпотенціальні лінії охоплюють заряди.

3. В магніті не можна розділити полюси. Електричні заряди (в диполі) можна розділити.

4. Електростатичне поле властиве тільки нерухомим зарядам, але діє на нерухомі і рухомі заряди. Магнітне поле властиве постійним магнітам, електричним струмам, рухомим зарядам (потік електронів, протонів, альфа-частинок, іонів). Магнітне поле діє тільки на рухомі заряди.

Повна аналогія між магнітними полями полюсових магнітів і соленоїдів дала змогу видатному французькому фізику А.Амперу (1821-1822) висловити гіпотезу про те, що магнітні властивості постійних магнітів зумовлені існуючими в них мікрострумами. Будова речовини в той час була в початковій стадії. Гіпотеза Ампера була блискуче підтверджена через 100 років і лягла в основу сучасних уявлень про магнітні властивості речовини. В кожному атомі електрони, обертаючись навколо додатного ядра, створюють круговий гіпотетичний струм, а значить і магнітне поле. Магнітні поля окремих атомів створюють постійне магнітне поле магнетика, яке особливо помітно проявляється в ферромагнетиках – постійних магнітах.

Таким чином, магнітне поле породжується рухомими зарядами.

6.2 Закон Ампера. Індукція магнітного поля

Ампер експериментально встановив закон, згідно з яким на провідник зі струмом, вміщений в магнітне поле, діє сила, пропорційна величині струму I , довжині провідника L та величині магнітного поля (рис. 6.4)

$$F_A \sim I L B \quad (6.1)$$

При наближенні провідника зі струмом до полюса магніта величина сили Ампера, що відхиляє його, збільшується, при віддаленні – зменшується.

Для характеристики величини магнітного поля вводять векторну величину B – індукцію магнітного поля.

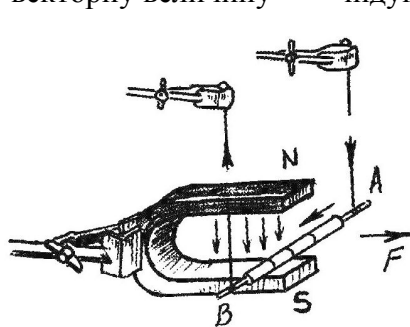


Рисунок 6.4

Індукція магнітного поля

B – силова характеристика магнітного поля, так само як напруженість E – електростатичного поля. Напрямок індукції магнітного поля співпадає з напрямом північного полюса магнітної стрілки. **Силові лінії** – це лінії індукції магнітного поля. Індукція магнітного поля B залежить від середовища, в якому є магнітне поле.

Закон Ампера у векторному вигляді запишемо так:

$$dF_A = I [dL, B] \quad (6.2)$$

де dL – вектор-елемент провідника, який має напрям струму;
 B – індукція магнітного поля; I – величина струму.

Сила Ампера дорівнює добутку величини струму на векторний добуток елемента струму на індукцію магнітного поля.

Векторний добуток – це такий вектор, який перпендикулярний до кожного з векторів добутку і визначається за правилом правого гвинта.

В фізиці прийнято визначати напрям сили Ампера за правилом лівої руки.

Якщо поставити ліву руку так, щоб силові лінії магнітного поля входили в долоню (повернути долоню до

північного полюса) витягнуті пальці співпадали з напрямом струму, то відігнутий великий палець покаже напрям сили Ампера (рис. 6.4).

Модуль сили Ампера визначається за формулою

$$|dF_A| = I dL B \sin \alpha, \quad (6.3)$$

де α – кут між напрямом елемента провідника і індукції магнітного поля. Максимальне значення сили буде при $\alpha = 90^\circ$.

6.2.1 Індукція магнітного поля

Величину індукції магнітного поля можна визначити із закону Ампера

$$B = \frac{F_{max}}{IL}. \quad (6.4)$$

Магнітна індукція визначається величиною максимальної сили, що діє на одиничний елемент струму $IL = 1$ (довжина провідника $L = 1$ м, величина струму дорівнює одиниці $I = 1$ А).

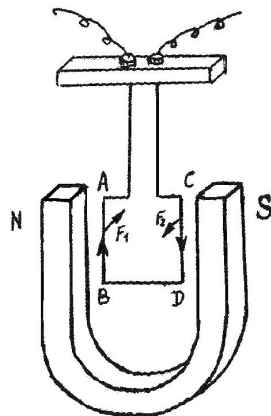


Рисунок 6.5

Одиниця вимірювання магнітної індукції в міжнародній

$$[B] = \frac{H}{A} = \text{Тл}$$

системі СІ (тесла); в системі СГСМ індукція вимірюється

в гауссах $1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}$.

Можна дати означення індукції магнітного поля B через момент сили M , що діє на рамку зі струмом в магнітному полі (рис. 6.5). На одну сторону рамки буде діяти сила Ампера “до нас”, на другу – “від нас”. Діє пара сил, яка створює момент сили. Максимальний момент

$$M_{\max} = aF_{\max} = I S B = p_m B, \quad (6.5)$$

де $a l = S$ – площа рамки; $M = I S [n, B] = p_m \times B$, де n – орт-нормаль до рамки, a – ширина рамки, l – довжина рамки.

Добуток $I S = p_m$ називають **магнітним моментом**.

Магнітний момент p_m дорівнює добутку струму на площу рамки.

Вектор магнітного моменту $p_m = I S n$. 3 (6.5)
визначимо $|B| = |M_{\max}| / |p_m|$.

Індукція магнітного поля чисельно дорівнює максимальному моменту сил, що діють на рамку зі струмом в магнітному полі, якщо магнітний момент рамки p_m дорівнює одиниці.

Контур встановлюється позитивною нормаллю в напрямі вектора індукції магнітного поля B . Позитивна нормаль визначається за правилом гвинта при обході контура зі струмом.

При накладанні магнітних полів індукція магнітного поля B згідно з законом суперпозиції додається векторно, за правилом паралелограма або трикутника для двох векторів.

6.2.2 Напруженість магнітного поля

Крім індукції магнітного поля B , користуються другою характеристикою магнітного поля, яка не залежить від середовища, – напруженістю магнітного поля H . Напруженість магнітного поля – векторна величина, виражається в СІ в A/m , в СГСМ – в ерстедах $1 A/m = 4\pi \cdot 10^{-3}$ ерстед. H відрізняється від B у вакуумі на сталий множник

$$B_0 = \mu_0 H_0,$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала.

В речовині індукція магнітного поля більша в μ разів, ніж у вакуумі (μ – відносна магнітна проникність речовини)

$$B = \mu B_0 = \mu_0 \mu H \quad (6.6)$$

6.3 Магнітний потік

Магнітне поле можна графічно зображати у вигляді силових ліній вектора B . Там, де густіші лінії, – індукція магнітного поля більша. Через одиницю поверхні проводимо число ліній індукції, чисельно рівне величині B . Тоді повне число силових ліній через довільну площу S нормально до неї визначить потік магнітної індукції Φ через цю площу, як добуток B на S . Якщо силові лінії під кутом α до нормалі, то домножимо на $\cos \alpha$ (рис. 6.6)

$$\Phi = S B n; \quad \Phi = BS \cos \alpha, \quad (6.7)$$

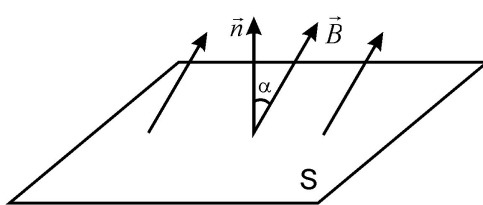


Рисунок 6.6

де n – одиничний вектор нормалі; B – індукція магнітного поля; S – площа, яку пронизують силові магнітні лінії; α – кут між нормаллю до поверхні і вектором індукції магнітного поля B .

Магнітний потік Φ – скаляр, одиниця вимірювання в системі СІ $[\Phi] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вб}$ (Вебер); в СГСМ – Максвелл ($1 \text{ Вб} = 10^8$ Максвелл). В загальному випадку, коли вектор

індукції B є функцією від площі контура, магнітний потік

$$\Phi_B = \int_S B_n dS = \int_S B \cdot n dS$$

 через контур визначається

Магнітний потік через контур дорівнює інтегралу по контуру S від скалярного добутку індукції B на нормаль n по площі S .

6.3.1 Теорема Гаусса для магнітного поля

Лінії магнітної індукції (напруженості) завжди замкнені. Магнітне поле має вихровий характер: лінії магнітної індукції виходять з північного полюса і входять в південний (рис. 6.1), але магнітні силові лінії не обриваються на полюсах. Було встановлено, що всередині магнітів існує магнітне поле, аналогічне полю соленоїда. Силові магнітні лінії всередині магніту є продовженням магнітних силових ліній ззовні магніту. Тому який би замкнений контур ми не взяли, кількість силових ліній, що входять в нього, дорівнює кількості силових ліній, що виходять з контура, а їх сума дорівнює нулю. Це фізичний зміст теорему Гаусса.

Потік вектора індукції через довільну замкнену поверхню дорівнює нулю

$$\oint_S B dS = \oint_S B_n dS = 0 \quad (6.7')$$

6.4 Закон Біо-Савара-Лапласа

Французькі вчені Ж.Біо і Ф.Савар провели у 1920 р. дослідження магнітних полів навколо провідників зі струмами. Результати цих дослідів були узагальнені французьким математиком і фізиком П.Лапласом, який дав остаточну формулу для розрахунку елементарної індукції магнітного поля dB , створеної елементом струму.

В провіднику, по якому протікає струм I (рис. 6.7), виберемо довільний елемент провідника $d\vec{l}$. Для визначення елементарної індукції (напруженості) магнітного поля $\vec{B}$ в довільній точці A , створеній тільки елементом $d\vec{l}$, користуються законом Біо-Савара-Лапласа

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l}\sin\alpha}{r^2}, \quad dH = \frac{1}{4\pi} \frac{Id\vec{l}\sin\alpha}{r^2}, \quad (6.8)$$

де r – радіус-вектор точки A ; α – кут між $d\vec{l}$ і r ; $d\vec{l}$ – елемент провідника зі струмом, має напрям струму; μ_0 – магнітна стала; μ – відносна магнітна проникність

Вектор індукції $d\vec{B}$ (модуль), створений нескінченно малим елементом струму, прямо пропорційний добутку величини цього елемента $I \cdot d\vec{l}$ на синус кута, утвореного між елементом і радіусом-вектором r , проведеним в дану точку (A), і обернено пропорційний квадрату цього радіуса.

Вектор індукції $d\vec{B}$ знаходимо із закону Біо-Савара-Лапласа у векторній формі

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I(d\vec{l} \times \vec{r})}{|\vec{r}|^3} \quad (6.8')$$

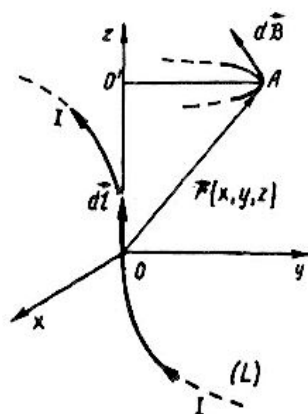


Рисунок 6.7

Вектор індукції перпендикулярний до площини, в якій лежать вектори $d\vec{l}$ і r , і визначається за правилом правого гвинта. Напрямок обертання головки гвинта дає напрям $d\vec{B}$, якщо поступальний рух гвинта відповідає напрямку елемента провідника. Таким

чином, кожний провідник зі струмом створює в навколишньому просторі магнітне поле.

Електричний струм являє собою впорядкований рух електричних зарядів. Тому можна стверджувати, що будь-який рухомий у вакуумі чи середовищі заряд створює навколо себе магнітне поле. Величина індукції магнітного поля рухомого заряду може бути обчислена за формулою Біо-Савара-Лапласа, застосованою до зарядів в провіднику. Струм

$$I = \frac{edN}{dt},$$

де e – заряд електрона; dN – кількість зарядів в провіднику; dt – час.

Підставимо це значення I у формулу Лапласа

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I d\vec{l} \sin \alpha}{r^2} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{edN \frac{d\vec{l}}{dt} \sin \alpha}{r^2}.$$

Але $d\vec{l}/dt = v$ це швидкість зарядів, тому індукція магнітного поля, що створюється одним зарядом e , дорівнює

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{ev \sin \alpha}{r^2}, \quad (6.8'')$$

де e – додатний елементарний заряд; v – швидкість руху заряду; α – кут між напрямом швидкості і радіусом-вектором r в точці, в якій ми шукаємо індукцію магнітного поля.

За принципом суперпозиції **магнітне поле, створене декількома елементами струму, дорівнює векторній сумі магнітних полів, створених кожним елементом струму**. Для знаходження індукції магнітного поля, створеного провідником струму в деякій точці, розбивають цей провідник на елементи провідника $d\vec{l}$ і знаходять інтеграл від усіх елементів по всій довжині провідника

$$\vec{B} = \int \vec{dB} = \int \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{|\vec{r}|^3}, \quad (6.9)$$

де $r = f(d)$.

Розрахунок характеристик магнітного поля за приведеними формулами досить складний. Для деяких симетричних провідників з струмом формула Біо-Савара-Лапласа дає змогу досить просто розрахувати конкретні магнітні поля.

6.4.1 Магнітне поле в центрі кругового провідника

В круговому провіднику (рис. 6.8) струм протікає проти годинникової стрілки. Всі елементи провідника $d\vec{\ell}$ створюють індукцію магнітного поля в центрі (т. O) за законом Біо-Савара-Лапласа в напрямі нормалі вправо. Тому додавання

векторів $d\vec{B}$ можна замінити додаванням їх модулів $B = \sum d\vec{B}$.

Всі елементи провідника – елементарні дуги, перпендикулярні до радіуса кола, тому $\sin \alpha = 1$ і згідно з (6.8)

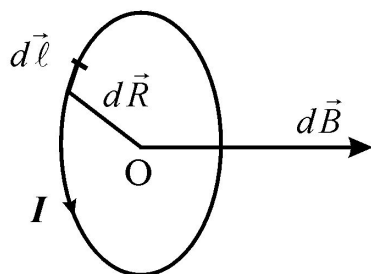


Рисунок 6.8

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I d\ell}{R^2},$$

де R – радіус сталий для всіх елементів; I – струм сталий для всіх елементів; $d\ell$ – елемент провідника має межі від 0 до $2\pi R$.

Повна індукція магнітного поля в т. O визначається інтегралом

$$B = \int dB = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I dl}{R^2} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu\mu_0 I}{2R} \Rightarrow \quad (6.10)$$

$$\Rightarrow H = \frac{I}{2R}. \quad (6.10')$$

Таким чином, індукція магнітного поля в центрі кругового струму прямо пропорційна струму і обернено пропорційна діаметру кола. Напрямок індукції в центрі кругового струму визначається за правилом правого гвинта: якщо головку гвинта повертати в напрямі струму, то поступальний рух гвинта співпадає з напрямом індукції магнітного поля.

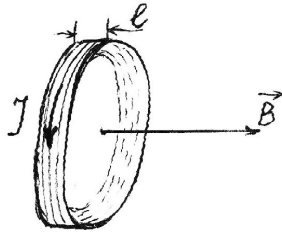


Рисунок 6.9

Котушка з струмом (рис. 6.9) (довжина l значно менша діаметра), яка має N витків, створює магнітне поле в центрі

$$B = \frac{\mu \mu_0 I N}{2R} \quad (6.11)$$

Задача

Визначити напруженість магнітного поля на осі кругового струму $I = 5 \text{ A}$ на відстані $a = 4 \text{ см}$ від площини витка радіусом $R = 3 \text{ см}$ (рис. 6.10).

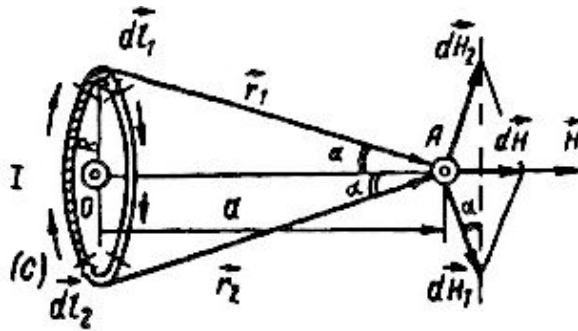


Рисунок 6.10

Розв'язок

Кожний елемент витка M створює в т. A напруженість dH_M . Кожна пара протилежних елементів витка дає

рівнодійну вздовж осі AO . Сума всіх елементарних напруженостей додається алгебраїчно. Знайдемо рівнодійну напруженостей пари протилежних елементів витка M і N за законом Біо-Савара-Лапласа

$$|dH_N| = |dH_M| = \frac{I dl \sin 90^\circ}{4\pi (a^2 + R^2)^{3/2}}$$

З подібних трикутників (з гострим кутом α) маємо пропорцію

$$\frac{\sqrt{a^2 + R^2}}{dH_N} = \frac{dH}{2R} = \frac{a}{dH_\perp} \Rightarrow dH = H_N \frac{2R}{\sqrt{a^2 + R^2}} = \frac{I 2R dl}{(\sqrt{a^2 + R^2})^3 4\pi}$$

Інтегрування проводимо за $d\varphi$ з межами від 0 до πR , бо додаються рівнодійні пар елементів з протилежних половин

$$H = \int_0^{\pi R} \frac{I \cdot 2R d\varphi}{2\sqrt{(a^2 + R^2)^3}} = \frac{I R^2}{2\sqrt{(a^2 + R^2)^3}} \quad (6.12)$$

Підставимо

$$H = \frac{5 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot \sqrt{(3^2 + 4^2)^3} \cdot 10^{-4}} = \frac{5 \cdot 9}{2 \cdot 5^3} = \frac{9}{50} = 0,18 \text{ А/м}$$

$$[H] = \frac{\text{А} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^3} = \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

Перевіримо розмірність:

6.4.2 Магнітне поле навколо прямолінійного провідника зі струмом

Прямолінійний провідник MN зі струмом I створює в довільній точці A магнітне поле. Відстань (по нормалі) від точки A до провідника позначимо буквою a , α – кут між елементом струму dl і радіусом-вектором r , введемо кут φ між радіусом-вектором і відстанню від точки A до провідника (рис. 6.11).

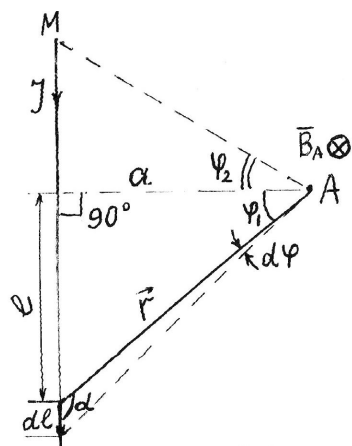


Рисунок 6.11

Виразимо всі змінні величини через кут φ і відстань a :

$$\sin \alpha = \cos \varphi, \quad (6.13)$$

$$l = a \cdot \tan \varphi \Rightarrow dl = \frac{a \cdot d\varphi}{\cos^2 \varphi}, \quad (6.14)$$

$$r = \frac{a}{\cos \varphi}. \quad (6.15)$$

За законом Біо-Савара-Ла-

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2} -$$

пла

елементарні індукції dB_i , створювані окремими елементами струму, паралельні між собою (перпендикулярно до площини рисунка, до нас), і тому додаються модулі.

Якщо індукція магнітного поля в т.А створюється відрізком провідника MN зі струмом I , то величина B обраховується, як інтеграл від окремих елементів з межами від φ_1 до φ_2 .

Підставимо значення величин, користуючись (6.13)-(6.15).

$$\begin{aligned} B_A = \int dB &= \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\cos \varphi \cdot a d\varphi \cdot \cos^2 \varphi}{a^2 \cos^2 \varphi} = \\ &= \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \cos \varphi d\varphi = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1). \end{aligned} \quad (6.16)$$

Якщо ж провід необмежено довгий, то межі

інтегрування стають рівними $\varphi_1 = -\frac{\pi}{2}$, $\varphi_2 = +\frac{\pi}{2}$, і тоді

$$B_A = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a}. \quad (6.17)$$

Індукція магнітного поля B , створеного в довільній точці A нескінченним прямолінійним провідником прямо пропорційна струму I і обернено пропорційна відстані a від точки A до провідника.

6.5 Взаємодія двох паралельних провідників з струмом. Визначення одиниці величини струму Ампера

Розглянемо два паралельних нескінченних провідники зі струмами I_1 та I_2 (напрямок струмів вказаний на рис. 6.12). Відстань між провідниками a . Кожний з провідників створює магнітне поле в довільній точці простору, а значить, і в точках, де знаходиться другий провідник. Обчислюється магнітне поле B_1 за (6.17). Таким чином, другий провідник зі струмом I_2 знаходиться в магнітному полі індукцією B_1 , і тому на нього діє сила Ампера за (6.3). Напрямок сили Ампера вказаний на рис. 6.12 (за правилом лівої руки)

$$F_{A_2} = I_2 l B_1 \sin \alpha, \quad \alpha = 90^\circ$$

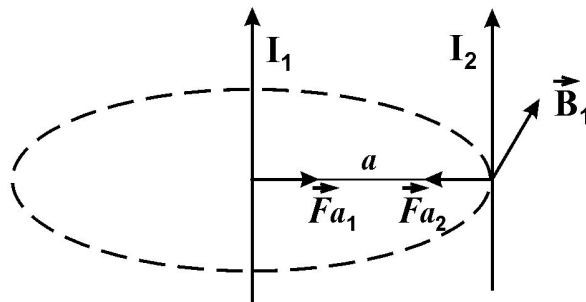


Рисунок 6.12

Підставимо значення величини B_1 за (6.17)

$$F_{A_2} = \frac{I_2 l \mu \mu_0 I_1}{2\pi \cdot a}, \quad (6.18)$$

де l – довжина провідника.

На другий провідник діє сила, напрямлена до першого провідника (рис. 6.12). Визначимо величину сили, що припадає на одиницю довжини другого провідника.

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu \mu_0 I_1 I_2}{2\pi \cdot a}. \quad (6.19)$$

За третім законом Ньютона така сама за модулем сила буде діяти на перший провідник. Це легко довести, проводячи аналогічні розрахунки для магнітного поля B_2 другого провідника і силу Ампера, що діє на перший провідник.

Два паралельні провідники зі струмом одного напрямку притягаються один до одного з силою, що діє на кожну одиницю довжини, пропорційну добутку величин струмів і обернено пропорційну відстані між провідниками.

В разі протилежного спрямування струмів виникає сила відштовхування, але за величиною вона так само визначається за формулою (6.19).

Виходячи з закону Ампера про взаємодію паралельних струмів, дається означення одиниці струму в міжнародній системі одиниць – ампер.

За одиницю величини струму в СІ прийнятий Ампер (А) – величина такого постійного струму, при проходженні якого по двох паралельних прямолінійних провідниках нескінченної довжини малого поперечного перерізу в вакуумі на відстані 1 м один від одного сила електромагнітної взаємодії між провідниками дорівнює $2 \cdot 10^{-7}$ Н на кожний метр довжини.

