

**Міністерство освіти і науки України
Івано-Франківський національний технічний університет
нафти і газу**

Кафедра фізики новітніх технологій

**Галушак М.О., Лучицький Р.М.,
Нижникевич В.В., Рувінський Б.М., Соловичний Я.В.,**

**МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ЯВИЩ І ПРОЦЕСІВ
ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ**

*Рекомендовано до друку методичною радою
Івано-Франківського національного технічного університету
нафти і газу*

Протокол № 6 від 25.06.2009р.

**Івано-Франківськ
2009**

53,07 + 004,94 (075,5)

М 74

МВ 02070855-1492-2005

Галушак М.О., Лучицький Р.М., Нижникевич В.В.,
Рувінський Б.М., Солоничний Я.В. Моделювання фізичних
явищ і процесів: Лабораторний практикум. - Івано-Франківськ:
ІФНТУНГ, - 2009, 200 с.

Лабораторний практикум містить методичні вказівки для
проведення лабораторних занять з фізики з використанням
комп'ютерного моделювання фізичних явищ і процесів.
Розроблений у відповідності з робочими програмами
спецкурсів.

Для студентів усіх напрямів підготовки і спеціальностей
стаціонарної, заочної і дистанційної форм навчання.

Рецензент:

Рувінський М.А – доктор фіз.-мат. наук, професор кафедри
фізики твердого тіла Прикарпатського національного
університету ім В.С. Стефаника.



Здійняно до друку 15.07.09 Формат 60×84/16 Друк офсетний
Ум. друк. арк. 12,5 Тираж 120 прим. Замовлення № 194



Видавництво Івано-Франківського національного
технічного університету нафти і газу

76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15

Дане видання – власність ІФНТУНГ.
Забороняється тиражування та розповсюдження.

ВСТУП

Фізика є базовою дисципліною фундаментальної підготовки студентів інженерних спеціальностей. Запорукою формування у студентів теоретичної бази для вивчення спеціальних дисциплін повинна стати точність та глибина розуміння основних понять, законів та принципів фізики.

Фізика, як і інші науки, розглядаючи певні явища чи процеси, користується методом “від простого до складного”. Під час застосування цього методу першим кроком є позбавлення об’єкта всіх інших його властивостей, окрім тієї, яка є визначальною для даного явища, адже поведінка абстрактного об’єкта дозволяє говорити про аналогічну поведінку реальних об’єктів. *Накладання на такі абстракції певних умов-зв’язків створює своєрідну абстраговану фізичну систему – модель.*

Застосування комп’ютерів в навчальному процесі значно розширило можливості моделювання у фізиці. Навчальний лабораторний практикум, що пропонується, призначений не тільки для навчання студентів фізики за допомогою комп’ютерів, але і покликаний “навчитись вчити” комп’ютер моделювати фізичні процеси, так як моделювання в останні роки є своєрідним сучасним містком між традиційними експериментальними і теоретичними методами досліджень. Лабораторні роботи виконуються на основі комп’ютерних програм, що моделюють фізичні явища та дають можливість проведення експерименту і відповідних теоретичних розрахунків.

Комп’ютерні лабораторні роботи охоплюють найважливіші закони та теоретичні питання фізики, на основі яких вирішуються фізичні задачі і проблеми в обраній студентами спеціальності. Кожна з лабораторних робіт містить короткі теоретичні відомості, опис користування програмою, практичні завдання та запитання для самоконтролю, посилення на літературні джерела.

Особливої уваги автори надавали найбільш повному розкриттю фізичної суті досліджуваних явищ та змісту тих параметрів, якими ці явища описуються. Роботи носять

науково-дослідний характер, передбачають можливість розширення або зміни завдань з використанням комп'ютерів.

Окреме питання – це точність експериментальних результатів, адже досвід роботи виявив повсюдне невміння проводити і записувати результати як прямих вимірів, так і оцінювати точність кінцевого значення шуканої величини і записувати його з відповідною кількістю значущих цифр.

До складу посібника увійшло 28 лабораторних робіт, методичні вказівки щодо їх виконання та оформлення звітів.

Авторський колектив з вдячністю прийме зауваження, які будуть враховані в наступних більш розширених виданнях.

Філософія та методика виміру. Похибки та запис експериментального результату

*Вимірювати те, що вимірю-
ване, робити виміряним те, що
ще не виміряне.*

Галілео Галілей

Досвід роботи з учнями, слухачами підготовчих відділень та курсів, студентами вузів вказує на низку некоректних ходів, нерозуміння ними певних моментів і, що найгірше, неправильного застосування певних прийомів, методів оцінки похибок під час обробки експериментальних результатів. Їх можна звести до таких трьох проблем:

1) шаблонне, несвідоме застосування статистичного методу знаходження середнього значення і середнього відхилення до абсолютно усіх результатів як вимірювання, так і визначення значення будь-якої фізичної величини:

2) практично повне нерозуміння, невміння (деякими вчителями та викладачами в тому числі) визначати абсолютні похибки фізичних величин в процесі їх прямого виміру;

3) невміння записувати результати прямих вимірів і кінцеве значення шуканої величини з відповідною кількістю значущих цифр.

Така низька культура оформлення результатів експериментальних досліджень є результатом, по-перше, неглибокого, поверхового проникнення в саму суть явища чи процесу, які досліджуються, а, по-друге, надмірного захоплення „математичним татуюванням”, – таким характерним для псевдонауки.

Фізика – наука точна. Тому будь-яке фізичне явище можна вважати зрозумілим тільки в тому випадку, якщо його вдалось описати точною мовою законів, формул і чисел. Але для того, щоб виразити фізичну величину чисельно, її необхідно виміряти або визначити за допомогою інших величин, які вимірюються безпосередньо.

Щоб справитися з цими проблемами, треба глибше заникнути у фізичну суть самого процесу виміру, тобто

співставлення „чогось” з „чимось”. Оте “щось” визначає філософський аспект його виміру, а оте „чимось” і саме співставлення – методичний.

Філософський аспект виміру спричинений двома особливостями. Перша стосується принципів світобудови, а друга – наших (земної людини) співвідносин із об’єктами, проявами цього всесвіту.

Перша особливість. Сучасна фізика – це польова фізика, вона дає відповіді про першопричини багатьох явищ та процесів на польовому рівні. Адже мікрочастинки, поведінка яких визначає хід процесів та явищ, є польовими утвореннями. Тобто вони не мають „кінця”, відповідно не мають ні „кінця” ні „початку” будь-які предмети, об’єкти всесвіту, розміри яких ми вимірюємо. А якщо ще пригадати принцип невизначеності Гейзенберга, його застосування до енергії та часу... І може аж тоді стане зрозумілою фраза давньогрецького мудреця Зенона, що „вірити можна тільки розуму”. Схоже він мав рацію, заперечуючи можливість абсолютного пізнання світу за допомогою наших чуттів.

Друга особливість. Практично ніколи ми не можемо виміряти те, що нам треба виміряти. Тому ми міряємо те, що можемо виміряти, і стараємось, щоб те, що ми міряємо, якнайточніше, якнайближче відповідало тому, що нам треба виміряти. А ступінь отої відповідності треба навчитись (привикнути) оцінювати.

Тому, приступаючи до вимірювання значення будь-якої фізичної величини, необхідно пам’ятати, що:

- експериментатор має справу з реальними конкретними речами, предметами, а не з моделями, а наш понятійний апарат базується на теоретичних засадах, тобто зорієнтований на моделі, а не на реальні;

- перед проведенням вимірів необхідно усвідомити суть тої о. що беремося виміряти; для правильного аналізу і виміру значення будь-якої фізичної величини треба підходити **функціонально**, – тобто вияснити, чим є дана річ чи величина, яку функцію вона виконує.

Для одержання експериментального значення будь-якої величини необхідно придумати спосіб, метод її визначення;

підібрати відповідне обладнання та інструмент, які б забезпечили максимально більшу точність її визначення. Для досягнення поставленої мети потрібно виконати цілу низку взаємопов'язаних етапів.

Перший з них — це **прямі виміри** тих величин, за допомогою яких будемо в подальшому визначати значення шуканої величини. Це — найважливіший і найвідповідальніший етап, який визначає ефективність, точність і доцільність всієї подальшої роботи, тобто наступних етапів, які, по суті, є обробкою отриманих результатів прямих вимірів. Особливу увагу слід звертати при цьому на точність вимірювання значень різних величин.

Абсолютна похибка прямих вимірів має, як мінімум, три джерела. Тому для її оцінки, визначення потрібно провести копійку роботи. **Перше**, на що слід звернути увагу; — це аналіз об'єкту вимірювання. Тобто треба чітко усвідомити, побачити, — **що ми міряємо?** Причому аналіз об'єкту повинен бути **функціональний**. Тобто треба зрозуміти, яку функцію об'єкт виконує, і тільки тоді стане зрозуміло — що ж саме ми міряємо.

Наприклад, для визначення довжини хвилі падаючого на дифракційну решітку світла потрібно виміряти відстань від лампочки до решітки. Тобто об'єктом виміру є ця відстань. Але ж це не проста відстань між якимись „точками”. Лампочка є джерелом світла, яке взаємодіє з дифракційною решіткою. Це означає, що нас цікавить шлях світла, яке „народжується” атомами спіралі. А спіраль (нитка розжарення) для кожного джерела світла має свою форму, просторову орієнтацію, протяжність. Тобто шлях світлового потоку починається не з деякої точки, а з певної смуги невизначеності, яка в даному випадку визначається конфігурацією спіралі лампочки. Половину ширини цієї смуги невизначеності $\Delta l/2$ треба врахувати в тій частині абсолютної похибки, яка визначається об'єктом, — Δl_1 . Так само слід поступити і при аналізі завершення шляху променів, — їх взаємодія із дифракційною решіткою також має деяку просторову протяжність Δl_2 . Тобто кінцево отримуємо: $\Delta l_0 = 1/2(\Delta l_1 + \Delta l_2)$.

Друге джерело – це інструмент, з яким співвідноситься об'єкт, Δ_i – частина абсолютної похибки прямого виміру, спричинена точністю інструменту, який використовується.

Третє джерело – це сам спосіб, метод виміру. Наявність доступу до об'єкта, паралельність інструмента та об'єкта, впливи різних полів і т.і., – все це може вплинути на точність виміру і вплив цих факторів треба навчитись контролювати через Δ_c – частину абсолютної похибки, спричинену способом вимірювання.

Тобто результуюче значення абсолютної похибки регулярно включає в себе згадані складові: $\Delta I = \Delta I_o + \Delta I_i + \Delta I_c$. Вони можуть бути різними. В кожному конкретному випадку може домінувати то одна, то друга, то третя.

Прийнято розрізняти три види похибок: **промахи, систематичні і випадкові похибки вимірювання.**

Промахи (прорахунки) є результатом низької кваліфікації експериментатора, що виконував виміри. Промахи не піддаються обліку.

Систематичні похибки є наслідком недосконалості приладів, а також недоліків методики виміру. Вони завжди дають відхилення результату виміру від дійсного значення в одну і ту ж сторону. Долаються систематичні похибки шляхом перевірки приладів, повнішої розробки теорії і методики експерименту і порівняння різних методів виміру однієї і тієї ж величини.

Якщо систематичні похибки, що виникають під час вимірювання яким-небудь приладом, значно менші, ніж поділки шкали цього приладу, то за абсолютну похибку виміру зазвичай беруть половину найменшої поділки приладу.

Коли говорять про **інструментальні похибки**, то мають на увазі похибки, залежні від похибок вживаних засобів вимірів. Останні у свою чергу характеризуються класом точності приладу.

Клас точності визначається максимальною похибкою приладу, вираженою у відсотках від повної величини шкали. Наприклад, клас точності 0,5 означає похибку приладу до 0,5% за відхилення стрілки на всю шкалу. При відхиленні стрілки на половину шкали похибка зростає в два рази, а на третину шкали – в три рази, і так далі. Тому для вимірів з меншою похибкою треба

вибирати прилад такої чутливості, щоб вимірювана величина викликала відхилення стрілки приладу більш ніж на половину шкали.

Величина інструментальної похибки визначається порівнянням показів даного і еталонного приладів. Надійність показів еталонного приладу розраховується з врахуванням випадкових похибок.

Випадкові похибки є наслідком випадкових, неконтрольованих перешкод, вплив яких на процес виміру неможливо врахувати безпосередньо. Цих перешкод дуже багато, вони різної фізичної природи і відрізняються силою дії на процес виміру. Можна вживати заходи для усунення найбільш впливових перешкод, але повністю їх усунути неможливо. Випадкові похибки можуть відхиляти результати виміру від дійсного значення в обидві сторони, і їх вплив враховується за допомогою певної обробки результатів виміру фізичної величини.

Вищенаведені особливості є причиною того, що доводиться розрізняти **істинне** та **дійсне** значення фізичної величини.

Істинне значення фізичної величини – це таке значення величини, яке ідеальним чином відобразило б в якісному та кількісному відношеннях відповідну властивість об'єкта.

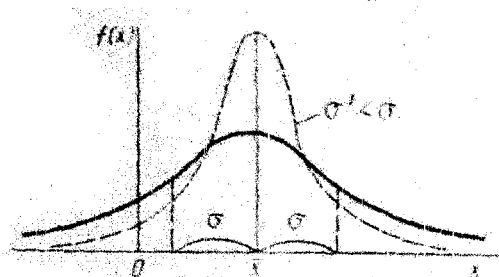
Дійсне значення фізичної величини – це таке значення величини, яке знаходять експериментально. Воно настільки наближається до істинного, наскільки це дозволяють умови експерименту, вимірювальна техніка, технічна культура самого експериментатора, нарешті. Для даної цілі воно може бути використаним замість істинного значення.

Виміром якраз і називають знаходження дійсного значення даної фізичної величини дослідним шляхом із використанням спеціальних технічних засобів - інструментів та установок.

Теорія похибок враховує тільки випадкові похибки. Згідно цієї теорії, випадкові похибки вимірів підкоряються **закону нормального розподілу (закону Гауса)**.

Сенс цього закону полягає в наступному. Припустимо, ми хочемо виміряти деяку фізичну величину, дійсне (і нам невідоме) значення якої є x_0 . Використовуючи який-небудь прилад, ми n разів намагаємося визначити цю величину, але через випадкові похибки, що виникають в процесі вимірювання, замість x_0 отримуємо набір значень $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$. Виявляється, що за допомогою закону розподілу ми хоча і не можемо вказати точне значення x_0 , але можемо знайти, з якою ймовірністю P величина x_0 опиниться в будь-якому інтервалі значень $a < x_0 < b$ (область значень $a < x_0 < b$ називають довірчим інтервалом). Згідно закону Гауса ця ймовірність визначається функцією щільності розподілу

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$



і дорівнює

$$P(a < x_0 < b) = \int_a^b f(x) dx. \quad (2)$$

Тут x_0 — позначений набір значень, які ми отримуємо в результаті вимірювання, $\bar{x}$ — їх середнє арифметичне, а σ — середнє квадратич-

не відхилення:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (3)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \quad (4)$$

Як видно з рисунку, гаусова крива, що має на графіку симетричний (як дзвін) вигляд, характеризується двома параметрами: положенням вершини — $\bar{x}$ і „шириною” 2σ — відстанню між точками перегину. Значення $\bar{x}$, як правило, і приймають за ту величину, яку треба було виміряти, а σ характеризує ступінь впливу випадкових похибок на результати вимірювання: чим менше значення σ , тим вужча гаусова крива і тим, точніше проведено вимірювання.

Обробка результатів серії вимірів зводиться до точнішого знаходження параметрів гаусові кривої $\bar{x}$ і σ . Може здатися, що якщо провести велику кількість вимірювань, то ці параметри можна визначити з якнайвищою точністю і, отже, можна в межах однієї методики вимірювань (навіть грубої) отримати близьке до достовірного числове значення вимірюваної величини. Проте це не так. Слід ще раз підкреслити, що $\bar{x}$ – не дійсне значення вимірюваної величини, а лише деяке наближення до нього. Чим ширшим вибирається інтервал, тим вища вірогідність попадання дійсного значення вимірюваної величини в цей інтервал (так, вірогідність відхилення дійсного значення від положення вершини гаусової кривої $\bar{x}$ не більше ніж на σ дорівнює 0,683; не більше ніж на 2σ – 0,955; не більше ніж на 3σ – 0,997). Міра σ наближення вимірюваного значення величини $\bar{x}$ до дійсного x_0 визначається фізичною суттю вимірюваної величини, а також фізичними і конструктивними принципами, закладеними в методику вимірювання. Ці принципи в рамках даної методики не залежать від експериментатора, отже, нескінченне збільшення кількості вимірів не дає помітного збільшення точності.

Оскільки немає сенсу прагнути до дуже великої кількості вимірювань, то виникає питання: як змінюється достовірність залежно від числа вимірювань? Залежність ця складна і не виражається в елементарних функціях. Існують спеціальні таблиці (таблиці коефіцієнтів Ст'юдента), за якими можна визначити, в скільки разів треба збільшити стандартний довірчий інтервал $[\pm S_x]$, що за певної кількості вимірювань n отримати необхідну ймовірність α . За стандартний береться довірчий інтервал $[\pm S_x]$, де

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}. \quad (5)$$

тут x_i – числове значення величини, отримане при i -му вимірюванні, $\bar{x}$ – середнє арифметичне значення вимірюваної величини (3).

Хід обробки результатів вимірювань має бути наступним: виконавши n вимірювань і записавши їх результати в таблицю,

обчислюють за (3) середнє арифметичне значення вимірюваної величини $\bar{x}$. Потім за (5) обчислюють стандартний довірчий інтервал $[\pm S_x]$ і знаходять за таблицею коефіцієнт Ст'юдента $t(\alpha, n)$, залежно від необхідної ймовірності α і числа вимірювань n . Результат записують у вигляді

$$x = \bar{x} \pm t(\alpha, n) S_x,$$

що означає, що дійсне значення вимірюваної величини x_0 знаходиться в інтервалі $[\bar{x} - t(\alpha, n) S_x; \bar{x} + t(\alpha, n) S_x]$ з ймовірністю α .

Мірою точності результатів вимірювань є відносна похибка, виражена у відсотках:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%.$$

Зворотна до неї величина $\psi = 1/\varepsilon$ називається точністю.

Точність обробки результатів вимірювань повинна узгоджуватися з точністю самих вимірювань. Обчислення, проведені з більшим, ніж необхідно, числом десяткових знаків, вимагають зайвої витрати сил. Треба дотримуватися правила: *похибка обчислень має бути на порядок меншою від похибки вимірювання*.

Наведена методика обробки результатів вимірювань відноситься до прямих вимірювань.

У випадках непрямих вимірів, коли числове значення вимірюваної величини знаходиться за формулою, що пов'язує її з величинами, знайденими з прямих вимірів, похибка непрямого вимірювання знаходиться за допомогою похибок прямих вимірів за правилом диференціювання:

$$\Delta\varphi(x, y, z) = \frac{\partial\varphi}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \Delta z.$$

Так, наприклад, похибка під час вимірювання прискорення вільного падіння за виміром періоду τ коливань і довжини ℓ математичного маятника визначається диференціюванням залежності $g = 4\pi^2 \ell / \tau^2$, тобто

$$\Delta g = \frac{4\pi^2 \Delta \ell}{\tau^2} + \frac{8\pi^2 \ell \Delta \tau}{\tau^3} = \frac{4\pi^2 \ell}{\tau^2} \left(\frac{\Delta \ell}{\ell} + \frac{2\Delta \tau}{\tau} \right).$$

Передбачається, що похибки незалежних вимірювань (тут $\Delta \ell$ і $\Delta \tau$) підсилюють одна одну і тому їх вплив враховується у формулі із знаком плюс.

На практиці для обчислення похибок непрямих вимірювань зручніше відразу обчислювати відносну похибку за правилом диференціювання натурального логарифма функції. Наприклад,

$$\varepsilon = \Delta(\ln g) = \frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta \ell}{\ell} + \frac{2\Delta \tau}{\tau}.$$

Похибки незалежних вимірювань вважають грубими або неістотними залежно від того, вносять вони помітний вклад в похибку остаточного результату чи ні. Неістотні похибки достатньо оцінювати приблизно, але обов'язково із завищенням.

Запис дійсного значення:

■ Дійсне значення записується за допомогою певної кількості значущих цифр.

■ Воно ніколи не є точкою на відповідній осі, а завжди є *інтервалом*, всередині якого і знаходиться істинне значення даної фізичної величини.

■ Ширина цього інтервалу оберненою залежністю пов'язана із кількістю значущих цифр. Тобто чим точніше ми визначаємо або вимірюємо дійсне значення деякої фізичної величини, чим вужчим є інтервал невизначеності (подвоєна абсолютна похибка), тим більша кількість значущих цифр використовується для його написання.

Наприклад: Нехай відносна похибка є дорівнює 0,1 або 10%, а експериментальне значення (покази калькулятора) – $A = 0,00347291$ або $3,47291 \cdot 10^{-3}$. Першим кроком є визначення кількості значущих цифр за значенням відносної похибки. Це означає, що кількість значущих цифр для $\varepsilon = 0,1$ не повинна перевищувати два розряди, тобто тільки одна цифра 3 є точною, друга потребує уточнення – це 4, а всі наступні – є незначущими. Тобто експериментальне значення необхідно записати так: 0,0035 (заокругливши 47 до 50) або $3,5 \cdot 10^{-3}$. Другим кроком є уточнення (корекція) другої цифри. Для цього визначається абсолютна похибка $\Delta = A \cdot \varepsilon$: $0,00347 \cdot 0,1 = 0,00035$ (береться одну або максимум дві цифри!). Отримане значення визначає ширину довірчого інтервалу експериментального значення: $0,0035 \pm 0,0003$ або $0,00347 \pm 0,00035$.

Якщо ж $\varepsilon = 0.01$, то експериментальне значення записується у вигляді: $0,00347 \pm 0,00003$ або $0,003473 \pm 0,000035$ (дві значущі цифри і третя 7 з корекцією ± 3).

Якщо ж $\varepsilon = 0.001$, то експериментальне значення записується у вигляді: $0,003473 \pm 0,000003$ або $0,0034729 \pm 0,0000035$ (три значущі цифри і четверта 3 (заокруглена) з корекцією ± 3).

Особливість визначення абсолютних похибок в процесі виконання віртуальних лабораторних робіт:

Зміна значень певних фізичних параметрів у вікні інтерфейсу комп'ютерної програми відбувається дискретно, тобто з певним кроком. Тоді за абсолютну похибку значення даного параметру береться половина цього кроку. Наприклад, швидкість потоку $v = 14,1$ м/с, з кроком $0,1$ м/с, тоді $\Delta v = 0,05$ м/с; циклічна частота $\omega = 8,5$ с⁻¹ з кроком $0,5$ с⁻¹, тоді $\Delta \omega = 0,25$ с⁻¹.

Якщо ж значення параметрів чи фізичних сталих беруться з певною кількістю знаків (розрядів), то абсолютна похибка береться як половина першого вільного розряду. Наприклад, $I = 15,4$ мА, тоді $\Delta I = 0.05$ мА; $\pi = 3,14$, тоді $\Delta \pi = 0,005$; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$, тоді $\Delta N_A = 0,005 \cdot 10^{23}$.

МЕХАНІКА

В-10 Вивчення законів руху рідин та газів

Мета: вивчити основні закономірності руху рідини та газу (перевірка рівнянь нерозривності та Бернуллі).

Прилади і матеріали: труба змінного перерізу, вентилятор, анеометри (2 шт.), манометричні трубки (2 шт.), масштабна лінійка.

Теоретичні відомості

Рух рідини називається **течією**, а сукупність частинок рідини, що рухається – **поток**ом. Графічно рух рідин зображається за допомогою **ліній струму**, які проводяться так, що дотичні до них співпадають за напрямом з вектором швидкості рідини в даний момент часу. Лінії струму проводяться так, щоб густина їх була більша там, де більша швидкість руху рідини, і менша там, де рідина тече повільніше. Частина рідини, обмежена лініями струму, називається **трубкою струму** (рисунком 10.1). Якщо поле швидкостей і відповідні йому лінії струму не міняються з часом, то рух рідини називається **стаціонарним** або сталим.



Рисунок 10.1

Розглянемо випадок **ідеальної рідини**¹. Візьмемо довільну трубку струму. Оскільки швидкості частинок рідини напрямлені по дотичних до ліній струму, то при течії рідина не може перетинати бічну поверхню трубки струму. Трубка струму поводитьсь подібно бічній поверхні жорсткої трубки, уздовж якої тече рідина. Якщо поперечний переріз трубки струму нескінченно малий, то можна вважати, що швидкість

¹ Ідеальною рідиною називають уявну рідину, у якій відсутні сили внутрішнього тертя.

рідини одна і та ж у всіх точках одного і того ж поперечного перетину і напрямлена уздовж осі трубки струму. Маса рідини, що протікає за час dt через поперечний переріз трубки, визначається виразом

$$dm = \rho v S dt, \quad (10.1)$$

де ρ — густина рідини, S — площа (нормального) поперечного перерізу трубки.

У випадку стаціонарної течії маса dm буде однією і тією ж для всіх перерізів трубки струму. Якщо взяти два перерізи, площі котрих рівні S_1 і S_2 , то можна записати

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2, \quad (10.2)$$

Якби ця рівність не виконувалась, маса рідини між перерізами S_1 і S_2 з часом змінювалась би. А це суперечить закону збереження маси і припущенню про стаціонарність течії. Якщо рідина *нестискувача*, то $\rho_1 = \rho_2$, і співвідношення (10.2) приймає вигляд

$$v_1 S_1 = v_2 S_2. \quad (10.3)$$

Ми отримали **рівняння нерозривності**: добуток швидкості течії нестискуваної рідини на поперечний переріз трубки є величиною сталою для даної трубки струму. Швидкість рідини в одній і тій трубці тим більша, чим більш вузький поперечний переріз трубки.

Розглянемо стаціонарну течію ідеальної рідини в якому-небудь консервативному силовому полі, наприклад, в полі сили тяжіння. Застосуємо до цієї течії закон збереження енергії. При цьому повністю нехтуватимемо теплообміном, який може відбуватися між частинами рідини з навколишнім

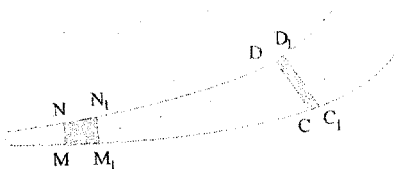


Рисунок 10.2

середовищем. Виділимо в рідині нескінченно вузьку трубку струму і розглянемо частину рідини, що займає об'єм $MNDC$ (рисунок 10.2). Нехай ця частина перемістилася в нескінченно

близьке положення $M_1N_1D_1C_1$. Обчислимо роботу A , виконувану при цьому силами тиску. Тиск, що діє на бічну поверхню трубки струму, перпендикулярний до переміщення і роботи не виконує. При переміщенні межі MN в положення M_1N_1 виконується робота $A_1 = p_1 S_1 l_1$, де $l_1 = MM_1$ — величина переміщення. $S_1 l_1 = \Delta V_1$, $A_1 = p_1 \Delta V_1$ або $A_1 = p_1 \frac{\Delta m_1}{\rho_1}$, де Δm_1 — маса рідини в об'ємі MNN_1M_1 . При переміщенні межі CD в положення C_1D_1 рідина виконує роботу проти сил тиску p_2 (або тиск p_2 виконує над рідиною від'ємну роботу). Для неї, міркуючи аналогічно, знайдемо $A_2 = p_2 \frac{\Delta m_2}{\rho_2}$ де Δm_2 — маса рідини в об'ємі CDD_1C_1 . Але якщо рух стаціонарний, то маса рідини в об'ємі M_1N_1DC не зміниться, а тому із закону збереження маси отримаємо $\Delta m_1 = \Delta m_2 = \Delta m$. Остаточного знаходимо, що

$$A = A_1 - A_2 = \left(\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} \right) \Delta m.$$

Ця робота рівна приросту ΔE повної енергії виділеної частини рідини. Зважаючи на стаціонарність течії, енергія рідини в об'ємі M_1N_1DC не змінюється. Тому величина ΔE рівна різниці енергій маси рідини Δm в положеннях CDD_1C_1 і MNN_1M_1 . Знаючи повну енергію рідини масою Δm

$$E = \frac{\Delta m v^2}{2} + \Delta mgh,$$

знаходимо $\Delta E = E_2 - E_1$. Прирівнюючи цю величину до роботи A і скорочуючи на ΔV , отримаємо

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2. \quad (10.4)$$

Отже,

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const} \quad (10.5)$$

— рівняння Бернуллі (1700-1782). Рівняння Бернуллі виражає закон збереження механічної енергії для стаціонарного руху нестислої ідеальної рідини в однорідному полі сил тяжіння.

З рівняння Бернуллі та рівняння нерозривності слідує, що при течії рідини по трубці, яка має різні перерізи, швидкість рідини більша у місцях звуження, а статичний тиск більший в більш широких місцях.

Для горизонтально розташованої трубки (для якої $h_1 = h_2$) закон Бернуллі має вигляд:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2. \quad (1.6)$$

У рівнянні (10.6) тиск p називають **статичним**. Його вимірюють за допомогою манометричних трубок з перерізом, паралельним лінії течії. Для вимірювання складової тиску, зумовленого рухом рідини $\frac{\rho v^2}{2}$, застосовують трубки з перерізом, перпендикулярним до лінії течії. Цю складову називають **динамічним тиском**, а суму $p + \frac{\rho v^2}{2}$ називають **повним тиском**, або **повним напором**. Для його вимірювання користуються трубкою Піто. Вона являє собою зігнуту манометричну трубку, яку розташовують у рухомій рідині так, що її відкритий кінець повернутий назустріч течії рідини (рисунок 10.3, а). Для вимірювання статичного тиску p користуються зондом. Він відрізняється від трубки Піто тим, що його передня частина, яка повернута назустріч потоку рідини, запаяна, а в боковій стінці є невеликий отвір (рисунок 10.3, б). На практиці трубку Піто і зонд суміщають в одному приладі, який називають трубкою Прандтля (рисунок 10.3, в). Трубка Піто порушує характер руху рідини, і безпосередньо перед вхідним отвором виникає область, в якій швидкість руху частинок рідини зменшується до нуля ($v_2 = 0$). Тоді з рівняння (10.6) дістаємо

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2}.$$

За допомогою трубки Прандтля визначають **динамічний напір** $\left(\frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 - p_1 \right)$.

Залежність тиску в рідині від величини її швидкості лежить в основі дії багатьох технічних пристроїв.

Оскільки сума тиску і динамічного напору в потоці рідини стала, то в струмені тиск завжди менший, ніж у нерухомій рідині. При великих швидкостях тиск може стати меншим від атмосферного. Рідина, що протікає через вузьку частину трубки, перебуває в стані всебічного розтягу. Це явище застосовується в пульверизаторах, карбюраторах, водоструминних насосах та в інших приладах. На рисунку 10.4 наведено найпростіший пульверизатор.

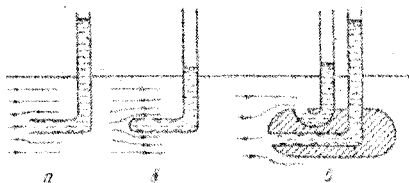


Рисунок 10.3



Рисунок 10.4

При достатній швидкості течії повітря тиск у звуженій частині трубки буде менший від атмосферного. Внаслідок цього рідина піднімається по вертикальній трубці вгору, оскільки тиск над її верхнім кінцем менший від атмосферного, який діє на вільну поверхню рідини в посудині. При дальшому збільшенні швидкості повітря в звуженій частині горизонтальної трубки рідина піднімається вище від верхнього перерізу вертикальної трубки, захоплюється струменем повітря і розпилюється. Подібні явища спостерігаються в карбюраторі. Повітря при засмоктуванні в циліндр двигуна внутрішнього згорання рухається по звуженому каналу, в який виходить трубка; другий кінець її знаходиться в рідкому паливі. Звуження каналу зумовлює зниження тиску, внаслідок чого рідке паливо піднімається по трубці і розпилюється повітрям.

Розглянемо течію ідеальної нестискуваної рідини через



Рисунок 10.5

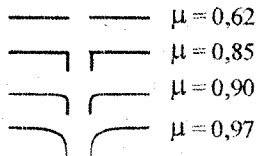


Рисунок 10.6

малий отвір в бічній стінці або дні **широкої** посудини. Всі лінії струму проходять через трубку, починаючись поблизу вільної поверхні рідини, де швидкість v зневажливо мала (ми вважаємо, що площа отвору набагато менша за площу вільної поверхні). Застосуємо рівняння Бернуллі до точок B і A і відповідної лінії струму (рисунок 10.5). В точці B швидкість можна вважати рівною нулю, швидкість в отворі A позначимо v . Рівняння Бернуллі дає

$$p_0 + \rho gh = p_0 + \frac{v^2}{2},$$

де p_0 — атмосферний тиск, а висота h відлічується від рівня отвору. Звідси отримуємо

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (10.7)$$

Це — **формула Торічеллі** (1608–1647). Вона показує, що при витіканні рідина отримує таку швидкість, яку отримало б тіло, що вільно падає з висоти h . Тому, якщо зігнути трубку і направити струю вертикально вгору або під малим кутом до вертикалі, то в щонайвищій своїй точці вона досягне рівня рідини в посудині. Насправді висота підняття струменя буде дещо менша через тертя і опір повітря, які при отриманні рівняння Бернуллі не враховувалися.

В реальних рідинах значення швидкості буде дещо менше, особливо якщо їх в'язкість значна, а отвір має необтічну форму. Коефіцієнт, який характеризує форму отвору, називається коефіцієнтом витікання μ (рисунок 10.6). Тоді формулу Торічеллі для визначення величини швидкості витікання рідини з отвору записують у вигляді: $v = \mu\sqrt{2gh}$.

При вивченні руху рідин або газів спостерігаються два види їхнього руху: **ламіна́рний** і **турбулентний**. При ламінарному русі окремі шари рідини неначе ковзають один відносно одного і не перемішуються. Швидкості частинок у будь-якому перерізі паралельні між собою. З цього випливає, що ламінарна течія є стаціонарною. Ламінарну течію можна спостерігати у горизонтальній прозорій трубці, в якій з невеликою швидкістю рухається вода і на осі труби через тонку трубочку вводится струмина забарвленої рідини. Забарвлена струмина матиме вигляд прямої лінії вздовж осі

труби (рисунок 10.7).

Із збільшенням швидкості руху характер течії істотно змінюється. Ламінарна течія стає нестійкою і переходить у турбулентний потік. При турбулентному потоці частинки рідини здійснюють нерегулярні рухи по складних траєкторіях, а швидкості змінюються хаотично як за напрямом, так і за величиною. Внаслідок цього відбувається інтенсивне перемішування шарів рідини. Із збільшенням швидкості руху рідини у трубі забарвлена струмина розпливається, утворюючи

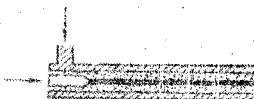


Рисунок 10.7



Рисунок 10.8

завихрення (рисунок 10.8). Прикладами турбулентного руху є рух води в бурхливих гірських річках, рух диму, що виходить із труб тощо. Особливо наочним прикладом турбулентного руху повітря є його рух під час снігової пурги. Турбулентні потоки — це найбільш поширений вид руху рідин і газів у природі. В турбулентних потоках часто виникають вихори. Великі вихори нестійкі і розпадаються на дрібніші, більш стійкі.

При турбулентній течії середня швидкість по всьому поперечному перерізі потоку майже постійна. У пограничному тонкому шарі рідини, що прилягає до самих стінок труби, швидкість зменшується до нуля. Незважаючи на те що турбулентний потік за своїм змістом нестаціонарний, на практиці його умовно розглядають як стаціонарний потік з усередненими характеристиками.

Кількісно перехід між режимами (ламінарним і турбулентним) характеризується числом Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{\rho \ell v_0}{\eta} = \frac{\ell v_0}{\nu},$$

де $\nu = \eta / \rho$ — кінематична в'язкість, v_0 — характерна швидкість потоку, ℓ — характеристичний розмір.

Величина числа Рейнольдса — порядку відношення кінетичної енергії рідини, що переноситься потоком через заданий переріз за одиницю часу, до величини роботи проти сил в'язкого тертя, що виконується потоком також за одиницю

часу. Отже, число Рейнольдса має порядок величини, яка визначається відношенням кінетичної енергії рідини до втрат енергії, зумовленої роботою сил в'язкості на шляху, що дорівнює характеристичній довжині. Число Рейнольдса визначає відносну роль інерції і в'язкості рідини під час течії. При великих числах Рейнольдса основну роль відіграє інерція, а при малих — в'язкість.

Із збільшенням швидкості течії ламінарний рух переходить у турбулентний. Швидкість, при якій відбувається цей перехід, називають критичною. Замість критичної швидкості користуються числом Рейнольдса. Так, якщо за характерний розмір взяти радіус труби, то критичне значення числа Рейнольдса, при якому ламінарний рух переходить у турбулентний, $Re=1100$. Критичне значення числа Рейнольдса, тобто число Re , при якому ламінарний рух переходить у турбулентний, визначається тільки експериментально. Число Рейнольдса відіграє важливу роль у всіх кількісних дослідженнях потоку рідини і газів.

Опис установки: рухаючи бігунок в нижній правій частині екрану можна змінювати потужність роботи вентилятора (кількість обертів вентилятора за хвилину). Натисканням кнопки "Старт" розпочинаємо дослід. При включенні установки анемометри на табло показують швидкість повітря у широкій та вузькій частинах труби. Рівень води в манометрових трубках змінюється, що вказує на зміну тиску повітря в різних частинах труби. Зміну рівня води можна виміряти рухомими стрілками - показниками, при русі яких виміряна величина Δh з'являється на табло. Натисканням кнопки "Стоп" експеримент можна закінчити. Після закінчення можна перейти до наступного завдання, натиснувши кнопку "Завдання". Кнопка ">>" дає змогу перейти до наступного розділу лабораторної роботи, "<<" — повернутися до попереднього, "?" — виводить на екран теоретичні відомості.

Таблиця 10.1 – Кількість обертів вентилятора

Варіант	1	2	3	4	5	6	7
п, об/хв	240	280	320	360	400	440	480

Послідовність виконання роботи Досліди з потоком повітря в трубі

1. а). Знайдіть зменшення тиску газу в лівому перерізі труби при роботі вентилятора. Запустіть вентилятор і проведіть необхідні вимірювання і розрахунки.
 б). Знайдіть зменшення тиску газу в правому перерізі труби при роботі вентилятора. Запустіть вентилятор і проведіть необхідні вимірювання і розрахунки.
2. Перевірте справедливість рівняння Бернуллі для різних швидкостей повітряного потоку. За показами анемометрів визначте різницю динамічного тиску газу в двох перерізах, і зіставте із зміною статичних тисків. При збігу введіть це число у вікно відповідей. Не забудьте, що всі вимірювання виконуються з обмеженою точністю.
3. Один з анемометрів зіпсувався, а манометрові трубки засмітілись. Спробуйте тепер визначити різницю динамічних тисків в трубі. Отримане число з точністю до цілих введіть у вікно відповідей.

Дослідження в трубі

Установка з трубою заданого перерізу, через яку вентилятор проганяє повітря. Статичний тиск повітря в трубі можна визначити по рівнях води в манометричних трубках, а швидкості руху повітря - за свідченнями анемометрів. Для вищевисловлених рівнянь води слугують рухомі стрілки-показники та пов'язане з ними табло. Швидкість повітряного потоку регулюється зміною числа оборотів двигуна. Діаметри труб різні $D = 9$ см, $d = 7,2$ см.

Густина повітря $\rho_{\text{возд}} = 1,29 \text{ кг/м}^3$, густина води $\rho_{\text{вод}} = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Завдання 1.

Знайдіть зменшення тиску газу в лівому перерізі труби при роботі вентилятора і проведіть необхідні вимірювання!

Ваша відповідь: 0 Ok

Правильно: 302 (1000)

4. Уявіть, що обидва анемометри зіпсовані, але манометрові трубки працюють. Чи зможете Ви визначити, який об'єм

- повітря проганяється через трубу за одиницю часу?
5. Сформулюйте висновки.

Зауваження

1. Подумайте і дайте відповідь на питання:
Чому відбулося зменшення тиску повітря в трубі після початку роботи вентилятора? Чому стовпчики рідини піднялися на різну висоту і залишаються нерухомими під час роботи вентилятора?
2. Для горизонтально розташованої труби закон Бернуллі має вигляд

$$P_1 + \rho v_1^2 / 2 = P_2 + \rho v_2^2 / 2,$$

де P - статичний тиск, $\rho v^2 / 2$ - динамічний тиск у відповідному перерізі труби.

3. Використовуйте для вирішення задачі рівняння нерозривності струменя.
4. Розв'яжіть як систему рівняння Бернуллі і рівняння нерозривності струменя.

Дослідження витікання рідини з отвору

1. Використовуючи рівняння Бернуллі, визначте швидкість витікання рідини з отвору.
2. За результатами дослідів розрахуйте дальність польоту струменя.
3. Побудуйте графік залежності дальності польоту струменя L від висоти розташування отвору H . (Для простоти H - цілі числа.) При якому розташуванні отвору дальність польоту струменя буде найбільшою?
4. Сформулюйте висновки.

Зауваження

1. Складіть рівняння Бернуллі для двох перерізів потоку:
а) поверхні рідини; б) отвору в стінці ракети.
Врахуйте, що площа отвору у багато разів менша площі поверхні рідини в ракеті.
2. Виключіть час з рівнянь, що описують рух тіла кинутого горизонтально.

3. Виміряйте висоту рівня рідини в ракеті і зіставте її з даними експериментів.

Контрольні запитання

1. Який рух рідини називається стаціонарним?

Витікання рідини через отвір

"В деякому напрямі, в деякій державі на після забутого полігоні стояла стара ракета. В один не дуже прекрасний день корпус її подрізнявся..."
Ось Ваша задача. Її навіть не одна.



Витікання рідини

Високорівномірний рух рідини

Використовуючи рівняння Бернуллі визначте швидкість витікання (м/сек) з отвору.

Ваша відповідь: 0 м/сек

Правильно: 10.0 м/сек

2. За яких умов буде справедливим рівняння нерозривності?
3. Запишіть рівняння Бернуллі і поясніть кожну його складову.
4. Від чого і як залежить швидкість витікання рідини із отвору?
5. Що таке ламінарний і турбулентний плин рідини?
6. Від чого залежить динамічна в'язкість і як вона пов'язана із кінематичною в'язкістю?

Література

1. Галушак М.О., Рувінський Б.М. Фізика для інженерів. – Івано-Франківськ: "Факел", 2006.
2. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. Кн.1, 2. – К., "Либідь", 2001.
3. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.: 1,2,3. – К.: "Техніка", 2001.
4. Галушак М.О. Курс загальної фізики. Кн. 1. – І-Ф.: "Факел", 2000.
5. Савельєв И.В. Курс физики. Т.: 1. – М.: "Наука", 1989.

В-15 Дослідження коливань фізичного маятника та визначення за його допомогою прискорення вільного падіння

Мета: дослідивши коливання фізичного маятника (стрижня) визначити прискорення вільного падіння.

Прилади і матеріали: металевий однорідний стрижень довжиною ~1,5 метра і діаметром 15 мм; опорна призма, що закріплюється в будь-якому місці стрижня уздовж шкали (рівномірної міліметрової лінійки), нанесеної на стрижень по усій довжині; опорний столик для установки опорної призми; секундомір.

Теоретичні відомості

Коливаннями називаються рухи або процеси, для яких характерна певна повторюваність в часі.

Коливання супроводжуються поперемінними перетвореннями енергії одного виду в енергію іншого виду.

Коливання називаються **вільними**, якщо вони здійснюються за рахунок спочатку наданої енергії, без подальшої зовнішньої дії на коливальну систему (систему, що здійснює коливання). Коливання називаються **вимушеними**, якщо вони відбуваються під дією зовнішньої сили, що періодично змінюється.

Гармонійними коливаннями називаються коливання, за яких фізична величина змінюється за законом синуса (або косинуса).

Різні **періодичні процеси** (процеси, що повторюються через рівні проміжки часу) можуть бути представлені у вигляді суми (суперпозиції) декількох гармонійних коливань.

Гармонійне коливання величини s описується рівнянням

$$s = A \cdot \cos(\omega t + \varphi), \quad (15.1)$$

де: A - амплітуда коливання – максимальне значення величини, що коливається; ω – кругова (циклічна) частота; φ – початкова фаза коливання у момент часу $t=0$; $(\omega t + \varphi)$ – фаза коливання в момент часу t .

