

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ІВАНО-ФРАНКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ НАФТИ І ГАЗУ

Г.Д. Матеїк

Курс загальної фізики

Електромагнетизм

Навчальний посібник

Рекомендовано
Вченою радою Івано-Франківського національного
технічного університету нафти і газу як навчальний посібник для
дистанційного навчання студентів інженерних спеціальностей

Івано-Франківськ

УДК 53:378.14(07)
ББК 22.3я73

Рецензенти:

М.А. Рувінський, д-р фіз.-мат. наук, професор
(Прикарпатський національний університет ім. Василя Стефаника)

Р.М. Лучицький, к. фіз.-мат. наук, доцент
(Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу)

Курс загальної фізики. Електромагнетизм. Навч. посібник для дистанційного навчання./ Г.Д. Матеїк. – Івано-Франківськ: Факел, 2006, – 84 с.

У посібнику викладено основні питання з електрики та магнетизму. Пропонований посібник створений для роботи за кредитно-модульною системою організації навчального процесу.

Розділи посібника містять повний набір матеріалів, потрібних для організації самостійної роботи студентів: лекційний курс, задачі з прикладами розв'язування, методичні вказівки до виконання віртуальних лабораторних робіт, добірки запитань у формі тестів для контролю знань.

Посібник відповідає навчальній програмі і рекомендований для дистанційного навчання студентів інженерних спеціальностей, а також може бути корисним для студентів стаціонарної форми навчання та викладачів технічних вузів.

© Г.Д. Матеїк, 2006
© ІФНТУТГ, 2006

ЗМІСТ

Вступ	5
3.1 Електростатичне поле	5
3.1.1 Характеристики поля	5
3.1.2 Діелектрики в електростатичному полі. Типи діелектриків.	
Електронна і орієнтаційна поляризація	15
3.1.2.1 Неполарні діелектрики. Електронна поляризація	16
3.1.2.2 Поларні діелектрики. Дипольна або орієнтаційна поляризація	17
3.1.2.3 Йонні діелектрики. Йонна поляризація	18
3.1.2.4 Електричне поле в речовині. Теорема Остроградського-Гаусса	
для електростатичного поля в діелектрику. Електричне зміщення	18
3.1.2.5 Сегнетоелектрики	22
3.1.3 Провідники в електростатичному полі	23
3.1.3.1 Електроємність відокремленого провідника. Конденсатори	25
3.1.4 Енергетичні характеристики електростатичного поля	29
3.1.5 Необхідно зрозуміти, запам'ятати і вміти визначати	31
3.2 Постійний електричний струм	32
3.2.1 Характеристики електричного струму	32
3.2.2 Основи електронної провідності металів	33
3.2.3 Умови існування електричного струму	34
3.2.4 Однорідна і неоднорідна ділянки електричного кола	35
3.2.5 Правила Кірхгофа	37
3.2.6 Закон Джоуля-Ленца	38
3.2.7 Необхідно зрозуміти, запам'ятати і вміти визначати	39
3.3 Статичне магнітне поле	40
3.3.1 Характеристики магнітного поля	40
3.3.2 Закон Біо-Савара-Лапласа	41
3.3.3 Магнітні силові лінії. Закон повного струму	42
3.3.4 Теорема Гаусса	44
3.3.5 Дія магнітного поля на провідник зі струмом	45
3.3.6 Робота переміщення провідника зі струмом у магнітному полі	47
3.3.7 Речовина в магнітному полі	47
3.3.8 Магнітні кола	52
3.3.9 Необхідно зрозуміти, запам'ятати і вміти визначати	53
3.4 Динамічні електричне та магнітне поля	54
3.4.1 Вихрове електричне поле. Явище електромагнітної індукції	54
3.4.1.1 Характеристики електричного вихрового поля	55
3.4.2 Індуктивність, взаємна індукція, самоіндукція	57
3.4.3 Енергія магнітного поля	59
3.4.4 Вихрове магнітне поле	60
3.4.5 Теорія Максвелла для електромагнітного поля	62

3.4.6 Необхідно зрозуміти, запам'ятати і вміти визначати	64
3.5 Практичні заняття	65
3.5.1 Приклади розв'язування задач	65
3.5.2 Задачі для самостійного розв'язування	71
3.5.3 Таблиця варіантів задач для індивідуального розв'язування	77
3.6 Віртуальні лабораторні роботи	77
3.6.1 Лабораторна робота В-42. Дослідження електростатичного поля	77
3.6.2 Лабораторна робота В-50. Вивчення руху зарядженої частинки в магнітному полі	80
3.7 Модульний контроль	85

МОДУЛЬ 3. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

3.1 Електростатичне поле

3.1.1 Вступ. Характеристики поля

Електростатика - це розділ фізики, в якому розглядають взаємодії і властивості електричних зарядів, нерухомих в тій системі координат, в якій ці заряди вивчають.

У природі існує два види електричних зарядів - **позитивні і негативні**. Домовились вважати позитивним заряд, що виникає, наприклад, на склі, яке натирають шовком, а негативним - на бурштині, який натирають хутром. Однойменно заряджені тіла відштовхуються одне від одного, а різнойменно заряджені притягуються. Знак заряду, який виникає на тілі внаслідок електризації тертям, залежить не тільки від хімічного складу цього тіла, а й від того, з яким іншим тілом воно стикається при терті.

При електризації тіл тертям завжди одночасно електризуються **обидва тіла**, причому одне з них дістає позитивний заряд, а друге - негативний. Численними експериментами було встановлено **закон збереження електричних зарядів**: в ізолюваній системі повна алгебраїчна сума електричних зарядів залишається незмінною. Заряди можуть лише передаватись від одного тіла даної системи до іншого або змищуватись всередині даного тіла.

1909 року американський вчений Р.Мілікен встановив кратність електричного заряду деякому елементарному заряду e :

$$q = \pm n \cdot e, \text{ де } n=1,2,3. \quad (3.1)$$

Було виявлено, що цей елементарний заряд має величину $1,6 \cdot 10^{-19}$ кулона.

В 1785 році французький вчений Ш.Кулон експериментально за допомогою крутильних терезів встановив основний закон взаємодії нерухомих точкових електричних зарядів.

Точковим називається заряд, який зосереджений на тілі, лінійні розміри якого малі порівняно з відстанню до інших заряджених тіл, з якими він взаємодіє.

Закон Кулона: сила електростатичної взаємодії між двома точковими електричними зарядами у вакуумі прямо пропорційна до добутку величин зарядів і обернено пропорційна до квадрата відстані між ними, тобто

$$F \propto k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}, \quad (3.2)$$

де k - коефіцієнт пропорційності ($k > 0$).

Сили, які діють на заряди, є **центральними**, тобто вони напрямлені вздовж прямої, що з'єднує заряди. Для однойменних зарядів сила $F > 0$ відповідає випадку взаємного відштовхування однойменних зарядів, а сила $F < 0$ - взаємного притягання різнойменних зарядів.

Закон Кулона можна записати у векторній формі. Якщо $\vec{r}_{12}$ - радіус-вектор, що сполучає заряд q_1 із зарядом q_2 (рис. 3.1) і $|\vec{r}_{12}| = r$, тоді

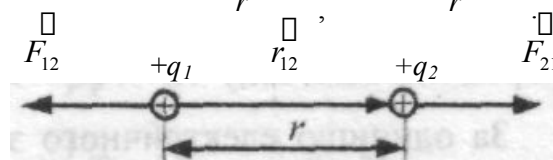
$$\vec{F}_{12} = -k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}_{12}, \quad \vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}_{12} \quad (3.3)$$


Рис. 3.1

У системі СІ для зарядів у вакуумі коефіцієнт k у формулі закону Кулона беруть таким, що дорівнює

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad (3.4)$$

де $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$ - електрична стала.

Електричне поле - це особливий вид матерії, який існує навколо електричних зарядів і за

допомогою якого передається електрична взаємодія. Воно проявляє себе в тому, що поміщений в нього електричний заряд виявляється під дією сили. Досліди показують, що ця сила, при інших однакових умовах, пропорційна до величини заряду. Тому ця сила не може бути характеристикою самого поля.

Але величина, яка дорівнює відношенню $\frac{F}{q_{пр}} = const$, може служити **силовою характеристикою поля**.

Векторна величина

$$\vec{r} \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{пр}} \quad (3.5)$$

називається **напруженістю електричного поля**.

Напруженість електричного поля чисельно дорівнює силі, що діє на одиничний позитивний пробний заряд в даній точці поля. За напрямком вектора напруженості беруть напрямок сили, з якою поле діє на пробний позитивний заряд, вміщений у певну точку поля (рис. 3.2).

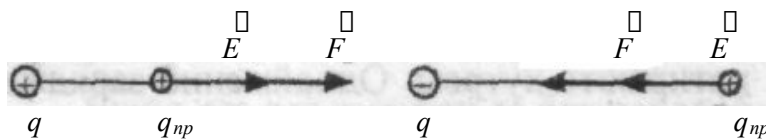


Рис. 3.2

Електричні поля зображують за допомогою **ліній напруженості**, які проводять так, щоб дотичні до цих ліній в кожній точці збігалися з напрямками вектора $\vec{E}$ (рис. 3.3).

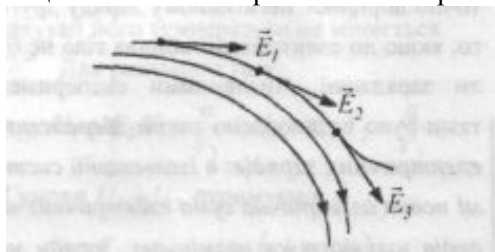


Рис. 3.3

Лінії напруженості мають початок і кінець або йдуть у нескінченність, вони напрямлені від позитивного заряду до негативного, тобто виходять з позитивного заряду, а входять у негативний заряд. Лінії напруженості ніколи не перетинаються. Ці лінії проводять з такою густиною, щоб кількість ліній, які пронизують одиничну площу, перпендикулярну до вектора напруженості, чисельно дорівнювала величині напруженості електричного поля в місці розміщення площини. Приклади графічного зображення електричних полів за допомогою ліній напруженості показано на рис. 3.4.

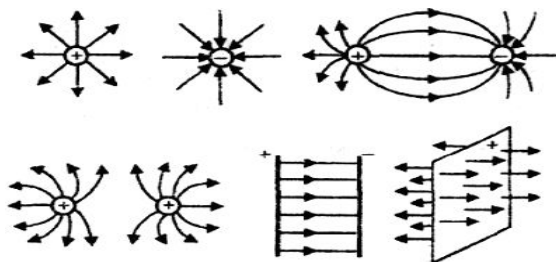


Рис. 3.4

Поле, у всіх точках якого величина і напрямок вектора напруженості незмінні, називається **однорідним**. Однорідне поле зображують паралельними лініями напруженості, що мають однакову густину.

Якщо поле створено системою N нерухомих зарядів, то результуюча сила, яка діє на пробний заряд зі сторони системи зарядів, дорівнює векторній сумі сил, з якими окремі заряди діють на пробний.

Звідси випливає, що

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \quad (3.6)$$

Напруженість поля системи точкових зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, які створював би кожний із зарядів системи зокрема:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{np}} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{F}_i}{q_{np}} = \frac{\vec{F}_1}{q_{np}} + \dots + \frac{\vec{F}_N}{q_{np}}, \quad (3.7)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n.$$

Це твердження називають **принципом незалежності дії** електричних полів, або **принципом суперпозиції полів**.

Виходячи із закону Кулона, напруженість поля точкового заряду у вакуумі на відстані r від заряду становить:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r}_{12} \quad (3.8)$$

Звідси видно, що поле точкового заряду - центрально симетричне.

Принцип суперпозиції дає можливість обчислювати напруженість поля будь-якої системи зарядів.

Електричним диполем називається система з двох однакових за величиною і протилежних за знаком електричних зарядів $+q$ і $-q$, відстань l між якими мала порівняно з відстанню до точок поля, які розглядаються (рис. 3.5).

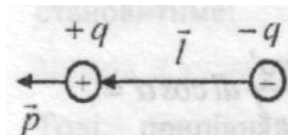


Рис. 3.5

Плечем диполя називається вектор l , напрямлений вздовж осі диполя від негативного заряду до позитивного; він чисельно дорівнює відстані між ними. Добуток позитивного заряду диполя q на плече l називається електричним моментом диполя:

$$p = ql. \quad (3.9)$$

Вектор $\vec{p}$ за напрямком збігається з плечем диполя l .

Потенціал електричного поля. Напруженість як градієнт потенціалу

Розглянемо поле, яке створюється нерухомим точковим зарядом q у вакуумі (рис. 3.6).

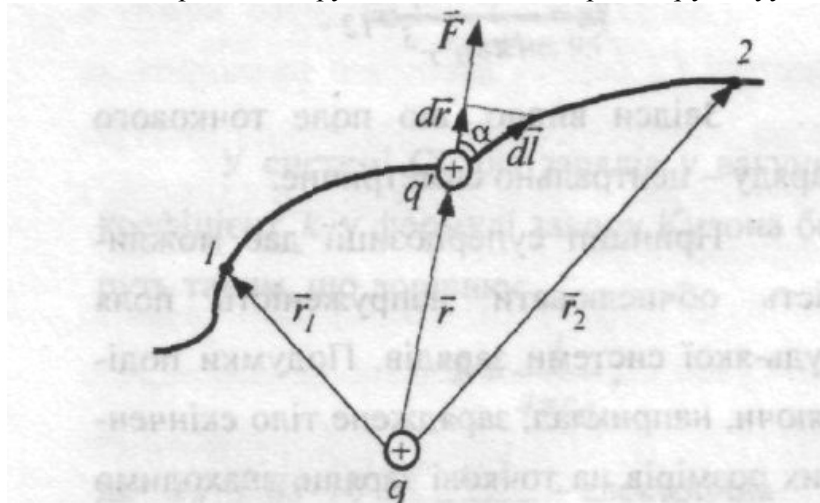


Рис. 3.6

Нехай в електростатичному полі заряду q вздовж довільної траєкторії з точки 1 в точку 2

переміщується інший точковий заряд q' під дією сили. Робота сили F на елементарному переміщенні dl дорівнює

$$dA = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} qq' \frac{dr}{r^2}.$$

Робота при переміщенні заряду q' з точки 1 в точку 2 дорівнює

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq'}{r_1} - \frac{qq'}{r_2} \right). \quad (3.10)$$

Ця робота не залежить від траєкторії переміщення, а визначається лише початковим (1) і кінцевим (2) положенням заряду. Отже, **електростатичне поле** точкового заряду q є **потенціальним**, а електростатичні сили - консервативними.

Оскільки робота консервативних сил виконується за рахунок зменшення потенціальної енергії, то

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r_2} = W_1 - W_2. \quad (3.11)$$

Отже, потенціальна енергія заряду q' в полі заряду q у вакуумі дорівнює

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r} + C. \quad (3.12)$$

Домовимось вважати потенціальну енергію заряду q' такою, що дорівнює нулю на нескінченно великій відстані від q . При $r \rightarrow \infty$ $W=0$ і $C=0$. Тому

$$W = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.13)$$

Потенціальна енергія W заряду q' , що перебуває в полі точкових зарядів $q_1, q_2, \dots, q_n$ дорівнює сумі його потенціальних енергій W у полях, що створюються кожним зарядом окрема:

$$W = \sum_{i=1}^n W_i = q' \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}, \quad (3.14)$$

$$\varphi = \frac{W}{q'}$$

Величина φ однакова для всіх зарядів в даній точці поля, **називається потенціалом поля**.

Потенціалом φ будь-якої точки електростатичного поля називають фізичну величину, яка чисельно дорівнює потенціальній енергії одиничного позитивного заряду, поміщеного в цю точку.

Одиниця потенціалу - вольт. $1В$ - це потенціал такої точки поля, в якій заряд в $1Кл$ володіє потенціальною енергією в $1Дж$.

Потенціал поля, створеного одним точковим зарядом q у вакуумі, дорівнює

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.15)$$

Роботу, яку виконують електростатичні сили при переміщенні заряду q' від точки 1 до точки 2 електростатичного поля, можна записати так:

$$A = W_1 - W_2 = q'(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (3.16)$$

де φ_1 та φ_2 - потенціали поля в точках 1 та 2.

Якщо заряд q' з точки з потенціалом φ_1 віддаляється в нескінченність ($\varphi_2 = 0$), тоді робота сили поля буде дорівнювати $A_\infty = q'\varphi_1$. Звідси

$$\varphi_1 = \frac{A_{\varphi}}{q} \quad (3.17)$$

Потенціал даної точки електростатичного поля - це така фізична величина, яка числово дорівнює роботі, яку виконують зовнішні сили (проти сил електростатичного поля) при переміщенні одиничного позитивного заряду з нескінченності в дану точку поля.

Потенціал поля, яке створюється системою зарядів, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів, створених кожним із зарядів окрема:

$$\varphi = \sum_i \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \quad (3.18)$$

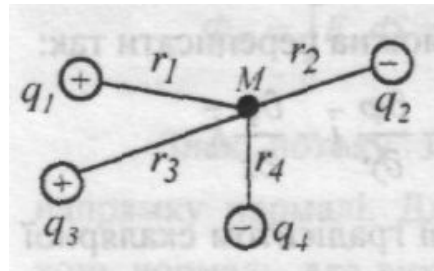


Рис. 3.7

Наприклад, потенціал поля в точці M (рис. 3.7), яке створене зарядами q_1, q_2, q_3, q_4 , дорівнює

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} - \frac{q_4}{r_4} \right).$$

Нехай маємо заряд q в електростатичному полі. Переміщаючи його в просторі, електричне поле виконає деяку роботу (розглядаємо для простоти переміщення вздовж осі X (рис. 3.8)).

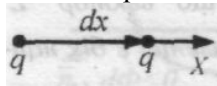


Рис. 3.8

Величина цієї роботи визначається за формулою

$$dA = Fdx = qE_x dx.$$

З іншого боку, робота при переміщенні заряду q в електростатичному полі виражається через потенціали цього поля: $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Отже, елементарна робота

$$dA = -q d\varphi.$$

Тоді, прирівнявши елементарні роботи, дістанемо

$$E_x dx = -d\varphi, \quad E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}. \quad (3.19)$$

Знак "-" означає, що під дією сил електричного поля заряд переміщується в бік зменшення потенціалу.

Аналогічні міркування можна поширити і на напрямки переміщень вздовж осей Y і Z.

$$E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (3.20)$$

Отже, ми знайшли E_x, E_y та E_z - компоненти вектора напруженості E. Тоді

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} \quad (3.21)$$

Це рівняння можна переписати так:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}. \quad (3.22)$$

У векторному аналізі градієнтом скалярної величини φ називається така векторна величина, для якої справедливий запис:

$$\text{grad} \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}. \quad (3.23)$$

Отже,

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi. \quad (3.24)$$

Знак "-" вказує на те, що вектор $\vec{E}$ напруженості поля напрямлений в бік найшвидшого зменшення потенціалу. Напруженість в якій-небудь точці електростатичного поля дорівнює градієнту потенціалу в цій точці, взятому з оберненим знаком.

Знаючи потенціал φ в кожній точці поля, за формулою $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$ можемо обчислити напруженість в кожній точці поля. Можна розв'язати і обернену задачу, тобто знаючи напруженість поля в кожній точці поля, можна знайти різницю потенціалів між двома довільними точками.

Робота із переміщення заряду з точки 1 в 2 дорівнює:

$$A_{12} = \int_1^2 (\vec{F}, d\vec{l}) = \int_1^2 q(\vec{E}, d\vec{l}),$$

але, з іншого боку,

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Звідси

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l}). \quad (3.25)$$

Інтеграл можна брати довільним шляхом, який з'єднує точки 1 та 2, оскільки електростатичне поле є консервативне.

При обході по замкнутому контуру заряд потрапляє в кінцеву точку поля, яка збігається з початковою і $\varphi_1 = \varphi_2$, тому

$$\oint (\vec{E}, d\vec{l}) = 0. \quad (3.26)$$

Цей інтеграл називають циркуляцією вектора напруженості вздовж замкнутого контура. Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля вздовж замкнутого контура дорівнює нулю (рис. 3.9).



Рис. 3.9

Векторне поле $\vec{E}$ називається потенціальним, якщо циркуляція вектора $\vec{E}$ по довільному замкнутому контуру дорівнює нулю.

Геометричне місце точок з однаковим потенціалом називається екіпотенціальною поверхнею. Для екіпотенціальних поверхонь:

$$\varphi(x, y, z) = \text{const}. \quad (3.27)$$

При переміщенні по екіпотенціальній поверхні на відрізок dl потенціал не змінюється, а, отже, і робота

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = 0. \quad (3.28)$$

Вектор $\vec{E}$ напруженості електричного поля в кожній точці напрямлений перпендикулярно до екіпотенціальної поверхні.

Екіпотенціальні поверхні точкового заряду - це сферичні оболонки навколо нього (рис. 3.10) ($\varphi_1 > \varphi_2 > \varphi_3 > \varphi_4$).

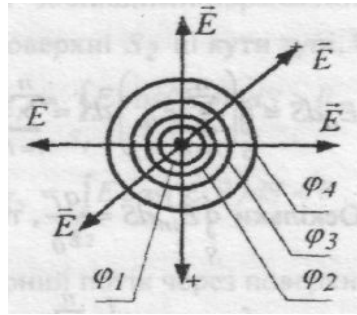


Рис. 3.10

Потік вектора напруженості. Теорема Остроградського-Гаусса

Основне завдання електростатики полягає в тому, щоб за заданим розподілом у просторі і величиною електричних зарядів знайти величину і напрямок вектора напруженості E в кожній точці поля. Використання принципу суперпозиції для обчислення електричних полів пов'язано із значними математичними труднощами. Значно простіший метод розрахунку полів ґрунтується на використанні теореми Остроградського-Гаусса.

Нехай в однорідному електричному полі ($E = \text{const}$) проведена довільна площа dS . Одиничний вектор $\vec{n}$ нормалі до площини складає з вектором E кут α (рис. 3.11).

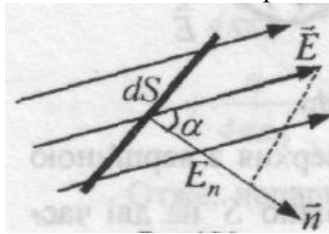


Рис. 3.11

Потоком вектора напруженості будемо називати величину

$$d\Phi_E = E dS \cos \alpha \quad (3.29)$$

або

$$d\Phi_E = E_n dS = (\vec{E}, \vec{dS}),$$

де E_n - проекція вектора E на напрямок вектора нормалі.

Повний потік вектора напруженості через довільну поверхню S буде

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}_n dS = \oint_S \vec{E} \cos \alpha dS. \quad (3.30)$$

Знак потоку залежить від вибору напрямку нормалі. Для замкнених поверхонь нормаль, яка виходить назовні, приймається за додатну. Тоді там, де вектор E напрямлений назовні, E_n та Φ_E додатні, а коли E входить в середину поверхні – E_n та Φ_E від'ємні.

Нехай всередині замкненої поверхні S буде N позитивних і негативних зарядів (рис. 3.12).

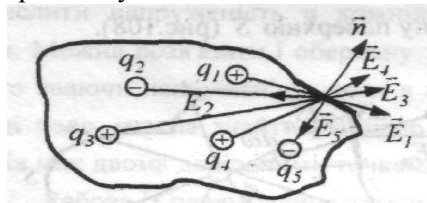


Рис. 3.12

За принципом суперпозиції напруженість E поля, що створюється всіма зарядами, дорівнює

сумі напруженостей E_i , що створюється кожним зарядом зокрема і

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i.$$

Тому проекція вектора E на напрямок нормалі до площадки dS дорівнює алгебраїчній сумі

проекцій всіх векторів $\vec{E}$, на цей напрямок:

$$E_n = \sum_{i=1}^N E_{in}.$$

Потік вектора напруженості результуючого поля через довільну замкнену поверхню S , що охоплює заряди $q_1, q_2, \dots, q_n$, дорівнює

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}_n dS = \oint_S \left(\sum_{i=1}^n E_{in} \right) dS = \sum_{i=1}^n \oint_S E_{in} dS.$$

Оскільки $\oint_S E_{in} dS = \frac{q_i}{\epsilon_0}$, то

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (3.31)$$

Отже, потік вектора напруженості у вакуумі через довільну замкнену поверхню, яка охоплює електричні заряди, дорівнює алгебраїчній сумі цих зарядів, поділений на електричну сталу ϵ_0 .

Це твердження називається *теоремою Остроградського-Гаусса*.

Наприклад, для системи зарядів, які наведені на рис. 3.12, потік напруженості

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} (q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6). \quad (3.32)$$

Застосування теореми Остроградського-Гаусса до розрахунку електричних полів.

За допомогою теореми Остроградського-Гаусса набагато простіше, ніж за формулами для напруженості $\vec{E}$ точкового заряду та принципу суперпозиції, знаходити напруженість електричних полів.

Розглянемо декілька прикладів.

Електростатичне поле у вакуумі нескінченної зарядженої площини.

Введемо поняття поверхневої густини заряду

$$\sigma = \frac{dq}{dS}, \quad (3.33)$$

– фізична величина, яка чисельно дорівнює заряду dq на одиничній поверхні, по якій він рівномірно розподілений.

Нехай площа P заряджена рівномірно з поверхневою густиною заряду $+\sigma$ (рис. 3.13).

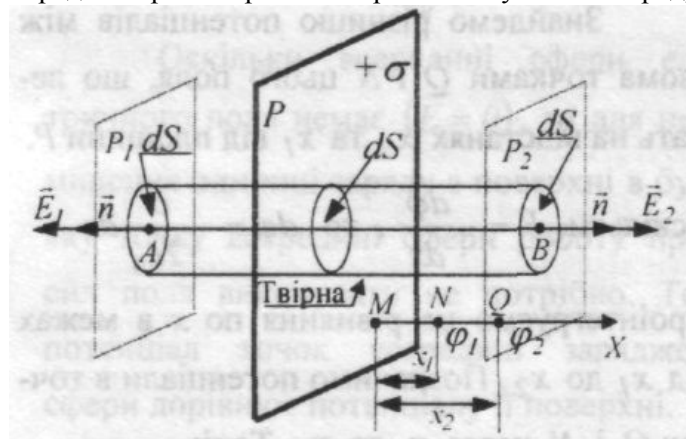


Рис. 3.13

Для визначення напруженості поля у будь-якій точці A проведемо через цю точку і симетричну їй точку B дві площини, які паралельні до площини P . Побудуємо нескінченно вузький циліндр, основи якого dS проходять через точки A і B , а його твірна паралельна до ліній напруженості поля.

За теоремою Остроградського-Гаусса повний потік вектора напруженості через замкнену поверхню циліндра дорівнює заряду $dq = \sigma \cdot dS$, який охоплений цією поверхнею.