6.6 Дія магнітного поля на рухомий заряд. Сила Лоренца

При дії постійного магніта чи котушки зі струмом на електронний промінь в осцилографі бачимо його відхилення, так само як відхиляється провідник із струмом в магнітному полі. Це веде до думки, що силова дія на провідник з струмом

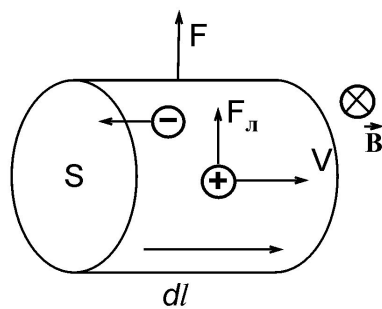


Рисунок 6.13

(закон Ампера) пояснюється дією магнітного поля на рухомі в провіднику заряди, а провідник відхиляється внаслідок взаємодії цих зарядів з кристалічною ґраткою.

Розглянемо елементарний провідник з струмом I довжиною dl , поперечним перерізом S в магнітному полі індукцією B (рис. 6.13).

Струм I означає, що через поперечний переріз S за час dt проходить заряд

$$dq = e dN, \quad I = \frac{edN}{dt}, \quad (6.20)$$

де e – додатний елементарний заряд; dN – кількість зарядів, що проходять за час dt відстань dl в провіднику.

На цей елемент струму в магнітному полі B , напрямленому від нас, буде діяти сила Ампера: напрям сили – вгору, її модуль визначається за формулою $dF = I dl B \sin \alpha$.

Підставимо в неї значення I

$$dF = \frac{e \cdot \partial N \cdot \partial l}{\partial t} B \sin \alpha,$$

$\partial l / \partial t = v$ – швидкість руху зарядів, тому сила, що діє на ∂N рухомих зарядів в провіднику, дорівнює

$$dF = e dN v B \sin \alpha.$$

Сила, що діє на один рухомий заряд в магнітному полі, дорівнює

$$F_L = \frac{dF}{dN} = e v B \sin \alpha \quad (6.21)$$

Ця сила носить назву сили Лоренца. У векторному вигляді сила Лоренца дорівнює

$$\vec{F}_L = q [\vec{v}, \vec{B}], \quad (6.21')$$

де q – довільний заряд.

Сила Лоренца, що діє в магнітному полі на рухомий заряд, дорівнює добутку заряду на векторний добуток швидкості руху заряду на індукцію магнітного поля.

Напрямок сили Лоренца визначається за правилом векторного добутку, або за правилом лівої руки (для перпендикулярних $\vec{v}$ і $\vec{B}$).

Якщо ліву руку розмістити так, щоб силові магнітні лінії входили в долоню, витягнуті чотири пальці розташувати в напрямі швидкості руху позитивного заряду, то відігнутий великий палець покаже напрям сили Лоренца.

На електрон буде діяти сила Лоренца, напрям якої протилежний до напрямку дії на позитивний заряд.

Повна сила Лоренца, що діє на рухомий заряд в електричному і магнітному полі, визначається векторною сумою двох сил (електричною $q\vec{E}$ і магнітною $q[\vec{v}, \vec{B}]$)

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}], \quad (6.22)$$

де q – рухомий заряд; E – напруженість електричного поля, v – швидкість руху заряду; B – індукція магнітного поля.

Сила Лоренца (магнітна) напрямлена перпендикулярно до швидкості заряду, тому вона змінює тільки напрям швидкості, є доцентровою силою і призводить до кругового руху частинки. Сила Лоренца (магнітна) не змінює модуля

швидкості і тому в постійному магнітному полі не виконує роботи над рухомою зарядженою частинкою, не змінює кінетичної енергії частинки.

6.6.1 Застосування сили Лоренца. Рух заряджених частинок в магнітному полі

Розглянемо закономірності руху зарядженої частинки у зовнішньому магнітному полі, коли електричне поле відсутнє. Сила Лоренца є доцентровою силою

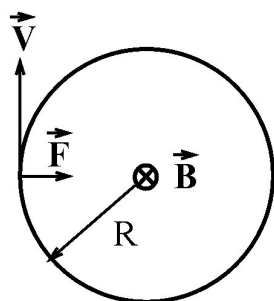


Рисунок 6.14

$$qvB \sin \alpha = \frac{mv^2}{R} \quad (6.23)$$

1. У випадку, коли швидкість руху частинки напрямлена вздовж магнітного поля ($\alpha = 0$), величина сили Лоренца дорівнює нулю, магнітне поле на частинку не діє, і вона рухається прямолінійно і рівномірно.

2. Якщо частинка рухається перпендикулярно до напрямку магнітної індукції ($\alpha = \pi/2$),

$\sin \alpha = 1$, величина сили Лоренца буде мати стале значення. Частинка буде рухатись по колу радіусом R (рис. 6.14).

3. У випадку, коли швидкість руху частинки напрямлена під довільним кутом α до вектора магнітної індукції, частинка рухається по гвинтовій лінії. Коли індукція магнітного поля змінюється за величиною, радіус гвинтової лінії теж змінюється.

Дія сили Лоренца на рухомі заряди використовується в осцилографах, телевізорах, для електричного та магнітного фокусування електронного пучка, в прискорювачах, мас-спектрометрах, магнітогідродинамічних генераторах та при ефекті Хола.

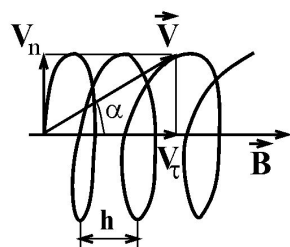


Рисунок 6.15

Задача

Визначити період обертання електрона, радіус і крок спіралі траєкторії електрона, що рухається з швидкістю $v = 2 \cdot 10^5$ м/с в магнітному полі індукцією $B = 0,05$ Тл, якщо магнітне поле

напрявлене під кутом 30° до швидкості. $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Розв'язок

Розкладемо швидкість на дві складові: перпендикулярну до B (v_n) і паралельну до B (v_τ).

Перпендикулярна складова швидкості створює доцентрову силу, що обертає частинку по колу $v_n = v \sin \alpha$ (рис. 6.15).

Паралельна складова швидкості $v_\tau = v \cos \alpha$ напрямлена вздовж магнітного поля і тому не створює сили Лоренца, а тільки зміщує частинку вздовж осі обертання. Крок гвинтової лінії h визначається відстанню, яку пролетить частинка вздовж осі B за той час, коли зробить повний оберт.

З рівності (6.23) визначаємо радіус кола, по якому рухається частинка

$$qv \sin \alpha = \frac{mv^2 \sin^2 \alpha}{R} \Rightarrow R = \frac{mv \sin \alpha}{qB};$$

$$R = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,05} = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

Період обертання частинки T , тобто час, за який вона зробить повний оберт, визначається

$$T = \frac{l}{v_n} = \frac{2\pi R}{v_n} = \frac{2\pi m v \sin \alpha}{qB v \sin \alpha} = \frac{2\pi m}{qB} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,05} = 7 \cdot 10^{-10} \text{ с.} \quad (6.25)$$

За той час, що частинка зробить повний оберт, вона зміститься вздовж напрямку B на величину h . Для визначення кроку гвинтової лінії треба складову швидкості v_τ домножити на період обертання частинки (6.26)

$$h = v_\tau T = v \cos \alpha \frac{m2\pi}{qB} = \frac{2\pi m v}{qB} \cos \alpha ;$$

$$v_\tau = v \cos \alpha ;$$

$$h = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot \sqrt{3}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,05 \cdot 2} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

6.6.2 Прискорювачі елементарних частинок

Прискорювачі потрібні в ядерній і атомній фізиці.

Прискорювачами заряджених частинок називаються пристрої, в яких під дією електричних і магнітних полів створюються і керуються пучки високоенергетичних заряджених частинок (електронів, протонів, мезонів тощо). Принцип дії прискорювачів оснований на дії сили Лоренца.

За формою траєкторії і механізмом прискорення прискорювачі поділяються на лінійні, циклічні і індукційні.

Лінійний прискорювач. Прискорення частинок здійснюється електростатичним полем. В електричному полі на частинку діє електрична складова сили Лоренца $F_L = qE$. Частинка набирає енергію $W = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, проходячи різницю

по-тенціальів $(\varphi_1 - \varphi_2) \approx 10^6$ В. Траєкторія частинки
прямолінійна.

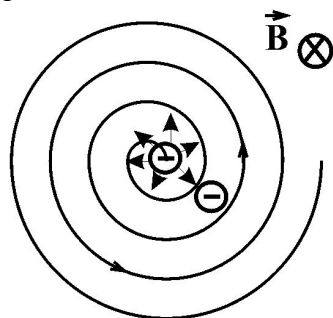


Рисунок 6.16

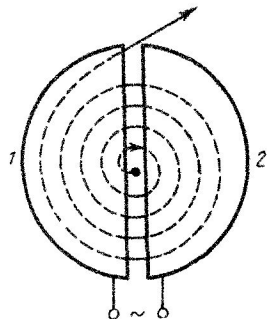


Рисунок 6.17

Бетатрон – циклічний індукційний прискорювач електронів. Електрони, що вибиваються з розжареного електрода в центрі, під дією магнітного поля (на них діє сила Лоренца) рухаються по колу прискорено (рис. 6.16). При збільшенні магнітного поля внаслідок явища електромагнітної індукції виникає вихрове індукційне електричне поле, яке збільшує швидкість руху електронів (див. далі п. 7.4). Величина сили Лоренца при цьому зростає, і електрони втримуються на тій самій круговій орбіті. Електрони в бетатроні прискорюються до енергій 100 MeV.

Циклотрон – циклічний резонансний прискорювач важких частинок (іонів, протонів). Між полюсами

електромагніта (рис. 6.17) розташована вакуумна камера, яка має два електроди у вигляді порожніх металічних напівциліндрів (дуантів). Між ними прикладається змінне електричне поле. Магнітне поле однорідне, перпендикулярне площині дуантів. Якщо заряджену частинку ввести в центр, то вона під дією сили Лоренца буде рухатись по колу і перетинатиме простір між дуантами, де діє електричне поле.

Під дією електричної складової сили Лоренца $F_L = qE$ частинка прискорюється. Частота зміни електричного поля підбирається так, щоб при переході з одного дуанта в другий вона весь час прискорювалась. При збільшенні швидкості

частинки збільшується радіус кола, по якому вона рухається. Частинка рухається по спіралі, що розвертається.

При швидкостях частинок, близьких до швидкості світла застосовують додаткову синхронізацію прискорюючого електричного поля (фазотрон, синхротрон, синхрофазотрон).

6.6.3 Мас-спектрометр

Мас-спектрометри використовують для визначення маси заряджених частинок. Якщо заряджені частинки рухаються з постійною швидкістю v_0 (за величиною і напрямом) в поперечному магнітному полі B , то на них діє сила Лоренца, яка змушує рухатись по круговій траєкторії певного радіуса (рис. 6.18). В приладі вимірюються радіус траєкторії частинки і визначається відношення заряду до маси (питомий заряд) e/m .

$$ev_0B = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{v_0}{BR} \quad (6.27)$$

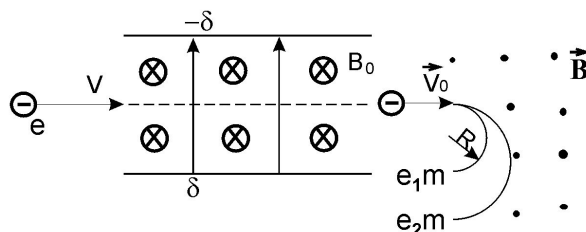


Рисунок 6.18

Якщо відомий заряд частинки e , то можна визначити

$$m = \frac{eBR}{v}$$

масу частинки

6.6.4 Магнітогідродинамічний генератор (МГДГ)

Якщо створити потік іонів обох знаків (в рідині або в газі) і пропустити його між полюсами магніту, то під дією сили Лоренца відбудеться поділ зарядів: додатні відхиляться в

один бік, від'ємні – в протилежний. Цей ефект покладено в основу роботи магнітогідродинамічного генератора (рис. 6.19). Джерелом іонів є плазма, полум'я, іонізатор. Потік іонів

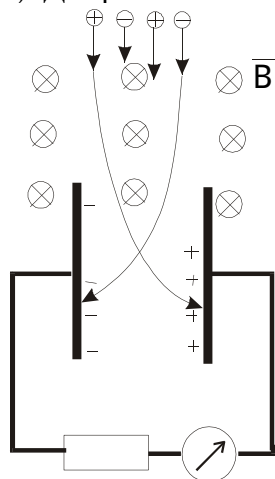


Рисунок 6.19

обох знаків створюється вентилятором, насосом і проганяється між полюсами магніту (індукція магнітного поля перпендикулярна швидкості руху іонів). Під дією сили Лоренца додатні іони відхиляються праворуч, а від'ємні – ліворуч. Іони віддають заряд металевим пластинам, перетворюються в нейтральні атоми, а заряджені пластини є джерелом електричного струму (ЕРС).

Магнітогідродинамічний генератор перетворює теплову енергію безпосередньо в електричну без додаткових механічних перетворювачів.

6.6.5 Ефект Холла

Ефект Холла (1879 р.) полягає у виникненні різниці потенціалів в металі чи напівпровіднику, перпендикулярної до струму і магнітного поля. Є.Холл (1855–1938) – американський вчений, фізик.

Розглянемо явища в провіднику (напівпровіднику) прямокутного перерізу (для спрощення). В круглому провіднику відбувається такий самий ефект, але обрахунки складніші.

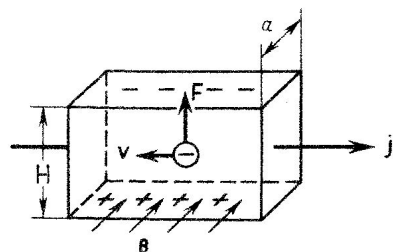


Рисунок 6.20

Висота пластинки h , ширина a , площа поперечного перерізу $S = ah$ (рис. 6.20). По пластинці протікає струм I зліва направо, магнітне поле B (однорідне) напрямлене від

нас. Додатні заряди під дією сили Лоренца будуть відхилятися до верхньої грані, нижня заряджається від'ємно. Цей процес буде відбуватись доти, доки сили індукованого електростатичного поля між верхньою і нижньою гранями не будуть рівні силі Лоренца, що діє на заряджені частинки. Встановиться динамічна рівновага. Додамо, що кут α між швидкістю носіїв струму і індукцією магнітного поля дорівнює 90° , а $\sin \alpha = 1$.

$$\left. \begin{aligned} F_L &= evB, \\ F_{el} &= eE = e \frac{U}{h}, \end{aligned} \right\}; \quad F_L = F_{el} \Rightarrow evB = e \frac{U}{h}, \quad (6.28)$$

де e – заряд носіїв струму; v – швидкість руху носіїв струму; B – індукція магнітного поля; U – різниця потенціалів між верхньою та нижньою гранями провідника; h – висота прямокутної пластини.

Враховуючи, що величина струму I залежить від швидкості руху носіїв: $I = nevS$, де n, e, v – концентрація, заряд і швидкість носіїв струму; $S = ha$ – поперечний переріз

провідника, знайдемо швидкість їх руху v , $v = \frac{I}{neS}$ і підставимо в формулу (6.28)

$$e \frac{I}{neS} B = e \frac{U}{h} \Rightarrow U = \frac{I B h}{neS} = \frac{I B}{nea}, \quad (6.29)$$

де I – струм в провіднику; B – індукція магнітного поля, перпендикулярного струмові; n, e – концентрація і заряд носіїв струму; a – ширина пластинки (в напрямі індукції магнітного поля).

$R = 1/ne$ – стала Холла, залежна від речовини. Тоді

$$U = \frac{I B}{a} R = j B h R, \quad (6.30)$$

де $j = I/S$ – густина струму.

Ефект Холла полягає в утворенні поперечної різниці потенціалів U в провіднику (напівпровіднику) зі струмом в перпендикулярному магнітному полі. Поперечна різниця потенціалів прямо пропорційна густині струму, індукції магнітного поля, висоті пластинки, сталій Холла, або напруга пропорційна струму I , індукції магнітного поля B , сталій Холла і обернено пропорційна ширині пластини a .

Ефект Холла використовується в датчиках Холла для визначення індукції магнітного поля B .

Ефект Холла – найбільш ефективний метод для вивчення енергетичного спектра носіїв заряду в металах і напівпровідниках.

Всі величини U, a, h, B, I можуть бути виміряні, тому стала Холла $R = 1/ne$ визначається з даних досліду. Це дає змогу визначити концентрацію носіїв, їх знак і рухомість

$$b = \frac{v_{\text{дрейфа}}}{E} \quad (6.31)$$

Відомо, що питома провідність

$$\gamma = \frac{1}{\rho} = ne b \quad (6.32)$$

де ρ – питомий опір; n – концентрація; e – заряд (електрона);

b – рухомість від'ємних носіїв заряду; $v_{\text{дрейфа}}$ – швидкість переміщення зарядів.

В напівпровідниках концентрація носіїв менше, ніж в металах. Тому для напівпровідників стала Холла набагато більша ніж в металах. Якщо струм створюється носіями різних знаків (додатні і від'ємні іони в газі, дірки і електрони в напівпровіднику), то ефект Холла зменшується, а у випадку, коли концентрація носіїв різних знаків однакова і рухомості зарядів однакові, ефект Холла відсутній, тому що зміщення зарядів обох знаків відбувається в один бік і різниці потенціалів не виникає.

Задача

Пластина напівпровідника n-типу товщиною $a = 0,2$ мм, перерізом $S = 1$ мм² знаходиться в магнітному полі, напрямленому вздовж a . Питомий опір напівпровідника $\rho = 10^{-5}$ Ом·м; індукція магнітного поля $B = 1$ Тл. Перпендикулярно полю вздовж пластини проходить струм $I = 0,1$ А. При цьому виникає поперечна різниця потенціалів $U = 3,25 \cdot 10^{-3}$ В. Визначити рухомість носіїв струму в напівпровіднику і швидкість дрейфу $v_{дрейфу}$.

Розв'язок

Рух дірок не враховуємо. Для визначення рухомості носіїв струму (електронів) необхідно скористатись залежністю

$$\frac{1}{\rho} = n e b \Rightarrow b = \frac{1}{\rho} \frac{1}{n e}.$$

Добуток $n \cdot e$ знаходимо з формули Холла для різниці потенціалів

$$U = \frac{I B}{n e a} \Rightarrow n e = \frac{I B}{U a},$$

$$b = \frac{U a}{I B \rho} = \frac{3,25 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 1 \cdot 10^{-5}} = 0,65 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}.$$

Для визначення швидкості дрейфу електронів скористаємось означенням рухомості

$$b = \frac{v_{др}}{E} \Rightarrow v_{др} = b \cdot E = b \frac{U}{h} = b \frac{U a}{h a} = b \frac{U a}{S};$$

$$v_{др} = 0,65 \cdot \frac{3,35 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}} = 0,38 \text{ м/с}.$$

6.7 Теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції. Закон повного струму

Циркуляцією вектора магнітної індукції по замкненому контуру називається інтеграл

$$\Gamma = \oint_{\square} B d \square = \oint_{\square} B_e d \square,$$

де dl – вектор елементарної довжини контура, напрямлений вздовж обходу контура; $B_e = B \cos \alpha$ – складова вектора B в напрямі дотичної до контура (з урахуванням вибраного напрямку обходу); α – кут між вектором B і dl .

Закон повного струму для магнітного поля в вакуумі (теорема про циркуляцію вектора B) полягає в наступному:

Циркуляція вектора B по довільному замкненому контуру рівна добутку магнітної сталої μ_0 на алгебраїчну суму струмів, охоплених цим контуром

$$\Gamma = \oint_{\square} B d \square = \oint_{\square} B_e d \square = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k, \quad (6.33)$$

де n – число провідників з струмами, охоплених контуром L довільної форми.

Кожний струм враховується стільки разів, скільки він охоплюється контуром. Додатним вважається струм, напрям

якого визначається за правилом правого гвинта за напрямом обходу контура. Наприклад, для системи струмів, зображених на

рис. 6.21, струм I_4 – від'ємний:

$$\sum_{k=1}^4 I_k = I_1 + 2I_2 - I_4 - 0 \cdot I_3$$

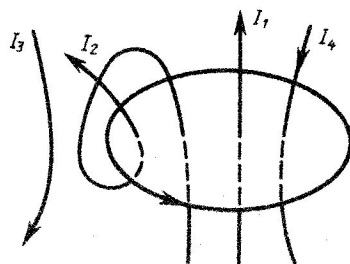


Рисунок 6.21

Струм I_3 не враховується, бо він не охоплюється контуром.

Продемонструємо справедливості теореми про циркуляцію вектора B на прикладі магнітного поля прямого струму I_1 , перпендикулярного площині сторінки і напрямленого до нас. Виберемо замкнений контур L у вигляді кола радіусом r , що охоплює цей струм (рис. 6.22). В кожній точці вектор B однаковий за модулем, напрямлений по дотичній до кола. За законом Біо-Савара-Лапласа у вакуумі

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \text{ Циркуляція вектора } B \text{ дорівнює}$$

$$\oint_{\square} B d\ell = \oint_{\square} B \cos \alpha d\ell = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I$$

Теорема про циркуляцію вектора B підтвердилась на цьому прикладі. Треба додати, що вона справедлива для контура будь-якої форми і має назву закону повного струму, бо дійсно справедлива для повного макроструму, охопленого контуром. В магнетик (речовині) повний струм буде складатись з макроструму і мікрострумів окремих атомів (молекулярних струмів). При застосуванні теореми

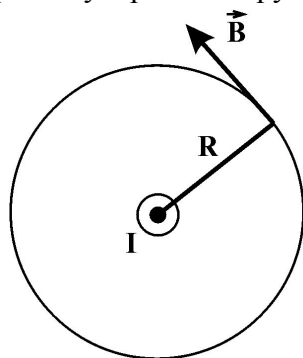


Рисунок 6.22

циркуляції вектора B до неоднорідних середовищ, до змінного електричного кола з розривом (конденсатором), повний струм буде включати і струм зміщення. Закон повного струму входить в систему рівнянь Максвелла про перетворення полів.

Теорему про циркуляцію можна сформулювати і для вектора напруженості магнітного поля

$$\Gamma = \oint_{\square} H d\ell = \sum_{i=1}^n I_i. \quad (6.33')$$

Циркуляція напруженості через замкнутий контур, що охоплює струми, дорівнює сумі струмів, які він охоплює.

Це твердження буде розтлумачено при розгляді розділу про магнетики.

6.8 Магнітне поле соленоїда і тороїда

Нагадаємо, що соленоїд – це довга котушка, в якій довжина набагато більше, ніж діаметр.

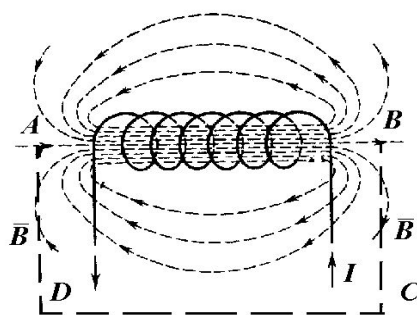


Рисунок 6.23

Обчислимо індукцію магнітного поля всередині соленоїда, скориставшись теоремою про циркуляцію вектора B .