Фаза коливання визначає значення коливальної величини в даний момент часу. Оскільки косинус змінюється в межах від +1 до -1, то s може приймати значення від $-A$ до $+A$. Оскільки

$\cos(a + 2\pi) = \cos a$, то для гармонійних коливань збільшення (приріст) фази коливання на 2π призводить до того, що всі величини, які характеризують коливання, приймають початкове значення.

Періодом коливань T називається якнайменший проміжок часу, після закінчення якого повторюються стани системи (здійснюється одне повне коливання), що коливається і фаза коливання одержує приріст 2π :

$$\omega(t + T) + \varphi = (\omega t + \varphi) + 2\pi,$$

Звідки

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (15.2)$$

Частотою коливань n називається величина обернена до періоду коливань – кількість повних коливань за одиницю часу:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (15.3)$$

Одиниця частоти – герц (Гц). 1 Гц – частота періодичного процесу, для якого за 1 секунду здійснюється одне повне коливання.

Перша (швидкість) і друга (прискорення) похідні за часом від величини s , що гармонійно коливається, також здійснюють гармонійні коливання з тією ж циклічною частотою:

$$\dot{s} = \frac{ds}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) = A\omega \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}); \quad (15.4)$$

$$\ddot{s} = \frac{d^2s}{dt^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi). \quad (15.5)$$

З останнього рівняння бачимо, що s задовольняє рівняння

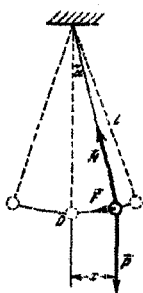
$$\frac{d^2s}{dt^2} + \omega^2 s = 0 \text{ або } \ddot{s} + \omega^2 s = 0. \quad (15.6)$$

Це рівняння називають **диференціальним рівнянням гармонійних коливань**. Його розв'язок

$$s = A \cdot \cos(\omega t + \varphi). \quad (15.7)$$

Математичним маятником називається ідеалізована система, що складається з підвішеної на невагомій нерозтяжній нитці довжиною l матеріальної точки масою m , що коливається під дією сили тяжіння без тертя.

Добрим наближенням математичного маятника є невелика важка кулька, підвішена на тонкій довгій нитці.



Для малих кутів відхилення α можна вважати: $x \approx l\alpha$.

Повертаюча (рівнодійна $\vec{F} = \vec{P} + \vec{N}$) сила:

$$F = P \sin \alpha \approx mg \alpha = mg \frac{x}{l}. \quad (15.8)$$

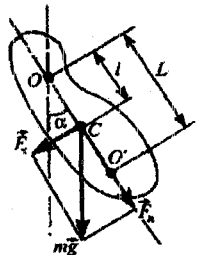
Рівняння руху:

$$m\ddot{x} = -F = -mg \frac{x}{l} \text{ або } \ddot{x} + \frac{g}{l}x = 0. \quad (15.9)$$

Отже, рух математичного маятника описується диференціальним рівнянням гармонійних коливань, тобто відбувається згідно із законом $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$, з частотою та періодом, відповідно:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (15.10)$$

Фізичним маятником називається тверде тіло, що здійснює під дією сили тяжіння коливання навколо горизонтальної осі підвісу, що не проходить через центр мас тіла.



Якщо фізичний маятник відхилити від положення рівноваги на деякий кут α , то момент повертаючої сили

$$M = J\varepsilon = J\ddot{\alpha}. \quad (15.11)$$

З іншого боку, для малих кутів

$$M = F_t l = -mgl \sin \alpha \approx -mgl \alpha, \quad (15.12)$$

де J — момент інерції маятника відносно осі, що проходить через точку підвісу O , l — відстань від точки підвісу до центра мас C маятника, $F_t = -mg \sin \alpha$ — повертаюча сила (із знаком мінус, оскільки вона напрямлена протилежно до напрямку збільшення α).

Відповідно $J\ddot{\alpha} + mgl\alpha = 0$ або

$$\ddot{\alpha} + \frac{mgl}{J}\alpha = 0. \quad (15.13)$$

Таким чином, для малих кутів відхилення, фізичний маятник здійснює гармонійні коливання $\alpha = \alpha_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ з циклічною

частотою і періодом:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (15.14)$$

де довжина $L = \frac{J}{ml}$ — називається приведеною довжиною фізичного маятника.

Приведена довжина фізичного маятника - це довжина такого математичного маятника, який має такий самий період коливань, що і даний фізичний маятник.

Точка O' на продовженні прямої ОС, що віддалена від осі підвісу на відстань приведеної довжини L , називається центром коливань фізичного маятника.

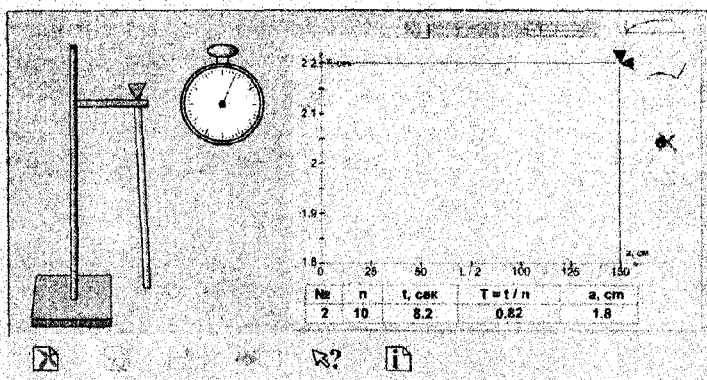
Математичний маятник можна представити як частковий випадок фізичного маятника, вся маса якого зосереджена в його центрі мас. При цьому $J = ml^2$, отже $T = 2\pi\sqrt{l/g}$.

Залежність періоду коливань маятника від прискорення вільного падіння використовують для точних вимірювань прискорення вільного падіння g на поверхні Землі.

Послідовність виконання роботи

1. Зсунути за допомогою мишки маятник-стрижень вниз, щоб нижче за опорну призму знаходилась максимальна частина його довжини. При цьому маятник коливається з відповідною довжині частотою. Амплітуда кута відхилення від вертикалі $\leq 4^\circ$.
2. В момент проходження стрижнем вертикального положення клацанням мишкою по секундоміру запустити його і заміряти час 10-ти повних коливань. Для цього повторним клацанням мишки зупинити секундомір. Повне коливання включає відхилення маятника в обидві сторони (вліво і вправо). Отримане значення періоду (третім клацанням мишки по секундоміру) занести в таблицю.
3. Звернути увагу, що відповідна проведеному вимірюванню точка з'явиться у відповідному місці системи координат, по осі абсцис якої відкладена довжина стрижня над опорною призмою, а уздовж осі ординат - значення вимірюваного періоду коливань.

4. Зсунути стрижень (за допомогою миші вгору) і повторити вимірювання періоду 15 разів (повторюються пункти 1 - 3). Кожне вимірювання занести в таблицю.
5. Стежте за новими точками у вказаній системі координат, щоб вони з'являлися через рівні інтервали. Цьому допомагає те, що у момент переміщення стрижня щодо опорної призми (за допомогою миші) абсциса майбутньої експериментальної точки відображається в цій системі координат.
6. Клацнути мишкою по кнопці "графік". В системі координат через експериментальні точки будується графік залежності періоду коливань маятника від відстані опорної призми від верхньої точки стрижня. Друга, симетрична щодо центру стрижня, частина графіка відповідає коливанням переверненого стрижня-маятника.
7. Виміряти за допомогою побудованого графіка приведену довжину маятника. Вона рівна відстані між спадаючими або зростаючими кривими гілок графіка, виміряній на певному рівні над віссю абсцис. Їйому відповідає певне значення періоду T ($T_{\text{мінім.}} < T < T_{\text{максим.}}$). Для проведення цього вимірювання необхідно відповідним чином розташувати щодо гілок графіка додаткову горизонтальну лінію і дві вертикальні лінії. Перетин горизонтальної лінії з віссю ординат дає значення періоду. Відстань між вертикальними лініями, суміщеними з точками перетину горизонтальної лінії з відповідними кривими графіка, дає значення приведеної довжини.
8. По отриманій парі значень періоду і приведеної довжини (T і l) автоматично визначається значення прискорення вільного падіння g . Обчислення проводяться за формулою: $g = 4\pi^2 l / T^2$. Клацанням по таблиці внести в неї отримане значення g .
9. Повторити вимірювання, вказані в пунктах 7 і 8, п'ять разів.
10. Зверніть увагу, що в експерименті виходить наближене значення прискорення вільного падіння g .



Воно знаходиться в інтервалі: $g = \langle g \rangle \cdot (1 \pm \varepsilon)$ (м/с²), який тим менший, чим менша відносна похибка ε . Тут $\langle g \rangle$ - середня величина g , визначена за п'ятьма значеннями. В якості відносної похибки візьміть найбільше серед значень: $\varepsilon_e = \frac{\langle \Delta g \rangle}{\langle g \rangle}$; $\varepsilon_T = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} + \frac{2 \cdot \Delta T}{\langle T \rangle}$, де ε_e і ε_T - експериментальне і теоретичне значення відносної похибки. Величина Δt і ΔT рівна похибці вимірювання відповідної величини.

Послідовність виконання роботи

1. Опорну призму закріпити на кінці маятника на якнайменшій поділці шкали, відстань a занести в таблицю;
2. Привести стрижень в коливання;
3. За допомогою секундоміра визначити час десяти коливань, обчислити період, значення n , t і $T = t/n$ внести в таблицю;
4. Дослід повторити 15 разів, для 15-ти значень відстані (а) опорної призми від кінця стрижня (повторюються пункти 1-3);
5. Виміряти приведену довжину фізичного маятника.
6. За отриманими даними (внесеними в таблицю) побудувати графік залежності періоду від довжини a : $T(a)$, де $[a] = \text{см}$, $[T] = \text{с}$;

7. За формулою $g = 4\pi^2 l / T^2$ визначити значення g_i для трьох значень T_i і l_i , $i = 1, 2, 3$, визначених з графіка;
8. За істинне значення прийміть значення $\langle g \rangle = (g_1 + g_2 + g_3) / 3$ (см/с²)

Контрольні запитання

1. Що називається коливанням? Вільними коливаннями? Гармонійними коливаннями?
2. Дайте визначення амплітуди, фази, періоду, частоти, циклічної частоти коливання.
3. Від чого залежать амплітуда і початкова фаза гармонійних механічних коливань?
4. Дайте визначення фізичного маятника; моменту інерції.
5. Сформулюйте теорему Штейнера.
6. Чому дорівнює період коливань для фізичного маятника?
7. Що називають його приведеною довжиною?

Література

1. Трофимова Т.І. Курс фізики. - М.: Высшая школа, 1998 – 542 с. § 142.
2. Савельєв І.В. Курс общей фізики. Т. 1.- М.: Наука, 1987. – 432 с. § 49, 54.
3. Детлаф А.А., Яворський Б.М. Курс фізики. - М.: Вища школа, 2000. - 718 с. § 27.2.

В-16 Вивчення загасаючих та вимушених коливань на прикладі пружинного маятника

Мета: ознайомитись із загасаючими та вимушеними коливаннями реальної коливної системи; навчитись визначати її параметри та характеристики: логарифмічний декремент та коефіцієнт загасання, період коливань, власну та резонансну частоти.

Прилади і матеріали: комп'ютерна програми "Загасаючі та вимушені коливання", секундомір, вимірний лінійка.

Теоретичні відомості

На реальні коливні системи завжди діють сили опору середовища та сили тертя. На їх подолання коливна система витрачає надану їй енергію. Тому амплітуда коливань з часом буде зменшуватись. Такі коливання називаються *загасаючими*. Через деякий час вони припиняються.

На таку коливну систему (наприклад, пружинний маятник) в деякому середовищі будуть діяти сили пружності $F_{np} = -kx$ і опору $F_o = -rv$, де k — коефіцієнт жорсткості пружини, а r — коефіцієнт опору (для малих швидкостей залежність $F_o(v)$ має лінійний характер). Тоді II закон Ньютона матиме вигляд:

$$\ddot{F}_{np} + \ddot{F}_o = m\ddot{a}. \quad (16.1)$$

Спроектуювавши дане рівняння на напрям руху, отримаємо:

$$-kx - rv = ma. \quad (16.2)$$

Враховуючи, що $v = x'$, $a = x''$, отримаємо диференціальне рівняння загасаючих коливань:

$$x'' + \frac{r}{m}x' + \frac{k}{m}x = 0. \quad (16.3)$$

В загальному вигляді диференціальне рівняння загасаючих коливань має вигляд:

$$x'' + 2\beta x' + \omega^2 x = 0, \quad (16.4)$$

а його розв'язок:

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega \cdot t + \varphi), \quad (16.5)$$

де $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$ (16.6)

— амплітуда загасаючих коливань (рисунок 16.1), $\beta = r/2m$ — коефіцієнт загасання, $\omega = 2\pi/T = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ — циклічна

частота загасаючих коливань $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ – власна циклічна частота, φ – початкова фаза.

Швидкість загасання коливань характеризується **логарифмічним декрементом загасання** λ – відношенням амплітуди коливань в момент часу t до амплітуди коливань в момент часу $(t+T)$:

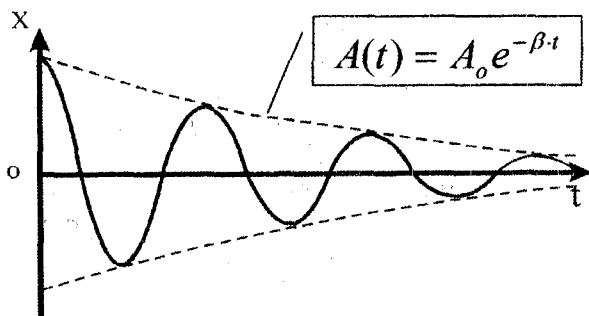


Рисунок 16.1

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T. \quad (16.7)$$

Для більшої точності визначення значення λ порівнюють амплітуди не через час T , а через NT , тобто через N повних коливань. Якщо амплітуда змінилася в k разів, то

$$\lambda = \frac{\ln k}{N}. \quad (16.8)$$

Тоді значення коефіцієнта загасання

$$\beta = \frac{\lambda}{T} = \frac{\ln k}{NT}, \quad (16.9)$$

а період загасаючих коливань визначається із співвідношення

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}}. \quad (16.10)$$

Зверніть увагу, що: 1) загасаючі коливання лише умовно можна вважати періодичними – внаслідок зменшення амплітуди коливання повторюються не абсолютно точно; 2) період коливань тіла у в'язкому середовищі більший, ніж

період його власних коливань; 3) коли опір середовища великий, коливання не виникають, зміщене тіло повільно повертається у вихідне положення рівноваги.

Добротністю коливної системи Q називається величина

$$Q = \pi / \lambda. \quad (16.11)$$

Враховуючи (16.10), отримаємо:

$$Q = \frac{\pi N}{\ln k}. \quad (16.12)$$

Щоб коливання не загасали, до системи потрібно підводити енергію ззовні. Найкраще це робити дією зовнішньої періодичної змінної сили:

$$F(t) = F_0 \sin \omega t. \quad (16.13)$$

Таку силу називають **вимушуючою**, а коливання, що виникають під її дією, **вимушеними**.

Тоді другий закон Ньютона дещо зміниться:

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{уп}} + \vec{F}_{\text{оп}} = m\vec{a}, \quad (16.14)$$

а диференціальне рівняння вимушених коливань матиме вигляд:

$$x'' + \frac{r}{m} x' + \frac{k}{m} x = \frac{F_0}{m} \sin \omega t. \quad (16.15)$$

Розв'язком даного рівняння є

$$x = A(\omega) \sin(\omega t + \alpha), \quad (16.16)$$

де
$$A(\omega) = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (16.17)$$

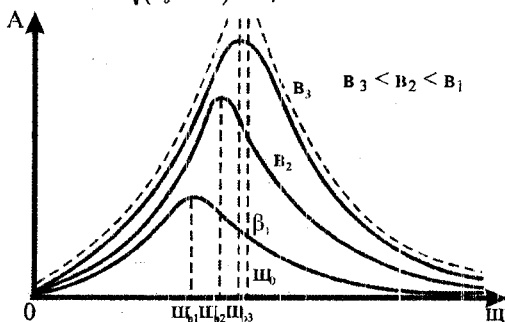


Рисунок 16.2

Тобто вимушені коливання є гармонійними, частота яких дорівнює частоті вимушуючої сили. Амплітуда вимушених

коливань (рисунок 16.2) залежить не тільки від амплітудного значення вимушуючої сили, а й від її частоти. Для певного значення частоти вимушуючої сили ω_p амплітуда вимушених коливань різко зростає, досягаючи максимального значення. Таке явище називається **резонансом**.

Із умови мінімуму підкореневого виразу в (16.18) отримаємо

$$\omega_p = \sqrt{\omega_o^2 - 2\beta^2}. \quad (16.19)$$

Підставляючи (16.18) у (16.17), знайдемо резонансне значення амплітуди

$$A_p = \frac{F_o}{2m\beta\sqrt{\omega_o^2 - 2\beta^2}}. \quad (16.20)$$

Якщо опір середовища малий – ($\omega_o^2 \gg 2\beta^2$), то $\omega_p \approx \omega_o$. Тоді амплітуда вимушених коливань стає дуже великою.

Таке явище резонансу в механіці може спричинити руйнування споруд і машин. Наприклад, періодичні поштовхи від поршневих машин, силових валів турбін, гребних гвинтів і пропелерів передаються на фундаменти чи частини машин та механізмів. Тут резонанс дуже небезпечний.

Послідовність виконання роботи

Завдання 1. Ознайомитись з поведінкою пружинного маятника та можливостями комп'ютерної програми на графічному інтерфейсі (рисунок 16.3)

1. Навести мишкою курсор на кульку і заставити маятник коливатись з різними амплітудами. Навчитись мишкою пересувати вимірну лінійку і вимірювати нею величину відхилення (амплітуду коливань) кульки.
2. Встановивши значення вимушуючої сили рівне нулю, дослідити загасаючі коливання, змінюючи в широких межах значення коефіцієнта опору r .
3. Встановлюючи різні значення коефіцієнта опору та вимушуючої сили, дослідити вимушені коливання маятника. Звернути увагу, що вимушені коливання встановлюються не миттєво, а через деякий час.

Завдання 2. Визначити коливні характеристики загасаючих коливань пружинного маятника: логарифмічний декремент загасання; коефіцієнт загасання та добротність.

1. Встановити значення вимушуючої сили рівне нулю.

2. Встановити мірну лінійку так, щоб було зручно вимірювати амплітуду коливань кульки.

3. Встановивши мінімальне значення коефіцієнта опору, відтягнути кульку курсором від рівноважного положення і виміряти початкову амплітуду A_1 .

4. Відпустити кульку і виміряти амплітуду n -ого коливання A_n і час t N повних коливань. Знайти відношення $k = A_1/A_n$ і період коливань $T = t/N$.

5. За допомогою формули (16.8) підрахувати значення λ ; за формулою (16.12) знайти значення добротності Q коливної системи.

6. Підставити у формулу (16.9) отримані значення λ і T і обчислити коефіцієнт загасання.

7. Порівняти експериментальне значення $\beta_{\text{експ}}$ із розрахованим за формулою $\beta = r/2m$.

Завдання 3. Визначення резонансної частоти вимушених коливань.

1. Встановити на інтерфейсі (рисунок 16.3) мінімальне значення коефіцієнта опору і максимальне значення величини змушувальної сили.

2. Змінюючи значення циклічної частоти ω , виміряти амплітуду вимушених коливань (через деякий час, коли коливання встановляться) і занести дані в таблицю.

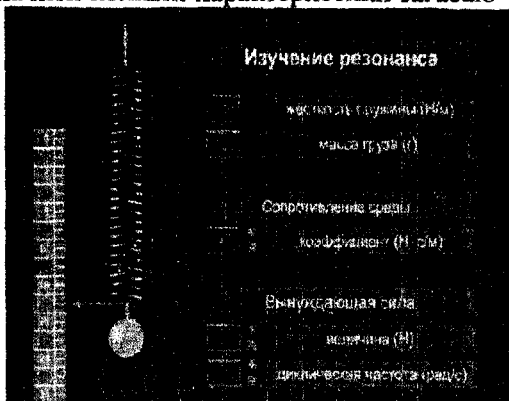


Рисунок 16.3

	$r_1 = 0,05 \text{ кг/с}; F_1 = 0,2 \text{ Н}$						
ω							
A							
	$r_2 = \text{ кг/с}; F_2 = \text{ Н}$						
ω							
A							

- Змінити значення r і F і повторити пункт 2 ще кілька разів.
- Побудувати графіки $A(\omega)$ і визначити із них резонансну частоту ω_p .
- Порівняти експериментальні значення ω_p із розрахованими за формулою (16.19).
- Оцінити абсолютні та відносні похибки знайдених величин та проаналізувати отримані результати.

Контрольні запитання

- Які коливання називаються вільними, а які гармонічними?
- Які коливання називаються загасаючими?
- Запишіть рівняння гармонічного коливання.
- Як змінюється з часом амплітуда загасаючих коливань?
- Від чого залежить частота загасаючих коливань?
- Які коливання називаються вимушеними?
- Від чого залежить частота вимушених коливань?
- Від чого залежить величина амплітуди вимушених коливань?

Література

- Кучерук І.М., Душенко В.П. Загальна фізика. Т.: 1. – К.: „Вища школа”, 1987 – 1991.
- Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 1. – К.: „Либідь”, 2001.
- Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.: 1. – К.: „Техніка”, 2001.
- Галуццак М.О. Курс загальної фізики. Кн. 1. – І-Ф.: „Факел”, 2000.
- Трофимова Т.И. Курс фізики. – М.: „Высшая школа”, 1990.

В-17 Визначення коефіцієнтів опору та динамічної в'язкості середовища за допомогою аналізу загасаючих та вимушених коливань пружинного маятника

Мета: ознайомитись із загасаючими та вимушеними коливаннями реальної коливної системи в певному середовищі; навчитись визначати коефіцієнти опору та динамічної в'язкості середовища.

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма "Загасаючі та вимушені коливання", секундомір, вимірня лінійка.

Теоретичні відомості

На реальні коливні системи завжди діють сили опору середовища та сили тертя. На їх подолання коливна система витрачає надану їй енергію. Тому амплітуда коливань з часом буде зменшуватись. Такі коливання називаються *загасаючими*. Через деякий час вони припиняються.

На таку коливну систему, наприклад, пружинний маятник в деякому середовищі, будуть діяти сили пружності $F_{np} = -kx$ і опору $F_o = -rv$, де k – коефіцієнт жорсткості пружини, а r – коефіцієнт опору (для малих швидкостей залежність $F_o(v)$ має лінійний характер). Тоді II закон Ньютона матиме вигляд:

$$\vec{F}_{np} + \vec{F}_o = m\vec{a}. \quad (17.1)$$

Спроектуювавши на напрям руху, отримаємо:

$$-kx - rv = ma. \quad (17.2)$$

Враховуючи, що $v = x'$, $a = x''$, отримаємо *диференціальне рівняння загасаючих коливань*:

$$x'' + \frac{r}{m}x' + \frac{k}{m}x = 0. \quad (17.3)$$

В загальному вигляді диференціальне рівняння загасаючих коливань має вигляд:

$$x'' + 2\beta x' + \omega^2 x = 0, \quad (17.4)$$

а його розв'язок

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega \cdot t + \varphi), \quad (17.5)$$

де

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t} \quad (17.6)$$

амплітуда загасаючих коливань (рис. 17.1),

$$\beta = r/2m \quad (17.7)$$

коефіцієнт загасання,

$$\omega = 2\pi/T = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (17.8)$$

циклічна частота,

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} \quad (17.9)$$

власна циклічна частота, φ – початкова фаза.

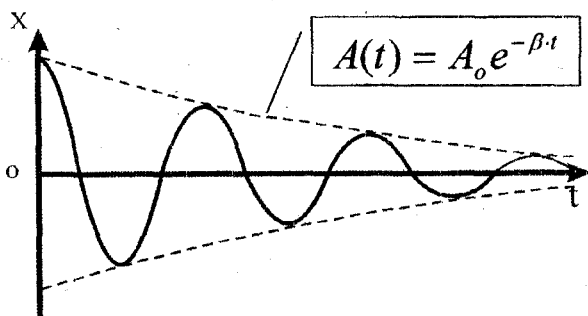


Рисунок 17.1

Враховуючи співвідношення (17.8-7.9), період загасаючих коливань рівний

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}} \quad (17.10)$$

Для більшої точності визначення періоду загасаючих коливань потрібно вимірювати час $t = NT$, тобто час N повних коливань. Тоді із (17.10) отримуємо вираз для знаходження коефіцієнта опору середовища:

$$r = 2\sqrt{mk - 4\pi^2 m^2 \frac{N^2}{t^2}} = 2\sqrt{mk - 4\pi^2 m^2 / T^2} \quad (17.11)$$

Зверніть увагу, що: 1) загасаючі коливання лише умовно можна вважати періодичними – внаслідок зменшення амплітуди коливання вони повторюються не абсолютно точно; 2) період коливань тіла у в'язкому середовищі більший, ніж період його власних коливань; 3) коли опір середовища великий, коливання не виникають, зміщене тіло повільно повертається у вихідне положення рівноваги.

Щоб коливання не загасали, до системи потрібно підводити енергію ззовні. Найкраще це робити дією зовнішньої періодичної змінної сили

$$F(t) = F_0 \sin \omega t \quad (17.12)$$

Таку силу називають **вимушуючою**, а коливання, що виникають під її дією, **вимушеними**.

Згідно з другим законом Ньютона

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{up}} + \vec{F}_{\text{оп}} = m\vec{a}. \quad (17.13)$$

Тоді диференціальне рівняння вимушених коливань матиме вигляд:

$$x'' + \frac{r}{m}x' + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m} \sin \omega t \quad (17.14)$$

Розв'язком даного рівняння є

$$x = A(\omega) \sin(\omega t + \alpha), \quad (17.15)$$

де
$$A(\omega) = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (17.16)$$

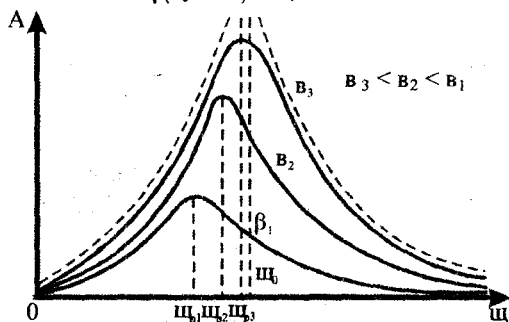


Рисунок 17.2

Тобто вимушені коливання є гармонічними (17.15), частота яких дорівнює частоті вимушуючої сили. Амплітуда вимушених коливань (рисунок 17.2) залежить не тільки від амплітудного значення вимушуючої сили, а й від її частоти (17.16). Для певного значення частоти вимушуючої ї сили ω_p амплітуда вимушених коливань різко зростає, досягаючи максимального значення. Таке явище називається **резонансом**.

Із умови мінімуму підкореневого виразу в (17.16) отримаємо

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{2m^2}}, \quad (17.17)$$

звідки

$$r = m \sqrt{2 \left(\frac{k}{m} - \omega_p^2 \right)}. \quad (17.18)$$

Якщо тіло, що рухається у в'язкому середовищі з малою швидкістю, має сферичну форму, то силу опору можна визначити за допомогою точнішої формули Стокса:

$$F_o = F_c = 6\pi\eta Rv, \quad (17.19)$$

де η – коефіцієнт в'язкості середовища; v – швидкість; R – радіус сфери. Прирівнюючи два вирази для сили опору, отримуємо вираз для коефіцієнта в'язкості:

$$\eta = r / 6\pi R. \quad (17.20)$$

Тобто, знаючи радіус кулі R , її масу m або густину ρ , а також коефіцієнт жорсткості пружини k , визначивши експериментальне значення коефіцієнта середовища r , можна за допомогою формул (17.11) і (17.20), або (17.18) і (17.20) визначити коефіцієнт динамічної в'язкості середовища η , в якому ця куля здійснює коливання.

Послідовність виконання роботи

Завдання 1. Ознайомитись з поведінкою пружинного маятника та можливостями комп'ютерної програми на графічному інтерфейсі (рисунок 17.3).

1. Навести мишкою курсор на кульку і заставити маятник коливатись з різними амплітудами. Навчитись мишкою пересувати вимірну лінійку і вимірювати нею величину відхилення (амплітуду коливань) кульки.

2. Встановивши значення вимушуючої сили рівною нулю, дослідити загасаючі

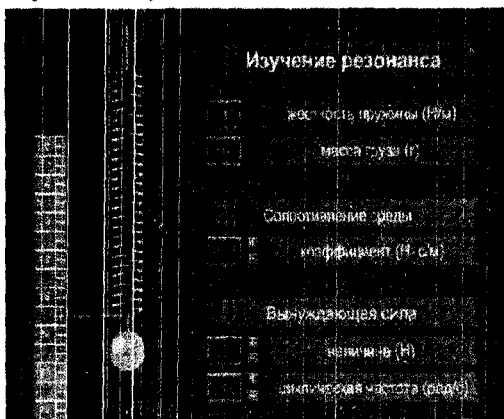


Рисунок 17.3

коливання, змінюючи в широких межах значення коефіцієнта опору r .

3. Встановлюючи різні значення коефіцієнта опору та вимушуючої сили, дослідити вимушені коливання маятника. Звернути увагу, що вимушені коливання встановлюються не миттєво, а через деякий час.

Завдання 2. Визначити коефіцієнти опору та динамічної в'язкості середовища шляхом вимірювання періоду загасаючих коливань пружинного маятника у в'язкому середовищі.

1. Встановити значення вимушуючої сили, яке дорівнює нулю.

2. Встановити на графічному інтерфейсі значення коефіцієнта опору, яке задає викладач.

3. Відтягнути кульку курсором від рівноважного положення, відпустити її і виміряти час N повних коливань.

4. Повторити пункт 2 3-4 рази і знайти середнє значення періоду загасаючих коливань.

5. За допомогою формули (17.11) та параметрів коливної системи k і m , взятих із графічного інтерфейсу роботи, підрахувати значення коефіцієнта опору r .

6. За умови, що радіус кулі дорівнює 1,5 см, визначити за допомогою формули (17.20) коефіцієнт динамічної в'язкості середовища η , використавши знайдене значення коефіцієнта опору r .

Завдання 3. Обчислити коефіцієнти опору та динамічної в'язкості середовища шляхом визначення резонансної частоти вимушених коливань пружинного маятника.

1. Встановити на графічному інтерфейсі (рисунок 17.3) максимальне значення коефіцієнта опору і максимальне значення величини вимушуючої сили.

2. Змінюючи на графічному інтерфейсі значення циклічної частоти ω , виміряти амплітуду вимушених коливань (через деякий час, коли коливання встановляться) і занести дані в таблицю.

	$r = 0,2 \text{ кг/с}; \quad F = 0,2 \text{ Н}$						
ω							
A							

3. Побудувати графік $A(\omega)$ і визначити із нього резонансну частоту ω_p .

4. За допомогою формули (17.18), отриманого значення резонансної частоти ω_p та параметрів коливної системи k і m , взятих із графічного інтерфейсу роботи, підрахувати значення коефіцієнта опору r .

5. Порівняти експериментальні значення коефіцієнта опору r , отримані в результаті виконання завдань 2 і 3, із встановленим значенням коефіцієнта опору перед початком вимірів на графічному інтерфейсі роботи.

6. Визначити за допомогою формули (17.20) коефіцієнт динамічної в'язкості середовища η , використавши знайдене значення коефіцієнта опору r .

7. Оцінити абсолютні та відносні похибки знайдених величин та проаналізувати отримані результати.

Контрольні запитання

1. За яких умов, для яких швидкостей будуть справедливі формули (17.11) та (17.18)?
2. Які коливання називаються загасаючими?
3. Від чого залежить частота загасаючих коливань?
4. Які коливання називаються вимушеними?
5. Від чого залежить частота вимушених коливань?
6. В чому полягає суть явища резонансу?
7. За яких умов справедлива формула Стокса?

Література

1. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт”, 2002.
2. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Т.: 1. – К. „Вища школа”, 1987 – 1991.
3. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 1. – К.: „Либідь”, 2001.
4. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.: 1. – К.: „Техніка”, 2001.
5. Галушак М.О. Курс загальної фізики. Кн. 1. – І-Ф. „Факел”, 2000.
6. Трофимова Т.И. Курс фізики. – М.: “Высшая школа” 1990.

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

В-20 Перевірка розподілу Максвелла та визначення маси молекули

Мета: знайомство з комп'ютерною моделлю, що описує поведінку молекул ідеального газу; експериментальне підтвердження розподілу Максвелла молекул ідеального газу за швидкостями; експериментальне визначення маси молекули у даній моделі.

Прилади і матеріали: програма комп'ютерної лабораторної роботи „Розподіл Максвелла“.

Теоретичні відомості Функція розподілу ймовірності.

Нехай існує сукупність дуже великої кількості N однакових молекул (наприклад, газ), що знаходиться в рівноважному стані. Припустимо, що деяка величина x , що характеризує молекулу (наприклад, оберտальна чи коливальна енергія молекули), може приймати ряд дискретних значень:

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$$

Якби удалось виміряти одночасне значення величини x у всіх N молекул, то виявилось б, що у N_1 молекул величина x має значення x_1 , у N_2 молекул – x_2 , ..., у N_i молекул – значення x_i і т.д.

Величина

$$P_i = \frac{N_i}{N} \quad (20.1)$$

називається **імовірністю** того, що величина x має значення x_i . Таке визначення імовірності придатне лише у випадку дуже великих N .

Зрозуміло, що $\sum N_i = N$. Тому

$$\sum P_i = \sum \frac{N_i}{N} = 1. \quad (20.2)$$

Таким чином, *сума імовірностей усіх можливих значень величини x дорівнює одиниці.*

Припустимо, що молекули характеризуються значеннями двох величин (наприклад, коливальної й обертальної енергій), кожна з яких може приймати дискретні значення x_i і y_k .

Відповідно до визначення (1.1) ймовірності цих значень рівні

$$P(x_i) = \frac{N(x_i)}{N}, \quad P(y_k) = \frac{N(y_k)}{N}. \quad (20.3)$$

Якщо значення однієї з величин не залежить від того, яке значення має інша, то величини x і y називаються **статистично незалежними**.

Знайдемо ймовірність $P(x_i, y_k)$ того, що статистично незалежні величини мають одночасно значення x_i і y_k . З (20.3) випливає, що значення x_i мають $N(x_i) = NP(x_i)$ молекул. Внаслідок статистичної незалежності у цих $N(x_i)$ молекул значення y_k будуть розподілені у тій самій пропорції, що і у всіх N молекул. Тсму з числа $N(x_i)$ значення y_k будуть мати $N(x_i)P(y_k) = NP(x_i)P(y_k)$ молекул. Поділимо це число на N , знайдемо ймовірність, яку шукаємо

$$P(x_i, y_k) = P(x_i)P(y_k). \quad (20.4)$$

Ми прийшли до **теорема про добуток ймовірностей**, відповідно до якої *ймовірність одночасної появи статистично незалежних подій дорівнює добутку ймовірностей цих подій*. (У розглянутому вище випадку подією є те, що величина має дане значення.)

Якщо ймовірність значення x_i величини x рівна P_i , то відповідно до формули (20.1) у $N_i = P_i N$ молекул x має значення x_i . Сума значень величини x у цих N_i молекул буде рівна $N_i x_i = P_i N x_i$, а сума значень x у всіх N молекул визначається виразом

$$\sum N_i x_i = \sum P_i N x_i.$$

Поділимо цю суму на N , знайдемо середнє (за молекулами) значення величини x :

$$\langle x \rangle = \sum P_i x_i. \quad (20.5)$$

Отримана нами формула дозволяє, якщо ми знаємо ймовірності різних значень величини x , знайти середнє значення цієї величини.

Тепер розглянемо випадок, коли величина x , що характеризує молекулу, може приймати неперервний ряд значень від $x = a$ до $x = b$ (наприклад, a і b можуть бути рівними $-\infty$ і $+\infty$). Прикладами таких величин можуть служити модуль

поступальної швидкості чи кінетична енергія молекули. У цьому випадку число можливих значень x нескінченно велико, а кількість молекул хоча і дуже велика, але скінчена. Тому питання про те, яка кількість молекул має точно задане значення величини x , не має змісту - ця кількість дорівнює нулю.

У розглянутому випадку правомірним є питання про те, яка ймовірність dP_x того, що величина має значення, укладені в межах малого інтервалу dx , розташованого в околиці значення, рівного x (дане значення x повинне належати інтервалу dx). При малому dx ця ймовірність буде пропорційною dx . Крім того, вона залежить від того, у якому місці осі x розташований інтервал dx , тобто є функцією x . Таким чином,

$$dP_x = f(x)dx \quad (20.6)$$

(індекс x при dP указує значення x , в околі якого знаходиться dx). Функція $f(x)$ називається **функцією розподілу ймовірності** або **густиною ймовірності**.

Помноживши dP_x на повну кількість молекул N , отримаємо кількість молекул dN_x , які мають значення x , що розташовані у межах даного інтервалу dx :

$$dN_x = NdP_x = Nf(x)dx. \quad (20.7)$$

Інтеграл від dN_x , узятий по всьому інтервалу можливих значень x (тобто "сума" dN_x), повинен дорівнювати повній кількості молекул N :

$$\int dN_x = \int NdP_x = \int Nf(x)dx = N.$$

Наслідком цього є співвідношення

$$\int dP_x = \int f(x)dx = 1. \quad (20.8)$$

Формула (20.8) є аналогом формули (20.2). З умови (20.8) ми бачимо, що площа, обмежена графіком функції $f(x)$, рівна одиниці.

Вираз xdN_x дає суму значень x , котрими володіють dN_x молекул, а "сума" таких виразів, тобто

$$\int xdN_x = \int xNdP_x = N \int xdP_x \quad (20.9)$$

дає суму значень x усіх N молекул. Поділивши цю суму на N , отримаємо середнє (за молекулами) значення величини x :

$$\langle x \rangle = \int xdP_x = \int xf(x)dx. \quad (20.10)$$

Ця формула є аналогом формули (20.5).

Якщо підставити в формулу (20.9) замість x деяку функцію цієї величини $\varphi(x)$, прийдемо до формули

$$\langle \varphi(x) \rangle = \int \varphi(x) f(x) dx. \quad (20.11)$$

Згідно цієї формули можна підраховувати, наприклад, середнє значення x^2 :

$$\langle x^2 \rangle = \int x^2 f(x) dx. \quad (20.12)$$

Розподіл Максвелла.

Теплова швидкість молекул газу – це деяка усереднена характеристика теплового руху частинок. У дійсності різні молекули рухаються з різними швидкостями і можна поставити питання про розподіл молекул за швидкостями: скільки (у середньому) з наявних у газі молекул має ті чи інші швидкості?

Стан газу будемо вважати рівноважним. Для наочного уявлення швидкостей молекул газу скористаємося наступним прийомом. Введемо уявний простір швидкостей (v -простір), у якому будемо відкладати уздовж прямокутних координатних вісей значення компонент швидкостей v_x , v_y , v_z окремих молекул (рис. 1). Тоді кожній молекулі буде відповідати в просторі швидкостей точка. Щоб відрізнити цю точку від довільної точки v -простору, умовимося називати точку, що зображує швидкість молекули, m -точкою, а довільну точку v -простору – геометричною точкою.

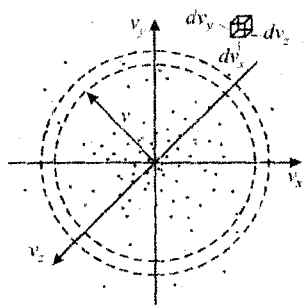


Рисунок 20.1

Оскільки газ знаходиться в рівновазі, усі напрямки руху молекул рівноправні, унаслідок чого розташування m -точок відносно початку координат виявляється сферично-симетричним. Тому густина m -точок (їхня кількість в одиниці об'єму v -простору) є функцією відстані від початку координат, тобто функцією модуля швидкості v .

Якщо збільшити кількість молекул газу в деяку кількість разів, то в стільки ж разів зросте

усюди густина m -точок. Отже, густина m -точок пропорційна N . Відповідно до цього представимо густину m -точок у виді

$$Nf(v) \quad (20.3)$$

Знаючи вид функції $f(v)$, можна вирішити ряд задач. Наприклад, знайти кількість молекул dN_{v_x, v_y, v_z} , компоненти швидкості яких укладені в межах інтервалів dv_x , dv_y , dv_z , що лежать в околиці геометричної точки з координатами v_x , v_y , v_z . Для цього потрібно густину m -точок у даній геометричній точці помножити на об'єм прямокутного паралелепіпеда зі сторонами dv_x , dv_y , dv_z (рисунк 20.1). Таким чином,

$$dN_{v_x, v_y, v_z} = Nf(v)dv_x dv_y dv_z. \quad (20.14)$$

На рисунку 20.1 зображена штриховою лінією кульовий шар радіуса v і товщини dv . Молекули, m -точки яких знаходяться в цьому кульовому шарі, мають швидкості, модулі яких лежать в інтервалі від v до $v+dv$. Щоб знайти число dN_v таких молекул, потрібно помножити густину m -точок, що відповідає даному значенню v , на об'єм сферового шару, рівний $4\pi v^2 dv$:

$$dN_v = Nf(v) 4\pi v^2 dv. \quad (20.15)$$

Поділивши цей вираз на кількість молекул N , знайдемо ймовірність dP_v того, що модуль швидкості молекули в межах від v до $v+dv$:

$$dP_v = f(v) \cdot 4\pi v^2 dv = F(v)dv. \quad (20.16)$$

Згідно формули (20.6) вираз $F(v) = f(v) \cdot 4\pi v^2$ є функцією розподілу ймовірності значень v .

Функцію $F(v)$ отримав теоретично Д.К.Максвелл. Вона має вигляд

$$F(v) = A \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \cdot 4\pi v^2, \quad (20.17)$$

де m — маса молекули, k — стала Больцмана, T — абсолютна температура. Коефіцієнт пропорційності A визначається з умови

$$\int_0^\infty F(v)dv = 1, \quad (20.18)$$

яка називається умовою нормування функції $F(v)$ (див. формулу (20.8)). З приводу верхньої межі інтегрування треба зробити

наступне роз'яснення. Значення модуля швидкості молекул газу не може перевищити деяке хоча і дуже велике, але кінцеве значення. Однак через експонентний множник функція $F(v)$ зменшується настільки швидко, що при досить великих значеннях v вона практично не відрізняється від нуля. Тому розширення верхньої межі інтегрування до нескінченності не вносить відчутної помилки.

Відповідний розрахунок дає для коефіцієнта пропорційності A значення $(m/2\pi kT)^{3/2}$. Напишемо з урахуванням цього остаточний вираз для функції розподілу молекул газу за швидкостями:

$$F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \cdot 4\pi v^2. \quad (20.19)$$

Ця функція називається **функцією розподілу Максвелла**.

Відзначимо, що під знаком експоненти у формулі (20.19) знаходиться відношення кінетичної енергії молекули (що відповідає даному значенню швидкості v) до величини kT , що характеризує середнє (за молекулами) значення цієї енергії.

Графік функції (20.19) наведений на рис. 2. Найбільш ймовірною буде, мабуть, швидкість, що відповідає максимуму

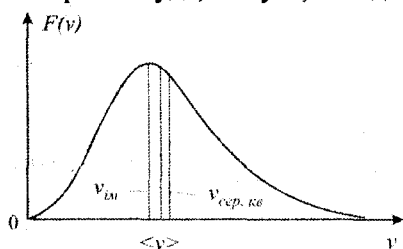


Рисунок 20.2

функції $F(v)$. Її значення v_m можна знайти, якщо прирівняти до нуля похідну dF/dv . Опустивши у виразі (20.19) множники, що не залежать від v , отримаємо для знаходження v_m співвідношення

$$\frac{d}{dv} \left[\exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) v^2 \right] = 0.$$

Провівши диференціювання, прийдемо до рівняння

$$\exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \left(2 - \frac{mv^2}{kT} \right) v = 0.$$

Перший множник (експонент) перетворюється в нуль при $v = \infty$, а третій множник (v) при $v = 0$. Однак з графіка бачимо, що значення $v = 0$ і $v = \infty$ відповідають мінімумам функції $F(v)$.

Отже, значення v , що відповідає максимуму, отримується з рівності нулю другої дужки: $(2 - mv^2 / kT) = 0$.