З рис. 3.13 видно, що потік вектора напруженості через замкнену поверхню циліндра дорівнює сумі потоків через основи циліндра, тому що потік через бічну поверхню дорівнює нулю (лінії напруженості ковзають вздовж бічної поверхні). Оскільки напрямки векторів E_1 та E_2 збігаються з напрямками нормалей, то потоки через основи dS будуть більші від нуля і чисельно рівні, оскільки площини P_1 та P_2 знаходяться на однаковій віддалі. Отже, потік вектора напруженості через замкнену поверхню циліндра дорівнює

$$E_1 dS + E_2 dS = 2E dS = \frac{1}{\epsilon_0} dS.$$

Звідси:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (3.34)$$

Знайдемо різницю потенціалів між двома точками Q і N цього поля, що лежать на відстанях x_2 та x_1 від площини P .

Оскільки

$$E = -\frac{d\varphi}{dx}, \quad \text{то} \quad d\varphi = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} dx.$$

Проінтегруємо це рівняння по x в межах від x_1 до x_2 . Позначимо потенціали в точках Q і N через φ_2 та φ_1 . Тоді

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} dx; \quad \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1) \\ \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1).$$

Електростатичне поле у вакуумі між двома паралельними нескінченними площинами, зарядженими різнойменно

Нехай маємо дві нескінченні площини, різнойменно заряджені, але з однаковими поверхневими густинами зарядів $+\sigma$ та $-\sigma$ (рис. 3.14).

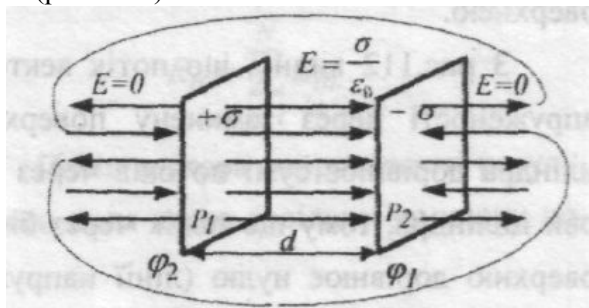


Рис. 3.14

З рис. 3.14 видно, що зліва від площини P_1 та справа від площини P_2 напруженості поля взаємно компенсуються, оскільки вони напрямлені в протилежні сторони.

Між площинами напруженості полів мають однакові напрямки і тому тут результуюча напруженість E дорівнює сумі напруженостей E_1 та E_2 створених обома площинами

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (3.35)$$

Знайдемо різницю потенціалів між площинами: $d\varphi = -Edx$. Проінтегрувавши це рівняння по x від $x=0$ до $x=d$ (де d - віддаль між площинами), отримаємо

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = -\frac{\sigma d}{\epsilon_0}. \quad (3.36)$$

Електростатичне поле зарядженої сфери

Якщо на поверхні сфери радіуса R рівномірно розподілено заряд q (рис. 3.15),



Рис. 3.15

то поверхнева густина заряду дорівнює

$$\sigma = \frac{q}{S} = \frac{q}{4\pi R^2}. \quad (3.37)$$

Розглянемо всередині сфери деяку точку M на відстані r від її центра. З центра O проведемо допоміжну поверхню теж у вигляді сфери радіуса r . За теоремою Остроградського-Гаусса обчислимо потік ліній напруженості Φ_E крізь цю поверхню:

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (3.38)$$

Оскільки всередині допоміжної поверхні радіуса $r < R$ немає зарядів, тобто $q = 0$ і $\Phi_E = 0$, то напруженість поля

$$E = \frac{\Phi_E}{4\pi r^2}$$

також дорівнює нулю:

$$E_{r < R} = 0. \quad (3.39)$$

Всередині зарядженої сфери електричного поля немає.

Для точок, які лежать зовні біля самої поверхні сфери, можна вважати, що $r = R$. Тоді допоміжна поверхня - сфера радіуса r охоплює заряджену сферу. Заряд q міститься всередині допоміжної поверхні і створює повний потік вектора напруженості:

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{4\pi R^2 \sigma}{\epsilon_0} = \frac{4\pi r^2 E}{\epsilon_0}. \quad (3.40)$$

Тоді

$$E = \frac{\Phi_E}{4\pi r^2} = \frac{4\pi r^2 E}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (3.41)$$

Для точок, що знаходяться на значній віддалі від поверхні зарядженої сфери ($r > R$), маємо

$$E = \frac{\Phi_E}{S} = \frac{q}{\epsilon_0 4\pi r^2} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}. \quad (3.42)$$

Графік залежності $E = f(r)$ напруженості електричного поля E зарядженої сфери від відстані r між її центром O і точкою, в якій визначають напруженість, подано на рис. 3.16.

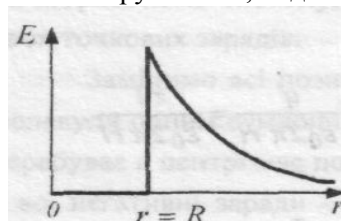


Рис. 3.16

Різниця потенціалів між двома точками, що лежать на відстані r_1 і r_2 , від центра сфери ($r_1 > R, r_2 > R$), дорівнює

$$\int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (3.43)$$

Якщо прийняти $r_1 = r$ і $r_2 = \infty$, потенціал поля за сферичною поверхнею

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (3.44)$$

Оскільки всередині сфери електричного поля немає ($E = 0$) то для переміщення одиниці заряду з поверхні в будь-яку точку всередині сфери роботу проти сил поля виконувати не потрібно. Тому потенціал точок усередині зарядженої сфери дорівнює потенціалу її поверхні.

Електростатичне поле нескінченно довгого рівномірно зарядженого циліндра.

Розглянемо циліндр радіуса R і довжиною l , на якому знаходиться заряд q , який рівномірно розподілений по його поверхні вздовж всієї довжини L (рис. 3.17). Величина $r = \frac{q}{L}$ називається

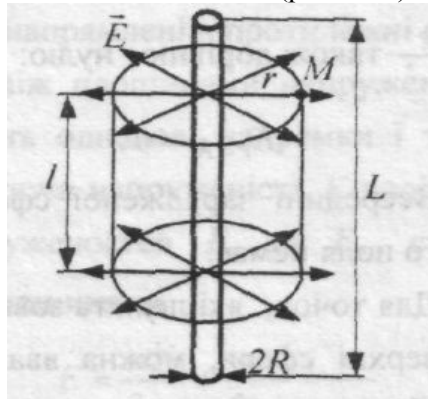


Рис. 3.17

лінійною густиною заряду. Якщо відстань r від осі циліндра до точки M значно менша за довжину L зарядженого циліндра ($r \ll L$), то циліндр з достатньою точністю можна вважати нескінченно довгим.

Виділимо довільну ділянку циліндра довжиною l і охопимо її допоміжною поверхнею у вигляді циліндра радіуса r . Ця поверхня охоплює заряд q , який дорівнює

$$q = \lambda l.$$

Оскільки лінії вектора напруженості E нормальні до поверхні зарядженого тіла в кожній його точці, то потік Φ_E пронизує лише бічну поверхню допоміжного циліндра.

Отже,

$$E = \frac{\Phi_E}{S} = \frac{q}{\epsilon_0 S} = \frac{q}{\epsilon_0 2\pi r l} = \frac{\lambda l}{\epsilon_0 2\pi r l}.$$

Звідси

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.45)$$

Поле циліндра є неоднорідним. Різниця потенціалів між двома точками поля, що лежать на відстані r_1 і r_2 від осі зарядженого провідника, дорівнює

$$\int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (3.46)$$

3.1.2 Діелектрики в електростатичному полі.

Типи діелектриків. Електронна і орієнтаційна поляризація

Діелектриками (або ізоляторами) називаються речовини, які нездатні проводити електричний

струм. Питомий опір діелектриків становить $\rho \approx 10^{15}$ Ом·м. У діелектриках немає вільних електричних зарядів.

Кожна молекула (або атом) діелектрика має позитивно заряджені ядра і негативно заряджені електрони, які рухаються навколо ядер. Позитивні заряди всіх ядер дорівнюють абсолютній величині заряду всіх електронів, а тому молекула речовини загалом електрично нейтральна.

Вивчаючи електричні властивості діелектриків, молекули діелектриків можна зобразити як систему, що складається з двох точкових зарядів.

Замінімо всі позитивні заряди ядер молекули одним сумарним зарядом $+q$, що перебуває в центрі мас позитивних зарядів, а всі негативні заряди - одним сумарним негативним зарядом $-q$, що перебуває в центрі мас негативних зарядів. Тоді молекулу діелектрика можна розглядати як диполь, який складається із зарядів $+q$ і $-q$. Діелектрики поділяються на три типи.

1. Неполарні діелектрики - це діелектрики, які складаються з молекул, центри мас позитивних і негативних зарядів яких збігаються за відсутності електричного поля (рис. 3.18).

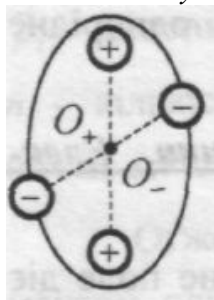


Рис. 3.18

Прикладом неполярних діелектриків є гази N_2 , H_2 , O_2 , CO_2 , CH_4 . Молекули таких діелектриків називаються **неполярними**. Дипольний момент таких молекул за відсутності зовнішнього електричного поля дорівнює нулю.

II. Полярні діелектрики - це діелектрики, в яких центри мас позитивних і негативних зарядів не збігаються, тобто мають асиметричну будову (рис. 3.19).

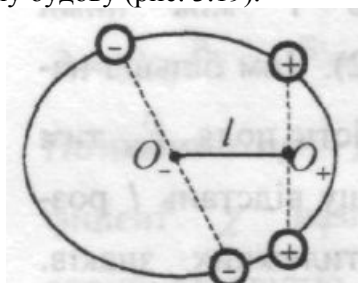


Рис. 3.19

До полярних діелектриків належать гази SO_2 , H_2S , соляна кислота HCl , C_6H_6 , тощо.

Молекули таких діелектриків називають **полярними**. Ці молекули за відсутності зовнішнього поля мають дипольні моменти $p_0 = ql$. Їх називають жорсткими диполями.

III. Йонні діелектрики - це речовини, молекули яких мають йонну будову. Прикладом таких діелектриків є $NaCl$, KCl та інші.

Йонні кристали є просторовими ґратками з правильним чергуванням йонів різних знаків (рис. 3.20).

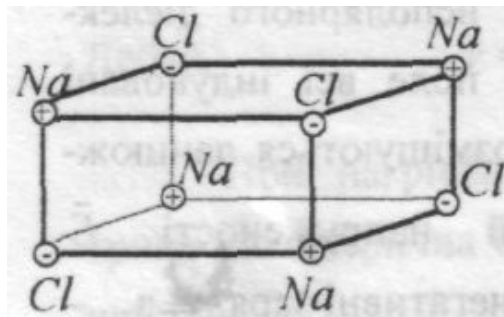


Рис. 3.20

У цих кристалах не можна виділити окремі молекули. Йонні кристали необхідно розглядати як

систему вміщених одна в одну йонних підґраток. У цих діелектриках кожна пара сусідніх різноіменних йонів подібна до диполя.

Розглянемо, що відбувається з діелектриками при внесенні їх в однорідне електричне поле.

3.1.2.1 Неполарні діелектрики. Електронна поляризація.

Сили, з якими електричне поле діє на позитивні і негативні заряди молекул, направлені протилежно і тому розсувають їх. В електричному полі центри мас позитивних і негативних зарядів кожної молекули не збігаються, а зміщені на відстань l між ними (рис. 3.21).

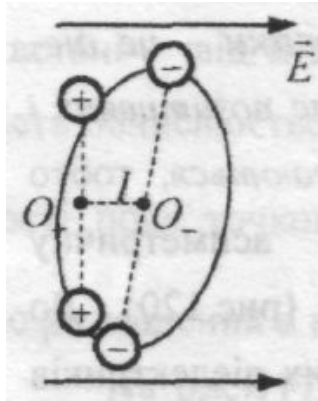


Рис. 3.21

Чим більша напруженість поля E , тим на більшу відстань l розміщуються заряди протилежних знаків. Молекула з неполярної перетворюється в полярну з дипольним моментом P . Оскільки $l \sim E$, а $p = ql$, то $p \sim E$ або $P = \beta \epsilon_0 E$, де ϵ_0 - електрична стала, β - поляризованість окремої молекули діелектрика. Величина β має неоднакові значення для атомів і молекул різних речовин. Поляризованість β характеризує здатність електронів в атомі або в молекулі зміщуватись під дією сил електричного поля.

При внесенні неполярного діелектрика в електричне поле всі індуковані дипольні моменти розміщуються ланцюжками вздовж ліній напруженості (рис. 3.22), де $\bullet$ - негативні заряди, а $\circ$ - позитивні.

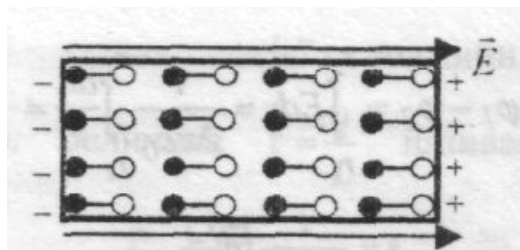


Рис. 3.22

позитивні. Внаслідок цього грані діелектрика набувають різноіменних зарядів - діелектрик поляризується. Такого роду поляризація діелектрика називається *електронною*.

3.1.2.2 Полярні діелектрики. Дипольна або орієнтаційна поляризація.

Якщо діелектрик з полярними молекулами не перебуває у зовнішньому електричному полі, то внаслідок хаотичного теплового руху молекул вектори їхніх дипольних моментів орієнтовані хаотично (рис. 3.23а).

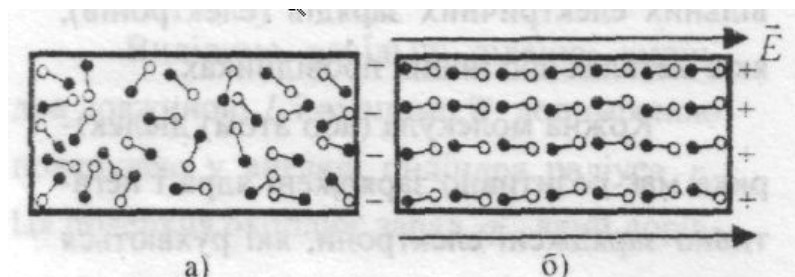


Рис. 3.23

Тому векторна сума дипольних моментів всіх молекул, які перебувають у довільному об'ємі ΔV діелектрика, дорівнює нулю. Якщо діелектрик з полярними молекулами внести в електричне поле, то під дією поля полярні молекули діелектрика намагаються повернутись так, щоб вектори їх дипольних моментів збігалися з напрямком вектора напруженості поля E (рис. 3.23б). Але тепловий рух молекул хаотично розкидає диполі і заважає орієнтації всіх векторів P (дипольних моментів) вздовж поля. Внаслідок спільної дії цих двох факторів в діелектрику переважає орієнтація дипольних моментів молекул вздовж поля. Ця орієнтація буде тим повнішою, чим сильніше електричне поле і чим слабший тепловий рух молекул, тобто чим нижча температура. Цей процес називають **орієнтаційною поляризацією** діелектрика.

3.1.2.3 Йонні діелектрики. Йонна поляризація.

У кристалічних діелектриках, які мають кубічні кристалічні ґратки (NaCl, KCl, NaJ та інші) під дією електричного поля всі позитивні йони зміщуються в напрямку напруженості поля $\vec{E}$, а всі негативні йони - в протилежному напрямку (рис. 3.24).

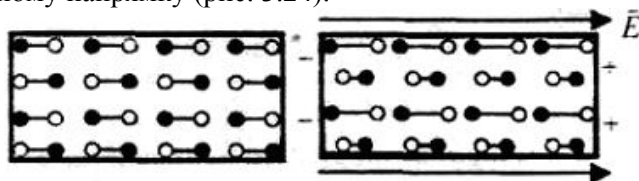


Рис. 3.24

При цьому в кожній одиниці об'єму кристала перебуває однакова кількість позитивних і негативних йонів, а на кожній з двох протилежних граней кристала, перпендикулярних до вектора напруженості електричного поля, містяться йони якого-небудь одного знака. Такий вид поляризації називають **йонною поляризацією**.

Заряди, які виникають на гранях діелектрика, не вільні, вони зв'язані з атомами та молекулами речовини.

Явище обмеженого зміщення зарядів в атомах і молекулах або напрямленої орієнтації дипольних моментів жорстких молекул в зовнішньому електричному полі, внаслідок якого на поверхні діелектрика виникають зв'язані електричні заряди, називається **поляризацією діелектриків**.

Ступінь поляризації діелектрика характеризується вектором поляризації, або поляризованістю.

Вектором поляризації називають границю відношення електричного моменту деякого об'єму діелектрика до цього об'єму, коли об'єм прямує до нуля:

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{\Delta V}, \quad (3.47)$$

де $\vec{p}_i$ - дипольний момент i -го диполя, n - кількість диполів, які знаходяться в об'ємі ΔV .

Отже, вектор $\vec{P}$ є дипольним моментом одиниці об'єму діелектрика, який виникає при його поляризації.

Для однорідного діелектрика, який перебуває в однорідному електричному полі, справедлива рівність: $\vec{P} = n \cdot \vec{p}$, де n - кількість молекул в одиниці об'єму, $\vec{p}$ - дипольний момент молекули. Оскільки $\vec{p} = \beta \epsilon_0 \vec{E}$, то $\vec{P} = n \beta \cdot \epsilon_0 \vec{E}$.

Позначимо $n \beta = \chi$, отже, $\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$. Коефіцієнт χ називається діелектричною сприйнятливістю речовини або поляризованістю одиниці об'єму діелектрика. χ - величина безрозмірна ($\chi \approx 80$ для води, $\chi \approx 25$ для спиртів).

3.1.2.4 Електричне поле в речовині. Теорема Остроградського-Гаусса для електростатичного поля в діелектрику.

Електричне зміщення

Для встановлення кількісних закономірностей поля в діелектрику внесемо в однорідне

зовнішнє електростатичне поле, яке створюється двома нескінченними паралельними різноіменно зарядженими пластинами, пластину з однорідного діелектрика (рис. 3.25).

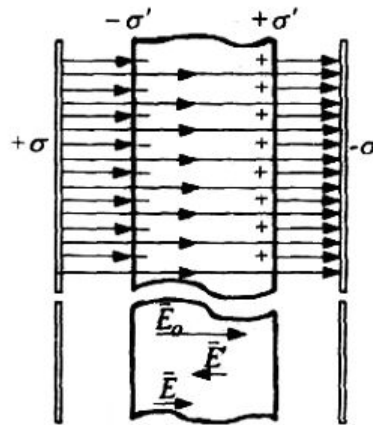


Рис. 3.25

Під дією поля діелектрик поляризується, тобто відбувається зміщення зарядів. Внаслідок цього на правій грані діелектрика буде надлишок позитивного заряду з поверхневою густиною $+\sigma'$, на лівій - від'ємного заряду з поверхневою густиною $-\sigma'$. Ці некомпенсовані заряди, що появляються внаслідок поляризації діелектрика, називаються зв'язаними. Оскільки їх поверхнева густина σ' менша від густини σ вільних зарядів площин, то не все поле $\vec{E}_0$ компенсується зарядами діелектрика: на границі діелектрика відбувається розрив ліній напруженості зовнішнього електричного поля. Отже, поляризація діелектрика викликає зменшення в ньому поля порівняно з початковим зовнішнім полем. Поза діелектриком $\vec{E} = \vec{E}_0$. Поява зв'язаних зарядів приводить до виникнення електричного поля $\vec{E}'$, яке ослаблює $\vec{E}_0$. Результуюче поле всередині діелектрика:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}' \quad (3.48)$$

Оскільки поля $\vec{E}_0$ і $\vec{E}'$ створені двома нескінченними зарядженими площинами, то

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$$

Тому

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0} \quad (3.49)$$

Отже, напруженість поля при наявності діелектрика обчислюється за такою ж формулою, як і для вакууму з тією лише відмінністю, що до вільних зарядів треба додати зв'язані заряди протилежного знака.

Визначимо поверхневу густину зв'язаних зарядів σ' .

Повний дипольний момент пластинки діелектрика $P_v = PV = PSd$, де S - площа грані пластинки, d - її товщина. З іншого боку, $P_v = q'd = \sigma'Sd$. Тоді, $PSd = \sigma'Sd$, і $\sigma' = P$, тобто **поверхнева густина зв'язаних зарядів σ' дорівнює модулю вектора поляризації P .**

В загальному випадку, якщо зовнішнє електричне поле $\vec{E}_0$ утворює кут α з поверхнею діелектрика, то $\sigma' = P \cos \alpha = P_n$, де P_n - проекція вектора поляризації на напрямок нормалі поверхні. Для правої поверхні на рис. 3.26 $P_n > 0$, і відповідно σ' для неї позитивна; для лівої поверхні $P_n < 0$ і відповідно σ' для неї негативна.

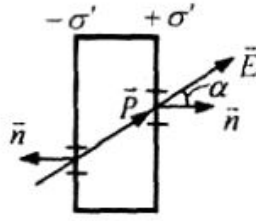


Рис. 3.26

Оскільки $\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$, то $\sigma' = \chi \epsilon_0 E_n$, де E_n - нормальна складова напруженості поля всередині діелектрика. В тих місцях, де лінії напруженості виходять із діелектрика ($E_n > 0$), на поверхні будуть позитивні зв'язані заряди, там же, де лінії напруженості входять в діелектрик ($E_n < 0$), появляются негативні поверхневі заряди.

Оскільки $E \propto E_0 \propto \frac{Q'}{Q_0}$, а $Q' \propto P \propto \chi E$, то $E \propto E_0 \propto \chi E$. Звідси напруженість поля в середовищі:

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\epsilon}, \quad (3.50)$$

де $\epsilon = 1 + \chi$ - **відносна діелектрична проникність діелектрика**, яка характеризує поляризаційні властивості діелектрика.

Відносна діелектрична проникність діелектрика дорівнює його діелектричній сприйнятливості, збільшеній на одиницю і показує, у скільки разів напруженість E_0 електричного поля, утвореного зарядами у вакуумі, більша, ніж напруженість E поля цих зарядів у діелектрику.

Величини χ і ϵ безрозмірні і для вакууму $\chi = 0$, $\epsilon = 1$.

Якщо відносна діелектрична проникність діелектрика дорівнює ϵ , то

$$E = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}. \quad (3.51)$$

З іншого боку, $E \propto \frac{Q \propto Q'}{Q_0}$. Прирівнюючи праві частини, отримуємо

$$\frac{Q}{Q_0} \propto \frac{Q \propto Q'}{Q_0} \quad \text{і} \quad Q' \propto \frac{Q \propto 1}{\epsilon}. \quad (3.52)$$

За цією формулою можна обчислити поверхневу густину σ' зв'язаних зарядів, а, отже, і вектор поляризації $\vec{P}$.

Всі отримані в попередніх параграфах формули, які описують електричні поля і взаємодії електричних зарядів у вакуумі, залишаються справедливими і якщо ці явища мають місце в однорідному ізотропному діелектрику. Тільки у формули, що містять електричну сталу ϵ_0 , треба ввести відносну діелектричну проникність ϵ як співмножник при ϵ_0 :

$$\text{закон Кулона} \quad - F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2}, \quad (3.53)$$

$$\text{напруженість електричного поля точкового заряду} \quad - E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2}, \quad (3.54)$$

$$\text{потенціал електричного поля точкового заряду} \quad - \varphi = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r}. \quad (3.55)$$

Напруженість електричного поля залежить від властивостей середовища: нормальна складова

напруженості поля при переході з вакууму в середовище зменшується в ϵ разів. На границі двох діелектриків нормальні складові $\vec{E}$ обернено пропорційні до ϵ , тобто вектор напруженості при переході через границю діелектриків стрибкоподібно змінюється, створюючи тим самим незручності при розрахунку електричних полів.

Вище було розглянуто теорему Остроградського-Гаусса для потоку вектора напруженості електричного поля у вакуумі:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i,$$

де q_i - вільні заряди.

Узагальнимо цю теорему для випадку електричного поля у діелектрику, в якому поле створюється як вільними, так і зв'язаними зарядами. Тому

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum_{i=1}^N q_i + q' \right), \quad (3.56)$$

де q' - зв'язані заряди.

Це співвідношення не можна використати для розрахунку електричного поля $\vec{E}$ в діелектрику, оскільки воно залежить від величини зв'язаних зарядів, які у свою чергу визначаються полем $\vec{E}$.

Нехай шар однорідного неполярного діелектрика розміщений між двома нескінченними паралельними площинами, зарядженими з поверхневими густинами вільних зарядів $+\sigma$ і $-\sigma$ (рис.3.27).

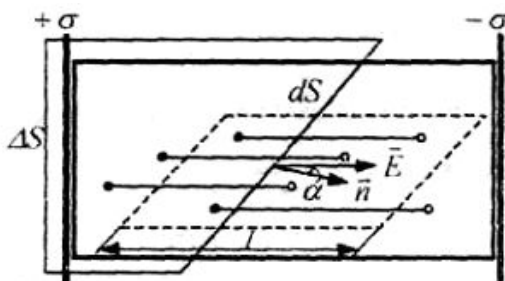


Рис. 3.27

В діелектрику індукуються диполі (• - негативні заряди $-q$, ○ - позитивні заряди $+q$), електричні моменти яких паралельні до $\vec{E}$. Виберемо малу ділянку dS поверхні S , яка охоплює як вільні, так і зв'язані заряди. Молекули-диполі електрично нейтральні. Тому внесок в q' роблять лише ті диполі, які перетинаються поверхнею S .

Вектор $\vec{E}$ в межах площадки dS всюди однаковий і утворює кут α із зовнішньою нормаллю $\vec{n}$.

Площадка dS перетинає лише ті dn диполів, центри яких знаходяться всередині, показаного на рис. 3.27 штриховою лінією, косою циліндра з основою площею dS і твірною, довжина якої дорівнює довжині l молекули-диполя:

$$dn = ndV = n l dS \cos \alpha,$$

де n - концентрація молекул діелектрика. Поверхнею S охоплюються негативні заряди диполів і їх величина

$$dq' = -q dn = -q n l dS \cos \alpha = -n p dS \cos \alpha = -(\vec{P} \cdot d\vec{S}),$$

а $\vec{P} = n \vec{p}$ - вектор поляризації діелектрика. Отже,

$$q' = - \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}. \quad (3.57)$$

Середнє значення об'ємної густини зв'язаних зарядів в межах об'єму V , який обмежений

замкненою поверхнею S , дорівнює

$$\langle \rho' \rangle = -\frac{1}{V} \oint_S (\vec{P}, d\vec{S}) \quad (3.58)$$

Величина вільних зарядів, які охоплюються поверхнею S , в цьому випадку дорівнює $q = \sigma \Delta S$.
Отже,

$$\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{1}{\epsilon_0} (q + \oint_S (\vec{P}, d\vec{S}))$$

або

$$\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \oint_S (\vec{P}, d\vec{S}) + q$$

В обох інтегралах, що стоять зліва, інтегрування проводиться по одній і тій же замкненій поверхні S . Тому

$$\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = q \quad (3.59)$$

Вектор $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ називається **електричним зміщенням**.