Соленоїд довжиною l містить N витків, по ньому протікає струм I , $l > d$ (рис. 6.23). Дослід показує, що всередині соленоїда магнітне поле однорідне, ззовні магнітне поле неоднорідне і дуже слабе. Виберемо замкнутий

контур $ABCD$, який охоплює всі N витків соленоїда. Обчислимо циркуляцію B по цьому контуру

$$\oint_{ABCD} B dl = \int_{AB} B dl + \int_{BC} B dl + \int_{AD} B dl + \int_{DC} B dl$$

Індукція магнітного поля на ділянках AD і BC протилежна за напрямом і в силу симетрії однакова, тому

$$\int_{AD} B_l dl = - \int_{BC} B_l dl$$

Вибираємо сторону DC прямокутника достатньо далеко від соленоїда, тому індукція B на стороні DC практично дорівнює нулю, і тому

$$\oint_{DC} B_l dl = 0$$

Таким чином, циркуляція вектора B по замкненому контуру $ABCD$ дорівнює (магнітне поле всередині соленоїда однорідне)

$$\oint_{ABCD} B dl = \int_{AB} B_l dl = B \cdot AB = Bl$$

За теоремою про циркуляцію вектора B

$$\oint_{ABCD} B dl = \mu_0 IN \Rightarrow Bl = \mu_0 IN \Rightarrow B = \mu_0 I \frac{N}{l}$$

де B – індукція вздовж осі соленоїда; I – струм в соленоїді; $N/l = n_0$ – кількість витків на одиницю довжини соленоїда.

Остаточно, **індукція магнітного поля вздовж осі соленоїда в вакуумі дорівнює добутку магнітної сталості μ_0 на струм в соленоїді I та на кількість витків на одиниці довжини $n_0 = N/l$**

$$B_{\text{соленоїда}} = \mu_0 I n_0 \quad (6.34)$$

В соленоїді з осердям індукція магнітного поля збільшується в μ разів (μ – відносна магнітна проникність середовища).

$$B_{\text{соленоїда}} = \mu \mu_0 I n_0 \quad (6.34')$$

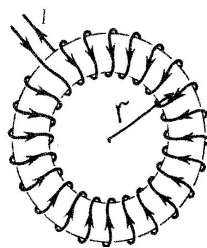


Рисунок 6.24

Тороїд – це кільцева котушка, витки якої намотані на осердя, що має форму тора (рис. 6.24).

Тороїд можна розглядати, як достатньо довгий соленоїд, зведений в кільце, і для розрахунку індукції магнітного поля в осерді користуватись формулою (6.34').

$$B_{\text{тороїда}} = \mu \mu_0 I \frac{N}{2\pi r} = \mu \mu_0 I n_0, \quad (6.35)$$

де μ – відносна магнітна проникність осердя; μ_0 – магнітна стала; I – струм в тороїді; N – кількість витків тороїда; r – радіус тороїда (не плутати з радіусом витка); n_0 – кількість витків на одиниці довжини.

Напруженість магнітного поля соленоїда і тороїда обчислюємо за формулою

$$H = I n_0. \quad (6.35')$$

7 Електромагнітна індукція

7.1 Явище виникнення індукційного струму. Ефект Фарадея

Англійський фізик Майкл Фарадей був прибічником ідеї Ампера про електродинамічну природу магнетизму. Він вважав, що між електричними і магнітними явищами існує тісний зв'язок. Ампер, Біо та інші з'ясували магнітну дію струму. Фарадей вважав, що якщо навколо провідника з струмом виникає магнітне поле, то природно очікувати зворотного явища – виникнення електричного струму в замкненому провіднику під дією магнітного поля. Тільки в 1831 році, після 10 років впертих пошуків, Фарадею вдалось, нарешті, розв'язати завдання, яке він поставив перед собою і здійснити експеримент, який мав величезне значення для подальшого розвитку фізики і техніки. Всього він провів 16041 дослід і кожний з них ретельно описав. Відкрите Фарадеєм явище **електромагнітної індукції** полягало в тому, що в замкненому провідному контурі при зміні потоку магнітної індукції Φ , охопленого цим контуром, виникає електричний струм, який одержав назву **індукційного**. Стале магнітне поле не викликає індукційного струму.

1. Класичний дослід Фарадея полягав в тому, що при наближенні постійного магніта до котушки, замкненої на гальванометр, стрілка гальванометра відхиляється (виникає індукційний струм) (рис. 7.1, а). При віддаленні магніту (вверх) стрілка гальванометра відхиляється в протилежний бік. Стрілка гальванометра буде відхилятися при нерухомому магніті і переміщенні відносно магніта котушки, а також при одночасному наближенні магніта і котушки.

Дослідним шляхом було встановлено, що

величина індукційного струму зовсім не залежить від способу зміни магнітного потоку Φ , що перетинає провідний контур, а визначається швидкістю зміни магнітного потоку.

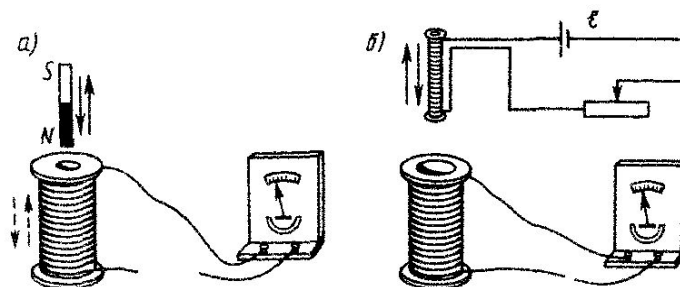


Рисунок 7.1

Модифікації дослідів можуть бути різними: магнітний потік можна змінювати переміщенням другої котушки з струмом відносно першої (рис. 7.1, б), вмиканням-вимиканням, зменшенням-збільшенням струму в другій котушці, внесенням в другу котушку залізного осердя тощо.

2. Важливо відзначити, що навіть в розімкнутому контурі при зміні магнітного потоку на кінцях провідників виникає різниця потенціалів. Якщо приєднати первинну котушку до електроскопа і змінювати магнітний потік, то спостерігається відхилення покажчика електроскопа.

3. Діелектрик при русі в магнітному полі поляризується.

7.2 Закон Фарадея-Максвелла.

Електрорушійна сила електромагнітної індукції. Правило Ленца

Узагальнюючи результати своїх багаточисельних дослідів, Фарадей прийшов до кількісного закону електромагнітної індукції і сформулював його у вигляді системи правил.

При всякій зміні зчепленого з контуром потоку магнітної індукції, в контурі виникає індукційний струм: виникнення індукційного струму вказує на наявність в колі сторонньої сили – електрорушійної сили індукції.

Математичну форму закону електромагнітної індукції (закон Фарадея) сформулював і вивів англійський вчений Максвелл.

Електрорушійна сила електромагнітної індукції дорівнює похідній за часом від магнітного потоку, що пронизує контур, незалежно від способу зміни магнітного потоку.

$$\varepsilon_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (7.1)$$

Знак “-” у формулі є математичним виразом правила Ленца – загального правила для знаходження напрямку індукційного струму. Ленц відкрив цей закон в 1833 році.

Правило Ленца. Індукційний струм в контурі має завжди такий напрям, щоб своїм магнітним полем перешкодити зміні магнітного потоку, що його викликає.

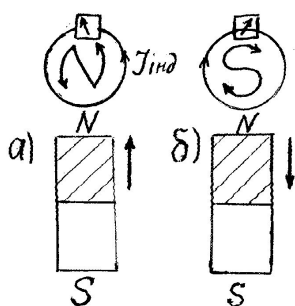


Рисунок 7.2

На рис. 7.2 наведено мнемонічне правило, за яким можна визначити напрям індукційного струму в контурі.

Випадок а). За правилом Ленца індукційний струм має такий напрям проти годинникової стрілки, щоб своїм магнітним полем перешкодити наближенню північного полюса магніта. В контурі з'являється на ближньому кінці той самий полюс N , який відштовхує полюс, що наближається. Це легко перевірити за правилом правого гвинта.

Випадок б). Індукційний струм за годинниковою стрілкою створює магнітне поле з південним полюсом S , що виникає на ближньому кінці контура, щоб перешкодити віддаленню північного N полюса магніту.

7.3 Виведення закону Фарадея-Максвелла

Закон електромагнітної індукції можна вивести з електронної точки зору і з закону збереження енергії.

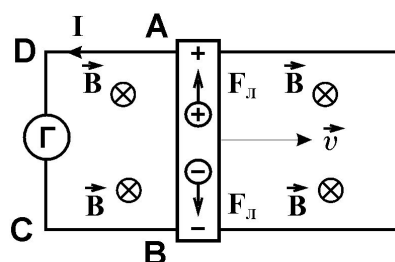


Рисунок 7.3

Розглянемо прямокутний контур-рамку з гальванометром і пересувною стороною (перемичкою) AB , розміщений в магнітному полі, перпендикулярному площині контура. Величина магнітної індукції B стала.

Вектор B напрямлений вниз (рис. 7.3). При

переміщенні сторони AB вправо площа контура збільшується, і тому зростає магнітний потік $d\Phi = B dS$, $dS = l dx$. Природа виникнення ЕРС електромагнітної індукції легко пояснюється дією на заряди сили Лоренца. При переміщенні перемички AB зі швидкістю v вправо всі додатні і від'ємні заряди в провіднику AB будуть рухатись з цією швидкістю в магнітному полі індукцією B . На них буде діяти сила Лоренца $F_L = evB$ ($v \perp B$ тому $\sin \alpha = 1$).

За правилом лівої руки на додатні заряди діє сила, напрямлена до точки B , на від'ємні – до точки A . Відбудеться розділення зарядів, і виникне різниця потенціалів, або ЕРС індукції на кінцях A і B , а в контурі $ABCD$ протікатиме індукційний струм.

7.3.1 Виведення закону електромагнітної індукції за Гельмгольцем

Згідно з законом збереження енергії елементарна механічна робота з переміщення провідника AB (рис. 7.3) дорівнює енергії електричного струму $dA = F dx$.

При рівномірному русі ми прикладаємо силу для подолання сили Ампера, яка діяла б на цей провідник при проходженні по ньому індукційного струму I

$$F_A = I l B \left(\sin \alpha = 1, l \perp B \right) \quad (7.2)$$

Тому $dA = I l B dx = I B dS = I d\Phi$.

Якщо повний опір контура R , то згідно з законом збереження енергії робота джерела струму (ЕРС) за час dt буде складатись з механічної роботи і ленц-джоулевого тепла $dQ = I^2 R dt$.

В нашому випадку джерело струму відсутнє, тому зліва буде нуль (сумарна енергія – величина стала).

$$0 = dA + dQ \Rightarrow I d\Phi + I^2 dt = 0, \quad (7.3)$$

$$I = - \frac{\left(\frac{d\Phi}{dt} \right)}{R} \quad (7.4)$$

Порівняємо цей вираз з законом Ома для замкненого

кола $I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{заг}}}$. Одержимо $\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$. В нашому випадку цією сторонньою силою є ЕРС електромагнітної індукції.

Електрорушійна сила електромагнітної індукції, що виникає в контурі при зміні магнітного поля, дорівнює похідній від магнітного потоку за часом, або швидкості зміни магнітного потоку, взятому із зворотним знаком.

7.3.2 Виведення закону електромагнітної індукції з точки зору електронної теорії

З точки зору електронної теорії на електрони та позитивні заряди в перемичці AB буде діяти сила Лоренца в

різні боки $F_L = e v B \quad (\sin \alpha = 1, v \perp B)$, утворюється електричний струм I під дією еквівалентного електричного поля напруженістю

$$E_{ef} = \frac{F_L}{e} = \frac{e v B}{e} = v B \quad (7.5)$$

ЕРС в контурі $ABCD$ дорівнює циркуляції ефективної напруженості електричного поля

$$\varepsilon_i = \oint E_{ef} dl \quad (7.6)$$

Сила Лоренца діє тільки на ділянці AB , тому ЕРС виникає тільки на AB , а на нерухомих ділянках не утворюється, тому

$$\oint E_{ef} dl = \int_A^B E_{ef} dl = \int_A^B v B dl = v B l \quad (7.7)$$

де швидкість $v = \frac{dx}{dt}$ – похідна від переміщення за часом.
Тому

$$\varepsilon_i = B l v = \frac{B l dx}{dt},$$

де $l dx = dS$ – зміна площі контура, а $B dS = d\Phi$ – зміна магнітного потоку.

$$\text{Остаточно одержуємо} \quad |\varepsilon_{ind}| = \frac{d\Phi}{dt}.$$

Електрорушійна сила електромагнітної індукції в контурі $ABCD$ дорівнює похідній магнітного потоку через площу контура за часом.

Ми визначили ε_i за величиною без урахування знаку.
ЕРС електромагнітної індукції з електронної точки зору може бути виведена тільки при переміщенні частини контура.

Згідно з законом Фарадея виникнення ЕРС електромагнітної індукції можливо і у випадку нерухомого контура, що знаходиться у змінному магнітному полі. Це підтверджують досліди.

В нерухомому контурі сила Лоренца не діє на заряди навіть при зміні індукції магнітного поля, а отже і зміні магнітного потоку через контур. Для тлумачення електромагнітної індукції в нерухомих провідниках необхідно вважати, що змінне магнітне поле викликає появу вихрового електричного поля. Циркуляція вектора його напруженості

вздовж замкнутого контура відмінна від нуля $\oint E dl \neq 0$; $\oint E_e dl = \varepsilon_i$ і дорівнює електрорушійній силі індукції, тобто

$$\varepsilon_i = \oint E_e dl = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \quad (7.8)$$

де частинна похідна $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ враховує тільки залежність магнітного потоку від часу.

7.3.3 Індукційне електричне поле

Розглянемо круглий виток в однорідному магнітному полі, напрямленому перпендикулярно площині витка. Виток нерухомий. Збільшимо магнітне поле. За правилом Ленца виникне індукційний струм такого напрямку, щоб своїм магнітним полем протидіяти збільшенню магнітного поля,

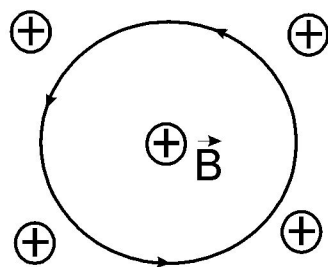


Рисунок 7.4

тобто магнітне поле струму повинно бути напрямлене на нас, а йому відповідає напрям струму проти годинникової стрілки. Як бачимо, всі ділянки витка знаходяться в однакових умовах, а тому електричне поле однакове і співпадає з напрямом струму (згадаймо закон Ома в диференціальній формі $j = \gamma E$,

де напрям густини струму співпадає з напрямом напруженості електричного поля).

Отже, силові лінії індукційного електричного поля замкнені на відміну від силових ліній електростатичного поля, створених зарядами.

Тому індукційне електричне поле подібно до магнітного має вихровий характер, і для нього циркуляція вектора напруженості не дорівнює нулю, а дорівнює швидкості зміни магнітного потоку, взятому із зворотним знаком

$$\oint_e E_e dl = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

При переміщенні одиничного додатного заряду напрям переміщення весь час співпадає з напрямом дії сили, а в цьому випадку циркуляція вектора напруженості означає перенос одиничного заряду по замкненому контуру. А робота з переміщення одиничного заряду по замкненому контуру – це електрорушійна сила електромагнітної індукції

$$\varepsilon_i = \oint E_e dl = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

Енергетичною характеристикою індукційного електричного поля є не потенціал, а електрорушійна сила електромагнітної індукції ε_i .

Таким чином, явище електромагнітної індукції з енергетичної точки зору – це процес перетворення механічної і магнітної енергій в енергію індукovanого електричного поля.

Не можна одержати постійного індукційного електричного поля.

7.4 Застосування явища електромагнітної індукції

Явище електромагнітної індукції Фарадея має багаточисельне застосування: одержання електричного струму на електростанціях, використання струмів Фуко в металургії, скін-ефект, в будові бетатрона, в поясі Роговського, в

флюксометрі, при розгляді явища самоіндукції, в трансформаторі, в трансформаторі Тесла і т.п.

7.4.1 Вихрові струми (струми Фуко)

Індукційний струм виникає не тільки в лінійних провідниках, але й в масивних суцільних провідниках, розміщених в змінне магнітне поле. Ці колові струми, які отримали назву *струмів Фуко* (першого їх дослідника), викликають нагрівання провідників, гальмування рухомих суцільних провідників в магнітному полі.

Теплота, що виділяється струмами Фуко, використовується в високочастотних індукційних печах. Індукційна піч являє собою тігель, розміщений всередині котушки. В металі виникають інтенсивні вихрові струми, які можуть нагріти його до плавлення.

Явище нагрівання провідника струмами Фуко використовується в медицині (УВЧ).

На дії індукційних струмів базується дія індукційних побутових лічильників електроенергії.

Вихрові струми, що виникають в проводах, по яких протікає змінний струм, викликають скін-ефект (поверхневий ефект) – проходження струму тільки вздовж поверхні проводів. Тому для передачі змінного струму використовують трубки замість суцільних проводів.

Внаслідок скін-ефекту відбувається нагрівання тільки поверхневого шару струмами високої частоти. На цьому ґрунтується метод поверхневого гартування металів.

7.4.2 Бетатрон (для прискорення електронів, β -частинок)

Тор з викачаєм повітрям знаходиться в магнітному полі електромагніта (B перпендикулярно площині тора). Електрон всередині тора прискорюється магнітним полем. Якщо магнітне поле зростає, то за законом Максвелла-Фарадея

$$\oint E dl = E \cdot 2\pi R = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

$$A = e \int E dl = e \pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

Робота за один оберт

При зміні індукції магнітного поля в 1 Тл за час $t = 0,01$ с електрон зробить 10^4 обертів і отримає енергію $W \approx 10^6$ еВ.

7.4.3. Пас Роговського

Для безпосереднього вимірювання магнітного потоку використовується прилад – *пас Роговського*. Це двошарова котушка, де нижній шар витків намотується на всю довжину, а верхній з двох кінців – назустріч один одному на гнучкому реміні. Кінці сходяться на середині котушки для того, щоб підвідні проводи не утворювали паразитивного контура. При швидкій зміні зовнішнього магнітного поля гальванометр, приєднаний до “пояса” дасть відкид, пропорційний зміні магнітного потокозчеплення (рис. 7.5).

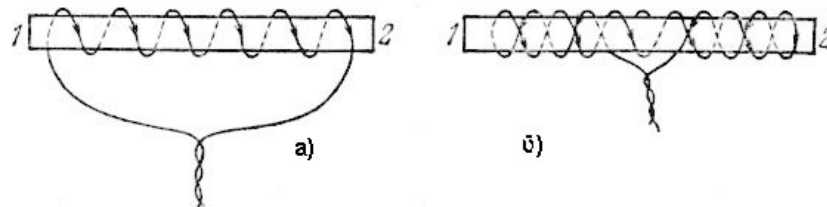


Рисунок 7.5.

7.4.4 Флюксометр

Флюксометр (веберметр) – прилад для вимірювання зміни потоку магнітної індукції, значення потоку Φ або величини індукції B . Флюксометр являє собою плоску маленьку котушку, що складається з багатьох витків N , приєднану до балістичного гальванометра. Якщо швидко забрати котушку з магнітного поля (або вимкнути струм, збуджуючи магнітне поле), то в котушці протікатиме короточасний індукційний струм. Відхилення балістичного гальванометра пропорційне заряду, який протече в котушці.

Заряд пропорційний зміні магнітного потоку

$$q = - \int_0^t \frac{d\Phi}{dt \cdot R_n} dt = \frac{\Phi}{R_k},$$

де R_k – опір котушки; $\Phi = N S B$ – магнітний потік, що пронизував котушку до зникнення магнітного поля; S – площа витків котушки; B – індукція магнітного поля.

Прилад можна проградувати так, щоб він безпосередньо вимірював значення магнітного потоку Φ або магнітної індукції B .

7.5. Явище самоіндукції. Індуктивність. Струми замикання і розмикання

Електричний струм в колі створює магнітне поле. Якщо струм змінюється – змінюється і магнітне поле коло провідників.

Але змінне магнітне поле за Фарадеєм викличе появу індукційного струму, тобто в контурі буде індукуватись електрорушійна сила. Виникнення ЕРС індукції в провідному контурі при зміні в ньому величини струму має назву **самоіндукції**.

З закону Біо-Савара-Лапласа індукція магнітного поля, створеного струмом пропорційна завжди величині струму. Повний магнітний потік через площу S пропорційний індукції магнітного поля B ($\Phi = B S$), а, отже, пропорційний струму

$$\Phi = L I. \quad (7.9)$$

Коефіцієнт пропорційності L залежить від форми провідника (згадаймо застосування закону Біо-Савара-Лапласа до прямого провідника, котушки, соленоїда) і магнітних властивостей середовища і має назву **коефіцієнта самоіндукції** або **індуктивності**. Дамо означення індуктивності.

Індуктивність L – це фізична величина, чисельно рівна магнітному потоку, який створюється при проходженні струму в 1 А.

Одиниця індуктивності 1 генрі = 1 вебер / 1 ампер (скорочено 1 Гн).

Застосуємо до явища самоіндукції закон Фарадея-Максвелла і формулу (7.9)

$$\varepsilon_{ci} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right)$$

Якщо контур не деформується і магнітна проникність середовища не змінюється, то $L = \text{const}$ і

$$\varepsilon_{ci} = -L\frac{dI}{dt}, \quad (7.10)$$

$$L = -\frac{\varepsilon_{ci}}{\frac{dI}{dt}}.$$

звідки

Індуктивність чисельно дорівнює е.р.с. самоіндукції при зміні струму в 1 ампер за 1 секунду.

За правилом Ленца при зростанні струму в колі $\frac{dI}{dt} > 0 \Rightarrow \varepsilon_{ci} < 0$ струм самоіндукції напрямлений назустріч струму, зумовленому зовнішнім джерелом, і гальмує його зростання. Якщо струм в колі з часом зменшується, то струм самоіндукції напрямлений в той же бік, що і основний струм, тобто сповільнює зменшення струму.

7.5.1 Струми при розмиканні і замиканні кола

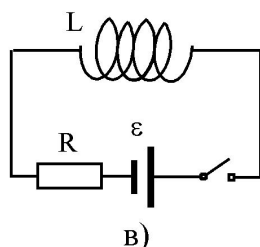
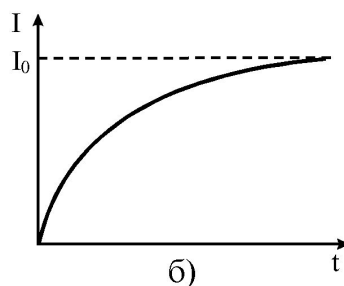
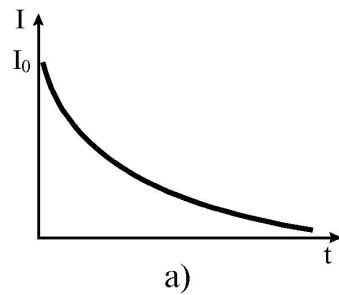


Рисунок 7.6

При розмиканні і замиканні кола струм змінюється від нуля до максимальної величини за короткий час ($t \approx 10^{-2} - 10^{-3}$ с). Струм самоіндукції, який при цьому виникає, має назву **екстра-струму розмикання** і **екстра-струму замикання** (рис. 7.6).

Екстраструм розмикання за правилом Ленца має той самий напрям, що й основний струм I , який був в замкненому колі (протидіє зменшенню струму і зчепленого з ним магнітного потоку).

За другим правилом Кірхгофа сума струмів в замкнутому колі дорівнює електрорушійній силі

$$IR = -L \frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt$$

Для спрощення розрахунків вважаємо, що в момент відключення зовнішнього джерела струму коло замикається накоротко. Якщо розірвати коло з великою індуктивністю, виникне висока індукційна напруга, яка створює

іскру чи дугу в місці розриву. Електрорушійною силою буде тільки ЕРС самоіндукції, бо коло відокремлене від джерела струму.