Звідки

$$v_{\text{ш}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (20.20)$$

Відповідно до формул (20.10) і (20.12) середнє (за молекулами) значення модуля швидкості v і середнє значення квадрата v визначається виразами

$$\begin{aligned} \langle v \rangle &= \int_0^\infty v F(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \\ \langle v^2 \rangle &= \int_0^\infty v^2 F(v) dv = \frac{3kT}{m}. \end{aligned} \quad (20.21)$$

Таким чином, середня швидкість молекул (її також називають середньою арифметичною швидкістю) має значення

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}. \quad (20.22)$$

Корінь квадратний з виразу (20.21) дає середню квадратичну швидкість молекул:

$$v_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}. \quad (20.23)$$

Помноживши чисельник і знаменник підкореневих виразів в (20.20), (20.22) і (20.23) на сталу Авогадро і пам'ятаючи, що kN_A рівно газовій сталій R , а mN_A — молярній масі газу M , прийдемо до результатів

$$v_{\text{ш}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad v_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad (20.24)$$

Знайдемо середню швидкість молекул азоту ($M = 28 \text{ г/моль} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$) при кімнатній температурі (293K):

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 293}{3,14 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}} = 470 \text{ м/с}.$$

Для кисню отримується при тій самій температурі $\langle v \rangle = 440 \text{ м/с}$, а для водню $\langle v \rangle = 1760 \text{ м/с}$. Таким чином, молекули повітря за секунду проходять шлях, що дорівнює майже $0,5 \text{ км}$.

Якщо існує суміш газів, яка знаходиться у рівновазі, то в межах кожного сорту молекул має місце розподіл Максвелла зі своїм значенням m . Відповідно більш важкі молекули рухаються з меншою середньою швидкістю, чим більш легкі.

Відповідно до формули (20.7) кількість молекул, швидкості яких укладені в межах від v до $v + dv$, рівна

$$dN_v = NF(v)dv = N \left(\frac{m}{2\pi i kT} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) \cdot 4\pi v^2 dv \quad (20.25)$$

(N – повна кількість молекул). Цю формулу можна значно спростити, якщо перейти до відносної швидкості

$$u = \frac{v}{v_{\text{из}}} , \quad (20.26)$$

тобто покласти $v = uv_{\text{из}} = u\sqrt{2kT/m}$. Тоді замість v^2 треба підкласти у (20.25) $u^2 \cdot 2kT/m$, а замість dv – вираз $\sqrt{2kT/m} \cdot du$. В результаті отримаємо формулу

$$dN_u = N \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) u^2 du = f(u) du , \quad (20.27)$$

де dN_u – кількість молекул, відносні швидкості яких укладені в межах від u до $u + du$. Функція $f(u)$ є функція розподілу ймовірності значень u , котра має вигляд

$$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) u^2 . \quad (20.28)$$

Цей вираз являє собою функцію розподілу Максвелла, записану в змінній u .

Проінтегрувавши вираз (20.27) в межах від u_1 до u_2 , отримаємо кількість молекул ΔN , відносні швидкості котрих знаходяться в цих межах:

$$\Delta N = N \int_{u_1}^{u_2} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) u^2 du . \quad (20.29)$$

В таблиці 1 наведені відносні кількості молекул $\Delta N/N$, розраховані згідно формули (20.29) для різних інтервалів швидкостей. З таблиці випливає, що у 70,7% молекул швидкість відрізняється від найбільш ймовірної не більше ніж на 50%. Швидкостями, що перевищують найбільш ймовірну більш ніж у три рази, володіють лише 0,04% молекул, а швидкості, що перевищують найбільш ймовірну більш ніж у п'ять разів, спостерігається в однієї з 12 мільярдів молекул. Ці дані підтверджують висловлене раніше твердження про те, що швидкості молекул в основному групуються поблизу найбільш ймовірного (з тим же правом можна сказати - поблизу середнього) значення.

Згідно формулам (20.24)

$$v_{\text{ш}} : \langle v \rangle : v_{\text{ср.кв}} = \sqrt{2} : \sqrt{3/\pi} : \sqrt{3} = 1 : 1,13 : 1,22 \quad (20.30)$$

(див. рисунок 20.2). Таким чином, середня і середня квадратична швидкості більше від найбільш ймовірної швидкості на 13 і 22% відповідно. З (20.26) і (20.30) витікає, що $u_{\text{ш}} = 1$, $\langle u \rangle = 1,13$, $u_{\text{ср.кв}} = 1,22$.

Таблиця 20.1 – Відносна доля молекул, що мають різну відносну швидкість $u = v/v_{\text{ш}}$

u	$\frac{\Delta N}{N}, \%$	u	$\frac{\Delta N}{N}, \%$
0 – 0,5	8,1	2 – 3	4,6
0,5 – 1,5	70,7	> 3	0,04
1,5 – 2	16,6	> 5	$8 \cdot 10^{-9}$

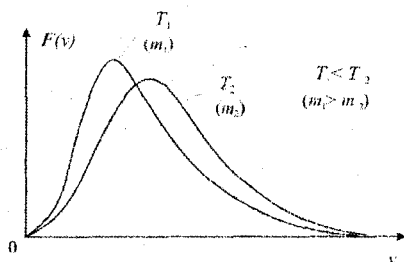


Рисунок 20.3

На рисунку 20.3 приведені графіки розподілу Максвелла для двох значень температури. Графіки можна трактувати або як відповідні різним значенням температури, або як відповідні різним

значенням маси молекул. Площа, обмежена графіком, в обох випадках рівна одиниці.

Таблиця 20.2 – Значення температури

Варіант	1	2	3	4	5	6
T_1, K	150	200	250	300	350	400
T_2, K	750	700	650	450	500	800

Послідовність виконання роботи

Зверніть увагу на систему частинок, що рухаються в замкнутому об'ємі ліворуч на екрані (на рисунку 20.4 наведено інтерфейс програми). Вони абсолютно пружно зіштовхуються одна з одною і зі стінками посудини. Дана система є гарною

"механічною" моделлю ідеального газу. У процесі досліджень можна зупиняти рух усіх молекул (при натисканні кнопки "Стоп" мишкою) і отримати як би "миттєві фотографії", на яких виділяються зеленим кольором молекули (точки), швидкості яких лежать у заданому діапазоні Δv поблизу заданої швидкості v (тобто, що мають швидкості від v до $v+\Delta v$).

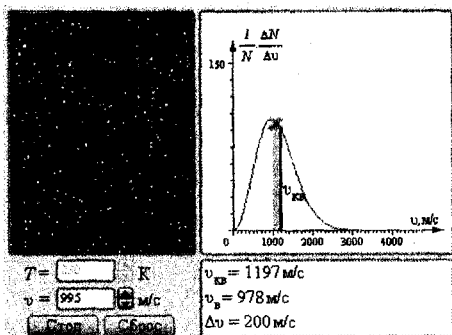


Рисунок 20.4

1. Натисніть кнопку «Стоп» і порахуйте загальну кількість молекул у системі, які мають швидкість в інтервалі Δv . Натисніть «Старт», через деякий час знову зробіть «миттєву фотографію» і знову підрахуйте відповідну кількість молекул. Тричі порахуйте розмір системи і знайдіть середнє значення N .

2. Задайте температуру T_1 , зазначену в таблиці 1 для вашого варіанту. Після встановлення температури встановіть значення швидкості з таблиці 2. Будемо рахувати кількість молекул, швидкості яких знаходяться у заданому діапазоні ($\Delta v = 200 \text{ м/с}$) поблизу заданої швидкості. Для цього натисніть кнопку «Стоп» і підрахуйте кількість виділених частинок. Результат запишіть в таблицю 2. Натисніть кнопку «Старт» і через декілька секунд отримайте ще одну фотографію (натиснувши кнопку «Стоп») і порахуйте кількість частинок із заданою швидкістю. Результати 5-ти вимірювань для кожної швидкості запишіть у таблицю 20.2.

3. Потім встановіть інше значення температури T_2 з таблиці 1 і повторіть вимірювання, записуючи результати у таблицю 20.3, аналогічну таблиці 20.2.

4. Міняючи значення температури T від 150K до 800K із кроком в 50K. Отримані в програмі значення середньої квадратичної та найбільш імовірної швидкості занесіть в таблицю 4. В 4-й рядок таблиці занесіть квадрат найбільш імовірної швидкості.

Таблиця 20.3 – Результати вимірів для $T =$ К

$v[\text{км/с}] =$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4
ΔN_1												
ΔN_2												
ΔN_3												
ΔN_4												
ΔN_5												
$\Delta N_{\text{сеп}}$												

Таблиця 20.4 – Залежність найбільш імовірної та середньої квадратичної швидкості від температури

T, К	150	200	...	...	800
$v_{\text{сеп. кф}} \text{ М/с}$					
$v_{\text{іпр}} \text{ М/с}$					
$v_{\text{іпр}}^2 \text{ М}^2/\text{с}^2$					

Обробка результатів

1. Обчисліть і запишіть у таблиці середні значення кількості частинок $N_{\text{сеп}}$ швидкості яких лежать у даному діапазоні від v до $v+\Delta v$.
2. Побудуйте графіки експериментальних залежностей $N_{\text{сеп}}(v)$ для різних температур.
3. Побудуйте згідно табл.4 графік залежності квадрата найбільш імовірної швидкості від температури $v_{\text{іпр}}^2(T)$.
4. За графіком визначте значення маси молекули $m = 2k \frac{\Delta(T)}{\Delta(v_{\text{іпр}}^2)}$.
5. Знаючи масу молекули на графіках експериментальних залежностей $N_{\text{сеп}}(v)$ побудуйте теоретичні графіки розподілу Максвелла молекул із масою m за швидкостями.
6. Виберіть газ, маса молекули якого досить близька до вимірної маси молекули.

Таблиця 20.5 – Значення мас молекул різних газів

Газ	Водень	Гелій	Неон	Азот	Кисень
Маса молекули 10^{-27} кг	3.32	6.64	33.2	46.5	53.12

7. Запишіть відповіді, проаналізуйте результати і графіки та зробіть відповідні висновки.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення імовірності отримання деякого результату вимірювання.
2. Дайте визначення елементарної імовірності при вимірі величини швидкості.
3. Що таке функція розподілу?
4. Які особливості графіка функції розподілу величини швидкості молекул ідеального газу?
5. Як обчислюється середнє значення деякої фізичної величини A , якщо відома її функція розподілу $f(A)$?
6. Напишіть формулу для обчислення середнього значення швидкості молекул.
7. Напишіть формулу для обчислення середньої квадратичної швидкості молекул.
8. Напишіть умову для обчислення найбільш імовірної швидкості молекул.
9. Напишіть вирази для найбільш імовірної швидкості молекул ідеального газу.
10. Обчисліть, на скільки відсотків відрізняються середня і середня квадратична швидкості молекул ідеального газу.
11. Обчисліть, на скільки відсотків відрізняються середня і найбільш імовірна швидкості молекул ідеального газу.

В-21 Дослідження адіабатичного процесу: визначення показника адіабати та кількості ступенів вільності молекул газу

Мета: знайомство з комп'ютерною моделлю, що описує адіабатичний процес в ідеальному газі; експериментальне підтвердження закономірностей адіабатичного процесу; експериментальне визначення показника адіабати, кількості ступенів вільності і структури молекул газу в даній моделі.

Прилади і матеріали: програма комп'ютерної лабораторної роботи „Адіабатичний процес“.

Теоретичні відомості

Перший закон термодинаміки

Зміна внутрішньої енергії може відбуватися за рахунок двох різних процесів: здійснення над тілом роботи A і передачі йому теплоти Q .

Роботу, виконану даним тілом над зовнішніми тілами, будемо позначати буквою A , а роботу, виконану зовнішніми тілами над даним тілом, A' . Очевидно, що для одного і того самого процесу $A = -A'$ (це випливає з третього закону Ньютона). Кількість теплоти, що передана даному тілу зовнішнім середовищем, будемо позначати Q , а кількість теплоти, передана даним тілом зовнішньому середовищу Q' . Для одного і того самого процесу $Q = -Q'$. Варто пам'ятати, що A , A' , Q і Q' – алгебраїчні величини: вони можуть бути як позитивними, так і негативними. Якщо, наприклад, теплота передається даним тілом зовнішньому середовищу, то кількість теплоти, отримана тілом, буде від'ємною ($Q < 0$).

Фізична природа теплопередачі полягає в тому, що окремі молекули більш нагрітого тіла виконують позитивну роботу над окремими молекулами менш нагрітого тіла. Крім того, відбувається обмін енергією між окремими молекулами через випромінювання. Сукупність зазначених мікроскопічних процесів і обумовлює передачу енергії від тіла до тіла у виді теплоти. Макроскопічна робота тілами при цьому не виконується.

Теплота Q визначає кількість енергії, що передана від одного тіла іншому за допомогою теплопередачі. Звідси випливає, що кількість теплоти повинна вимірюватися в тих же одиницях (джоулях), що і енергія або робота².

При здійсненні одним тілом роботи A над іншим, так само як і при передачі одним тілом іншому теплоти Q , ці тіла обмінюються внутрішньою енергією – енергія одного з тіл збільшується, а енергія іншого на стільки ж зменшується. Це випливає з закону збереження енергії. У термодинаміці цей закон називають **першим законом** і записувати в такий спосіб:

$$Q = U_2 - U_1 + A \quad (21.1)$$

Тут U_1 і U_2 – початкове і кінцеве значення внутрішньої енергії тіла (чи системи тіл), A – робота, виконана тілом (чи системою), і Q – кількість наданої тілу (системі) теплоти.

Словами перший закон термодинаміки формулюється таким чином: *кількість теплоти, надана системі, йде на збільшення внутрішньої енергії системи і на виконання системою роботи над зовнішніми тілами.*

Підкреслимо, що мова йде не про "безлику" зміну внутрішньої енергії (під якою можна мати на увазі як $U_2 - U_1$, так і $U_1 - U_2$), а саме про приріст, тобто різницю кінцевого і початкового значень внутрішньої енергії.

Перший закон термодинаміки формулюється також у такий спосіб: неможливий «перпетуум мобіле» (вічний двигун) першого роду, тобто такий періодично діючий двигун, що робив би роботу в більшій кількості, чим одержувана їм ззовні енергія.

При обчисленні роботи і теплоти розглянутий процес розбивають на ряд елементарних процесів, що відповідають дуже малій (бажано, нескінченно малій) зміні параметрів системи. Рівняння закону для елементарного процесу має вигляд

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (21.2)$$

де δQ – елементарна кількість теплоти, δA – елементарна робота

² Часто застосовується одиниця кількості теплоти, яку називають калорією (або кілокалорією $1 \text{ ккал} = 10^3 \text{ кал}$). Між калорією і джоулем існують співвідношення $1 \text{ кал} = 4,18 \text{ Дж}$, $1 \text{ Дж} = 0,24 \text{ кал}$.

і dU – приріст внутрішньої енергії системи в ході даного елементарного процесу.

У той час як dU (повний диференціал) є приростом внутрішньої енергії і при переході системи з одного стану в інший не залежить від способу, за яким відбувався перехід і можна говорити про запас внутрішньої енергії, яким володіє система в різних станах, δQ і δA не є приростами величин Q і A . Виконана тілом робота залежить від способу, за яким відбувався перехід з одного стану в інший. Те ж саме відноситься і до кількості теплоти. Отже, ні A , ні Q не є функціями стану – не можна говорити про запас роботи чи теплоти, яким володіє тіло в різних станах.

Внутрішня енергія і теплоємність ідеального газу

Теплоємністю якого-небудь тіла називають величину, рівна кількості теплоти, яку потрібно надати тілу, щоб підвищити його температуру на один кельвін. Аналітично це визначення записується в такий спосіб:

$$C_{\text{тіло}} = \frac{\delta Q}{dT}, \quad (21.3)$$

де δQ – кількість теплоти, надання якої підвищує температуру тіла на dT . Теплоємність тіла вимірюється в Дж/К.

Теплоємність одиниці маси речовини, яку називають **питомою теплоємністю**, позначають малою літерою c . Вимірюється вона в Дж/(кг·К).

У фізиці воліють користатися теплоємністю моля речовини, яку називають **молярною теплоємністю**. Вимірюється вона в Дж/(моль·К). Позначають цю теплоємність прописною буквою C .

Питома і молярна теплоємності пов'язані співвідношенням

$$c = C/M \quad (21.4)$$

де M – молярна маса.

Теплоємність залежить від умов, при яких відбувається нагрівання тіла. Найбільший інтерес являє собою теплоємність для випадків, коли нагрівання відбувається при сталому об'ємі чи при сталому тиску. У першому випадку ми маємо справу з теплоємністю при сталому об'ємі C_V , у другому – з теплоємністю при сталому тиску C_P .

Якщо нагрівання відбувається при сталому об'ємі, то тіло не виконує роботи над зовнішніми тілами і, отже, уся теплота йде на приріст внутрішньої енергії тіла: $\delta Q_V = dU$ (див. формулу (1.2)). Звідси випливає, що молярна теплоємність будь-якої речовини при сталому об'ємі дорівнює

$$C_V = \left(\frac{\partial U_M}{\partial T} \right)_V \quad (21.5)$$

Теплоємність при сталому тиску C_p більша, ніж C_V , тому що при $p = \text{const}$ тіло, що нагрівається, розширюється і частина наданої теплоти витрачається на здійснення роботи над зовнішніми тілами.

Дослідним шляхом встановлено, що у газів, близьких по своїх властивостях до ідеального газу, теплоємність при сталому об'ємі в широких температурних інтервалах практично не залежить від температури: $C_V = \text{const}$.

Відповідно до формули (21.5)

$$dU_M = C_V dT.$$

Проінтегрувавши це співвідношення, отримаємо вираз для внутрішньої енергії моля ідеального газу

$$U_M = \int C_V dT = C_V T + \text{const} = C_V T \quad (21.6)$$

Внутрішня енергія визначається з точністю до довільної сталої. Тому константу у виразі для U_M можна відкинути. Внутрішня енергія – величина адитивна. Отже, внутрішня енергія маси газу m буде дорівнювати

$$U = \frac{m}{M} C_V T \quad (21.7)$$

Запишемо рівняння першого закону термодинаміки для моля газу, підставивши $\delta A = p dV$ і припустивши, що теплота надається газу при постійному тиску:

$$\delta Q = dU_M + p dV_M,$$

(V_M – об'єм 1 моля). Поділивши цей вираз на приріст dT , що отримує температура при наданні газу теплоти δQ , прийдемо до формули для молярної теплоємності газу при сталому тиску:

$$C_p = \frac{dU_M}{dT} + p \frac{dV_M}{dT} \quad (p = \text{const}).$$

Відповідно до формули (21.5) доданок dU_M/dT дорівнює молярній теплоємності при сталому об'ємі. Отримуємо

$$C_p = C_v + p \left(\frac{\partial V_M}{\partial T} \right)_p \quad (21.8)$$

Ми не робили ніяких припущень про властивості газу, тому формула (2.6) справедлива для **будь-яких газів**. Тепер припустимо, що газ ідеальний. Відповідно до рівняння стану ідеального газу (для одного моля $pV_M = RT$) $V_M = RT/p$. Продиференціюємо цей вираз по T в припущенні, що $p = \text{const}$, отримаємо

$$\left(\frac{\partial V_M}{\partial T} \right)_p = \frac{R}{p} \quad (21.9)$$

Підстановка цього значення похідної приводить до співвідношення

$$C_p = C_v + R, \quad (21.10)$$

яке називається **рівнянням Майєра**. Таким чином, робота, виконана молям ідеального газу при підвищенні його температури на один кельвін при сталому тиску, дорівнює газовій сталій R .

Підкреслимо, що співвідношення (21.10) справедливо лише для ідеального газу.

Відношення теплоємностей

$$\gamma = C_p / C_v \quad (21.11)$$

називається **показником адиабати** і являє собою характерну для кожного газу величину. Молекулярно-кінетична теорія дозволяє встановити зв'язок між теплоємністю ідеального газу і кількістю ступенів вільності i молекули. Внутрішню енергію моля ідеального газу можна знайти, помноживши середню енергію однієї молекули $\langle \epsilon \rangle$ на сталу Авогадро N_A . Середня енергія молекули дорівнює $(i/2)kT$. Отже,

$$U_M = \langle \epsilon \rangle N_A = \frac{i}{2} N_A kT = \frac{i}{2} RT \quad (21.12)$$

Порівняння виразів (21.6) і (21.12) дає для молярної теплоємності ідеального газу при сталому об'ємі формулу

$$C_v = \frac{i}{2} R \quad (21.13)$$

Відповідно до закону Майєра ..

$$C_p = C_v + R = \frac{i+2}{2} R \quad (21.14)$$

З формул (21.10) і (21.14) випливає, що

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} = 1 + \frac{2}{i} \quad (21.15)$$

Рівняння адіабати ідеального газу

У ході будь-якого оборотного процесу газ підкоряється своєму рівнянню стану. Для ідеального газу це рівняння має вид

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (21.16)$$

Бувають процеси, у ході яких газ, крім рівняння стану, підкоряється деякій додатковій умові, що визначає характер процесу. Додаткова умова може полягати, наприклад, у тому, що один з параметрів стану залишається постійним.

Якщо постійний тиск газу, процес називають **ізобаричним**. У цьому випадку додаткова умова має вид $p = \text{const}$. Якщо залишається незмінним об'єм газу ($V = \text{const}$), процес називається **ізохоричним**. Нарешті, якщо в ході процесу залишається незмінною температура ($T = \text{const}$), процес називається **ізотермічним**. З рівняння (21.16) випливає, що у випадку ідеального газу при ізотермічному процесі тиск і об'єм пов'язані співвідношенням

$$pV = \text{const}, \quad (21.17)$$

що називається рівнянням ізотерми ідеального газу, а крива, обумовлена цим рівнянням, називається ізотермою.

Процес, що протікає без теплообміну із зовнішнім середовищем, називається **адіабатичним**. Запишемо рівняння першого закону термодинаміки, і підставимо в нього вираз для енергії (21.7) і роботу у виді pdV :

$$\delta Q = d\left(\frac{m}{M} C_v T\right) + pdV. \quad (21.18)$$

При відсутності теплообміну із зовнішнім середовищем $\delta Q = 0$. Тому для адіабатичного процесу рівняння (21.18) спрощується:

$$pdV = -\frac{m}{M} C_v T \quad (21.19)$$

Візьмемо диференціал від обох сторін рівняння (21.16), отримаємо

$$pdV + Vdp = \frac{m}{M} R dT. \quad (21.20)$$

Помножимо рівняння (21.19) на відношення R/C_V і додамо його до (21.20), результатом буде

$$\gamma p dV + V dp = 0, \quad (21.21)$$

де $\gamma = 1 + R/C_V = C_p/C_V$ (див. формулу 21.15). Поділимо (21.21) на добуток pV :

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0. \quad (21.22)$$

Ліву частину цього рівняння можна уявити у вигляді $d \ln(pV^\gamma)$, звідки

$$pV^\gamma = \text{const} \quad (21.23)$$

Ми отримали рівняння адіабати ідеального газу в змінних p і V . Його називають рівнянням Пуассона.

Запишемо рівняння (21.23) у вигляді $pV \cdot V^{\gamma-1} = \text{const}$ і замінимо pV у відповідності до (21.16) на $(m/M)RT$, прийдемо до рівняння адіабати ідеального газу в змінних T і V :

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad (21.24)$$

(сталі m , M і R ми включили у константу, відповідно, сталі у формулах (21.23) і (21.24) мають різні значення).

З рівняння (21.24) випливає, що при адіабатичному розширенні ідеальний газ охолоджується, а при стиску нагрівається.

Обчислимо похідну dp/dV для ізотерми та адіабати в одній і тій же точці (p , V).

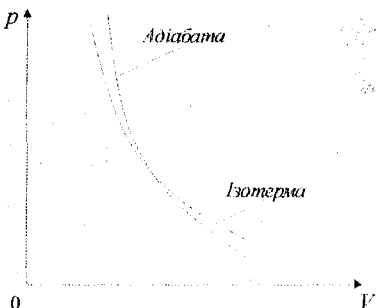


Рисунок 21.1

Продиференціюємо рівняння ізотерми (21.17), отримаємо, що $p dV + V dp = 0$, звідки

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{p}{V} \quad (\text{для ізотерми}).$$

Диференціювання рівняння адіабати (21.23) дає, що $\gamma p V^{\gamma-1} dV + V^{\gamma} dp = 0$, звідки

$$\frac{dp}{dV} = -\gamma \frac{p}{V} \quad (\text{для адіабати}).$$

Таким чином, тангенс кута нахилу дотичної у адіабати в γ разів більше, ніж у ізотерми – адіабата йде крутіше, ніж ізотерма (рисунок 21.1).

Послідовність виконання роботи

1. Ознайомтесь із робочою установкою (на рисунку 21.2 наведено інтерфейс програми).

2. Встановіть початкове значення температури T , газу, згідно вашого варіанту з таблиці 21.1. Для цього натискайте стрілочки «вгору»-«вниз» біля поля температури збільшуючи і зменшуючи значення температури відповідно, або введіть число в поле, і підтвердіть вибір натисканням кнопки «Enter». Після цього крива теоретичної адіабати зміститься таким чином, щоб проходити через обрану точку. Початкове значення об'єму $V = 40,0 \text{ дм}^3$, відповідне початкове значення тиску буде пороховане і виведене на монітор.

3. Натисніть мишею кнопку «Старт» на екрані і спостерігайте за переміщенням поршня на лівій картинці моделі і переміщення точки через графік теоретичної адіабати. Спробуйте зупинити процес натисканням клавіші «Стоп». Наступний запуск процесу здійснюється повторним натисканням кнопки «Старт».

4. Після автоматичної зупинки процесу запусіть його знову і періодично зупиняйте його, записуючи при цьому значення об'єму, температури і тиску в таблицю 21.2 (маєте отримати 10-12 значень).

5. Встановіть нове значення температури T_2 , узявши його з таблиці 1, і повторіть виміри п.3, записуючи результати в таблицю 21.3.

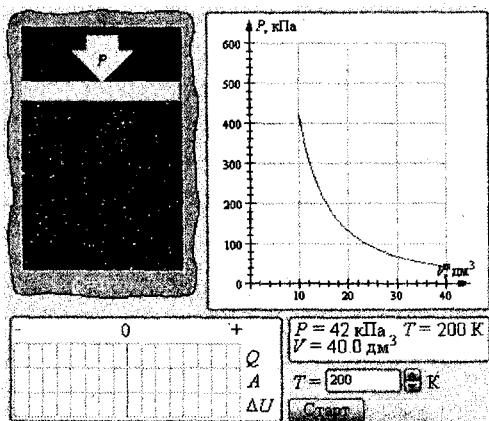


Рисунок 21.2

Таблиця 21.1 – Початкові значення температури

Варіант	1	2	3	4	5	6
T_1	75	100	125	150	175	110
T_2	250	180	270	300	280	220

Таблиці 21.2,3 – Результати вимірювань

$T[K]$											
$V[dm^3]$											
$p[kPa]$											
$\ln(V[dm^3])$											
$\ln(p[kPa])$											

Обробка результатів

1. Побудуйте на одному рисунку графіки залежностей тиску від об'єму для обох адіабат (вказавши на них початкові температури).
2. Візьміть натуральні логарифми $\ln$ від експериментальних значень об'єму і тиску і заповніть відповідні графи таблиць 21.2,3.
3. Побудуйте на одному (іншому) рисунку графіки залежностей логарифма тиску від логарифма об'єму для обох адіабат (вказавши на них початкові температури).
4. Для кожної адіабати визначите за графіком експериментальне значення показника адіабати, використовуючи формулу $\gamma = -\frac{\Delta(\ln p)}{\Delta(\ln V)}$.
5. Визначите кількість ступенів вільності i молекули газу, досліджуваного в даній комп'ютерній моделі, використовуючи формулу (21.15).
6. Знайдіть ціну поділки на графіку для зміни внутрішньої енергії одного моля досліджуваного газу, що розташований в нижній лівій частині стенду. Для цього підрахуйте згідно формули (21.13) питому теплоємність при сталому об'ємі газу і внутрішню енергію газу згідно (21.6) для двох різних точок однієї адіабати.
7. Повторіть п.6 для іншої адіабати. Порівняйте отриманні результати.

Контрольні запитання

1. Які ви знаєте параметри стану?
2. Сформулюйте перший закон термодинаміки.
3. Що таке «перпетуум мобіле» I роду, II роду?
4. Якому рівнянню підкоряється стан ідеального газу? Напишіть його.
5. Дайте визначення теплоємності тіла.
6. Дайте визначення питомої теплоємності ідеального газу.
7. Напишіть формулу для теплоємності при сталому об'ємі.
8. Напишіть формулу для теплоємності ідеального газу при сталому тиску.
9. Що таке кількість ступенів вільності? Чому вона дорівнює для одноатомної молекули?
10. Що таке показник адіабати?
11. Напишіть формулу зв'язку показника адіабати з кількістю ступенів вільності молекули ідеального газу.
12. Дайте визначення адіабатичного процесу.
13. Напишіть рівняння адіабатичного процесу.
14. Дайте визначення ізопроцеса. Вкажіть відомі ізопроцеси.
15. Напишіть рівняння і намалюйте PV -діаграму ізотермічного процесу.
16. Напишіть рівняння і намалюйте PV -діаграму ізобаричного процесу.
17. Напишіть рівняння і намалюйте PV -діаграму ізохоричного процесу.
18. Поясніть звідки отримана формула для розрахунку показника адіабати γ у п.4.

В-31 Перевірка першого закону термодинаміки

Мета: перевірити виконання першого закону термодинаміки для ізобарного, ізотермічного та адіабатного процесів.

Прилади і матеріали: програма комп'ютерної лабораторної роботи „Робота газу“.

Теоретичні відомості

Термодинаміка – це наука про теплові явища. Її висновки спираються на сукупність дослідних фактів і не залежать від наших знань про внутрішню будову речовини, хоча в цілому ряді випадків термодинаміка використовує молекулярно-кінетичні моделі для ілюстрації своїх висновків.

Систему, яка складається із макроскопічних тіл і полів, які можуть обмінюватися енергією як між собою, так і з зовнішніми тілами і полями (із зовнішнім середовищем) називають **термодинамічною системою**.

Термодинаміка розглядає ізольовані системи тіл, що знаходяться в стані термодинамічної рівноваги. Це означає, що в таких системах припинилися всі макроскопічні процеси. **Ізольованою** (замкнутою) системою в термодинаміці вважають систему, яка не обмінюється енергією з зовнішнім середовищем.

Якщо термодинамічна система піддавалася зовнішньому впливу, то в результаті вона переходить в інший рівноважний стан. Такий перехід називається **термодинамічним процесом**. Процеси, які складаються з послідовності рівноважних станів, називаються **квазістатичними**.

Одним з найважливіших понять термодинаміки є **внутрішня енергія тіла**. Вона складається з кінетичної енергії всіх атомів і молекул і потенціальної енергії їхньої взаємодії, енергії коливальних рухів атомів і молекул, енергії електронних оболонок в атомах та йонах і внутрішньоядерної енергії. Внутрішня енергія є функцією стану системи (змінюється зі зміною стану системи) і не залежить від способу, яким система переводиться з одного стану в інший.

У термодинаміці практичне значення має не сама внутрішня енергія, а її зміна внаслідок переходу системи з

одного стану в інший. Внутрішня енергія в термодинаміці змінюється тільки за рахунок зміни енергії теплового руху частинок речовини та їх потенціальної енергії взаємодії. Енергія електронів в атомах та іонів і внутрішньоядерна енергія в цьому випадку залишаються незмінними. Тому під внутрішньою енергією в термодинаміці розуміють сумарну енергію теплового руху частинок речовини та потенціальну енергію їх взаємодії. Внутрішня енергія для довільної маси газу

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT, \quad \Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T, \quad (31.1)$$

де $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{оберт}} + i_{\text{коле}}$, C_V — молярна теплоємність газу за сталого об'єму, а зміна внутрішньої енергії внаслідок переходу з стану 1 у стан 2

$$\Delta U = \int_1^2 dU = U_2 - U_1. \quad (31.2)$$

Внутрішня енергія тіла може змінюватися внаслідок виконання над ним роботи. Якщо об'єм газу змінився на величину dV , то виконана ним робота

$$\delta A = p dV \quad (31.3)$$

відповідає площі виділеної на графіку $p(V)$ смуги (рис. 31.1). Робота, яку виконує газ внаслідок розширення від об'єму V_1 до V_2 дорівнює сумі елементарних робіт δA . Графічно вона визначається площею заштрихованої криволінійної трапеції (рисунк 31.1).

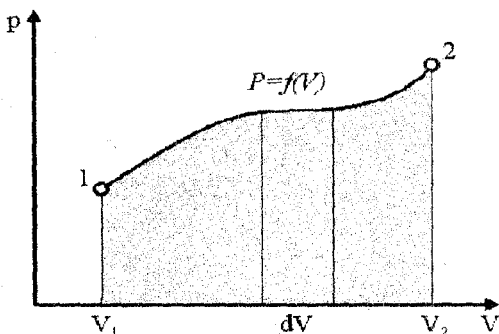


Рисунок 31.1 – Перехід газу зі стану 1 у стан 2

При розширенні роботу, яку виконує газ, прийнято вважати додатною, а при стиску – від'ємною. У загальному випадку внаслідок переходу газу з деякого початкового стану 1 у кінцевий стан 2 здійснена ним робота виражається формулою:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad (31.4)$$

Внутрішня енергія тіла може змінюватися не тільки в результаті виконаної ним роботи, але і внаслідок теплообміну. Передача енергії від одного тіла до іншого у формі тепла може відбуватися тільки за наявності різниці температур між ними. Тепловий потік завжди спрямований від гарячого тіла до холодного. Внаслідок теплового контакту таких тіл внутрішня енергія одного з них збільшується, а внутрішня енергія іншого – зменшується. У цьому випадку говорять про тепловий потік від одного тіла до іншого. **Кількістю теплоти Q** , отриманої тілом, називають зміну внутрішньої енергії тіла в результаті теплообміну.

Кількість теплоти Q є енергетичною величиною. У СІ кількість теплоти вимірюється в одиницях механічної роботи – джоулях (Дж). Іноді для вимірювання кількості теплоти використовують калорії (кал). 1 калорія еквівалентна 4,18 Дж. Число, яке показує відношення одиниці механічної роботи до одиниці кількості теплоти, називають **механічним еквівалентом роботи**:

$$J = 4,18 \frac{\text{Дж}}{\text{кал}}.$$

Величина, обернена до механічного еквівалента теплоти $1/J = 0,239 \text{ кал/Дж}$ називають **тепловим еквівалентом роботи**.

Перший закон термодинаміки виражає закон збереження і перетворення енергії в застосуванні до теплових процесів і формулюється так: **кількість теплоти, яку отримує система ззовні, витрачається на збільшення її внутрішньої енергії і на виконання системою роботи проти зовнішніх сил**

$$Q = \Delta U + A. \quad (31.5)$$

Для нескінченно малої зміни стану системи рівняння (31.5) буде мати вигляд

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (31.6)$$

У різних газових процесах значну цікавість представляє робота газу і кількість отриманої ним теплоти. Запишемо

перший закон термодинаміки, використавши формулу (31.2) та (31.3) для одного моля ідеального газу

$$\delta Q = C_v dT + p dV. \quad (31.7)$$

Розглянемо роботу газу і кількість отриманої ним теплоти для ізопроцесів.

Ізобарний процес. $p = \text{const}; dp = 0$.

Для визначення роботи в ізобарному процесі проінтегруємо вираз для елементарної роботи (31.3)

$$A = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1). \quad (31.8)$$

Кількість теплоти, яку отримує газ в ізобарному процесі можна знайти, проінтегрувавши вираз (31.7)

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} C_v dT = \int_{V_1}^{V_2} p dV = C_v(T_2 - T_1) + p(V_2 - V_1). \quad (31.9)$$

Враховавши, що згідно з рівнянням Клапейрона-Менделєєва $p(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$ отримаємо вираз

$$Q = (C_v + R)(T_2 - T_1) = C_p(T_2 - T_1), \quad (31.10)$$

де $C_v = \frac{i}{2}R$, а $C_p = C_v + R$ — рівняння Майєра.

Ізотермічний процес. $T = \text{const}; dT = 0$.

Визначимо тиск p з рівняння Клапейрона-Менделєєва і підставимо його у вираз (31.3)

$$\delta A = p dV = RT \frac{dV}{V}.$$

Проінтегрувавши цей вираз, отримаємо

$$A = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT \ln \frac{V_2}{V_1} = RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (31.11)$$

Для ізотермічного процесу, оскільки $dT = 0$, $dU = C_v dT = 0$ (внутрішня енергія ідеального газу залишається сталою). Згідно з першим принципом термодинаміки, в ізотермічному процесі вся теплота, яку отримує газ, йде на виконання роботи:

$$\delta Q = \delta A, \quad Q = A. \quad (31.12)$$

Адіабатний процес. $\delta Q = 0$.

Перший закон термодинаміки буде мати вигляд

$$0 = C_v dT + p dV,$$

звідки

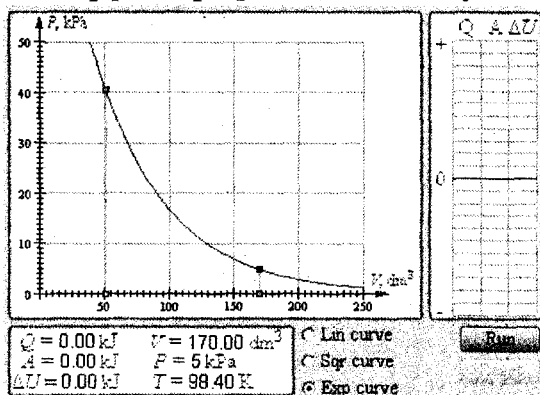
$$pdV = -C_V dT.$$

Проінтегрувавши вираз (31.3) і виключивши тиск за рівнянням Пуассона отримаємо вираз

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1^\gamma dV}{V^\gamma} = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-\gamma} \right], \quad (31.13)$$

де $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ – показник адиабати.

Інтерфейс програми „Робота газу“



Послідовність виконання роботи

1. Ознайомитися з інтерфейсом комп'ютерної програми „Робота газу“.
2. На інтерфейсі програми вибрати лінійну залежність $p(V)$.
3. Перемістити мишкою точку графіка, що відповідає стану газу 1 у точку з координатами $(p; V)$, згідно вашого варіанту (таблиця 31.1).
4. Перемістити мишкою точку графіка, що відповідає стану газу 2 так, щоб утворена пряма набула вигляду $p(V)$ -діаграми для ізобарного процесу.
5. Записати в таблицю значення тиску, об'єму і температури для стану 1 і для стану 2 термодинамічної системи.
6. За формулами (31.1), (31.8), (31.10) визначити внутрішню енергію, роботу та кількість теплоти, яку отримав газ.

7. Порівняти розраховані значення внутрішньої енергії, роботи і теплоти з такими ж значеннями, отриманими за допомогою робочої програми.
8. Перевірити виконання першого закону термодинаміки.
9. Повторити пункти 3-8 для ізотермічного і адіабатного процесів, використовуючи експоненціальну залежність $p(V)$.

Примітка: для ізотермічного і адіабатного процесів знайдіть роботу, порахувавши площу криволінійної трапеції, попередньо розбивши її на n елементарних трапецій.

Площу трапеції, що відповідає елементарній роботі δA можна порахувати за формулою

$$\delta A_n = \frac{1}{2}(p_{n+1} + p_n) \Delta V_n; \quad (31.14)$$

тоді робота виконана газом, що відповідає площі криволінійної трапеції

$$A = \sum \delta A_n. \quad (31.15)$$

Таблиця 31.1 – Варіанти завдань

Номер варіанту	1	2	3	4	5	6	7
$p, \text{кПа}$	50	48	44	42	40	37	37
$V, \text{дм}^3$	23	20	26	40	22	42	50
Номер варіанту	8	9	10	11	12	13	14
$p, \text{кПа}$	40	45	42	40	36	33	44
$V, \text{дм}^3$	113	111	121	130	100	115	132

Контрольні запитання

1. Які системи називають термодинамічними, ізолюваними?
2. Які процеси називають термодинамічними, квазістатичними?
3. Дайте означення внутрішньої енергії тіла.
4. Яким чином можна змінити внутрішню енергію тіла?
5. Розкрийте фізичний зміст роботи в термодинаміці.
6. Що таке кількість теплоти?
7. Сформулюйте перший закон термодинаміки.

8. Запишіть формули роботи і кількості теплоти для ізопроцесів.
9. Запишіть рівняння Майєра.
10. Чому дорівнює показник адіабати?

Література

1. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. — Л.: „Бескид Біт“, 2002.
2. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн.2. — К.: „Либідь“, 2001.
3. Галушак М.О. Курс загальної фізики. Кн.1. — І-Ф.: „Факел“, 2000.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. — М.: „Высшая школа“, 1990.
5. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1.— К.: „Техніка“, 2001.

В-32 Вивчення термодинамічних циклів: теплових двигунів, холодильних машин та теплових pomp

Мета: навчитися визначати ККД будь-якого термодинамічного циклу.

Прилади і матеріали: програма комп'ютерної лабораторної роботи „Термодинамічні цикли“, „Цикл Карно“.

Теоретичні відомості

Термодинаміка – це наука про теплові явища. Її висновки спираються на сукупність дослідних фактів і не залежать від наших знань про внутрішню будову речовини, хоча в цілому ряді випадків термодинаміка використовує молекулярно-кінетичні моделі для ілюстрації своїх висновків.

Систему, яка складається з макроскопічних тіл і полів, які можуть обмінюватися енергією як між собою, так і з зовнішніми тілами і полями (із зовнішнім середовищем) називають **термодинамічною системою**.

Термодинаміка розглядає ізольовані системи тіл, що знаходяться в стані термодинамічної рівноваги. **Ізольованою** (замкнутою) системою в термодинаміці вважають систему, яка не обмінюється енергією із зовнішнім середовищем.

Якщо термодинамічна система піддавалася зовнішньому впливу, то в результаті вона перейде в інший рівноважний стан. Такий перехід називається **термодинамічним процесом**. Процеси, які складаються з послідовності рівноважних станів, називаються **квазістатичними**.

Термодинамічні процеси поділяють на два види: **природні і штучні**.

До природних процесів відносять такі, які відбуваються „самі по собі“. Такими, наприклад, є перехід теплоти від тіла з вищою температурою до тіла з нижчою температурою, перетворення механічного руху в тепловий тощо.

До штучних процесів відносять такі процеси, які „самі по собі“ не відбуваються, але для їх здійснення треба використати процеси першого виду. Такими процесами є передача теплоти від тіла з нижчою температурою до тіла з вищою

температурою, перетворення теплового руху в механічний тощо.

Сукупність процесів, в результаті яких термодинамічна система повертається у вихідний стан, називається **круговим процесом** або **циклом**. Речовину, над якою здійснюється круговий процес називають **робочим тілом**.

Графічно на діаграмі p, V цикл зображають деякою замкнутою кривою $ABCD$ (рисунок 31.1). У першій частині циклу, коли речовина

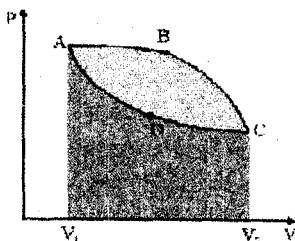


Рисунок 31.1 – Круговий процес

розширюється, система виконує роботу, яка чисельно дорівнює площі фігури V_1ABCV_2 . У другій частині циклу, коли речовина стискається, робота виконується над системою; чисельно вона дорівнює площі фігури V_2CDV_1 . Механічна робота, виконана системою після завершення циклу, чисельно дорівнює площі фігури $ABCD$.

Застосуємо до циклу перший закон термодинаміки:

$$Q = \Delta U + A. \quad (31.1)$$

Оскільки система приведена у початковий стан, то її внутрішня енергія стала такою самою, якою була спочатку, тобто $\Delta U = Q - A = 0$. Тому робота системи за один цикл виконується за рахунок кількості теплоти, яку вона отримує ззовні.

Загальна властивість усіх кругових процесів полягає в тому, що їх неможливо провести, приводячи робоче тіло в тепловий контакт тільки з одним тепловим резервуаром. Їх потрібно, принаймні, два. Тепловий резервуар із більш високою температурою називають **нагрівником**, а з більш низькою – **холодильником**.

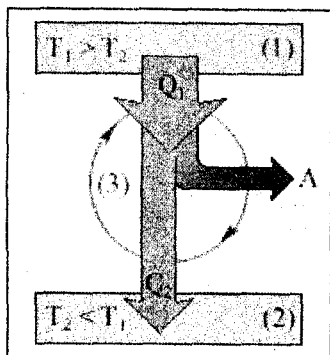


Рисунок 31.2 – Принцип дії і будова теплового двигуна

Тепловою машиною називається пристрій, який перетворює внутрішню енергію палива в механічну роботу. Будь-яка теплова машина складається з трьох основних частин: **робоче тіло (3), нагрівник (1) і холодильник (2)** (рисунок 31.2).