В результаті рівняння, яке виражає **теорему Остроградського-Гаусса для електричного поля в середовищі**, можна записати у вигляді:

$$\oint_D (\vec{D}, d\vec{S}) = q \quad (3.60)$$

або

$$\oint_D (\vec{D}, d\vec{S}) = \sum_{i=1}^N q_i \quad (3.61)$$

Згідно з цією теоремою *потік вектора електричного зміщення електричного поля через довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі вільних зарядів, що охоплюються цією поверхнею*.

Вектор поляризації $\vec{P}$ пропорційний до напруженості поля в діелектрику. Отже, $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$. З чим можна зв'язати вектор електричного зміщення? Зв'язані заряди появляються в діелектрику при наявності зовнішнього електричного поля, що створюється системою вільних зарядів, тобто в діелектрику на поле вільних зарядів накладається додаткове поле зв'язаних зарядів.

Результуюче поле в діелектрику описує вектор напруженості $\vec{E}$ і тому він залежить від властивостей діелектрика. Вектор $\vec{D}$ від середовища не залежить і описує електростатичне поле, що створюється вільними зарядами. Зв'язані заряди, що виникають в діелектрику, викликають перерозподіл вільних зарядів. Тому вектор $\vec{D}$ характеризує електростатичне поле, що створюється вільними зарядами (тобто у вакуумі), але при такому їх розподілі в просторі, який є при наявності діелектрика.

Вектор $\vec{D}$ не залежить від властивостей середовища тоді, коли поле створюється зарядженими провідниками в однорідному, ізотропному і безмежному середовищі.

Лінії вектора $\vec{E}$ можуть починатися і закінчуватись як на вільних, так і зв'язаних зарядах, а лінії вектора $\vec{D}$ - лише на вільних зарядах. Через області поля, де знаходяться зв'язані заряди, лінії вектора $\vec{D}$ проходять, не перетинаючись.

3.1.2.5 Сегнетоелектрики.

Серед численних діелектриків є група кристалічних діелектриків, які мають специфічні властивості. Свою назву сегнетоелектрики отримали від першої речовини цього типу - сегнетової солі



Характерна особливість сегнетоелектриків полягає в тому, що у певному температурному інтервалі різко зростає відносна діелектрична проникність.

Для сегнетоелектриків характерне явище діелектричного гістерезису, яке полягає у відставанні змін вектора поляризації $\vec{P}$ від змін вектора напруженості $\vec{E}$ електричного поля (рис. 3.28).

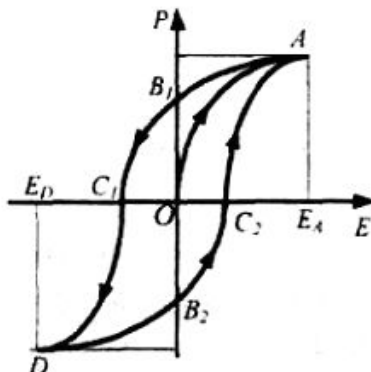


Рис. 3.28

Якщо неполяризований сегнетоелектрик помістити в електричне поле і збільшувати напруженість поля E , то викликана цим полем поляризація зростає по кривій OA , яка називається сегнетоелектрика. $E_{\text{пф}}$ - напруженість поля, при якій досягається насичення поляризації.

При зменшенні поля E поляризація зменшується не по кривій AO , а по кривій AB_1 , причому в точці B_1 зовнішнє поле відсутнє, але сегнетоелектрик поляризований. При зміні напрямку зовнішнього поля вектор поляризації зменшується до нуля в точці C_1 , а потім, змінивши свій напрямок, зростає за величиною вздовж кривої C_1D . Наступна зміна зовнішнього поля від E_D до E_A супроводжується зміною вектора поляризації по кривій DB_2C_2A . В точках B_1 і B_2 спостерігається **залишкова поляризація**. Величина напруженості поля в точках C_1 і C_2 , при якій поляризація сегнетоелектрика дорівнює нулю, називається **коерцетивною силою**.

При періодичній зміні поляризації сегнетоелектрика на подолання тертя під час повертання електричних моментів витрачається електрична енергія, яка йде на нагрівання сегнетоелектрика. Площа петлі гістерезису пропорційна до електричної енергії, що перетворюється у внутрішню енергію в одиниці об'єму сегнетоелектрика за один цикл.

Великі числові значення відносної діелектричної проникності в сегнетоелектриках зумовлені особливостями процесу поляризації в цих речовинах. В сегнетоелектриках по всьому об'єму розподілені області, в яких окремі молекули орієнтовані однаково. Такі області називаються **доменами** (рис. 3.29).

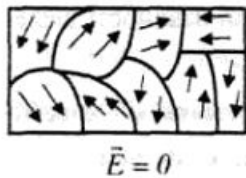


Рис. 3.29

Така самовільна поляризація молекул називається спонтанною поляризацією.

За відсутності поля області спонтанної поляризації розміщуються так, що електричні дипольні моменти різних доменів компенсують один одного і середня поляризація сегнетоелектрика дорівнює нулю.

Якщо внести кристал сегнетоелектрика у зовнішнє поле, відбувається переорієнтація електричних моментів доменів і весь кристал стає поляризованим.

При підвищенні температури в сегнетоелектрику здійснюється фазовий перехід, який супроводжується зникненням спонтанної поляризації і зміною симетрії кристалічної ґратки. Температура, при якій відбувається фазовий перехід, називається **точкою Кюрі**. Сегнетова сіль має дві точки Кюрі: -18°C і $+24^\circ\text{C}$.

3.1.3 Провідники в електричному полі

Характерною особливістю провідників є наявність у них вільних носіїв заряду. Якщо провідник поміщають в зовнішнє електростатичне поле $\vec{E}_{\text{зовн.}}$, то на кожен вільний заряд діє сила $\vec{F}_1 = q\vec{E}_{\text{зовн.}}$ (рис. 3.30).

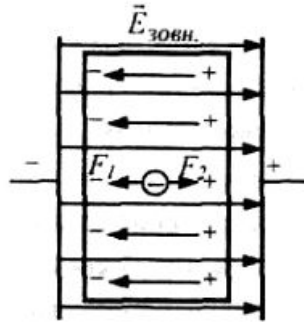


Рис. 3.30

Під дією сили $\vec{F}_1$ відбувається переміщення вільних носіїв заряду і внаслідок цього відбувається перерозподіл електричних зарядів: на одній грані провідника буде надлишок вільних електронів, які заряджають її негативно, на іншій виникає нестача їх і ця грань заряджається позитивно.

Явище перерозподілу вільних носіїв заряду у провіднику під дією зовнішнього електричного поля, внаслідок чого виникає електризація, називається електростатичною індукцією або електризацією через вплив.

Індуковані на гранях заряди створюють всередині провідника внутрішнє електростатичне поле $\vec{E}_{\text{вн.}}$, яке діє на вільні електрони із силою $\vec{F}_2 = q\vec{E}_{\text{вн.}}$. Переміщення вільних зарядів у провіднику припиняється, коли $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$. Тоді $q(\vec{E}_{\text{зовн.}} + \vec{E}_{\text{вн.}}) = 0$. Оскільки $q \neq 0$, то

$$\vec{E}_{\text{зовн.}} + \vec{E}_{\text{вн.}} = 0, \text{ і } \vec{E}_{\text{зовн.}} = -\vec{E}_{\text{вн.}}$$

Внутрішнє поле дорівнює за величиною і протилежне за напрямком зовнішньому. **Результуюча напруженість поля всередині провідника дорівнює нулю.**

Відсутність поля всередині провідника означає, згідно з $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$, що потенціал у всіх точках всередині провідника постійний ($\varphi = \text{const}$), тобто поверхня провідника в електростатичному полі є екіпотенціальною.

Якщо провіднику надати деякий заряд q , то некомпенсовані заряди розміщуються лише на поверхні провідника. Для пояснення цього факту проведемо всередині провідника довільну замкнену поверхню S , яка обмежує деякий внутрішній об'єм провідника. За теоремою Остроградського-Гаусса сумарний заряд цього об'єму дорівнює

$$q = \Phi_D = \oint (\vec{D} \cdot d\vec{S}) = D_n dS = 0, \quad (3.63)$$

оскільки у всіх точках всередині поверхні $D = 0$.

Знайдемо взаємозв'язок між напруженістю E поля поблизу поверхні зарядженого провідника і поверхневою густиною σ зарядів на її поверхні.

Для цього розглянемо замкнену поверхню у вигляді циліндра з основою dS , вісь якого орієнтована вздовж вектора $\vec{D}$ (рис. 3.31), і застосуємо теорему Остроградського-Гаусса.

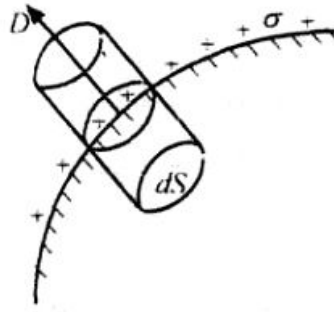


Рис. 3.31

Так як поле всередині провідника відсутнє, потік $\vec{D}$ через замкнену циліндричну поверхню визначається лише потоком через зовнішню основу циліндра:

$$\Phi_D = DdS = q = \sigma dS. \text{ Звідси } D = \sigma \text{ або}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (3.64)$$

де ϵ - відносна діелектрична проникність середовища, в якому знаходиться провідник.

Це співвідношення визначає напруженість електричного поля поблизу поверхні провідника довільної форми.

На рис. 3.32 наведено вигляд ліній напруженості (штрихові лінії) і еквіпотенціальних поверхонь (суцільні лінії) поля позитивно зарядженого провідника циліндричної форми з конічним виступом на одному кінці і конічною западиною на іншому.

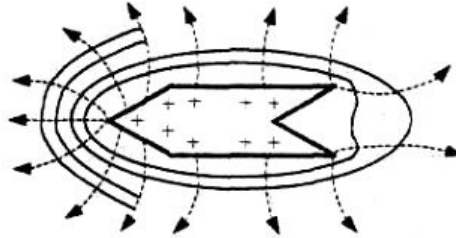


Рис. 3.32

З рисунка видно, що поблизу вістря і виступів еквіпотенціальні поверхні найсильніше зближені, відповідно і поверхнева густина вільних зарядів на цих ділянках провідника більша, ніж на інших поверхнях тіла. В області конічної западини напруженість поля мінімальна.

Значна величина напруженості поля поблизу гострого виступу на зарядженому провіднику приводить до явища, відомого під назвою "електричний вітер". В атмосферному повітрі завжди є невелика кількість позитивних йонів і вільних електронів, що виникають під впливом космічних променів, випромінювання радіоактивних речовин тощо. В сильному електричному полі поблизу вістря електрони рухаються з великою швидкістю і, стикаючись з молекулами повітря, іонізують їх. Отже, виникає все більша кількість позитивних рухомих зарядів, які утворюють "електричний вітер".

Існування "електричного вітру" супроводжується розрядженням наелектризованого тіла, бо до нього рухаються під дією електричного поля заряди протилежного до знака зарядів наелектризованого тіла. Тому це явище біля проводів високовольтних ліній електропередач є шкідливим, оскільки спричиняє втрати заряду.

Нейтральний провідник, внесений в електростатичне поле, розриває частину ліній напруженості; вони закінчуються на від'ємних індукованих зарядах і знову починаються на додатних (рис. 3.33).

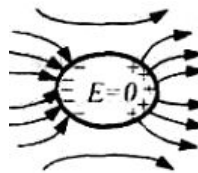


Рис. 3.33

Лінії напруженості електричного поля перпендикулярні до поверхні провідника, оскільки при

такій умові індуковані заряди не будуть рухатися вздовж поверхні провідника.

У стані рівноваги всередині провідника заряди відсутні, тому створення в середині нього порожнини не впливає на конфігурацію розміщення зарядів і тим самим на електростатичне поле. Всередині порожнини поле відсутнє. На цьому ґрунтується **електростатичний захист** - екранування тіл від впливу зовнішніх електростатичних полів.

Властивість зарядів розміщатися на зовнішній поверхні провідника використовується для створення **електростатичних генераторів**, які призначені для нагромадження великих зарядів і досягнення різниці потенціалів в декілька мільйонів вольт.

3.1.3.1 Електроємність відокремленого провідника. Конденсатори

Розглянемо провідник, що перебуває в однорідному середовищі далеко від заряджених тіл та інших провідників. Такий провідник називається **відокремленим**.

Відношення Q до φ для даного провідника називають **електричною ємністю**:

$$C \equiv \frac{Q}{\varphi} \quad (3.65)$$

Електроємність відокремленого провідника чисельно дорівнює електричному заряду, який треба надати цьому провіднику, щоб потенціал змінився на одиницю.

Електроємність відокремленого провідника залежить від його форми і розмірів, причому геометрично подібні провідники мають ємності, прямо пропорційні до їхніх лінійних розмірів.

Електроємність прямо пропорційна до діелектричної проникності середовища.

Електроємність не залежить ні від матеріалу провідника, ні від його агрегатного стану, ні від форми і розмірів можливих порожнин всередині нього. Це пов'язано з тим, що надлишкові заряди розподілені тільки на зовнішній поверхні провідника.

Одиниця ємності - фарада: *1 фарада* - це ємність такого провідника, потенціал якого змінюється на *1В* при наданні йому заряду в *1 Кл*.

Оскільки

$$\varphi_{\text{кулі}} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}, \quad (3.66)$$

то ємність кулі $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$.

1 фарада - це ємність провідника у формі кулі, радіус якої

$$R \approx \frac{C}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^6 \text{ км}$$

Для того, щоб провідник мав велику ємність, він повинен мати дуже великі розміри. На практиці, однак, необхідні пристрої, які мають здатність при малих розмірах і невеликих відносно навколишніх тіл потенціалах нагромаджувати значні за величиною заряди. Ці пристрої-**конденсатори**.

Конденсатор складається з двох провідників, які розділені діелектриком. Щоби на ємність конденсатора не впливали навколишні тіла, провідникам надають таку форму, щоб поле, яке створюється зарядами, було зосереджено у вузькому проміжку між обкладками конденсатора.

Оскільки поле зосереджене всередині конденсатора, то лінії напруженості починаються на одній обкладці і закінчуються на іншій і тому вільні заряди, що виникають на різних обкладках, є рівними за модулем різнойменними зарядами.

Ємність конденсатора - фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню заряду Q , нагромадженого у конденсаторі, до різниці потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ між його обкладками:

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} \quad (3.67)$$

Залежно від форми обкладок конденсатори поділяються на плоскі, циліндричні і сферичні.

Плоский конденсатор

Якщо обкладки конденсатора мають форму паралельних між собою площин, то його називають плоским (рис. 3.34).

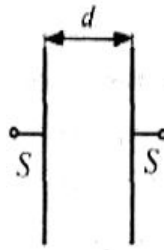


Рис. 3.34

Площа пластин конденсатора S і якщо лінійні розміри пластин великі порівняно з d , то електричне поле між пластинами можна вважати еквівалентним полю між двома нескінченними площинами, які заряджені різнойменно і поверхневі густини яких дорівнюють $+\sigma$ і $-\sigma$. Крім того, відстань d повинна бути настільки малою, щоб порушення однорідності поля поблизу його країв можна було не брати до уваги.

Напруженість електричного поля і різниця потенціалів між обкладками конденсатора в цьому випадку дорівнюють

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S},$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S} d,$$

де ϵ - відносна діелектрична проникність середовища, що заповнює простір між пластинами.

Отже, ємність плоского конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}. \quad (3.68)$$

Ємність конденсатора, який має шаруватий діелектрик (рис. 3.35),

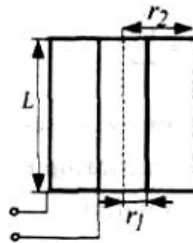


Рис. 3.35

визначають за формулою:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} + \frac{d_3}{\epsilon_3}}. \quad (3.69)$$

Циліндричний конденсатор

Дві металеві трубки різних радіусів, вставлені одна в одну аксіально, тобто так, що їх осі збігаються, і розділені шаром діелектрика, утворюють циліндричний конденсатор. Поза конденсатором поля, створені внутрішньою і зовнішньою обкладками, взаємно знищуються. Поле створюється між обкладками тільки зарядом циліндра радіусом r_1 , оскільки заряд зовнішнього циліндра всередині конденсатора не створює електричного поля. Різниця потенціалів між обкладками циліндричного конденсатора

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon \cdot L} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Тоді ємність циліндричного конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon \cdot L}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (3.70)$$

Якщо шар діелектрика $d = r_2 - r_1$, дуже тонкий, то

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = \ln \frac{r_1 + d}{r_1} = \ln \left(1 + \frac{d}{r_1}\right) \approx \frac{d}{r_1}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot L r_1}{d}$$

Але $2\pi r_1 \cdot L = S$ - площа обкладки циліндричного конденсатора, то

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$$

Отже, коли обкладки циліндричного конденсатора розділені дуже тонким шаром діелектрика, його електроємність з достатньою точністю можна обчислити за формулою плоского конденсатора.

Сферичний конденсатор

Обкладки такого конденсатора - це дві концентричні провідні сфери з радіусами r_1 і r_2 розділені тонким шаром діелектрика завтовшки d (рис. 3.36) і $d = r_2 - r_1$.

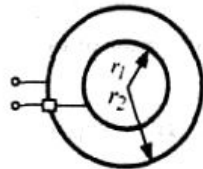


Рис. 3.36

Поля поза конденсатором, створені внутрішньою та зовнішньою обкладками, взаємно знищуються. Поле між обкладками створюється зарядом q кулі радіусом r_1 , а заряд $-q$ зовнішньої кулі всередині цієї кулі не створює електричного поля. Різниця потенціалів між обкладками конденсатора дорівнює

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Тоді електроємність сферичного конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1} \quad (3.71)$$

Якщо товщина шару діелектрика d мала, то можна вважати $r_1 \approx r_2$.
Тоді

$$C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1^2}{d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 4\pi r_1^2}{d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

де $S = 4\pi r_1^2$ - площа обкладки конденсатора.

Отже, коли сферичний конденсатор має дуже тонкий шар діелектрика, його електроємність можна обчислювати за формулою ємності плоского конденсатора.

Для збільшення ємності і варіювання її можливих значень конденсатори з'єднують в батареї.

Паралельне з'єднання конденсаторів.

Щоб отримати велику електроємність, кілька конденсаторів з'єднують в батарею так, щоб всі позитивні обкладки мали один спільний електрод, а негативні - інший (рис. 3.37).

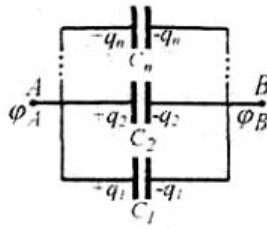


Рис. 3.37

Таке з'єднання називається **паралельним**. При цьому кілька конденсаторів немовби замінюють одним, у якого площа обкладок дорівнює сумі площ обкладок складових конденсаторів.

Різниця потенціалів між обкладками всіх конденсаторів $C_1, C_2, \dots, C_n$, незалежно від ємності, однакова і дорівнює різниці потенціалів $\varphi_A - \varphi_B = U$. При цьому на кожному з них містяться заряди: $q_1 = C_1 U, q_2 = C_2 U, \dots, q_n = C_n U$.

Заряд всієї батареї розподіляється між обкладками конденсатора так, що

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n,$$

або

$$q = (C_1 + C_2 + \dots + C_n)U.$$

Крім того, заряд q батареї можна виразити через її електроємність $C_{\text{нар}}$ та напругу на її клеммах:

$$q = C_{\text{нар}} U.$$

Прирівнюючи два вирази для заряду q , отримуємо

$$C_{\text{нар}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i \quad (3.72)$$

Якщо батарея складається з n однакових паралельно з'єднаних конденсаторів ємністю C кожен, то її електроємність

$$C_{\text{нар}} = Cn. \quad (3.73)$$

З'єднувати паралельно доцільно такі конденсатори, у яких однакова робоча напруга.

Послідовне з'єднання конденсаторів

При послідовному з'єднанні конденсаторів негативну обкладку першого конденсатора з'єднують з позитивною обкладкою другого і т.д. (рис. 3.38).

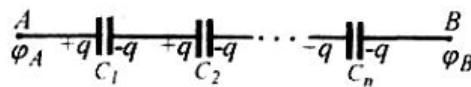


Рис. 3.38

Якщо на батарею подати напругу $U = \varphi_A - \varphi_B$, то до такої різниці потенціалів зарядяться тільки крайні обкладки першого і останнього конденсатора, причому

$$U = \varphi_A - \varphi_B = (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + \dots + (\varphi_{n-1} - \varphi_n).$$

Провідник, що з'єднує негативну обкладку першого та позитивну обкладку другого конденсатора, можна розглядати разом з обкладками як одне провідне тіло. Внаслідок явища електростатичної індукції вільні заряди цього тіла під дією поля прикладеної напруги перерозподіляються так, що на одній обкладці з'являється негативний заряд $-q$, а на іншій - позитивний $+q$. Тому можна зробити висновок, що заряди на всіх послідовно з'єднаних конденсаторах, незалежно від їх ємності, однакові і дорівнюють заряду всієї батареї, тобто

$$q = q_1 = q_2 = \dots = q_n.$$

Ємність батареї послідовно з'єднаних конденсаторів

$$C_{\text{noc}} = \frac{q}{\varphi_A - \varphi_B}, \quad (3.74)$$

звідки

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{q}{C_{\text{noc}}}.$$

Для першого конденсатора $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{C_1}$, для другого $\varphi_2 - \varphi_3 = \frac{q}{C_2}$ і т.д.
Тоді

$$\frac{q}{C_{\text{noc}}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \dots + \frac{q}{C_n}.$$

Після скорочення на q отримуємо формулу для обчислення електроємності батареї послідовно з'єднаних конденсаторів:

$$\frac{1}{C_{\text{noc}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (3.75)$$

Якщо послідовно з'єднано n однакових конденсаторів з ємністю C кожен, то

$$C_{\text{noc}} = \frac{C}{n}. \quad (3.76)$$

Послідовно з'єднують конденсатори для підвищення робочої напруги, яку можна подати на батарею конденсаторів.

3.1.4 Енергетичні характеристики електростатичного поля

Нехай $\square$ відокремлений провідник, заряд, ємність і потенціал якого становлять q, C, φ . Збільшимо заряд цього провідника на dq . Для цього треба перенести заряд dq з нескінченності до поверхні провідника, затративши на це роботу

$$dA = dq \cdot C \cdot d\varphi = C \cdot dq \cdot d\varphi. \quad (3.77)$$

Щоб зарядити тіло від нульового потенціалу до φ , треба виконати роботу

$$A = \int_0^\varphi C \varphi d\varphi = C \frac{\varphi^2}{2}. \quad (3.78)$$

Енергія зарядженого провідника чисельно дорівнює тій роботі, яку треба виконати, щоб зарядити цей провідник, тобто

$$W_e = \frac{C \varphi^2}{2} = \frac{q \varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (3.79)$$

Під час зарядження конденсатора витрачається робота із перенесення електричних зарядів з однієї обкладки на іншу. Енергію зарядженого конденсатора визначають за формулою:

$$W_e = \frac{C \Delta \varphi^2}{2} = \frac{q \Delta \varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}, \quad (3.80)$$

де $\Delta \varphi$ - різниця потенціалів між обкладками.

Знайдемо енергію електричного поля. Для цього у формулу $W = \frac{C \Delta \varphi^2}{2}$ підставимо значення C і $\Delta \varphi$: $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$, $\Delta \varphi = Ed$.
Тоді

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} E^2 d^2 = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 S E^2 d = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} V, \quad (3.81)$$

де $V = Sd$ - об'єм конденсатора. Відомо, що $\varepsilon \varepsilon_0 E = D$, отже

$$W_e = \frac{1}{2} D E V. \quad (3.82)$$

Ці формули показують, що енергія конденсатора виражається через величину, що характеризує електростатичне поле, — через напруженість E . Це означає, що електростатичне поле володіє енергією і можна говорити про енергію електростатичного поля.

Формула $W_e = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} V$ відповідає уявленню теорії поля (теорії близькодії), де вважається, що енергія, подібно до речовини, розподілена у просторі з **об'ємною густиною**

$$\omega_e = \frac{W_e}{V} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{(\vec{E}, \vec{D})}{2}. \quad (3.83)$$

Енергія dW_e нескінченно малого об'єму dV поля дорівнює

$$dW_e = \omega_e dV = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} dV.$$

Інтегруючи це рівняння по всьому об'єму V поля, знаходимо повну енергію W_e електростатичного поля:

$$W_e = \int_V \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2 dV. \quad (3.84)$$

3.1.5 НЕОБХІДНО ЗРОЗУМІТИ, ЗАПАМ'ЯТАТИ І ВМІТИ ВИЗНАЧАТИ

1. Дати визначення електростатики як розділ електродинаміки. Дати визначення позитивних і негативних зарядів.
2. Закон збереження заряду.
3. Закон Кулона у векторній формі.
4. Дати визначення для поняття «напруженість електричного поля». Принцип суперпозиції електричних полів.
5. Напруженість електричного поля точкового заряду. Дати визначення силових ліній електричного поля.
6. Дати визначення поняття «провідник».
7. Дати визначення поняття «діелектрик».
8. Типи діелектриків. Центр «тяжіння» системи зарядів.
9. Диполь. Дипольний момент.
10. Полярні і неполярні діелектрики.
11. Вектор поляризації.
12. Деформаційна та орієнтаційна поляризації діелектрика.
13. Діелектрична сприйнятливості діелектрика.
14. Електронна, атомна та іонна поляризації діелектрика.
15. Пієзоелектрики.
16. Вектор електричного зміщення. Діелектрична проникність діелектрика.
17. Зв'язок між векторами електричного зміщення і напруженості електричного поля.
18. Потіки векторів $\vec{E}$ і $\vec{D}$. Теорема Остроградського—Гаусса для електричного поля.
19. Поле нескінченно зарядженої площини.
20. Поле між двома нескінченно зарядженими площинами.
21. Поле поблизу нескінченної зарядженої нитки.
22. Робота при переміщенні електричного заряду в електростатичному полі.
23. Умова потенційності електростатичного поля. Дати визначення поняття «потенціал». Потенціал поля точкового заряду.
24. Зв'язок між потенціалом та напруженістю електростатичного поля.
25. Провідник в електричному полі.
26. Поле поблизу зарядженої поверхні.
27. Дати визначення електроємності. Електроємність поодинокій провідниковій сфери.
28. Електроємність плоского конденсатора.
29. Паралельне з'єднання конденсаторів.
30. Послідовне з'єднання конденсаторів.
31. Енергія системи зарядів.
32. Енергія зарядженого провідника.
33. Енергія зарядженого конденсатора.
34. Енергія електричного поля.

3.2 ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ – це упорядкований рух носіїв зарядів. Під таке дуже загальне визначення підходить не лише рух електронів у провіднику, а й рух зарядженого літака, рух «дірок» у напівпровідниках, рух йонів в електролітах при електролізі тощо.