Інтегруючи цей вираз за I (межі від I_0 до 0) і за часом t (межі від 0 до t), одержимо

$$\ln I \Big|_{I_0}^0 = -\frac{R}{L} t \Big|_0^t \Rightarrow I = I_0 e^{-(R/L)t} = I_0 e^{-t/\tau}, \quad (7.11)$$

де I_0 – сталий струм до розмикання; I – струм через час t секунд після початку розмикання; R – опір кола; L – індуктивність кола; $\tau = L/R$ – час релаксації; $e = 2,72$ – основа натурального логарифма.

Графічно цей процес виглядає так, як показано на рис. 7.6, а. В процесі вимкнення струм зменшується за експоненціальним законом.

Екстраструм замикання складається з струму самоіндукції і основного струму. Струм самоіндукції за правилом Ленца має протилежний напрям до основного струму, бо він повинен протидіяти своїм магнітним полем зростанню магнітного потоку, створеного основним струмом.

Друге правило Кірхгофа для випадку вмикання має

вигляд
$$IR = \varepsilon - L \frac{dI}{dt},$$
 бо діють одночасно дві електрорушійні сили – ЕРС джерела і ЕРС самоіндукції.

Інтегруванням знаходимо

$$I = I_0 \left(1 - e^{-(L/R)t} \right) = I_0 \left(1 - e^{-t/\tau} \right), \quad (7.12)$$

де $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$ – усталений струм в колі; R – опір кола; L – індуктивність кола; I – струм в колі через час t секунд (рис. 7.6, б).

Встановлення струму в колі відбувається тим швидше, чим менша індуктивність кола і більший його опір.

7.5.2 Індуктивність соленоїда

При проходженні струму I всередині соленоїда збуджується однорідне магнітне поле

$$B = \mu \mu_0 I n, \quad (6.34')$$

де B – індукція магнітного поля; I – струм; $n = N/l$ – кількість витків на одиниці довжини; μ_0 – магнітна стала; μ – відносна магнітна проникність речовини.

Магнітний потік через кожний виток дорівнює $\Phi_0 = B S$, а повний магнітний потік (потокозчеплення)

$$\Phi = \Phi_0 N = \mu \mu_0 I n S N \quad (7.13)$$

Замінивши $N = n l$, одержимо

$$\Phi = \mu \mu_0 n^2 I l S = \mu \mu_0 n^2 V I \quad (7.13')$$

де $V = l S$ – об'єм соленоїда.

Співставляючи формули (7.9) і (7.13')

$$\Phi = L I; \quad \Phi = \mu \mu_0 n^2 V I,$$

одержимо вираз для індуктивності соленоїда L

$$L = \mu \mu_0 n^2 V \quad (7.14)$$

де μ – відносна магнітна проникливість осердя; μ_0 – магнітна стала; $n = N/l$ – кількість витків на одиниці довжини; V – об'єм соленоїда.

7.5.3 Взаємна індукція. Трансформатори

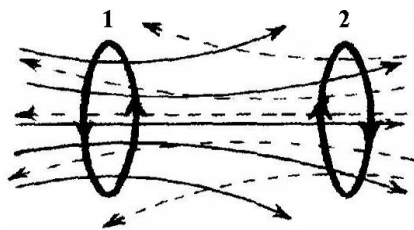


Рисунок 7.7

Розглянемо два нерухомих контури зі струмом, розташовані достатньо близько один від одного (рис. 7.7). Магнітний потік, що створюється контуром 1 і пронизує контур 2, позначимо $\Phi_{21} = L_{21} I_1$. Відповідно потік, що пронизує контур 1, $\Phi_{12} = L_{12} I_2$, де L_{21} , L_{12} –

коефіцієнти пропорційності.

При зміні струму I_1 виникає ЕРС електромагнітної індукції в другому контурі $\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}$, і в першому контурі – $\varepsilon_1 = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$.

Явище виникнення ЕРС в одному з контурів при зміні струму у другому називається **взаємною індукцією**. Розрахунки показують, що коефіцієнти пропорційності, які мають назву **взаємної індуктивності контурів**, рівні між собою $L_{21} = L_{12}$.

Одиниця взаємної індуктивності 1 генрі (1 Гн).

Взаємна індуктивність двох котушок, намотаних на тороїд, визначається за формулою

$$L_{12} = L_{21} = \mu \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S = \mu \mu_0 n_1 n_2 V \quad (7.15)$$

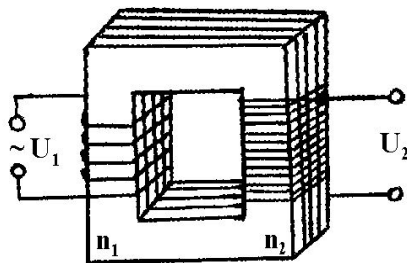


Рисунок 7.8

Принцип дії **трансформатора**, який застосовується для підвищення і пониження напруги змінного струму, ґрунтується на явищі взаємної індукції. Первинна обмотка і вторинна обмотка з кількістю витків відповідно n_1 і n_2 намотані на

залізного замкнутому осерді – ярмі.

Коефіцієнт трансформації

$$k = \frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}, \quad (7.16)$$

де U_1 і U_2 – напруга на затискачах первинної і вторинної обмоток; I_1 і I_2 – відповідні струми в обмотках.

Потужності в первинній і вторинній обмотках приблизно рівні внаслідок малого актуального опору обмоток

$$I_1 U_1 \approx I_2 U_2$$

Трансформатори можуть мати одну обмотку (автотрансформатори), дві обмотки – підвищувальний ($U_2 > U_1$) та понижувальний ($U_2 < U_1$), декілька обмоток (в радіопристроях).

7.6 Змінний електричний струм. Одержання змінного електричного струму

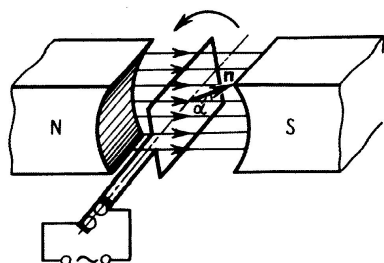


Рисунок 7.9

При обертанні рамки в однорідному магнітному полі (рис. 7.9) з кутовою швидкістю $\omega = \text{const}$

магнітний потік Φ , що пронизує рамку, буде змінюватись за законом

$$\Phi = BS \cos \omega t = BS \cos \alpha,$$

де $\alpha = \omega t$ – кут повороту рамки; B – індукція магнітного поля; S – площа рамки.

При обертанні рамки в ній буде виникати ЕРС індукції

$$\varepsilon_{in} = -\frac{d\Phi}{dt} = BS \omega \sin \omega t = \varepsilon_0 \sin \omega t, \quad (7.17)$$

де $\varepsilon_0 = BS \omega$ – амплітуда ЕРС.

Змінна електрорушійна сила через виводи живить зовнішнє електричне коло. На електростанціях генератори змінного струму мають нерухому частину – статор і рухому – ротор. Ротор являє собою обмотку електромагніта, а статор – систему рамок, в яких збуджується індукційний електричний змінний струм. Системи підключення генераторів розглядаються в спецдисциплінах.

7.6.1 Коло квазістаціонарного змінного струму

Квазістаціонарним змінним струмом називається такий змінний струм, період зміни якого набагато більший від часу, протягом якого збудження передається в найдальшу точку кола

$$\frac{l}{c} \ll T \quad (7.18)$$

При розмірах кола $l = 3 \text{ м}$

$$\frac{l}{c} = \frac{3 \text{ м}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 10^{-8} \text{ с}$$

Період коливання струму для такого кола може бути на 2 порядки більший і становить $T = 10^{-6} \text{ с}$, щоб струм вважався квазістаціонарним. Струм промислової частоти ($\gamma = 50 \text{ Гц}$) квазістаціонарний для мереж довжиною до 100 км. Миттєві значення квазістаціонарних струмів підпорядковуються закону Ома.

Для них справедливі і правила Кірхгофа.

Якщо індукційний змінний струм змінюється за законом

$$i = I_0 \sin \omega t, \quad (7.19)$$

де I_0 – максимальне значення струму; i – миттєве значення струму; ω – частота зміни струму; t – час, то напруга буде змінюватися за таким же законом, але за фазою не завжди співпадає зі струмом. В загальному випадку можемо записати

$$u = U_0 \sin(\omega t - \varphi), \quad (7.20)$$

де U_0 – максимальне значення напруги; u – миттєве значення напруги; φ – зсув фаз між струмом і напругою (рис. 7.10).

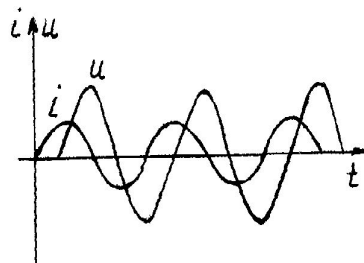


Рисунок 7.10

В коло змінного струму можуть входити активний опір R , індуктивність L , ємність C .

Розглянемо процеси в колі змінного струму з переліченими вище елементами.

7.6.2 Коло з резистором

За умови квазістаціонарності струму для резистора R справедливий закон Ома

$$U = iR = (I_0 \sin \omega t)R = U_0 \sin \omega t, \quad (7.21)$$

де $U_0 = I_0 R$ – максимальне значення напруги.

Порівнюючи з формулою (7.19) вираз для напруги (7.21), бачимо, що струм і напруга співпадають за фазою (змінюються за законом синуса).

Співвідношення між струмами і напругами стають особливо наочними, якщо їх зображати за допомогою векторів. Виберемо довільний напрям, який назвемо віссю струмів. Відкладемо вздовж нього вектор струму I_0 . Оскільки напруга і струм змінюються синфазно, вектор напруги так само направимо вздовж осі струмів (рис. 7.11).

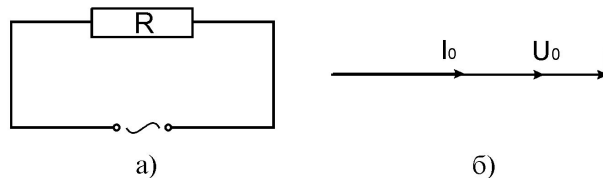


Рисунок 7.11

Сукупність векторів напруг і струмів утворює векторну діаграму даного кола.

7.6.3 Коло з індуктивністю

В коло змінного струму включено котушку індуктивності L . Нехай опір кола дорівнює нулю $R \rightarrow 0$. Ємність в колі відсутня. Тоді $i = I_0 \sin \omega t$. Тоді за другим законом Кірхгофа

$$iR = U - L \frac{di}{dt}, \quad (7.22)$$

тому

$$U = L \frac{di}{dt} = L \omega I_0 \cos \omega t = L \omega I_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (7.23)$$

Домовимось позначати опір в колі з індуктивністю X_L . Якщо порівняти цей вираз з законом Ома для ділянки кола $u = i' X_L$, де струм i і напруга змінюються за законом синуса

$$i' = I_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

і ніби співпадають за фазою, то бачимо, що роль опору виконує вираз ωL . Таким чином, в колі змінного струму i з індуктивністю діє опір X_L , який називають **реактивним індуктивним опором**, бо на ньому не виділяється ленц-джоулеве тепло

$$X_L = \omega L. \quad (7.24)$$

X_L залежить від частоти та індуктивності.

Для максимальних значень струму і напруги закон Ома запишемо

$$U_{\max} = I_{\max} \omega L. \quad (7.25)$$

Порівнюючи вирази для струму (7.19) і напруги (7.23), робимо висновок, що напруга випереджає за фазою струм через котушку індуктивності на $\pi/2$ (рис. 7.12, в).

Векторна діаграма для струмів і напруг має вигляд (рис. 7.12, б).

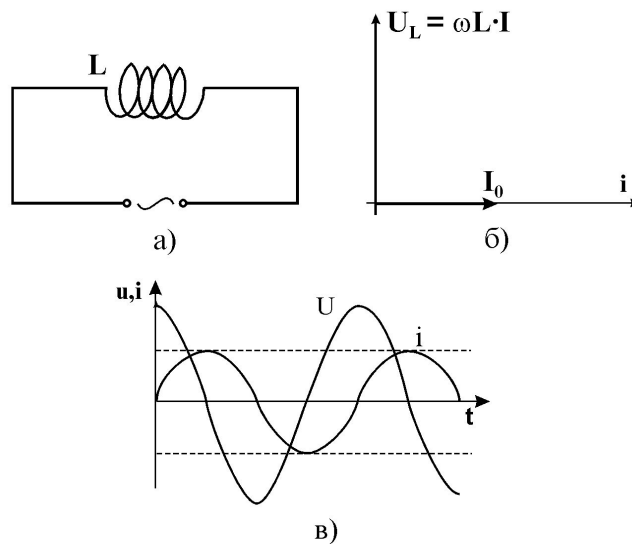


Рисунок 7.12

7.6.4 Коло з ємністю

В колі змінного струму включено конденсатор ємністю C , індуктивність L відсутня, активний опір R відсутній (рис. 7.13, а). Струм в колі змінюється за законом

$$i = I_0 \sin \omega t \quad (7.19)$$

Напруга на конденсаторі за означенням дорівнює $U = q/C$.

Заряд, який накопичується на конденсаторі за час t , обчислимо як інтеграл від струму за часом

$$q = \int i dt = \int I_0 \sin \omega t dt = I_0 \frac{-\cos \omega t}{\omega} \quad (7.26)$$

Підставимо вираз (7.26) у вираз для напруги і зробимо тригонометричні перетворення

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{q}{C} = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t = -I_0 \frac{1}{\omega C} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = \\
 &= I_0 \frac{1}{\omega C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).
 \end{aligned}
 \tag{7.27}$$

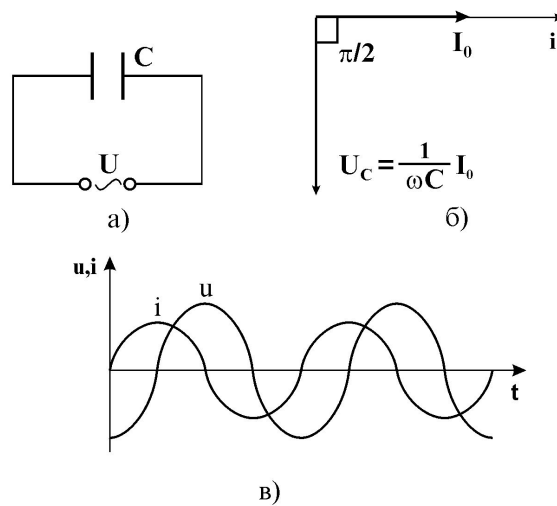


Рисунок 7.13

Порівнюючи вираз (7.27) з законом Ома $U = iX_C$ для ділянки кола з ємністю (домовимось реактивний опір конденсатора в колі змінного струму позначати X_C), бачимо, що ємнісний опір дорівнює

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$
(7.28)

(Вважаємо, що струм змінюється за законом синуса $i = I_0 \sin(\omega t - \pi/2)$, ніби струм i напруга співпадають за фазою).

Таким чином, ємнісний реактивний опір в колі з конденсатором обернено пропорційний частоті струму i

ємності конденсатора. Цей опір не виділяє ленц-джоулевого тепла.

Порівнюючи формулу напруги (7.27) з виразом для струму (7.19), робимо висновок, що напруга на конденсаторі відстає за фазою від струму на $\pi/2$. Графічно це виглядає так (рис. 7.13, в). Коли струм досягає максимуму, напруга ще дорівнює нулю.

Векторна діаграма для конденсатора в колі змінного струму має вигляд (рис. 7.13, б).

7.6.5 Коло змінного струму з послідовним сполученням резистора, котушки індуктивності і конденсатора. Закон Ома для кола змінного струму. Імпеданс

При послідовному з'єднанні R, C, L струм в усіх ділянках буде однаковий $i = I_0 \sin \omega t$ (рис. 7.14, а).

Але спад напруги на окремих елементах не співпадає за фазою: на індуктивності L напруга U_L випереджує струм на $\pi/2$, на ємності C напруга U_C відстає за фазою від струму на $\pi/2$, і лише на резисторі напруга співпадає за фазою зі струмом.

На векторній діаграмі (рис. 7.14, б) спади напруг на окремих ділянках U_R, U_L, U_C , зобразяться так: напруга U_R по горизонтальній осі вправо, напруга U_L – вгору і U_C – вниз.

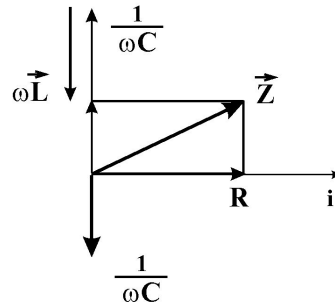
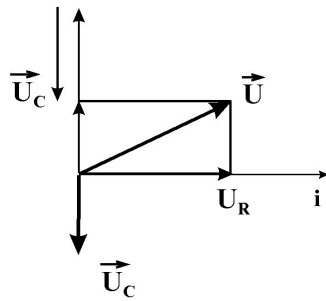
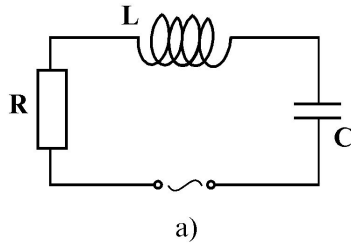


Рисунок 7.14

Розглянемо усталений режим.

$$U = U_R + U_L + U_C. \quad (7.29)$$

Застосовуючи комплексний метод, сумарну напругу шукаємо як суму дійсної частини (U_R) і реактивної, уявної частини (U_L, U_C)

$$U = U_R + jU_L - jU_C. \quad (7.30)$$

де $j = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця; $U_R = iX_R$, $U_L = iX_L$, $U_C = iX_C$.

Винесемо струм i за дужки, підставимо значення $X_L = \omega L$ і $X_C = \frac{1}{\omega C}$ у вираз (7.30) і отримаємо закон Ома для

кола змінного струму в комплексній формі (для послідовного сполучення R, L, C)

$$U = i \left[R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right], \quad (7.32)$$

де загальний опір кола змінного струму

$$Z = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad (7.33)$$

має назву **імпеданса**.
Скорочено

$$\hat{U} = \hat{i} \hat{Z}, \quad (7.32')$$

тобто, **напруга в колі змінного струму дорівнює добутку струму на імпеданс або повний опір кола**, де величини $\hat{U}, \hat{i}, \hat{Z}$ – комплексні числа; $\hat{Z}$ – імпеданс, який відіграє роль опору в колі змінного струму і будучи комплексною величиною, дає змогу врахувати не тільки співвідношення між амплітудами струму і напруги, але й співвідношення між їх фазами; $j = \sqrt{-1}$ – комплексна уявна одиниця; ω – частота змінного струму; $X_L = \omega L$ – індуктивний опір; $X_C = 1/\omega C$ – ємнісний опір.

Таким чином,

імпеданс дорівнює комплексній сумі активного, індуктивного і ємнісного опорів.

На комплексній площині горизонтальна вісь – дійсна частина, вертикальна вісь – уявна частина. Тому по вісі струмів відкладаємо вектор активного опору R , вгору – вектор індуктивного опору ωL , і вертикально вниз – вектор ємнісного опору $1/\omega C$ (рис. 7.14, в). Модуль повного опору (імпеданса) знайдемо за теоремою Піфагора

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} . \quad (7.34)$$

Таким чином, закон Ома для послідовного сполучення R, L, C запишемо так (для модулів)

$$I_0 = \frac{U_0}{|Z|} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} , \quad (7.35)$$

де I_0, U_0 – максимальні значення модулів струму і напруги.

7.6.6 Резонанс напруг

Резонанс – це явище наближення частоти вимушених коливань до частоти власних коливань. При цьому збільшується амплітуда коливань.

Резонанс напруг спостерігається в колі з послідовним сполученням R, L, C (рис. 7.14, а).

Повний опір послідовного сполучення R, L, C при сталих параметрах R, L, C залежить від частоти змінного струму ω . При збільшенні частоти індуктивний опір $X_L = \omega L$ зростає, а ємнісний опір $X_C = 1/\omega C$ спадає. При певній частоті вимушених коливань ω_0 , яка є власною частотою коливального контура (це побачимо при розгляді коливань), індуктивний опір буде дорівнювати ємнісному опору

$$j\omega_0 L = -j \frac{1}{\omega_0 C} , \quad (7.36)$$

або
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} . \quad (7.36')$$

При цьому реактивний опір $X_L - X_C$ перетвориться в нуль, а повний опір $Z=R$, перетвориться в чисто активний, тобто буде найменшим (рис. 7.15). При послідовному сполученні при частоті ω_0 спад напруг на індуктивності дорівнює спаду напруги на ємності (знак протилежний), бо струм однаковий і опір однаковий

$$U_L = -U_C \Rightarrow i\omega_0 L = -i \frac{1}{\omega_0 C} \quad (7.37)$$

Це явище має назву **резонансу напруг**. Струм і напруга при резонансі напруг змінюються синфазно, як на активному опорі. Резонанс напруг можна досягти при сталій частоті, змінюючи індуктивність і ємність.

Таким чином, **резонанс напруг** полягає в тому, що в послідовному колі напруга на індуктивності дорівнює напрузі на ємності. При цьому загальний опір кола зменшується, а струм досягає максимального значення (рис. 7.15, а, б).

Резонансна крива (залежність струму в колі від частоти) приведена на рис. 7.15, б.

Векторна діаграма для резонансу напруг має вигляд (рис. 7.15, в). Умовою резонансу напруг є вираз (7.36) або (7.37).

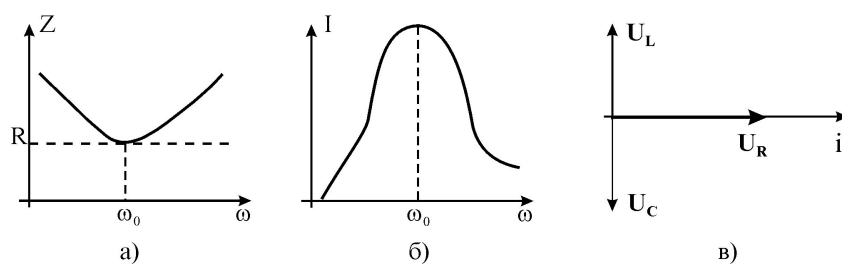


Рисунок 7.15

Резонансні значення напруг U_L і U_C можуть набагато перевищувати загальну напругу U , бо добротність коливального контура L, C більша одиниці

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow (U_L)_{рез} = (U_C)_{рез} = QU_0 \quad (7.38)$$

Тому явище резонансу напруг використовується в техніці для підсилення коливань напруги якої-небудь певної частоти, що дає змогу виділити з багатьох сигналів одне коливання певної частоти, тобто на радіоприймачі настроїтись на потрібну довжину хвилі. Явище резонансу треба враховувати при розрахунку ізоляції електричних мереж, що містять конденсатори і котушки індуктивності. Може спостерігатись їх пробій.

7.6.7 Резонанс струмів

Якщо індуктивність і ємність сполучені між собою паралельно, то спостерігається явище резонансу, яке має назву резонансу струмів. Можливі декілька варіантів сполучення (рис. 7.16, а, б, в).