Робоче тіло, одержавши від нагрівника теплоту Q_1 , розширюється і виконує роботу A . Частину теплоти Q_2 воно віддає холодильнику, тому в робочих теплових двигунах тільки частина теплоти $(Q_1 - Q_2)$ перетворюється в роботу.

У 1824 році Сааді Карно дослідив, що найбільш ефективним тепловим циклом є цикл, що складається з двох ізотермічних і двох адіабатичних процесів, які чергуються між собою (рисунок 31.3).

Відношення роботи A до кількості теплоти Q_1 , яку одержує робоче тіло за цикл від нагрівника, називається **коефіцієнтом корисної дії η теплової машини**:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (31.2)$$

Згідно з першим законом термодинаміки для ізотермічного процесу

$$A = Q = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (31.3)$$

Використавши співвідношення (31.2), вираз (31.3) можемо переписати так:

$$\eta = 1 - \frac{RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}. \quad (31.4)$$

Для адіабатичних процесів, згідно з рівнянням Пуассона, маємо:

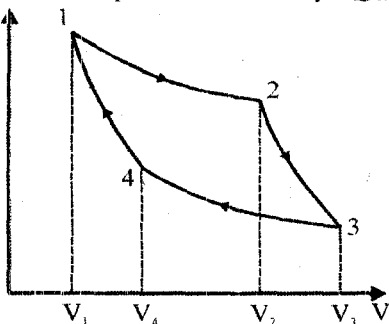


Рисунок 31.3 – Цикл Карно

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}; \quad T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}. \quad (31.5)$$

Поділимо друге рівняння на перше і одержимо рівність

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}. \quad (31.6)$$

Використовуючи співвідношення (31.6), вираз (31.2) можна переписати у вигляді

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (31.7)$$

Для ідеальної теплової машини, яка працює за циклом Карно, ККД (термічний коефіцієнт корисної дії циклу Карно) залежить тільки від температур нагрівника (T_1) і холодильника (T_2), але не залежить від властивостей робочого тіла і конструкції двигуна – **перша теорема Карно**:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (31.8)$$

Між даними температурами нагрівника й холодильника не існує іншого теплового циклу, який мав би вищий ККД, ніж цикл Карно – **друга теорема Карно**.

Машину, яка працює за оберненим циклом Карно 1-4-3-2-1 (рисунок 31.3) називають **холодильною**.

Пристрій, що працює за зворотним циклом Карно, може мати двояке призначення. Якщо кількість теплоти Q_2 відбирається від охолоджуваних тіл (наприклад, від продуктів у камері холодильника), то такий пристрій є звичайним **холодильником**. Ефективність роботи холодильника (кількість теплоти, що відбирається від охолоджуваних тіл на 1 Дж витраченої роботи) визначається холодильним коефіцієнтом η_x :

$$\eta_x = \frac{|Q_2|}{A} = \frac{|Q_2|}{Q_1 - |Q_2|} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \quad (31.9)$$

За такого означення η_x може бути і більшим, і меншим за одиницю.

Якщо кількість теплоти Q_1 передається тілу, що нагрівається, (наприклад, повітря в приміщенні), то такий пристрій називається **тепловою помпою**. Ефективність η_n теплової помпи визначається співвідношенням

$$\eta_n = \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \quad (31.10)$$

З першого закону термодинаміки слідує, що $|Q_1| > |A|$, отже, η_n завжди більше за одиницю.

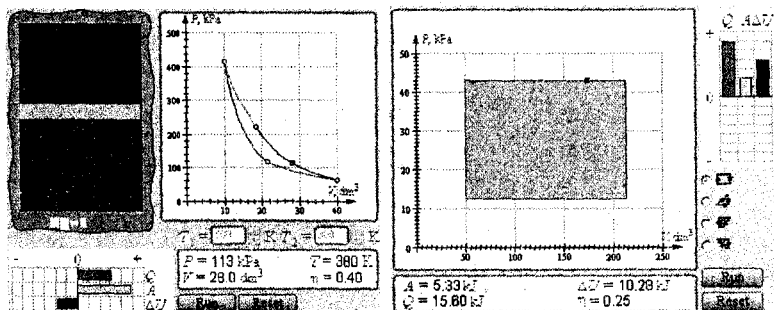
Термодинамічний процес називається **оборотним** (зворотним), якщо він може проходити як у прямому, так і в протилежному напрямках, і система повертається у вихідний стан, при цьому і у ній, і в навколишньому середовищі не відбувається ніяких залишкових змін. До того ж допускається, що система проходить в оберненому напрямку ті ж самі проміжні стани, що і в прямому процесі.

Будь-який процес, що не відповідає цим умовам, є **необоротним**.

Оборотні процеси – зазвичай ідеалізовані процеси. В реальних теплових машин завжди мають місце втрати теплоти на теплообмін з навколишнім середовищем і на сили тертя. Тому в реальних машинах процеси є необоротними. В необоротній машини за цикл відводиться від робочого тіла більша кількість теплоти, ніж в оборотній ($Q_2' > Q_2$). Звідси випливає, що

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} > \frac{Q_1' - Q_2'}{Q_1'}. \quad (31.11)$$

Інтерфейс програм „Цикл Карно“ та „Термодинамічні цикли“



Отже, ККД необоротної машини не може бути більшим за

ККД оборотної машини, яка працює з тими самими нагрівником і холодильником.

Послідовність виконання роботи

Завдання 1

1. Ознайомитися з інтерфейсом комп'ютерної програми „Термодинамічні цикли“.
2. Вибрати цикл згідно варіанта (таблиця 31.1).
3. Запустити цикл і, зупиняючи в кожній точці, виміряти Q_1 і $(Q_1 - Q_2)$.
4. Обчислити коефіцієнт корисної дії циклу η за формулою (32.2).
5. Обчислити η_x за формулою (31.9) і η_n – за (31.10) для даного зворотного циклу.

Завдання 2

1. Ознайомитися з інтерфейсом комп'ютерної програми „Цикл Карно“.
2. На інтерфейсі програми ввести температуру нагрівника й холодильника (таблиця 31.1).
3. Запустити цикл і, зупиняючи в кожній з чотирьох точок, виміряти значення об'ємів V_1, V_2, V_3, V_4 .
4. За формулою (31.4) обчислити значення η .
5. Обчислити значення η за формулою (31.8).
6. Зіставивши отримані значення η , перевірити чи справджується рівність $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$.
7. Обчислити η_x за формулою (31.9) і η_n – за (31.10) для зворотного циклу Карно.

Таблиця 31.1 – Варіанти завдань до лабораторної роботи

Номер варіанта	1	2	3	4	5	6	7	8
T_1, K	400	410	420	430	440	450	460	470
T_2, K	270	275	280	285	290	295	300	305
Номер циклу	1	2	3	4	2	4	3	1
Номер варіанта	9	10	11	12	13	14	15	16
T_1, K	480	490	500	480	470	460	450	440

T_2, K	310	315	320	325	330	335	340	345
Номер циклу	3	4	5	2	4	2	4	1

Контрольні запитання

1. Які системи називають термодинамічними, ізольованими?
2. Які процеси називають термодинамічними, квазістатичними?
3. На які види поділяють термодинамічні процеси?
4. Який термодинамічний процес називають круговим?
5. Яку машину називають тепловою?
6. З яких процесів складається цикл Карно?
7. Нарисуйте схематично цикл Карно і поясніть принцип роботи машини Карно.
8. Що називають коефіцієнтом корисної дії? Запишіть формули для ККД.
9. Сформулюйте першу і другу теореми Карно.
10. Які процеси називають оборотними, необоротними?

Література

1. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт“, 2002.
2. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн.2. – К.: „Либідь“, 2001.
3. Галушак М.О. Курс загальної фізики. Кн.1. – І-Ф.: „Факел“, 2000.
4. Трофимова Т.И. Курс фізики. – М.: „Высшая школа“, 1990.
5. Кучерук І.М., Гербачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1. – К.: „Техніка“, 2001.

ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ

В-40 Вивчення взаємодії електричних точкових зарядів

Мета: ознайомитися з основними принципами електро-статички, визначити електричну сталу.

Прилади і матеріали: програма комп'ютерної лабораторної роботи "Точкові заряди".

Теоретичні відомості

Електричний заряд – характеристика елементарних частинок, що визначає їх участь в електромагнітній взаємодії. Електричний заряд об'єктів є мірою їх електромагнітної взаємодії, тоді їх називають зарядженими.

Існує два види електричних зарядів – їх умовно прийнято називати позитивним (наприклад, заряд протона) і негативним (наприклад, заряд електрона). Найменший електричний заряд мікрочастинок називають **елементарним** – його значення $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Тому електричні заряди мають дискретну природу – заряди частинок (тіл) кратні елементарному заряду.

Електричний заряд підлягає **закону збереження**: сумарний заряд ізольованої системи залишається незмінним за будь-яких процесів, які відбуваються в такій системі, тобто

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const} \quad \text{або} \quad \sum_{i=1}^n q_i = \text{const}. \quad (40.1)$$

Встановлено, що однойменно заряджені тіла відштовхуються, а різнойменно – притягуються.

Закон Кулона: два точкових заряди взаємодіють із силою, прямо пропорційною добутку модулів зарядів і обернено пропорційною квадрату відстані між ними та напрямленою вздовж прямої, що їх з'єднує:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}, \quad (40.2)$$

де ϵ – діелектрична проникність середовища.

$$\text{У SI } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0},$$

де ϵ_0 – електрична стала ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$).

Під точковим зарядом розуміють заряд точкового тіла.

У SI заряд вимірюється в кулонах (Кл). Кулон – заряд, що проходить через поперечний переріз провідника за 1 с за сили струму 1 А.

Електричне поле – форма існування матерії, складова електромагнітного поля; існує навколо нерухомих зарядів (стаціонарне електричне поле) або виникає в результаті зміни магнітного поля (вихрове електричне поле).

Силовою характеристикою поля є напруженість.

Напруженість електричного поля ($\vec{E}$) – векторна силова характеристика поля, що визначається силою ($\vec{F}$), яка діє з боку поля на одиничний позитивний заряд (q_0), розміщений у цьому полі і співпадає з нею за напрямом:

$$\vec{E} = \vec{F} / q_0. \quad (40.3)$$

Лінії, дотичні до яких у будь-якій точці співпадають з напрямом напруженості поля в цій точці, називаються силовими лініями електричного поля.

Силкові лінії починаються (виходять) на позитивних зарядах і закінчуються (входять) на негативних.

Електричне поле, напруженість якого в кожній точці має одну і ту ж величину та напрям, називають однорідним. Прикладом однорідного поля є поле, створене двома паралельними різнойменно зарядженими пластинами.

Величина напруженості електричного поля, створеного точковим зарядом, в деякій точці простору прямо пропорційна величині заряду і обернено пропорційна квадрату відстані від заряду до точки, де визначається напруженість, тобто:

$$E = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (40.4)$$

Для визначення напруженості електричного поля, створеного декількома зарядами, користуються **принципом суперпозиції полів**: у вакуумі напруженість електричного поля, створеного системою нерухомих зарядів, дорівнює векторній сумі напруженостей електричних полів, створених кожним із цих зарядів зокрема.

Наприклад, напруженість поля, створеного зарядами $-q$ і $+q$ в деякій точці, може бути визначена як векторна сума напруженостей, створених кожним зарядом зокрема: $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$. В загальному для n зарядів

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (40.5)$$

Напруженість у СІ вимірюється у вольтах на метр (В/м) або ньютон на кулон (Н/Кл), розмірність — $\dim E = LMT^{-3}I^{-1}$.

Диполь — два однакових за величиною, але протилежних за знаком точкових заряди q , розташованих на відстані L (L — плече диполя).

Дипольний (електричний) момент — це добуток заряду на плече — $|\vec{p}_e| = qL$. Вектор $\vec{p}_e$ спрямований від негативного до позитивного заряду. Напруженість електричного поля диполя обчислюється з використанням принципу суперпозиції полів.

Величина, що визначається відношенням роботи, виконаної при переміщенні позитивного заряду з нескінченності в дану точку поля ($A_{1\infty}$) (з точки поля в нескінченність) до величини цього заряду (q_0), називається потенціалом (φ):

$$\varphi = \frac{A_{1\infty}}{q_0} \text{ або } \varphi = \frac{W_n}{q_0}, \text{ так як } A_{1\infty} = W_n. \quad (40.6)$$

Потенціал — скалярна величина.

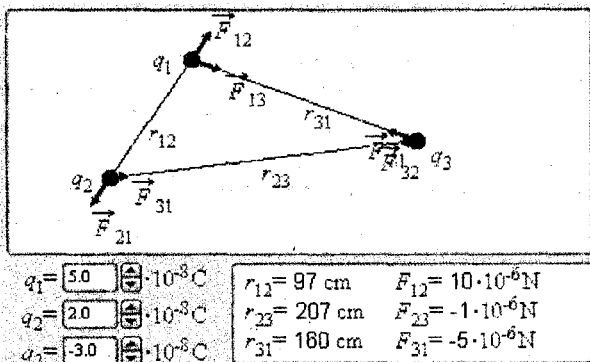
Різниця потенціалів дорівнює роботі, яку потрібно виконати полю (або проти поля), щоб перемістити одиничний позитивний заряд з однієї точки в іншу, тобто $\varphi_A - \varphi_B = \frac{A_{AB}}{q_0}$.

Різницю потенціалів двох точок поля називають напругою (U), тобто $U = \varphi_1 - \varphi_2$. Потенціал і різниця потенціалів в СІ вимірюються у вольтах (В). 1 В — потенціал такої точки поля, що коли перемістити з нескінченності у дану точку заряд 1 Кл, то виконується робота 1 Дж. $[\varphi] = \frac{1\text{ Дж}}{1\text{ Кл}} = 1\text{ В}$.

Для графічного зображення розподілу потенціалів електростатичного поля користуються екіпотенціальними лініями (поверхнями).

Лінії (поверхні), потенціали яких однакові в усіх точках, називають еквіпотенціальними ($\varphi = \text{const}$). Еквіпотенціальні лінії (поверхні) завжди перпендикулярні до силових ліній електричного поля.

Інтерфейс програми “Точкові заряди”



Послідовність виконання роботи

Завдання № 1

1. Ознайомитися з інтерфейсом комп'ютерної програми “Точкові заряди”.
2. Змінюючи заряди частинок і відстань між ними, спостерігайте за силою їх взаємодії.
3. Зробити висновок про характер взаємодії точкових електричних зарядів.

Завдання № 2

Визначення електричної сталої ϵ_0

1. Дослідження поля точкового заряду:

Зачепивши мишею, переміщайте заряд q_1 і зафіксуйте його поблизу лівої границі експериментального поля. Зачепивши мишею, переміщайте регулятор величини першого заряду q_1 і встановіть величину заряду (величину зарядів задає викладач). Заряд q_3 помістіть під першим, а його величину встановіть рівною 0. Заряд q_2 встановіть рівним $1 \cdot 10^{-8}$ Кл. Переміщайте, натиснувши ліву кнопку миші, заряд q_2 вправо, установлюючи

відстань r_{12} для першого заряду (задає викладач). Визначені в даних точках значення $E_1 = F_{12}/q_2$ занесіть у рядок таблиці 2.1. Повторіть вимір для двох інших значень заряду q_1 , записуючи в таблицю 2.1 значення E_2 і E_3 .

2. Обчисліть і запишіть у таблиці 2.1 значення для другого рядка ($1/r^2$, m^{-2}).
3. Побудуйте графіки залежності напруженості E точкового заряду від величини $1/r^2$.
4. За тангенсом кута нахилу прямої на графіках визначте сталу ϵ_0 , використовуючи формулу

$$\epsilon_0 = \frac{q_1}{4\pi} k, \quad (40.7)$$

де $k = \frac{\Delta\left(\frac{1}{r^2}\right)}{\Delta(E)}$ – тангенс кута нахилу прямої графіка залежності напруженості E точкового заряду від величини $1/r^2$.

5. Обчисліть середнє значення електричної сталої.
6. Проаналізуйте отриманий результат і зробіть висновок.

Таблиця 40.1 – Варіанти завдань

$r = r_{12}$ (см) =	20	30	40	50	60	70	80	90	100	...
$1/r^2$, m^{-2}										
E_1 , В/м										
E_2 , В/м										
E_3 , В/м										

Контрольні запитання

1. Що таке електричне поле ?
2. Перелічіть і поясніть основні властивості заряду.
3. Яка сила діє між зарядами?
4. Дайте визначення лінії напруженості електричного поля.
5. Запишіть закон Кулона.
6. Запишіть формулу для напруженості поля точкового заряду.

7. Сформулюйте принцип суперпозиції для електричного поля.
8. Що таке електричний диполь?
9. Запишіть і поясніть формулу дипольного (електричного) моменту.

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.: 2. – К.: “Техніка”, 2001.
2. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 2. – К.: „Либідь”, 2001.
3. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт”, 2002.
4. Трофимова Т.И. Курс фізики. – М.: “Высшая школа”, 1990.

В-41 Вивчення руху електрона в електричному полі

Мета: ознайомитися з рухом електрона в електричному полі, визначити питомий заряд електрона.

Прилади і матеріали: програма комп'ютерної лабораторної роботи "Рух електрона в електричному полі".

Теоретичні відомості

Електричний заряд – характеристика елементарних частинок, що визначає участь їх в електромагнітній взаємодії. Електричний заряд є мірою електромагнітної взаємодії заряджених об'єктів.

Існує два види електричних зарядів -- їх умовно назвали позитивний (заряд протона) і негативний (заряд електрона). Елементарні частинки володіють електричним зарядом, який є кратним заряду $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, – його називають *елементарним*. Тому електричні заряди молекул і тіл мають **дискретну природу** – заряди частинок (тіл) кратні елементарному заряду.

Електричний заряд підлягає **закону збереження**: сумарний заряд ізольованої системи залишається незмінним при будь-яких процесах, які відбуваються в такій системі, тобто

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const} \quad \text{або} \quad \sum_{i=1}^n q_i = \text{const}. \quad (41.1)$$

Встановлено, що однойменно заряджені тіла відштовхуються, а різнойменно – притягуються.

Закон Кулона: два точкових заряди взаємодіють із силою, прямо пропорційною добутку модулів зарядів і обернено пропорційною квадрату відстані між ними та напрямленою вздовж прямої, що їх з'єднує:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}, \quad (41.2)$$

де ϵ – діелектрична проникність середовища.

У SI $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, де ϵ_0 – електрична стала ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$).

Під точковим зарядом розуміють заряд точкового тіла. У SI заряд вимірюється в кулонах (Кл). Кулон – заряд, що

проходить через поперечний переріз провідника за 1 с при силі струму в 1 А.

Електричне поле – форма існування матерії, складова електромагнітного поля; існує навколо нерухомих зарядів (стаціонарне електричне поле) або виникає в результаті зміни магнітного поля (вихрове електричне поле).

Силовою характеристикою поля є напруженість.

Напруженість електричного поля ($\vec{E}$) – векторна силова характеристика поля, що визначається силою ($\vec{F}$), що діє з боку поля на одиничний позитивний заряд (q_0), розміщений у цьому полі і співпадає з нею за напрямом:

$$\vec{E} = \vec{F} / q_0. \quad (41.3)$$

Лінії, дотичні до яких у будь-якій точці співпадають з напрямом напруженості поля в цій точці, називаються силовими лініями електричного поля.

Силкові лінії починаються (виходять) на позитивних зарядах і закінчуються (входять) на негативних.

Електричне поле, напруженість якого в кожній точці має одну і ту ж величину та напрям, називають однорідним. Прикладом однорідного поля є поле, створене двома паралельними різнойменно зарядженими пластинами.

Напруженість поля, створена точковим зарядом, пропорційна до величини заряду і обернено пропорційна до квадрату відстані від заряду до точки, де визначається напруженість, тобто

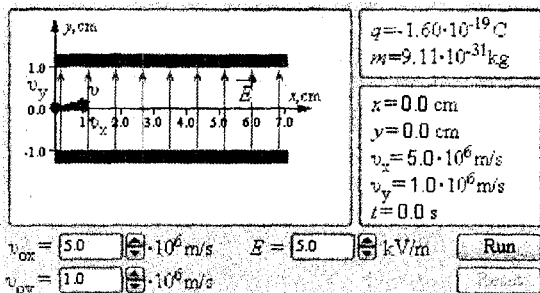
$$E = \frac{q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (41.4)$$

При визначенні напруженості електричного поля, створеного декількома зарядами, користуються **принципом суперпозиції полів**: у вакуумі напруженість електричного поля, створеного системою нерухомих зарядів, дорівнює векторній сумі напруженостей електричних полів, створених кожним із цих зарядів зокрема. В загальному випадку для n зарядів

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (41.5)$$

Напруженість у SI вимірюється у вольтах на метр (В/м) або ньютон на кулон (Н/Кл), розмірність – $\dim E = LMT^{-3}I^{-1}$.

Інтерфейс програми “Рух електрона в електричному полі”



Розглянемо рух електрона в електричному полі (див. Інтерфейс програми). Сила, що діє на заряджену частину в однорідному електричному полі, всюди однакова, а тому незмінним буде і прискорення частинки, яке визначається за другим законом Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{el}}{m} = \frac{q}{m} \vec{E} = \text{const.} \quad (41.6)$$

Тоді $Y = \frac{at^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E \left(\frac{L}{V_{ox}} \right)^2$, і $V_Y = at = \frac{q}{m} E \frac{L}{V_{ox}}$, де $t = \frac{L}{V_{ox}}$ – час руху частинки в полі конденсатора, L – довжина конденсатора, Y – відхилення частинки по вертикалі і V_Y – вертикальна складова швидкості в момент часу, коли частинка вилітає з конденсатора при умові, якщо $V_{0Y} = 0$, V_{0x} – горизонтальна складова швидкості частинки (не змінюється під час руху частини в конденсаторі).

Порядок виконання роботи

Завдання № 1

1. Ознайомитися з інтерфейсом комп'ютерної програми “Рух електрона в електричному полі”.

- Міняючи значення напруженості електричного поля і початкових швидкостей електрона, спостерігати за рухом електрона.
- Зробити висновок про рух електрона в однорідному полі конденсатора.

Завдання № 2

Визначення питомого заряду електрона

- Підведіть маркер миші до регулятора напруженості $\bar{E}$. Натисніть ліву кнопку миші і, утримуючи її в натиснутому стані, змінюйте $\bar{E}$. Встановіть числове значення $\bar{E}$ згідно таблиці варіантів. Аналогічним способом встановіть $V_{0x} = 2 \cdot 10^6$ м/с, $V_{0y} = 0$. Натиснувши кнопку «Старт», спостерігайте рух частинки. Збільшуючи V_{0x} , підберіть мінімальне значення, при якому частинка вилітає з конденсатора. В момент вильоту частинки з конденсатора натисніть кнопку «Стоп». Запишіть значення довжини пластин конденсатора L .

Таблиця 41.1 – Варіанти завдань

Варіант	1	2	3	4	5
$E, \text{ kV/m}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5

- Проведіть вимірювання параметрів руху частинки – вертикальне відхилення на вильоті з конденсатора Y , вертикальна складова швидкості V_y на вильоті з конденсатора, початкова швидкість V_{0x} . Запишіть числові значення з екрана в таблицю.
- Повторіть вимірювання 5 разів, щораз збільшуючи V_{0x} на $0,2 \cdot 10^6$ м/с. Результати записуйте в таблицю.
- Побудуйте на окремих аркушах графіки експериментальних залежностей вертикального відхилення на вильоті з конденсатора Y від квадрату величини оберненої до початкової швидкості ($1/V_{0x}^2$) і вертикальної складової швидкості V_y на вильоті з конденсатора від величини $1/V_{0x}$.
- Для кожного графіка визначте експериментальне значення питомого заряду електрона, використовуючи формули:

$$\frac{q}{m} = \frac{2}{EL^2} \frac{\Delta(Y)}{\Delta\left(\frac{1}{V_{0x}^2}\right)} \text{ для першого і } \frac{q}{m} = \frac{1}{EL} \frac{\Delta(V_Y)}{\Delta\left(\frac{1}{V_{0x}}\right)} \text{ для другого}$$

графіків, де $\frac{\Delta(Y)}{\Delta\left(\frac{1}{V_{0x}^2}\right)}$ і $\frac{\Delta(V_Y)}{\Delta\left(\frac{1}{V_{0x}}\right)}$ – тангенси кута нахилу

прямої на графіках.

5. Розрахуйте середнє значення експериментально отриманого питомого заряду електрона.
6. Запишіть відповідь. Сформулюйте висновки згідно з відповідними графіками.

Табличне значення питомого заряду електрона $e/m = 1.76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення електричного заряду.
2. Перелічіть властивості заряду.
3. Напишіть закон Кулона.
4. Дайте визначення електростатичного (електричного) поля.
5. Дайте визначення напруженості електричного поля.
6. Сформулюйте принцип суперпозиції для електричного поля.
7. Яке поле називається однорідним?
8. Яку форму має траєкторія руху електрона між пластинами плоского конденсатора?

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.: 2. – К.: “Техніка”, 2001.
2. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 2. – К.: “Либідь”, 2001.
3. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт”, 2002.
4. Трофимова Т.И. Курс фізики. – М.: “Высшая школа”, 1990.

В-42 Дослідження електростатичного поля

Мета: ознайомитись із принципом суперпозиції та навчитись розраховувати та зображати електричне поле, створене декількома різними зарядами.

Устаткування: комп'ютерна програма "El-pole"

Теоретичні відомості

Електричне поле – форма існування матерії, складова електромагнітного поля; існує навколо нерухомих зарядів (стаціонарне електричне поле) або виникає в результаті зміни магнітного поля (вихрове електричне поле).

Силовою характеристикою поля є **напруженість**.

Напруженість електричного поля ($\vec{E}$) – векторна силова характеристика поля, визначається відношенням сили, з якою поле діє на точковий позитивний заряд, поміщений в ньому, до величини цього заряду: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$, де q_0 – точковий заряд, F – сила, що діє з боку поля на заряд.

Напруженість в системі SI вимірюється у В/м (або ж Н/Кл).

В кожній точці поля напруженість характеризується певним напрямком і числовим значенням. Якщо рухатись від однієї точки поля до іншої таким чином, щоб напрямки векторів напруженості весь час були орієнтовані вздовж дотичної до напрямку переміщення, то отримані в результаті такого переміщення лінії дуже зручні для графічного зображення поля.

Лінії, дотичні до яких в будь-якій точці співпадають з напрямком напруженості поля в цій точці, називаються **силовими лініями** (рисунок 42.1).

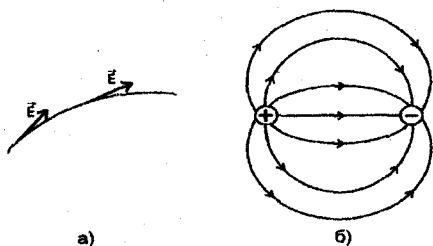


Рисунок 42.1 – Силкові лінії електростатичного поля

Силові лінії мають такі властивості: 1) починаються (виходять) на позитивних зарядах і закінчуються (входять) на негативних (рисунок 42.1,б), 2) вони не перетинаються і не перериваються, 3) густина ліній в околі деякої точки пропорційна значенню напруженості поля в цій точці.

Електричне поле, напруженість якого в кожній точці має одну і ту ж величину та напрям, називають **однорідним**.

Прикладом однорідного поля є поле, створене двома досить протяжними паралельними зарядженими пластинами (рисунок 42.2) (всередині між пластинами).

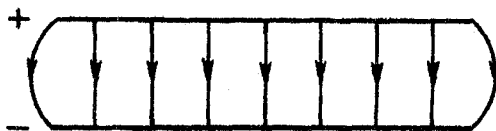


Рисунок 42.2 – Однорідне поле конденсатора

Напруженість поля, створеного точковим зарядом, в деякій точці простору пропорційна величині заряду і обернено пропорційна квадрату відстані від заряду до точки, де визначається напруженість, тобто

$$E = \frac{q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (42.1)$$

Різні заряджені тіла створюють довкола себе різні електростатичні поля, але кожне з цих полів діє на розташований в деякій точці заряд q_0 за одним і тим же законом: $\vec{F} = \vec{E}(\vec{r}) \cdot q_0$. Щоб знайти силу, що діє на заряд, треба спочатку знайти напруженість поля в даній точці. Тому необхідно навчитись знаходити напруженість поля системи зарядів.

Для визначення напруженості електричного поля, створеного декількома зарядами, користуються принципом суперпозиції полів:

у вакуумі напруженість електричного поля, створеного системою нерухомих зарядів, дорівнює векторній сумі напруженостей електричних полів, створених кожним з цих зарядів зокрема.

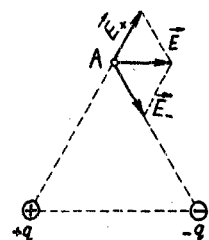


Рисунок 42.3 – Додавання векторів $\vec{E}$

Наприклад, напруженість поля, створеного зарядами $-q$ і $+q$ в точці A (рисунок 42.3), може бути визначена як векторна сума напруженостей, створених кожним зарядом зокрема:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-.$$

Якщо б зарядів було 4, то тоді $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$, а в загальному для n зарядів $\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$.

Візьмемо для прикладу два різноіменні однакові за величиною заряди, виберемо три точки A , B і C (рисунок 42.4) і побудуємо в кожній із них пару векторів напруженості $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$. Потім виконаємо для кожної із вказаних точок додавання векторів $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ і отримаємо результуючі вектори $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$ і $\vec{E}_C$. Вони повинні бути дотичними до силових ліній поля у відповідних точках. Ці три вектори підказують конфігурацію силових ліній, зображених на рисунок 42.4.

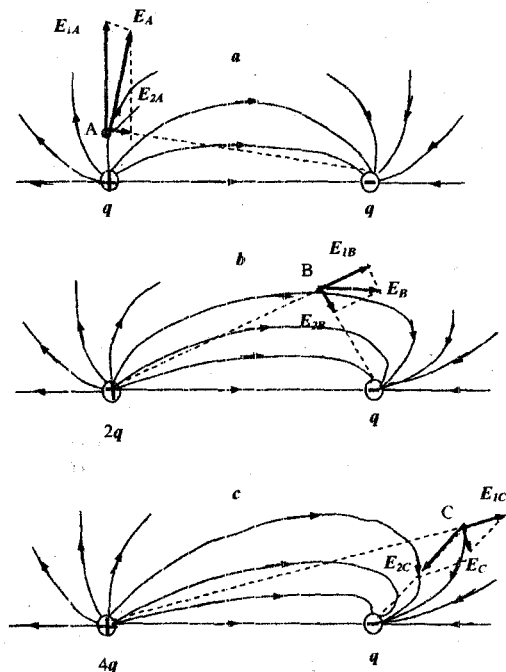


Рисунок 42.4 – Демонстрація принципу суперпозиції

Якщо величину додатного заряду збільшувати, то його вплив стає сильніший; поле заряду q_+ починає домінувати (пригнічувати) над полем заряду q_- (рис. 42.4 *b,c*).

Тепер стає зрозумілим, як можна конструювати картину силових ліній поля системи із декількох зарядів.

Зверніть увагу на те, що силові лінії електричного поля незамкнуті, тобто мають початок і кінець; що мають початок і не мають кінця (" $+q$ ") або мають кінець і не мають початку (" $-q$ "); що вони не перетинаються і не перериваються; що сила, яка діє на заряд в різних точках однорідного поля, однакова, а неоднорідного – різна, і що густота силових ліній вказує на величину напруженості поля, а кількість силових ліній, що виходять (або входять) з даного заряду, пропорційна його величині.

Послідовність виконання роботи

Завдання 1 Дослідити область домінування поля меншого за величиною із двох заданих зарядів.

1. Для деякої заданої викладачем відстані $l = 100$ між двома зарядами q_1 і q_2 (значення взяти із таблиці варіантів) знайти на осі OX точки, для яких напруженості поля кожного із зарядів однакові за величиною, тобто $E_1 = E_2$.

Таблиця 42.1 – Варіанти завдань

Варіанти	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
q_1	1	1	1	1	1	2	2	2	-2	-2	-2	-1	-1
q_2	3	4	5	6	7	7	6	5	5	6	7	5	6

2. Знайти рівняння кривої $y(x)$, для якої виконується умова $E_1(x,y) = E_2(x,y)$.

3. Запустити програму "El-pole" і отримати за її допомогою картину силових ліній результуючого поля для даних двох зарядів (див. пункт 1).

4. Роздрукувати її і побудувати на ній криву (коло) за рівнянням, отриманим в пункті 2.

5. Побудувати кілька еквіпотенціальних ліній. Зробити аналіз отриманих результатів.

Завдання 2. Візуалізація електростатичного поля декількох зарядів за допомогою силових ліній та еквіпотенціальних поверхонь.

1. Для 3 – 7 різних зарядів отримати на моніторі картину силових ліній системи електричних зарядів і проаналізувати її (область максимальних і мінімальних значень напруженості, області максимальних градієнтів напруженості...).

2. Роздрукувати отриману картину силових ліній та побудувати на ній еквіпотенціальну лінію, починаючи з довільно вибраної (або заданої викладачем) точки поля.

Контрольні запитання

1. Що таке електростатичне поле?
2. Що називається напруженістю електричного поля?
3. Що таке силові лінії електричного поля?
4. Які властивості силових ліній електричного поля і для чого вони використовуються ?
5. Сформулюйте принцип суперпозиції.
6. Що таке еквіпотенціальні лінії (поверхні) і як вони співвідносяться із силовими лініями?

Література:

6. І.Є.Лопатинський. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт”, 2002.
7. І.М.Кучерук, В.П.Дущенко. Загальна фізика. Т.: 1. – К.: „Вища школа”, 1987 – 1991.
8. Г.Ф.Бушок і ін. Курс фізики. Кн. 1. – К.: Либідь, 2001.
9. І.М.Кучерук, І.Т.Горбачук, П.П.Луцик. Загальний курс фізики. Т.: 1. – К.: „Техніка”, 2001.
10. Т.И.Трофимова. Курс физики. – М.: “Высшая школа”, 1990.

В-45 Дослідження корисної потужності і коефіцієнта корисної дії джерела струму

Мета: експериментально дослідити залежність корисної потужності і коефіцієнта корисної дії джерела від сили струму.

Прилади і матеріали: досліджувана батарея акумуляторів, реостат, реостат на 50-100 Ом, амперметр, вольтметр, ключ.

Теоретичні відомості

Основними експлуатаційними характеристиками джерел струму є електрорушійна сила E , внутрішній опір r_i , максимально допустимий струм I_m та максимальна потужність P_m , яку може розвивати дане джерело. У процесі експлуатації, як правило, нас цікавить потужність

$$P = IE \quad (45.1)$$

і коефіцієнт корисної дії

$$\eta = \frac{P_k}{P} \quad (45.2)$$

джерела, де P_k – корисна потужність, яку споживають приймачі електричної енергії. Потужність і К.К.Д. істотно залежать від навантаження джерела, тобто від струму, що протікає в колі. Тому постає питання про вигідні умови експлуатації джерела, зокрема про максимальну віддачу потужності для приймачів, про забезпечення вищого К.К.Д. Корисна потужність:

$$P_k = UI = (E - Ir_i)I. \quad (45.3)$$

З формули бачимо, що корисна потужність є складною функцією сили струму. Графік цієї функції – відрізок параболи (для $P_k > 0$) (рисунк 45.1). Дослідивши функцію $P_k(I)$ на екстремум, знаходимо:

$$I_m = \frac{E}{2r_i}, \quad P_{km} = \frac{EI_m}{2}. \quad (45.4)$$

Отже, джерело віддаватиме максимальну потужність тоді, коли опір приймачів дорівнюватиме внутрішньому опору джерела. Цей важливий висновок завжди враховують, коли розраховують електричні мережі.

К.К.Д. джерела:

$$\eta = \frac{P_k}{P} = \frac{(E - Ir_i)I}{IE} = \frac{U}{E} = \frac{I}{2I_m} \quad (45.5)$$

є спадною лінійною функцією струму і коли $I = I_m$ (за максимальної потужності) $\eta = 0,5$.

На практиці часто виникає потреба постачати енергію для споживачів за напруги, яка повинна мати цілком певне значення U_0 . Тому, враховуючи втрати напруги на лінії і в самому джерелі, слід відповідним чином розраховувати опір лінії.

В лабораторній роботі послідовно з джерелом струму підключено додатковий реостат з опором r , який моделює опір передаючої лінії, захищає джерело струму від перевантаження та сприяє максимальній віддачі потужності навантаженню.

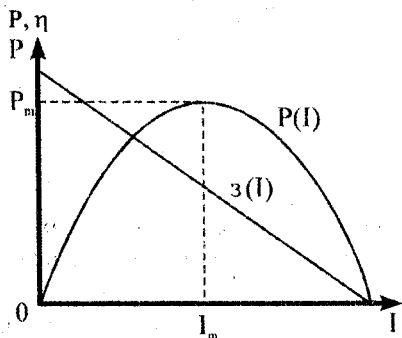


Рисунок 45.1 – Залежність потужності і коефіцієнта корисної дії від сили струму

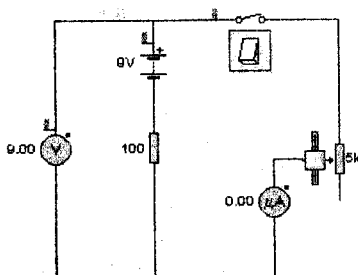


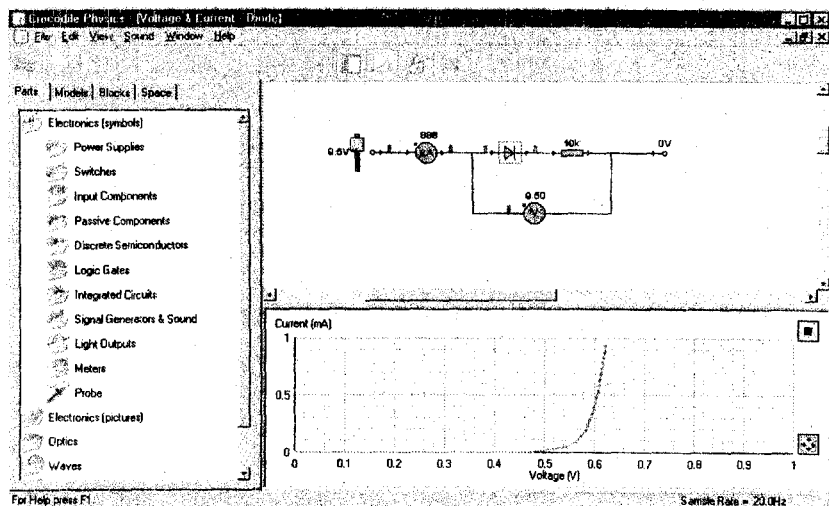
Рисунок 45.2 – Робоча схема

Хід роботи

1. У вікні програми „Crocodile Physics“ скласти електричну схему, як показано на рисунку 45.2.
2. Задати робочі параметри елементів, що входять в електричне коло (дається викладачем).
3. Змінюючи опір R реостата навантаження від 0 до максимуму, виміряти 10-15 значень струму від максимального до мінімального та відповідні значення напруги на ньому. Результати записати в таблицю.

4. Перевести всі ключі у вимкнений стан.

Інтерфейс програми



5. Обчислити корисну потужність для кожного виміру й результати записати в таблицю.

6. Побудувати графік залежності корисної потужності від сили струму.

7. За одержаним графіком визначити максимальне значення корисної потужності $P_{\text{км}}$ та відповідний струм I_m .

8. Обчислити ЕРС джерела струму за формулою:

$$E = \frac{2P_{\text{км}}}{I_m} \quad (45.6)$$

9. Вимірявши ЕРС джерела, порівняти її з обчисленою за попередньою формулою.

10. Обчислити К.К.Д. джерела для всіх попередніх вимірів за формулою

$$\eta = \frac{U}{E} \quad (45.7)$$

і занести результати в таблицю (45.1).

11. Побудувати графік функції $\eta(I)$.

12. Повторити пункти 1-11 для джерела з іншою електрорушійною силою (дається викладачем).

Таблица 45.1

[illegible]

Контрольні запитання

1. Запишіть і сформулюйте закон Ома для повного кола.
2. Робота й потужність електричного струму, одиниці вимірювання.
3. Що таке повна й корисна потужність?
4. Сформулювати означення ϵ, r, c .
5. Що таке К.К.Д. джерела?
6. Яким повинен бути опір навантаження, щоб корисна потужність була максимальною?
7. Яким повинен бути опір навантаження, щоб сила струму була максимальною?
8. Який вигляд повинна мати залежність $P_{\kappa}(I)$? Пояснити.
9. Який вигляд повинна мати залежність $\eta(I)$? Пояснити.
10. Який вигляд має залежність повної потужності P від сили струму?
11. Вивести формули для максимального значення корисної потужності $P_{\kappa m}$ та відповідного струму I_m .

Література

1. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт”, 2002.
2. Кучерук І.М., Душенко В.П. Загальна фізика. Т.2. – К.: „Вища школа”, 1987 – 1991.
3. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 1. – К.: „Либідь”, 2001.
4. Трофимова Т.И.. Курс физики. – М.: „Высшая школа”, 1990.

В-48 Мас-спектрометричне дослідження речовини

Мета: ознайомитись із методами сучасної мас-спектрометрії та навчитись визначати питомий заряд частинок.

Устаткування: комп'ютерна програма "Масспектро- метр".

Теоретичні відомості

Мас-спектрометрія – це сучасний метод визначення елементного складу речовини незалежно від його агрегатного стану. Особливо важливе значення цей метод має для вивчення процесів формування тонких конденсованих шарів, оскільки дозволяє: 1) одночасно контролювати склад як молекулярного пучка, що осаджується, і конденсату, що утворився; 2) зміну складу і парціальних тисків залишкових газів; 3) термодинамічні характеристики процесів сорбції, випаровування і конденсації; 4) визначення ізотопного складу речовини. Розвиток в останній час мас-спектрометрії вторинних йонів дає можливість отримувати інформацію про елементарні акти взаємодії частинок на поверхні твердих тіл.

В мас-спектрометричному методі процеси випаровування зазвичай вивчають, аналізуючи молекулярні пучки, що витікають через ефузійний отвір комірки Кнудсена, яка містить речовину в твердому стані, що перебуває в рівновазі із своєю парою за певної температури. Знання термодинамічних характеристик потрібне не тільки для розуміння процесів випаровування і конденсації, але і для створення, наприклад, фізико-технологічних передумов виготовлення тонких конденсованих плівок із складних сполук, а також прогнозування їх властивостей.

Для аналізу складу молекулярного пучка, залишкових газів і визначення термодинамічних характеристик зазвичай використовують мас-спектрометри, що мають досить високі чутливість ($\sim 10^{-8}$ А/Па) і роздільну здатність ($M/\Delta M > 1000$). Високотемпературна мас-спектрометрія в якості джерел молекулярних пучків частинок досліджуваних сполук застосовує кнудсенівський (випаровування із ефузійної комірки) і ленгмюрівський (випаровування з відкритої поверхні) методи.

Мас-спектрометричний метод використовує основну властивість речовини – масу молекул (атомів), а точніше – відношення маси до заряду: m/e (або ж питомий заряд: e/m). За допомогою мас-спектрометра можна отримати інформацію про склад як залишкових газів, так і молекулярного пучка речовини, що випаровується.

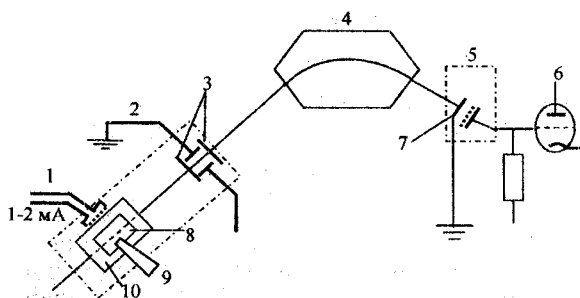


Рисунок 48.1 – Схема мас-спектрометра: 1 – катод; 2 – відхиляючі електроди; 3 – прискорюючі електроди; 4 – електромагніт; 5 – приймач йонів; 6 – підсилювач; 7 – вхідна щілина приймача; 8 – підкладка; 9 – випаровувач; 10 – йонізаційна камера

Під дією електронів молекули залишкових газів або пара досліджуваної речовини йонізуються. Для ідентифікації утворених йонів використовується розмежування, розділення в просторі або в часі частинок аналізованої речовини у відповідності з відношенням m/e маси до заряду в умовах високого вакууму.