3.2.1 ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ

Електричний струм характеризується *густиною струму* і *силою струму*.

3.2.1.1 Густина струму

ГУСТИНОЮ СТРУМУ ($\vec{j}$) – називають векторну величину, чисельно рівну заряду, який проходить за одиницю часу через одиничну площинку, орієнтовану перпендикулярно до напрямку руху носіїв зарядів.

Якщо за час Δt (рис. 3.39) через площинку ΔS пройшов заряд величиною Δq , то вектор густини

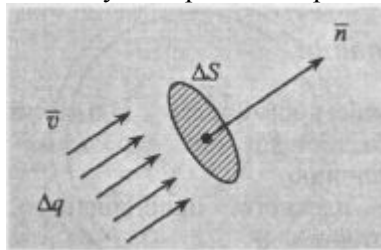


рис. 3.39

струму визначається так:

$$\vec{j} = \vec{n} \lim_{\substack{\Delta S \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta q}{\Delta S \cdot \Delta t} = \vec{n} \frac{dq}{ds \cdot dt} \quad (3.85)$$

Густина струму є диференціальною характеристикою. Нагадаємо, що диференціальними ми називали характеристики, які визначаються в даній точці простору.

Одиниця густини струму – $A \cdot m^{-2}$.

Виразимо густину струму через характеристики зарядів, які рухаються. Нехай через площинку величиною ds проходять перпендикулярно до неї елементарні заряди, кожний величиною e (рис. 3.40). За час Δt через цю площинку пройдуть усі заряди, які перебувають від неї на відстані, не більшій за $v \Delta t$. Число заряджених частинок, які пройшли через площинку, дорівнює повному числу частинок, що містяться в об'ємі елементарного циліндра величиною $ds v \Delta t$.

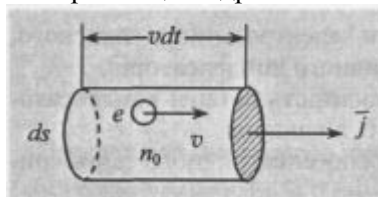


рис. 3.40

Для обчислення повного числа частинок достатньо помножити об'єм циліндра на концентрацію n_0 :

$$dN = n_0 ds v dt.$$

Відповідно, заряд

$$dq = e dN = e n_0 ds v dt.$$

Густина струму

$$\vec{j} = \vec{n} \frac{dq}{ds dt} = e n_0 \vec{v} \quad (3.86)$$

3.2.1.2 Сила струму

Силою струму di , що тече через елементарну площинку ds , називають елементарний потік вектора густини струму (рис. 3.41)

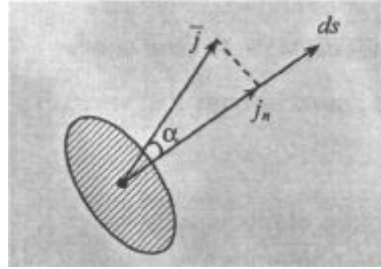


рис. 3.41

$$di = \vec{j} \cdot d\vec{s} = j_n ds \cos \alpha = j_n ds. \quad (3.87)$$

Оскільки

$$j_n = \frac{dq}{ds dt},$$

то

$$di = \frac{dq \cdot ds}{dt \cdot ds} = \frac{dq}{dt}. \quad (3.88)$$

Сила струму, який протікає через елементарну площинку, визначається швидкістю проходження заряду через цю площинку. Якщо площинка має скінченні розміри, то для визначення сили струму потрібно додати всі елементарні потоки:

$$I = \oint_S j_n ds. \quad (3.89)$$

Ця формула визначає силу електричного струму, який протікає через довільну поверхню площею S . Отже:

Сила струму дорівнює потоку вектора густини струму через дану поверхню.

Для вектора густини струму, як і для будь-якого вектора, можна сформулювати теорему Гаусса:

Потік вектора густини струму через довільну замкнену поверхню дорівнює швидкості зміни заряду, який міститься всередині цієї поверхні.

Повернемось до поняття сили струму. Якщо густина струму не залежить від часу, а залежить лише від координат, то такий струм називають ПОСТІЙНИМ СТРУМОМ. Для нього:

$$I = \frac{q}{t} \text{ або } q = It. \quad (3.90)$$

Для постійного струму провідності густина струму в будь-якій точці поперечного перерізу провідника однакова і тоді зв'язки спрощуються:

$$I = jS \text{ або } j = \frac{I}{S}. \quad (3.91)$$

Часто замість терміна «сила струму» пишуть просто «струм». Одиниця сили струму – **ампер (А)**.

3.2.2 ОСНОВИ ЕЛЕКТРОННОЇ ПРОВІДНОСТІ МЕТАЛІВ

Якщо по провіднику тече постійний струм, то це означає, що швидкість електронів також стала. Але істинна швидкість вільних електронів у провіднику ніяк не може бути сталою, бо вони рухаються у змінному електричному полі йонів кристалічної решітки. Це дуже складне поле, оскільки йони не стоять на місці у вузлах кристалічної решітки, а здійснюють теплові коливання. Мова може йти лише про деяку *середню швидкість*.

Середню швидкість можна оцінити, розглядаючи таку просту модель: електрон розганяється в однорідному полі доти, доки не зіткнеться з йоном і не зупиниться. Потім знову починає розганятися

до наступного зіткнення і повної зупинки. Якщо напруженість електричного поля E , то сила, що діє на електрон, заряд якого e ,

$$F = Ee.$$

Згідно з другим законом динаміки ця сила дорівнює добутку маси електрона на його прискорення:

$$F = ma.$$

Звідси прискорення електрона

$$a = \frac{e}{m} E.$$

За час розгону τ електрон досягає максимальної швидкості:

$$a_{\max} = \frac{e}{2m} E,$$

а його середня швидкість дорівнює половині максимальної:

$$v_{cp} = \frac{1}{2} v_{\max} = \frac{e}{2m} E \tau.$$

Як бачимо, середня швидкість прямо пропорційна напруженості електричного поля. Тепер залишається підставити значення середньої швидкості у вираз для густини струму:

$$\bar{j} = en_0 v_{cp} = \frac{e^2 n_0}{2m} E \tau.$$

Можна припустити, що час розгону електрона τ , який називають *середнім часом вільного пробігу*, залежить лише від властивостей конкретного провідника, як і n_0 . Позначимо через μ множник:

$$\tau = \mu \frac{e^2 n_0}{2m}$$

і дістанемо закон Ома в диференціальній формі:

$$j = \sigma E. \quad (3.92)$$

Читається він так:

Густина струму в даній точці пропорційна до напруженості електричного поля.

Коефіцієнт пропорційності σ , який має розмірність $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, називається *питомою електричною провідністю* речовини. Це не що інше, як обернена величина питомого електричного опору ρ . Тому

$$j = \frac{1}{\rho} E.$$

Це теж закон Ома в диференціальній формі. Оскільки

$$j = en_0 v; \quad j = \sigma E,$$

то питома провідність:

$$\sigma = en_0 \frac{v}{E} = en_0 \mu. \quad (3.93)$$

Величину μ називають *рухливістю носіїв заряду*.

Отже, питома провідність визначається рухливістю носіїв заряду в даному середовищі. Вона залежить як від властивостей самих носіїв заряду, так і від властивостей середовища. Використання поняття «рухливість» особливо корисне, коли електричний струм здійснюється одночасно різними типами носіїв.

Наприклад, у напівпровідниках є як електрони, так і «дірки» і сумарна провідність

$$\gamma = \gamma_n + \gamma_p = e(n_n \mu_n + n_p \mu_p). \quad (3.94)$$

3.2.3 УМОВИ ІСНУВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ

У цьому розділі будемо розглядати лише струм провідності. Перша умова.

Наявність вільних носіїв електричного заряду.

Ця умова достатньо очевидна. У провідниках вільними носіями заряду є електрони. Їх число в одиниці об'єму провідника практично постійне і приблизно дорівнює $10^{28} \div 10^{29} \text{ м}^{-3}$.

Друга умова. Для того, щоб струм протікав безперервно **потрібне замкнене електричне коло**.

Третя умова. Щоб переміщати електрони по замкнутому колу, потрібна сила. Кулонівські сили для цього непридатні, бо поле цих сил потенціальне і робота кулонівських сил по замкнутому контуру дорівнює нулю:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0.$$

Кулонівське поле може переміщати позитивний заряд із точки 1 з потенціалом φ_1 у точку 2 з потенціалом φ_2 (рис. 3.42). Але для повернення назад в точку 1 потрібно виконувати роботу іншими, не кулонівськими силами, їх називають *сторонніми силами*.

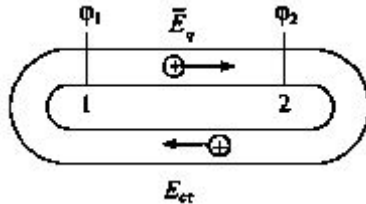


рис. 3.42

Хороший аналог – течія води в гравітаційному, також потенціальному, полі (рис. 3.43). Вода самопливом переливається із верхнього бака в нижній. Для безперервного руху води по замкнутому трубопроводу необхідно виконувати роботу з підняття води на верхній рівень з більш високим потенціалом. Необхідний насос.

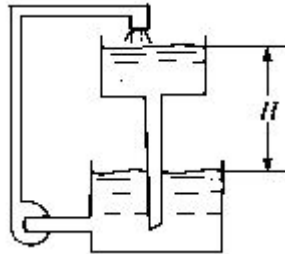


рис. 3.43

В електричному полі роль насоса виконує *джерело струму*, в якому сторонні сили переміщують заряди в напрямі, протилежному кулонівським силам.

Отже, третя умова:

Наявність у колі джерела струму.

Робота, яку виконують сторонні сили під час переміщення одиничного позитивного заряду по замкнутому колу, називається електрорушійною силою (ЕРС):

$$\oint \vec{E}_c \cdot d\vec{l} = \frac{A}{q} \quad (3.95)$$

де $\vec{E}_c$ – напруженість поля сторонніх сил.

Практично робота виконується лише всередині джерела струму, бо поза ним напруженість поля сторонніх сил дорівнює нулю.

3.2.4 ОДНОРІДНА І НЕОДНОРІДНА ДІЛЯНКИ ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА

Неоднорідною називають ділянку кола, в якій міститься джерело струму й активний опір (рис. 3.44). На ділянці 1–2 діють одночасно кулонівські сили, напруженість яких $\vec{E}_q$, і сторонні сили, напруженість яких $\vec{E}_c$ напрямлена в протилежний бік.

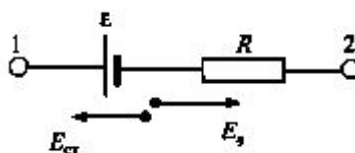


рис. 3.44

Сумарна напруженість: $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_c$, у скалярній формі: $E = E_q + E_c$.
Робота з переміщення одиничного позитивного заряду з точки 1 у точку 2:

$$A_{1,2} = \int_1^2 E dl = \int_1^2 E_q dl - \int_1^2 E_c dl. \quad (3.96)$$

Розглянемо окремо кожен член формули (3.96).

$\int_1^2 E_q dl$ – робота кулонівських сил з переміщення одиничного позитивного заряду з точки 1 у точку 2. Оскільки

$$E_q = \frac{d\varphi}{dl},$$

то

$$\int_1^2 E_q dl = \int_1^2 \frac{d\varphi}{dl} dl = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (3.97)$$

Тому робота кулонівських сил дорівнює різниці потенціалів точки 1 і точки 2.

$\int_1^2 E_c dl = \varepsilon_{1,2}$ – робота сторонніх сил з переміщення одиничного позитивного заряду з точки 1 у точку 2. За визначенням це електрорушійна сила (ЕРС).

$\int_1^2 E dl = U_{1,2}$ – робота сумарного поля кулонівських і сторонніх сил з переміщення одиничного позитивного заряду з точки 1 у точку 2. Ця робота називається *спадом напруги*.

Величину спаду напруги можна визначити для постійного струму, використовуючи закон Ома в диференціальній формі:

$$j = \frac{1}{\rho} E \quad \text{або} \quad E = \rho j. \quad (3.98)$$

Тоді спад напруги:

$$U_{1,2} = \int_1^2 E dl = \int_1^2 \rho j dl = I \int_1^2 \frac{dl}{S} = IR, \quad (3.99)$$

де $R = \int_1^2 \frac{\rho dl}{S}$ – *електричний опір кола* на ділянці 1-2.

Якщо провідник по всій своїй довжині має однаковий поперечний переріз, то $S = \text{const}$. Якщо провідник однорідний, то $\rho = \text{const}$. Тоді формула для розрахунку електричного опору провідника спрощується і набуває такого вигляду:

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (3.100)$$

Одиницею електричного опору є Ом.

Отже, **спад напруги дорівнює сумі різниці потенціалів та ЕРС:**

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon. \quad (3.101)$$

Ця формула є *законом збереження енергії в електричному колі*.

Розглянемо окремі випадки.

Джерело струму відсутнє

Це означає, що $\varepsilon = 0$. Маємо однорідну ділянку електричного кола:

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (3.102)$$

Спад напруги дорівнює різниці потенціалів.

Виразивши звідси силу струму, отримаємо відому формулу закону Ома:

$$I = \frac{U}{R} \quad (3.103)$$

Формула була експериментально отримана Георгом Омом в 1827 році. Закон Ома читається так:

Сила постійного струму на однорідній ділянці електричного кола прямо пропорційна до напруги і обернено пропорційна до електричного опору.

Електричне коло замкнене

Різниця потенціалів дорівнює нулю:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 0$$

Тоді

$$IR = \varepsilon \quad (3.104)$$

Спад напруги дорівнює ЕРС.

Якщо враховувати, що крім зовнішнього опору R є ще і внутрішній опір джерела струму r , то формулу можна подати так:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \quad (3.105)$$

Маємо відомий нам *закон Ома для повного кола*. При короткому замиканні джерела струму ($R = 0$) величина струму в колі обмежується тільки внутрішнім опором джерела струму. Тоді

$$I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r} \quad (3.106)$$

Коло розімкнене

Струму в колі не існує:

$$I = 0$$

Тоді

$$\varepsilon = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (3.107)$$

ЕРС дорівнює різниці потенціалів.

Цей випадок дає можливість визначити ЕРС джерела струму. Для цього достатньо виміряти різницю потенціалів на клеммах джерела струму, відімкненого від кола.

3.2.5 ПРАВИЛА КІРХГОФА

Правила Кірхгофа застосовуються для розрахунків складних розгалужених електричних кіл.

Правило 1.

Алгебраїчна сума сил струмів у вузлі дорівнює нулю.

$$\sum_{i=1}^m I_i = 0. \quad (3.108)$$

Вузол – це точка, де сходяться три і більше струмів.

Звичайно, перше правило Кірхгофа є наслідком закону збереження електричного заряду.

Правило 2.

Сума спадів напруги в будь-якому замкнутому контурі дорівнює сумі ЕРС, що містяться в цьому контурі:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i \quad (3.109)$$

Друге правило випливає із закону збереження енергії для замкнутого кола. При використанні правил Кірхгофа потрібно діяти в такій послідовності:

– позначити на схемі всі вузли і визначити їх число m ;

□

вибрати напрями струмів у кожній вітці кола і позначити їх $I_1, I_2, \dots$. Треба мати на увазі, що не повинно бути вузлів, у які всі струми тільки втікають або з яких тільки витікають;

□

скласти $m - 1$ рівняння за першим правилом Кірхгофа. Струми, що входять у вузол, потрібно брати зі знаком «плюс», а струми, що виходять, – зі знаком «мінус»;

□

виділити замкнуті контури і визначити їх число n ;

□

вибрати єдиний напрям обходу всіх контурів;

□

скласти $n-1$ рівняння за другим

правилом Кірхгофа. Добуток $I_i R_i$ потрібно брати зі знаком «плюс», якщо напрям обходу збігається з напрямком струму, і зі знаком «мінус», – якщо не збігається. Значення ЕРС потрібно брати зі знаком «плюс», якщо всередині джерела струму доводиться йти від негативного полюсу до позитивного.

Тобто, як завжди, ми маємо справу з рухом позитивних зарядів. Насправді ж у металах рухаються негативно заряджені електрони.

Якщо який-небудь струм отримаємо зі знаком «мінус», це означає, що дійсний напрямок цього струму протилежний тому, який було обрано на схемі.

На закінчення наведемо приклад складання рівнянь Кірхгофа для конкретного розгалуженого кола, зображеного на рис. 3.45.

У колі два вузли і три контури ($m = 2$, $n = 3$). Позначимо сили струмів у відгалуженнях I_1, I_2, I_3 .

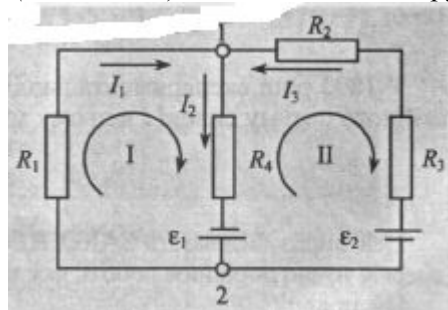


рис. 3.45.

Виберемо напрям обходу контурів за годинниковою стрілкою. Складаємо $m - 1 = 2 - 1 = 1$ рівнянь за першим правилом Кірхгофа:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

Складаємо $n-1=3-1=2$ рівнянь за другим правилом Кірхгофа:

$$I_1 R_1 + I_2 R_4 = -\varepsilon_1; \quad -I_1 R_4 - I_3 R_2 - I_3 R_3 = -\varepsilon_1 + \varepsilon_2.$$

На цьому етапі в рівняння можна підставити числові значення опорів та ЕРС і розв'язати разом систему рівнянь.

3.2.6 ЗАКОН ДЖОУЛЯ-ЛЕНЦА

У 1893 році експериментально було встановлено, що при протіканні по провіднику, опір якого R , постійного струму силою I в ньому за час t виділяється кількість теплоти:

$$Q = I^2 R t \quad (3.110)$$

Цей вираз називають законом **Джоуля–Ленца** в інтегральній формі. Неважко побачити, що вона дорівнює роботі, яку виконують кулонівські сили для переміщення заряду вздовж провідника. Насправді:

$$A = q(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (3.111)$$

Для постійного струму $q = It$, а різниця потенціалів на однорідній ділянці кола дорівнює спаду напруги:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = IR$$

Тому робота

$$A = I^2 R t = Q \quad (3.112)$$

Потужність тепловиділення

$$W = \frac{dQ}{dt} = I^2 R = UI = \frac{U^2}{R} \quad (3.113)$$

Обчислимо тепер *густину потужності тепловиділення*, тобто кількість теплової енергії, яка виділяється в одиницю часу в одиниці об'єму провідника. Для цього виразимо силу струму через густину струму

$$I = jS,$$

а опір провідника через питомий опір ρ :

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Підставимо вирази для сили струму та опору в формулу для потужності тепловиділення й дістанемо

$$W = I^2 R = j^2 S^2 \rho \frac{l}{S} = j^2 \rho l S = j^2 \rho V, \quad (3.114)$$

де V – об'єм провідника.

Тоді густина потужності тепловиділення

$$\omega = \frac{dW}{dV} = j^2 \rho \quad (3.115)$$

Ми дістали *диференціальну форму закону Джоуля-Ленца*.
Повна потужність, яка виділяється в об'ємі V ,

$$W = \int_V \omega dV \quad (3.116)$$

Густина струму визначається напруженістю поля E таким чином:

$$j = \gamma E = \frac{1}{\rho} E.$$

Тому густина потужності тепловиділення

$$\omega = \frac{E^2}{\rho^2} \rho = \frac{1}{\rho} E^2 = \gamma E^2. \quad (3.117)$$

Це теж диференціальна форма закону Джоуля-Ленца:

Густина потужності тепловиділення в даній точці пропорційна до квадрата вектора напруженості.

Цікаво порівняти формулу (3.117) з формулою для густини енергії електростатичного поля

$$\omega_e = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{2} E^2 \quad (3.118)$$

Видно, що в обох випадках енергія визначається напруженістю поля.

3.2.7 НЕОБХІДНО ЗРОЗУМІТИ, ЗАПАМ'ЯТАТИ І ВМІТИ ВИЗНАЧИТИ

1. Дати визначення електричного струму як фізичного явища.
2. Дати визначення сили струму.
3. Дати визначення густини струму.
4. Дати визначення електрорушійної сили для замкненого електричного кола.
5. Що таке стороння сила?
6. Дати визначення напруженості поля сторонніх сил.
7. Спад напруги на ділянці кола, що містить джерело ЕРС.
8. Закон Ома в інтегральній формі.
9. Дати визначення для поняття „опір”.
10. Що таке питомий опір?
11. Опір однорідного циліндричного провідника.

12. Явище надпровідності.
13. Закон Ома в диференціальній формі.
14. Закон Джоуля-Ленца в інтегральній формі.
15. Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі.
16. Перше правило Кірхгофа.
17. Друге правило Кірхгофа.

3.3 СТАТИЧНЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ

Статичне магнітне поле створюється електричними зарядами, які рухаються. Поле діє тільки на ті заряди, що рухаються. Це добре видно з простого досліду (рис. 3.46).

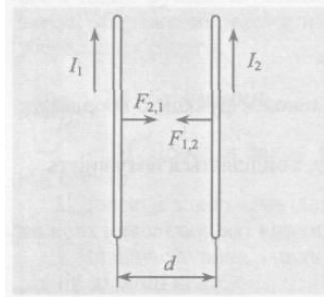


Рис. 3.46

По двох паралельних провідниках, які перебувають на відстані d , протікають електричні струми силою I_1 і I_2 . При цьому виявляється, що провідники залежно від відносного напрямку струмів або притягуються, або відштовхуються. Сила взаємодії на одиницю довжини провідників виявляється прямо пропорційною добутку величин струмів і обернено пропорційною відстані, тобто

$$F_{1,2} = -F_{2,1} = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi d}, \quad (3.119)$$

де $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн} \cdot \text{м}^{-1}$ — магнітна стала; μ — магнітна проникність.

Збільшення сили струму призводить до збільшення сил взаємодії. Якщо струм в одному з провідників припиниться, то сила взаємодії зникне.

3.3.1 ХАРАКТЕРИСТИКИ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

Магнітне поле — це векторне поле сил, тому воно характеризується такими самими величинами, як і інші силові поля.

Будемо розглядати характеристики магнітного поля порівняно з характеристиками електростатичного поля.

ЕЛЕКТРОСТАТИЧНЕ ПОЛЕ

1. Напруженість $\vec{E}$.
2. Вектор електричної індукції

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}.$$

3. Електрична стала

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} \cdot \text{м}^{-1}$$

4. Діелектрична проникність

$$\varepsilon = 1 + \chi.$$

5. Діелектрична сприйнятливість χ характеризує ступінь поляризації, тобто ступінь деформації просторового розподілу зарядів у діелектрику при накладанні зовнішнього електричного поля $\vec{E}_0$. В діелектрику створюється внутрішнє поле з напруженістю $\vec{E}_D = \chi \vec{E}$, яке напрямлене протилежно напруженості зовнішнього поля.

Напруженість результуючого поля:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_D.$$

6. Сила, яка діє на заряд, – це сила Кулона $\vec{F}_q = q\vec{E}$; вона може виконувати роботу.

МАГНІТНЕ ПОЛЕ

1. Напруженість $\vec{H}$.

2. Вектор магнітної індукції

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

3. Магнітна стала

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн} \cdot \text{м}^{-1}$$

4. Магнітна проникність

$$\mu = 1$$

5. Магнітна сприйнятливість μ характеризує ступінь намагніченості речовин, тобто ступінь деформації просторового розподілу магнітних моментів атомів при накладанні зовнішнього магнітного поля $\vec{H}_0$. В речовині створюється внутрішнє поле з напруженістю $\vec{H}_m = \mu \vec{H}_0$.

Напруженість результуючого поля:

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_m.$$

6. Сила, яка діє тільки на ті заряди, що рухаються, – це сила Лоренца $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q\vec{v} \times \mu_0 \mu \vec{H}$. Вона напрямлена перпендикулярно до швидкості і не виконує роботу.

3.3.2 ЗАКОН БІО-САВАРА-ЛАПЛАСА

Закон дозволяє знайти вектор напруженості або вектор індукції магнітного поля, створеного ЕЛЕМЕНТОМ СТРУМУ в даній точці простору (рис. 3.47):

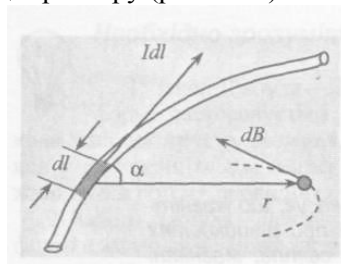


Рис. 3.47

де Idl – елемент струму, вектор, напрямлений вздовж напрямку струму; $\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений від елемента струму до даної точки простору.

Модулі векторів $d\vec{H}$ і $d\vec{B}$:

$$dH = \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad dB = \frac{\mu_0 Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (3.120)$$

де α – кут між елементом струму і радіусом-вектором.

Напрям векторів $\vec{H}$ і $\vec{B}$, як завжди для векторного добутку, визначається за правилом правого свердлика.

У магнітостатичному полі, як і в електростатичному, діє принцип суперпозиції. Для визначення вектора напруженості або вектора магнітної індукції у випадку провідника скінченної довжини потрібно скласти всі елементарні вектори $d\vec{H}$ або $d\vec{B}$, тобто обчислити інтеграл:

$$\vec{H} = \int_l d\vec{H} = \int_l \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}, \quad \vec{B} = \int_l d\vec{B} = \int_l \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}. \quad (3.121)$$

Наведемо приклади використання закону Біо-Савара-Лапласа для розрахунку деяких найпростіших полів.

Поле одиничного заряду, що рухається (рис. 3.48)

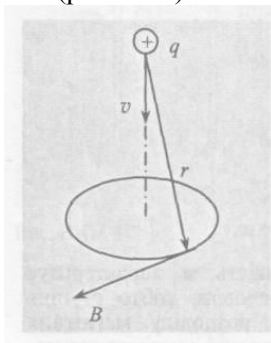


Рис. 3.48

Заряд q рухається рівномірно і прямолінійно зі швидкістю

$$v = \text{const}, \quad l = vt, \quad I = \frac{q}{t}.$$

Тому

$$H = \frac{q}{4\pi r^3} [\vec{v} \cdot \vec{r}] \quad (3.122)$$

Поле в центрі колового струму (рис. 3.49)

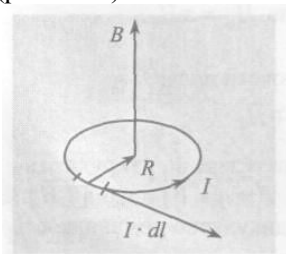


Рис. 3.49

Струм протікає по колу радіусом R

$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi R^2}, \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int dl = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

Тоді

$$H = \frac{I}{2R}. \quad (3.123)$$

Поле провідника нескінченної довжини зі струмом (рис. 3.50)

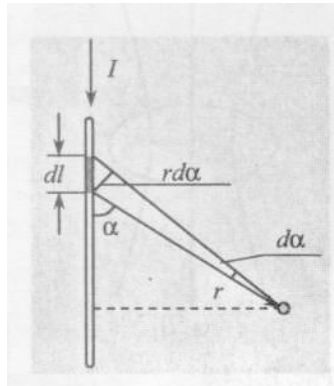


Рис. 3.50

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

$$r = \frac{r_0}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha},$$

Отже,

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I \sin \alpha d\alpha}{4\pi r_0}, \quad B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha.$$

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_0}; \quad H = \frac{I}{2\pi r_0}.$$

(3.124)

3.3.3 МАГНІТНІ СИЛОВІ ЛІНІЇ. ЗАКОН ПОВНОГО СТРУМУ

Напруженість магнітного поля провідника нескінченної довжини зі струмом буде постійною, якщо $r_0 = \text{const}$. Таким чином, силова лінія виявляється замкненою на відміну від розімкнених силових ліній електростатичного поля.