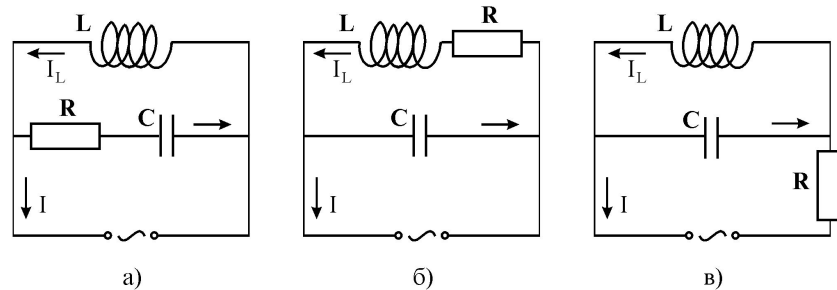


Рисунок 7.16

Напруга на індуктивності і ємності однакова, тому відношення струмів i_L, i_C будуть пропорційні реактивним провідностям цих ділянок (рис. 7.16, в)

$$\frac{i_L}{i_C} = \frac{1/X_L}{1/X_C} \quad (7.39)$$

Струми будуть однакові за величиною і протилежні за напрямом $i_L = -i_C$ при такій частоті ω_0 , при якій провідності цих ділянок рівні.

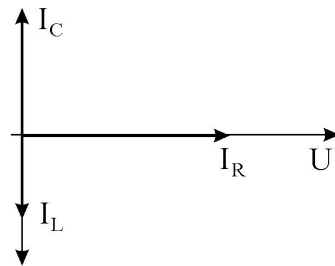


Рисунок 7.17

При резонансі струмів у зовнішньому колі струми на індуктивності i_L і на ємності i_C компенсуються, бо вони протилежні за фазою і рівні. Фазову діаграму для випадку резонансу струмів будують так, щоб струм на індуктивності і ємності відкладався по вертикальній осі, а вісь напруг горизонтальна. Вздовж горизонтальної осі відкладається і

струм на резисторі i_R (рис. 7.17).

У випадку резонансу струмів при паралельному сполученні індуктивності і ємності струм в резисторі (рис. 7.16, а) досягає мінімуму за умови рівності провідностей паралельних ділянок

$$\frac{1}{X_L} = \frac{1}{X_C} \Rightarrow \frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad (7.40)$$

Розглянутий контур чинить великий опір змінному струму з частотою, близькою до резонансної. Ця властивість використовується в резонансних підсилювачах, які дають змогу виділити визначене коливання з сигналу складної форми.

Резонанс струмів використовується в індукційних печах, де нагрівання проводиться вихровими струмами Фуко. Ємність, підключена паралельно до котушки, підбирається так, щоб при частоті генератора ω одержати резонанс струмів. В результаті сила струмів через котушку буде набагато більша, ніж в підвідних проводах.

7.6.7 Робота в колі змінного струму. Потужність в колі змінного струму. Коефіцієнт потужності. Ефективне значення струму

Робота в колі змінного струму, так само, як і для постійного струму, визначається за формулою

$$dA = i u dt = I_0 U_0 dt \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi), \quad (7.41)$$

де $i = I_0 \sin \omega t$, $u = U_0 \sin(\omega t - \varphi)$ – напруга і струм, в загальному випадку зсунуті за фазою на кут φ .

Добуток синусів можна перетворити за відомою формулою тригонометрії в різницю косинусів

$$\sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) = \frac{1}{2} \{ \cos(2\omega t - \varphi) - \cos \varphi \} \quad (7.42)$$

Обчислимо роботу за один період T

$$\begin{aligned} A_T &= \int_0^T \frac{I_0 U_0}{2} [\cos(2\omega t - \varphi) - \cos \varphi] dt = \\ &= \frac{I_0 U_0}{2} \left\{ \frac{\sin(2\omega t - \varphi)}{2\omega} \Big|_0^T - T \cos \varphi \right\} = \frac{I_0 U_0}{2} T \cos \varphi. \end{aligned} \quad (7.43)$$

Робота за довільний час t буде дорівнювати

$$A = \frac{I_0 U_0 t}{2} \cos \varphi, \quad (7.44)$$

де I_0 , U_0 – амплітудні значення струму і напруги; t – час; φ – кут зсуву фаз між струмом і напругою; $\cos \varphi$ – коефіцієнт потужності.

З векторної діаграми (рис. 7.15, в) $\cos \varphi = R/Z$. З закону Ома (7.35) $U = I_0 Z$. Підставимо ці значення в формулу (7.44)

$$A = \frac{I_0^2 Z}{2} \frac{R}{Z} t = \frac{I_0^2}{2} R t = I_{ef}^2 R t \quad (7.45)$$

Позначимо

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad (7.46)$$

і назвемо **ефективним значенням струму**.

Порівнюючи цю формулу з формулою роботи в колі постійного струму $A = I^2 R t$, дамо означення I_{ef} .

Ефективне або діюче значення змінного струму дорівнює такому значенню постійного струму, при якому за той же час виконується така сама робота, як і при змінному струмі.

Так само вводиться ефективне (діюче) значення напруги

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad (7.47)$$

Електровимірювальні прилади градууються в діючих значеннях струму і напруги.

Таким чином, кількість тепла, або робота в колі змінного струму, визначається за формулою

$$A = I_{ef} U_{ef} t \cos \varphi, \quad (7.48)$$

де $I_{ef}^2 = \frac{I_0^2}{2}$ – ефективне значення струму; $U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ – ефективне значення напруги; t – час; $\cos \varphi$ – косинус зсуву фаз, або коефіцієнт потужності.

Для збільшення енергії, що виділяється в колі змінного струму, треба наблизити $\cos \varphi = R/Z$ до одиниці, тобто наблизити співвідношення між індуктивним і ємнісним

опором до рівності $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ (до резонансу напруг). Для зменшення втрат енергії в колі з надмірним індуктивним

опором вмикають послідовно додатковий конденсатор, в колі з великим ємнісним опором – додаткову котушку індуктивності.

Потужність в колі змінного струму визначається роботою електричного струму за одиницю часу

$$P = \frac{A}{t} = I_{ef} U_{ef} \cos \varphi = \frac{U_{ef}^2}{Z} \cos \varphi = I_{ef}^2 R \quad (7.49)$$

Робота виражається в джоулях, потужність – у ваттах.

При чисто реактивному опорі робота і потужність в колі дорівнюють нулю, тобто, коли

$$R = 0 \Rightarrow Z = \sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \omega L - \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \cos \varphi = 0 \Rightarrow P = 0$$

7.7 Енергія магнітного поля. Об'ємна густина енергії

Провідник з струмом завжди оточений магнітним полем, яке виникає і зникає одночасно з появою і зникненням електричного струму. Частина енергії електричного струму іде на створення магнітного поля. Величина енергії магнітного поля визначається роботою, затраченою струмом.

Розглянемо соленоїд індуктивністю L , по якому протікає струм I . При зміні струму на величину dI магнітний потік змінюється на $d\Phi = L dI$. Однак для зміни магнітного потоку на величину $d\Phi$ необхідно виконати роботу

$$dA = I d\Phi = I L dI \quad (7.50)$$

Робота щодо створення магнітного потоку при зміні струму від 0 до I дорівнює

$$A = \int_0^I L I dI = \frac{L I^2}{2} \quad (7.51)$$

Отже, **величина енергії магнітного поля дорівнює цій роботі**. Початкове значення енергії дорівнює 0 (коли $I = 0$), тому енергія магнітного поля соленоїда або іншого контура з струмом дорівнює

$$W_{\text{магн}} = \frac{L I^2}{2}, \quad (7.52)$$

де I – струм в контурі; L – індуктивність контура.

Енергія магнітного поля дорівнює половині добутку індуктивності L на квадрат струму I в контурі.

Об'ємна густина енергії магнітного поля чисельно дорівнює енергії W , що припадає на одиницю об'єму V

$$w = \frac{W_{\text{магн}}}{V} \quad (7.53)$$

Обчислимо об'ємну густину енергії соленоїда, враховуючи, що магнітне поле всередині соленоїда однорідне. Підставимо в формулу (7.18) значення індуктивності $L = \mu\mu_0 n^2 V$ і струму з (6.34') $B = \mu\mu_0 n I$

$$w = \frac{W}{V} = \frac{L I^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 n^2 I^2}{2} = \frac{(\mu\mu_0 n I)^2}{2\mu\mu_0} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \quad (7.54)$$

Враховуючи, що $B = \mu\mu_0 H$, одержимо

$$w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2} \quad (7.55)$$

Об'ємна густина енергії магнітного поля дорівнює половині добутку індукції B на напруженість H магнітного поля.

Як бачимо, вираз для об'ємної густини енергії магнітного поля нагадує формулу (1.65) для об'ємної густини електростатичного поля

$$w_{el} = \frac{ED}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} . \quad (7.56)$$

8 Магнітні властивості речовини

8.1 Відносна магнітна проникність. Магнітна сприйнятливість

Досвід показує, що всі речовини, вміщені в магнітне поле, намагнічуються.

Розглядаючи закони електромагнетизму ми не цікавилися процесами, що відбуваються в речовині. Властивості середовища формально враховувались за допомогою відносної магнітної проникності μ . Для того, щоб вивчити магнітні властивості речовини, необхідно розглянути дію магнітного поля на атоми і молекули.

Розглянемо соленоїд ($l \gg d$), заповнений деякою речовиною. При проходженні струму I через соленоїд без речовини всередині соленоїда утворюється магнітне поле індукцією B_0 . Під дією цього поля речовина, якою заповнено соленоїд, переходить в намагнічений стан. На магнітне поле соленоїда B_0 накладається додаткове магнітне поле B' , створене молекулами речовини. Загальна індукція магнітного поля всередині соленоїда (з осердям з деякої речовини) дорівнює векторній сумі B_0 і B'

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \quad (8.1)$$

В загальному випадку B_0 і B' можуть мати різний напрям.

Величина, що характеризує, у скільки разів магнітне поле в речовині більше, ніж магнітне поле у вакуумі, має назву відносної магнітної проникності μ

$$\mu = \frac{B}{B_0} = 1 + \frac{B'}{B_0} \quad (8.2)$$

В більшості речовин μ дуже мало відрізняється від одиниці, тільки у ферромагнетиків μ значно більше.

Відзначимо, що, як показує дослід, додаткове магнітне поле B' , створене молекулами речовини, залежить від зовнішнього магнітного поля B_0 (у вакуумі). В слабких полях ця залежність лінійна

$$B' = \chi B_0, \quad (8.3)$$

де коефіцієнт пропорційності χ має назву **магнітної сприйнятливості речовини**.

Повна індукція в речовині дорівнює

$$B = B_0 + B' = B_0 + \chi B_0 = (1 + \chi)B_0 = \mu B_0. \quad (8.4)$$

Таким чином,

$$\mu = 1 + \chi. \quad (8.5)$$

8.2 Магнетики

Всі речовини за магнітними властивостями називають магнетиками і поділяють на такі класи.

1. **Діамагнетики**: магнітне поле молекул B' напрямлене проти зовнішнього поля і є величиною сталою; μ трохи менше одиниці; χ – мале від'ємне число.

До діамагнетиків належать:

Речовини	$\chi \cdot 10^{-6}$	μ
Вісмут	-176	0,999824
Кварц	-15	$1 - 15 \cdot 10^{-6}$
Скло	-13	$1 - 13 \cdot 10^{-6}$
Кам'яна сіль	-13	$1 - 13 \cdot 10^{-6}$
Мідь	-10	$1 - 10 \cdot 10^{-6}$
Вода	-9	$1 - 9 \cdot 10^{-6}$

Бензол	- 7	$1 - 7 \cdot 10^{-6}$
Водень	- 0,063	$1 - 0,063 \cdot 10^{-6}$

2. **Парамагнетики:** магнітне поле молекул B' підсилює зовнішнє магнітне поле і є величиною сталою; μ трохи більше одиниці; χ трохи більше нуля.

До парамагнетиків належать:

Речовини	$\chi \cdot 10^{-6}$	μ
Кисень рідкий	3400	1,003400
Кисень – газ	1,9	
Платина	360	
Вольфрам	176	
Алюміній	23	
Ебоніт	14	
Повітря	0,38	
Азот	0,013	1,000000013

3. **Феромагнетики:** магнітне поле набагато більше від магнітного поля у вакуумі, величина магнітної проникності не є сталою, а залежить від індукції магнітного поля, в якому вони знаходяться, і при $T > T_{\text{кюри}}$ помітно залежить від температури. При збільшенні зовнішнього магнітного поля магнітна проникність збільшується і досягає насичення при певному значенні індукції зовнішнього магнітного поля B_0 . Максимальне значення відносної магнітної проникності феромагнетиків складає тисячі одиниць.

До феромагнетиків належать:

Речовини	χ
Залізо (чисте)	280000
Пермаллой	80000
Залізо (м'яке)	8000
Гиперник	7000

Чавун	2000
Нікель	300
Кобальт	175

Існують ще антиферромагнетики і ферити, про які можна сказати після розгляду теорії феромагнетизму.

До антиферромагнетиків належать деякі сполуки марганцю (MnO , MnF_2), заліза (FeO , $FeCl_2$); до феритів належать хімічні з'єднання типу $XO \cdot Fe_2O_3$, де X – Mn , Co , Ni , Cu , Mg , Zn , Cd , Fe і чистий елемент тулій.

8.3 Гіпотеза Ампера. Намагніченість. Молекулярні струми. Закон повного струму в магнетику. Напруженість магнітного поля

Ампер запропонував геніальну гіпотезу задовго до відкриття будови атома, що в частинках речовини існують мікроструми, розташовані хаотично, так що їх сумарний магнітний момент дорівнює нулю. При створенні в речовині зовнішнього магнітного поля ці мікроструми орієнтуються в полі, збільшуючи магнітне поле на величину B' . Виходячи з цих уявлень, можна побудувати наближену формальну теорію намагнічування речовини. Згідно з сучасними уявленнями, атом являє собою електрично нейтральну систему, що складається з додатного ядра і від'ємного електрона, що обертається навколо ядра, створюючи атомарний струм.

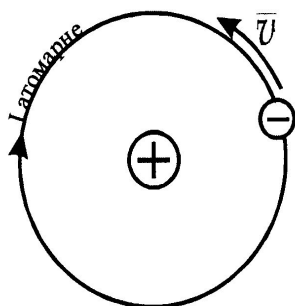


Рисунок 8.1

Розглядаючи орбіту електрона, як замкнений провідник, магнітні властивості цього контура зі струмом можна охарактеризувати магнітним моментом P_m і уявляти собі, як магнітну стрілку, перпендикулярну площині орбіти за правилом правого гвинта (рис. 8.1).

Кожний атом має магнітний момент $P_m = I_{at} S n$, де S – площа витка, що описує електрон при русі. Насправді, це дуже спрощене уявлення про будову атома, але для елементарної теорії магнетизму достатнє.

Сума магнітних моментів атомів в одиниці об'єму називається **намагніченістю речовини** J

$$J = \frac{\sum P_m}{V} \quad (8.6)$$

Намагніченість виражається в амперах на метр.

Додаткове магнітне поле B' і намагніченість пропорційні між собою і відрізняються сталим множником $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

$$B' = \mu_0 J \quad (8.7)$$

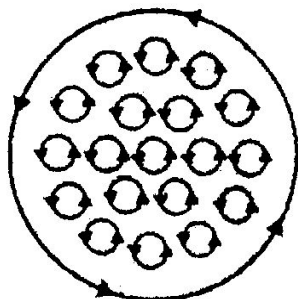


Рисунок 8.2

Магнітне поле B_0 напрямлене до нас. Внесемо магнетик у зовнішнє магнітне поле B_0 (рис. 8.2). Мікроструми окремих атомів парамагнетиків і феромагнетиків своїми магнітними моментами P_m (як рамки з струмом) розташуються в напрямі індукції B_0 , а діамагнетиків – антипаралельно до індукції магнітного поля.

Площини всіх молекулярних струмів розташуються перпендикулярно вектору B_0 . В будь-якому перпендикулярному перерізі магнетика молекулярні струми сусідніх атомів напрямлені назустріч один одному і взаємно компенсуються. Нескомпенсованими будуть лише молекулярні струми на зовнішньому контурі перерізу. Таким чином, сумарним

молекулярним струмом можна вважати цей струм на зовнішньому контурі перерізу магнетика $\sum I_{\text{мікро}} = I_{\text{мол}}$;

$$\sum I_{\text{макро}} = I_{\text{провід}}$$

Загальний струм в магнетику буде складатись з суми макрострумів – струму провідності і суми мікрострумів – молекулярного струму

$$I_{\text{заг}} = \sum I_{\text{мікро}} + \sum I_{\text{макро}} = I_{\text{провід}} + I_{\text{мол}} \quad (8.8)$$

Закон повного струму

$$\oint_L B dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k = \mu_0 I_{\text{заг}}$$

в магнетику набуде вигляду

$$\oint_L B dl = \mu_0 (I_{\text{провід}} + I_{\text{мол}}) \quad (8.9)$$

Циркуляція вектора магнітної індукції B в магнетику по замкнутому контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів провідності і молекулярних струмів, охоплених цим контуром, помноженій на магнітну сталу μ_0 .

Вектор B характеризує результуюче поле, створене як макроскопічними струмами в провідниках (струмами провідності), так і мікроскопічними струмами в магнетиках.

Намагніченість J створюється молекулярними струмами, тому можна довести, що теорема про циркуляцію справедлива і для вектора намагніченості.

Дійсно,

$$\oint_L B' dl = \mu_0 I_{\text{мол}} \quad (8.10)$$

Циркуляція додаткового магнітного поля B' по замкнутому контуру L дорівнює добутку магнітної

сталой μ_0 на сумарний молекулярний струм, що охоплюється цим контуром.

Але $B' = \mu_0 J$, тому

$$\oint_L \mu_0 J dl = \mu_0 I_{\text{мол}} \quad (8.11)$$

Перепишемо рівність (8.9) так:

$$\oint_L B dl = \mu_0 I_{\text{провід}} + \mu_0 I_{\text{мол}}$$

і перенесемо $\mu_0 I_{\text{мол}}$ в ліву частину

$$\oint_L B dl - \mu_0 I_{\text{мол}} = \mu_0 I_{\text{провід}} \quad (8.12)$$

У відповідності з рівністю (8.11) перепишемо

$$\oint_L B dl - \oint_L \mu_0 J dl = \oint_L (B - \mu_0 J) dl = \mu_0 I_{\text{провід}} \quad (8.13)$$

Поділимо обидві частини на μ_0

$$\oint_L \left(\frac{B}{\mu_0} - J \right) dl = I_{\text{провід}} \quad (8.14)$$

Можна виводити так:

$$B = B_0 + B' = B_0 + \mu_0 J \Rightarrow B_0 = B - B' = B - \mu_0 J$$

$$\oint_L B_0 dl = \mu_0 I_{\text{провід}} \Rightarrow \oint_L (B - \mu_0 J) dl = \mu_0 I_{\text{провід}} \Rightarrow \oint_L \left(\frac{B}{\mu_0} - J \right) dl = I_{\text{провід}}$$

Зліва розглядається магнітне поле в магнетику без намагніченості. Закон повного струму в такій формі не залежить від речовини, бо розглядаються тільки струми провідності і магнітне поле без намагніченості.

Розрахункову величину

$$\left(\frac{B}{\mu_0} - J \right) = H \quad (8.15)$$

назвали **напруженістю магнітного поля**.

Таким чином, **напруженість магнітного поля чисельно дорівнює індукції магнітного поля в магнетику, поділеній на μ_0 без намагніченості J** . Напруженість магнітного поля величина векторна.

$$\frac{\text{Тл} \cdot \text{м}}{\text{Гн}} = \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

Одиниці вимірювання напруженості

Закон повного струму для напруженості запишеться досить просто

$$\oint_L H dl = I_{\text{провід}} \quad (8.16)$$

Циркуляція напруженості магнітного поля по замкнутому контуру L в будь-якому середовищі дорівнює сумі струмів провідності, що охоплюються цим контуром.

Для вакууму $J = 0$, і рівність (8.15) дає

$$B_0 = \mu_0 H \quad (8.17)$$

Тоді повна індукція магнітного поля в речовині за рівністю (8.4) буде зв'язана з напруженістю H залежністю

$$B = \mu B_0 = \mu \mu_0 H \quad (8.18)$$

Індукція магнітного поля в магнетику дорівнює добутку магнітної сталої μ_0 на відносну магнітну проникність μ середовища та на напруженість магнітного поля H .

Тепер ми вивели співвідношення (6.6'), яким попередньо користувались, як постулатом.

Треба відзначити, що вектор напруженості магнітного поля і вектор індукції магнітного поля не завжди співпадають

за напрямом, бо намагніченість в анізотропних середовищах не співпадає з напрямом магнітного поля B .

8.4 Елементарна теорія діамagnetизму і парамагнетизму. Магнітний момент атома

8.4.1 Гіромагнітне відношення. Спін

Класична теорія магнетизму є наближеною, хоча і дає добре узгодження з дослідями. Повне пояснення магнітних явищ в речовині дає квантово-механічна теорія.

Всяка речовина є магнетиком, тобто здатна під дією магнітного поля набувати магнітний момент (намагнічуватись). Для розуміння цього явища необхідно розглянути дію магнітного поля на електрони, що рухаються в атомі.

Можна вважати, що кожний раз, коли електрон здійснює один оберт (рис. 8.1), він переносить заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Якщо електрон за 1 секунду робить n обертів, то при цьому переноситься заряд $e \cdot n$, що відповідає струму I

$$I = e \cdot n, \quad (8.19)$$

але $n = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi r}$, де v – швидкість електрона; r – радіус електронної орбіти.

Орбітальний струм I створює магнітний момент P_m

$$[p_m] = IS = en\pi r^2 = \frac{ev\pi r^2}{2\pi r} = \frac{1}{2} e v r. \quad (8.20)$$

Вважаючи, що $n = 10^{15}$ Гц, $r = 10^{-10}$ м, одержимо

$$|p| \approx -10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}.$$

Одночасно електрон володіє орбітальним моментом імпульсу

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}. \quad (8.21)$$

Числове значення

$$|\vec{L}| \approx 10^{-34} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}.$$

Вектори $\vec{p}_m$ і $\vec{L}$ антипаралельні, бо заряд електрона від'ємний

$$\frac{\vec{p}_m}{|\vec{L}|} = -g. \quad (8.22)$$

Відношення їх модулів має назву **гіромагнітного відношення** і позначається g .

$$g = \frac{|\vec{p}_m|}{|\vec{L}|} = \frac{e}{2m}; \quad (8.22')$$

$$g = 9 \cdot 10^{10} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}.$$

Це відношення, однакове для будь-якої кругової орбіти, справедливе і для еліптичної орбіти. Для діаманетиків значення g підтверджено дослідом.

Експериментально визначене гіромагнітне відношення

ферромагнетика виявилось в 2 рази більшим: $g_{\text{феро}} = \frac{e}{m}.$

Для пояснення цього результату було припущено, а пізніше доведено, що, крім орбітальних моментів (8.20), (8.21) електрон володіє власним механічним моментом імпульсу $\vec{L}_s$, який називають **спіном**.

Вважалось, що спін зумовлений обертанням електрона відносно власної осі (англійське слово spin – веретено). Обертання може бути за годинниковою стрілкою і проти годинникової стрілки і відповідні значення спіна беруть із знаком плюс і знаком мінус. Сучасне уявлення про спін як властивість електрона – це квантова величина, яка не має

реальної моделі, як маса і заряд електрона. Спіну електрона відповідає власний (спіновий) магнітний момент

$$\vec{p}_s = -g_s \vec{L}_s, \quad (8.22)$$

де $g_s = \frac{e}{m}$.