Молекули досліджуваної речовини йонізуються в йонізаційній камері 10 (рисунок 48.1) під дією електронів, що емітують з катоду 1. Утворені йони прискорюються в електростатичному полі U і фокусуються у вузький пучок в йонно-оптичній системі мас-спектрометра. Потім йони проходять через камеру аналізатора, яка поміщена в поперечне магнітне поле секторного типу, що створюється електромагнітом 4 з полюсними наконечниками у формі трапеції.

Якщо знехтувати початковими швидкостями йонів, то можна вважати, що у всіх йонів після прискорення буде однакова енергія:

$$eU = mv^2 / 2, \quad (48.1)$$

де m – маса йона; e – його заряд; U – прискорююча напруга; v – швидкість йона на виході із джерела йонів.

В поперечному магнітному полі йони зазнають дії сили Лоренца, яка викривлює їх траєкторію, надаючи їм доцентрового прискорення:

$$evB = mv^2 / R, \quad (48.2)$$

де B – індукція магнітного поля; R – радіус йонної траєкторії.

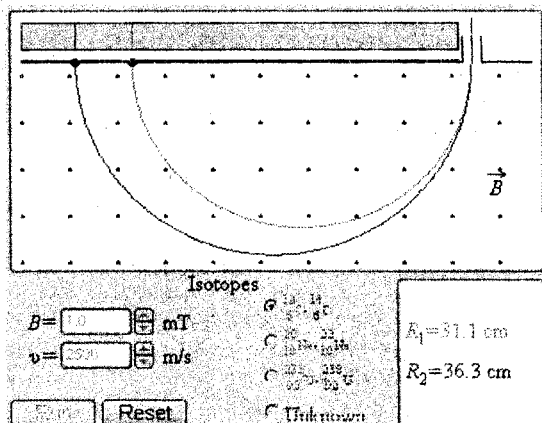


Рисунок 48.2 – Просторове розділення пучка заряджених частинок в мас-спектрометрі

Із виразів (48.1) і (48.2) отримуємо

$$R = \frac{\sqrt{2U}}{B} \sqrt{\frac{m}{e}}. \quad (48.3)$$

Таким чином, в магнітному полі йонний пучок ділиться на кілька траєкторій, в кожній з яких є йони тільки з одним значенням m/e .

Часто використовуються так звані “180 – градусні мас-спектрометри”, в яких заряджені частинки змінюють напрям свого руху на 180° (рисунок 48.2). Такі мас-спектрометри використовуються, наприклад, для поділу (сортування) ізоотопів, тобто ядер атомів з однаковим зарядом, але з різними масовими числами.

Вперше такі дослідження провів Астон, який довів, що майже всі елементи складаються з ізоотопів. Він зробив узагальнення, яке назвав **правилом цілих чисел: істинні атомні маси всіх елементів є цілі числа**. Всі відхилення атомних мас у таблиці елементів від цілих чисел пояснюються тим, що багато простих речовин є сумішами ізоотопів.

У мас-спектрометрах заряджені частки рухаються в камері, у якій створений високий вакуум, в однорідному магнітному полі. Частки влітають у камеру, попередньо пролетівши через селектор швидкостей. Траєкторії часток – це дуги кола радіусом

$$R = \frac{m \cdot v}{e \cdot B}. \quad (48.4)$$

Комп'ютерна модель дозволяє змінювати індукцію магнітного поля B і швидкість часток v . Дослід з розділенням ізоотопів може бути виконаний для ізоотопів вуглецю, неону й урану, а також для ізоотопів невідомої речовини.

Порядок виконання

Завдання 1 Ознайомлення із можливостями комп'ютерної моделі.

1. Змінюючи у вікні інтерфейсу величину індукції магнітного поля від мінімального до максимального значень, спостерігати за зміною форми траєкторії і зміною радіусів траєкторії для вибраних ізоотопів по чергово. Значення швидкості частинок вибрати постійним.

2. Для фіксованого (оптимального) значення B змінювати значення швидкості вказаних ізоотопів і спостерігати за зміною їх траєкторії руху в магнітному полі.

Завдання 2 Визначення маси відомих ізоотопів.

1. Встановити для відповідного ізоотопу (перша п'ятірка студентів за списком – C; друга – Ne; третя – U) такі значення індукції магнітного поля B і швидкості частинок v , щоб їх траєкторія поміщалась в межах камери мас-спектрометра.

2. Враховуючи (48.4), визначити масу ізоотопів в а.о.м. за допомогою формули

$$m = \frac{R \cdot B \cdot e}{v \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27}} \text{ (а.о.м.)} \quad (48.5)$$

3. Порівняти отримані значення маси ізоотопів із наведеними на інтерфейсі.

Завдання 3. Визначення маси невідомих ізоотопів.

1. Встановити у вікні значень B величину індукції магнітного поля згідно Вашого варіанту.

Таблиця 48.1 – Варіанти завдань

№ варіанту	1	2	3	4	5	6	7	8
$B, \text{ мТл}$	3	4	5	6	7	8	9	10

2. Підібрати значення швидкості невідомих ізоотопів таке, щоб в камері мас-спектрометра помістилось півколо їх траєкторії.

3. Знайшовши радіуси траєкторій, за допомогою формули (48.5) визначити масу невідомих ізоотопів.

4. Проаналізувати отримані результати, визначити похибки вимірювань і визначити за допомогою довідників досліджувану речовину.

Контрольні запитання

1. Які властивості чи процеси в твердих тілах можна досліджувати за допомогою методів мас-спектрометрії?
2. Який принцип використовується в роботі мас-спектрометрів?
3. Як однорідне магнітне поле впливає на рух заряджених частинок?
4. Як визначити напрям та величину сили Лоренца?
5. Що називають питомим зарядом?
6. Що таке ізотопи, ізобари, ізомери?

Література

1. Структура и физические свойства твердого тела. Лабораторный практикум: Учеб. пособие / Под ред. проф. Л.С.Палатника. – Киев: Вища школа. 1983. – 264 с.
2. Курик М.В., Цмось В.М. Фізика твердого тіла. Навч. посібник – К.: Вища школа, 1985, - 246 с. (Розділ 10).
3. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. – М.: Наука, 1978. – 791 с. (Главы 2,3).

Додаткова література

4. Болеста І.М. Фізика твердого тіла. Навч. пос. – Львів: Видавн. центр ЛНУ імені Івана Франка. 2003. – 480с.
5. Бушманов Б.Н., Хромов Ю.А. Фізика твердого тела: Уч. Пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1971. – 224 с.
6. Блейкмор Дж. Физика твердого тела / Пер. с англ. Под ред. Д.Т. Андрианова. – М.: Мир, 1988. – 608 с.
7. Епифанов Г.И. Физика твердого тела: Уч. Пособие. – Высшая школа, 1977. – 288 с.

В-49 Дослідження магнітного поля, створеного прямолінійними паралельними провідниками із струмом

Мета: ознайомитись із принципом суперпозиції та навчитись розраховувати та зображати магнітне поле, створене декількома прямолінійними паралельними провідниками із струмом.

Устаткування: комп'ютерна програма "M-pole"

Теоретичні відомості

Дослідження показують, що подібно до того, як в просторі довкола електричних зарядів існує електричне поле, так і в просторі довкола рухомих зарядів або там, де є змінне електричне поле або постійний магніт, існує поле, яке називають магнітним.

Наявність магнітного поля виявляють за силовою дією на внесений в нього провідник зі струмом або постійний магніт (магнітну стрілку). Назву "магнітне поле" зв'язують з орієнтацією магнітної стрілки під впливом поля, створеного провідником, через який протікає електричний струм. Це явище відкрите датським фізиком Х.Ерстедом (1777-1851). Особливістю магнітного поля є те, що воно діє на магніти і рухомі електричні заряди.

Магнітне поле – складова електромагнітного поля, через яку здійснюється взаємодія магнітів, рухомих зарядів або рухомих зарядів з магнітами.

Подібно до того, як для дослідження електричного поля використовувались точкові електричні заряди, для дослідження магнітного поля використовують замкнутий контур зі струмом (рамку зі струмом), магнітне поле якого практично не спотворює досліджуване. Досліди показують, що якщо в магнітне поле помістити такий контур (рамку з струмом), то він відповідним чином орієнтується (повертається), причому напрям його орієнтації залежить від напрямку струму в ньому і напрямку магнітного поля. Такий контур зі струмом (рамка) використовується для встановлення кількісної характеристики магнітного поля. Якщо таку рамку зі струмом помістити в магнітне поле, то на неї з боку поля буде діяти пара сил. Під дією цієї пари сил рамка в магнітному полі відповідним чином орієнтується (повертається, рисунок 49.1). Досліди показують, що із зміною величини струму змінюється величина максимального механічного (M) і магнітного (P) моментів, а їх відношення залишається сталою величиною, тобто $\frac{M}{P} = B$, і

може бути характеристикою магнітного поля (порівняйте з напруженістю електричного поля). Величина $\vec{B}$ дістала назву вектора індукції магнітного поля.

Індукція магнітного поля $\vec{B}$ – векторна силова характеристика магнітного поля, величина якої визначається відношенням максимального обертового моменту, що діє на рамку із струмом ($M = FI$), до її магнітного моменту ($P = IS$).

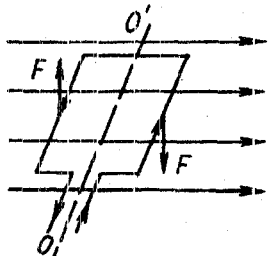


Рисунок 49.1 – Рамка в однорідному магнітному полі

Враховуючи значення механічного і магнітного моментів, модуль вектора індукції магнітного поля визначають за

$$\text{формулою } B = \frac{F \cdot l}{I \cdot S}.$$

В системі SI індукція магнітного поля вимірюється в теслах (Тл). 1 Тл – магнітна індукція такого однорідного магнітного поля, яке діє з силою 1 Н на кожний метр довжини провідника, розміщеного перпендикулярно до напрямку поля, якщо через провідник протікає струм 1 А.

$$[B] = \frac{H}{Am} = \text{Тл}.$$

Оскільки магнітне поле є силовим, то його за аналогією з електричним, на рисунку зображують силовими лініями.

Лінії, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямом вектора індукції $\vec{B}$, називають **лініями магнітної індукції**.

Лінії індукції магнітного поля постійних магнітів виходять з північного полюса і входять в південний (рисунок 49.2). Напрямок ліній індукції магнітного поля прямого провідника із струмом визначається **правилом правого гвинта** (рисунок 49.3): якщо поступальний рух правого гвинта співпадає з напрямом струму, то напрям обертання головки гвинта вказує на напрям силових ліній індукції поля.

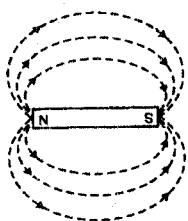


Рисунок 49.2

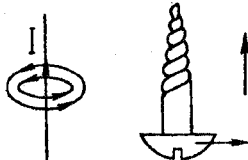


Рисунок. 49.3

Індукція магнітного поля, створеного нескінченно довгим провідником зі струмом, у будь-якій точці визначається із співвідношення

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}, \quad (49.1)$$

де R – відстань від провідника до точки, де визначається індукція, μ_0 – магнітна стала, μ – відносна магнітна проникність середовища. I – сила струму, що тече через провідник.

Одержати (проявити) силові лінії магнітного поля можна, використавши залізні ошурки (пригадайте з шкільного курсу). Лінії індукції магнітного поля – замкнуті, тобто не мають початку і кінця (співставте – для електричного поля мають початок і кінець). Поле, силові лінії якого замкнуті, називається вихровим.

Магнітне поле, індукція якого в кожній точці і за величиною і за напрямом однакова, називається **однорідним**.

Для магнітного поля, як і для електричного, виконується **принцип суперпозиції**:

індукція магнітного поля, створеного декількома струмами, дорівнює векторній сумі індукцій полів, створених кожним струмом зокрема:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i. \quad (49,2)$$

Якщо два прямолінійні провідники зі струмом ($I_1 = I_2$) розташувати перпендикулярно до площини листка, то напрям струму “від нас” зображається хрестом або знаком “плюс” (видно оперення стріли), а “до нас” – кружечком із крапкою в центрі (видно вістря стріли), як це зображено на рисунку 49.4. Тоді для знаходження вектора індукції результуючого магнітного поля в деякій точці M необхідно:

- 1) за допомогою формули (49,1) розрахувати значення B_1 і B_2 в точці M ;
- 2) в точці M провести перпендикуляри до відрізків від даного провідника до точки M ;
- 3) відкласти вздовж цих перпендикулярів вектори $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ у відповідному масштабі із врахуванням напрямку ліній індукції;
- 4) згідно (49,2) додати ці вектори, тобто $\vec{B}_M = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Лінію індукції через точку M проводять так, щоб побудований вектор $\vec{B}_M$ був до неї дотичним (рисунок 49.4).

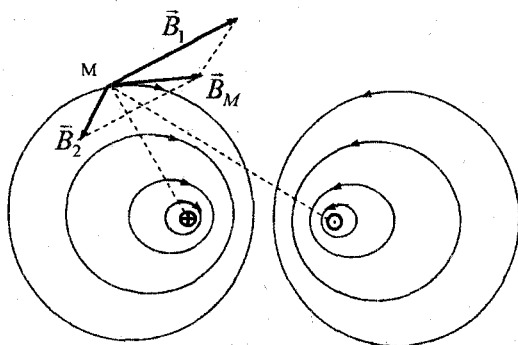


Рисунок 49.4 – Демонстрація принципу суперпозиції магнітних полів

Якщо ж магнітне поле породжене декількома провідниками із струмом чи іншими джерелами, то вектор індукції результуючого поля в будь-якій точці можна отримати, повторивши дії, викладені вище у пунктах 1-4.

Послідовність виконання роботи

Завдання 1 Дослідити область домінування магнітного поля меншого із двох струмів.

1. Для деякої заданої викладачем відстані $l = 100$ між двома паралельними струмами I_1 і I_2 (значення взяти із таблиці варіантів) знайти на осі OX точки, для яких значення індукції магнітного поля кожного із струмів однакові за величиною, тобто $B_1 = B_2$.

Таблиця 49.1 – Варіанти завдань

Варіанти	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
I_1	1	1	1	1	1	2	2	2	-2	-2	-2	-1	-1
I_2	3	4	5	6	7	7	6	5	5	6	7	5	6

2. Знайти рівняння кривої $y(x)$, для якої виконується умова $B_1(x,y) = B_2(x,y)$.

3. Запустити програму "M-pole" і отримати за її допомогою картину ліній магнітної індукції результуючого магнітного поля для даних двох струмів (див. пункт 1).

4. Роздрукувати її і побудувати на ній криву (коло) за рівнянням, отриманим в пункті 2.

5. Зробити аналіз отриманих результатів.

Завдання 2 Візуалізація магнітного поля декількох паралельних провідників із струмом.

1. Для 3 – 7 різних значень струмів отримати на моніторі картину ліній магнітної індукції системи паралельних провідників із струмом і проаналізувати її (область максимальних і мінімальних значень магнітної індукції, області максимальних градієнтів магнітної індукції...).

2. Роздрукувати отриману картину ліній індукції та побудувати вектор індукції результуючого магнітного поля в деякій точці, координати якої дає викладач (у відповідному масштабі).

Контрольні запитання

1. Що називають магнітним полем?
2. Що називається магнітною індукцією?
3. Що таке лінії індукції магнітного поля і як визначається їх напрям?
4. Які властивості ліній індукції магнітного поля і для чого вони використовуються?
5. Сформулюйте принцип суперпозиції.
6. Як магнітне поле діє на провідник із струмом?

Література:

1. І.Є.Лопатинський. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт”, 2002.
2. І.М.Кучерук, В.П.Дущенко. Загальна фізика. Т.: 1. – К.: „Вища школа”, 1987 – 1991.
3. Г.Ф.Бушок і ін. Курс фізики. Кн. 1. – К.: „Либідь”, 2001.
4. І.М.Кучерук, І.Т.Горбачук, П.П.Луцук. Загальний курс фізики. Т.: 1. – К.: „Техніка”, 2001.
5. Т.И.Трофимова. Курс фізики. – М.: “Высшая школа”, 1990.

В-50 Вивчення руху зарядженої частинки в магнітному полі

Мета: ознайомитися з рухом зарядженої частинки в магнітному полі, визначити питомий заряд частинки та тип частинки.

Прилади і матеріали: програма комп'ютерної лабораторної роботи "Рух зарядженої частинки в магнітному полі".

Теоретичні відомості

Магнітне поле – одна із форм існування матерії, через яку здійснюється взаємодія магнітів, рухомих зарядів або рухомих зарядів з магнітами. Подібно до того, як при дослідженні електричного поля використовувались точкові електричні заряди, при дослідженні магнітного поля використовують замкнутий контур зі струмом (рамка зі струмом), магнітне поле якого не спотворює досліджуване. Досліди показують, що якщо в магнітне поле помістити такий контур (рамку з струмом), то він відповідним чином орієнтується (повертається), причому напрям його орієнтації залежить від напрямку струму в ньому і напрямку магнітного поля. Такий контур зі струмом (рамка) використовується для встановлення кількісної характеристики магнітного поля. Якщо таку рамку зі струмом помістити в магнітне поле, то на неї з боку поля буде діяти пара сил. Під дією цієї пари сил рамка в магнітному полі відповідним чином орієнтується. Досліди показують, що із зміною величини струму змінюється величина максимального механічного (M) і магнітного (P) моментів, а їх відношення залишається сталою величиною, тобто $\frac{M}{P} = B$ і може бути характеристикою магнітного поля (порівняйте з напруженістю електричного поля). Величина B дістала назву вектора індукції магнітного поля.

Індукція магнітного поля $\vec{B}$ - силова характеристика поля, яка визначається відношенням максимального обертового моменту до магнітного моменту.

Магнітне поле є силовим, і його за аналогією з електричним, на рисунку зображують силовими лініями. Лінії, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямом

вектора індукції $\vec{B}$, називають **силовими магнітними лініями** або **лініями вектора магнітної індукції $\vec{B}$** .

Силкові лінії магнітного поля постійних магнітів виходять з північного полюса і входять в південний (рисунок 50.1). Напрямок силових ліній магнітного поля прямого струму визначається **правилом правого гвинта** (рисунок 50.2): якщо поступальний рух правого гвинта співпадає з напрямком струму, то напрям обертання головки гвинта вказує на напрям силових ліній індукції поля.

Силкові лінії магнітного поля – замкнуті, тобто не мають початку і кінця. Поле, силкові лінії якого замкнуті, називається **вихровим**.

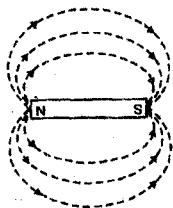


Рисунок 50.1

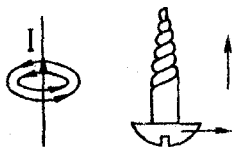


Рисунок 50.2

Магнітне поле, індукція якого в кожній точці і за величиною і за напрямом однакова, називається **однорідним**.

Для магнітного поля, як і для електричного, виконується **принцип суперпозиції**: індукція магнітного поля, створеного декількома струмами, дорівнює векторній сумі індукцій полів, створених кожним струмом зокрема:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i. \quad (50.1)$$

В СИ індукція магнітного поля вимірюється в теслах (Тл). 1 Тл – магнітна індукція такого однорідного магнітного поля, яке діє з силою в 1 Н на кожний метр довжини провідника, розміщеного перпендикулярно до напрямку поля, якщо по провіднику протікає струм 1 А.

$$[B] = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}} = 1 \text{ Тл}. \quad (50.2)$$

Величину сили, що діє на заряд q , який рухається в однорідному магнітному полі з індукцією $\vec{B}$, можна визначити з формули, яку вперше отримав Г.А. Лоренц:

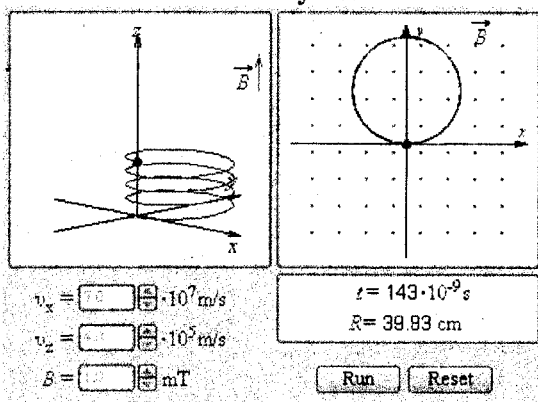
$$F = qvB \sin \alpha, \quad (50.3)$$

де α – кут між напрямом швидкості і напрямом вектора індукції магнітного поля. У векторній формі

$$\vec{F} = q[\vec{v} \cdot \vec{B}]. \quad (50.4)$$

Напрямок сили Лоренца визначається за **правилом лівої руки**: якщо ліву руку розмістити так, щоб вектор індукції поля входив в долоню, чотири витягнуті пальці показували напрям швидкості заряду, то відхилений великий палець покаже напрям сили, яка діє на позитивний заряд. Зверніть увагу на те, що сила Лоренца завжди напрямлена перпендикулярно до швидкості руху заряду і тому відіграє роль доцентрової сили. Отже, сила Лоренца не виконує роботу, а змінює тільки напрям швидкості руху заряду в магнітному полі. Абсолютна величина швидкості заряду і його кінетична енергія під час руху в магнітному полі не змінюються.

Інтерфейс програми “Рух зарядженої частинки в магнітному полі”



Розглянемо рух зарядженої частинки в магнітному полі (див. Інтерфейс програми). В магнітному полі заряджена частинка рухається по спіралі. У випадку $\vec{v} \perp \vec{B}$ – по колу ($\vec{v}$ – швидкість частинки, $\vec{B}$ – індукція магнітного поля).

При $\vec{v} \perp \vec{B}$ на рухому частинку діє сила Лоренца (50.3), внаслідок чого частинка набуває прискорення

$$\vec{a} = \frac{q}{m} [\vec{v} \cdot \vec{B}]. \quad (50.4)$$

Оскільки $\vec{a} \perp \vec{B}$ і $\vec{a} \perp \vec{v}$, то прискорення є доцентровим, а $\vec{F}$ – відповідно доцентровою силою. Отже, $\vec{F}$ викривляє траєкторію руху, змушуючи частинку рухатися по колу, радіус якого можна визначити з умови:

$$\frac{v^2}{r} = \frac{q}{m} \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha. \quad (50.5)$$

Оскільки $\sin \alpha = 1$, то

$$r = \frac{m}{qB} \cdot v \quad (50.6)$$

де r називають ларморівським радіусом. Взявши до уваги, що $v = \omega \cdot r$, можна обчислити так звані циклотронні частоту $\omega = \frac{q}{m} B$ і період руху частинки

$$T = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (50.7)$$

З (50.5) можна визначити питомий заряд частинки

$$\frac{q}{m} = \frac{2\pi}{TB}. \quad (50.8)$$

Порядок виконання роботи

Завдання № 1

1. Ознайомтеся з інтерфейсом комп'ютерної програми “Рух зарядженої частинки в магнітному полі”. Міняючи значення індукції магнітного поля і початкових швидкостей частинки, спостерігайте за рухом частинки.

2. Зробіть висновок про рух зарядженої частинки в магнітному полі.

Завдання № 2

Визначення питомого заряду зарядженої частинки

1. Підведіть маркер миші до регулятора індукції магнітного поля $\vec{B}$. Натисніть ліву кнопку миші і, утримуючи її

в натиснутому стані, змінюйте $\vec{B}$. Встановіть числове значення $\vec{B}$ згідно таблиці варіантів. Аналогічним способом встановіть $V_x = 2 \cdot 10^7$ м/с, $V_z = 0$ м/с.

Таблиця 50.1– Варіанти значень індукції магнітного поля

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8
B, mT	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0

2. Натиснувши кнопку «Старт», спостерігайте рух частинки. Коли частинка зробить 20 повних обертів, натисніть кнопку «Стоп». Запишіть значення часу руху частинки t . Обрахуйте період руху частинки ($T=t/20$).

3. Запишіть радіус кола r , по якому рухається частинка, для даної швидкості V_x .

4. Натисніть кнопку «Сброс». Збільшуючи V_x на $0,5 \cdot 10^7$ м/с, повторіть п. 2 ще 9 раз. Результати записуйте в таблицю.

5. Побудуйте графік залежності радіуса кола r руху частинки від швидкості V_x . Визначите за нахилом прямої на графіку експериментальне значення питомого заряду частинки, використовуючи формулу $\frac{q}{m} = \frac{1}{B \cdot k}$, (ця формула виведена на основі (50.6)). Тут $k = \frac{\Delta(r)}{\Delta(V_x)}$ – тангенс кута нахилу прямої на графіку.

6. Знайдіть середнє значення питомого заряду частинки на основі результатів п.2 і п.5.

7. Порівняйте експериментально визначене значення питомого заряду частинки з табличними значеннями питомих зарядів для елементарних частинок і визначте, що за частинка рухалася в магнітному полі.

8. Запишіть результат. Сформулюйте висновки на основі результату і графіка.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення магнітного поля.
2. Дайте визначення індукції магнітного поля.
3. Що називають силовими магнітними лініями.

4. Дайте визначення сили Лоренца.
5. Сформулюйте принцип суперпозиції для магнітного поля.
6. Яке магнітне поле називається однорідним?
7. Що таке питомий заряд?
8. Яку форму має траєкторія руху зарядженої частинки у магнітному полі?

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.: 2. – К.: “Техніка”, 2001.
2. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 2. – К.: „Либідь”, 2001.
3. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт”, 2002.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: “Высшая школа”, 1990.

В-55 Перевірка закону Ома для змінного струму

Мета: досліджуючи коливальний LC-контур, перевірити закон Ома для змінного струму.

Прилади і матеріали: індуктивна еталонна котушка з відомою індуктивністю та активним опором, конденсатор змінної ємності, реостат, амперметр, вольтметр, з'єднувальні дроти, генератор змінного струму.

Теоретичні відомості

Гармонічні коливання можна зображати **графічно** і додавати графічним методом, який у багатьох випадках набагато простіший, ніж метод аналітичний. Для цієї мети використовують векторні діаграми.

Метод векторних діаграм полягає в наступному. На площині обирають умовний напрям або опорну лінію, наприклад, вісь абсцис Ox (рисунк 55.1). Амплітуду довільної змінної величини умовно позначають вектором OM у відповідному масштабі одиниць і проводять під кутом φ_0 до вісі Ox . Значення φ_0 відповідає початковій фазі змінної величини. Періодична зміна, наприклад, сили струму чи напруги з циклічною частотою ω може бути передана обертанням вектора $\overline{OM}$ навколо O проти руху годинникової стрілки з кутовою швидкістю ω . При цьому проекція M на опорну вісь здійснює гармонічне коливання відносно O в межах між точками A і B , які відповідають амплітуді відповідної величини. Проекція вектора $\overline{OM}$ на вісь абсцис $ON = a \cos(\omega t + \varphi_0)$, а на вісь ординат $NM = a \sin(\omega t + \varphi_0)$. На одній діаграмі можуть бути зображені вектори різних періодично змінних з однаковою частотою ω величин. Положення цих векторів відносно опорної осі змінюється з часом, але кут між ними при $\omega = const$ залишається незмінним і дорівнює зсуву фаз між цими величинами. Зображення величин у вигляді векторів на діаграмі відповідає миттєвому значенню цих величин і фаз у

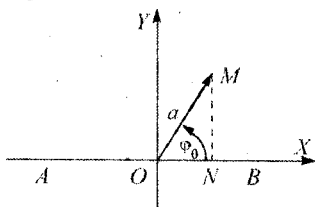


Рисунок 55.1

даний момент часу. Метод векторних діаграм порівняно простий і наочно дає можливість визначати амплітуду і фази результуючих коливань.

Опір (резистор) у колі змінного струму

Генератор змінного струму замкнутий на зовнішнє коло з настільки малими індуктивністю та ємністю, що ними можна знехтувати. В колі є змінний струм

$$I = I_0 \sin \omega t. \quad (55.1)$$

Знайдемо за яким законом змінюється напруга між кінцями кола а і б (рисунок 55.2). Застосувавши до ділянки кола аRб закон Ома, отримаємо

$$U = IR = I_0 R \sin \omega t. \quad (55.2)$$

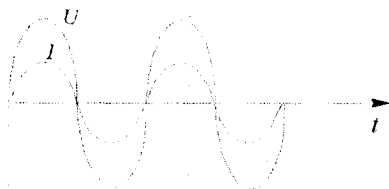
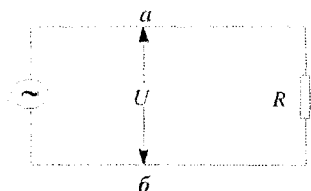
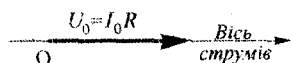


Рисунок 55.2 – Опір у колі змінного струму

Рисунок 55.3 – Коливання струму та напруги наопорі

Таким чином, напруга на кінцях ділянки також змінюється за законом синуса, причому **різниця фаз між коливаннями струму та напруги дорівнює нулю**. Напруга і струм одночасно досягають максимальних значень і одночасно обертаються в нуль (рисунок 55.3). Максимальне значення напруги

$$U_0 = I_0 R. \quad (55.3)$$



Побудуємо векторну діаграму. Для цього оберемо вісь діаграми таким чином, щоб вектор, що зображає коливання струму, був напрямлений вздовж цієї вісі. Цю вісь називають **віссю струмів**. Вектор, що зображає коливання напруги, буде напрямлений вздовж вісі струмів, оскільки

різниця фаз між струмом та напругою дорівнює нулю. Довжина цього вектора дорівнює амплітуді напруги $I_0 R$.

Ємність (конденсатор) у колі змінного струму.

Позначимо різницю потенціалів точок а і б (рисунок 50.4) через U ($U = U_a - U_b$). Тоді $U = \frac{q}{C}$.

Але $I = \frac{dq}{dt}$, тоді $q = \int I dt$. Якщо сила струму в колі змінюється за законом $I = I_0 \sin \omega t$, то $q = \int I_0 \sin \omega t dt = -\frac{I_0}{\omega} \cos \omega t + C'$. Стала інтегрування

C' позначає довільний сталий заряд конденсатора, не пов'язаний з коливаннями струму, а тому покладемо $C' = 0$. Отже

$$U = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t = \frac{I_0}{\omega C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (55.4)$$

При синусоїдальних коливаннях струму в колі напруга на конденсаторі змінюється також за законом синуса, однак між коливаннями струму та напруги існує різниця фаз. **Коливання напруги на конденсаторі відстають від коливання струму за фазою на $\pi/2$.**

Амплітуда напруги на конденсаторі дорівнює

$$U_0 = I_0 \frac{1}{\omega C}. \quad (55.5)$$

Величина

$$R_C = \frac{1}{\omega C} \quad (55.6)$$

відіграє роль опору ділянки кола. Вона називається **смісним опором**.

Вектор, що відображає коливання напруги на векторній діаграмі в цьому випадку не співпадає з віссю струму. Він розвернутий у від'ємному напрямку (за годинниковою стрілкою) на кут $\pi/2$.

Індуктивність (катушка) в колі змінного струму.

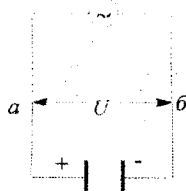
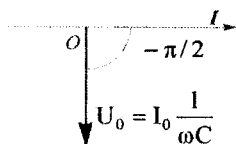


Рисунок 55.4 – Ємність в колі змінного струму



При наявності змінного струму виникає е.р.с. самоіндукції. Закон Ома для ділянки кола:

$$U = IR - \varepsilon. \quad (55.7)$$

У випадку, коли $R=0$, а $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$, то $U = L \frac{dI}{dt}$.

При силі струму в колі $I = I_0 \sin \omega t$,

$$U = I_0 \omega L \cos \omega t = I_0 \omega L \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Коливання

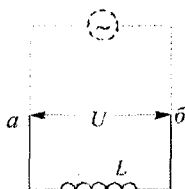


Рисунок 55.5 – Індуктивність в колі змінного струму

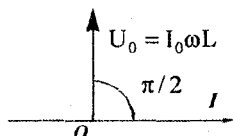
напруги на індуктивності випереджує за фазою коливання струму на $\pi/2$. Коли сила струму, збільшуючись, проходить через нуль, напруга вже досягла максимуму, після чого починає зменшуватись; коли сила струму – максимальна, напруга проходить через нуль.

Амплітуда напруги дорівнює

$$U_0 = I_0 \omega L,$$

а величина $R_L = \omega L$ відіграє ту ж роль, що і опір ділянки. Тому R_L називають

індуктивним опором.



Закон Ома для змінних струмів.

При послідовному з'єднанні шукана напруга дорівнює сумі трьох напруг: на опорі, на ємності та на індуктивності, кожна з яких змінюється за законом синуса.

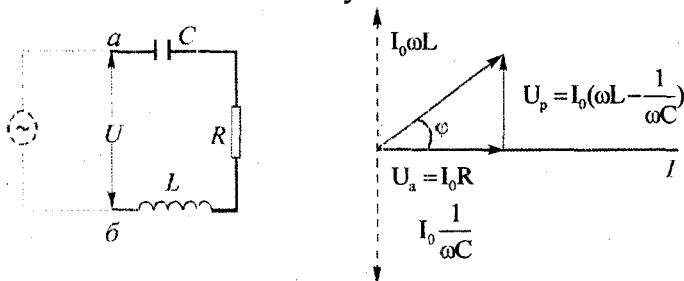


Рисунок 55.6 – Послідовне з'єднання опору, ємності та індуктивності

Коливання напруги на опорі на векторній діаграмі зображаються вектором $\vec{U}_a$, що напрямлений вздовж вісі

струмів і має довжину $U_a = I_0 R$, коливання ж напруги на індуктивності та ємності — векторами, перпендикулярними до вісі струмів, з довжинами $I_0 \omega L$ та $I_0 \frac{1}{\omega C}$. Додаванням цих двох останніх коливань отримаємо одне гармонічне коливання, що зображається вектором $\vec{U}_p$, перпендикулярним до вісі струмів з довжиною $U_p = I_0 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$.

U_a — активна складова напруги, U_p — реактивна складова.

За теоремою Піфагора
$$U_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}.$$

$\frac{U_0}{I_0} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$ — повний опір кола для змінного струму.

$\frac{U_a}{I_0} = R$ — активний опір кола, $\frac{U_p}{I_0} = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ — реактивний опір кола.

Амплітудне значення напруги: $U_0 = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}.$

Закон Ома для змінного струму:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}. \quad (55.8)$$

Ця формула справедлива для амплітудних значень струму й напруги, але не для миттєвих.

Тангенс кута зсуву фаз між струмом і напругою:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (55.9)$$

Величина $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$ називається імпедансом і відіграє роль повного опору кола змінного струму. Імпеданс не є величиною сталою для даного кола, він залежить від частоти струму.

Приладами вимірюють не амплітудні значення струму й напруги (I_0 , U_0), а ефективні, які зв'язані з амплітудними співвідношеннями:

$$I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_e = \frac{U_0}{\sqrt{2}}. \quad (55.10)$$

Таблиця 55.1 – Варіанти завдань

	№ варіанту	1	2	3	4	5	6	7	8
1	Ємність, мкФ	5	8	11	14	17	20	23	26
2	Ємність, мкФ	10	13	16	19	22	25	28	31
3	Ємність, мкФ	15	18	21	24	27	30	33	36

Порядок виконання

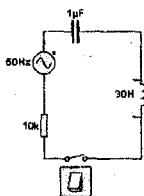


Рисунок 55.7

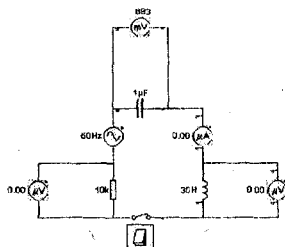


Рисунок 55.8

1. Увійти у програму моделювання фізичних експериментів "Crocodile Physics". Обрати пункт меню Blank model. Увійти в меню Electronics (symbols) – електричні прилади.
2. Скласти електричне коло, подане на рисунку 55.7, ввести такі величини електричних елементів: ЕРС генератора 9 В, частота генератора 50 Гц, активний опір 300 Ом, індуктивність шпильки 250 Гн. Додати до кола амперметр і вольтметри для відповідних вимірювань згідно рис. 55.8.
3. Змінюючи ємність конденсатора (див. таблицю 55.1), записати покази вольтметра й амперметра в таблицю.
4. Для кожного значення ємності обчислити індуктивний, ємнісний та повний опір, тангенс кута зсуву фаз між струмом і напругою і сам кут, а також відношення

ефективної напруги до ефективного струму на джерелі і занести результати в таблицю.

- Порівняти отримані відношення з обчисленим повним опором кола, тобто обчислити відхилення реального опору кола від розрахованого $\Delta Z = \frac{U_e}{I_e} - Z$ і занести результати в таблицю.

- Побудувати відповідні векторні діаграми і проаналізувати їх.

Таблиця 55.2

ω , рад/ с	R_0 , Ом	L , Гн	C , нФ	U_e , В	I_e , А	R_L , Ом	R_C , Ом	Z , Ом	$\text{tg}\varphi$	φ , $^\circ$	U_e/I_e , Ом	ΔZ , Ом
			200									
			350									
			500									

Контрольні запитання

- Змінний електричний струм.
- Одиниці вимірювання сили струму, напруги, опору, ємності, індуктивності, частоти.
- Назвати й показати елементи схеми на стенді і на малюнку.
- Діючі значення величини і напруги змінного струму.
- Закон Ома для змінного струму.
- Векторна діаграма струму і напруги при включенні в коло активного опору.
- Векторна діаграма струму і напруги при включенні в коло індуктивного опору.
- Векторна діаграма струму і напруги при включенні в коло ємнісного опору.
- Векторна діаграма струму і напруги при послідовному включенні в коло активного, індуктивного та ємнісного опорів.
- Зсув фаз між струмом і напругою.
- Імпеданс як векторна сума активного, індуктивного та ємнісного опорів. Показати це за допомогою векторної діаграми.

Література

1. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. Кн.1, 2. – К., "Либідь", 2001.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.: 1,2,3. – К.: "Техніка", 2001.
3. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 2. – К.: "Либідь", 2001.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: "Высшая школа", 1990.

В-56 Дослідження роботи трансформатора

Мета: ознайомитися з будовою трансформатора та принципом його роботи; навчитися визначати коефіцієнт трансформації, коефіцієнт корисної дії трансформатора.

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма "Crocodile Physics".

Теоретичні відомості

Трансформатор — це електромагнітний пристрій, призначений для перетворення енергії змінного струму однієї напруги на енергію змінного струму іншої напруги за незмінної частоти. Він складається із замкненого осердя і обмоток. **Осердя** виготовляється з пластин електротехнічної сталі і править за магнітопровід трансформатора. **Обмотки** розміщені на осерді і виготовляються з ізольованого дроту у вигляді шпульок прямокутної або круглої форми. Обмотка приєднана до джерела струму, називається **первинною**. Обмотка, до якої приєднані приймачі електричної енергії, називається **вторинною**. Вторинних обмоток може бути кілька.

Трансформатори, в яких у вторинних обмотках кількість витків більша за кількість витків у первинній, називаються **підвищувальними**. Якщо навпаки — то такі трансформатори називаються **знижувальними**.

В залежності від призначення трансформатори бувають імпульсними, погоджувальними та трансформаторами живлення.

Імпульсні трансформатори призначені для формування і трансформації імпульсів малої тривалості. Основною вимогою для імпульсних трансформаторів є незначне спотворення форми імпульсу, що трансформується.

Незважаючи на різне призначення, всі трансформатори мають однотипну конструкцію.

Погоджувальні трансформатори призначені для зміни амплітуди напруги (струму) електричних сигналів, що несуть корисну інформацію. Вони дозволяють погодити джерело сигналів з навантаженням за мінімального спотворення сигналу. Разом з активними елементами (транзисторами,

лампами) вони входять до пристроїв, що підсилюють електричні коливання. Розрізняють вхідні, міжкаскадні і вихідні трансформатори. Вхідні трансформатори вмикають на вході підсилювального пристрою і погоджують вихідний опір джерела сигналів, наприклад мікрофона, із вхідним опором підсилювача. Оскільки рівень вхідних сигналів порівняно невеликий, то ці трансформатори повинні бути добре захищені від впливу зовнішніх магнітних полів. Міжкаскадні трансформатори погоджують вихідний опір попереднього каскаду з вхідним опором наступного. Вихідні трансформатори погоджують вихідний опір підсилювача з зовнішнім навантаженням. Ці трансформатори повинні забезпечувати передачу великої потужності від підсилювача до навантаження.

Трансформатори живлення застосовують в блоках живлення радіоприладів і служать для отримання змінних напруг, необхідних для нормального функціонування апаратури. Умовно їх поділяють на малопотужні (вихідна потужність до 1 кВт) і потужні (вихідна потужність більша за 1 кВт), низьковольтні (напруга на обмотках менша за 1000 В) і високовольтні. За конструкцією до трансформаторів живлення близькі дроселі. Власне кажучи, дроселі – це однообмоткові трансформатори, які вмикають послідовно в коло пульсуючого струму з метою усунення пульсацій цього струму.

У трансформаторах застосовують три типи магнітопроводів: стрижневий, броньовий і кільцевий.

Трансформатори зі **стрижневим магнітопроводом** мають нерозгалужене магнітне коло, на двох його стержнях розташовують дві котушки з обмотками. Таку конструкцію використовують звичайно для трансформаторів великої і середньої потужності, тому що наявність двох котушок збільшує площу тепловіддачі і поліпшує тепловий режим обмоток. Трансформатори з **броньовим осердям** мають розгалужене магнітне коло, обмотки в цьому випадку розміщуються в одній шпульті, розташованій на центральному стрижні магнітопроводу. Такі магнітопроводи використовують у малопотужних трансформаторах.

Трансформатори, виготовлені на **кільцевих осердях** найбільш складні і дорогі. Основними перевагами їх є дуже

незначна чутливість до зовнішніх магнітних полів і мале розсіювання магнітного потоку. Обмотки в трансформаторі намотують рівномірно по всьому торойду, що дозволяє ще більше зменшити втрати енергії.

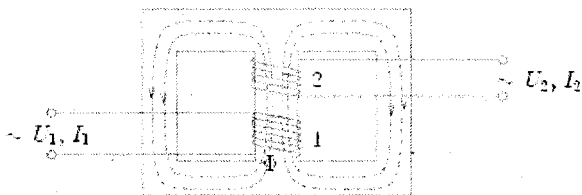


Рисунок 56.1 – Схематична будова трансформатора.
1 – первинна обмотка, 2 – вторинна.

Нехай N_1 і N_2 – кількість витків у первинній і вторинній обмотках. До первинної обмотки приєднано джерело струму зі змінною напругою U_1 . Вторинна шпилька розімкнена (режим холостого ходу). Первинна обмотка в колі змінного струму створює значний індуктивний опір, і в ній струм I_0 (холостого ходу) незначний, він відстає від напруги U_1 майже на 90° .

Оскільки осердя замкнуте, то розсіювання ліній магнітної індукції в повітрі незначне і можна вважати, що магнітний потік в осерді однаковий для обох обмоток. Цей магнітний потік Φ , пропорційний до сили струму I_1 , збуджує у первинній обмотці ЕРС самоіндукції

$$\varepsilon_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} \approx -U_1. \quad (56.1)$$

Одночасно той самий потік наводить у вторинній обмотці ЕРС взаємоіндукції

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} \approx -U_2. \quad (56.2)$$

З формул (56.1) і (56.2) отримуємо

$$\varepsilon_1 / \varepsilon_2 = N_1 / N_2 = k, \quad (56.3)$$

де k – коефіцієнт трансформації; якщо $k > 1$ – трансформатор понижувальний, а якщо $k < 1$ – трансформатор підвищувальний.