В електростатичному полі циркуляція вектора напруженості вздовж будь-якого замкненого контуру дорівнює нулю:

$$\oint_C \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

У свою чергу, це означає, що електростатичне поле *потенціальне*. Але в магнітному полі циркуляція вектора напруженості не дорівнює нулю:

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} \neq 0.$$

Покажемо це на прикладі магнітного поля прямого провідника нескінченної довжини, по якому тече постійний струм силою I .

Напруженість поля в будь-якій точці на відстані r_0 від провідника постійна, напрямлена по дотичній до магнітної силової лінії і дорівнює

$$H = \frac{1}{2\pi r_0}.$$

Циркуляція вектора напруженості вздовж магнітної силової лінії, тобто вздовж кола радіуса r_0 ,

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \oint_C \frac{I}{2\pi r_0} d\vec{l} = I \neq 0$$

Отже, циркуляція вектора напруженості магнітного поля дорівнює силі струму в провіднику, що пронизує площу контура. Вона не дорівнює нулю і магнітне поле не є потенціальним.

Тому

Для магнітного поля не мають сенсу поняття „потенціальна енергія” і ”потенціал”.

Для довільного числа провідників зі струмом і для будь-якої форми одержимо вираз, відомий як *закон повного струму* (рис. 3.51):

$$\oint_l (\vec{H} d\vec{l}) = \sum_{i=1}^n I_i. \quad (3.125)$$

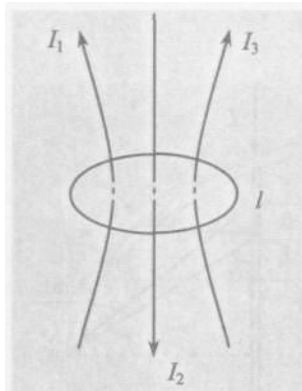


Рис.3.51

Циркуляція вектора напруженості магнітного поля вздовж довільного замкненого контура дорівнює алгебраїчній сумі сил струмів, охоплених цим контуром.

Це інтегрально форма закону повного струму.

При безперервному розподілі вектора густини струму по поверхні, що обмежена контуром, суму сил струмів можна виразити як потік вектора густини струму через цю поверхню

$$\sum_{i=1}^n I_i = \oint_S \vec{j} d\vec{S}.$$

Замінивши інтеграл по контуру інтегралом по поверхні, отримаємо:

$$\oint_l (\vec{H} d\vec{l}) = \int_S (\text{rot } \vec{H} d\vec{S}) = \int_S (\vec{j} d\vec{S}).$$

Звідси

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}. \quad (3.126)$$

Ротор вектора напруженості магнітного поля дорівнює густині струму в даній точці поля.

Це вираз для закону повного струму в диференціальній формі. Оскільки ротор не дорівнює нулю, то це означає, що магнітне поле – *вихрове*.

Закон повного струму для вектора магнітної індукції має вигляд:

$$\oint_l (\vec{B} d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i, \quad \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}. \quad (3.127)$$

3.3.4 ТЕОРЕМА ГАУССА

В електростатиці ми розглядали поведінку потоків векторів напруженості та індукції електричного поля. Тепер розглянемо потоки векторів напруженості та індукції магнітного поля. Визначення потоків аналогічне.

Потік вектора напруженості магнітного поля через елементарну площинку величиною dS (рис. 3.52)

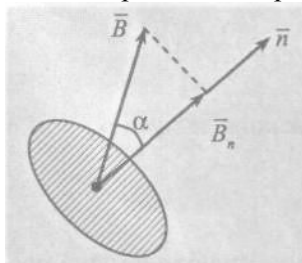


Рис 3.52

$$dN_H = (\vec{H} d\vec{S}) = H_n dS = H dS \cos \alpha.$$

Потік вектора магнітної індукції через цю площинку

$$dN_B = d \oint (\vec{B} d\vec{S}) = B_n dS = B dS \cos \alpha$$

(магнітний потік часто позначають літерою Φ).

Потоки векторів напруженості та індукції магнітного поля через скінченну площинку S :

$$N_H = \int_S (\vec{H} d\vec{S}) \quad N_B = \int_S (\vec{B} d\vec{S}).$$

Потоки тих самих векторів через довільну замкнуту поверхню:

$$N_H^0 = \int_S (\vec{H} d\vec{S}) = 0 \quad N_B^0 = \int_S (\vec{B} d\vec{S}) = 0.$$

(3.128)

Теорема Гаусса для магнітного поля формулюється так:

Потік вектора напруженості магнітного поля через довільну замкнену поверхню дорівнює нулю.

Це інтегральна форма теореми Гаусса для магнітного поля. Для отримання диференціальної форми теореми Гаусса скористаємося, як і раніше, перетворенням інтеграла по поверхні в інтеграл по об'єму, що міститься всередині цієї поверхні, й отримаємо

$$\text{div} \vec{H} = 0 \quad \text{div} \vec{B} = 0.$$

(3.129)

Згадаємо, що в електростатичному полі $\text{div} \vec{D} = \rho_q$. З цього випливає принциповий висновок:

У природі немає «магнітних зарядів», з яких би «витікало» магнітне поле, але є електричні заряди, з яких «витікає» електричне поле.

Лінії магнітної індукції замкнені.

Розглянемо приклад. Всередині довгого соленоїда (рис.3.53) магнітне поле однорідне.

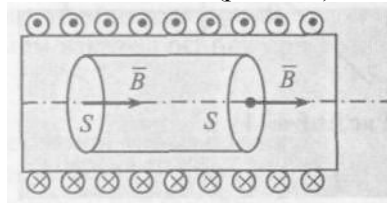


Рис.3.53

Вектор магнітної індукції напрямлений вздовж осі соленоїда. Як замкнуту поверхню виберемо поверхню циліндра, вісь якого збігається з віссю соленоїда. Потік вектора магнітної індукції через бокову поверхню циліндра дорівнює нулю, оскільки вектор $\vec{B}$ напрямлений вздовж твірної циліндра.

Потік через ліву торцеву поверхню $\Phi_l = -BS$, потік через праву поверхню $\Phi_{np} = +BS$. Тому сумарний потік через замкнуту поверхню дорівнює нулю.

3.3.5 ДІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА ПРОВІДНИК ЗІ СТРУМОМ

Магнітне поле діє тільки на ті заряди, що рухаються, а також на провідники, по яких тече електричний струм. Розглянемо деякі приклади.

Сила, що діє на одиничний заряд

На одиничний заряд величиною q , що рухається зі швидкістю $\vec{V}$ в магнітному полі індукцією $\vec{B}$ (рис.3.54), діє сила, яка називається *силою Лоренца* $\vec{F}_l$:

$$\vec{F}_l = q[\vec{V} \times \vec{B}]; \quad F_l = qVB \sin \alpha$$

(3.130)

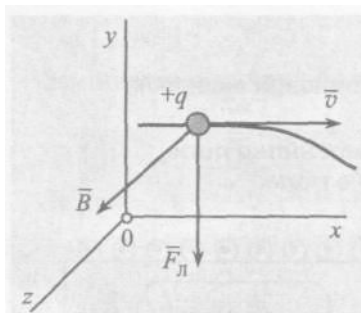


Рис.3.54

Сила Лоренца не змінює швидкості руху заряду за величиною, але змінює швидкість за напрямком, тобто викривляє траєкторію руху. Сила Лоренца не виконує роботу, оскільки напрямлена перпендикулярно до напрямку руху.

Сила, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі

На провідник, по якому тече електричний струм, магнітне поле діє з силою Ампера. Сила Ампера – це сумарна сила Лоренца, що діє на всі заряди, які рухаються по провіднику (рис. 3.55).

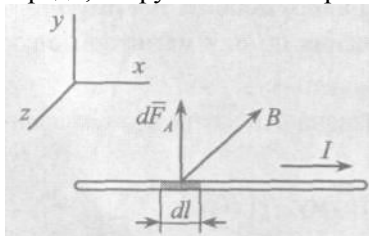


Рис. 3.55

Сила Ампера, що діє на елементарний провідник довжиною dl , по якому тече струм I :

$$d\vec{F}_A = dq \vec{F}_L = dq \vec{v} \times \vec{B} \quad (3.131)$$

Підставивши в цю формулу значення:

$$dq = Idt, \quad \vec{v} = \frac{dl}{dt},$$

то коли, поле однорідне ($\vec{B} = \text{const}$) і по провіднику протікає постійний струм ($I = \text{const}$), отримаємо

$$\vec{F}_A = I [\vec{dl} \times \vec{B}]. \quad (3.132)$$

Модуль сили Ампера обчислюється за формулою

$$F_A = IdlB \sin \alpha. \quad (3.133)$$

Магнітна взаємодія двох паралельних провідників, якими течуть електричні струми

Перший провідник, яким тече струм силою I_1 , створює магнітне поле і воно діє з силою Ампера на другий провідник (рис. 3.56).

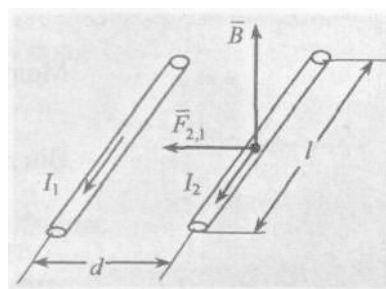


рис. 3.56

Магнітна індукція поля першого провідника в тому місці, де розміщений другий провідник,

$$B_{2,1} = \frac{\mu_0 I_1}{2d}.$$

Сила Ампера, що діє на другий провідник довжиною l , яким тече струм I_2 ,

$$F_{2,1} = I_2 l B = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2d}. \quad (3.134)$$

Саме така сила згідно з третім законом динаміки буде діяти на перший провідник, що міститься в магнітному полі другого провідника. Як бачимо, сила взаємодії визначається силами струмів. Якщо струми течуть в одному напрямі, то провідники притягуються, якщо в протилежних, то відштовхуються.

Вираз для обчислення сили взаємодії між двома провідниками зі струмом взято за основу при визначенні одиниці сили струму в системі СІ:

Один ампер — це сила такого постійного струму, при проходженні якого двома паралельними провідниками нескінченної довжини, що перебувають у вакуумі на відстані одного метра один від одного, виникає сила взаємодії, яка дорівнює $2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$ на одиницю довжини провідника.

Дія магнітного поля на рамку зі струмом

На рис. 3.57 зображена квадратна рамка, якою тече постійний струм.

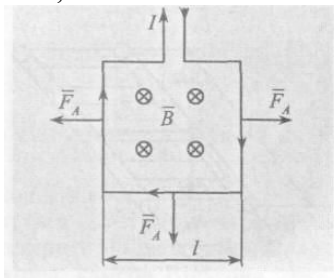


Рис. 3.57

Рамка поміщена в однорідне магнітне поле, вектор магнітної індукції якого напрямлений перпендикулярно до площини рамки. За такої геометрії сили Ампера, що діють на кожну сторону рамки, однакові. Вони лежать у площині рамки і розтягують її.

Якщо повернути рамку так, щоб нормаль до її площини склала з напрямом вектора магнітної індукції кут α (рис. 3.58), то на сторони ab і cd рамки будуть діяти сили, які намагатимуться повернути рамку в початкове положення.

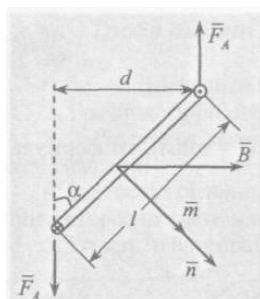


Рис. 3.58

Виникає момент сили

$$M = F_A d = F_A l \sin \alpha,$$

де d – плече сили, l – довжина сторони рамки.

Сила Ампера, що діє на сторону ab або cd довжиною l ,

$$F_A = I l B,$$

Момент сили

$$M = I l B \sin \alpha = I S B \sin \alpha.$$

Добуток сили струму на площу рамки називається *магнітним моментом рамки зі струмом*:

$$P_m = I S. \quad (3.136)$$

Вектор $\vec{P}_m$ напрямлений по нормалі до площини рамки. Тоді момент сили, що обертає рамку, можна подати у вигляді векторного добутку магнітного моменту рамки на вектор магнітної індукції:

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \vec{B}].$$

Модуль моменту, що обертає рамку,

$$M = P_m B \sin \alpha. \quad (3.137)$$

Тоді модуль вектора магнітної індукції

$$B \propto \frac{M_{\max}}{P_m}.$$

3.3.6 РОБОТА ПЕРЕМІЩЕННЯ ПРОВІДНИКА ЗІ СТРУМОМ У МАГНІТНОМУ ПОЛІ

При переміщенні провідника довжиною l , по якому тече струм силою I , в магнітному полі з індукцією B на відстань dx (рис. 3.59) виконується елементарна робота

$$dA = F_x dx.$$

Але

$$F_x = IlB,$$

тому

$$dA = IlBdx = IBdS,$$

де dS – площа, яку описує провідник при своєму переміщенні.

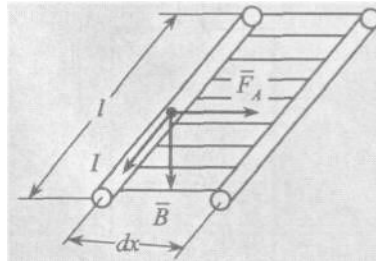


Рис. 3.59

У свою чергу, $BdS = d\Phi$ - це зміна потоку магнітної індукції. Отже, остаточно:

$$dA = Id\Phi. \quad (3.138)$$

Елементарна робота дорівнює добутку сили струму на зміну магнітного потоку.

Робота, що виконується під час зміни магнітного потоку від значення Φ_1 до Φ_2 ,

$$A = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} Id\Phi.$$

Для постійного струму

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi. \quad (3.139)$$

3.3.7 РЕЧОВИНА В МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Магнітне поле діє на заряди, які рухаються, а вони є в будь-якій речовині. Зовнішнє магнітне поле змінює характер руху зарядів у речовині, що призводить до появи внутрішнього магнітного поля – *речовина намагнічується*.

Розглянемо докладніше механізм намагнічування. **Магнітні моменти електронів і атомів**
Кожен електрон, який рухається по орбіті, еквівалентний коловому струму (рис. 3.60):

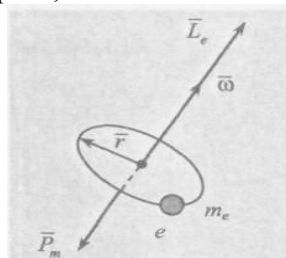


Рис. 3.60

$$I \propto \frac{dq}{dt} \propto \frac{e}{T} \propto \frac{e\omega}{2\pi},$$

де e - заряд електрона;

T - період його обертання;

ω - кутова швидкість обертання електрона по орбіті.

Цьому струмові відповідає так званий *орбітальний магнітний момент* електрона:

$$\vec{p}_m = I \vec{S}$$

Модуль орбітального магнітного моменту електрона

$$p_m \approx IS \approx \frac{e \omega r^2}{2} \approx \frac{e \omega r^2}{2}$$

Напрямок вектора орбітального моменту електрона визначається так само, як і для рамки зі струмом. У цьому випадку вектор буде напрямлений униз вздовж осі обертання, а не вгору, бо правило правого свердлика встановлене для струму позитивних зарядів, а електрон заряджений негативно.

Електрон, що рухається по коловій орбіті, має також *орбітальний механічний момент імпульсу*, він теж напрямлений вздовж осі обертання, але вгору:

$$L_e \approx [r \times m_e \vec{v}]$$

Модуль орбітального моменту імпульсу

$$L_e = r m_e v = m_e \omega r^2$$

Відношення двох моментів – орбітального магнітного моменту електрона до його механічного орбітального моменту імпульсу- називається *гіромагнітним відношенням орбітальних моментів*:

$$g_0 = -\frac{p_m}{L_e} = -\frac{e \omega r^2}{2 m_e \omega r^2} = -\frac{e}{2 m_e} \quad (3.140)$$

Магнітні моменти є і в інших елементарних частинок, а також у ядер атомів, але всі вони в багато разів менші за орбітальний магнітний момент електрона.

Електрон також має власний момент імпульсу - СПІН ($\vec{L}_s$) і, відповідно, *спіновий магнітний момент*. Гіромагнітне відношення для спінових моментів

$$g_s = -\frac{e}{m_e} \quad (3.141)$$

Орбітальним магнітним моментом атома називають геометричну суму моментів усіх його електронів:

$$\vec{P}_m = \sum_{i=1}^Z \vec{P}_{mi} \quad (3.142)$$

Звичайно, у атома є і повний механічний орбітальний момент імпульсу, який дорівнює сумі орбітальних механічних моментів усіх електронів:

$$\vec{L}_a = \sum_{i=1}^Z \vec{L}_i \quad (3.143)$$

Атом у магнітному полі

При внесенні атома в магнітне поле з індукцією B на нього, як і на рамку зі струмом, діє момент сили:

$$M \approx [P_m B]$$

Якщо присутній момент зовнішніх сил, то повинен змінюватись момент імпульсу і, відповідно, магнітний момент. Але якщо рамка зі струмом просто обертається у магнітному полі, то орбіта електрона в атомі не може обертатися вільно.

Ларморовою доведена така теорема:

Єдиним результатом впливу магнітного поля на орбіту електрона в атомі є ПРЕЦЕСІЯ орбіти і вектора орбітального магнітного моменту електрона навкруги напрямку вектора магнітної індукції.

Кутова швидкість ларморовської прецесії $\propto L$ виявляється пропорційною величині вектора

магнітної індукції $\vec{B}$ і гіромагнітному відношенню q_0 . Напрявлена ця швидкість вздовж вектора магнітної індукції зовнішнього поля (рис. 3.61):

$$\vec{\Omega}_L = q_0 \vec{B} = \frac{e}{2m_e} \vec{B}. \quad (3.144)$$

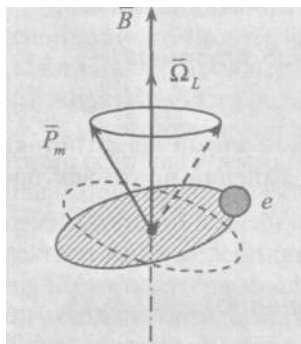


Рис. 3.61

Прецесія призводить до появи додаткового орбітального струму:

$$\delta I = e \frac{\Omega_L}{2\pi}. \quad (3.145)$$

Саме цей додатковий орбітальний струм і створює внутрішнє магнітне поле напруженістю $\vec{H}_B$. Повна напруженість магнітного поля в речовині дорівнює сумі напруженостей зовнішнього і внутрішнього полів:

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_B. \quad (3.146)$$

Вектор намагніченості

Кількісною характеристикою намагніченого стану речовини є *вектор намагніченості* або **НАМАГНІЧЕНІСТЬ**, що дорівнює повному магнітному моменту всіх атомів в одиниці об'єму речовини:

$$\vec{J} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{p}_{mi}}{\Delta V}. \quad (3.147)$$

Намагніченість багатьох речовин пропорційна сумарній напруженості магнітного поля:

$$J \propto H, \quad (3.148)$$

де $\propto$ – *магнітна сприйнятливість*.

Вона характеризує реакцію речовини на зовнішнє магнітне поле.

Зв'язок векторів магнітної індукції, напруженості і намагніченості

Відомо, що

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}.$$

Але

$$\mu \propto 1 \propto \frac{1}{J}.$$

Тоді

$$\vec{B} \propto \mu_0 (1 \propto \frac{1}{J}) \vec{H} \propto \mu_0 \vec{H} \propto \mu_0 \frac{1}{J} \vec{H} \propto \mu_0 \vec{J}.$$

Остаточно:

$$\vec{B} \propto \mu_0 (\vec{H} \propto \vec{J}). \quad (3.149)$$

Види намагнічування

За типом намагнічування розрізняють такі основні види магнетиків: **ДІАМАГНЕТИКИ**, **ПАРАМАГНЕТИКИ**, **ФЕРОМАГНЕТИКИ**; є також антиферромагнетики, феримагнетики, антиферимагнетики.

Діамагнетики

Діамагнетики - це речовини, в яких електронні оболонки повністю заповнені і магнітні моменти атомів скомпенсовані.

До них належать: інертні гази, вода, мармур, скло, органіка. При внесенні в поле атоми діамагнетика приймають наведений магнітний момент. Вектор намагніченості при цьому напрямлений проти вектора індукції зовнішнього поля (аналог електронної поляризації).

Магнітна сприйнятливість діамагнетиків мала: $\chi \approx 10^{-6} \text{--} 10^{-5}$.

Магнітна проникність діамагнетиків μ трохи менша за одиницю.

Якщо зняти поле, намагніченість зникне. Тепловий хаотичний рух атомів не впливає на появу магнітних моментів, тому магнітна сприйнятливість і магнітна проникність не залежать від температури.

Парамагнетики

Парамагнетики – це речовини, атоми яких мають відмінний від нуля магнітний момент при відсутності зовнішнього поля.

Це аналогічно власним дипольним моментам у полярних діелектриках. Тепловий рух забезпечує хаотичний розподіл напрямів векторів власних магнітних моментів окремих атомів, тому сумарна намагніченість при відсутності поля дорівнює нулю. Вплив зовнішнього магнітного поля проявляється в переважній орієнтації цих моментів вздовж поля. Явна аналогія з дипольною поляризацією діелектриків.

Тепловий рух заважає орієнтації, тому магнітна сприйнятливість парамагнетика суттєво залежить від температури. За законом Кюрі, магнітна сприйнятливість зворотно пропорційна абсолютній температурі:

$$\chi \approx \frac{C}{T}, \quad (3.150)$$

де C – стала Кюрі.

Значення магнітної сприйнятливості малі: $\chi \approx 10^{-5} \text{--} 10^{-3}$, але вони трохи більші, ніж у діамагнетиків.

Магнітна проникність парамагнетика більша за одиницю.

У дуже сильних магнітних полях, коли всі магнітні моменти атомів виявляються орієнтованими вздовж поля, настає етап *насичення намагніченості*.

До парамагнетиків відносяться: кисень, алюміній, платина, лужні та лужно-земельні метали.

Феромагнетики

Феромагнетики – речовини, у яких внутрішнє магнітне поле в багато разів більше, ніж зовнішнє магнітне поле, що його викликало.

Феромагнетики складаються з *магнітних доменів* – областей самодовільної, або спонтанної, намагніченості. Це аналог діелектричних доменів у сегнетоелектриках. Розміри доменів складають соті та тисячні долі міліметра. Всередині домену вектори магнітних моментів атомів паралельні, причому намагніченість всередині домену досягає граничного значення, що дорівнює намагніченості насичення.

Домени виникають у речовинах, атоми яких мають недобудовані електронні оболонки (залізо, нікель, кобальт, гадоліній). Спини електронів виявляються некомпенсованими і в результаті квантових взаємодій жорстко орієнтуються паралельно один одному.

За відсутності зовнішнього поля магнітні моменти окремих доменів орієнтовані безладно і сумарна намагніченість феромагнетика дорівнює нулю. Зовнішнє поле орієнтує вектори намагніченості доменів, причому в першу чергу орієнтуються ті домени, вектори намагніченості яких близькі за напрямом до вектора напруженості зовнішнього поля. Зі збільшенням напруженості

зовнішнього поля збільшується і намагніченість. Збільшення відбувається тому, що розміри доменів, які вже зорієнтовані в напрямі поля, ростуть за рахунок інших доменів. У дуже сильних полях орієнтація закінчується, і в усьому об'ємі досягається намагніченість насичення J (рис. 3.62).

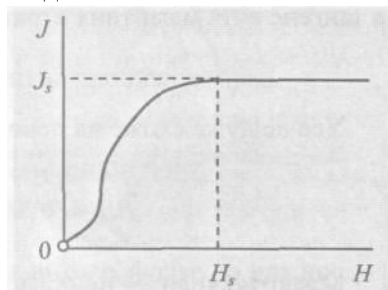


Рис. 3.62

Властивості феромагнетиків

1. Нелінійна залежність намагніченості J від напруженості H ; відповідно, нелінійна залежність індукції B від напруженості H .

2. Значення магнітної проникності μ дуже велике і досягає $10^5 \div 10^6$.

3. Магнітна проникність для конкретної речовини не постійна і залежить від напруженості зовнішнього поля.

4. Тепловий рух перешкоджає орієнтації як самих доменів, так і спінів всередині домена. Тому домени існують тільки при температурах нижчих, ніж *температура Кюрі* T_k .

Для заліза $T_k = 1043$ К, для нікелю – 633 К, для пермалою – 343 К. При температурах, що перевищують температуру Кюрі, доменна структура руйнується і феромагнетики перетворюються в парамагнетики.

5. Наявність гістерезису намагніченості, тобто відставання реакції феромагнетика на зміну зовнішнього поля.

При першому зростанні напруженості зовнішнього магнітного поля намагніченість феромагнетика змінюється по кривій $0 - 1$, *початковій кривій намагнічування* (рис. 3.63) до досягнення *намагніченості насичення*.

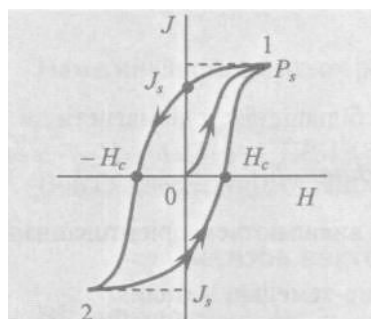


Рис. 3.63

При зменшенні напруженості до нуля намагніченість також зменшується, але не до нуля, а до *залишкової намагніченості* J_s . Для того, щоб намагніченість зменшилась до нуля, потрібно змінити напрям вектора напруженості на протилежний і збільшувати до *коерцитивної сили* H_c .

При подальшому збільшенні негативного магнітного поля відбудеться перемагнічування феромагнетика і в точці 2 намагніченість досягне величини намагніченості насичення.

Далі по кривій $2 - 1$ можна замкнути *петлю магнітного гістерезису*.

Іноді петлю магнітного гістерезису приводять у координатах $B - H$.

Процес намагнічування істотно залежить від ряду зовнішніх факторів, таких, як температура, хімічні і механічні впливи, випромінювання, частота зміни зовнішнього магнітного поля.