Таким чином, загальний магнітний момент атома дорівнює векторній сумі магнітних моментів (орбітальних і спінових) всіх електронів і магнітного моменту ядра

$$\vec{p} = \sum \vec{p}_{orb} + \sum \vec{p}_s + \vec{p}_{ядра}. \quad (8.23)$$

Магнітний момент ядра в тисячі разів менший магнітного моменту електрона, тому його вплив на намагнічування невеликий. Його враховують тільки в тонких ефектах, які тут не розглядаються (ядерний магнітний резонанс). В діамagnetиках парна кількість електронів з протилежними спінами, тому додатні і від'ємні спінові магнітні моменти компенсуються:

$$\vec{p}_{заг} \approx \sum \vec{p}_{orb}; \quad g = \frac{e}{2m}. \quad (8.24)$$

В феромагнетиках виключну роль відіграють спінові магнітні моменти атомів $g_s = \frac{e}{m}$. У парамагнетиках намагніченість створюють орбітальний і власний магнітні моменти електрона.

8.4.2 Діамагнетизм

Елементарна теорія діамагнетизму може бути побудована без урахування власних магнітних моментів електронів.

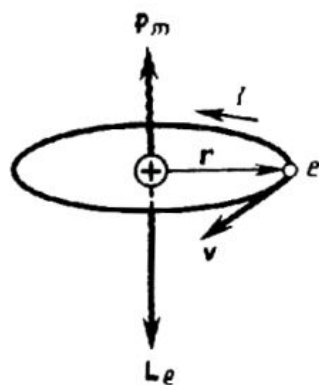


Рисунок 8.3

З класичної точки зору електронні орбіти можуть як завгодно орієнтуватись в просторі. При відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти електронів взаємно компенсуються, і сумарний магнітний момент атома рівний нулю.

Припустимо для спрощення, що всі орбіти розташовані в паралельних площинах, а вектор індукції зовнішнього магнітного поля перпендикулярний цим площинам (рис. 8.3).

□

Нехай індукція B повільно збільшується від нуля до деякого значення B_0 . Магнітний потік через площину орбіт теж буде зростати, що призведе до появи електрорушійної сили індукції ε . При цьому за правилом Ленца виникне такий індукцій-ний струм, щоб своїм магнітним полем протидіяти зміні магніт-ного потоку. Вважаємо, що радіус орбіти не змінюється, тому швидкість електрона в даному випадку зменшиться. Дійсно,

$$\varepsilon_{ind} = \int_0^{2\pi r} E dl = E \cdot 2\pi r = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB_0}{dt} \quad (8.25)$$

Лінії напруженості E вихрового індукційного поля напрямлені вздовж орбіти за годинниковою стрілкою так само, як густина струму ($j = E/\rho$).

Напруженість з (8.25) $E = -\frac{r}{2} \cdot \frac{dB_0}{dt}$ – це сила, що діє на одиничний заряд. Під дією сили $F_\tau = eE$ електрон на орбіті одержить тангенціальне прискорення, напрямлене проти швидкості його руху. Імпульс електрона зменшиться на Δp

$$\Delta p = \Delta(mv) = \int_0^t E dt = \int_0^t -\frac{er dB}{2dt} dt = -\int_0^{B_0} \frac{er}{2} dB = -\frac{er}{2} B_0 \quad (8.26)$$

Момент імпульсу теж зменшиться на ΔL

$$\Delta L = \Delta(mv)r = -\frac{er^2}{2} B \quad (8.27)$$

Це означає, що момент імпульсу, індукований зовнішнім магнітним полем, дорівнює ΔL і напрямлений в протилежний бік до початкового.

За гіромагнітним відношенням знайдемо створений зовнішнім магнітним полем магнітний момент атома

$$g = \frac{|\Delta p_m|}{|L|} = \frac{e}{2m} \Rightarrow |\Delta p_m| = |\Delta L| \frac{e}{m} = \frac{e^2 r^2}{2 \cdot 2 \cdot m} B_0 \quad (8.28)$$

Слід підкреслити, що індукований орбітальний магнітний момент електрона має протилежний напрям до зовнішнього магнітного поля (за правилом Ленца).

Приклад. Обчислимо намагніченість діамантного цинку. Порядковий номер елемента $Z = 30$, концентрація атомів $n = 10^{28} \text{ 1/м}^3$. Якщо всі орбіти лежать в площині, перпендикулярній вектору індукції зовнішнього магнітного поля, то намагніченість J дорівнює сумі магнітних моментів всіх електронів в одиниці об'єму

$$J = \sum \frac{p_i}{V} = p_m Zn = -\frac{e^2 r^2}{4m} B_0 Zn \quad (8.29)$$

З другого боку,

$$J = \frac{B_0}{\mu_0} \chi \quad (8.30)$$

звідки, використовуючи вирази (8.3), (8.7), магнітна сприйнятливість

$$\chi = \frac{J\mu_0}{B_0} = -\frac{e^2 r^2 B_0 Z n \mu_0}{4mB_0} \quad (8.31)$$

Підставимо константи і одержимо $\chi = -2,5 \cdot 10^{-5}$. За порядком величини цей результат достатньо близький до дійсного.

В дійсності всі орбіти розташовані хаотично. Якщо орбіта розташована під довільним кутом до напрямку індукції B_0 зовнішнього магнітного поля, то виникає прецесія орбіти, як у механічній дзиги, коли на її вісь подіяти силою. Кутова частота прецесії Ω буде такою самою

$$\Omega = gB_0 = \frac{e}{2m} B_0, \quad (8.32)$$

як і зміна частоти

$$\Delta\omega = \frac{e}{2m} B_0 \quad (8.33)$$

при перпендикулярності орбіти до B_0 . Частота прецесії Ω називається частотою Лармора.

Разом з механічним моментом прецесує і магнітний момент. За сумою проекцій прецесуючих магнітних моментів електронів можна обчислити, як і в попередньому випадку, магнітну сприйливість χ .

Таким чином, під дією зовнішнього магнітного поля відбувається прецесія орбіт з однаковою для всіх електронів кутовою швидкістю.

Додатковий рух електронів, зумовлений прецесією, призводить до виникнення індукованого магнітного моменту атома, напрямленого проти зовнішнього поля B_0 .

Діамагнітний ефект властивий всім магнетикам, а помітний тільки в діамагнетиках.

Діамагнітний ефект має дослідне підтвердження. Якщо між полюсами магніту підвісити на довгій тонкій нитці невеличкий стержень з досліджуваного магнетика і ввімкнути

струм в обмотці електромагніта, то при взаємодії наведеного магнітного поля в стержні з магнітним полем електромагніту виникне силова дія.

Якщо речовина стержня діамagnetна, то стержень обертається, встановлюючись перпендикулярно лініям індукції магнітного поля (виштовхується в область слабого поля), при цьому його намагніченість направлена проти вектора індукції поля.

Рідина в трубці в неоднорідному магнітному полі виштовхується з сильного магнітного поля, якщо вона діамagnetна.

Так само ведуть себе гази. Полум'я свічки, внесене в сильне магнітне поле, виштовхується з нього.

8.4.3 Парамагнетизм

Якщо магнітний момент атомів P_m відмінний від нуля, то речовина буде парамагнетною. В парамагнетних речовинах при відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти електронів в кожному атомі не компенсують один одного, і атоми парамагнетиків завжди володіють постійним магнітним моментом, залежним від орбітальних і власних магнітних моментів електронів. Проте внаслідок теплового руху молекул (атомів) їх магнітні моменти розташовані безладно, тому парамагнетні речовини немагнітні без зовнішнього поля.

□ При внесенні парамагнетика у зовнішнє магнітне поле B встановлюється переважна орієнтація магнітних моментів атомів за полем (повній орієнтації заважає тепловий рух атомів).

□ При створенні поля з індукцією B постійні магнітні моменти атомів починають прецесувати навколо напрямку B . Завдяки хаотичним співударам атомів відбувається ніби поступове затухання прецесії “макроскопічної дзиги” внаслідок тертя.

Таким чином, парамагнетик намагнічується, створюючи власне магнітне поле, яке співпадає за напрямом з зовнішнім

магнітним полем і підсилює його. Дослідами підтверджено, що стержень з парамагнетика повертається в зовнішньому магнітному полі так, щоб встановитись вздовж ліній індукції поля, бо власне магнітне поле парамагнетика співпадає за напрямом з зовнішнім.

В неоднорідному магнітному полі стержень або парамагнітна рідина втягуються в область сильного поля.

Те саме можна сказати і про гази. Треба підкреслити, що всі ці ефекти характерні і для феромагнетика, причому величина силової дії набагато більша.

При ослабленні зовнішнього магнітного поля до нуля орієнтація магнітних моментів внаслідок теплового руху порушується, і парамагнетик розмагнічується. Намагніченість J парамагнетиків пропорційна індукції зовнішнього магнітного поля, а намагніченість χ обернено пропорційна абсолютній температурі (закон Кюрі). З (8.33) маємо

$$\chi = \frac{c}{T}, \quad (8.34)$$

де c – стала, яка залежить від роду речовини.

Класична теорія парамагнетизму була розвинута Ландже-венем (1905 р.). На основі статистичного розподілу Больцмана для магнітних моментів була виведена залежність між намагніченістю J і індукцією зовнішнього магнітного поля B_0

$$J = \frac{np_m^2}{3kT} B_0, \quad (8.35)$$

де n – концентрація атомів; p_m – магнітний момент атома; k – стала Больцмана; T – абсолютна температура.

Порівнюючи вираз (8.35) з (8.31), знайдемо χ для парамагнетика

$$\chi = \frac{\mu_0 np_m^2}{3kT}. \quad (8.36)$$

Підставимо константи. В звичайних умовах ($B \approx 0,1$ Тл, $T \approx 300$ К) одержуємо $\chi \approx 10^{-3}$, що відповідає дійсності.

Як бачимо, теорія Ланджевена дає реальну залежність магнітної сприйнятливості χ парамагнетика від температури (закон Кюри).

Порівняння формул (8.34) і (8.36) дає сталу Кюри

$$c = \frac{\mu_0 n p_m^2}{3k} \approx 3 \cdot 10^{-1} \text{ К}$$

В дуже сильних полях і при низьких температурах спостерігається порушення пропорційності між намагніченістю J і напруженістю магнітного поля H парамагнетика.

Може настати стан магнітного насичення, при якому всі магнітні моменти p_m встановлюються вздовж поля і подальше збільшення H не призведе до зростання J .

Квантова теорія парамагнетизму враховує той факт, що можливі лише дискретні орієнтації магнітного моменту атома відносно поля. Але результат квантової теорії співпадає з результатом класичної теорії.

8.4.4 Магнітоmechanічні явища

В п. 8.4.1. ми визначили гіромагнітне відношення (сталу величину) як відношення магнітного моменту електрона до механічного моменту імпульсу.

$$g = \frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2m} = -g \quad (8.21)$$

Чим більший магнітний момент набувають електрони в атомі, тим більший магнітний момент цих електронів.

При намагнічуванні паро- і феромагнетиків магнітні моменти електронів встановлюються за напрямом поля, а механічні моменти – проти поля. Сумарний магнітний момент буде відмінний від нуля (спочатку внаслідок хаотичної орієнтації окремих моментів він був рівний нулю). Сумарний механічний момент атомів теж збільшиться пропорційно збільшенню магнітного моменту. Якщо магнетик (стержень)

був нерухомий, то при намагнічуванні момент його імпульсу збільшиться, і він перейде в обертальний рух.

Існування магнітоmechanічного ефекту доведено експериментально *Ейнштейном і де Хаасом*. Це явище полягає в тому, що намагнічення паро- і феромагнетика призводить до обертання зразка відносно осі, паралельної напрямку зовнішнього магнітного поля. Особливо сильний ефект в феромагнетиках. Тонкий залізний стержень підвішувався на тонкій пружній нитці, на якій крім того закріплювалось дзеркало І (рис. 8.4), і поміщався всередині соленоїда. При вмиканні соленоїда в електричне коло постійного струму стержень обертався на деякий кут, нитка закручувалась, і світловий зайчик зміщався по шкалі. Але ефект був дуже малий. Для підсилення ефекту застосовано метод резонансу – соленоїд живився змінним струмом, частота якого підбиралась рівною частоті власних коливань системи. Амплітуда коливань при цьому збільшилась і могла бути виміряна. З даних дослідів гіромагнітне відношення $g = e/m$, яке вийшло в 2 рази більшим від орбітального значення для електронів в атомі. Це означало, що електрони мають спін (власний магнітний момент, крім орбітального).

Барнет приводив залізний стержень в дуже швидке обертання навколо власної осі і вимірював намагнічування стержня. Це явище одержало назву механомагнітного ефекту і полягало в намагнічуванні стержня при його обертанні.

Експериментальне визначення магнітних моментів атомів було здійснене *Штерном і Герлахом*. Пучок атомів пропускався через неоднорідне магнітне поле (рис. 8.5).

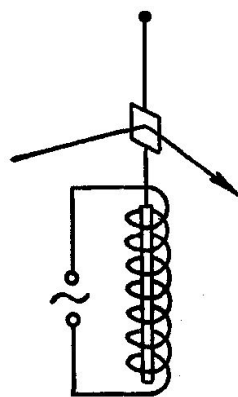


Рисунок 8.4

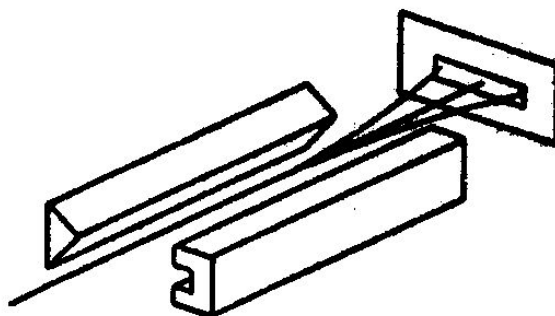


Рисунок 8.5

Слід цього пучка на екрані являв собою декілька симетрично зміщених ліній (срібло – 2 лінії, для кисню – 5, для заліза – 9). Деякі атоми не мали відхилення (магній, ртуть).

Дослід Штерна і Герлаха доводить, що магнітні моменти атомів можуть мати тільки дискретні значення проєкцій на зовнішнє магнітне поле (існування магнітного квантового числа m_l). Деякі атоми не мають власного магнітного моменту (діамагнетики магній і ртуть), або власні магнітні моменти електронів скомпенсовані. Дослід доводить існування в атомах власних магнітних моментів електронів і квантовий характер намагнічування паро- та феромагнетиків.

8.4.5 Феромагнетизм

Основи квантової теорії феромагнетизму створені Я.І.Френкелем, В.Гейзенбергом (1928 р.). Великий внесок в цю теорію внесли Б.Л.Розінг, П.Вейс, Н.С.Акулова, В.К.Аркадьєва, Я.Г.Дорфман. Вперше дослідив магнітні властивості А.Г.Столетов.

Механомагнітні явища підтвердили, що феромагнетики мають магнітні моменти атомів, відмінні від орбітальних магнітних моментів (гіромагнітне відношення виявилось в 2 рази більшим в дослідях Ейнштейна і де Хааса). Це прямий доказ неможливості пояснення феромагнетизму з допомогою

орбітальних магнітних моментів. В подальшому було з'ясовано, що феромагнітні явища пов'язані лише з власними магнітними моментами електронів. Ряд магнітних, електричних і оптичних явищ дають змогу вважати притаманним електрону власного магнітного моменту і власного механічного моменту імпульсу. Обидва моменти нерозривно зв'язані один з одним, тому термін “спін” застосовують не тільки для механічного, але і для магнітного моменту. Спін електрона визначається моментом імпульсу L

та магнітним моментом P_s

$$L_s = 5,3 \cdot 10^{-35} \text{ Дж}, \quad p_s = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

Власний магнітний момент електрона

$$p_s = \pm \frac{e}{m} \frac{h}{4\pi} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}$$

називають **магнетоном Бора**. Величина орбітальних магнітних моментів атомів близька до цього значення.

Спін електрона (механічний момент)

$$L = \frac{p_s}{g} = \frac{p_s m}{e} = \frac{h}{4\pi},$$

$$L = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{4 \cdot 3,14} = 5,3 \cdot 10^{-35} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Не слід створювати наочне уявлення про спін як результат власного обертання електрона навколо власної осі: спін – чисто квантова властивість, яка не піддається наочній трактовці. У зовнішньому полі власний магнітний момент встановлюється тільки вздовж ліній індукції поля. Якщо б всі спіни орієнтувались в напрямі індукції зовнішнього магнітного поля, то намагніченість

$$J = p_s n Z = 2,4 \cdot 10^7 \text{ А/м},$$

де $n = 10^{29} \text{ 1/м}$; $Z = 26$ – порядковий номер заліза;
 $B = 10^{-3} \text{ Тл}$. Тоді $\chi = 3 \cdot 10^4$.

В дійсності магнітна сприйнятливості не така велика (порядку 10^3), тому можна припустити, що на один атом припадає два-три взаємно паралельних моменти P_s . Всі інші моменти попарно взаємно-протилежні і компенсуються.

Ферромагнетики утворюють особливий клас магнетиків (можуть мати намагніченість у відсутності зовнішнього магнітного поля). Назву феро вони одержали завдяки самому розповсюдженішому представнику – залізу.

Ферромагнетизм властивий речовині тільки в кристалічному стані. При низьких температурах в кристалах порядку $10^{-6} \div 10^{-8} \text{ см}^3$ виникають певні обмінні сили між електронами, які змушують магнітні моменти електронів вишикуватись паралельно один одному. Природа обмінних сил квантова. В результаті ці кристали перетворюються в області спонтанного (самовільного) намагнічування – домени. Напрямок магнітних моментів окремих доменів (на рис. 8.6 показані стрілками) різний. За відсутності зовнішнього магнітного поля сумарний магнітний момент всього тіла рівний нулю.

При накладанні на магнетик зовнішнього магнітного поля (пунктирна стрілка на рис. 8.6) при слабкому полі відбувається

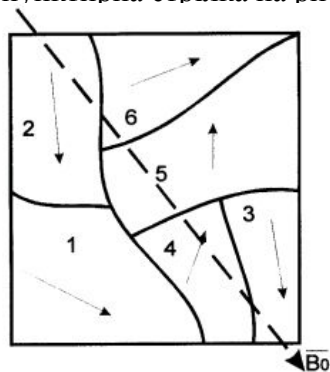


Рисунок 8.6

стрибоподібне Баркгаузенівське зміщення границь доменів, в результаті чого зростають домени 1,2,3, напрям магнітного поля яких близький до зовнішнього, і зменшуються домени 4,5, напрям яких майже протилежний зовнішньому магнітному полю. При великих значеннях зовнішнього магнітного поля домени 4,5 зникнуть, а збільшені домени 1,2,3 будуть повертати свій магнітний момент за зовнішнім полем. При цьому окремі власні моменти електронів в межах

одного домена будуть паралельні один одному. Таким чином, виходячи з доменної структури феромагнетиків, можна пояснити основні закономірності в їх магнітних властивостях.

1. Велике значення магнітної сприйнятливості $\chi \approx 10^4$ (в 10^{10} разів більше, ніж в парамагнетиках) і намагніченості феромагнетиків.

2. Магнітна сприйнятливість (намагніченість) залежить від напруженості H зовнішнього поля і від її попереднього значення (гістерезис).

3. Магнітні властивості залежать від температури. При температурі $T_{\text{кюри}}$ феромагнетик руйнується і перетворюється в парамагнетик (фазовий перехід другого роду). Залежність магнітної сприйнятливості від температури (при $T > T_{\text{кюри}}$) має

вигляд
$$\chi = \frac{c}{T - T_{\text{кюри}}}$$
 (де c – стала). При зменшенні температури нижче $T_{\text{кюри}}$ феромагнетик відновлюється.

Залежність магнітної сприйнятливості χ (магнітної проникності μ), намагніченості J , індукції магнітного поля B від напруженості зовнішнього поля H (індукція зовнішнього поля $B_0 = \mu_0 H$) приведена на (рис. 8.7, а, б, в) відповідно.

Намагніченість досягає насичення в полі напруженістю $H \approx 100 \text{ А/м}$.

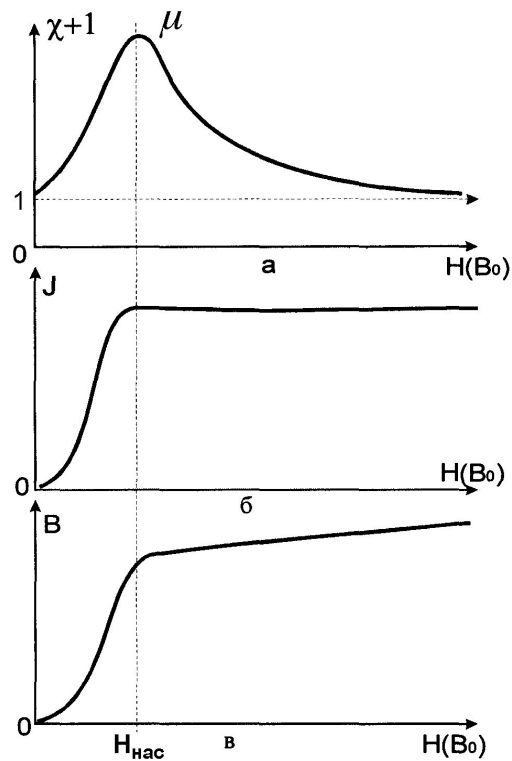


Рисунок 8.7

Як бачимо, максимальне значення $\mu(\chi)$ відповідає стану магнітного насичення, при якому всі домени зорієнтовані в напрямі зовнішнього магнітного поля. При подальшому зростанні напруженості магнітне поле зростає, намагніченість лишається сталою, а магнітна проникність

поступово спадає до одиниці. Дійсно, з (8.2) $\mu = 1 + \frac{B'}{B_0}$. Після насичення B' лишається сталим, а B_0 зростає до

нескінченності, тому $\mu \xrightarrow{B_0 \rightarrow \infty} 1$. Крива намагніченості вперше досліджена А.Г.Столетовим.

Нагадаймо, що $B = \mu_0(H + J)$. При досягненні насичення $\mu_0 J = \text{const}$, а $B = \mu_0 H + \text{const}$.

Гістерезис проявляється при зменшенні зовнішнього магнітного поля (рис. 8.8) від точки 1 до точок 2, 3, 4.

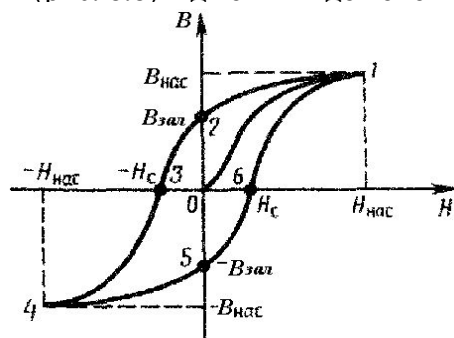


Рисунок 8.8

Домени не повертаються в попередній стан при зменшенні зовнішнього магнітного поля від точки 1 до точки 2, коли поле рівне нулю. Значення залишкової індукції при знятті зовнішнього поля має назву **залишкової намагніченості**.