Якщо вторинну обмотку трансформатора під'єднати до навантаження і знехтувати незначними втратами енергії на

ньому, то можна вважати, що потужності в обох обмотках однакові: $I_1 U_1 = I_2 U_2$, звідки

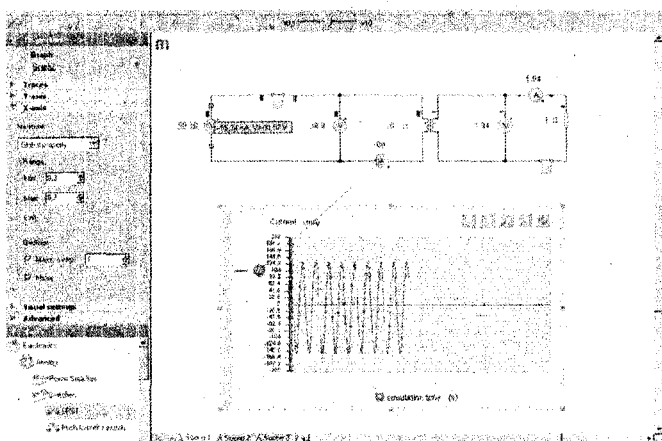
$$I_1 / I_2 = N_2 / N_1 = 1/k. \quad (56.4)$$

У випадку, коли враховуються втрати енергії у первинній і вторинній обмотках, то ККД трансформатора η , як і будь-якої машини, визначається відношенням корисної потужності P_2 до всієї підведеної потужності P_1 :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}. \quad (56.5)$$

У силових трансформаторах розсіювання енергії у первинній обмотці для холостого ходу становить 1 - 2 % підведеної енергії, а за умови номінального навантаження сучасні силові трансформатори мають ККД 97 - 98 %.

Інтерфейс програми



Втрати потужності в трансформаторі складаються з втрат у мідних провідниках обмоток, пов'язаних з їх нагріванням, а також втрат у сталі осердя, зумовлених гістерезисом (перемagnetиченням) і вихровими струмами в осерді. Останні втрати визначаються величиною і частотою зміни магнітного потоку і від навантаження не залежать.

Таблиця 56.1 – Варіанти завдань

№ варіанту	1	2	3	4	5	6
Відношення кількості витків	10:1	15:1	20:1	25:1	30:1	35:1
№ варіанту	8	9	10	11		12
Відношення кількості витків	45:1	50:1	55:1	60:1		65:1

Послідовність виконання

1. У вікні програми “Crocodile Physics” скласти електричну схему, як показано на рисунку 56.2.

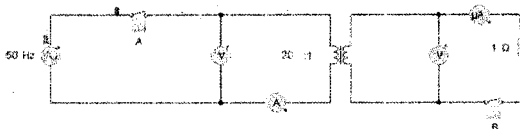


Рисунок 56.2 – Електрична схема досліду

2. Задати робочі параметри елементів, що входять в електричне коло згідно свого варіанту завдань.

3. Для режиму холостого ходу трансформатора (вимикач В незамкнений) виміряти величини U_1 і U_2 . Розрахувати на основі формули (56.4) коефіцієнт трансформації. (Вимірювання проводити за допомогою модуля Graph – див. інтерфейс програми).

4. Замкнувши вторинну обмотку і змінюючи опір R резистора навантаження, виміряти 10 значень струму I_2 від максимального до мінімального та відповідні значення P_1 і P_2 . Результати записати в таблицю. Обчислити за формулою (56.5) ККД трансформатора для кожного виміру.

I_2, A										
$P_1, Вт$										
$P_2, Вт$										
η										

5. Побудувати графік залежності $\eta(I_2)$ і встановити, для якої сили струму коефіцієнт корисної дії трансформатора максимальний.

6. Зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Які будова і призначення трансформатора?
2. Яка різниця між первинною і вторинною обмотками трансформатора?
3. Що називається коефіцієнтом трансформації, ККД трансформатора?
4. Які типи трансформатора ви знаєте?
5. Які втрати енергії у трансформаторі і від чого вони залежать?

Література

1. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: “Бескид Біт”, 2002.
2. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Т.: 2. – К.: “Вища школа”, 1987 – 1991.
3. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 2. – К.: “Либідь”, 2001.
4. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.: 2. – К.: “Техніка”, 2001.
5. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: “Высшая школа”, 1990.

В-58 Дослідження напівпровідникового транзистора

Мета: ознайомитися з будовою і принципом роботи напівпровідникового транзистора та визначити його коефіцієнти підсилення у схемах із спільним емітером та спільною базою.

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма "Crocodile Physics".

Теоретичні відомості

Контакт двох домішкових напівпровідників з провідністю різних типів називають **електронно-дірковим переходом** або **p-n-переходом**. На властивостях таких переходів ґрунтується принцип дії великої кількості напівпровідникових приладів, які широко застосовують в обчислювальній електроніці, електро- і радіотехніці.

Комбінація двох близько розташованих p-n-переходів в одному кристалі напівпровідника називається **площинним напівпровідниковим тріодом** (англійська назва **транзистор**, а точніше **біполярний транзистор**). Транзистор може підсилювати і генерувати електричні сигнали і виконує низку інших функцій.

Розрізняють два види площинних біполярних транзисторів: p-n-p-типу і n-p-n-типу, що відрізняються послідовністю чергування в монокристалі напівпровідникових областей з різним типом провідності.

Розглянемо будову транзистора на прикладі p-n-p-транзистора (рисунок 58.1). База Б – середня частина транзистора – має електропровідність n-типу. Емітер Е і колектор К – області з електропровідністю p-типу, які оточують базу.

Найбільше широко розповсюдженими методами виготовлення транзисторів є вплавлення, дифузія, вирощування з розплаву (із зміною концентрації домішок у розплаві в процесі росту) та епітаксієне нарощування. Метод дифузії дозволяє отримати транзистори з найбільш вузькою базою. Істотною особливістю приладів, виготовлених таким способом, а також вирощування з розплаву, є те, що в них колекторна

область слабо легована, тобто в ній концентрація дірок менша, ніж концентрація електронів у базі, тоді як у сплавних транзисторах колектор значно сильніше легований, ніж база. Що стосується емітерної області, то вона завжди сильно легована. Це є істотною умовою ефективності транзистора як підсилювача.

Основними носіями струму в емітері і колекторі є дірки, а в базі – електрони. До р-п-переходу (емітер-база) підведено напругу U в прохідному напрямку. До р-п-переходу (база-колектор) підведено напругу U_1 ($U_1 > U$) в заперітному напрямку. Це приводить до зменшення потенціального бар'єру на першому переході і збільшення на другому.

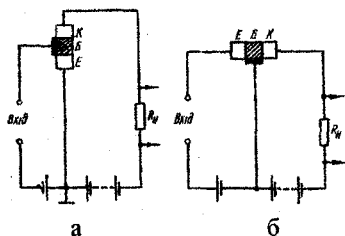
Під дією напруги U з емітера в базу через р-п-перехід проходить потік дірок, що створює струм емітера I_e . Дірки, що потрапили в базу, дифундують через неї у всі напрямки і частина з них рекомбінує з основними носіями заряду в базі – електронами, а інші переходять у колектор, створюючи колекторний струм.

Концентрація вільних дірок у емітері значно більша, ніж концентрація вільних електронів у базі. Завдяки цьому струм емітера визначається потоком дірок з емітера в базу. Потік електронів з бази в емітер створює дуже невеликий струм бази I_b . Ширина бази в транзисторі звичайно невелика (кілька десятків мікрон), і більшість дірок (95–98%), що потрапили у базу, доходять до колекторного переходу, тому струм колектора майже дорівнює струму емітера.

$$I_k = (0,95-0,98) I_e. \quad (58.1)$$

Отже, відбувається явище інжекції дірок з емітера у колектор через базу. За відсутності емітерного струму I_k буде незначний. Він тоді визначається концентрацією електронів у р-області колектора.

Рисунок 58.1



Тепер розглянемо різні схеми включення. На схемі із спільним емітером (рисунок 58.1, а) виділяють вхідне і вихідне

коло. На вхід подається змінна напруга. Вхідне коло містить також джерело постійної напруги. У вихідному колі включено резистор R_H , з якого знімають вихідну пульсуючу напругу. Також воно містить джерело постійної напруги, яка більша, ніж у вхідному колі. У цьому випадку транзистор підсилює силу струму і напругу (застосовується найчастіше).

Розглянемо схему із спільною базою – рисунок 58.1, б. використовується у високочастотних підсилювачах. Якщо на емітер подати змінну напругу U_e , то емітерний і колекторний струми будуть також змінюватися. Зміна сили струму емітера ΔI_e зумовить зміну сили струму колектора ΔI_k . Величина

$$\alpha = \frac{\Delta I_k}{\Delta I_e} \quad (58.2)$$

називається коефіцієнтом підсилення струму у схемі зі спільною базою. З (58.1) випливає, що в цій схемі підсилення сили струму отримати неможливо ($\alpha \approx 1$). Але можна отримати підсилення напруги та потужності. Справді, за зміни напруги на емітері на ΔU_e струм емітера I_e змінюється таким чином

$$\Delta I_e = \Delta U_e / R_{e-б}, \quad (58.3)$$

де $R_{e-б}$ – опір р-п-переходу емітер-база. За таких умов змінюється і напруга на колекторному р-п-переході

$$\Delta U_k = \Delta I_k R_{б-к}, \quad (58.4)$$

де $R_{б-к}$ – опір р-п-переходу база-колектор.

Оскільки $I_k \approx I_e$ (1), то $\Delta I_k \approx \Delta I_e$. Звідси маємо

$$\Delta U_k \approx \Delta U_e R_{б-к} / R_{e-б}. \quad (58.5)$$

Тепер можна записати

$$K_U = \Delta U_k / \Delta U_e \approx R_{б-к} / R_{e-б}. \quad (58.6)$$

Через те, що на емітерний перехід подається напруга в прямому напрямку, а на колекторний перехід – у зворотному, маємо $R_{б-к} \gg R_{e-б}$, тому $K_U \gg 1$.

K_U називають коефіцієнтом підсилення напруги. Аналогічно можна довести, що коефіцієнт підсилення потужності K_P у включенні транзистора за схемою зі спільною базою дорівнює

$$K_P = \Delta P_{вих} / \Delta P_{вх} = \alpha K_u \frac{I_k}{I_e} \approx K_u > 1. \quad (58.7)$$

Таким чином, транзистор, в даній схемі, може підсилювати як напругу так і потужність. Збільшення потужності відбувається за рахунок джерела струму в колі колектора.

Коли транзистор ввімкнений за схемою зі спільним емітером (рисунок 58.1, а), на емітерний перехід подається пряма напруга, а на колекторний – зворотна. Тому головний спад напруги припадає на колекторний перехід. Струм у колекторі, як і в схемі зі спільною базою, визначається кількістю дірок, які переходять з емітера через базу в колектор. Але потік дірок з емітера регулюється напругою джерела, яка змінює потенціал поля емітер-база. Більша частина дірок, які перейшли в базу з емітера, переходить в колектор і тільки незначна частина переходить в електричне коло бази, створюючи невеликий струм бази ΔI_b ($\Delta I_b \ll \Delta I_k$).

У розглянутому випадку коефіцієнт підсилення струму

$$\alpha = \frac{\Delta I_k}{\Delta I_b} \gg 1. \quad (58.8)$$

Коефіцієнт підсилення напруги

$$K_U = \Delta U_k / \Delta U_e = R_{k-к} / R_{e-б} \gg 1, \quad (58.9)$$

а коефіцієнт підсилення потужності

$$K_p \approx \alpha K_u \gg 1. \quad (58.10)$$

Послідовність виконання

Завдання 1 Дослідження роботи транзистора у схемі включення зі спільною базою.

1. У вікні програми “Crocodile Physics” скласти електричну схему, як показано на рисунку 58.2.

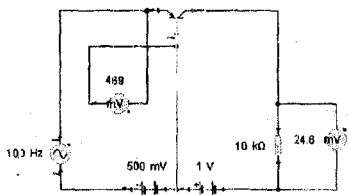
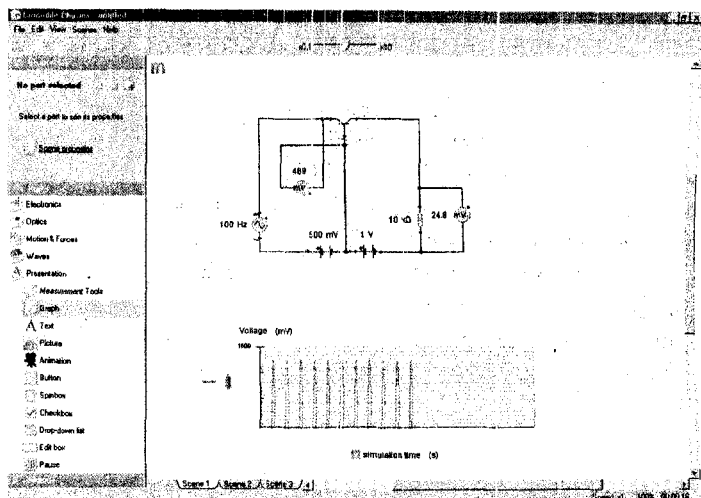


Рисунок 58.2

Інтерфейс програми



2. Задати робочі параметри елементів, що входять в електричне коло (таблиця 58.1).

3. За допомогою модуля Graph виміряти зміну струму у вхідному ΔI_e і вихідному ΔI_k колі (для цього потрібно виміряти максимальне і мінімальне значення та знайти їх різницю). Також виміряти зміну напруги у вхідному ΔU_e та вихідному ΔU_k колі.

Таблиця 58.1 – Варіанти заєдань

	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6
Змінна напруга, мВ	100	110	120	130	140	150
Частота	100	100	100	100	100	100
Постійна напруга у вхідному колі, мВ	500	510	520	530	540	550
Постійна напруга у вихідному колі, В	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25
Опір, кОм	10	10	10	10	10	10

4. За допомогою формули (58.2) $\alpha = \Delta I_k / \Delta I_e$ обчислити коефіцієнт підсилення струму. За допомогою формули (58.6) $K_U = \Delta U_k / \Delta U_e$ обчислити коефіцієнт підсилення напруги. За

допомогою формули (58.7) $K_p = \alpha \cdot K_U$ обчислити коефіцієнт підсилення потужності.

Завдання 2. Дослідження роботи транзистора у схемі включення зі спільним емітером.

1. У вікні програми “Crocodile Physics” скласти електричну схему, як показано на рисунку 58.3.

2. Задати робочі параметри елементів, що входять в електричне коло (таблиця 58.2).

3. За допомогою модуля Graph виміряти зміну струму у вхідному ΔI_e і вихідному ΔI_k колі (для цього потрібно виміряти максимальне і мінімальне значення та знайти їх різницю). Також виміряти зміну напруги у вхідному ΔU_e та вихідному ΔU_k колі.

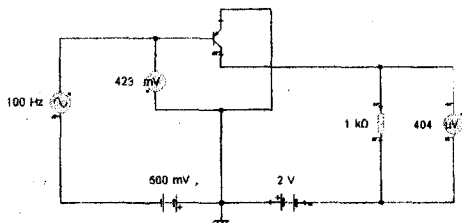


Рисунок 58.3

4. За допомогою формули (58.8) $\alpha = \Delta I_k / \Delta I_e$ обчислити коефіцієнт підсилення струму. За допомогою формули (58.9) $K_U = \Delta U_k / \Delta U_e$ обчислити коефіцієнт підсилення напруги. За допомогою формули (58.10) $K_p = \alpha \cdot K_U$ обчислити коефіцієнт підсилення потужності.

Таблиця 2 – Варіанти завдань

	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6
Змінна напруга, мВ	100	110	120	130	140	150
Частота	100	100	100	100	100	100
Постійна напруга у вхідному колі, мВ	500	510	520	530	540	550
Постійна напруга у вихідному колі, В	2	2,05	2,1	2,15	2,2	2,25
Опір, кОм	1	1	1	1	1	1

5. Проаналізувати отримані результати та записати висновки до лабораторної роботи, вказати у висновках отримані числові значення.

Контрольні запитання

1. Що таке транзистор?
2. Які є методи виготовлення транзисторів?
3. Опишіть принцип роботи транзистора на прикладі схеми зі спільною базою.
4. Чому у схемі зі спільною базою неможливо отримати підсилення струму?
5. Опишіть роботу транзистора у схемі зі спільним емітером.
6. Чому у схемі включення із спільним емітером відбувається підсилення струму?
7. Вкажіть, як використовуються транзистори.
8. Для чого в схемах з транзистором використовуються джерела постійної напруги?

Література

- 1 Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: “Бескид Біт”, 2002.
- 2 Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Т.: 2. – К.: “Вища школа”, 1987 – 1991.
- 3 Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 2. – К.: “Либідь”, 2001.
- 4 Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.: 2. – К.: “Техніка”, 2001.
- 5 Трофимова Т.И. Курс фізики. – М.: “Высшая школа», 1990.

ОПТИКА

В-64 Вивчення явища інтерференції на прикладі досліді Юнга

Мета : ознайомитися з явищем інтерференції у досліді Юнга.

Прилади і матеріали: Програма комп'ютерної лабораторної роботи "Дослід Юнга", масштабна лінійка.

Теоретичні відомості

Хвильові властивості світла досить яскраво проявляються в явищах інтерференції, дифракції та поляризації світла. **Інтерференцією світла** називається явище, яке виникає при додаванні світлових хвиль і полягає в тому, що інтенсивність результуючої світлової хвилі, залежно від різниці фаз хвиль, що додаються, може бути більшою або меншою за суму їхніх інтенсивностей.

Інтерференція світла у будь-якій точці простору спостерігається тільки для **когерентних** світлових хвиль, тобто таких, що мають сталу різницю фаз між однаково напрямленими світловими коливаннями однакової частоти, що приходять у цю точку.

Незалежні когерентні джерела світла реалізувати практично неможливо. В оптиці відомі методи утворення когерентних пучків від звичайних джерел світла. Перший з них полягає ось у чому. Когерентні хвилі випромінюються одним точковим випромінювачем в різних напрямках, після необхідних відбивань і заломлень їм надаються такі напрями поширення, при яких вони можуть перетинатися і інтерферувати (йдеться про інтерференцію Френеля; ця група методів дістала назву методів поділу хвильового фронту; вона реалізується за допомогою бідзеркала і біпризми Френеля, дзеркала Ллойда, щілини Юнга і т.п.). Другий метод отримання когерентних пучків полягає в розщепленні однієї хвилі на кілька при відбиванні і заломленні на поверхнях (цей метод називають методом поділу амплітуд, йдеться про інтерференцію Ньютона; вона реалізується в різних типах інтерферометрів;

прикладом інтерференційних картин, утворювальних в результаті поділу амплітуди, є смуги однакової товщини і однакового нахилу, кільця Ньютона).

Інтерференційна картина являє собою послідовність світлих і темних смуг – максимумів і мінімумів.

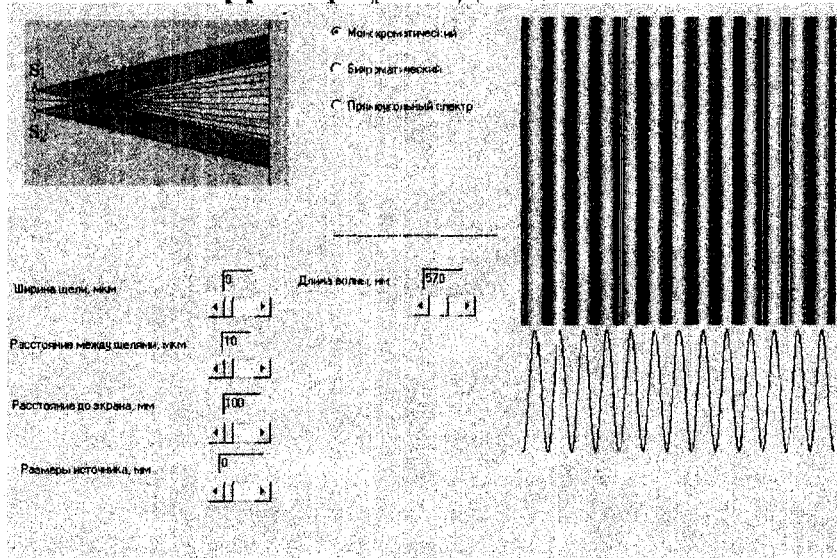
Умови екстремумів мають такий вигляд:

$$\Delta = \pm m\lambda = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \text{ (умова максимуму);} \quad (64.1)$$

$$\Delta = \pm (m + \frac{1}{2})\lambda = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ (умова мінімуму),} \quad (64.2)$$

де Δ – різниця ходу інтерферуючих пучків; $m = 0, 1, 2, \dots$ – порядок інтерференційного максимуму і мінімуму, λ – довжина світлової хвилі.

Інтерфейс програми “Дослід Юнга”



Першим дослідом, яким доведено можливість отримати інтерференцію світлових хвиль, був дослід Юнга. Користуючись схемою цього дослідження, можна визначити довжину світлової хвилі. Розглянемо хід променів в дослідній установці (рисунок 64.1).

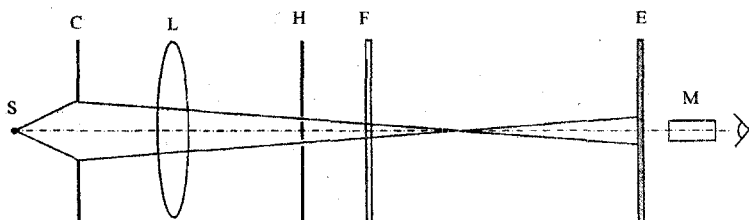


Рисунок 64.1

Світло від джерела S через вузьку діафрагму C спрямовується на подвійну щілину H . Лінза L фокусує світлові промені. Світлові промені від щілини пропускають через світлофільтри F . У мікроскоп M спостерігають інтерференційну картину.

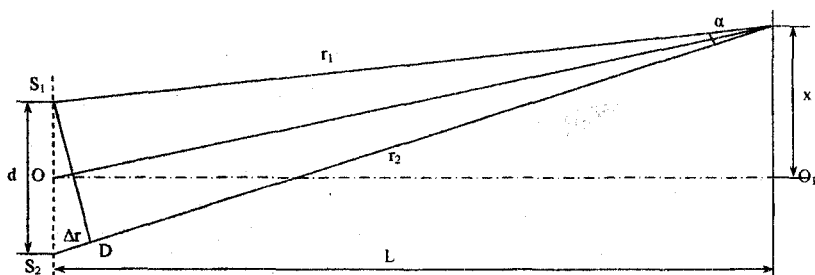


Рисунок 64.2

З рисунка 64.2 маємо:

$$\Delta r / d = x_m / L, \quad (64.3)$$

де x_m – відстань від максимуму та мінімуму порядку m до O_1 ; L – відстань від подвійної щілини до екрану; d – відстань між центрами щілин (замість S_1D беремо d , оскільки кут α досить малий). Знайдемо для двох довільних темних смуг на екрані їх відстань від точки O_1 . Для цього запишемо умови мінімуму інтерференції:

$$\Delta r_m = (2m + 1)\lambda / 2. \quad (64.4)$$

Тоді шукані відстані згідно (64.3) дорівнюють:

$$x_m = (L / d)(2m + 1)\lambda / 2. \quad (64.5)$$

Відстань між обраними темними смугами

$$\Delta x = x_{m+n} - x_n = n\lambda L / d,$$

звідки довжина хвилі

$$\lambda = \Delta x \cdot d / (n \cdot L), \quad (64.6)$$

де (n – кількість світлих смуг між досліджуваними темними смугами).

Порядок виконання

Завдання 1 Ознайомлення з комп'ютерною

програмою

1. Ознайомитися з інтерфейсом комп'ютерної програми “Дослід Юнга”.
2. Міняючи відстань між щілинами, відстань до екрану, і довжину хвилі визначити, як міняється інтерференційна картина при зміні цих параметрів.
3. Міняючи параметри “Монохроматичний”, “Біхроматичний” та “Прямокутний спектр” (див. Інтерфейс програми) отримати чітку інтерференційну картину для різних довжин хвиль.

Завдання 2 Визначення довжини світлової хвилі

1. Для певної довжини хвилі (задається викладачем) при “Монохроматичному” досліді добитися того, щоб на екрані укладалася ціла кількість темних смуг n .
2. Роздрукувавши з програми інтерференційну картину, визначити розмір зображення інтерференційної картини (Δx) за допомогою лінійки. На основі формули (64.6) визначити довжину світлової хвилі в досліді Юнга.
3. Дослід повторити 4 рази для інших параметрів L і d .
4. Визначити середнє значення і похибки для довжини світлової хвилі та записати їх у висновок.

Завдання 3 Визначення розміру інтерференційної картини

1. При фіксованому значенні L і λ (задається викладачем) провести “Монохроматичний” дослід так, щоб на екрані укладалася ціла кількість темних смуг n .

2. Дослід повторити 10 раз, міняючи параметр d .
3. З отриманих результатів побудувати графік залежності $N = f(d)$.
4. Обчислити розмір зображення інтерференційної картини

$$\Delta x = \frac{\Delta(N)}{\Delta(d)} \cdot \lambda \cdot L$$
, де $\frac{\Delta(N)}{\Delta(d)}$ – тангенс кута нахилу прямої на графіку залежності $N = f(d)$. Порівняйте його із Δx у завданні 2.
5. Результати записати у висновку.

Таблиця 64.1 – Варіанти завдань

Номер варіанту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Довжина хвилі, нм	470	490	510	530	550	570	590	610	630	650

Контрольні запитання

1. У чому полягає суть явища інтерференції?
2. Які хвилі називаються когерентними?
3. Охарактеризуйте методи утворення когерентних пучків.
4. Що таке оптична різниця ходу?
5. Як міняється інтерференційна картина, якщо дослід провести при параметрі “Прямокутний спектр”, а не “Монохроматичний”?
6. Чим визначається кількість видимих інтерференційних смуг?

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.: 3. – К.: “Техніка”, 2001.
2. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 2. – К.: „Либідь”, 2001.
3. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт”, 2002.
4. Трофимова Т.И. Курс фізики. – М.: “Высшая школа”, 1990.

В-65 Дослідження інтерференції світла за допомогою кілець Ньютона

Мета: ознайомитися з явищем інтерференції на прикладі кілець Ньютона, визначити пропускну здатність світлофільтра, радіус кривизни лінзи та довжину світлової хвилі.

Прилади і матеріали: програма комп'ютерної лабораторної роботи "Кільця Ньютона", лінійка.

Теоретичні відомості

Інтерференцією світла називають явище, яке виникає внаслідок додавання світлових хвиль і полягає в тому, що інтенсивність результуючої світлової хвилі (залежно від різниці фаз хвиль, які додаються) може бути більшою або меншою за суму їхніх інтенсивностей.

Інтерференція світла спостерігається тільки коли додаються *когерентні* хвилі, тобто такі, що мають сталу різницю фаз світлових коливань протягом певного проміжку часу та однакову частоту коливань.

В природі не існує світлових джерел, які би випромінювали когерентні хвилі. Проте в оптиці відомі методи утворення когерентних пучків від звичайних джерел світла. Розглянемо один з цих методів – *метод розділення амплітуд*, який використовується, зокрема, для отримання інтерференційної картини Ньютона і полягає в розщепленні однієї хвилі на кілька, внаслідок відбивання і заломлення на поверхнях.

Загальні умови інтерференційних екстремумів мають такий вигляд:

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (\text{умова максимуму}); \quad (65.1)$$

$$\Delta = \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (\text{умова мінімуму}), \quad (65.2)$$

де Δ – різниця ходу інтерферуючих хвиль; $k = 0, 1, 2, \dots$ – порядок інтерференційного максимуму і мінімуму; λ – довжина світлової хвилі.

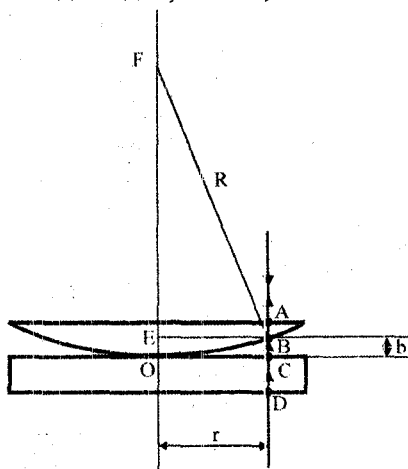
Кільця Ньютона – приклад інтерференційної картини у тонких прозорих плівках різної товщини, – як інтерференційні смуги однакової товщини. Якщо на прозору плівку падає паралельний пучок світла, то на верхній і нижній її поверхнях

він роздвоюється (частково відбивається, частково заломлюється). Таким чином, у відбитому і прохідному світлі виникає інтерференційна картина між когерентними променями. Різниця ходу в загальному випадку визначається товщиною плівки, кутом падіння променів та показником заломлення плівки і середовища. Умови відбивання світла на верхній і нижній поверхні плівки різні. На нижній поверхні (скло-повітря) відбивання відбувається з втратою півхвилі, на верхній – без втрати. Вираз для оптичної різниці ходу має вигляд:

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \lambda/2. \quad (65.3)$$

Робоча формула

Кільця Ньютона спостерігаються тоді, коли сферична поверхня опуклої лінзи великого радіуса кривизни стикається з плоскою поверхнею. Внаслідок цього між лінзою і пластинкою утворюється повітряний шар змінної товщини (рис.). Проведемо розрахунки кілець Ньютона, що спостерігаються у відбитому світлі. У цьому випадку інтерферуватимуть промені, відбиті від верхньої і нижньої меж повітряного шару (точки С і В відповідно). Отже, лінії максимумів та мінімумів проходять



через точки, що відповідають однаковій товщині повітряного шару і тому називаються смугами однакової товщини. Якщо промені падають нормально на плоску поверхню лінзи, то внаслідок малої кривизни лінзи можна вважати, що відбиваються вони теж вздовж нормалі. Для різниці ходу променів дістанемо

$$\Delta = 2b + \lambda/2. \quad (65.4)$$

де b – товщина шару повітря між лінзою і пластиною.

Доданок $\lambda/2$ відображає зміну фази хвилі, відбитої від оптично більш густого середовища (точка С). У відповідності з

(65.4) різниця ходу хвиль в даному експерименті визначається тільки товщиною повітряного шару, тому вона є однаковою для всіх хвиль, відбитих на однаковій відстані від геометричного центра системи (точка О). Внаслідок цього інтерференційна картина має вигляд концентричних кілець. В центрі картини, де $b \approx 0$, спостерігають темний круг, що відповідає різниці ходу відбитих хвиль $\lambda/2$. Результат інтерференції залежить від оптичної різниці ходу хвиль. Зв'язок між радіусом інтерференційного кільця r , радіусом кривизни лінзи R і довжиною хвилі λ можна знайти з використанням цілком простих геометричних міркувань. З $\triangle BEF$ (рис.) маємо: $r^2 = R^2 - (R-b)^2$. Оскільки лінза має великий радіус кривизни, то можна записати $r^2 = 2Rb$, звідки $b = r^2/2R$, а тому $\Delta = r^2/R + \lambda/2$. Радіуси світлих кілець знайдемо з умови максимуму $\Delta = k\lambda = r^2/\lambda + \lambda/2$:

$$r_k = \sqrt{R\lambda(k-1/2)}, \quad (65.5)$$

а радіуси темних кілець

$$r_k = \sqrt{R\lambda k}. \quad (65.6)$$

Звідси

$$R = r^2/(\lambda m). \quad (65.7)$$

У виразах (65.4) і (65.6) $k=1, 2, 3, \dots$ — порядковий номер кілець.

Оскільки практично не вдається досягти щільного прилягання пластини до лінзи, то більш точний результат буде, коли визначається R за різницею радіусів двох довільних кілець r_n і r_m . Тоді формула (65.7) набере вигляду:

$$R = r_n^2 - r_m^2 / (\lambda(n-m)). \quad (65.8)$$

Підрахунок темних кілець починається від $k=0$, тобто від самого центра інтерференційної картини. Підрахунок світлих кілець починається з одиниці ($k=1$).

Для великих порядків інтерференції може відбуватися перекриття спектрів, що приводить до розмивання інтерференційної картини. Очевидно, що умовою зникнення інтерференційної картини є

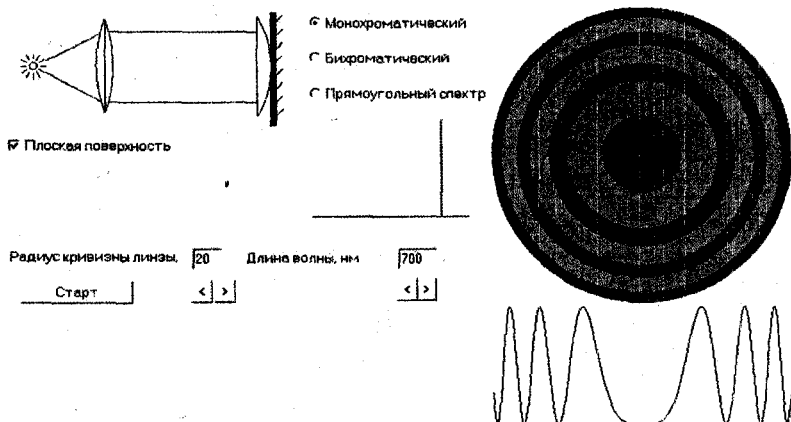
$$k(\lambda + \Delta\lambda) = (k+1)\lambda, \quad (65.9)$$

звідки $k = \lambda/\Delta\lambda$, тобто чим більша монохроматичність світла, тим більшу кількість максимумів можна спостерігати. Крім

того, остання залежність дає змогу визначити смугу пропускання фільтра за допомогою вимірювання кількості видимих інтерференційних кілець:

$$\Delta\lambda = \lambda/k. \quad (65.10)$$

Інтерфейс програми “Кільця Ньютона”



Завдання 1. Ознайомлення з роботою комп'ютерної програми та явищем інтерференції Ньютона

1. Розглянути інтерференційну картину, отриману з допомогою:

монохроматичного світла;

біхроматичного світла з різною комбінацією двох монохроматичних світлових хвиль, а також з різним міжчастотним інтервалом;

прямокутного спектра з різною його шириною для плоскої поверхні скляної пластини.

2. Виконати пункт 1 для сферичної поверхні пластини.

Таблиця 65.1 – Варіанти завдань

Номер варіанту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Довжина хвилі, нм	470	490	510	530	550	570	590	610	630	650

Завдання 2. Розрахунок ширини смуги пропускання світлофільтра

1. Встановити прапорець у вікні „Прямокутний спектр“. Вирізати з неперервного спектру вузьку ($\lambda < 50$) смугу певного кольору (задається викладачем).
2. Змінюючи радіус кривизни лінзи (для випадку плоскої поверхні пластини), добитися на краю інтерференційної картини перекриття спектрів (розмивання інтерференційної картини).
3. Підрахувати максимальну кількість чітких світлих кілець. За формулою (65.10) визначити ширину смуги пропускання світлофільтра.
4. Змінити ширину смуги так, щоб $\lambda_c = (\lambda_1 - \lambda_2)/2$ залишилося незмінним. Повторити пункти 1, 2, 3.
5. Виконавши пункт 4 4-5 разів, побудувати графіки залежностей $\Delta\lambda(k)$ і $\Delta\lambda(1/k)$.
6. Із графіка $\Delta\lambda(1/k)$ визначити нахил прямої $\lambda_{ep} = \frac{\Delta(\Delta\lambda)}{\Delta(1/k)}$, середню довжину хвилі, що пропускає „світлофільтр“.
7. Порівняти експериментально отримане значення λ_{ep} і λ_c .

Завдання 3. Визначення довжини хвилі монохроматичного світла

1. Отримати зображення інтерференційної картини (довжина хвилі задається викладачем) використовуючи плоску поверхню скляної пластини.
2. Виміряти радіус 5-7 кілець, як сказано в завданні 2.
3. Побудувати залежність $r^2 = f(k)$.
4. Визначити з графіка нахил прямої і за допомогою отриманого значення $\frac{\Delta r^2}{\Delta k}$ обчислити довжину хвилі, використавши радіус кривизни, знайдений у завданні 2.

Обчислити відносні і абсолютні похибки для величин R і λ . Результати вимірювання записати в стандартній формі. Зробити відповідні висновки до кожного завдання.

Контрольні запитання

1. В чому полягає явище інтерференції світла?
2. Які промені називають когерентними?
3. Які є способи отримання когерентних джерел?
4. Як отримати кільця Ньютонa?
5. Чим відрізняються кільця Ньютонa у відбитому і прохідному світлі?
6. Як використовуються кільця Ньютонa для оцінки чистоти поверхні?
7. Як зміниться вигляд кілець, якщо простір між лінзою та пластинкою заповнити водою?

Література

1. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт”, 2002.
2. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Т.3. – К.: „Вища школа”, 1987 – 1991.
3. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 2. – К.: „Либідь”, 2001.
4. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.3. – К.: „Техніка”, 2001.
5. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: “Высшая школа”, 1990.

В-68 Вивчення дифракції Френеля від круглого отвору

Мета: ознайомитися з дифракцією Френеля від круглого отвору, визначити довжину світлової хвилі та радіуси зон Френеля.

Прилади і матеріали: програма комп'ютерної лабораторної роботи "Дифракція Френеля від круглого створу", лінійка.

Теоретичні відомості

Дифракція світла – оптичне явище, пов'язане із зміною напрямку поширення світлових хвиль (порівняно з напрямом, передбаченим геометричною оптикою) та з просторовим перерозподілом їх інтенсивності під впливом перешкод і неоднорідностей середовища на їхньому шляху. Під дифракцією розуміють будь-яке відхилення від прямолінійного поширення світла, якщо воно не зумовлене відбиванням, заломленням або викривленням променів у середовищах, в яких показник заломлення безперервно змінюється. Дифракція світла зумовлена його хвильовою природою.

Дифракція світла пояснюється принципом Гюйгенса-Френеля: *нескінченно малі елементи хвильової поверхні є джерелами вторинних сферичних когерентних хвиль, амплітуда яких пропорційна до площі елемента; амплітуда коливань в довільній точці простору за хвильовою поверхнею визначається суперпозицією таких вторинних хвиль.*

Явища дифракції прийнято розрізняти залежно від відстані до перешкоди, встановленої на шляху поширення світла, до джерела і екрана, на якому спостерігається дифракційна картина. Якщо ці відстані, чи одна з них, не дуже великі, то дифракційні явища називають **дифракцією Френеля** (дифракція сферичних хвиль) або дифракцією в непаралельних променях.

Дифракція Фраунгофера (дифракція в паралельних променях) – дифракція світла, що спостерігається на таких відстанях, для яких кутові розміри оптичних неоднорідностей набагато менші ніж відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цих неоднорідностей. Між дифракціями Френеля і Фраунгофера не існує принципової різниці і різкої межі.

Робоча формула

Розглянемо проходження світла через круглий отвір DD (рис. 68.1). Проведемо з точки O конічні поверхні M_1OM_1' , M_2OM_2' , M_3OM_3' і т. д. до перетину з поверхнею сферичної хвилі DM_0D . Довжини їх виберемо так, що відстань від точок $M_0, M_1, M_2, \dots$ до точки O збільшується на довжину півхвилі $\frac{\lambda}{2}$

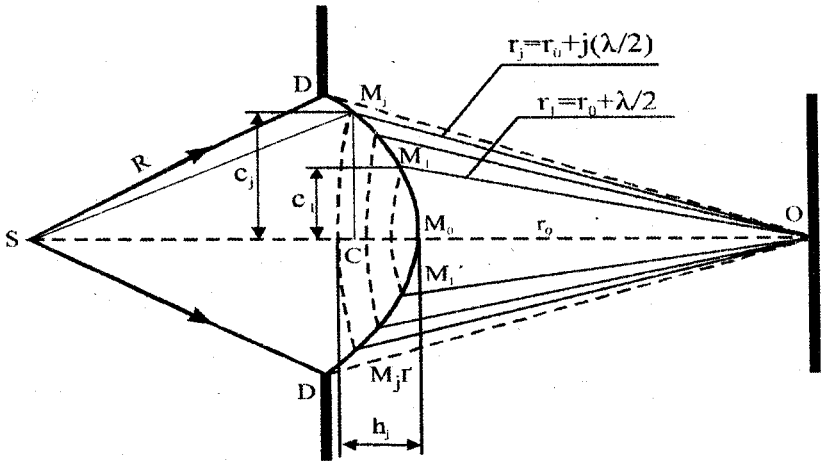


Рисунок 68.1 – Утворення зон Френеля

світла, що падає на отвір ($r_1 = r_0 + \lambda/2$, $r_2 = r_0 + \lambda$, ..., $r_j = r_0 + j(\lambda/2)$). Утворені конуси поділять поверхню DM_0D на сукупність рівновеликих кільцевих зон (зон Френеля).

Визначимо висоту сегмента h_j . З трикутників SM_jC і CM_jO маємо

$$R^2 - (R - h_j)^2 = r_j^2 - (r_0 + h_j)^2,$$

звідки

$$h_j = \frac{r_j^2 - r_0^2}{2(R + r_0)}. \quad (68.1)$$

Оскільки $r_j = r_0 + j(\lambda/2)$, то $r_j^2 = r_0^2 + jr_0\lambda + j^2\lambda^2/4$. Якщо $\lambda \ll r_0$ і $\lambda \ll R$, то членом $j^2\lambda^2/4$ можна знехтувати і тоді $r_j^2 - r_0^2 = jr_0\lambda$.

Підставивши цей вираз у формулу (68.1), одержимо

$$h_j = \frac{jr_0\lambda}{2(R+r_0)}. \quad (68.2)$$

Визначимо кількість зон Френеля j , що вміщуються в отворі екрана. З рисунку 68.1 маємо

$$\rho_j^2 = r_j^2 - (r_0 + h_j)^2 = r_j^2 - r_0^2 - 2r_0h_j - h_j^2.$$

Оскільки $h_j \ll r_0$, то величиною h_j^2 можна знехтувати.

Враховуючи, що $r_j^2 - r_0^2 = jr_0\lambda$ та формулу (68.2), отримаємо

$$\rho_j = \sqrt{j \frac{r_0 R}{R + r_0}}. \quad (68.3)$$

Радіус останньої зони Френеля збігається з радіусом отвору, тобто $\rho_j = \rho$. Тоді кількість зон Френеля n обчислимо за формулою

$$n = \frac{\rho^2}{\lambda} \frac{R + r_0}{R r_0}. \quad (68.4)$$

Світлові хвилі від першої і другої зон, дійшовши до точки О, будуть взаємно послаблятися, так що в точці О дія першої зони практично знищується дією другої зони, дія другої зони протилежна до дії третьої зони і т. д. Якщо отвір DD такий, що в ньому вміщується тільки дві зони, то в точці О практично не буде світла (дві сусідні зони взаємно послаблюють одна одну). Отже, ми побачимо на екрані в центрі темний круг, оточений світлим кільцем.

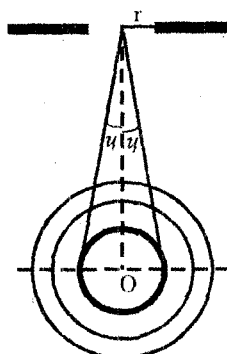


Рисунок 68.2

Для отвору в якому вкладається три зони Френеля на екрані в центрі буде світлий круг, оточений темним кільцем, за яким знову буде світле кільце. В загальному, за парної кількості зон, в центрі буде темне кільце, оточене почергово світлими і темними кільцями; за непарної кількості зон – у центрі буде світлий круг, почергово оточений темними і світлими кільцями. Чим більший отвір, тим розміри кілець будуть меншими.

Так як розміри зон Френеля залежать від довжини світлової хвилі, то і вигляд дифракційної картини буде залежати від довжини хвилі.

Для малих кутів дифракції φ (рисунок 68.2) сумарна амплітуда виражається через спеціальну функцію Бесселя $J_1(u)$, де $u = 2\pi\lambda^{-1}r \sin \varphi$, r – радіус отвору, φ – кут дифракції. Корінь, що відповідає першому мінімуму інтенсивності, тобто визначає кутові розміри центральної світлої плями, визначається з умови $\sin \varphi = 0,61 \lambda / r = 1,22 \lambda / d$. (68.5)

Ця формула відіграє першорядну роль у дифракційній теорії оптичних приладів. Кутові радіуси темних кілець наближено визначаються формулою

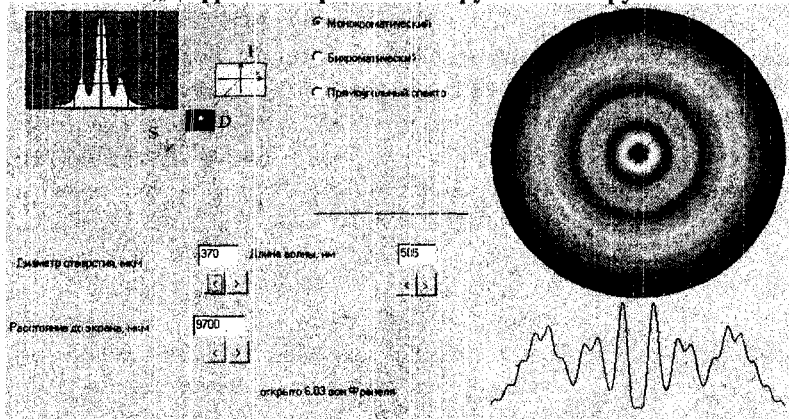
$$\varphi_{\text{min}} \approx \left[0,61 + \frac{m-1}{2} \right] \cdot \frac{\lambda}{r}, \text{ де } m=1, 2, 3, \dots \quad (68.6)$$

Лінійні розміри радіуса першого темного кільця приблизно дорівнюють

$$\Delta l \approx \sin \varphi L = 1,22 \frac{\lambda}{d} L. \quad (68.7)$$

де L – відстань від отвору до екрана.