3.3.8 МАГНІТНІ КОЛА

Магнітне коло — це область простору, в якій локалізовано магнітне поле. Прикладом може служити трансформатор електричного струму. Можливий набір різноманітних елементів магнітного кола, тоді говорять про *розгалужені магнітні кола*.

У самій назві є щось від електричних кіл. Природно, що виникає питання: а чи немає тут більш

глибокої аналогії? Виявляється є. А саме:

Сила струму – це потік вектора густини струму:

$$I = \oint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s}$$

Магнітний потік – це потік вектора магнітної індукції:

$$\Phi = \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$$

Електрорушійна сила – це циркуляція вектора напруженості сторонніх сил:

$$\mathcal{E} = \oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Магніторушійна сила – це циркуляція вектора напруженості магнітного поля:

$$\mathcal{H} = \oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$$

Закон Ома для електричного кола:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Закон Ома для магнітного кола (формула Гопкінсона):

$$\mathcal{H} = \frac{\mathcal{H}_m}{R_m}$$

(3.151)

Останню формулу можна отримати із таких міркувань.

Для однорідного магнітного поля

$$\Phi = BS = \mu_0 \mu H S$$

Помножимо і розділимо цей вираз на l :

$$\Phi = \mu_0 \mu H S \frac{l}{l} = \frac{\mu_0 \mu H l}{\frac{1}{S}} = \frac{\mathcal{H}_m}{R_m},$$

(3.152)

де R_m – магнітний опір кола, який дорівнює

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 \mu S}$$

(3.153)

Порівнявши цю формулу з формулою електричного опору однорідного провідника постійного перерізу:

$$R = \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S},$$

побачимо, що аналогом питомої електричної провідності σ є абсолютна магнітна проникність $\mu_0 \mu$. Магнітний закон Ома читається так:

Потік вектора магнітної індукції пропорційний до магніторушійної сили і обернено пропорційний до магнітного опору.

Аналогія магнітного і електричного кола виявилась достатньо явною. Більш того, формули для послідовного і паралельного сполучень магнітних опорів такі самі, як і для електричних. Справедливі й правила Кірхгофа.

3.3.9 Необхідно зрозуміти, запам'ятати і вміти визначати

1. Що є джерелом магнітного поля?
2. Поняття пробної рамки зі струмом.
3. Магнітний момент рамки зі струмом.
4. Зв'язок між моментом сили (обертальним моментом), магнітним моментом та вектором індукції магнітного поля.
5. Закон Біо-Савара-Лапласа.

6. Поле прямого нескінченного провідника зі струмом.
7. Поле в центрі кругового провідника зі струмом.
8. Поле на осі кругового провідника зі струмом.
9. Закон повного струму.
10. Поле соленоїда.
11. Гіпотеза Ампера.
12. Вектор намагнічування (визначення).
13. Теорема Гаусса для магнітного поля.
14. Напруженість магнітного поля.
15. Закон повного струму, записаний через напруженість магнітного поля.
16. Зв'язок вектора намагнічування $\vec{J}$ та вектора напруженості $\vec{H}$.
17. Зв'язок магнітної сприйнятності та відносної магнітної проникності.
18. Зв'язок між векторами індукції та напруженості через магнітну проникність.
19. Сила Ампера.
20. Сила Лоренца.
21. Класифікація магнетиків.
22. Гіромагнітне співвідношення та його фізичне значення.
23. Частота Лармора, теорема Лармора.
24. Додатковий (наведений) магнітний момент атома в магнітному полі.
25. Діамагнетики.
26. Парамагнетики.
27. Феромагнетики.
28. Магнітний гістерезис.

3.4 ДИНАМІЧНІ ЕЛЕКТРИЧНЕ ТА МАГНІТНЕ ПОЛЯ

Крім уже відомого нам статичного електричного поля в природі існує *динамічне електричне поле*. Безпосередньою причиною його появи є магнітне поле, що змінюється з часом.

Відмітимо, що змінне магнітне поле не може існувати без того, щоб не породити динамічне електричне поле. Змінне електричне поле також не може існувати без того, щоб не породити динамічне магнітне поле. В такому випадку потрібно говорити про єдине *електромагнітне поле*.

Розглянемо окремо особливості кожного із складових цього єдиного поля.

3.4.1 ВИХРОВЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ. ЯВИЩЕ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ІНДУКЦІЇ

Таке поле виникає тоді, коли в тій самій ділянці простору є змінне магнітне поле. Вектор магнітної індукції залежить не тільки від координат, а й від часу: $\vec{B} = \vec{B}(x, y, z, t)$. Поле називається електричним тому, що воно, як і електростатичне, діє на нерухомі електричні заряди. Але характер динамічного електричного поля інший: воно непотенціальне і вихрове.

Проявляється поле в явищі *електромагнітної індукції*.

Явище електромагнітної індукції полягає в тому, що у всякому провіднику, що міститься у змінному магнітному полі або переміщується чи деформується в магнітному полі, виникає ЕЛЕКТРОРУШІЙНА СИЛА ІНДУКЦІЇ $\mathcal{E}_i$.

Якщо при цьому провідник замкнений, то по ньому потече електричний струм:

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}. \quad (3.154)$$

За законом Фарадея величина ЕРС індукції дорівнює швидкості зміни магнітного потоку, взятого зі знаком мінус:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (3.155)$$

Оскільки $\Phi = BS$, то

$$\mathcal{E}_i = -\left[B \frac{dS}{dt} + S \frac{dB}{dt}\right].$$

Перший член формули описує ЕРС індукції, що виникає внаслідок переміщення або деформації провідника в постійному магнітному полі ($\vec{B} = \text{const}$). Другий член формули описує ЕРС, яка виникає від зміни вектора магнітної індукції в часі.

Індукція в постійному магнітному полі

Якщо ми переміщуємо провідник, то разом з ним переміщуємо і вільні заряди, які в ньому містяться. Але на заряди, які рухаються в магнітному полі, діє сила Лоренца, яка примушує позитивні та негативні заряди зміщуватись у різних напрямках (рис. 3.64).

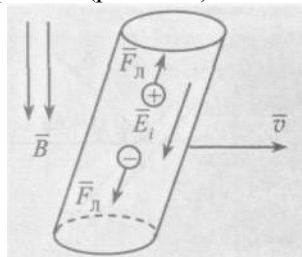


Рис. 3.64

Завдяки цьому всередині провідника з'являється електричне поле напруженістю E_i .

Заряди будуть розходитися доти, доки сила Лоренца не буде зрівноважена силою внутрішнього електричного поля:

$$eE_i = -eBV \sin \alpha.$$

Звідси напруженість внутрішнього поля

$$E_i = -BV \sin \alpha, \quad (3.156)$$

у векторній формі:

$$\vec{E}_i = -\frac{1}{c} \vec{B} \times \vec{v}. \quad (3.157)$$

Робота з переміщення одиничного позитивного заряду в однорідному внутрішньому полі на відстань l вздовж провідника буде дорівнювати $E_i l$. У нашому випадку $\sin \alpha = -1$, $E_i = VB$. Але за визначенням робота, яка виконується сторонніми силами з переміщення одиничного позитивного заряду, дорівнює ЕРС.

У даному випадку це ЕРС індукції:

$$\mathcal{E}_i = -VlB.$$

Оскільки $V = \frac{dx}{dt}$, $l dx = dS$, а $B dS = d\Phi$, то

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (3.158)$$

Отже,

ЕРС індукції дорівнює швидкості зміни магнітного потоку.

У замкненому колі виникає струм індукції:

$$I_i = -\frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.159)$$

Напрямок струму індукції визначається за правилом Ленца:

Індукційний струм має такий напрям, при якому його власне магнітне поле перешкоджає зміні магнітного потоку, що його викликав.

Напрямок вектора густини індукційного струму збігається з напрямком вектора напруженості внутрішнього поля.

Виведемо формулу для ЕРС індукції для рамки з провідника, що обертається з постійною кутовою швидкістю ω в однорідному магнітному полі (рис. 3.65).

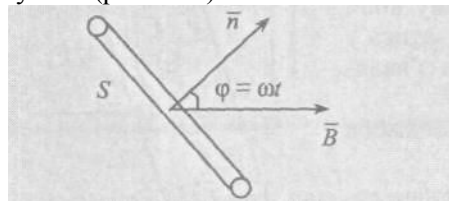


Рис. 3.65

Магнітний потік при цьому змінюється за рахунок зміни площі, пронизаної магнітними силовими лініями:

$$\Phi = BS \cos \omega t \quad (3.160)$$

А ЕРС індукції

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega BS \sin \omega t = \varepsilon_m \sin \omega t \quad (3.161)$$

Сила індукційного струму

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\varepsilon_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t \quad (3.162)$$

Як бачимо, виникає змінний синусоїдальний електричний струм, амплітуда якого

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{R} = \frac{\omega BS}{R} \quad (3.163)$$

Циклічна частота коливань сили струму дорівнює кутовій швидкості обертання рамки.

Отже це є принцип роботи механічного генератора змінного струму.

3.4.1.1 Характеристики вихрового електричного поля

Заряди в провіднику може зрушити з місця лише електричне поле. Електричне поле, яке з'являється в провіднику при зміні магнітного потоку, суттєво відрізняється від електростатичного поля, джерелом якого є нерухомі електричні заряди. Схожість динамічного електричного поля зі статичним полягає в

тому, що обидва діють на нерухомі заряди, чого не може робити магнітне поле. Різниця полягає в тому, що динамічне поле виконує функцію поля сторонніх сил і забезпечує підтримку струму в контурі.

За визначенням ЕРС дорівнює роботі сторонніх сил з переміщення одиничного позитивного заряду по замкнутому контуру.

Отже, ЕРС індукції

$$\mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l}.$$

(3.164)

Але за законом Фарадея

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (3.165)$$

Тому

$$\varepsilon_i = \oint_l (\vec{E}_i d\vec{l}) = -\frac{d\Phi}{dt} \neq 0. \quad (3.166)$$

Циркуляція вектора напруженості динамічного електричного поля не дорівнює нулю. Отже, динамічне електричне поле не потенціальне.

Електростатичне поле, крім того, безвихрове, бо $\text{rot} \vec{E} = 0$, а динамічне електричне поле – вихрове. Для нього $\text{rot} \vec{E} \neq 0$. Це легко показати, перетворивши інтеграл по замкнутому контуру в інтеграл по поверхні в формулі для циркуляції:

$$\oint_l (\vec{E}_i d\vec{l}) = \oint_l (\text{rot} \vec{E}_i d\vec{S}) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S (\vec{B} d\vec{S}) = -\int_S \frac{d}{dt} (\vec{B} d\vec{S}).$$

Звідси

$$\text{rot} \vec{E}_i = -\frac{d\vec{B}}{dt}. \quad (3.167)$$

Джерело вихрового електричного поля — магнітне поле, яке змінюється з часом.

Як бачимо, вихрове поле існує і за відсутності провідника, отже і за відсутності електричних зарядів. Провідник, таким чином, був потрібен лише для виявлення поля.

Вихрове поле – це непотенціальне поле. Для нього не мають сенсу поняття „потенціал”, „потенціальна енергія”, „еквіпотенціальні поверхні”. Робота в такому полі залежить від виду траєкторії, а силові лінії замкнуті.

У техніці дуже часто використовуються змінні струми як низьких, так і високих частот. При цьому неодмінно виникає змінне магнітне поле і, як наслідок, змінне динамічне електричне поле.

Опишемо деякі явища.

Струми Фуко

Індукційні струми виникають не тільки в замкнутому контурі, а й у достатньо масивному провіднику, що перебуває у змінному магнітному полі. При цьому всередині масивного провідника виникають замкнуті контури, якими і циркулюють індукційні струми. Їх називають *струмами Фуко*.

Особливості струмів Фуко:

- сила струму досягає дуже великих значень через малий електричний опір масивного провідника;
- робота струму перетворюється в теплову енергію – і провідник сильно нагрівається.

Наприклад, нагріваються магнітопроводи трансформаторів. Для зменшення нагріву осердя трансформаторів виготовляють із окремих ізольованих одна від одної пластин і розташовують їх паралельно вектору магнітної індукції.

Струми Фуко можуть бути і корисними. Так, вони використовуються в індукційних печах для виробництва високоякісних сплавів. Гальмівна дія струмів Фуко використовується для створення демпфуючих сил в електровимірювальних стрілочних приладах. Для цього достатньо до стрілки прикріпити провідну пластинку і помістити її між полюсами невеликого постійного магніту.

Скін-ефект

Скін-ефект проявляється у витісненні змінного електричного струму високої частоти в поверхневі шари провідника. Під час протікання змінного струму в провіднику виникає вихрове електричне поле. Це поле діє на носії зарядів, відтісняє їх до поверхні провідника.

На рис. 3.66 схематично зображено це явище для випадків зростання і зменшення сили струму.

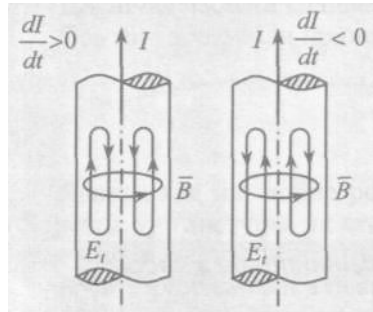


рис. 3.66

В обох випадках вихрове електричне поле створює індукційні струми, які на осі провідника напрямлені проти основного струму, а поблизу поверхні збігаються з ним. У високочастотних колах змінний струм іде практично тільки у тонких поверхневих шарах провідника, тому немає сенсу виробляти суцільні провідники.

3.4.2 ІНДУКТИВНІСТЬ. ВЗАЄМНА ІНДУКЦІЯ. САМОІНДУКЦІЯ

Взаємна індукція

Взаємною індукцією називають явище збудження ЕРС індукції та струму індукції в одному провідному контурі при зміні сили струму в іншому контурі, розташованому поблизу (рис. 3.67).

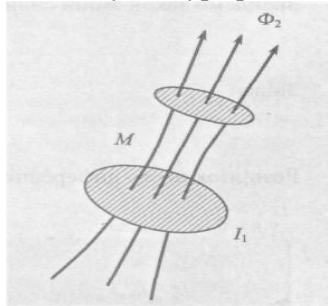


Рис. 3.67

У магнітному полі, створеному струмом I_1 що тече в першому контурі, поміщений другий контур. Частина магнітного потоку пронизує другий контур. Цей потік пропорційний струму I_1 .

$$\Phi_2 = M I_1 \quad (3.168)$$

Коефіцієнт пропорційності M залежить від форми і взаємного розташування контурів, а також магнітної проникності середовища, в якому контури перебувають. Називається він *коефіцієнтом взаємної індукції*.

Одиниця взаємної індукції – генрі (Гн). Один генрі – коефіцієнт взаємної індукції двох контурів, при якому в одному з них збуджується ЕРС індукції, що дорівнює одному вольту (В) при рівномірній зміні сили струму в іншому контурі зі швидкістю один ампер (А) за секунду.

При зміні Φ_2 в другому контурі виникає ЕРС індукції:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{d}{dt}[M I_1] = -\left[M \frac{dI_1}{dt} + I_1 \frac{dM}{dt}\right] \quad (3.169)$$

Як бачимо, ЕРС індукції виникає або при зміні сили струму в першому контурі, або при зміні коефіцієнта взаємної індукції.

Явище взаємної індукції лежить в основі роботи електричних трансформаторів, варіометрів, використовується для передачі електричних коливань від одного контуру до іншого.

Підкреслимо, що явище взаємної індукції оборотне. Якщо буде змінюватися сила струму в другому контурі, то з'явиться ЕРС індукції в першому контурі. Причому коефіцієнт взаємної індуктивності буде той самий.

Самоіндукція

ЕРС індукції виникає не тільки в сусідніх провідниках, а й у тому самому провіднику, яким тече змінний електричний струм. Таке явище називається *самоіндукцією*. За загальним правилом ЕРС самоіндукції дорівнює швидкості зміни магнітного потоку. Потік, звичайно, пропорційний силі струму: $\Phi = L I$.

Коефіцієнт пропорційності L називається *коефіцієнтом самоіндукції* або *індуктивністю*. Як і

коефіцієнт взаємної індуктивності, він залежить від геометрії і магнітної проникності середовища.

Одиниця індуктивності – генрі (Гн).

ЕРС самоіндукції

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{d}{dt}(LI) = -L \frac{dI}{dt} = I \frac{dL}{dt}. \quad (3.170)$$

Звичайно, $L = \text{const}$, і ЕРС самоіндукції визначається лише швидкістю зміни сили струму в електричному колі:

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (3.171)$$

Згідно з правилом Ленца, ЕРС самоіндукції і струм самоіндукції напрямлені так, що зменшують швидкість зміни первинного струму. Особливо наочно це видно при вмиканні або вимиканні джерела постійного струму (рис. 3.68).

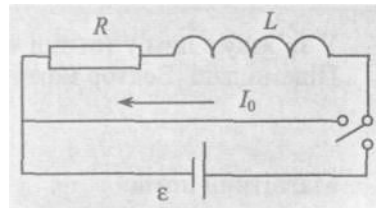


Рис. 3.68

Нехай у колі із вмістом активного опору R та індуктивності L протікає постійний струм, сила якого I_0 . Спочатку джерело постійного струму вимикають і коло замикають накоротко. Магнітний потік починає зменшуватись і з'являється ЕРС самоіндукції:

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{dI}{dt}.$$

Знайдемо закон зміни сили струму в колі залежно від часу. Сила струму в колі

$$I = \frac{\mathcal{E}_{si}}{R} = -\frac{L}{R} \frac{dI}{dt}.$$

Звідси

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt.$$

Розв'язок цього диференціального рівняння знайдемо інтегруванням:

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt, \quad \ln \frac{I_0}{I} = -\frac{R}{L} t.$$

або

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t}. \quad (3.172)$$

Отже, чим більша індуктивність, тим повільніше спадає струм, тобто система більш інерційна (рис.3.69).

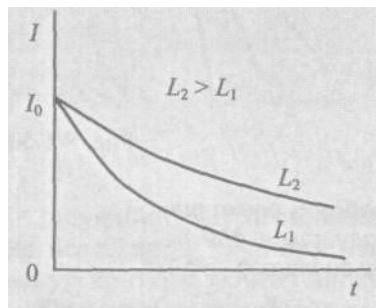


Рис. 3.69

Як ми побачимо далі, індуктивність у колі змінного струму не що інше, як додатковий електричний опір.

Коефіцієнти взаємної індуктивності та самоіндукції зазвичай визначаються експериментально. Але

для найпростіших випадків індуктивність можна розрахувати.

Індуктивність довгого соленоїда

Всередині довгого соленоїда (рис. 3.70) магнітне поле однорідне і вектор напруженості магнітного поля напрямлений вздовж осі соленоїда.

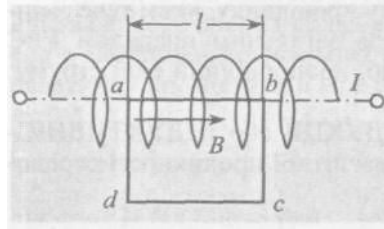


Рис. 3.70

Скористаємося законом повного струму для контуру $abcd$. Напруженість не дорівнює нулю тільки всередині соленоїда, тобто на ділянці ab , довжиною l , із вмістом N витків:

$$\oint_l (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \int_0^l H dl = Hl = NI,$$

звідси

$$H \approx \frac{N}{l} I \approx nI. \quad (3.173)$$

Через n ми позначили кількість витків, яка припадає на одиницю довжини соленоїда.

Напруженість магнітного поля всередині довгого соленоїда дорівнює числу ампер-витків на одиницю довжини.

У зв'язку з цим у техніці часто вимірюють напруженість магнітного поля в *ампер-витках*. Підемо далі. Вектор магнітної індукції

$$B = \mu_0 \mu H = \mu_0 \mu \frac{N}{l} I.$$

Магнітний потік

$$\Phi = BS = \mu_0 \mu \frac{NS}{l} I,$$

де S – площа поперечного перерізу соленоїда.

У кожному витку виникає ЕРС самоіндукції:

$$\varepsilon_{si} = -\mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l} \frac{dI}{dt}.$$

Оскільки ЕРС самоіндукції

$$\varepsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt},$$

то індуктивність соленоїда

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l} = \mu_0 \mu \frac{N^2 SI}{l^2} = \mu_0 \mu n^2 V, \quad (3.174)$$

де $V = Sl$ – об'єм соленоїда.

Таким чином, індуктивність соленоїда пропорційна його об'єму, квадрату числа витків на одиницю довжини і магнітній проникності.

Найбільш ефективний спосіб збільшити індуктивність – вставити всередину соленоїда осердя із матеріалу з великим значенням магнітної проникності, наприклад **феррит**.

3.4.3 ЕНЕРГІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

Обчислимо енергію магнітного поля. Це стало можливим після того, як ми розглянули явище електромагнітної індукції. Річ у тім, що струм самоіндукції бере безпосередню участь у створенні магнітного поля в котушці. Практично все магнітне поле котушки зосереджене всередині неї. Воно однорідне. Енергія магнітного поля дорівнює роботі, яку виконує стороння сила проти ЕРС самоіндукції в процесі зростання струму при вмиканні джерела.

Елементарна робота

$$dA = -\varepsilon_{si} dq, \quad (3.175)$$

але

$$dq = Idt, \text{ а } \varepsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt}, \quad (3.176)$$

тоді

$$dA = LI dI. \quad (3.177)$$

Повна робота при зміні струму від нуля до I і буде дорівнювати енергії магнітного поля котушки W_m :

$$A = W_m = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}. \quad (3.178)$$

Виразимо енергію через характеристики поля $\vec{B}$ і $\vec{H}$:

$$I = \frac{H}{n}, \quad L = \mu_0 \mu n^2 V,$$

тоді

$$W_m = \frac{\mu_0 \mu n^2 V H^2}{2n^2} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V. \quad (3.179)$$

Густина енергії, або енергія, віднесена до одиниці об'єму,

$$\omega_m = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{(\vec{B} \cdot \vec{H})}{2}. \quad (3.180)$$

Якщо ми запишемо здобуті раніше вирази для густини енергії електричного поля

$$\omega_e = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{(\vec{E} \cdot \vec{D})}{2}. \quad (3.181)$$

то побачимо, що вони цілком ідентичні, бо силові поля різноманітної природи описуються за допомогою ідентичних характеристик.

За наявності одночасно електричного і магнітного полів повна густина енергії

$$\omega = \frac{1}{2} \left[\frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} \right]. \quad (3.182)$$

3.4.4 ВИХРОВЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ

Динамічне магнітне поле проявляється в *магнітоелектричній індукції*.

Магнітоелектрична індукція. Струм зміщення

Якщо змінне магнітне поле породжує динамічне електричне поле, то чому б змінному електричному полю не породити динамічне магнітне поле? Така гіпотеза була висловлена Д. Максвеллом у 1863 році. Причому це не те, вже відоме нам магнітне поле, породжене рухомими зарядами або струмами провідності. Породжувати це нове поле повинен якийсь інший струм, зв'язаний зі зміною вектора електричної індукції.

При зміні електричного поля в діелектрику зарядженого раніше конденсатора слід чекати *магнітоелектричну індукцію*. Можливо, саме тоді і пощастить виявити динамічне магнітне поле.

Замкнемо на короткий час заряджений конденсатор (рис. 3.71) і тим самим дамо йому можливість розряджатися.

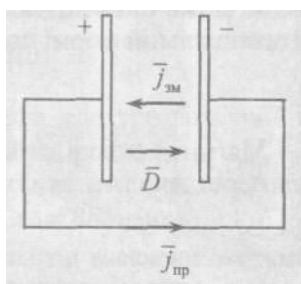


Рис. 3.71

При цьому у зовнішньому колі піде електричний струм, що зменшуватиметься з часом експоненціально. Це струм провідності, бо в зовнішньому колі рухаються носії заряду. Але струм провідності може текти тільки в замкнутому колі, а діелектрик конденсатора не може проводити електричний струм. Кажуть, що в цьому випадку через діелектрик тече *струм зміщення*, який зв'язаний зі зміною поляризації діелектрика при розрядці конденсатора.

Справді, із зменшенням заряду на пластинах конденсатора зменшується зовнішнє поле і відповідно зменшується ступінь поляризації діелектрика. Також зменшуються значення вектора поляризації $\vec{P}$ і вектора електричної індукції $\vec{D}$, який має ще одну назву – *вектор електричного зміщення*. При цьому деформації в розміщенні електричних зарядів у діелектрику зменшуються, заряди поступово зміщуються до початкових дополяризаційних положень. Звідси і термін – *струм зміщення*. Цей струм замикає електричне коло усередині конденсатора.

Аналізуючи розмірності, можна припустити, що густина струму зміщення визначається швидкістю зміни вектора електричного зміщення:

$$\vec{j}_{зм} = \frac{d\vec{D}}{dt} \quad (3.183)$$

Оскільки

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

то

$$\vec{j}_{зм} = \frac{d\vec{D}}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} + \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (3.184)$$

Перший член формули $\vec{j}_B = \epsilon_0 \frac{d\vec{D}}{dt}$ можна назвати *густиною струму зміщення у вакуумі*, другий

$\vec{j}_P = \frac{d\vec{P}}{dt}$ – *густиною поляризаційного струму*.

Наші попередні міркування про струм зміщення в діелектрику при зарядці чи розрядці конденсатора це лише частина явища магнітоелектричної індукції. Як бачимо, струм зміщення існує також і в вакуумі.

Введення поняття *струм зміщення* дозволяє єдиним способом описати як статичне, так і динамічне магнітне поле.

Джерело статичного магнітного поля – електричний струм провідності. За законом повного струму, циркуляція вектора напруженості цього поля по замкнутому контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів, які пронизують поверхню, обмежену контуром, або потоку вектора густини струму провідності через цю поверхню:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{j}_{пр} \cdot d\vec{S}), \quad (3.185)$$

де $\vec{j}_{пр}$ – густина струму провідності.

Джерело динамічного магнітного поля – струм зміщення.

Циркуляція вектора напруженості динамічного магнітного поля по замкнутому контуру, мабуть, повинна дорівнювати потоку вектора густини струму зміщення через поверхню, обмежену контуром:

$$\oint_l (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \int_S (\vec{j}_{zm} d\vec{S}) = \int_S \left(\frac{d\vec{D}}{dt} d\vec{S} \right) \neq 0. \quad (3.186)$$

Оскільки циркуляція вектора напруженості динамічного магнітного поля не дорівнює нулю, то це поле не може бути потенціальним, і воно зобов'язане бути вихровим. Магнітні силові лінії динамічного магнітного поля повинні бути замкнені.

Єдина різниця статичного і динамічного полів — різні джерела. А це можна врахувати під час запису узагальненого закону повного струму:

$$\oint_l (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \sum (I_{np} + I_{zm}) = \int_S (\vec{j}_{np} d\vec{S}) + \int_S (\vec{j}_{zm} d\vec{S}). \quad (3.187)$$

Він читається так:

Циркуляція вектора напруженості магнітного поля вздовж довільного замкненого контура дорівнює сумі струмів провідності і струмів зміщення, які пронизують цей контур.