Навіть при накладанні зовнішнього поля в зворотному напрямі (ділянка графіка 23) домени зберігають попередній магнітний момент, і тільки в точці 3 магнітні моменти всіх доменів у зразку в сумі дорівнюють нулю. Напруженість в точці 3 має назву **коерцитивної сили затримуючого поля**. Подальше зростання напруженості протилежного напрямі (ділянка 3-4) призводить до переорієнтації доменів за зовнішнім полем і досягнення стану насичення в т. 4. При повторній зміні напрямі поля (ділянка 4, 5, 6) процеси перемагнічування доменів повторюються. В змінному магнітному полі феромагнетик нагрівається за рахунок

виконання роботи гістерезису – роботи щодо зміщення границь доменів і їх орієнтації.

Існування залишкової намагніченості використовується в постійних магнітах. Для них характерна широка петля гістерезису з великою коерцитивною силою (жорсткі феромагнетики, сталі). Для осердь трансформаторів використовують м'які феромагнетики з вузькою петлею гістерезису і малою коерцитивною силою (сплав заліза з нікелем, м'яке залізо). Феромагнетики схожі з сегнетоелектриками.

Процес намагнічування феромагнетиків супроводжується зміною його лінійних розмірів і об'єму. Це явище одержало назву магнітострикції, особливо сильно це спостерігається в нікелі. При індукції зовнішнього магнітного поля $\Delta B = 0,025$ Тл довжина нікелевого стержня скорочується на 0.003%, що використовується в магнітострикційних ультразвукових вібраторах (частота до 20000 Гц).

Незначний питомий опір феромагнетиків не дає змоги використовувати їх при радіочастотах (10^5 Гц і вище) із-за великих втрат на вихрові струми.

Для радіотехнічних кіл розроблені різні ферити (сполуки оксиду заліза з оксидами двохвалентних металів), які мають помітні магнітні властивості ($\mu \approx 10^4$, $\rho \approx 10^3$ Ом·м).

Залежно від структури кристала обмінні сили можуть викликати не тільки паралельну, але й антипаралельну орієнтацію електронних спінів сусідніх атомів. В простішому випадку (за відсутності зовнішнього поля) електронні спіни утворюють ніби дві просторові ґратки з протилежними спінами, суміщені одна з другою. Якщо величина намагнічування обох підґраток однакова, то їх магнітні моменти компенсують один одного, так що кристал в цілому не володіє магнітним моментом. Такі тіла називають антиферомагнетиками. Ферити відносяться до антиферомагнетиків.

До них можна віднести ербій, сплави марганцю, заліза і міді MnO , MnF , FeO , $FeCl$, FeF , $CrSb$, CrO .

При низьких температурах антиферомагнетики мають малу магнітну сприйливість, яка підвищується з підвищенням температури. При деякій температурі (антиферомагнітна точка Кюрі, або точка Нееля) магнітне

упорядкування спинів порушується, і антиферромагнетик перетворюється в парамагнетик. Це фазовий перехід другого роду без теплоти переходу. Таким чином, вона досягає максимуму в точці Неєля. Якщо величина намагнічування обох підграток не однакова, то виникає некомпенсований феромагнетизм. У цьому випадку магнетик володіє досить значним магнітним моментом. Такі тіла називають **феримагнетиками**. Якщо феримагнетики мають ще напівпровідникові властивості, то вони називаються **феритами** (про застосування дивись вище).

9 Основи теорії Максвелла

В попередніх розділах були розглянуті основні закони електричних і електромагнітних явищ: Кулона, Ампера, Ерстеда, Біо-Савара-Лапласа, Фарадея, Гаусса, теорема Гаусса для електричного і магнітного поля, закон про циркуляцію індукції магнітного поля (закон повного струму), закон електромагнітної індукції та ін. Ці закони узагальнюють експериментальні факти. Це дало можливість англійському фізику Д.К.Максвеллу, спираючись на ідеї Фарадея про електричні та магнітні поля і теорію близькодії, узагальнити експериментальні закони електродинаміки і розробити завершену теорію єдиного електромагнітного поля, створеного довільною системою зарядів і струмів.

Теорія Максвелла (1860-1865) дала змогу з загальної точки зору охопити величезне коло явищ, починаючи з електростатичного поля нерухомих зарядів і закінчуючи електромагнітною природою світла. Змінне магнітне поле створює в будь-якій точці простору вихрове електричне поле незалежно від того, знаходиться в цій точці провідник чи ні.

В найпростішому вигляді всі чотири рівняння мають вигляд:

1. Закон електромагнітної індукції

$$\oint E dl = - \frac{d\Phi}{dt} .$$

2. Закон повного струму макропровідності

$$\oint H dl = I . \quad (9.1)$$

3. Теорема Остроградського-Гаусса для електричного поля

$$\oint_S D dS = \sum q_i .$$

4. Теорема Гаусса для магнітного поля

$$\oint_S B dS = 0 .$$

До них Максвелл додав ще три співвідношення між B , H , j , E .

$$\begin{aligned} 1. \quad & \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} \\ 2. \quad & \vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E} \\ 3. \quad & \vec{j} = \gamma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \end{aligned} \quad (9.2)$$

– закон Ома в диференціальній формі.

Цю систему рівнянь можна подати в інтегральній формі, в диференціальній (векторній) формі, в проекціях на певні осі координат.

Перетворимо кожне з рівнянь математично в більш зручну для користування форму і дамо фізичний зміст кожного рівняння.

9.1 Перше рівняння Максвелла

Максвелл запропонував вважати закон електромагнітної індукції справедливим не тільки для замкненого провідника, але й для будь-якого замкненого контура, уявно вибраного в змінному магнітному полі.

Математично перше рівняння можна перетворити. Магнітний потік

$$\Phi_m = \int_S B dS \quad (9.3)$$

Вважаючи поверхню S , натягнуту на нерухомий контур L , також нерухомою, одержимо

$$\frac{\partial \Phi_m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S B dS = \int_S \frac{\partial B}{\partial t} dS, \quad (9.4)$$

і перше рівняння набуде вигляду

$$\oint_L E dl = - \oint_S \frac{\partial B}{\partial t} dS \quad (9.5)$$

Циркуляція вектора напруженості електричного поля по довільному замкненому контуру L дорівнює швидкості зміни магнітного потоку через поверхню (правило Ленца), натягнуту на контур L , із зворотним знаком.

Фізичний зміст першого рівняння Максвелла – закону електромагнітної індукції – полягає в тому, що **змінне магнітне поле створює в будь-якій точці простору вихрове електричне поле незалежно від того, знаходиться в цій точці провідник чи ні.**

9.2 Друге рівняння Максвелла. Струм зміщення

Явище електромагнітної індукції доводить, що наявність в просторі змінного магнітного поля призводить до появи вихрового електричного поля.

Ми знаємо (з дослідів Ерстеда), що навколо рухомих зарядів, струмів виникає вихрове магнітне поле. Чи буде виникати магнітне поле при зміні електричного поля без руху зарядів (в конденсаторі) ?

Змінний струм може існувати в незамкнутому колі (наприклад, при наявності в колі конденсатора (рис. 9.1)).

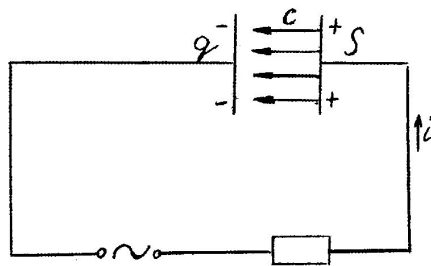


Рисунок 9.1

Рух зарядів має місце у всьому колі, крім простору між обкладинками конденсатора. Виходить, що в конденсаторі, де нема струму (руху зарядів), не виникає і магнітне поле, проте на обкладинках конденсатора змінюється заряд, а в конденсаторі

змінюється електричне поле.

Ідея Максвелла полягала в тому, що між обкладинками конденсатора при зміні електричного поля виникає магнітне поле. Друге рівняння Максвелла – закон повного струму

$\oint H dl = I_{\text{провід}}$ – для випадку конденсатора не підходило. Він ввів поняття про гіпотетичний **струм зміщення** в конденсаторі для того, щоб друге рівняння годилося для будь-якої ділянки кола. Дійсно, лінії струму провідності зазнають розриву на межі обкладинок конденсатора. Проте в просторі між обкладинками є змінне електричне поле, яке можна охарактеризувати електричним зміщенням D . Максвелл припустив, що лінії струму провідності неперервно переходять на межі обкладинок в лінії струму зміщення.

Миттєве значення струму $i = \frac{dq}{dt}$, густина струму провідності

$$j_{\text{провід}} = \frac{i}{S} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{S} \right), \quad (9.6)$$

де q – заряд на обкладинках конденсатора; S – площа обкладинок; $q/S = \sigma$ – поверхнева густина заряду.

Врахуємо, що

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}, \quad D = \epsilon \epsilon_0 E = \sigma. \quad (9.7)$$

Величина струму зміщення дорівнює струму провідності

$$i_{\text{зміщ}} = \frac{dq}{dt} = \int j_{\text{провід}} dS = \int \frac{\partial \sigma}{\partial t} dS = \int \frac{\partial D}{\partial t} dS, \quad (9.8)$$

звідки

$$j_{\text{зміщ}} = \frac{dD}{dt}. \quad (9.9)$$

Густина струму зміщення дорівнює похідній за часом від вектора зміщення електричного поля D .

Гіпотеза Максвелла. Струм зміщення створює в оточуючому просторі таке саме магнітне поле, як струм провідності. Але струм зміщення не може повністю співпадати зі струмом провідності. При проходженні його

не виділяється Ленц-Джоулеве тепло. Повний струм дорівнює сумі струму провідності і зміщення

$$i_{\text{повне}} = i_{\text{провід}} + i_{\text{зміщ}},$$

$$i_{\text{повне}} = \int_S j_{\text{повне}} dS = \int_S \left(j_{\text{провід}} + \frac{dD}{dt} \right) dS \quad (9.10)$$

Всередині проводів струм зміщення нескінченно малий порівняно з струмом провідності. Навпаки, в просторі між обкладинками $j_{\text{зміщ}}$ великий, а $j_{\text{провід}}$ – малий.

Вектор електричного зміщення складається з двох доданків – вектора поляризованості P і вектора напруженості E

$$D = P + \epsilon_0 E, \quad (9.11)$$

тому густина струму зміщення складається з двох доданків

$$j_{\text{зміщ}} = \frac{\partial P}{\partial t} + \epsilon_0 \cdot \frac{\partial E}{\partial t} \quad (9.12)$$

Струм поляризації $\partial P / \partial t$ визначається наявністю в просторі електричних диполів, тобто визначається зміщенням зарядів.

Струм зміщення $\epsilon_0 \cdot \partial E / \partial t$ існує навіть у вакуумі і не пов'язаний з зарядами.

Гіпотеза Максвелла про існування струмів зміщення і наявності навколо них магнітного поля була експериментально доведена в дослідах Герца вже після смерті Максвелла в 1888 році.

Наявність магнітного поля струму зміщення (рис. 9.2, б) і поляризації (рис. 9.2, а) була експериментально доведена в дослідах Енхенвальда.

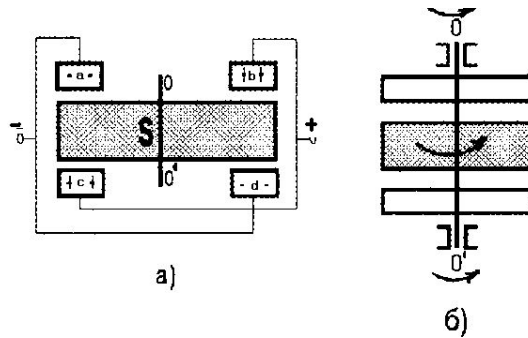


Рисунок 9.2

При обертанні диска відносно осі між обкладинками виникало магнітне поле, яке вимірювалося магнітометром.

Друге рівняння Максвелла через струм зміщення запишемо

$$\oint H dl = i_{\text{повне}} = i_{\text{провід}} + i_{\text{зміщ}} = \oint_S \left(j_{\text{провід}} + \frac{dD}{dt} \right) dS \quad (9.13)$$

З математичної точки зору

Циркуляція вектора напруженості магнітного поля по замкнутому контуру L дорівнює інтегралу від густини струму провідності і струму зміщення по площі S .

З фізичної точки зору

Змінне електричне поле породжує змінне вихрове магнітне поле.

9.3 Третє рівняння Максвелла

Якщо заряд розподілений по об'єму, то його можна виразити через об'ємну густину заряду

$$\sum q = \int_V \rho dV, \quad (9.14)$$

де $\rho = \frac{q}{V}$.

Теорема Гаусса-Остроградського для електричного поля математично формулюється так:

Інтеграл по замкнутій поверхні S від вектора індукції електричного поля D дорівнює інтегралу за об'ємом від густини заряду.

$$\oint_S D dS = \sum q_i = \int_V \rho dV. \quad (9.15)$$

З фізичної точки зору

Потік вектора електричного зміщення D через довільну замкнуту поверхню S , що охоплює заряди q_i , дорівнює алгебраїчній сумі останніх. Джерелом електричного поля є заряди, або змінне магнітне поле.

9.4 Четверте рівняння Максвелла

З математичної точки зору

Інтеграл по замкнутому контуру S від вектора індукції магнітного поля B завжди дорівнює нулю

$$\oint_S B dS \equiv 0. \quad (9.16)$$

З фізичної точки зору

Магнітний потік через довільну замкнуту поверхню завжди дорівнює нулю. Не існує магнітних зарядів.

9.5 Система рівнянь Максвелла

Систему рівнянь Максвелла складають: перше – про збудження вихрового електричного поля змінним магнітним, друге рівняння Максвелла про збудження магнітного поля

змінним електричним полем, третє – про потік вектора електричної індукції (напруженості), четверте – про потік вектора магнітної індукції (напруженості).

В інтегральній формі система рівнянь через напруженість

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \oint E dl = -\mu\mu_0 \int \frac{\partial H}{\partial t} dS ; \quad 2) \oint H dl = \int \left(j + \frac{\partial E}{\varepsilon\varepsilon_0 \partial t} \right) dS ; \\ 3) \oint E dS = \oint_V \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} dV ; \quad 4) \oint H dS = 0 ; \\ B = \mu\mu_0 H ; \quad D = \varepsilon\varepsilon_0 E ; \quad j = \frac{1}{\rho} E ; \end{array} \right. \quad (9.17)$$

...через індукцію

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \oint E dl = -\int \frac{dB}{\partial t} dS ; \quad 2) \oint B dl = \mu\mu_0 \int \left(j_{\text{провід}} + \frac{\partial D}{\partial t} \right) dS ; \\ 3) \oint D dS = \oint \rho dV ; \quad 4) \oint B dS = 0 ; \\ B = \mu\mu_0 H ; \quad D = \varepsilon\varepsilon_0 E ; \quad j = \frac{1}{\rho} E . \end{array} \right. \quad (9.18)$$

Величини B, H, i, D, E можуть бути виражені одна через другу.

В диференціальній формі

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \left[\frac{\partial}{\partial r} E \right] = -\frac{\partial B}{\partial t} ; \quad 2) \left[\frac{\partial}{\partial r} B \right] = \mu\mu_0 \left(j + \frac{\partial D}{\partial t} \right) ; \\ 3) \frac{\partial E}{\partial r} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho ; \quad 4) \frac{\partial B}{\partial r} = 0 ; \end{array} \right. \quad (9.19)$$

$$\begin{cases} 1) \nabla_x E = -\frac{\partial B}{\partial t}; & 2) \nabla_x H = j + \frac{dD}{dt}; \\ 3) \nabla \cdot D = \rho; & 4) \nabla \cdot B = 0; \end{cases} \quad (9.20)$$

$$\begin{cases} 1) \operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}; & 2) \operatorname{rot} H = j + \frac{\partial D}{\partial t}; \\ 3) \operatorname{div} D = \rho; & 4) \operatorname{div} B = 0. \end{cases} \quad (9.21)$$

I рівняння. Ротор від вектора напруженості електричного поля дорівнює похідній від індукції магнітного поля з зворотним знаком.

II рівняння. Ротор від вектора напруженості магнітного поля дорівнює сумі густини струму провідності і похідній від вектора зміщення за часом.

III рівняння. Дивергенція вектора напруженості електричного поля дорівнює густині зарядів в об'ємі, що охоплюється поверхнею.

IV рівняння. Дивергенція вектора магнітної індукції завжди дорівнює нулю.

Позначення:

$$\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}; \quad (9.22)$$

$$\operatorname{div} E = \nabla \cdot E - \text{скалярний добуток}; \quad (9.23)$$

$$\operatorname{rot} E = \nabla \times E - \text{векторний добуток}; \quad (9.24)$$

$$\operatorname{rot} E = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}; \quad (9.25)$$

$$\operatorname{div} B = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z}. \quad (9.26)$$

Теорія Максвелла являє собою феноменологічну теорію електромагнітного поля. Це означає, що внутрішній механізм явищ в середовищі, що викликають появу електричних і магнітних полів, при поляризації і намагнічуванні не розглядається. Електричні і магнітні властивості характеризуються в теорії Максвелла трьома величинами: відносною діелектричною проникністю, відносною магнітною проникністю і питомою електричною провідністю. Зміна цих параметрів в теорії не досліджується. Як будь-яка фізична теорія, теорія Максвелла має межі і може застосовуватись для ділянок поля, об'єми яких набагато перевищують об'єми атомів і молекул:

- 1) для відстаней R між зарядами і струмами набагато більшими, ніж міжатомні відстані ($R \gg 10^{-10}$ м)
- 2) для частот змінного поля, набагато менших від частоти внутрішньомолекулярних процесів (10 Гц)
- 3) для напруженості електричного поля $E < 10^6$ В/м

Заряджені частинки за час між зіткненнями з іншими частинками повинні набувати достатньо малої енергії порівняно з енергією хаотичного руху частинок середовища. Не всяке середовище може витримати навіть таке поле, не руйнуючись. Можуть виникнути нелінійні явища, рівняння Максвелла стають нелінійними. Але для електричного поля в вакуумі всі ці обмеження відпадають.

Рівняння Максвелла є лінійними, враховують принцип суперпозиції, зберігають свій вигляд при перетвореннях Лоренца, які є основою спеціальної теорії Ейнштейна. Подальшим розвитком теорії електромагнітного поля

Максвелла була електронна теорія Лоренца, а теорія Максвелла-Лоренца одержала розвиток в квантовій фізиці.

9.6 Теорія про взаємозв'язок електричного і магнітного полів

Єдине електромагнітне поле було виведене Максвеллом, але визнання того, що електромагнітне поле є самостійною формою матерії, затягнулося до двадцятого сторіччя. Створивши теорію відносності, А.Ейнштейн довів, що електромагнітне поле – це вид матерії, яка переносить дію однієї частинки на другу.

Важливий висновок теорії Максвелла – існування струмів зміщення – дав змогу передбачити існування електромагнітних хвиль – змінного електромагнітного поля, що розповсюджується в просторі з кінцевою швидкістю. Це було експериментально підтверджено Герцом.

Рівняння Максвелла лежать в основі всієї електротехніки і радіотехніки з її багаточисельними розгалуженнями (телебачення, радіолокація). Рівняння Максвелла є фундаментальними рівняннями класичної хвильової оптики (інтерференція, дифракція, поляризація, дисперсія, тиск світла). Вони відіграють таку ж роль в електродинаміці, як закони Ньютона в механіці, як основні закони в термодинаміці.

9.7 Принцип відносності в електродинаміці

Електричне і магнітне поля нерозривно зв'язані одне з одним. Поняття про окреме електростатичне поле або чисто магнітне поле мають відносний характер.

Електричне поле створюється системою нерухомих зарядів, але ці заряди будуть рухомими відносно іншої системи координат і будуть породжувати не тільки електричне, але й магнітне поле.

Аналогічно, нерухомий відносно однієї інерціальної системи відліку провідник з постійним струмом збуджує в кожній точці простору постійне магнітне поле, яке рухається

відносно інших систем відліку, і створюване ним змінне магнітне поле збуджує вихрове електричне поле.

Змінюючи швидкість системи відліку, будемо одержувати різні значення напруженості магнітного і електричного полів; іноді можна навіть домогтись зникнення магнітного поля. Проте неможливо знайти таку систему відліку, де одночасно зникали б обидва поля. Реальне електромагнітне поле існує незалежно від вибору системи відліку.

Розглянемо декілька випадків взаємодії полів в різних системах відліку вибраних так, щоб підхід до явища був можливий, виходячи з законів електростатики і одночасно з законів магнетизму, і порівняємо силові характеристики.

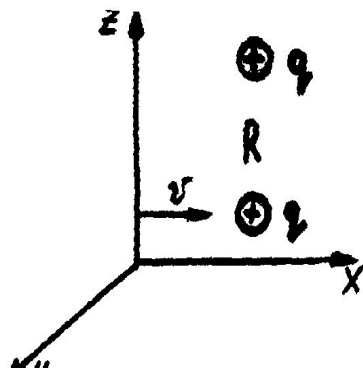


Рисунок 9.3

1. Розглянемо два нерухомих однакових заряди q на відстані R один від одного у вакуумі. Інерціальну систему координат виберемо так, щоб заряди відносно неї були нерухомі (рис. 9.3). Між ними буде діяти сила Кулона

$$F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}, \quad (9.27)$$

де q – заряд; R – відстань між зарядами.

Якщо ж виберемо інерціальну систему координат, яка рухається відносно зарядів з швидкістю v (рис. 9.3) вздовж осі X , то можна вважати, що заряди рухаються відносно системи координат з швидкістю $-v$ в протилежному напрямі до руху системи. Тоді рух кожного заряду можна вважати струмом, який за законом Біо-Савара створює навколо себе магнітне поле

$$B = \frac{\mu_0 I d\ell}{4\pi R^2}, \quad (9.28)$$

$$Id = \frac{q d \square}{t} = q \vartheta \quad (9.29)$$

де

Магнітне поле рухомого заряду в місці, де знаходиться другий заряд, визначається

$$B = \frac{\mu_o q \vartheta}{4\pi R^2} \quad (9.30)$$

На другий заряд (він рухається в магнітному полі першого заряду) буде діяти магнітна сила Лоренца

$$F_{\text{Лоренца}} = qvB = \frac{\mu_o q^2 \vartheta^2}{4\pi R^2} \quad (9.31)$$

Одночасно між зарядами діє електрична сила Кулона. Величини сил в першому і другому випадках будуть різні, навіть сам ефект буде різним. В нерухомій відносно зарядів системі координат буде діяти електростатичне поле, яке визначається законом Кулона, в рухомій – магнітне поле, яке визначається магнітною силою Лоренца, і електричне, яке визначається законом Кулона.

В класичному випадку, коли швидкість руху системи координат значно менше від швидкості світла ($v \ll c$) відношення магнітної сили (сили Лоренца) до електростатичної сили (Кулона) буде значно менше одиниці, тобто магнітна сила в рухомій системі координат значно менша за електричну.

$$\frac{F_{\text{Лоренца}}}{F_{\text{Кулона}}} = \frac{\mu_o q^2 \vartheta^2}{4\pi R^2} : \frac{q^2}{4\pi \epsilon_o R^2} = \frac{\epsilon_o \mu_o \vartheta^2}{1} = \frac{\vartheta^2}{c^2}, \quad (9.32)$$

де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла;

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o \mu_o}}; \quad \epsilon_o = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м}; \quad \mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ гн/м}.$$

При швидкості системи координат, рівній нулю, магнітна сила зникає. При наближенні швидкості системи до швидкості світла магнітна взаємодія наближається за

величиною до електричної. В даному випадку рух системи координат досить повільний по відношенню до швидкості світла, тому магнітна сила дуже мала.