Інтерфейс програми „Дифракція Френеля від круглого отвору“



Зверніть увагу: лінійні розміри дифракційної картини, отриманої на екрані, є в k -разів більшими за справжні розміри.

Завдання 1. Ознайомлення з роботою комп'ютерної програми та явищем дифракції від круглого отвору

Розглянути дифракційну картину отриману з допомогою:

1. Монохроматичного світла;
2. Біхроматичного світла з різною комбінацією двох монохроматичних світлових хвиль, а також з різним міжчастотним інтервалом;
3. Прямокутного спектра з різною його шириною для плоскої поверхні скляної пластини.

Таблиця 68.1 – Варіанти завдань

Номер варіанту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Довжина хвилі, нм	470	490	510	530	550	570	590	610	630	650

Завдання 2. Визначення масштабного коефіцієнта дифракційної картини

1. Вибрати „Монохроматичний“ режим роботи програми. Ввести значення довжини хвилі λ_1 (задається викладачем). На екрані отримати чітку дифракційну картину (всі максимуми повинні поміститися на екрані).
2. Виміряти зовнішній і внутрішній діаметр m -го темного кільця b_{an} та b_z . Знайти середнє значення радіуса даного кільця за формулою

$$\Delta l := \frac{b_{an} + b_z}{4}. \quad (68.8)$$

3. За формулою (68.7) визначити дійсне значення Δl_0 , взявши значення λ , L і d з експерименту.
4. Порахувати масштабний коефіцієнт за формулою $k = \frac{\Delta l}{\Delta l_0}$.

Зауваження. Діаметр отвору слід вибирати більшим за 600 мкм. Подумайте і поясніть чому?

Завдання 3. Визначення радіусів зон Френеля

1. Вибрати „Монохроматичний“ режим роботи програми. Ввести значення довжини світлової хвилі (те саме, що і в завданні 2).

2. Отримати зображення дифракційної картини так, щоб у отворі вклалося ціле число зон Френеля.
3. Визначити R з формули (3.17), прийнявши до уваги, що радіус n -тої зони Френеля дорівнює радіусу отвору.
4. За формулою (3.17) обчислити радіуси n зон Френеля.

Обчислити відносні і абсолютні похибки для величин k і ρ .

Результати вимірювання записати в стандартній формі. Зробити відповідні висновки до кожного завдання.

Контрольні запитання

1. Що таке дифракція світла?
2. Сформулюйте принцип Гюйгенса-Френеля.
3. В чому полягає дифракція Френеля і Фраунгофера?
4. Які особливості дифракції світлових хвиль від круглого отвору?
5. Сформулювати метод зон Френеля.
6. Як змінюється дифракційна картина в залежності від довжини хвилі λ ?
7. Від чого залежить кількість зон Френеля?

Література

1. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт”, 2002.
2. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Т.3. – К.: “Вища школа”, 1987 – 1991.
3. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 2. – К.: „Либідь”, 2001.
4. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.3. – К.: „Техніка”, 2001.
5. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: „Высшая школа», 1990.

В-69 Вивчення явища дифракції світла від двох щілин

Мета: ознайомитися з явищем дифракції світла від двох щілин.

Прилади і матеріали: програма комп'ютерної лабораторної роботи "Дифракція на щілині", лінійка.

Теоретичні відомості

Дифракція світла – оптичне явище, пов'язане із зміною напрямку поширення світлових хвиль (порівняно з напрямом, передбаченим геометричною оптикою) та з просторовим перерозподілом їх інтенсивності під впливом перешкод і неоднорідностей середовища на їхньому шляху. Під дифракцією розуміють будь-яке відхилення від прямолінійного поширення світла, якщо воно не зумовлене відбиванням, заломленням або викривленням променів у середовищах, в яких показник заломлення безперервно змінюється. Дифракція світла зумовлена його хвильовою природою.

Дифракція світла пояснюється принципом Гюйгенса-Френеля: *нескінченно малі елементи хвильової поверхні є джерелами вторинних сферичних когерентних хвиль, амплітуда яких пропорційна до площі елемента; амплітуда коливань в довільній точці простору за хвильовою поверхнею визначається суперпозицією таких вторинних хвиль.*

Явища дифракції прийнято розрізняти залежно від відстані до перешкоди, встановленої на шляху поширення світла, до джерела і екрана, на якому спостерігається дифракційна картина. Якщо ці відстані, чи одна з них, не дуже великі, то дифракційні явища називають **дифракцією Френеля** (дифракція сферичних хвиль) або дифракцією в непаралельних променях.

Дифракція Фраунгофера (дифракція в паралельних променях) – дифракція світла, що спостерігається на таких відстанях, для яких кутові розміри оптичних неоднорідностей набагато менші ніж відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цих неоднорідностей. Між дифракціями Френеля і Фраунгофера не існує принципової різниці і різкої межі.

Робоча формула

Розглянемо дифракцію Фраунгофера від двох щілин. Щілиною називають прямокутний отвір, шириною якого, порівняно з його довжиною, можна знехтувати. Нехай світлова хвиля, довжина якої λ , поширюється перпендикулярно до щілини, ширина якої a . Паралельний пучок світла, пройшовши крізь щілини, дифрагує під різними кутами φ від початкового напрямку (рис. 69.1). За щілинами розміщена лінза L , у фокальній площині якої знаходиться екран E . На екрані спостерігається дифракційна картина – по чергово розміщені світлі і темні смуги. Оскільки довжина щілин набагато більша за довжину хвилі, то дифракція вздовж щілин відсутня.

Рисунок 69.1

На відміну від дифракції від однієї щілини, в даному випадку ситуація ускладнюється тим, що крім дифракції від кожної щілини, відбувається ще додавання коливань у світлових пучках, які попадають у фокальну площину лінзи L від різних щілин. В даному випадку, якщо щілин є дві, то і інтерферуватимуть два пучки. Виберемо пучки, які поширюються під однаковим кутом φ до нормалі площини, в якій лежать щілини. Тоді амплітуда коливань у цих пучках однакова (за даного кута φ). Різниця ходу Δ між променями від двох щілин, як видно з рисунка 69.1, дорівнює:

$$\Delta = (a + b) \sin \varphi. \quad (69.1)$$

Цій різниці ходу відповідає однакова різниця фаз δ між сусідніми пучками:

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}. \quad (69.2)$$

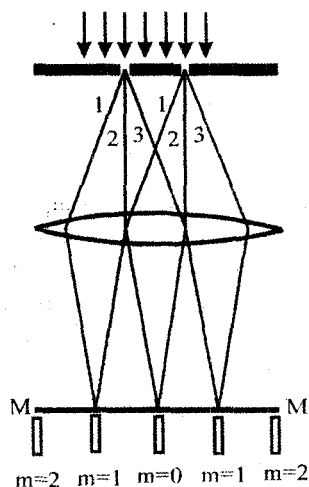


Рисунок 69.2

В результаті інтерференції коливань у фокальній площині лінзи утвориться результуюче

коливання з деякою амплітудою A , значення якої буде залежати від різниці фаз δ , а отже і від кута дифракції φ .

На рисунку 69.2 зображено тільки три напрямки, вздовж яких поширюються промені, пройшовши дві щілини. У дійсності цих напрямків необмежена кількість. Внаслідок інтерференції на екрані спостерігаються світлі і темні смуги. Наприклад, в точці, де сходяться промені 2,2 – світла смуга (різниця ходу дорівнює 0). В міру віддалення в обидві сторони від цієї точки, різниця ходу збільшуватиметься і для точок, для яких різниця ходу буде рівна $\frac{\lambda}{2}$ – темна смуга, потім за різниці ходу $2\frac{\lambda}{2}$ – знову світла смуга і т.д. Крім того, внаслідок взаємної інтерференції світлових променів, що йдуть від двох щілин будуть виникати *додаткові мінімуми* (в деяких напрямках промені гасять один одного).

Таким чином, положення максимумів інтенсивності, які називають *головними*, визначається за формулою

$$(a+b)\sin\varphi = \pm m\lambda, \quad (69.3)$$

де $m = 0, 1, 2, \dots$. Умова додаткових мінімумів має вигляд:

$$(a+b)\sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}. \quad (69.4)$$

Зі збільшенням m інтенсивність дифракційних максимумів зменшується, а зі збільшенням кількості щілин утворюється більше додаткових мінімумів між головними максимумами.

Таблиця 69.1 – Варіанти завдань

Номер варіанту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Довжина хвилі, нм	470	490	510	530	550	570	590	610	630	650

Завдання 1. Ознайомлення з роботою комп'ютерної програми та явищем дифракції від щілини

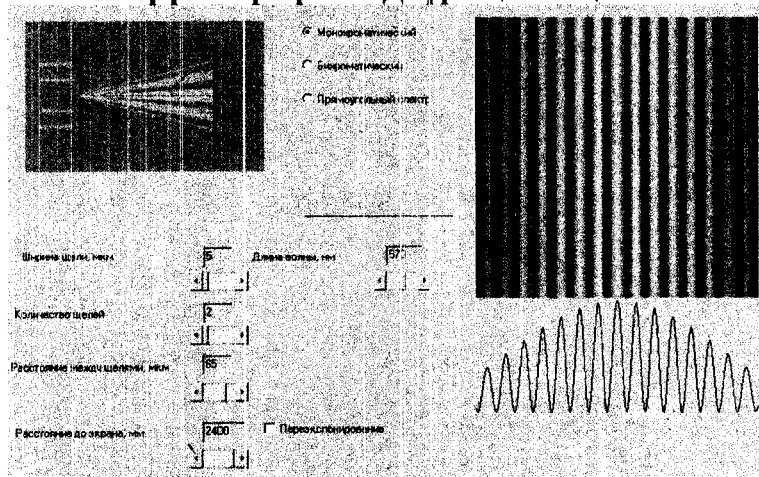
Розглянути дифракційну картину отриману з допомогою:

1. Монохроматичного світла;

2. Біхроматичного світла з різною комбінацією двох монохроматичних світлових хвиль, а також з різним міжчастотним інтервалом;
3. Прямокутного спектра з різною його шириною для плоскої поверхні скляної пластини.

Зауваження. Виконуючи завдання 1, 2, 3, бажано використовувати наступні параметри: ширина щілини мінімальна; відстань між щілинами в межах 50 мкм; відстань до екрана – максимальна.

Інтерфейс програми “Дифракція на щілині”



Завдання 2. Визначення масштабного коефіцієнта дифракційної картини

1. Встановити прапорець у вікні „Монохроматичний“. Вибрати довжину хвилі (задається викладачем). На екрані отримати чітку дифракційну картину (всі максимуми повинні поміститися на екрані).
2. Виміряти відстані l_3 і $l_{вч}$ між двома головними максимумами ($m = 0$ і $m = \dots$). Знайти середнє значення $l_c = (l_3 + l_{вч})/2$.
3. З формули $(a+b)\sin\varphi = (a+b)\frac{l}{L} = m\lambda$ визначити дійсне

значення l , взявши значення a , b , m і λ з експерименту.

4. Обчислити масштабний коефіцієнт за формулою $k = \frac{l}{l_c}$.

Завдання 3. Визначення довжин хвилі монохроматичного світла методом накладання хвиль

1. Встановити прапорець у вікні „Біхроматичний“. Ввести значення двох довжин світлових хвиль (задається викладачем).
2. Визначити m_1 і m_2 дифракційних смуг, що накладаються одна на одну.
3. З формул $(a+b)\frac{l}{L} = m_1\lambda_1$ та $(a+b)\frac{l}{L} = m_2\lambda_2$ визначити λ_1 і λ_2 .
4. Порівняти отримані значення λ_1 і λ_2 з довжинами хвиль, що вводилися спочатку дослідю.
5. Обчислити відносні і абсолютні похибки для величин k і λ . Результати вимірювання записати в стандартній формі. Зробити відповідні висновки до кожного завдання.

Контрольні запитання

1. Що таке дифракція світла?
2. Сформулювати принцип Гюйгенса-Френеля.
3. В чому полягає дифракція Френеля і Фраунгофера?
4. Які особливості дифракції світлових хвиль від однієї щілини?
5. Чим відрізняються дифракція від однієї щілини і від багатьох щілин?
6. Як змінюється дифракційна картина в залежності від m і кількості щілин?
7. Вивести умову максимуму і мінімуму для дифракції від двох щілин.

Література

1. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт“, 2002.
2. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Т.3. – К.: „Вища школа“, 1987 – 1991.
3. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 2. – К.: „Либідь“, 2001.

АТОМНА І ЯДЕРНА ФІЗИКА

В-80 Дослідження розсіювання α -частинок в речовині (модельювання досліду Резерфорда на ЕОМ)

Мета: перевірити формулу Резерфорда

Прилади і матеріали: програма комп'ютерної лабораторної роботи „Дослід Резерфорда”

Теоретичні відомості

На початку ХХ ст. стало відомо, що атоми є складними системами, до складу яких входять електрони. Першу модель будови атома запропонував Дж.Томсон у 1901р. Згідно з цією моделлю атом є рівномірно позитивно зарядженою кулею радіусом 10^{-10} м, всередині якої біля своїх положень рівноваги коливаються електрони. При цьому сумарний від'ємний заряд електронів компенсується додатним зарядом, який рівномірно розподілений по об'єму кулі. Модель Томсона будови атома виявилась неправильною.

У 1903р У. Кельвін і Х. Нагаока висунули ідею планетарної моделі атома, згідно якої позитивний заряд розміщений в центрі атома, а навколо нього розміщені електрони. Якщо ця модель будови атома відповідає дійсності, він повинен бути „прозорим” для частинок які його пронизують. Експериментальне підтвердження цієї моделі було здійснено Е.Резерфордом у 1911р. За пропозицією і під керівництвом Е.Резерфорда його учні Г.Гейгер і Е.Марсден провели дослідження розсіювання α -частинок за допомогою листів тонкої металевої фольги. α -частинки утворюються під час природного радіоактивного розпаду деяких важких елементів. Маса α -частинки приблизно в 4 рази більша від маси атома Гідрогену, а її позитивний заряд рівний подвоєному елементарному заряду e , тобто α -частинка тотожна ізотопу Гелію ${}^4_2\text{He}$.

Спрощена схема досліду Резерфорда зображена на рис. 1. Джерело α -частинок поміщене всередині свинцевої ампули з вузьким каналом. Усі α -частинки, крім тих, які рухаються вздовж вузького каналу, поглинається свинцем. Потік α -

частинок, пройшовши через вузьку діафрагму Д, потрапляє на тонку золоту

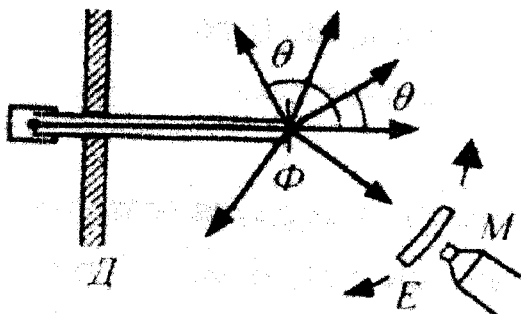


Рисунок 80.1 – Схема досліду Резерфорда

фольгу Φ завтовшки $(0,1 \div 1,0)$ мкм, яка складається з декількох атомних шарів. При проходженні через фольгу α -частинки відхиляються на різні кути θ і потрапляють на флуоресцентний екран Е. За допомогою мікроскопа М можна спостерігати місце потрапляння α -частинки за свіченням спалахів на екрані Е.

Дослідження такого розсіювання тонкими металевими фольгами показали, що здебільшого спостерігається відхилення α -частинок на невеликі кути θ . Поруч з цим переважаючим розсіюванням було виявлено, що мізерна частка α -частинок розсіюється на великі кути, які іноді перевищують 90° , а в окремих випадках досягають 180° . Пояснити ці великі кути розсіювання нагромадження випадкових малих відхилень виявилось неможливим. Е.Резерфорд дійшов висновку, що кожне таке велике відхилення є наслідком одиничного акту взаємодії якогось практично точкового центру з α -частинкою, яка досить близько пролітає біля цього центру. Таким силовим центром є ядро атома.

На підставі аналізу результатів досліду Резерфорда можна зробити такі висновки:

1. Оскільки переважна більшість α -частинок проходить через атоми, не змінюючи свого напрямку, то атом

«прозорий» і частинки (ядра), на яких відбувається розсіювання, займають об'єм значно менший за об'єм атома.

2. Оскільки при розсіюванні спостерігаються кути відхилення α -частинок, близькі до 180° , то взаємодіють однойменно заряджені α -частинки і ядро атома, тобто ядро заряджене позитивно.

3. Після проходження α -частинками фольги в камері Вільсона спостерігаються треки однакової довжини і форми, які належать лише α -частинкам. Отже маса ядра, на якому відбувається розсіювання, значно більше від маси α -частинки і через це воно не отримує прискорення.

4. Розглянувши центральний удар α -частинки з ядром, який відповідає куту розсіювання $\Theta=180^\circ$, згідно закону збереження і перетворення енергії випливає, що в момент найбільшого зближення α -частинки з ядром атома її кінетична енергія повністю переходить в потенціальну енергію їх електричної взаємодії. Розрахунки показують, що найменша відстань між центрами ядра і α -частинки становить $R \sim 10^{-15} \text{ м}$, в той час як радіус атома $r \sim 10^{-13} \text{ м}$. Таким чином, розміри ядра значно менші від розмірів атома ($r \gg R$).

Е.Резерфорд розробив кількісну теорію розсіювання α -частинок. Нехай в точці 0 міститься розсіююче ядро, заряд якого $+2e$ (рисунок 80.2а). Оскільки атом електрично нейтральний, то позитивний заряд ядра компенсується сумарним зарядом $-Ze$ електронів. На основі вимірювань в досліді Резерфорда виникла гіпотеза, що ціле число Z є порядковим номером елементу в періодичній системі Д.І.Менделєєва. Маса ядра атома набагато більша від маси α -частинки, а сила взаємодії між ядром і α -частинкою описується законом Кулона. Класична механіка показує, що при цих умовах α -частинка повинна рухатись по гіперболі. Коли б α -частинка не взаємодіяла з ядром, то вона пролетіла б на віддалі p від ядра (рисунок 80.2а). Величина p називається параметром удару або прицільною віддаллю. На основі

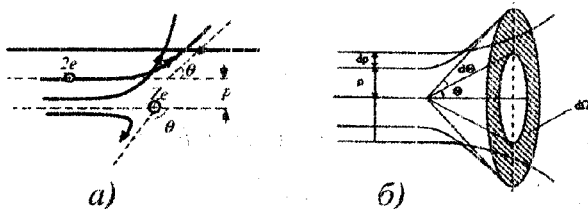


Рисунок 80.2 – Схема розсіяння α -частинки на ядрі

фундаментальних законів збереження моменту імпульсу і енергії

α -частинки можна отримати співвідношення:

$$p = K \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\Theta}{2}\right), \quad (80.1)$$

де Θ - кут відхилення α -частинки, a

$$K = \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 m v^2}, \quad (80.2)$$

де ϵ_0 – електрична стала, m – маса α -частинки, v – її швидкість.

Оскільки прицільна віддаль p для окремих α -частинок недоступна вимірюванню, то перевірити співвідношення (80.1) безпосередньо на досліді неможливо. Проте можлива експериментальна перевірка статистичних наслідків з нього. Припустимо, що α -частинки до розсіяння летять паралельним потоком. Для того, щоб відбулось розсіяння на кут, який лежить в межах від Θ до $\Theta + d\Theta$, α -частинка повинна пролетіти поблизу розсіючого центру по траєкторії, прицільний параметр якої міститься в межах від p до $p + dp$ (рисунок 80.2,а), причому, як видно з формули (80.1), прирости прицільної віддалі і кута розсіяння зв'язані співвідношенням:

$$dp = -\frac{K}{2 \sin^2\left(\frac{\Theta}{2}\right)} d\Theta, \quad (80.3)$$

в якому знак „-“ зумовлений тим, що із збільшенням p кут відхилення Θ зменшується. Далі його не враховуватимемо, беручи до уваги абсолютне значення p . Тілесний кут, в межах якого знаходяться напрями, що відповідають кутам розсіяння від Θ до $\Theta + d\Theta$, можна виразити так (рисунок 80.2,б):

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2} = 2\pi \sin \Theta d\Theta. \quad (80.4)$$

Якщо N – кількість частинок, що проходять у вихідному пучку через одиницю площі за одиницю часу, а dN – кількість частинок, що розсіяні в тілесному куті $d\Omega$, то

$$dN = 2\pi N dp. \quad (80.5)$$

Врахувавши (80.3), формулу (80.5) можна записати:

$$dN = 2\pi p N \frac{K}{2 \sin^2\left(\frac{\Theta}{2}\right)} d\Theta. \quad (80.6)$$

Використавши співвідношення (80.1), формулу (80.6) можна подати у виді:

$$dN = N \frac{K^2}{4 \sin^4\left(\frac{\Theta}{2}\right)} d\Omega. \quad (80.7)$$

Якщо вести поняття ефективного перерізу σ розсіювання, із (80.7) отримаємо:

$$d\sigma = \frac{dN}{N} = \frac{K^2}{4 \sin^4\left(\frac{\Theta}{2}\right)} d\Omega. \quad (80.8)$$

З урахуванням (80.2) формула (80.8) набуває вигляду:

$$d\sigma = \frac{dN}{N} = \left(\frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 m v^2} \right)^2 \frac{1}{4 \sin^4\left(\frac{\Theta}{2}\right)} d\Omega. \quad (80.9)$$

Це і є формула Резерфорда. Якщо змінюється тільки кут розсіювання Θ , при всіх інших незмінних умовах експерименту, то

$$dN \sin^4\left(\frac{\Theta}{2}\right) = A, \quad (80.10)$$

де $A = \text{const}$. Останню формулу (80.10) і потрібно перевірити в даній роботі. Прологарифмуємо співвідношення (80.10):

$$\ln(dN) + 4 \ln\left(\sin \frac{\Theta}{2}\right) = \ln A, \quad (80.11)$$

звідки

$$\ln(dN) = \ln A - 4 \ln\left(\sin \frac{\Theta}{2}\right). \quad (80.12)$$

На підставі результатів дослідів по розсіянню α -частинок тонкими фольгами Е.Резерфорд запропонував ядерну (планетарну) модель атома. Згідно з цією моделлю в ядрі

атома – малій, порівняно з об'ємом усього атома, області з лінійними розмірами $(10^{-15} \div 10^{-14})$ м зосереджений його позитивний заряд Ze і практично вся маса атома. Навколо ядра в області з лінійними розмірами $\sim 10^{-10}$ м по замкнутих орбітах рухаються електрони, маса яких становить дуже малу частку маси атома. Внаслідок того, що атом електрично нейтральний, позитивний заряд Ze ядра компенсується сумарним від'ємним зарядом електронів, тобто навколо ядра замкнутими орбітами обертається Z електронів. Уявити співвідношення розмірів ядра і атома можна, якщо порівняти ядро із кулькою діаметром 1 см, а атом – з сферою радіусом 100 м.

Незважаючи на те, що ядерна модель атома зазнала значних уточнень, вона зберігає своє значення і в теперішній час. Ядерна модель атома у поєднанні з квантовими закономірностями мікросвіту пояснює виникнення і структуру атомних спектрів, процеси збудження та йонізації атомів, властивості молекул, властивості твердих тіл та низку інших явищ.

Порядок виконання роботи

1. Отримати на екрані монітора результати досліду Резерфорда.
2. Обчислити величини $\sin(\Theta/2)$, $\ln(\sin(\Theta/2))$, $\ln(dN)$.
3. Результати вимірювань і обчислень занести в таблицю

№ п.п.	Θ	dN	$\sin \Theta/2$	$\ln(\sin \Theta/2)$	$\ln(dN)$

4. Побудувати графік залежності $\ln(dN) = f(-\ln(\sin \Theta/2))$.
5. Визначити сталу A із графіка залежності $\ln(dN) = f(-\ln(\sin \frac{\Theta}{2}))$.
6. Використовуючи співвідношення (80.10), визначити сталу A .
6. Проаналізувати отримані результати і зробити висновок.

Контрольні запитання

1. Які моделі атома існували до здійснення досліду Резерфорда по розсіянню α – частинок в тонких фольгах?
2. Яка конструкція лабораторного обладнання для досліду Резерфорда?

3. Що таке α – частинки і які їх фізичні характеристики?
4. Проаналізуйте дослід Резерфорда по розсіянню α – частинок.
5. Які особливості розсіяння α – частинок тонкими фольгами?
6. Які висновки впливають із аналізу результатів досліді Резерфорда?
7. Як перевірити правильність формули Резерфорда в даній роботі?
8. Як можна визначити значення сталої у формулі Резерфорда?
9. Описати ядерну (планетарну) модель будови атома.

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.3 – Київ: Техніка – 2001.
2. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Львів: Бескид Біт. -- 2002.

В-84 Дифракція електронів на одномірному кристалі

Мета: ознайомитись із особливостями дифракції електронів під час взаємодії пучка частинок із кристалічною ґраткою та навчитись визначати за допомогою отриманих експериментальних даних параметри кристалу і елементарних частинок.

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма "Дифракція електронів".

Теоретичні відомості

Для вивчення атомної будови кристалів використовують дифракцію та розсіяння рентгенівського випромінювання, електронів і нейтронів. Розвиток структурного аналізу почався від появи праці М. Лауе (1912 р.). Лауе показав, що коли пучок рентгенівського випромінювання проходить через кристал, то відбувається дифракція, причому розподіл дифракційних максимумів точно відповідає симетрії кристала. Це зумовлено тим, що звичайний тривимірний кристал з періодичною структурою представляє собою дифракційну решітку для рентгенівського випромінювання, оскільки його довжина хвиль порівнянна з міжатомною відстанню d в кристалах. Дифракційні максимуми виникають у тих напрямках, які задовольняють умову Вульфа - Бреґга

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad (84.1)$$

тобто лише для певних напрямів і міжплощинних відстаней.

Основні методи рентгеноструктурного аналізу кристалів залежно від умов реєстрації дифракційної картини поділяються на дві групи: 1) кут падіння променів на кристал постійний, змінюється довжина хвилі; 2) довжина хвилі постійна, а змінюється кут падіння. Для цих двох видів і фіксується дифракційна картина, що задовольняє умову Вульфа - Бреґга.

До першого методу належить метод Лауе. На кристал, орієнтований під певним кутом до рентгенівського випромінювання, падає пучок такого моноенергетичного йонізуючого випромінювання. Через неперервність спектра рентгенівського випромінювання лише ті хвилі, які задовольняють умову (84.1), дифрагують. В результаті на фотопластинці за кристалом утвориться дифракційна картина, симетричне розташування темних плям.

За положенням цих плям визначають форму і розмір елементарної комірки. Вимірюючи інтенсивності (кількісно) дифрагованих променів, можна визначити розташування атомів

в елементарній комірі. Чим різкіші і чіткіші плями спостерігаються на фотопластинці, тим структура кристалічної решітки ідеальніша. Якщо плями і розмиті і широкі, то це означає, що в кристалі існують певні порушення решітки, структурні дефекти та інші відхилення від ідеальності. Отже, метод Лауе досить просто дає інформацію про структурну досконалість або недосконалість кристалів.

Для другого методу можливі два випадки.

Метод обертання. Використовується моноенергетичне йонізуюче рентгєнівське випромінювання, а кристал повертається навколо осі кристалографічної зони перпендикулярно до падаючого пучка. Різні площини кристала послідовно займають положення, що відповідає умові дифракції.

Метод порошку (метод Дебая-Шеррера) полягає в тому, що полікристал або дрібний порошок з монокристалічних зерен освітлюється монохроматичним пучком. Із безлічі різнорідних мікрокристаликів завжди знайдуться такі, орієнтація яких задовольняє умову дифракції.

На основі експериментальних результатів за дифракційною картиною можна зробити висновок про геометрію решітки, а за інтенсивністю дифракції — про розподіл атомів у комірі. Інтенсивність дифракційних максимумів вимірюється за ступенем почорніння фотопластинки або за допомогою електронних методів. Можна її виміряти і за допомогою автоматичних дифрактометрів. За відносною інтенсивністю дифракційних максимумів визначається розподіл електронної густини, тобто ймовірність знаходження електронів в тій чи іншій точці решітки.

Зазначимо ще, що за інтенсивністю розсіяння рентгєнівського випромінювання в кристалі визначають швидкості поширення пружних хвиль, анізотропію і пружні модулі, спектр пружних коливань. Останнім часом методи рентгєноструктурного аналізу широко використовуються для дослідження структури реальних кристалів.

Для дослідження структури тонких плівок (на пропускання) і поверхневих шарів (на відбивання) використовується дифракція електронів. Можна досліджувати процес росту кристалів, структуру тонких плівок, вплив окислення на структуру поверхні і, нарешті, природу процесів полірування і мащення.

Енергію, яку повинен мати електрон, щоб дифракційні ефекти мали місце, знаходять із співвідношення де Бройля:

$$\lambda = h/mv, \quad (84.2)$$

де m і v — маса і швидкість частинки.

Для того щоб довжина хвилі була порядку атомних відстаней у кристалах, різниця потенціалів V має бути близько 150 В:

$$\lambda = 12,25/\sqrt{V} \quad (84.3)$$

Тут λ виражається в нанометрах, а V — у вольтах.

До установки для вивчення дифракції електронів входять: вакуумна камера, електронна пушка, держак зразка (плівок) і фотопластинка або флуоресціюючий екран для реєстрації картини дифракції.

Для дослідження структури кристалів використовується також дифракція нейтронів. Нейтрони розсіюються в основному ядрами і незначно електронами, за винятком тих випадків, коли електрони неспарені і створюють навколо атомів магнітне поле, оскільки нейтрон має магнітний момент і розсіюється магнітним полем неспарених електронів. Це дає змогу визначити ймовірність розподілу неспарених електронів у кристалах, а також напрям магнітних дипольних моментів відносно осей кристала.

Завдяки наявності у нейтронів магнітного моменту вони взаємодіють з “магнітними” електронами твердого тіла; тому використання нейтронів має велику цінність для структурного аналізу магнітних кристалів. В немагнітних матеріалах нейтрони взаємодіють з ядрами атомів, що утворюють ґратку.

Метод дифракції нейтронів виявився дуже корисним для визначення локалізації окремих атомів (наприклад, атомів водню) у молекулах і є більш точним, ніж рентгенівський метод.

Таким чином, дифракційні методи - це сьогодні основні експериментальні методи дослідження структури твердих тіл.

Сучасна фізика трактує всі матеріальні об’єкти як такі, що володіють подвійною природою, адже вони проявляють як хвильові, так і корпускулярні властивості.

Найбільш яскраво хвильові властивості проявляються у мікрооб’єктів (елементарних частинок). Адже внаслідок малої маси m довжина хвилі де Бройля для них виявляється близькою з міжатомними відстанями в кристалах. А це означає, що кристали стають для цих об’єктів потенційними дифракційними ґратками. Тобто під час взаємодії з кристалічною ґраткою спрямованого на неї пучка елементарних частинок будуть спостерігатись дифракційні явища.

Якщо пучок таких електронів спрямувати на кристал, то вони будуть розсіюватись за законами дифракції. Але для цього електрони повинні володіти енергією біля 100 еВ (пройти різницю потенціалів ≈ 100 В і досягнути швидкості $\approx 10^7$ м/с), щоб довжина хвилі де Бройля дорівнювала $\approx 10^{-10}$ м. Адже такого порядку є міжатомні відстані в кристалах. Зафіксована на фотопластинці дифракційна картина називається

електронограмою. Вона містить інформацію про будову, дефекти та інші особливості тривимірної кристалічної ґратки.

Оскільки електрони є зарядженими частинками, вони сильно взаємодіють з речовиною. Тобто глибина їх проникнення в кристал порівняно невелика. Тому структурне дослідження методом дифракції електронів найбільш суттєве (ефективне) для дослідження плівок, поверхонь, дуже тонких кристалів та газів.

Моделлю розсіяння електронів на кристалах може бути мислимий експеримент із дифракції електронів на одновірній ґратці. З хвильової точки зору цей експеримент повністю еквівалентний оптичному досліді з традиційною дифракційною ґраткою. Положення головних дифракційних максимумів в цьому випадку буде визначатись формулою ґратки

$$d \cdot \sin \theta_n = n \cdot \lambda, \quad (84.4)$$

де d – період ґратки,

n – порядок дифракційного максимуму,

λ – довжина хвилі де Бройля (84.2),

θ_n – кут дифракції.

Для малих кутів дифракції, згідно умови малості кута, отримуємо

$$\sin \theta_g \approx \operatorname{tg} \theta_g \approx \theta_g = \frac{n \cdot \lambda}{d}. \quad (84.5)$$

Якщо на деякій відстані L від ґратки помістити фотопластину, то на ній буде зафіксована дифракційна картина у вигляді вузьких дифракційних смуг, положення яких x_n визначається формулою

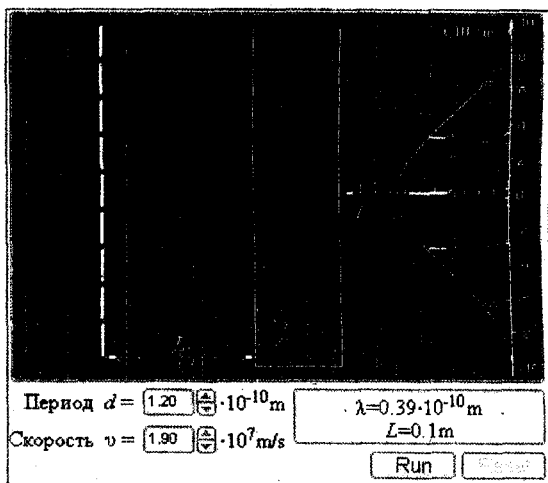
$$x_n = L \cdot \operatorname{tg} \theta_n. \quad (84.6)$$

Підставляючи (84.5) у (84.6), отримаємо формулу для визначення періоду кристалічної ґратки

$$d = \frac{n \cdot \lambda \cdot L}{x_n}. \quad (84.7)$$

В квантовій фізиці розподіл інтенсивності в дифракційній картині інтерпретується як розподіл ймовірності попадання електрона в різні точки екрану. Кожний електрон взаємодіє з кристалічною ґраткою як хвиля (тобто зі всією ґраткою в цілому), але на екрані він локалізується в певній точці. Таким чином дифракційна картина на екрані виникає як результат ймовірного процесу.

Інтерфейс програми „Дифракція електронів”



Довжина хвилі де Бройля для електронів, прискорених різницею потенціалів U , визначається за формулою

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}, \quad (84.8)$$

де $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ – маса електрона, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – його заряд, U – прискорююча різниця потенціалів, $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ – стала Планка.

В комп'ютерній моделі, як видно із рисунок 84.1, можна змінювати період ґратки d і швидкість v (за рахунок зміни прискорюючої різниці потенціалів U), яка визначає довжину хвилі де Бройля для електронів. В правій частині екрану виникає усереднений за тривалий час розподіл кількості електронів, що попадають на екран в різні точки фотопластини (див. рисунок 84.1). Цей розподіл співпадає з кривою розподілу інтенсивності світла під час дифракції на одномірній ґратці.

В центрі екрану моделюється ймовірнісний процес попадання окремих електронів на фотопластинку. Зверніть увагу, що в результаті тривалого спостереження на фотопластинці спостерігаються не тільки головні максимуми, але також і слабкі побічні максимуми дифракційної картини.

Послідовність виконання роботи

Завдання 1. Ознайомлення із можливостями моделі

1. Змінюючи за допомогою “мишки” значення періоду кристалічної ґратки, спостерігати за зміною форми кривої розподілу кількості електронів, за положенням дифракційних максимумів та їх інтенсивністю.

2. Змінюючи за допомогою “мишки” значення швидкості електронів, що відповідає зміні значення прискорюючої напруги, проаналізувати зміну форми кривої розподілу кількості електронів, зміну положення дифракційних максимумів та їх інтенсивності.

3. За допомогою дебройлівської довжини хвилі, взятої з інтерфейсу, та формули (84.8) визначити гіпотетичне значення прискорюючої різниці потенціалів для електронного пучка.

Завдання 2. Визначення періоду кристалічної ґратки

1. Встановити на інтерфейсі значення періоду кристалічної ґратки та швидкості електронів згідно Вашого варіанту із наведеної таблиці варіантів.

2. Виміряти (в наведених на екрані одиницях) відстані x_n для кількох (3-5) дифракційних максимумів.

3. За допомогою формули (84.8) визначити значення

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$d, 10^{-10}$ м	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.45
$v, 10^7$ м/с	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5

періодів ґратки та знайти їх середнє значення.

4. Змінити значення швидкості (в два рази) і повторити п.п.1,2,3.

5. Порівняти отримані значення періоду із наведеними на екрані.

Завдання 3. Визначення маси електрона

1. Для визначеного значення періоду кристалічної ґратки дослідити залежність $x_n(v)$ для фіксованого значення n . Для цього на інтерфейсі встановити відповідне значення періоду кристалічної ґратки і, змінюючи значення швидкості електронів, провести виміри положення першого дифракційного максимуму. Дані занести в таблицю.

2. Користуючись отриманими даними, побудувати графік залежності $x_n(v)$ в координатах $x_n(1/v)$. Тоді ця залежність матиме вигляд:

$$x_n = \frac{n \cdot L \cdot h}{d \cdot m} \cdot \frac{1}{v} = k \cdot \frac{1}{v}, \quad (84.9)$$

3. Із графіка знайти коефіцієнт нахилу залежності $x_n(1/v)$:

$$k = \frac{\Delta x_n}{\Delta \left(\frac{1}{v} \right)}. \quad (84.10)$$

4. Користуючись отриманим експериментально значенням k та формулою (84.9), визначити масу електронів за допомогою формули:

$$m = \frac{n \cdot L \cdot h}{d \cdot k}. \quad (84.11)$$

5. Знайти похибки і порівняти отримане значення маси електрона із табличним.

Контрольні запитання:

1. Які види випромінювання використовуються для дослідження кристалічної структури?
2. Сформулюйте закон Брегга.
3. В чому суть методу Лауе?
4. Охарактеризуйте метод обертання кристалу.
5. Опишіть суть методу порошку.
6. Коли для структурних досліджень методом дифракції застосовують електрони, а коли нейтрони?

Література

1. Курик М.В., Цмось В.М. Фізика твердого тіла. Навч. посібник – К.: Вища школа, 1985, – 246 с. (Розділ 10).
2. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. – М.: Наука, 1978. – 791 с. (Глави 2,3).
3. Лучицький Р.М., Галушак М.О. Фізика твердого тіла. Навч. пос. – Івано-Франківськ: Факел, 2008, – 250с.

Додаткова література

4. Болеста І.М. Фізика твердого тіла. Навч. пос. – Львів: Видавн. центр ЛНУ імені Івана Франка. 2003. – 480с.
5. Бушманов Б.Н., Хромов Ю.А. Фізика твердого тела: Уч. Пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1971. – 224 с.
6. Блейкмор Дж. Физика твердого тела / Пер. с англ. Под ред. Д.Т. Андрианова. – М.: Мир, 1988. – 603 с.
7. Елифанов Г.И. Физика твердого тела: Уч. Пособие. – Высшая школа, 1977. – 288 с.

В-85 Моделювання на ЕОМ проходження нейтронів через речовину

Мета: визначити ймовірність проходження, поглинання і відбивання нейтрона, що проходить через пластинку, моделюванням процесу за методом Монте-Карло.

Прилади і матеріали: програма комп'ютерної лабораторної роботи "Проходження нейтронів через пластинку".

Теоретичні відомості

Дж. Чедвік у 1932р. здійснив опромінення ізоотопів ^9Be α - частинками. В результаті цієї ядерної реакції утворюються частинки з масою $1,674926 \cdot 10^{-27}$ кг, яка близька до маси протона. Ці частинки назвали **нейтронами**. У вільному стані нейтрон нестабільний – середній час існування становить 12,5 хв. Подібність нейтрона за цілим рядом ознак до протона дає підставу вважати, що вони є двома квантовими станами (ізоспіновим дублетом) однієї частинки, яка називається нуклоном і є складовою частиною атомного ядра. Оскільки нейтрони, на відміну від позитивно заряджених протонів, є електронейтральними, то при бомбардуванні ними атомних ядер не існує потенціального бар'єру. Тому після відкриття нейтронів їх почали широко використовувати для проведення ядерних реакцій. Такі ядерні реакції з участю нейтронів мають велике практичне застосування. Ряд наймасивніших ядер ($^{233}_{92}\text{U}$, $^{235}_{92}\text{U}$, $^{239}_{94}\text{Pu}$) стають нестабільними при захопленні ними нейтронів і зазнають поділу з виділенням великої кількості енергії. Такі ядерні реакції лежать в основі роботи ядерних реакторів на повільних нейтронах, які функціонують на АЕС.

При захопленні ядром нейтрона з утворенням збудженого проміжного ядра швидкість вторинного нейтрона, який вилетів, значно менша, ніж швидкість захопленого первинного нейтрона. Оскільки первинні і вторинні нейтрони не можна розрізнати, таке явище сприймається як дещо вповільнене розсіяння нейтрона з втратою частини його енергії. Такий процес має назву **непружного (резонансного) розсіяння частинок**.

У деяких випадках розпад проміжного збудженого ядра з випусканням ним вторинного нейтрона може затриматись настільки, що починає переважати конкуруючий процес – розпад ядер з випромінюванням γ -квантів під дією більш слабких електромагнітних сил. Після випускання γ -кванта збуджене ядро переходить в основний енергетичний стан. Такий процес взаємодії нейтрона з ядром називають **радіаційним захопленням**, який використовуються як для керування роботою реакторів за допомогою кадмієвих регульовальних стрижнів, так і для отримання в реакторах різних радіоактивних ізотопів.

Із збільшенням енергії нейтронів збільшується спочатку ймовірність непружного розсіяння (n,n) , а при енергіях в кілька МеВ мають місце реакції (n,p) , (n,α) . Такі реакції, як і реакції радіаційного захоплення, обумовлюють утворення β -активних ядер. На відміну від приведених ядер, які зазнають поділу під дією повільних нейтронів, ядра ${}_{92}^{238}\text{U}$, ${}_{90}^{232}\text{Th}$ зазнають поділу тільки під дією швидких нейтронів, енергія яких досягає кілька МеВ. На таких реакціях ґрунтується робота реакторів на швидких нейтронах. При енергії нейтронів $(10\div 20)$ МеВ можливі реакції $(n,2n)$, а при енергіях $(20\div 40)$ МеВ – і реакції $(n,3n)$. У випадку захоплення ядрами азоту нейтронів, які є в космічному випромінюванні, в атмосфері відбувається утворення радіоактивних ізотопів вуглецю ${}^{14}\text{C}$. Нейтронні потоки широко застосовуються при каротажу нафтових свердловин, оскільки використовується залежність прониклої здатності нейтронів від роду матеріалів земної породи.

Слід мати на увазі, що при взаємодії нейтронів з речовиною завжди виконуються фундаментальні закони природи – збереження енергії та імпульсу.

Задачу про проходження нейтронів через пластинку можна розв'язати, використовуючи метод Монте-Карло - чисельний метод розв'язування математичних задач за допомогою моделювання випадкових величин. Сама назва методу походить від назви міста Монте-Карло, відомого своїми гральними закладами, бо саме рулетка є найпростішим пристроєм для одержання випадкових величин.

Щоб зрозуміти ідею методу Монте-Карло, достатньо розглянути приклад. Треба визначити площу довільної плоскої фігури, що розміщена всередині квадрата зі стороною рівною 1. Якщо вибрати всередині квадрата N випадково розміщених точок і підрахувати число точок N' , які попали всередину описаної фігури, то площа фігури S буде рівна N'/N . Точність такого результату буде тим більша, чим більше число точок N буде взято.

Методом Монте-Карло можна моделювати будь-який процес, на хід якого впливають випадкові факти. В деяких випадках зручно відмовитись від аналізу дійсного випадкового процесу і замість цього використати його модель. Саме так ми і зробимо, розглядаючи задачу про проходження потоку нейтронів через однорідну пластинку. Фізичні закони взаємодії окремої елементарної частинки з речовиною відомі. Треба знайти макроскопічні характеристики процесів, в яких бере участь велика кількість таких частинок.