Залишається з'ясувати, куди напрямлений вектор густини струму зміщення, і тоді можна буде визначити напрям векторів напруженості і індукції динамічного магнітного поля (рис. 3.72).

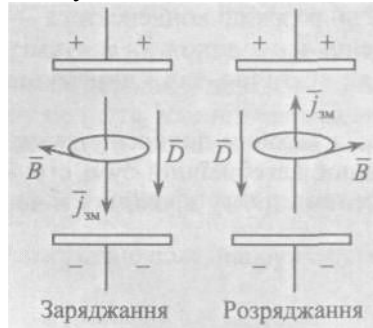


Рис. 3.72

При розряджанні поле в ньому слабне і струм зміщення буде напрямлений проти вектора електричного зміщення, а вектори напруженості та індукції динамічного магнітного поля будуть напрямлені, як завжди, за правилом правого гвинта. При заряджанні конденсатора поле зростає і струм зміщення збігається за напрямом з вектором електричного зміщення.

Властивості струму зміщення

1) Струм провідності в провіднику замикається струмом зміщення в діелектрику і разом з ним створює замкнене коло. Тому кола змінного струму, які мають ділянки, безпосередньо не зв'язані з провідником, є замкненими;

2) струм зміщення у вакуумі не виділяє теплоти;

3) струм зміщення є скрізь, де є змінне електричне поле, отже, він є і в самому провіднику, яким тече змінний струм. Але він значно менший за первинний струм провідності. Можна сказати, що є струм самоіндукції і при магнітоелектричній індукції.

3.4.5 ТЕОРІЯ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

Максвеллу вдалося створити досконалу теорію електромагнітного поля, яка може описати будь-які електричні і магнітні явища, всі види полів. Теорія сформульована у вигляді чотирьох рівнянь, які так і називаються: **рівняння Максвелла**.

4.5.1 Рівняння Максвелла в інтегральній і диференціальній формі

Всі рівняння Максвелла ми вже виписували, коли розглядали окремі види полів. Адже для кожного поля ми неодмінно записували, чому дорівнює циркуляція вектора напруженості по довільному замкненому контуру і чому дорівнює потік вектора індукції через довільну замкнену поверхню (теорема Гаусса).

Перше рівняння Максвелла

Циркуляція вектора напруженості електричних полів,

$$\oint_l (\vec{E} d\vec{l}) = 0 - \frac{d\Phi}{dt}.$$

У цьому рівнянні нуль відноситься до статичного електричного поля, бо це поле потенціальне і робота по довільному замкненому контуру дорівнює нулю.

У динамічному електричному полі, яке не є потенціальним, робота по довільному замкненому контуру не дорівнює нулю. Вона дорівнює ЕРС електромагнітної індукції, тобто дорівнює швидкості зміни магнітного потоку:

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

При остаточному запису рівняння нуль, звичайно, пропускають. Крім того, магнітний потік виражають формулою:

$$\Phi = \int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}).$$

Тоді остаточно перше рівняння Максвелла матиме такий вигляд:

$$\oint_l (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = - \int_S \left(\frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} \right). \quad (3.188)$$

Це інтегральна форма рівняння. Для отримання диференціальної достатньо перетворити інтеграл по замкненому контуру в інтеграл по поверхні і тоді:

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt}. \quad (3.189)$$

Перше рівняння Максвелла закріплює положення про те, що

Будь-яка зміна магнітного поля приводить до появи динамічного електричного поля.

Друге рівняння Максвелла

Циркуляція вектора напруженості магнітних полів:

$$\oint_l (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \int_S (\vec{j}_{np} \cdot d\vec{S}) + \int_S (\vec{j}_{zm} \cdot d\vec{S}) = \int_S (\vec{j}_{np} \cdot d\vec{S}) + \frac{d}{dt} \int_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}). \quad (3.190)$$

Це узагальнений закон повного струму. Перший член відноситься до статичного магнітного поля, яке створюється струмами провідності. Другий член відноситься до динамічного магнітного поля, яке створюється струмами зміщення.

Диференціальна форма другого рівняння Максвелла:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_{np} + \frac{d\vec{D}}{dt}. \quad (3.191)$$

Диференціальна форма утворюється з інтегральної шляхом перетворення інтегралу по контуру в інтеграл по поверхні. Друге рівняння Максвелла стверджує, що

Магнітне поле може бути створене як струмом провідності, так і струмом зміщення.

Крім того, в ньому є фундаментальне положення про те, що

Будь-яка зміна електричного поля веде до появи магнітного поля.

Третє рівняння Максвелла

Потік вектора індукції електричних полів через довільну замкнену поверхню (теорема Гаусса):

$$\oint_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}) = \int_V \rho_q dV + 0. \quad (3.192)$$

Перший член правої частини рівняння відповідає статичному електричному полю, а другий —

динамічному електричному полю. Диференціальна форма рівняння:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_q. \quad (3.193)$$

Третє рівняння говорить про те, що

Джерелом електростатичного поля є електричні заряди.

Четверте рівняння Максвелла

Потік вектора магнітної індукції через довільну замкнену поверхню (теорема Гаусса для магнітних полів)

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (3.194)$$

Потік вектора магнітної індукції через довільну замкнену поверхню дорівнює нулю як для статичного, так і для динамічного магнітного поля.

Диференціальна форма рівняння:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0. \quad (3.195)$$

Четверте рівняння Максвелла говорить про те, що

У природі немає МАГНІТНИХ ЗАРЯДІВ.

Магнітні поля, які народжені струмами провідності і струмами зміщення, — це вихрові поля. Силкові лінії таких полів замкнені і потік вектора магнітної індукції через будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулю.

При запису рівнянь Максвелла використані такі співвідношення:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}, \quad \vec{j}_{np} = \gamma \vec{E}, \quad \vec{j}_{зм} = \frac{d\vec{D}}{dt}. \quad (3.196)$$

Вони описують електромагнітні властивості середовища. В загальному випадку ці зв'язки набагато складніші. Наприклад, для сегнетоелектриків зв'язок вектора електричної індукції з вектором напруженості електричного поля нелінійний, а в змінних полях напрями їх у даний момент часу не збігаються.

При складанні рівнянь Максвелла розглядалися тільки макроскопічні поля в суцільному середовищі, створювані дискретними макроскопічними зарядами і струмами, зосередженими в об'ємах, набагато більших за об'єми атомів і молекул.

Насправді в речовині існують змінні мікрополя за рахунок руху заряджених мікрочастинок у самих атомах і молекулах. Наведені вище рівняння — це усереднені за часом і в просторі рівняння для мікрополів.

3.4.5.2 Поширення електромагнітного поля

Раніше, розглядаючи силкові поля, ми в основному займалися способами описування і не зверталися до питань, зв'язаних із виникненням і поширенням силових полів. Для електромагнітного поля така можливість є. Динамічне електричне поле і динамічне магнітне поле являють собою єдине електромагнітне поле.

Як буде показано далі, безпосередньо з рівнянь Максвелла виходить, що це поле поширюється в просторі з постійною швидкістю, рівною швидкості світла:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (3.197)$$

Максвелл створив закінчену релятивістську теорію електромагнетизму.

3.4.6 Необхідно зрозуміти, запам'ятати і вміти визначати

1. Явище індукції. Досліди Фарадея.
2. Правило Ленца. Основний закон електромагнітної індукції.
3. У чому полягає фізичний механізм виникнення е.р.с індукції?
4. Характеристики вихрового електричного поля

5. Взаємна індукція.
6. Явище самоіндукції.
7. Індуктивність.
8. Енергія магнітного поля.
9. Магнітоелектрична індукція. Струм зміщення.
10. Теорія Максвелла для електромагнітного поля. Рівняння Максвелла.
11. Поширення електромагнітного поля.

3.5 ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ

3.5.1 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Два точкові електричні заряди 1 нКл та 2 нКл перебувають у повітрі на відстані 10 см один від одного. Визначити напруженість і потенціал поля, створюваного цими зарядами в точці A , віддаленій від першого заряду на відстань 9 см та від другого заряду на 7 см.

Дано:

$$q_1 = 1 \text{ нКл} = 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$q_2 = -2 \text{ нКл} = -2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$d = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м};$$

$$r_1 = 9 \text{ см} = 0,09 \text{ м};$$

$$r_2 = 7 \text{ см} = 0,07 \text{ м}.$$

Розв'язання

За принципом суперпозиції полів напруженість поля в точці може бути знайдена як векторна сума напруженостей полів, створюваних кожним із зарядів окремо:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

$$\vec{E} = ?$$

Напруженості полів, створюваних зарядами, дорівнюють (у повітрі $\epsilon = 1$):

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}, \quad (1)$$

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}, \quad (2)$$

Вектор $\vec{E}_1$ напрямлений по силовій лінії від позитивного заряду q_1 , вектор $\vec{E}_2$ напрямлений по силовій лінії до негативного заряду q_2 , (рис. 3.73). Модуль вектора напруженості результуючого поля знаходимо за теоремою косинусів:

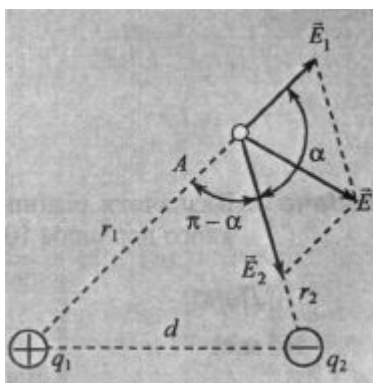


рис. 3.73

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos \alpha}, \quad (3)$$

де α кут між векторами $\vec{E}_1$ та $\vec{E}_2$.

$$\cos \alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2} = \frac{0,1^2 - 0,09^2 - 0,07^2}{2 \cdot 0,09 \cdot 0,07} = -0,238.$$

Підставляючи вирази E_1 та E_2 з формул (1) і (2) у формулу (3), дістаємо:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + \frac{2|q_1||q_2|}{r_1^2 r_2^2} \cos \alpha}.$$

Потенціал результуючого поля визначаємо згідно з принципом суперпозиції електричних полів:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Потенціали полів, створюваних зарядами, дорівнюють:

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1}; \quad \varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2};$$

У даному випадку маємо:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right).$$

Виконуємо обчислення:

$$E = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{0,09^4} + \frac{(2 \cdot 10^{-9})^2}{0,07^4} + 2 \cdot \frac{10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{0,09^2 \cdot 0,07^2} \cdot (-0,238)} = 3,58 \cdot 10^3 \text{ В/м};$$

$$\varphi = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \left(\frac{10^{-9}}{0,09} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{0,07} \right) = -157 \text{ В}.$$

Задача 2. Електричне поле створюється двома зарядами 4 мкКл та -2 мкКл, що містяться на відстані 0,1 м один від одного. Визначити роботу сил поля з переміщення заряду 50 нКл з точки 1 у точку 2 (рис. 3.74).

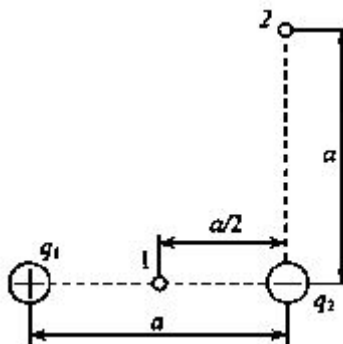


рис. 3.74

Дано:

$$q_1 = 4 \text{ мкКл} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл};$$

$$q_2 = -2 \text{ мкКл} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл};$$

$$q = 50 \text{ нКл} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$a = 0,1 \text{ м}$$

$A = ?$

Розв'язання

Робота, виконувана в електростатичному полі, дорівнює:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

де φ_1 і φ_2 — потенціали поля в точках 1 і 2.

Застосовуючи принцип суперпозиції полів, визначаємо щ потенціали:

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a/2} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 a/2} = \frac{2(q_1 + q_2)}{4\pi\epsilon_0 a};$$

$$\varphi_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{q_1\sqrt{2} + q_2}{4\pi\epsilon_0 a}.$$

Тоді

$$A_{12} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[2(q_1 + q_2) - \left(\frac{q_1}{\sqrt{2}} + q_2 \right) \right],$$

або

$$A_{12} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[q_1 \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + q_2 \right].$$

Виконуємо обчислення:

$$A_{12} = \frac{5 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1} \left[4 \cdot \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 2 \right] \cdot 10^{-6} = 14,3 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$$

Задача 3. Визначити різницю потенціалів, яку має пройти в електричному полі електрон, швидкість якого дорівнює 10^6 м/с для того, щоб його швидкість зросла вдвічі.

Дано:

$$v = 10^6 \text{ м/с};$$

$$n = 2.$$

U - ?

Розв'язання

Прискорювальну різницю потенціалів можна знайти, визначивши роботу сил електростатичного поля:

$$A = eU. \quad (1)$$

Робота сил електростатичного поля в даному випадку дорівнює зміні кінетичної енергії електрона:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}; \quad (2)$$

де v_1 і v_2 - швидкості електрона до та після проходження прискорюючого поля відповідно.

Прирівняємо праві частини виразів (1) і (2) і одержимо

$$eU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mn^2v_1^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

де $n = v_2 / v_1$.

Звідси різниця потенціалів

$$U = \frac{mv_1^2(n^2 - 1)}{2e}.$$

Виконуємо обчислення:

$$U = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot (2^2 - 1) = 8,53 \text{ В.}$$

Задача 4. Потенціометр опором 100 Ом підключений до батареї з ЕРС 150 В та внутрішнім опором 50 Ом (рис. 3.75). Визначити покази вольметра, з'єднаного з однією із клем потенціометра і контактом посередині потенціометра. Внутрішній опір вольметра дорівнює 500 Ом.

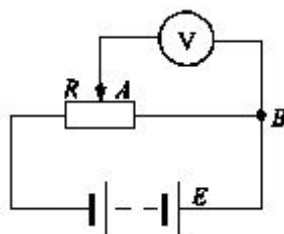


рис. 3.75

Дано:

$$R = 100 \text{ Ом};$$

$$E = 150 \text{ В};$$

$$r = 50 \text{ Ом};$$

Розв'язання

Покази вольметра, підімкненого до точок A і B, визначаємо за законом Ома для однорідної ділянки кола:

$$U = IR_1,$$

$$R_V = 500 \text{ Ом.}$$

U - ?

де R_1 — опір паралельно з'єднаних вольтметра і половини потенціометра;
 I — сумарна сила струму в цій частині кола (вона дорівнює силі струму в нерозгалуженій частині кола).

Силу струму знаходимо за законом Ома для повного кола:

$$I = \frac{E}{R_e + r},$$

де R_1 — опір зовнішнього кола. Цей опір є сумою двох послідовно з'єднаних опорів:

$$R_e = \frac{R}{2} + R_1.$$

Тоді

$$I = \frac{E}{R_1 + r + R/2}.$$

Опір R_1 знаходимо за формулою паралельного з'єднання провідників:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R/2} \quad \text{або} \quad R_1 = \frac{RR_V}{R + 2R_V}; \quad R_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500} = 45,5 \text{ Ом.}$$

Визначаємо силу струму та покази вольтметра:

$$I = \frac{150}{45,5 + 50 + 50} = 1,03 \text{ А}, \quad U = 1,03 \cdot 45,5 = 46,9 \text{ В.}$$

Задача 5. Сила струму в провіднику опором 20 Ом зростає протягом 2 с за лінійним законом від 0 до 6 А. Визначити теплоту, що виділилася в цьому провіднику за першу і другу секунди, а також знайти відношення цих кількостей теплоти.

Дано:

$$R = 20 \text{ Ом};$$

$$t = 2 \text{ с};$$

$$I_0 = 0 \text{ А};$$

$$t_1 = 1 \text{ с};$$

$$t_2 = 2 \text{ с}.$$

Розв'язання

Закон Джоуля—Ленца $Q = I^2 R t$ справедливий при проходженні по провіднику постійного струму. Якщо ж сила струму в провіднику змінюється, то цей закон справджується для нескінченно малого інтервалу часу і записується у вигляді:

$$dQ = I^2 R dt. \quad (1)$$

$Q_1 - ? \quad Q_2 - ?$

Тут сила струму є деякою функцією часу. У даному випадку

$$I = kt \quad (2)$$

де k — коефіцієнт пропорційності, який характеризує швидкість зміни сили струму:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} = 3 \text{ А/с.}$$

З урахуванням виразу (1) формула (2) набирає вигляду:

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \quad (3)$$

Для визначення теплоти, що виділилася за скінчений інтервал часу, вираз (3) інтегруємо в необхідних межах часу:

$$Q_1 = k^2 R \int_0^{t_1} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R t_1^3;$$

$$Q_2 = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3).$$

Виконуємо обчислення:

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 = 60 \text{ Дж};$$

$$Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 \cdot (8 - 1) = 420 \text{ Дж}.$$

Отже,

$$\frac{Q_2}{Q_1} = 7,$$

тобто за другу секунду виділиться теплоти в 7 разів більше, ніж за першу.

Задача 6. Два нескінченно довгі провідники схрещені під прямим кутом (рис. 3.76). По них протікають струми 80 і 60 А. Відстань між провідниками дорівнює 10 см. Визначити магнітну індукцію в точці А, однаково віддалену від обох провідників.

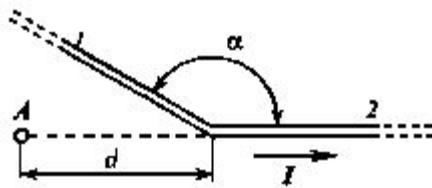


рис. 3.76

Дано:

$$I_1 = 80 \text{ А};$$

$$I_2 = 60 \text{ А};$$

$$d = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

Розв'язання

Відповідно до принципу суперпозиції магнітних полів магнітна індукція поля, створюваного струмами, визначається за формулою:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

В – ?

де B_1 і B_2 — магнітні індукції полів, створювані в точці А струмами I_1 та I_2 відповідно.

Вектори B_1 і B_2 взаємно перпендикулярні (рис. 3.77), тому модуль вектора магнітної індукції поля можна визначити за теоремою Піфагора:

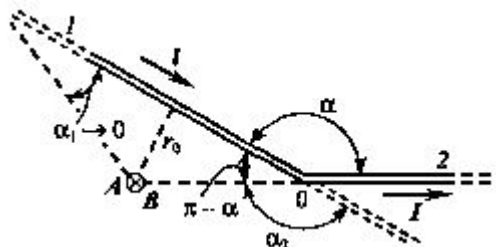


рис. 3.77

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2},$$

де B_1 та B_2 розраховуються за формулами для визначення магнітної індукції поля, створюваного нескінченно довгим прямолінійним провідником зі струмом:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_0}.$$

У даному разі $r_0 = d/2$. Тоді

$$B = \frac{\mu_0}{\pi d} \sqrt{I_1^2 + I_2^2}.$$

Виконуємо обчислення

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 0,1} \sqrt{80^2 + 60^2} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$$

Задача 7. Протон, який пройшов прискорюючу різницю потенціалів 600 В, влетів в однорідне магнітне поле з індукцією 0,3 Тл і почав рухатися по колу. Визначити радіус кола.

Дано:

$$U = 600 \text{ В};$$

$$B = 0,3 \text{ Тл.}$$

— R — ?

Розв'язання

Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі буде відбуватися по колу тільки в тому випадку, коли швидкість частинки направлена перпендикулярно до ліній магнітної індукції. При цьому сила Лоренца, спрямована до центра кола, надає протону нормальне прискорення (рис. 3.78).

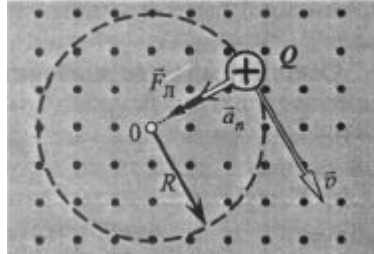


рис. 3.78

Відповідно до другого закону Ньютона

$$F_L = ma_n,$$

де m — маса протона; a_n — нормальне прискорення. Сила Лоренца визначається за формулою:

$$F_L = qvB \sin \alpha.$$

Оскільки вектори магнітної індукції та швидкості протона взаємно перпендикулярні, то $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$. Тоді

$$qvB = \frac{mv^2}{R}.$$

Звідси знаходимо радіус кола

$$R = \frac{mv}{qB}.$$

Для визначення швидкості протона скористаємося зв'язком між роботою сил електростатичного поля та зміною кінетичної енергії протона, тобто

$$A = E_{K2} - E_{K1}.$$

Оскільки $E_{K1} = 0$, тоді

$$qU = \frac{mv^2}{2}, \quad v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

Дістаємо остаточну формулу для визначення радіуса кола:

$$R = \frac{\sqrt{2mU/q}}{B}.$$

Виконуємо обчислення:

$$R = \frac{1}{0,3} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 600}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 0,0118 \text{ м.}$$

Задача 8. Квадратна рамка з дроту із стороною $a = 5$ см та опором $R = 10$ мОм перебуває в однорідному магнітному полі ($B = 40$ мТл). Нормаль до площини рамки утворює кут $\alpha = 30^\circ$ з лініями магнітної індукції. Визначити заряд q , що пройде через рамку, якщо магнітне поле вимкнута.

Дано

$$a = 5 \text{ см};$$

$$R = 10 \text{ мОм};$$

$$B = 40 \text{ мТл};$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Розв'язання

При вимиканні магнітного поля відбудеться зміна магнітного потоку. Внаслідок цього в рамці виникне ЕРС індукції:

q – ?

$$E_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1)$$

ЕРС індукції створює в рамці індукційний струм, миттєве значення якого можна визначити за законом Ома для повного кола:

$$I_i = \frac{E_i}{R}, \quad (2)$$

де R – опір рамки.

Тоді

$$I_i R = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Оскільки миттєве значення сили індукційного струму $I_i = \frac{dq}{dt}$, то цей вираз можна переписати у вигляді:

$$\frac{dq}{dt} R = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (3)$$

звідки

$$dq = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (4)$$

Інтегруючи вираз (4), знаходимо

$$\int_0^q dq = - \frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi \quad \text{або} \quad q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

Враховуючи, що при вимкненому полі (кінцевий стан) $\Phi_2 = 0$, остання рівність набуває вигляду:

$$q = \frac{\Phi_1}{R}. \quad (5)$$

Знайдемо магнітний потік Φ . За визначенням магнітного потоку маємо

$$\Phi_1 = BS \cos \alpha,$$

де S – площа рамки.

У даному випадку (рамка квадратна) $S = a^2$. Тоді

$$\Phi_1 = Ba^2 \cos \alpha. \quad (6)$$

Підставивши рівність (6) у вираз (5), дістанемо:

$$q = \frac{Ba^2}{R} \cos \alpha.$$

Виконаємо обчислення

$$q = \frac{0,04 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{3}/2}{0,01} = 8,67 \cdot 10^{-3} \text{ Кл} = 8,67 \text{ мКл}.$$

3.5.2 ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

3.1. Два точкові однойменні заряди 16 мкКл перебувають на відстані 10 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, що перебуває на відстані 4 см від першого заряду на прямій, яка сполучає ці заряди.

3.2. Два точкові однойменні заряди по 12 нКл кожен перебувають на відстані 10 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, що перебуває на відстані 8 см від першого заряду та 6 см від другого заряду.

3.3*. Визначити напруженість електричного поля, яке створює в вакуумі нескінченно довга

заряджена площа з поверхневою густиною заряду 2 мкКл/м^2 . Скористатися теоремою Гаусса.

3.4*. Визначити напруженість електричного поля, створеного провідною сферою у воді ($\epsilon = 81$) поблизу її поверхні. Радіус сфери 5 см , заряд 1 нКл . Скористатися теоремою Гаусса.

3.5*. Визначити напруженість електричного поля, створеного провідною сферою радіусом 10 см у вакуумі на відстані 5 см від її поверхні. Поверхнева густина заряду сфери 2 нКл/м^2 . Скористатися теоремою Гаусса. Побудувати графік залежності напруженості електричного поля від відстані від центра сфери.

3.6*. Визначити напруженість електричного поля, створеного зарядженою кулею поблизу її поверхні. Об'ємна густина заряду кулі 4 нКл/м^3 , радіус — 10 см . Скористатися теоремою Гаусса.

3.7*. Визначити напруженість електричного поля, створеного зарядженою кулею, на відстані 20 см від її поверхні. Об'ємна густина заряду кулі 5 нКл/м^3 , радіус кулі — 10 см . Скористатися теоремою Гаусса. Побудувати графік залежності напруженості електричного поля від відстані від центра кулі.

3.8*. Визначити напруженість електричного поля, створеного в вакуумі двома зарядженими паралельними нескінченно довгими площинами. Поверхнева густина заряду першої площини дорівнює -4 нКл/м^2 , другої — $+4 \text{ нКл/м}^2$. Скористатися теоремою Гаусса.

3.9.* Визначити напруженість електричного поля, створеного тонким зарядженим нескінченно довгим циліндром на відстані 5 см від його осі. Лінійна густина заряду циліндра 5 нКл/м . Скористатися теоремою Гаусса.

3.10*. Точковий заряд 25 нКл міститься в електричному полі, створеному нескінченно довгим циліндром радіусом 1 см , який рівномірно заряджений з поверхневою густиною заряду $0,2 \text{ нКл/м}^2$. Визначити силу, яка діє на заряд, якщо він перебуває на відстані 10 см від осі циліндра.

3.11*. Дві концентричні провідні сфери радіусами 6 і 10 см мають відповідно заряди 1 і $-0,5 \text{ нКл}$. Визначити напруженість електричного поля в точках, які містяться від центра сфер на відстанях 5 см , 9 см і 15 см . Побудувати графік залежності напруженості електричного поля від відстані $E(r)$.

3.12*. Тонка заряджена нитка, зігнута у вигляді дуги кола, має рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною 10 нКл/м . Визначити напруженість і потенціал електричного поля, яке вона створює, в точці, що розташована в центрі кривизни дуги. Довжина нитки становить $1/3$ довжини кола і дорівнює 15 см .

3.13. Два точкові однойменні заряди по 30 мкКл кожен перебувають на відстані 20 см один від одного. Визначити величину та напрям сили, з якою ці заряди будуть діяти на позитивний заряд 20 нКл , розміщений на відстані 20 см від кожного з них.

3.14. Два позитивні заряди $0,3$ та $0,2 \text{ мкКл}$ перебувають на відстані 10 см один від одного. Де треба розмістити між ними третій заряд, щоб він перебував у рівновазі?

3.15. Точковий заряд 1 мкКл перебуває на деякій відстані поблизу середини великої рівномірно зарядженої пластини. Визначити поверхневу густина заряду пластини, якщо на точковий заряд діє сила 60 мН .

3.16. Дві однакові круглі пластини площею по 100 см^2 кожна розташовані паралельно одна одній. Заряд однієї пластини -10 мкКл , другої — 10 мкКл . Визначити силу взаємного притягання пластин, якщо відстань між ними 2 см .