Магнітний ефект підсилюється за рахунок великої кількості зарядів, що рухаються при проходженні струму, в той час як в нейтральному тілі кількість додатних і від'ємних зарядів однакова, і тому електрична взаємодія одного тіла з другим визначається тільки невеликим надлишковим зарядом, що утворюється при електризації.

2. Розглянемо взаємодію двох лінійних паралельних нерухомих зарядів і провідників в вакуумі в системі відліку XYZ . Вісь X напрямлена вздовж провідників. Лінійна густина зарядів на провідниках однакова $\tau = q/l$. Відстань між провідниками – a . Провідники нескінченно довгі. Взаємодію розглядаємо на довільній ділянці довжиною L (рис. 9.4)

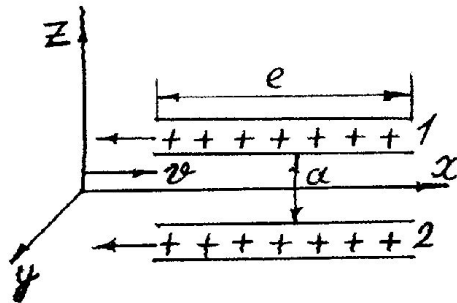


Рисунок 9.4

Сила і характер взаємодії провідників буде залежати від руху системи відліку. При нерухомій системі відліку XYZ взаємодія визначається електростатичними силами. Магнітна взаємодія дорівнює нулю.

При русі системи відліку з швидкістю v вздовж осі X вправо, заряди на провідниках вважаються рухомими, які створюють струм вліво. Взаємодія між ними визначається, з одного боку, електростатичними силами (взаємодія зарядженої нитки з зарядом), з другого боку, – магнітними силами взаємодії двох провідників зі струмом. При малих

швидкостях ($v \ll c$) Лоренцеве скорочення довжини провідників незначне, а значить і зміну лінійної густини зарядів не враховуємо. При швидкостях, близьких до швидкості світла ($v \approx c$), цими поправками нехтувати не можна.

Проаналізуємо силову взаємодію з електричних і магнітних позицій в різних інерціальних системах відліку.

а) Класична електростатична сила

Система відліку нерухома відносно проводів ($v = 0$). Напруженість електричного поля зарядженої нитки (верхній провід), створена на відстані a (в точках простору, де знаходиться другий провід), визначається за формулою напруженості зарядженої нескінченної нитки

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 a}$$

Сила, що діє на заряджений відрізок проводу довжиною Δl , дорівнює

$$F_{\text{електр}} = E \cdot q = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 a} \cdot \tau \cdot \Delta l = \frac{\tau^2 \Delta l}{2\pi\epsilon_0 a} \quad (9.33)$$

Магнітна сила взаємодії дорівнює нулю, бо нема рухомих зарядів.

б) Релятивістська електростатична сила

Система відліку рухається з швидкістю v відносно проводів. В рухомій системі відліку згідно з спеціальною теорією відносності відбудеться Лоренцеве скорочення довжини проводів

$$\Delta l = \Delta l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (9.34)$$

При цьому збільшиться лінійна густина зарядів

$$\tau^1 = \frac{q}{\square} = \frac{q}{\square \sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}} = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}} \quad (9.35)$$

За попередніми міркуваннями електрична сила

$$F_{\text{електр. релятивістська}} = \frac{\tau'^2 \cdot \square}{2\pi\epsilon_o \cdot a} = \frac{\tau^2 \cdot \square}{2\pi\epsilon_o a \sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}} \quad (9.36)$$

Як бачимо, величина електростатичної сили в рухомій

системі координат більша в $\Gamma = 1 / \sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}$ разів і може досягати нескінченно великих значень при $g \approx c$. При швидкостях руху системи значно менших швидкості світла ($v \ll c$) множник прямує до одиниці, і розрахунки можна

робити за формулою $F_{\text{електр}} = \frac{\tau^2 \square}{2\pi\epsilon_o a}$, як і при нерухомій системі координат.

в) Релятивістська магнітна сила

В нерухомій системі координат ця сила не виникає. Система відліку XYZ рухається відносно проводів з швидкістю v . Відносно системи відліку провідники з зарядами будуть рухатись вліво. Це рівнозначно рухові зарядів. Рух зарядів – це струм. Таким чином, по двох паралельних провідниках протікає уявний струм I , який можна визначити через лінійну густину зарядів і швидкість їх руху

$$I = \frac{q}{t} = \frac{\tau \square}{t} = \tau \cdot g \quad (9.37)$$

За формулою взаємодії паралельних струмів

$$F_{\text{магн}} = \frac{\tau^2 \cdot \mu_o \square}{2\pi a} = \frac{\tau'^2 g^2 \mu_o \square}{2\pi a}, \quad (9.38)$$

де лінійна густина зарядів за формулою спеціальної теорії відносності (9.34) дорівнює

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}}; \quad (9.39)$$

$$\square = \square \sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}. \quad (9.40)$$

Підставимо це значення лінійної густини зарядів і довжини L у формулу (9.38)

$$F_{\text{магн. релятивіст.}} = \frac{\tau g^2 \square \mu_o}{2\pi \sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}}. \quad (9.41)$$

Як бачимо, магнітна сила взаємодії так само, як і електрична, зростає при збільшенні швидкості руху системи

координат в $\Gamma = 1 / \sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}$ разів. Співвідношення між магнітною і електричною силами залежить від швидкості руху системи координат

$$\frac{F_{\text{магн}}}{F_{\text{електр}}} = \frac{\tau^2 g^2 \mu_o}{2\pi \square \sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}} \div \frac{\tau^2 \square}{2\pi a \epsilon_o \sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}} = \frac{g^2 \epsilon_o \mu_o}{1} = \frac{g^2}{c^2} \quad (9.42)$$

так само, як в прикладі 1 взаємодії двох нерухомих зарядів (порівняй з формулою (9.32)).

Таким чином в даних прикладах співвідношення між магнітною і електричною силами однакове в класичній

електродинаміці і в релятивістській електродинаміці для обох прикладів.

Як показують математичні викладки, які виходять за межі нашого посібника (Пеннер, Угаров), інваріантами перетворень електромагнітних величин при переході від одної інерціальної системи до другої (при $v \approx c$) будуть

$$E^2 - c^2 B^2 = \text{Inv} ; \quad (9.43)$$

$$\vec{E} \cdot \vec{B} = \text{Inv} , \quad (9.44)$$

де E – напруженість електричного поля; B – індукція магнітного поля.

Інваріант перетворень – це величина, яка не змінюється при переході від однієї інерціальної системи координат до другої.

1) Якщо в якій-небудь системі B або E дорівнює нулю, то інваріант (9.44) дорівнює нулю.

2) $\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$, якщо $\vec{E} \perp \vec{B}$.

3) Якщо $E^2 - c^2 B^2 > 0$, то при відповідному виборі ІСК можна одержати B' , але E не може бути рівним нулю.

4) Якщо $E^2 - c^2 B^2 < 0$, то B ні в якій системі координат не дорівнює нулю, в той час як E можна перетворити в нуль відповідним вибором системи.

5) У випадку плоскої електромагнітної хвилі обидва інваріанти обертаються в нуль.

Формули перетворення компонентів електричних і магнітних полів в теорії відносності мають вигляд

$$E_x = E'_x ; E_y = \frac{E'_y + \beta H'_z}{\sqrt{1 - \beta^2}} ; E_z = \frac{E'_z + \beta H'_y}{\sqrt{1 - \beta^2}} ; \quad (9.45)$$

$$H_x = H'_x; H_y = \frac{H'_y - \beta E'_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}; H_z = \frac{H'_z + \beta E'_y}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (9.46)$$

де E_x, E_y, E_z – проекції напруженості електричного поля на відповідні координатні осі; H_x, H_y, H_z – відповідні проекції магнітного поля; E', H' – напруженість в рухомій системі координат; E, H – напруженість в нерухомій системі

координат; $\beta = \frac{v}{c}$, де v – швидкість руху системи; c – швидкість світла.

Формули перетворень при малих швидкостях руху системи ($v \ll c$) мають вигляд

$$E_x = E'_x; E_y = E'_y - \beta H'_z; E_z = E'_z - \beta H'_y \quad (9.47)$$

$$H_x = H'_x; H_y = H'_y - \beta E'_z; H_z = H'_z - \beta E'_y. \quad (9.48)$$

Закони фізики, рівняння Максвелла інваріантні в усіх системах відліку згідно з спеціальною теорією відносності. Компоненти полів при цьому змінюються.

Українсько – російський словник

А

аркуш – лист

Б

безпосередньо – непосредственно
будівництво – строительство
бурштин – янтарь

В

важливість – важность
вартість – стоимость
вигляд – вид
виготовлення – изготовление
визначення – определение
використання – использование
вимірювання – измерение
виняток – исключение
випадок – случай
випромінювання – излучение
випростувач – выпрямитель
відбуватись – происходит
відгалуження – ответвление
від'ємний – отрицательный
відносний – относительный
відомий – известный
відповідність – соответствие
відсутність – отсутствие
відштовхування – отталкивание
вільний – свободный
власний – собственный
властивість – свойство
вмикач – включатель
вогнище – костёр
водень – водород
вплив - влияние
втрата – потеря
вузол – узел

Г

годинник – часы
грунтуватись (базуватись) – осно-вываться

Д

джерело – источник
дзига – волчок
дія – действие
добуток – произведение
довільний – произвольный

доводити- доказувати
додатний – положительный
домішка – примесь
дорівнювати – равняться
дослід – опыт
досягнення – достижение
дотична – касательная
доцільність – целесообразность
дріт – проволока
дужки – скобки

Е

електрорушійна сила – электродвижущая сила

Є

ємність – ёмкость

Ж

жевріти – тлеть, тускло гореть
живлення – питание
жорсткість – жесткость

З

закінчення – окончание
залежність – зависимость
заломлення – преломление
збудження – возбуждение
зворотній – обратный
зв'язок – связь
згадувати – вспоминать
з'єднання – соединение
зіткнення – столкновение
зміщення – смещение
зображення – изображение
зовнішній – внешний
зупиняти - останавливать

І

існування – существование

К

керування – управление
кисень – кислород
кількість – количество
ковдра – одеяло, покрывало
коливання – колебание, колебания
коло (геометр.) – окружность
коло (електр.) – цепь
крапля – капля
країна – страна
куля (геометр.) – шар
куля (військ.) – пуля
кут – угол

Л

ланцюжок – цепочка
лужноземельний – щелочноземельный

М

майбутній – будущий
межа – граница
міркування – соображения
містити – содержать
міцність – прочность
можливість – возможность

Н

надійний – надёжный
надлишковий – избыточный
надпровідність – сверхпроводимость
напівпровідник – полупроводник
напруга – напряжение
напруженість – напряженность
натяк – намек
нахил – наклон
наявність – наличие
негативний – отрицательный
недолік – недостаток
несподівано – неожиданно

О

обґрунтування – обоснование
обмеження – ограничение
одержувати, отримувати – получают
окремий – отдельный
опинитись – оказаться, очутиться
опір – сопротивление
осердя – сердечник
особливий – особенный
оточення – окружение
охоплювати – охватывать

П

перелік – перечень
переріз – сечение
перетворення – преобразование
перетин – пересечение
перешкода – препятствие
питання – вопрос
питомий – удельный
південь – юг
північ – север
підсилення – усиление
плівка – пленка

площина – плоскость
побудова – построение
повітря – воздух
поділ – деление, раздел
позитивний – положительный
помітний – заметный
порівняння – сравнение
порожній – пустой
послідовний – последовательный
потужність – мощность
похідна – производная
походження – происхождение
початок – начало
поширення – распространение
пошук – поиск
працювати – работать
приклад – пример
прилад – прибор
припущення – предположение
пристрій – устройство
проникність – проницаемость
протягом – на протяжении

Р

ретельно – тщательно
речовина – вещество
рівняння – уравнение
рідина – жидкость
різниця – разность, различие
розв'язувати – решать
розгалуження – разветвление
розгляд – рассмотрение
розжарювати – накалять
розподіл – распределение
розташування, розміщення – расположение
розуміти – понимать
розчин – раствор
руйнування – разрушение
самостійно – самостоятельно
самотній – одинокий
свердлик – буравчик
свідомість – сознательность, сознание
свідчення – свидетельство
середовище – среда
складний – сложный
спільний (загальний) – общий
споруда – сооружение
спотворення – искажение
справа – дело
сприйнятливість – восприимчивость
срібло – серебро

стала (постійна) – постоянная
стан – состояние
створення – создание
стійкий – устойчивый, стойкий
струм – ток
сукупність – совокупность
сумнів – сомнение
суцільний – сплошной

Т

термін – срок, термин (выражение)
тертя – трение
тиск – давление
тривалий – продолжительный

У

увага – внимание
умова – условие
усувати – устранять
уявлення – представление
уявний – мнимый

Х

хвиля – волна

Ч

час – время
численні (багаточисленні) – многочисленные

Ш

шар – слой
швидкість – скорость

Щ

щабель – ступень, ступенька
щілина – щель
щільний – плотный

Я

явище – явление
являти собою – представлять собою
якість – качество
яскравість – яркость

Методичні рекомендації щодо вивчення курсу

При двосеместровому і трисеместровому вивченні фізики в університеті виділяється приблизно однакова кількість годин на лекції – 126 год. З них на вивчення окремих розділів припадає: електрика – 18 годин, електромагнетизм 12 годин, колювання і хвилі – 14 годин, оптика – 10 годин.

Розділення навчального матеріалу в посібнику по лекціях.

Частина I

Електрика

- 1 лекція §1.1 - §1.3
- 2 лекція §1.4 - §1.5.2
- 3 лекція §1.6 - §1.8
- 4 лекція §2.1 - §2.4
- 5 лекція §2.5 - §3.5
- 6 лекція §4.1 - §4.6
- 7 лекція §5.1 - §5.2.2
- 8 лекція §5.3 - §5.4.6
- 9 лекція §5.5 - §5.5.3

Електромагнетизм

- 10 лекція §6.1 - §6.5
- 11 лекція §6.6 - §6.8
- 12 лекція §7.1 - §7.4.4
- 13 лекція §7.5 - §7.6
- 14 лекція §7.6.1 - §7.7
- 15 лекція §8.1 - §8.4.5
- 16 лекція §9.1 - §9.5

Частина II

Колювання

- 17 лекція §10 - §10.3.2
- 18 лекція §10.4 - §10.4.4
- 19 лекція §10.5 - §10.7.3.2

Хвилі

- 20 лекція §11 - §11.2.2
- 21 лекція §11.2.3 - §11.2.5

22 лекція §11.2.6 - §11.3
 23 лекція §11.3.1 - §11.4.1

Хвильова оптика

Інтерференція	Дисперсія
24 лекція §11.5 - §11.5.4	27 лекція §11.2.3 - §11.2.5
25 лекція §11.5.5 - §11.5.5.4	Поляризація
Дифракція	28 лекція §11.7.1 - §11.7.5
26 лекція §11.6 - §11.6.8	

З М І С Т

Предмет класичної електродинаміки	3
1. Електростатика	4
1.1. Електричний заряд	4
Дискретність заряду	4
Закон збереження електричного заряду	5
Густина заряду	5
Провідність тіл	6
1.2. Закон Кулона	6
Закон Кулона в діелектрику	8
1.3. Напруженість електричного поля	8
Електричне поле	8
Напруженість	9
Принцип суперпозиції. Додавання напруженостей	10
Електричний диполь	10
Приклад	11
1.4. Силкові лінії. Потік вектора напруженості	12
1.5. Електростатична теорема Гаусса - Остроградського та її застосування для обчислення напруженості полів	13
1.5.1. Теорема Гаусса-Остроградського	13
1.5.2. Застосування теореми Гаусса-Остроградського	14
Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини	14
Поле двох різноіменно заряджених площин	15
Поле зарядженої кулі	16
Поле рівномірно зарядженої нескінченної нитки	17
1.6. Робота з переміщення заряду в електростатичному полі	18
Циркуляція напруженості електричного поля	19
1.7. Потенціал	20

1.8. Зв'язок напруженості з потенціалом електростатичного поля	22
Еквіпотенціальні поверхні	22
Приклади	24
2. Електричне поле в речовині	27
2.1. Типи діелектриків	27
2.2. Поляризація діелектриків. Поляризаційні заряди.	
Поляризованість	28
Поляризаційні заряди. Поляризованість	30
Електрична сприйливість. Відносна діелектрична проникність	31
2.3. Властивості діелектриків. Сегнетоелектрики	32
2.4. Електричне зміщення. Теорема Гаусса	35
Теорема Гаусса-Остроградського в діелектрику	37
2.5. Електричне поле в металах	37
2.6. Електроємність провідника	39
Сферичний конденсатор	39
Плоский конденсатор	40
Циліндричний конденсатор	41
Паралельне з'єднання конденсаторів	41
Послідовне з'єднання конденсаторів	41
3. Енергія електричного поля	43
3.1. Енергія системи нерухомих точкових зарядів	43
3.2. Енергія зарядженого провідника	43
3.3. Енергія зарядженого конденсатора	44
3.4. Густина енергії електричного поля	44
3.5. Пондеромоторна сила	45
4. Постійний електричний струм	47
4.1. Струм. Густина струму	47
4.2. Електрорушійна сила. Напруга	48
4.3. Закон Ома. Опір провідників	52
4.3.1. Закон Ома в диференціальній формі	58
4.3.2. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола	59
4.3.3. Закон Ома для замкнутого кола	59
Приклади	60
4.4. Правило Кірхгофа для розгалужених кіл	62
4.5. Робота, потужність електричного струму	65
Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі	66
4.6. Коефіцієнт корисної дії електричного кола	68
5. Електричний струм в металах, напівпровідниках, суцільних середовищах	69
5.1. Елементи класичної і квантової теорії провідності металів	69
5.1.1. Елементарна класична електронна теорія провідності металів	70
Приклад	71

5.1.2. Закон Ома	72
5.1.3. Закон Джоуля-Ленца	74
5.1.4. Закон Відемана-Франца	75
5.2. Елементи квантової статистики і теорії провідності	76
5.2.1. Фазовий простір. Функція розподілу	76
5.2.2. Класична і квантова статистика	79
1. Класична статистика Максвелла-Больцмана	79
2. Квантова статистика Бозе-Енштейна	80
3. Квантова статистика Фермі-Дірака	80
5.3. Контактна різниця потенціалів. Термоелектричні явища в металах і напівпровідниках	84
5.3.1. Робота виходу електрона з металу	84
5.3.2. Контактна різниця потенціалів	85
5.3.3. Термоелектричні явища	86
5.4. Електропровідність напівпровідників	89
5.4.1. Елементи зонної теорії провідності	89
5.4.2. Метали, діелектрики, напівпровідники в зонній теорії	91
5.4.3. Власна провідність напівпровідників	93
5.4.4. Домішкова провідність	95
5.4.5. Контакт напівпровідників n і p типу. Напівпровідниковий діод. Випрямлячі	97
5.4.6. Транзистори	99
5.5. Електричний струм в суцільному середовищі	101
5.5.1. Електропровідність рідин	101
Закон Фарадея	102
5.5.2. Електропровідність газів	105
Несамостійний газовий розряд	106
Самостійний газовий розряд	107
5.5.3. Струм у вакуумі	109
Термоелектронна емісія	109
Струм у вакуумі	110
Плазма	112
6. Електромагнетизм	114
6.1. Магнітне поле	114
6.2. Закон Ампера. Індукція магнітного поля	116
6.2.1. Індукція магнітного поля	118
6.2.2. Напруженість магнітного поля	119
6.3. Магнітний потік	119
6.3.1. Теорема Гаусса для магнітного поля	120
6.4. Закон Біо-Савара-Лапласа	121
6.4.1. Магнітне поле в центрі кругового провідника	123
Приклади	124
6.4.2. Магнітне поле навколо прямолінійного провідника з струмом	125
6.5. Взаємодія двох паралельних провідників зі струмом. Визначення одиниці величини струму Ампера	127
6.6. Дія магнітного поля на рухомий заряд. Сила Лоренца	128

6.6.1. Застосування сили Лоренца. Рух заряджених частинок в магнітному полі	130
Приклад	131
6.6.2. Прискорювачі елементарних частинок	132
6.6.3. Мас-спектрометр	134
6.6.4. Магнітогідродинамічний генератор	135
6.6.5. Ефект Холла	135
Приклад	137
6.7. Теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції. Закон повного струму	138
6.8. Магнітне поле соленоїда і тороїда	140
 7. Електромагнітна індукція	143
7.1. Явище виникнення індукційного струму. Ефект Фарадея	143
7.2. Закон Фарадея-Максвелла. Електрорушійна сила електромагнітної індукції. Сила Ленца	144
7.3. Виведення закону Фарадея-Максвелла	145
7.3.1. Виведення закону електромагнітної індукції за Гельмгольцем	146
7.3.2. Виведення закону електромагнітної індукції з точки зору електронної теорії	147
7.3.3. Індукційне електричне поле	149
7.4. Застосування явища електромагнітної індукції	150
7.4.1. Вихрові струми (струми Фуко)	150
7.4.2. Бетатрон (для прискорення електронів та β -частинок)	151
7.4.3. Пас Роговського	151
7.4.4. Флюксметр	152
7.5. Явище самоіндукції. Індуктивність. Струми замикання і розмикання	152
7.5.1. Струми при розмиканні і замиканні кола	154
7.5.2. Індуктивність соленоїда	155
7.5.3. Взаємна індукція. Трансформатори	156
7.6. Змінний електричний струм. Одержання змінного електричного струму	158
7.6.1. Коло квазістаціонарного змінного струму	159
7.6.2. Коло з резистором	160
7.6.3. Коло з індуктивністю	160
7.6.4. Коло з ємністю	162
7.6.5. Коло змінного струму з послідовним сполученням резистора, котушки індуктивності і конденсатора. Закон Ома для кола змінного струму. Імпеданс	164
7.6.6. Резонанс напруг	166
7.6.7. Резонанс струмів	168
7.6.8. Робота в колі змінного струму. Потужність в колі змінного струму. Коефіцієнт потужності. Ефективне значення струму	170
7.7. Енергія магнітного поля. Об'ємна густина енергії	172

8. Магнітні властивості речовини	175
8.1. Відносна магнітна проникність. Магнітна сприйнятливості	175
8.2. Магнетики	176
8.3. Гіпотеза Ампера. Намагніченість. Молекулярні струми. Закон повного струму в магнетику. Напруженість магнітного поля ..	178
8.4. Елементарна теорія діамagnetизму і парамагнетизму. Магнітний момент атома	182
8.4.1. Гіромагнітне відношення. Спін	182
8.4.2. Діамagnetизм	185
Приклад	186
8.4.3. Парамагнетизм	188
8.4.4. Магніто механічні явища	190
8.4.5. Феромагнетизм	198
9. Основи теорії Максвелла	198
9.1. Перше рівняння Максвелла	199
9.2. Друге рівняння Максвелла. Струм зміщення	200
9.3. Третє рівняння Максвелла	203
9.4. Четверте рівняння Максвелла	204
9.5. Система рівнянь Максвелла	204
9.6. Теорія про взаємозв'язок електричного і магнітного полів	207
9.7. Принцип відносності в електродинаміці	208
а) класична електростатична сила	211
б) релятивістська електростатична сила	211
в) релятивістська магнітна сила	212
Українсько-російський словник	216
Методичні рекомендації щодо вивчення курсу	219