Нехай на нескінченну пластинку товщиною h падав нормально до неї потік нейтронів з енергією E_0 . Внаслідок зіткнення з ядрами атомів речовини, з якої складається пластинка, нейтрони можуть пружно розсіюватись чи поглинатись. Насправді взаємодія нейтронів із ядрами може приводити до різних результатів - пружного розсіювання, не пружного розсіювання, захоплення нейтрона ядром і поділ ядра на осколки. Однак для простоти ми будемо вважати, що відбуваються два - перший і третій із вказаних процесів і, більш того, припустимо, що енергія нейтрона при розсіюванні на ядрі не змінюється і будь-який напрямок поширення нейтрона від атома однаково ймовірний. Наше завдання - обчислити ймовірність проходження нейтрона скрізь пластинку PP , ймовірність поглинання нейтрона в пластинці PS і ймовірність його відбиття пластинкою PO .

Дамо означення випадкової величини і ймовірності. Нехай ми проводимо послідовно q вимірювань над системою, причому щоразу вимірюємо одну і ту фізичну величину A . Позначимо через $n(a_i)$ кількість вимірювань, для яких вимірювана величина A має значення a_i . Тоді ймовірність $P(a_i)$

знаходження системи в стані, коли величина A має значення a_i , дорівнює:

$$P(a_i) = \frac{n(a_i)}{q}. \quad (85.9)$$

Звідси видно, що

$$P(a_i) > 0, \sum_i P(a_i) = 1. \quad (85.10)$$

Рівність (85.10) показує, що сумарна ймовірність того, що вимірювана величина має будь-яке із своїх можливих значень, дорівнює 1.

Термін **випадкова величина** використовують тоді, коли хочуть підкреслити, що невідомо яким виявиться конкретне значення цієї фізичної величини при одноразовому вимірюванні. Однак нам може бути відомо, які значення вона може приймати і які ймовірності їх реалізації. Тому, щоб задати випадкову величину треба вказати, які значення вона може приймати і які їх ймовірності.

Наведені поняття ймовірності і випадкової величини дають змогу означити середнє значення або математичне сподівання будь-якої фізичної величини A :

$$\langle A \rangle = \sum_i a_i P(a_i) = \sum_i \frac{a_i n(a_i)}{q}. \quad (85.11)$$

Це стосується випадкової величини, що приймає дискретні значення. Для неперервної випадкової величини, яка задається інтервалом можливих значень і густиною ймовірності $p(x)$, що має бути більша за 0, формули (85.10) і (85.11) мають вигляд:

$$\int_a^b p(x) dx = 1, \quad (85.12)$$

$$\langle X \rangle = \int_a^b x \cdot p(x) dx. \quad (85.13)$$

Легко встановити зміст густини ймовірності $p(x)$. Очевидно, що

$$P(a' \leq x \leq b') = \int_{a'}^{b'} p(x) dx$$

рівна ймовірності того, що величина x має значення з інтервалу (a', b') .

В нашій задачі взаємодія нейтронів із речовиною характеризується двома сталими σ_c і σ_s , які називаються перерізом поглинання і перерізом розсіяння. Сума $\sigma = \sigma_c + \sigma_s$ називається повним перерізом. Фізичний зміст перерізів такий:

внаслідок зіткнення нейтрона із атомом речовини ймовірність поглинання дорівнює $\frac{\sigma_c}{\sigma}$, а ймовірність розсіяння дорівнює $\frac{\sigma_s}{\sigma}$.

Між двома послідовними зіткненнями з ядрами атомів речовини пластинки нейтрон проходить деякий шлях, який називається довжиною вільного пробігу і позначається λ . Довжина вільного пробігу - це випадкова величина, яка може приймати будь-яке додатне значення. Густина ймовірності для λ задається формулою:

$$p(x) = \sigma \cdot e^{(-\sigma x)}.$$

Умова нормування (85.12) виконується, бо

$$\sigma \int_0^{\infty} \exp(-\sigma x) dx = 1. \quad (85.14)$$

З формули (85.14) можна знайти вираз для середнього значення:

$$\begin{aligned} \langle \lambda \rangle &= \int_0^{\infty} x p(x) dx = \sigma \int_0^{\infty} x \exp(-\sigma x) dx = \left[-x \exp(-\sigma x) \right]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \exp(-\sigma x) dx = \\ &= \left[-\frac{\exp(-\sigma x)}{\sigma} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\sigma}. \end{aligned} \quad (85.15)$$

Тепер слід вибрати певний спосіб моделювання випадкової величини λ . В методі Монте-Карло значення будь-якої випадкової величини можна отримати шляхом перетворень значення будь-якої іншої (стандартної) випадкової величини. Такою стандартною величиною може бути випадкова величина γ , рівномірно розподілена в інтервалі $(0,1)$. Процес знаходження значення якоїсь випадкової величини x шляхом перетворень одного чи декількох значень γ називається розігруванням випадкової величини x , розподіленої в (a,b) з густиною $p(x)$. Тоді можна виходити із рівняння

$$\int_a^{\xi} p(x) dx = \gamma \quad \text{або} \quad \int_a^{\xi} p(x) dx = \gamma. \quad (85.16)$$

Вибравши значення λ , слід розв'язати рівняння (85.16) і знайти чергове значення ξ величини x . Для даного випадку згідно (85.14), враховуючи, що $p(x) = \sigma \cdot e^{(-\sigma x)}$, маємо

$$\sigma \int_a^{\xi} \exp(-\sigma x) dx = \left[-\exp(-\sigma x) \right]_a^{\xi} = \exp(-\sigma a) - \exp(-\sigma \xi),$$

а друге рівняння (85.16) дає формулу для розігрування

$$\lambda = -\frac{\ln \gamma}{\sigma} \quad (85.17)$$

Тепер залишається вибрати випадковий напрям руху нейтрона після розсіювання. Оскільки в моделі, що розглядається, є симетрія відносно осі x , то цей напрям повністю визначається одним кутом φ між напрямом швидкості нейтрона і віссю x .

Вимога однакової ймовірності будь-якого напрямку в цьому випадку рівносильна вимозі, щоб величина $\xi = \cos(\varphi)$ була рівномірно розподілена в інтервалі $(-1, 1)$, оскільки $0 < \varphi < \pi$. Іншими словами $p(x) = C$. З виразу (85.12) знаходимо $C = 1/(b-a)$, і тоді перше із рівнянь (85.16) набуває вигляду:

$$\int_a^x \frac{dx}{b-a} = \gamma \rightarrow \frac{x-a}{b-a} = \gamma \Rightarrow x = a + \gamma(b-a) \quad (85.18)$$

Оскільки $a = -1$, $b = 1$, то формула набуде вигляду: $\xi = 2\gamma - 1$.

Складемо схему розрахунку ймовірностей PP, PS, PO шляхом моделювання дійсних траєкторій.

Припустимо, що нейтрон зазнав k розсіювання всередині пластинки в точці з абсцисою x_k і після цього рухається в напрямі ξ_k . Визначимо довжину вільного пробігу нейтрона, вибравши значення γ_1 :

$$\lambda_k = -\frac{\ln \gamma_1}{\sigma}$$

і обчислимо абсцису наступного зіткнення нейтрона з ядром

$$x_{k+1} = x_k + \lambda_k \xi_k, \quad (\xi_k = \cos(\varphi_k)) \quad (85.19)$$

Якщо виявиться, що $x_i > h$, то нейтрон покинув пластинку, рахунок траєкторій нейтрона закінчується і додається одиниця до лічильника частинок, які пройшли через пластинку. В іншому випадку перевіряємо умову виходу нейтрона із пластинки назад: $x_{k+1} < 0$. Якщо ця умова виконується, то рахунок траєкторій закінчується і додається 1 до лічильника частинок, що відбилися. Якщо і ця умова не виконується, тобто $0 < x_{k+1} < b$, то нейтрон зазнає ще одного, $k+1$ зіткнення всередині пластинки і слід визначити "долю" нейтрона при цьому $(k+1)$ зіткненні.

Вибираємо чергове значення γ_2 і перевіряємо умову

поглинання

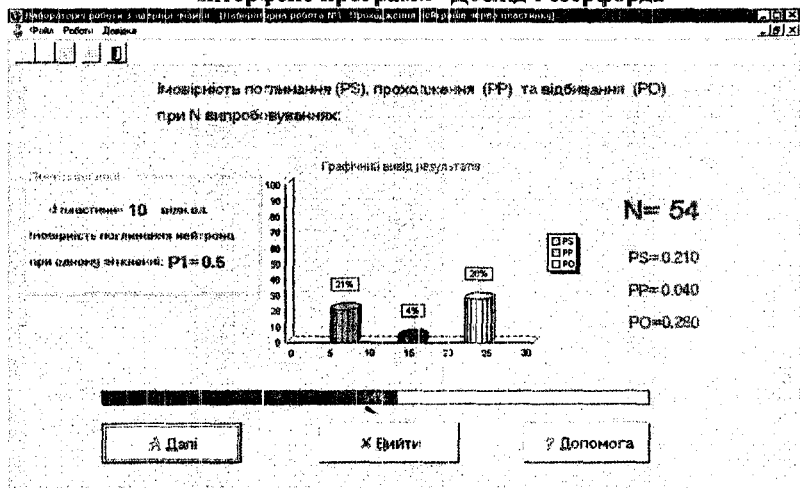
$$\gamma_2 < \frac{\sigma_c}{\sigma} \quad (85.20)$$

Якщо ця нерівність виконана, то підрахунок траєкторій закінчується і до лічильника поглинутих частинок додається 1. В іншому випадку приймаємо, що нейтрон розсіявся в точці з абсцисою x_{k+1} . Виберемо новий напрямок швидкості нейтрона. У відповідності з (85.18) маємо: $\xi_{k+1} = 2\gamma_3 - 1$ і повторюємо весь цикл заново, але вже з іншими значеннями γ . Для розрахунку одної ланки траєкторій потрібно три значення γ . При роботі на ЕОМ використовуються стандартні програми для генерації випадкових чисел.

Кожна траєкторія нейтрона характеризується початковими значеннями $X_0=0$ і $\xi_0=1$. Після того, як будуть підраховані N траєкторій, виявиться, що N_p нейтронів пройшли крізь пластинку, N_s нейтронів були поглинуті, N_0 – нейтронів – відбиті. Шукані ймовірності обчислюються за формулами:

$$P_p = \frac{N_p}{N}, \quad P_o = \frac{N_o}{N}, \quad P_s = \frac{N_s}{N}. \quad (85.21)$$

Інтерфейс програми "Дослід Резерфорда"



Послідовність виконання роботи

1. Введіть ймовірність поглинання нейтрона при одному зіткненні з атомом.
2. Введіть кількість вимірювань.
3. Введіть товщину пластинки.
4. Отримайте на екрані монітора процентний склад РР нейтронів, які пройшли крізь пластинку; PS поглинутих нейтронів; РО відбитих нейтронів.
5. П.4. проробіть при різних товщинах пластинки.
6. Побудуйте графік залежності від товщини пластинки процентних складів РР, PS; РО нейтронів, які пройшли через пластинку, поглинулись пластинкою і відбилися від пластинки відповідно.
7. Користуючись побудованим графіком, визначте товщину шару половинного поглинання та значення товщини пластинки, при якій відбивання буде максимальним.
8. Зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Що являє собою нейтрон і які його основні характеристики?
2. Які складові частини атомного ядра і які їх подібні властивості?
3. Яка характерна особливість нейтронів обумовлює їх використання в ядерних реакціях?
4. Де і чому використовуються повільні і швидкі нейтрони?
5. Як відбувається процес резонансного розсіювання нейтронів?
6. Що таке радіаційне захоплення нейтронів і де воно використовується?
7. Як впливають нейтрони на склад земної атмосфери?
8. Що таке нейтронний каротаж нафтогазових свердловин?
9. Які процеси відбуваються при проходженні нейтронів через речовину?

Література

1. Кондратьев А.С., Лаптев В.В. Физика й комп'ютер, Ленинград, Ленинградский университет, 1989.

2. Зберг К., Здерер Х. Комп'ютер. Применение в химии, М., Мир, 1988.
3. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.: 3. – К.: “Техніка”, 2001.
4. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 2. – К.: “Либідь”, 2001.

В-86 Дослідження комптонівського розсіяння рентгенівського випромінювання в твердому тілі

Мета: ознайомитись із особливостями розсіяння рентгенівського випромінювання під час взаємодії пучка фотонів з вільними електронами в кристалах та навчитись визначати за допомогою отриманих експериментальних даних фізичні сталі та характеристики елементарних частинок.

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма "Ефект Комптона".

Теоретичні відомості

Уже в ранніх експериментах з дослідження взаємодії рентгенівського випромінювання із речовиною було встановлено, що в складі вторинного випромінювання внаслідок його розсіяння є рентгенівські промені з меншою проникною здатністю. Виникла гіпотеза, що це флуоресцентне випромінювання, яке характерне для розсіювального елементу і є властивістю більш важких елементів. Однак наступні експерименти показали, що і для більш легких елементів це явище теж має місце.

Експериментальним чином було встановлено, що вторинні рентгенівські промені, що виникають в процесі розсіяння, володіють такими властивостями:

- ♦ в спектрі розсіяного випромінювання присутні дві довжини хвилі: первинна λ_0 і додаткова λ , які досить близькі за значенням (рисунк 86.1);

- ♦ довжина хвилі λ завжди більша, ніж λ_0 ;

- ♦ значення λ залежить від кута розсіяння θ і не залежить від роду речовини.

Ґрунтуючись на математичних розрахунках Дж Дженсі, А.Х.Комптон в 1923 році висловив сміливу на той час ідею, що *рентгенівські промені є потоком фотонів, які володіють певним імпульсом*, як і будь-які частинки, і що *акт розсіяння є пружним зіткненням між фотоном і електроном*.

Зміщення довжини хвилі рентгенівських променів під час їх пружного розсіяння на електронах має назву **явища Комптона**.

Комптонівське розсіяння пояснюється на основі уявлень про фотони, що мають енергію $E = h\nu = hc/\lambda$ та імпульс $p = h\nu/c = h/\lambda$, де $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, ν і λ – частота і довжина хвилі фотона, відповідно. Процес розсіяння можна трактувати як зіткнення фотонів з вільними електронами, які можна вважати нерухомими.

Розрахунок, що ґрунтується на основі законів збереження енергії та імпульсу, дозволяє знайти зміну довжини хвилі розсіяних фотонів за допомогою формули

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_o = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) = 2\lambda_K \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (86.1)$$

де λ_o – довжина хвилі падаючого випромінювання,

λ – довжина хвилі розсіяного випромінювання,

θ – кут розсіяння,

m – маса електрона,

c – швидкість світла.

Величина

$$\lambda_K = \frac{h}{m \cdot c} = 0.002426 \text{ нм} \quad (86.2)$$

називається постійною Комптона.

В спектрі розсіяного випромінювання поруч із зміщеною спектральною лінією з довжиною хвилі λ спостерігається і незміщена спектральна лінія з довжиною хвилі λ_o (рисунок 86.1). Наявність незміщеної лінії пояснюється тим, що частина фотонів розсіюється на електронах, сильно зв'язаних з атомами. Співвідношення інтенсивностей зміщеної і незміщеної ліній залежить від роду матеріалу, а значення довжини хвилі λ не залежить від роду матеріалу, а тільки від кута розсіяння θ :

$$\lambda(\theta) = \lambda_o + 2 \cdot \lambda_K \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (86.3)$$

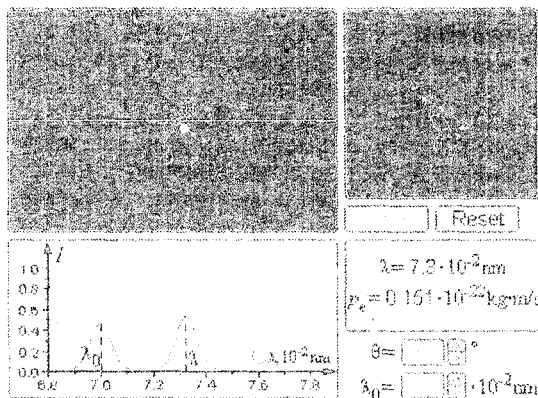


Рисунок 86.1 – Схема розсіяння фотона на вільному електроні

Явище Комптона є яскравим підтвердженням квантової теорії.

Справедливість рівняння (86.1) була в подальшому підтверджена низкою експериментів:

1. В 1923 році Комптон експериментально підтвердив справедливість (86.1);

2. Пізніше, також в 1923 році Боте і Вільсон спостерігали електрони віддачі;

3. В 1925 році Боте і Гейгер показали, що розсіяний фотон і електрон віддачі появляються одночасно;

4. В 1927 році Блес експериментально перевінив значення енергії віддачі електрона.

Під час проведення комп'ютерного експерименту можна змінювати довжину хвилі λ_0 падаючого випромінювання і кут θ розсіяння фотонів. На екран дисплея виводиться графік залежності інтенсивності I розсіяного випромінювання від довжини хвилі для фіксованого кута розсіяння. На дисплеї висвічується також значення довжини хвилі λ центра зміщеної лінії та імпульс віддачі електрона p_e (рисунок 86.1). В правому верхньому вікні будується діаграма імпульсів.

Хід роботи

Завдання 1. Ознайомлення із можливостями комп'ютерної моделі

1. Виставити максимальне, а потім мінімальне значення кута розсіяння θ і довжини хвилі λ_0 падаючого рентгенівського випромінювання.

Для даного значення λ_0 (визначеного із таблиці варіантів) виміряти значення λ для максимального і мінімального значення θ .

Таблиця 86.1 – Варіанти завдань

№ варіанту	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda_0 \cdot 10^{11}, \text{ м}$	3	4	5	6	7	8	9	10

3. За допомогою формули для імпульсу фотона $p_\phi = h/\lambda$ визначити максимальне і мінімальне значення імпульсу розсіяних фотонів.

Завдання 2. Визначення довжини хвилі падаючого рентгенівського випромінювання λ_0 за допомогою графіка залежності $\lambda(\theta)$.

1. Провести виміри λ від θ для фіксованого значення λ_0 . Дані занести в таблицю.

2. Побудувати графік залежності $\lambda(\theta)$ в координатах $\lambda(\sin^2 \theta/2)$.

$\lambda \cdot 10^{11},$								
м								
$\theta, ^\circ$								
$\sin^2 \theta/2$								

3. Із графіка визначити λ_0 і значення комптонівської постійної λ_K (із нахилу графіка залежності (86.3)) і порівняти їх із табличними значеннями.

Завдання 3. Визначення маси електрона.

Використовуючи отримане значення λ_K за допомогою формули

$$m = \frac{h}{\lambda_K \cdot c}$$

визначити масу електрона і порівняти її значення із табличним.

Контрольні запитання

1. Покажіть взаємозв'язок хвильових і корпускулярних характеристик фотонів.
2. Які електрони називаються вільними, а які зв'язаними?
3. Коли фотони проявляють в більшій мірі властивості корпускул, а коли хвиль?
4. В чім суть ефекту Комптона?
5. Які закони збереження виконуються під час розсіювання фотонів на електронах?
6. Чому довжина хвилі розсіяних фотонів більша, ніж падаючих?
7. Від чого залежить різниця довжини розсіяної і падаючої хвилі?

Література

1. Хмелюк К., Цициліано Д. Фізика атома і твердого тіла: Навч. посібник. – К.: Вища школа, 1974. – 231 с.
2. Болеста І.М. Фізика твердого тіла. Навч. пос. – Львів: Видавн. центр ЛНУ імені Івана Франка. 2003. – 480с.
3. Бушманов Б.Н., Хромов Ю.А. Фізика твердого тела: Уч. Пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1971. – 224 с.
4. Блейкмор Дж. Физика твердого тела / Пер. с англ. Под ред. Д.Т. Андрианова. – М.: Мир, 1988. – 608 с.
5. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. – М.: Наука, 1978. – 791 с.
6. Епифанов Г.И. Физика твердого тела: Уч. Пособие. – Высшая школа, 1977. – 288 с.
7. Курик М.В., Цмось В.М. Фізика твердого тіла. Навч.посібник – К.: Вища школа, 1985, – 246 с.
8. Давидов А.С. Теорія твердого тела (Учебное пособие для студентов вузов). – М.: Наука, 1976.
9. Лучицький Р.М., Галушак М.О. Фізика твердого тіла. Навч. пос.– Івано-Франківськ: Факел, 2008, – 250с.

В-87 Дослідження поведінки мікрочастинок в потенціальній ямі

Мета: ознайомитись із особливостями енергетичного спектру мікрочастинок, що перебувають в потенціальній ямі та навчитись визначати за допомогою отриманих експериментальних даних фізичні сталі та характеристики елементарних частинок.

Устаткування: комп'ютерна програма "Частинка в потенціальній ямі".

Теоретичні відомості

У квантовій фізиці частка, що рухається у вільному просторі, може мати будь-яку енергію. Її енергетичний спектр – суцільний. У частки, що рухається в силовому полі, що утримує її в обмеженій області простору, спектр власних значень енергії виявляється дискретним. Прикладом може служити фінітний (тобто обмежений) рух електрона в кулонівському полі ядра атома Гідрогену. Дискретність енергетичних рівнів часток, замкнених в обмеженій області простору, випливає з двоїстої природи часток і є принциповою відмінністю квантової фізики від класичної.

Простою фізичною моделлю фінітного руху може служити рух частки в одномірній «потенціальній ямі» з нескінченно високими стінками. Частка не може залишити область розміром L . Вона рухається в цій області, зазнаючи багаторазових відбивань від стінок. З хвильової точки зору між стінками в зустрічних напрямках рухаються дві хвилі де Бройля. Це нагадує картину двох зустрічних хвиль, що біжать по струні із закріпленими кінцями. Як і у випадку струни, стаціонарним станам відповідають стоячі хвилі, які утворюються за умови, що на довжині L укладається ціле число півхвиль:

$$L = n \cdot (\lambda / 2) \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (87.1)$$

Таким чином, стаціонарним станам частки, замкненої в потенціальній ямі, відповідає дискретний набір довжин хвиль. Оскільки в квантово-механічному випадку довжина хвилі λ однозначно зв'язана з імпульсом частки: $\lambda = h / p$, а імпульс частки p визначає енергію її руху: $E = p^2 / (2m)$ (нерелятивістське наближення), то квантованою (дискретною) виявляється й енергія частки. Квантово-механічний розрахунок приводить до наступного виразу:

$$E_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} = n^2 E_1. \quad (87.2)$$

Тут m – маса частки,

h – постійна Планка,

$E_I = h^2 / (8m^2)$ – енергія щонайнижчого стану.

Варто звернути увагу, що квантово-механічна частка на відміну від класичної не може спочивати на дні потенціальної ями, тобто мати енергію $E_I = 0$. Це суперечило б співвідношенню невизначеностей

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h. \quad (87.3)$$

Дійсно, у частинки, що знаходиться у стані спокою, імпульс строго дорівнює нулю, отже, $\Delta p_x = 0$. У той же час невизначеність координати частки $\Delta x \sim L$. Тому добуток $\Delta x \cdot \Delta p_x$ у частки, що лежить на дні потенціальної ями, повинен був би дорівнювати нулю.

Співвідношення невизначеностей дозволяє зробити оцінку мінімальної енергії E_I частки. Якщо прийняти, що в стані з мінімальною енергією $p_x \approx \Delta p_x$, то для мінімальної енергії E_I отримуємо вираз:

$$E_I = \frac{p_x^2}{2m} \approx \frac{\Delta p_x^2}{2m} \geq \frac{h^2}{2mL^2}. \quad (87.4)$$

Ця груба оцінка дає правильне за порядком величини значення E_I .

Стоячі хвилі де Бройля, що утворюються під час руху частки в потенціальній ямі, це і є хвильові чи псі-функції, за допомогою яких квантова механіка описує стаціонарні стани мікрооб'єктів. Квадрат модуля $|\psi|^2$ хвильової функції визначається як ймовірність перебування частки в різних точках простору.

У комп'ютерній моделі можна змінювати ширину L потенціальної ями, а також масу m замкненої в ній частки. У лівому вікні висвічуються графічні зображення хвильових функцій $\psi(x)$ чи квадратів їхніх модулів $|\psi|^2$ для декількох стаціонарних станів ($n = 1-5$). У правому вікні зображується енергетичний спектр частки, тобто спектр можливих значень її енергії. Зверніть увагу, що енергетичні рівні опускаються із збільшенням ширини L потенціальної ями і маси m замкненої в ній частки.

У комп'ютерній моделі маса частки виражається в масах протона $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг. Отже, моделюються стани порівняно важких часток (ядер важких атомів), що опинились в потенціальній ямі із шириною порядку розмірів атомів.

Хід роботи

Завдання 1. Ознайомлення із можливостями комп'ютерної моделі

1. Змінюючи ширину потенціальної ями x за незмінного значення маси частинки m , слідкувати за графічним зображенням хвильових функцій та квадратів їх модулів для різних стаціонарних станів. Прослідкувати за характером зміни енергетичного спектру частинки і зробити висновок про поведінку енергетичних рівнів при цьому.

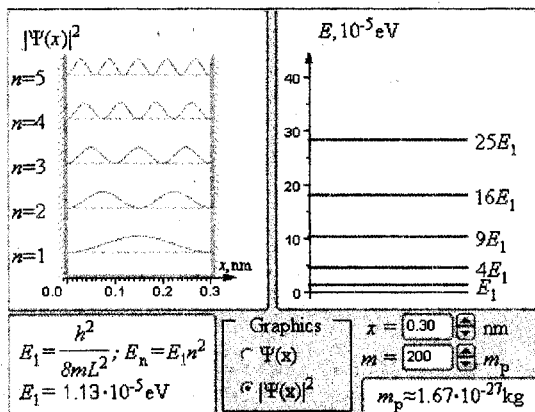


Рисунок 87.1 – Квантування енергії та ймовірність перебування мікрочастинки в певному місці потенціальної ями

2. Змінюючи значення маси частинки m за незмінного значення ширини потенціальної ями x , слідкувати за графічним зображенням хвильових функцій та квадратів їх модулів для різних стаціонарних станів. Прослідкувати за зміною енергетичного спектру частинки і зробити висновок про поведінку енергетичних рівнів при цьому.

Завдання 2. Визначення значення постійної Планка h

1. Згідно таблиці варіантів виставити у вікні інтерфейсу значення маси частинки.

Таблиця 87.1 – Варіанти завдань

№ варіанту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
маса, m_p	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
n_i і n_j	1-2	1-3	1-4	1-5	2-3	2-4	2-5	3-4	3-5	4-5	2-4

2. Змінюючи значення ширини потенціальної ями від мінімального до максимального значення, визначити із правого вікна (енергетичного спектру) значення енергії частинки для двох наведених в таблиці варіантів значень стаціонарних станів n_i і n_j .

3. Знайти для кожного значення x різницю енергій частинки для двох вказаних стаціонарних станів ΔE_{ji} .

Оскільки згідно (87.2)

$$\Delta E_{ji} = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot x^2} (n_j^2 - n_i^2) = k \cdot \frac{1}{x^2}, \quad (87.5)$$

то побудувати графік залежності ΔE_{ji} від $1/x^2$.

4. Визначити із графіка нахил k прямої залежності ΔE_{ji} ($1/x^2$)

$$k = \frac{\Delta(\Delta E_{ji})}{\Delta(1/x^2)}. \quad (87.6)$$

Враховуючи, що згідно (87.5)

$$k = \frac{h^2 (n_j^2 - n_i^2)}{8m},$$

визначити значення постійної Планка h за допомогою формули

$$h = \sqrt{\frac{8mk}{n_j^2 - n_i^2}}. \quad (87.7)$$

5. Визначити похибки знаходження значення h і порівняти отримане експериментальне значення із табличним.

Завдання 3. Визначення маси частинки

1. Використовуючи визначене в пункті 4 значення k , а також значення постійної Планка $h = 6.62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, обчислити значення маси досліджуваної частинки.

2. Поділивши отримане значення маси частинки на значення масового коефіцієнту із таблиці варіантів (або із вікна інтерфейсу), знайти масу протона і порівняти із табличним значенням.

Контрольні запитання

1. В чому полягає принципова відмінність у трактуванні властивостей мікрочастинок класичною і квантовою фізиками?

2. Що таке хвилі де Бройля?

3. Яка умова створення стоячих хвиль?

4. Який взаємозв'язок корпускулярних і хвильових характеристик мікрочастинок?

5. Сформулюйте співвідношення невизначеностей Гейзенберга.

6. З чим пов'язана невизначеність енергії згідно співвідношень невизначеностей Гейзенберга?

7. Що таке стаціонарний стан атома?
8. Яку інформацію несе квадрат модуля хвильової функції?

Література

1. Курик М.В., Цмось В.М. Фізика твердого тіла. Навч. посібник – К.: Вища школа, 1985, - 246 с. (Розділ 10).
2. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. – М.: Наука, 1978. – 791 с. (Главы 2,3).
3. Лучицький Р.М., Галушак М.О. Фізика твердого тіла. Навч. пос. – Івано-Франківськ: Факел, 2008, – 250с.

Додаткова література

4. Болеста І.М. Фізика твердого тіла. Навч. пос. – Львів: Видавн. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. – 480с.
5. Бушманов Б.Н., Хромов Ю.А. Фізика твердого тела: Уч. Пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1971. – 224 с.
6. Блейкмор Дж. Физика твердого тела / Пер. с англ. Под ред. Д.Т. Андрианова. – М.: Мир, 1988. – 608 с.
7. Епифанов Г.И. Физика твердого тела: Уч. Пособие. – Высшая школа, 1977. – 288 с.

В-88 Квантування електронних орбіт і виникнення хімічного зв'язку в твердих тілах

Мета: ознайомитись із: 1) особливостями виникнення хімічного зв'язку в твердих тілах; 2) квантуванням значень основних характеристик електронів (енергії, дебройлівської довжини хвилі, відстані від ядра, моменту імпульсу, частоти та ін.), коли атом перебуває в різних стаціонарних станах.

Устаткування: комп'ютерна програма "Квантування електронних орбіт".

Теоретичні відомості

Відмінність між різними типами твердих тіл зумовлена відмінністю в характері розподілу електронів і ядер в атомах і молекулах і, особливо, в характері розподілу найбільш віддалених від ядра (валентних) електронів та йонних остовів атомів.

Для вивчення того чи іншого кристалу необхідно вияснити, перш за все, просторове розташування ядер та електронів. *Що ж утримує разом атоми в кристалах? Зв'язок між атомами майже повністю забезпечується силами електростатичного притягання між негативно зарядженими електронами і позитивно зарядженими ядрами.*[1]

Для того щоб за допомогою сил електростатичного притягання між валентними електронами і йонними остовами утворити із атомів тверде тіло, необхідно виконати наступні чотири умови, які не завше можна сумістити одна з одною:

- ♦ позитивно заряджені йонні остови повинні перебувати на такій відстані одне від одного, щоб при цьому було до мінімуму зведено електростатичне (кулонівське) відштовхування між ними.

- ♦ валентні електрони також повинні знаходитись на певних відстанях один від одного, які відповідають попередній вимозі.

- ♦ в той же час валентні електрони повинні перебувати настільки близько від позитивних йонів, щоб електростатичне притягання між ними було максимальним.

- ♦ виконання цих трьох умов приведе до зменшення потенціальної енергії системи, однак воно повинно відбуватись таким чином, щоб кінетична енергія системи тільки незначно збільшилась.

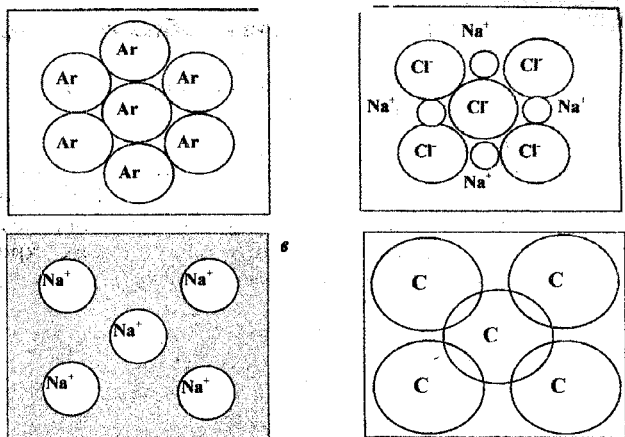


Рисунок 88.1 – Основні типи зв'язків в кристалах

Існування стабільних зв'язків між атомами в кристалах передбачає, що повна енергія кристала – кінетична плюс потенціальна – повинна бути меншою за повну енергію такої ж кількості вільних атомів. Різниця цих двох значень енергій називається *енергією хімічного зв'язку* або просто *енергією зв'язку*.

На рисунку 88.1 схематично показані основні типи зв'язків в кристалах.

Реалізація **ван-дер-ваальсівського** зв'язку продемонстровано на прикладі кристалічного аргону. Нейтральні атоми аргону (рисунок 88.1,а) утворюють кристал за рахунок слабких сил Ван-дер-Ваальса, які діють між ними і виникають в результаті флуктуацій в розподілі заряду атома.

Йонний зв'язок реалізується за рахунок сил електростатичного притягання між додатними йонами лужного металу Na^+ і негативними йонами галогену Cl^- (рисунок 88.1,б). Тобто атоми Натрію віддають свої валентні електрони атомам Хлору.

Металічний зв'язок продемонстровано на прикладі натрію (рисунок 88.1,в). Валентні електрони атомів лужного металу натрію покидають свої атоми і утворюють "електронну рідину", в яку занурені позитивні йони.

Ковалентний зв'язок утворюється, коли нейтральні атоми (наприклад Карбону – рисунок 88.1,г) за рахунок

перекриття (успільнення) їх електронних оболонок утворюють кристал (алмаз).

Експериментальні дослідження значення енергії зв'язку атома в кристалах свідчать, що вона складає від одного і менше відсотка від енергії йонізації електрона атома. Таким чином цієї енергії недостатньо для того, щоб сильно спотворити (збурити, деформувати) електронні оболонки атома. Тобто можна вважати, що розподіл електронів у вільних атомах незначно відрізняється від розподілу електронів в атомах кристалу (принаймні у тих, де реалізується ван-дер-ваальсівський зв'язок).

В даній роботі робиться акцент на те, щоб зрозуміти і побачити на моделі найпростішого атома, які основні властивості електронів, особливо валентних, як відбувається квантування їх основних характеристик. Для цього детально розглянемо будову найпростішого із атомів – Гідрогену. Подивимося, як електрон веде себе, коли атом перебуває в різних стаціонарних станах.

Пригадаємо, що серія дослідів Резерфорда та його учнів на початку минулого століття дали змогу Резерфорду накреслити ядерну модель атома: в центрі атома міститься позитивно заряджене ядро, розміри якого приблизно 10^{-15} м; навколо ядра замкнутими орбітами в просторі, обмеженому об'ємом сфери радіусом 10^{-10} м обертаються електрони, причому кількість їх дорівнює порядковому номеру елемента. Проте з погляду класичної фізики така модель була неспроможна пояснити закономірності в лінійчатих спектрах атомів і навіть самого факту випромінювання атомом монохроматичного світла; не могла пояснити характерної стійкості атома.

Правильні висновки з труднощів ядерної моделі Резерфорда зробив датський фізик Нільс Бор у 1913р. Він не відкинув самої моделі атома, оскільки вона ґрунтувалась на дослідних даних, але зробив сміливі припущення про те, що в мікроструктурі атома закони класичної електродинаміки не справджуються і що для з'ясування внутрішнього механізму атома треба керуватися ідеєю квантової теорії випромінювання Планка.

У пошуках загальної квантової теорії Бор сформулював постулати, в яких, зокрема, твердив, що

- ♦ атому властиві цілком стійкі стани з відповідним значенням енергії, перебуваючи в яких він не поглинає і не випромінює електромагнітних хвиль.

- ♦ цим станам відповідають певні орбіти, на яких

перебувають електрони, моменти імпульсу яких квантуються:

$$m_e \cdot v_n \cdot r_n = n \frac{h}{2\pi} = n \cdot \hbar, \quad (88.1)$$

де m_e – маса електрона, v_n – його орбітальна швидкість, r_n – радіус n -ої стаціонарної орбіти.

Ціле число n називається головним квантовим числом.

Правило квантування орбіт Бора одержало наочну інтерпретацію в теорії де Бройля, який запропонував гіпотезу про наявність в електрона хвильових властивостей (1924 р.). Згідно цієї теорії електрону (і будь-якому іншому мікрооб'єкту) відповідає хвильовий процес з довжиною хвилі

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{p}, \quad (88.2)$$

де p – імпульс електрона.

Застосувавши до орбітального руху електрона на стаціонарній круговій орбіті в атомі Гідрогену правила квантування Бора, отримуємо співвідношення

$$n\lambda = 2\pi r_n. \quad (88.3)$$

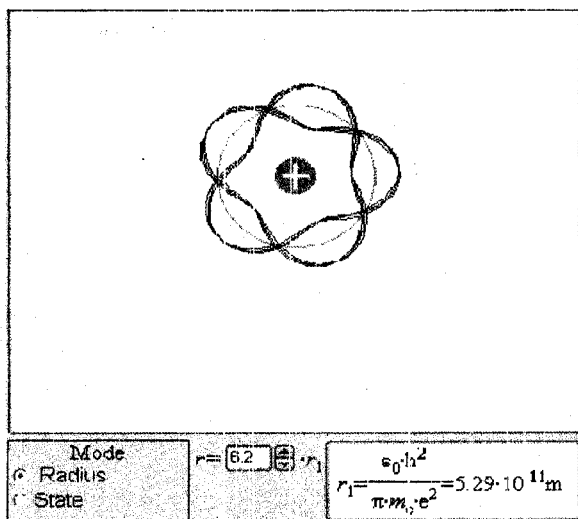


Рисунок 88.2 – Демонстрація утворення стоячих хвиль на довжині орбіти

Це означає, що довжина хвилі де Бройля ціле число раз укладається на довжині стаціонарної кругової орбіти

електрона, тобто стаціонарна орбіта відповідає круговій стоячій хвилі де Бройля на довжині орбіти.

Комп'ютерна модель є якісною ілюстрацією ідеї де Бройля виникнення стоячих хвиль на стаціонарних орбітах.

Комп'ютерна модель на прикладі орбіт із квантовими числами $n = 2, 3$ і 4 ілюструє закономірність, якій підкоряються радіуси стаціонарних кругових орбіт в атомі Гідрогену. Відповідно до теорії Бора

$$r_n = n^2 r_1, \quad (88.4)$$

де $r_1 = 5,29 \cdot 10^{-11}$ м – радіус першої борівської орбіти.

Модель дозволяє, плавно змінюючи радіус, вибирати стаціонарні орбіти, на довжині яких укладається ціле число довжин хвиль де Бройля й утворюється стояча хвиля.

Слід зауважити, що теорія Бора, а слід за нею і гіпотеза де Бройля були тільки першими кроками квантового підходу до пояснення властивостей електрона і атома.

Подальший розвиток цих ідей привів до створення квантової фізики, яка відкидає поняття орбіти, а, відповідно, і радіуса орбіти. Говорять про величину ймовірності знаходження електрона на певній відстані від ядра атома в певному напрямі. А квантування моменту імпульсу та інших характеристик електронів в атомах здійснюють так:

Абсолютна величина можливих значень механічного моменту електрона:

орбітального	спіну
$L = \hbar \sqrt{l(l+1)},$	$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar,$
$l = 0, 1, 2, \dots$ – орбітальне квантове число	$s = 1/2$ – спінове квантове число

Абсолютна величина можливих значень магнітного моменту електрона:

орбітального	спінового
$p_m = \frac{e}{2m} L = \frac{e}{2m} \hbar \sqrt{l(l+1)} =$	$p_{m_s} = \frac{e}{2m} L_s = \frac{e}{2m} \hbar \sqrt{3} =$
$= \mu_B \sqrt{l(l+1)}$	$= \mu_B \sqrt{3}$

Проекція механічного моменту на вибраний напрямок:

орбітального	спіну
$L_z = m_l \cdot \hbar$	$L_{s_z} = m_s \cdot \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar,$

$m_l = 0; \pm 1; \pm 2; \dots \pm l$ –
магнітне орбітальне
квантове число

$m_s = \pm 1/2$ –
магнітне спінове
квантове число

Можливі проекції магнітного моменту

орбітального

спінового

$$p_{m_l} = \frac{e}{2m} L_z = m_l \cdot \mu_B$$

$$p_{m_{s_z}} = \frac{e}{m} L_{s_z} = \pm \mu_B$$

$$p_{m_l} = \frac{e}{2m} L_z = m_l \cdot \mu_B$$

$$p_{m_{s_z}} = \frac{e}{m} L_{s_z} = \pm \mu_B$$

Момент імпульсу електрона на першій борівській орбіті точно дорівнює $\hbar = L = mvr$. Оскільки дозволені значення орбітального моменту імпульсу дорівнюють цілому числу основних одиниць (88.1), то невизначеність моменту імпульсу ΔL дорівнює нулю. Одна із форм принципу невизначеності Гейзенберга зв'язує невизначеність моменту імпульсу і невизначеність кутового положення: $\Delta L \cdot \Delta \theta \geq \hbar$. Тому $\Delta \theta = \infty$. Тобто кутове положення θ виявляється зовсім невизначеним. Така ситуація несумісна з моделлю, в якій розглядається дійсний рух електрона із одного положення в інше по орбіті.

Якщо довжина дебройлівської хвилі визначається (88.2), а швидкість електрона залежить від числа n , то як же змінюється розмір електрона? Він, скоріше всього, не може бути меншим однієї довжини хвилі, а можливо і простягається на кілька довжин хвиль.

Оскільки кінетична енергія зовнішніх (валентних) електронів в атомах лежить в діапазоні від 1 до 10 eV, то значення довжини дебройлівської хвилі приблизно буде рівне $5 \cdot 10^{-10}$ м. Як бачимо, ця довжина хвилі переважає розмір атома, тому слід підкреслити, що в дійсності не можна вважати, що електрон рухається по орбіті довкола ядра. В цьому розумінні електрон такий же великий, як і сам атом.

Хід роботи

Завдання 1. Перевірка справедливості співвідношення (88.4).

1. Змінюючи за допомогою “мишки” радіус орбіти електрона на інтерфейсі комп'ютерної моделі, прослідкувати за тим, як хвилі укладаються на довжині орбіти. Визначити

значення радіусу r для випадків, коли на довжині орбіти вкладається ціле число хвиль. Зафіксувати кількість n довжин хвиль, які уклались ціле число разів на довжині орбіти.

2. Побудувати графік залежності r від n^2 і визначити за нахилом прямої радіус першої борівської орбіти r_1 та порівняти його із наведеним значенням r_1 в роботі.

Завдання 2. Визначення дебройлівської довжини хвилі електрона в різних стаціонарних станах та постійної Планка.

1. Визначивши із (88.3) значення

$$\lambda_n = \frac{2\pi r_n}{n}, \text{ де } r_n = \frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi m e^2},$$

отримаємо формулу для визначення дебройлівської довжини хвилі:

$$\lambda_n = \frac{2\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n.$$

Використовуючи отримане значення r_n , знайти λ_n для $n = 2, 3, 4$.

2. Побудувати графік залежності λ_n (n) і знайти із нахилу графіка $k = \Delta\lambda_n / \Delta n$ постійну Планка h . Оскільки

$$k = \frac{2\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}, \text{ то } h = e \sqrt{\frac{km}{2\varepsilon_0}}.$$

Контрольні запитання

1. Що називається енергією хімічного зв'язку?
2. Які види хімічного зв'язку ви знаєте?
3. Як утворюється ван-дер-ваальсівський зв'язок?
4. Які електрони називаються валентними?
5. Опишіть ядерну модель атома Резерфорда-Бора.
6. В чім суть гіпотези де Бройля?
7. Як квантуються різні характеристики електрона?

Література

1. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978. — 791 с. (Главы 1,2,3).
2. Курик М.В., Цмось В.М. Фізика твердого тіла. Навч. посібник — К.: Вища школа, 1985, — 246 с. (Розділ 10).
3. Луцицький Р.М., Галушак М.О. Фізика твердого тіла. Навч. пос.— Івано-Франківськ: Факел, 2008, — 250с.

Додаткова література

4. Болеста І.М. Фізика твердого тіла. Навч. пос. — Львів: Видавн. центр ЛНУ імені Івана Франка. 2003. — 480с.
6. Блейкмор Дж. Физика твердого тела / Пер. с англ. Под ред. Д.Т. Андрианова. — М.: Мир, 1988. — 608 с.