3.17*. Дві кульки, кожна масою 10 мг , підвішені на нитках довжиною по 50 см так, що їх поверхні торкаються. Після того як кулькам був наданий однаковий заряд, вони відійшли одна від одної на відстань 7 см . Знайти величину заряду кожної кульки.

3.18*. Між двома вертикальними плоско паралельними пластинами, що перебувають на відстані 2 см одна від одної, підвішена заряджена кулька масою $0,1 \text{ г}$. При різниці потенціалів між пластинами 900 В кулька відхилилася на кут 10° . Визначити заряд кульки.

3.19*. Дві маленькі кульки з однаковими радіусами і масами підвішені на двох нитках так, що їхні поверхні торкаються. Який заряд необхідно надати кулькам, щоб сила натягу ниток дорівнювала $56,4 \text{ мН}$? Довжина кожної нитки 20 см , а маса кожної кульки 5 г .

3.20. Яка робота відбувається при перенесенні точкового заряду 210^{-8} Кл з нескінченності в точку, що перебуває на відстані 4 см від поверхні кулі радіусом 1 см , зарядженої до потенціалу 6000 В ?

3.21. Електричне поле створене зарядженою провідною кулею, потенціал якої дорівнює 300 В . Визначити роботу, яку виконують сили поля з переміщення заряду $0,2 \text{ мкКл}$ з точки 1 у точку 2 (рис. 3.79).

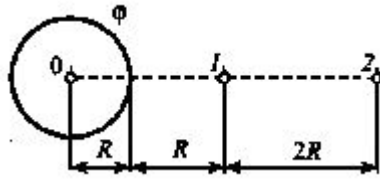


рис. 3.79

3.22. Електричне поле створене зарядами $+2$ мкКл та -2 мкКл, що перебувають на відстані $a = 10$ см один від одного. Визначити роботу, яку виконують сили поля, при переміщенні заряду $0,5$ мкКл з точки 1 у точку 2 (рис. 3.80).

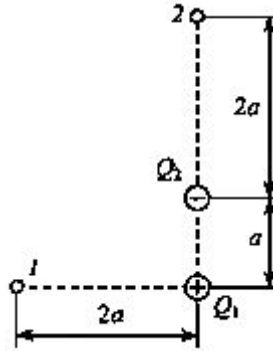


рис. 3.80

23. Дві паралельні заряджені площини, по верхнєві густини заряду яких дорівнюють 2 та $-0,8$ мкКл/м², перебувають на відстані $0,6$ см одна від одної. Визначити різницю потенціалів між площинами. Тонка квадратна рамка заряджена рівномірно з лінійною густиною заряду 200 пКл/м. Визначити потенціал поля в точці перетину діагоналей.

3.25.* Порошина масою 10^{-9} кг утримується у рівновазі між двома горизонтальними паралельними пластинами, зарядженими до різниці потенціалів 120 В. Відстань між пластинами 8 мм. З яким прискоренням буде рухатися порошина, якщо вона втратить 10 електронів?

3.26. Порошина масою 200 мкг, що несе на собі заряд 40 нКл, влетіла в електричне поле в напрямі силових ліній. Після проходження різниці потенціалів 200 В порошина мала швидкість 10 м/с. Визначити швидкість порошини до того, як вона влетіла в поле.

3.27. Електрон, пройшовши в плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до другої, набув швидкість 10^5 м/с. Відстань між пластинами 6 мм. Визначити напруженість поля та різницю потенціалів між пластинами конденсатора.

3.28. Електрон, що мав кінетичну енергію 10 еВ, влетів в однорідне електричне поле в напрямі силових ліній поля. Яку швидкість буде мати електрон, пройшовши в цьому полі різницю потенціалів 8 В?

3.29. Електрон, пройшовши у плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до другої, набув швидкість 10^5 м/с. Відстань між пластинами дорівнює 8 мм. Знайдіть різницю потенціалів між пластинами та поверхневу густина заряду на пластинах.

3.30. Порошина масою 5 нг, що несе на собі 10 електронів, пройшла у вакуумі прискорюючи різницю потенціалів 1 МВ. Яку швидкість набула порошина? Яка кінетична енергія порошини?

3.31. Електрон рухається вздовж силової лінії однорідного електричного поля. У деякій точці поля з потенціалом 100 В електрон мав швидкість 6 Мм/с. Визначити потенціал точки поля, дійшовши до якої електрон втратить половину своєї швидкості.

3.32. В однорідне електричне поле напруженістю 200 В/м влітає вздовж силової лінії електрон зі швидкістю 2 Мм/с. Визначити відстань, що пройде електрон до точки, в якій його швидкість буде дорівнювати половині від початкової.

3.33. Три конденсатори ємностями 1 , 2 і 3 мкФ з'єднані послідовно і підключені до джерела постійного струму з напругою 300 В. Визначити заряд і напругу на обкладках кожного конденсатора.

3.34. Конденсатор ємністю 10 мкФ заряджений до напруги 10 В. Визначити заряд на обкладках цього конденсатора після того, як паралельно йому було підімкнено другий, незаряджений конденсатор ємністю 20 мкФ.

3.35. Два конденсатори ємностями 5 і 8 мкФ з'єднані послідовно і приєднані до батареї з ЕРС 80 В. Визначити заряди конденсаторів та різницю потенціалів між їхніми обкладками.

3.36. Плоский конденсатор складається з двох круглих пластин радіусом 10 см кожна. Відстань між пластинами дорівнює 2 мм. Конденсатор приєднаний до джерела напруги 80 В. Визначити заряд конденсатора і напруженість поля конденсатора у двох випадках: а) діелектрик — повітря; б) діелектрик — скло.

3.37*. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений двома шарами діелектрика: шаром скла товщиною 0,2 см та шаром парафіну товщиною 0,3 см. Різниця потенціалів між обкладками дорівнює 300 В. Визначити напруженість поля та падіння потенціалу в кожному із шарів.

3.38. Плоский конденсатор з площею пластин 200 см^2 кожна заряджений до різниці потенціалів 2 кВ. Відстань між пластинами дорівнює 2 см. Діелектриком є скло ($\epsilon = 7,0$). Визначити енергію поля конденсатора та густину енергії поля.

3.39*. Плоский повітряний конденсатор, відстань між обкладками якого 5 мм, заряджений до різниці потенціалів 3000 В. Площа його пластин $15,7 \text{ см}^2$. Конденсатор відключається від джерела напруги, а потім його пластини розсовуються на відстань 1 см. Визначити ємність, різницю потенціалів та енергію конденсатора після розсування його пластин.

3.40*. Між пластинами плоского конденсатора, що перебувають на відстані 1 см одна від одної, прикладена різниця потенціалів 100 В. До однієї з пластин прилягає плоско паралельна пластинка кристалічного бромистого талію ($\epsilon = 173$) товщиною 9,5 мм. Після відключення конденсатора від джерела напруги пластинку кристала виймають. Яка буде після цього різниця потенціалів між пластинами конденсатора?

3.41. Зовнішнє коло, що споживає потужність 100 Вт, підключено до батареї з ЕРС 80 В та внутрішнім опором 5 Ом. Визначити силу струму в колі, напругу на зовнішньому колі та її опір.

3.42. Від батареї з ЕРС 1000 В потрібно передати енергію на відстань 500 м. Потужність, споживана навантаженням, дорівнює 5 кВт. Знайти втрати потужності в мідних дротах діаметром 5 мм.

3.43. Визначити струм короткого замикання джерела ЕРС, якщо при зовнішньому опорі 8 Ом сила струму в колі дорівнює 0,8 А, а при опорі 15 Ом сила струму дорівнює 0,5 А.

3.44. Від джерела з напругою 800 В необхідно передати споживачу потужність 10 кВт на деяку відстань. Який найбільший опір може мати лінія передачі енергії, щоб втрати енергії в ній не перевищували 10 %?

3.45. Елемент, що має ЕРС 1,1 В і внутрішній опір 1 Ом, замкнений на зовнішній опір 9 Ом. Знайти силу струму в колі, падіння напруги зовнішньому колі та в середині елемента. З яким ККД працює елемент?

3.46. Елемент з ЕРС 2 В має внутрішній опір 0,5 Ом. Знайти падіння напруги в середині елемента при силі струму в колі 0,25 А. Визначити зовнішній опір кола за цих умов.

3.47. ЕРС батареї дорівнює 12 В; ККД — 0,6 при силі струму 4 А. Визначити внутрішній опір батареї.

3.48. Електрорушійна сила батареї дорівнює 12 В. При силі струму в колі 4 А ККД батареї дорівнює 60%. Визначити внутрішній опір батареї.

3.49. Яка найбільша корисна потужність може бути отримана від джерела струму з ЕРС 12 В і внутрішнім опором 1 Ом ?

3.50. Вольфрамова нитка лампи розжарення при температурі 20°C має опір 35,8 Ом. Якою буде температура нитки лампи, якщо при вмиканні в мережу з напругою 120 В по нитці протікає струм 0,33 А? Температурний коефіцієнт опору вольфраму дорівнює $4,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

3.51. Реостат із залізного дроту, амперметр і джерело ЕРС ввімкнені послідовно. При температурі 0°C опір реостата дорівнює 120 Ом, опір амперметра дорівнює 20 Ом. Амперметр показує силу струму 22 мА. Яку силу струму буде показувати амперметр, якщо реостат нагріти на 50 К? Температурний коефіцієнт опору заліза — $6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

3.52. Джерело ЕРС, амперметр і опір з'єднані послідовно. Якщо взяти опір, виготовлений з мідного дроту довжиною 100 м з площею поперечного перерізу 2 мм^2 , то амперметр показує силу струму 1,43 А. Якщо ж опір виготовлено з алюмінієвого дроту довжиною 57,3 м і площею поперечного перерізу 1 мм^2 , то амперметр показує силу струму 1 А. Опір амперметра дорівнює 0,05 Ом. Знайти ЕРС джерела і його внутрішній опір.

3.53. Електрорушійна сила батареї дорівнює 100 В, опори $R_1 = R_2 = 40 \text{ Ом}$, $R_2 = 80 \text{ Ом}$ та $R_4 = 34 \text{ Ом}$ (рис. 3.81). Знайти силу струму I_2 , що протікає через опір R_2 , та падіння напруги U_2 на ньому.

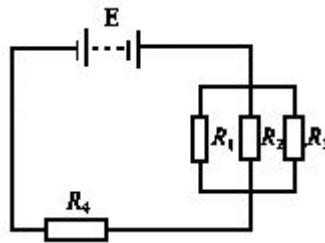


рис. 3.81

3.54. До амперметра з опором $0,16 \text{ Ом}$ підключений шунт з опором $0,04 \text{ Ом}$. Амперметр показує силу струму $0,8 \text{ А}$. Знайти силу струму в колі.

3.55. Електрична лампочка потужністю 40 Вт призначена для споживання напруги 120 В . Який додатковий опір треба під'єднати послідовно з лампочкою, щоб вона мала нормальне розжарення при напрузі в мережі 220 В ? Яку довжину ніхромового дроту діаметром $0,3 \text{ мм}$ треба взяти, щоб виготовити такий опір?

3.56. У лабораторії, віддаленій від генератора на відстань 100 м , увімкнули електричний нагрівальний прилад, що споживає струм 10 А . На скільки знизилася напруга в мережі лабораторії?

3.57. Від генератора з ЕРС 110 В потрібно передати енергію на відстань 250 м . Споживана потужність дорівнює 1 кВт . Знайти мінімальний переріз мідних дротів, якщо втрати потужності в мережі не мають перевищувати 1% .

3.58. У коло послідовно увімкнені мідний та сталевий дроти однакової довжини та діаметра. Знайти: а) відношення кількостей теплоти, що виділяються в цих провідниках; б) відношення падінь напруг на цих провідниках.

3.59. У коло паралельно увімкнені мідний та сталевий дроти однакової довжини та діаметра. Знайти: а) відношення кількостей теплоти, що виділяються в цих провідниках; б) відношення падінь напруг на цих провідниках.

3.60*. За 20 с сила струму у провіднику опором 5 Ом рівномірно зростає від нуля до деякого максимального значення. За цей час в ньому виділилася кількість теплоти 4 кДж . Визначити швидкість зростання сили струму.

3.61*. Сила струму в провіднику опором 10 Ом за 50 с рівномірно збільшується від 5 до 10 А . Визначити кількість теплоти, яка виділилася за цей час у провіднику.

3.62*. У провіднику за 10 с сила струму рівномірно зростає від 1 до 2 А . За цей час у ньому виділилася кількість теплоти 5 кДж . Визначити опір провідника.

3.63. За 10 с сила струму в провіднику опором 25 Ом рівномірно зростає від нуля до деякого максимального значення. За цей час у ньому виділилася кількість теплоти 40 кДж . Визначити середню силу струму в провіднику.

3.64.* Сила струму рівномірно зростає у провіднику опором 8 Ом протягом 8 с . За цей час виділилася кількість теплоти 500 кДж . Визначити заряд, що проходить у провіднику, якщо сила струму в початковий момент часу дорівнює нулю.

3.65. Визначити кількість теплоти, яка виділилася за 10 с у провіднику опором 10 Ом , якщо сила струму в ньому, рівномірно зменшується від 10 А до нуля.

3.66. З дроту довжиною 1 м зроблена квадратна рамка, в якій протікає струм 10 А . Знайти напруженість магнітного поля в центрі рамки.

3.67. Знайти напруженість магнітного поля, створюваного відрізком AB прямолінійного провідника зі струмом, у точці C , розташованій на перпендикулярі до середини цього відрізка на відстані 5 см від нього. По провіднику тече струм 20 А . Відрізок провідника видний з точки C під кутом 30° .

3.68. Два прямолінійні нескінченно довгі провідники розташовані перпендикулярно один до одного і перебувають в одній площині (рис. 3.82) Знайти напруженості магнітного поля в точках M_1 та M_2 якщо струми $I_1 = 2 \text{ А}$ і $I_2 = 3 \text{ А}$, а відстані $AM_1 = AM_2 = 1 \text{ см}$ і $BM_2 = CM_1 = 2 \text{ см}$.

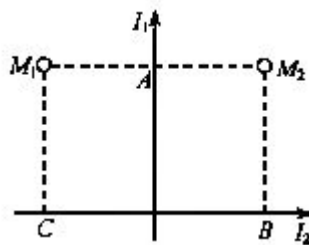


рис. 3.82

3.69. Два нескінченно довгі прямолінійні провідники розташовані перпендикулярно один до одного і перебувають у взаємно перпендикулярних площинах (рис. 3.82). Знайти напруженості магнітного поля в точках M_1 та M_2 , якщо струми $I_1 = 2 \text{ А}$ і $I_2 = 3 \text{ А}$. Відстані $AM_1 = AM_2 = 1 \text{ см}$ і $AB = 2 \text{ см}$.

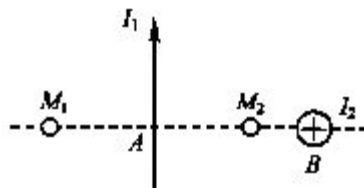


рис. 3.83

3.70. Два прямолінійні довгі провідники розташовані паралельно на відстані 10 см один від одного. По провідниках течуть однакові струми 5 А в протилежних напрямках. Знайти модуль та напрям напруженості магнітного поля в точці, яка міститься на відстані 10 см від кожного провідника.

3.71. Струм 20 А протікає по кільцю з мідного дроту з площею поперечного перерізу 1 мм^2 і створює в центрі кільця магнітне поле напруженістю 178 А/м. Визначити різницю потенціалів, прикладену до кінців дроту, з якого зроблено кільце.

3.72. Два круглі провідники розташовані у взаємно перпендикулярних площинах так, що їхні центри збігаються. Радіус кожного кола дорівнює 2 см, струми в кожному провіднику дорівнюють 5 А. Знайти напруженість магнітного поля у центрі цих провідників.

3.73. З дроту довжиною 1 м зроблена квадратна рамка. По рамці тече струм, рівний 10 А. Знайти напруженість магнітного поля у центрі рамки.

3.74*. Альфа-частинка рухається в однорідному магнітному полі з індукцією 50 мТл по гвинтовій лінії кроком 5 см та радіусом 1 см. Визначити прискорювальну різницю потенціалів, яку пройшла альфа-частинка перед тим як потрапити в магнітне поле.

3.75*. Іон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією 10 мТл по колу. Визначити кінетичну енергію іона, якщо магнітний момент еквівалентного колового руху дорівнює $1,6 \cdot 10^{-14} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

3.76*. Іон пройшов прискорювальну різницю потенціалів 645 В і влетів у схрещенні під прямим кутом однорідні магнітне й електричне поля. Індукція магнітного поля дорівнює 1,5 мТл, напруженість електричного поля дорівнює 200 В/м. Визначити відношення заряду іона до його маси, якщо іон у цих полях рухається прямолінійно.

3.77*. Електрон пройшов прискорюючу різницю потенціалів 1,2 кВ і потрапив у схрещенні під прямим кутом однорідні магнітне й електричне поля. Визначити напруженість електричного поля, якщо індукція магнітного поля дорівнює 6 мТл і електрон рухається прямолінійно і рівномірно.

3.78*. Магнітне поле, індукція якого дорівнює 0,5 мТл, спрямоване перпендикулярно до електричного поля, напруженість якого дорівнює 1 кВ/м. Пучок електронів влітає в магнітне поле, їхня швидкість перпендикулярна до площини, в якій лежать вектори напруженості електричного поля і магнітної індукції. Знайти швидкість електронів, якщо при одночасній дії обох полів пучок електронів не відхиляється. Визначити радіус траєкторії руху електронів за умови дії тільки магнітного поля.

3.79*. Електрон влітає в плоский горизонтальний конденсатор паралельно до його пластин із швидкістю 10^7 м/с . Довжина конденсатора дорівнює 5 см. Напруженість електричного поля конденсатора дорівнює 1,0 кВ/см. При виході з конденсатора електрон потрапляє в горизонтальне однорідне магнітне поле з індукцією 10 мТл. Визначити радіус і крок гвинтової траєкторії електрона під час руху в магнітному полі.

3.80. Плоский виток площею 10 см^2 перебуває в однорідному магнітному полі перпендикулярно до ліній магнітної індукції. Опір витка 1 Ом. Який струм протече по витку, якщо магнітна індукція буде зменшуватися зі швидкістю $0,1 \text{ Тл/с}$?

3.81. Круглий провідник діаметром 5 см і опором 0,02 Ом перебуває в однорідному магнітному полі, індукція якого дорівнює 0,3 Тл. Площина витка утворює кут 30° з лініями індукції. Який заряд протече по провіднику при вимиканні магнітного поля?

3.82. Прямий провідник довжиною 60 см рухається в однорідному магнітному полі зі швидкістю 2 м/с перпендикулярно до ліній індукції. При цьому на кінцях провідника створюється різниця потенціалів 1,2 В. Визначити індукцію магнітного поля.

3.83. Котушка має 200 витків і може вільно обертатися навколо осі, перпендикулярної до ліній індукції однорідного магнітного поля. Площа витка — 50 см². Магнітна індукція поля дорівнює 50 мТл. Визначити максимальну ЕРС, що індукується в рамці при її обертанні із частотою 40 с⁻¹.

3.84. Соленоїд перерізом 10 см² містить 1000 витків. При силі струму 5 А магнітна індукція в середині соленоїда дорівнює 50 мТл. Визначити індуктивність соленоїда.

3.85. Соленоїд містить 200 витків. Сила струму в обмотці соленоїда дорівнює 2 А, магнітний потік дорівнює ЮмВб. Визначити енергію магнітного поля.

3.86. Соленоїд містить 1000 витків. Площа поперечного перерізу осердя дорівнює 10 см². По обмотці соленоїда протікає струм, що створює магнітне поле з індукцією 1,5 Тл. Знайти середнє значення ЕРС, яка виникає на затисках соленоїда, якщо струм зменшиться до нуля за 50 мс.

3.87. В електричному колі, що містить резистор опором 20 Ом та котушку індуктивністю 60 мГн, протікає струм силою 20 А. Визначити силу струму в колі через 0,2 мс після її розмикання.

3.88. Коло складається з котушки індуктивністю 0,1 Гн і джерела струму. Джерело струму відключили, не розриваючи кола. Через 50 мс сила струму в колі зменшилася до 0,1% початкового значення. Визначити опір котушки.

3.89. Джерело струму замкнули на котушку опором 10 Ом та індуктивністю 0,2 Гн. Через який час сила струму досягне 50% від максимального значення?

3.90. Джерело струму замкнули на котушку опором 20 Ом. Через 0,1 с сила струму в колі досягла 95% від максимального значення. Визначити індуктивність котушки.

3.5.3 Таблиця варіантів задач для індивідуального розв'язування

Варіант	Номери задач				
1	3.1	3.14	3.31	3.61*	3.77
2	3.2	3.18*	3.32	3.43	3.62*
3	3.3*	3.19*	3.33	3.45	3.63
4	3.4*	3.20	3.34	3.65	3.67
5	3.5*	3.22	3.35	3.60*	3.66
6	3.1	3.18*	3.33	3.65	3.88
7	3.2	3.14	3.34	3.60*	3.66
8	3.3*	3.20	3.35	3.43	3.89
9	3.14	3.32	3.5*	3.45	3.90
10	3.32	3.2	3.31	3.81	3.79*

3.6 Віртуальні лабораторні роботи

3.6.1 Лабораторна робота В-42.

Дослідження електростатичного поля.

Мета: ознайомитись із принципом суперпозиції та навчитись розраховувати та зображати електричне поле, створене декількома різними зарядами.

Устаткування: комп'ютерна програма "El-pole"

Теоретичні відомості

Електричне поле – форма існування матерії, складова електромагнітного поля; існує навколо нерухомих зарядів (стаціонарне електричне поле) або виникає в результаті зміни магнітного поля (вихрове електричне поле).

Силовою характеристикою поля є напруженість.

Напруженість електричного поля $\vec{E}$ – векторна силова характеристика поля, визначається відношенням сили, з якою поле діє на точковий позитивний заряд, поміщений в ньому, до величини цього заряду:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}, \text{ де } q_0 - \text{точковий заряд, } F - \text{сила, що діє з боку поля на заряд.}$$

Напруженість в системі SI вимірюється в В/м (Н/Кл).

В кожній точці поля напруженість має певний напрямок і числове значення. Якщо рухатись від однієї точки поля до іншої таким чином, щоб напрямки векторів напруженості весь час були орієнтовані вздовж дотичної до напрямку переміщення, то отримані в результаті такого переміщення лінії дуже зручні для графічного представлення (зображення) поля.

Лінії, дотичні до яких в будь-якій точці співпадають з напрямом напруженості поля в цій точці, називаються **силовими лініями** (рис. 42.1).

Силові лінії мають такі властивості: 1) починаються (виходять) на позитивних зарядах і закінчуються (входять) на негативних (рис. 42.1, б), 2) вони не перетинаються і не перериваються, 3) густота ліній в околі деякої точки пропорційна значенню напруженості поля в цій точці.

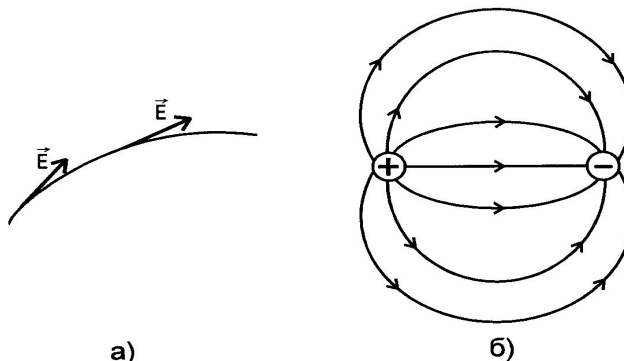


Рисунок 42.1

Електричне поле, напруженість якого в кожній точці має одну і ту ж величину та напрям, називають **однорідним**.

Прикладом однорідного поля є поле, створене двома досить протяжними паралельними зарядженими пластинами (рис. 41.2) (всередині між пластинами).

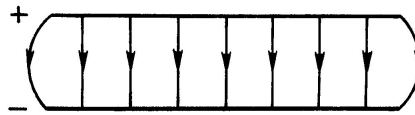


Рисунок 42.2

Напруженість поля, створена точковим зарядом, пропорційна величині заряду і обернено пропорційна квадрату відстані від заряду до точки, де визначається напруженість, тобто

$$E \propto \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Різні заряджені тіла створюють довкола себе різні електростатичні поля, але кожне з цих полів діє на розташований в ньому заряд q_0 за одним і тим же законом: $F \propto E(r) \propto q_0$. Щоб знайти силу, що діє на заряд, треба спочатку знайти напруженість поля в даній точці. Тому необхідно навчитись знаходити напруженість поля системи зарядів.

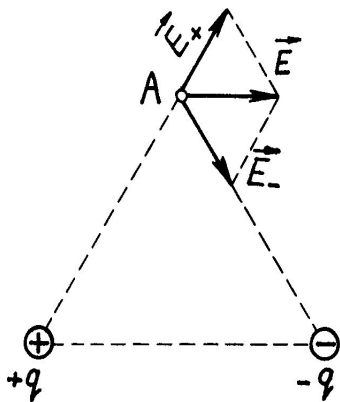


Рисунок 42.3

Для визначення напруженості електричного поля, створеного декількома зарядами, користуються **принципом суперпозиції полів**:

у вакуумі напруженість електричного поля, створеного системою нерухомих зарядів, дорівнює векторній сумі напруженостей електричних полів, створених кожним з цих зарядів зокрема.

Наприклад, напруженість поля, створеного зарядами $-q$ і $+q$ в точці А (рис. 42.3), може бути визначена як векторна сума напруженостей, створених кожним зарядом зокрема:

$$\vec{E} \propto \vec{E}_1 \propto \vec{E}_2$$

Якщо б зарядів було 4, то тоді $\vec{E} \propto \vec{E}_1 \propto \vec{E}_2 \propto \vec{E}_3 \propto \vec{E}_4$

$$\vec{E} \propto \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

, а в загальному для n зарядів

Візьмемо для прикладу два різноіменні однакові за величиною заряди, виберемо три точки А, В і С (рис. 42.4) і побудуємо в кожній із них пару векторів напруженості $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$. Потім виконаємо для кожної із вказаних точок додавання векторів $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ і отримаємо результуючі вектори $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$ і $\vec{E}_C$. Вони повинні бути дотичними до силових ліній поля у відповідних точках. Ці три вектори підказують поведінку силових ліній, зображених на рис. 42.4.

Якщо величину додатного заряду збільшувати, то його вплив стає сильніший; поле заряду q_+ починає домінувати (пригнічувати) над полем заряду q_- (рис.42.4 b,c).

Тепер стає зрозумілим, як можна конструювати картину силових ліній поля системи із декількох зарядів.

Зверніть увагу на те, що силові лінії електричного поля незамкнуті, тобто мають початок і кінець, що мають початок і не мають кінця (“+q”) або мають кінець і не мають початку (“-q”); що вони не перетинаються і не перериваються; що сила, яка діє на заряд в різних точках однорідного поля, однакова, а неоднорідного – різна, і що густота силових ліній вказує на величину напруженості поля.

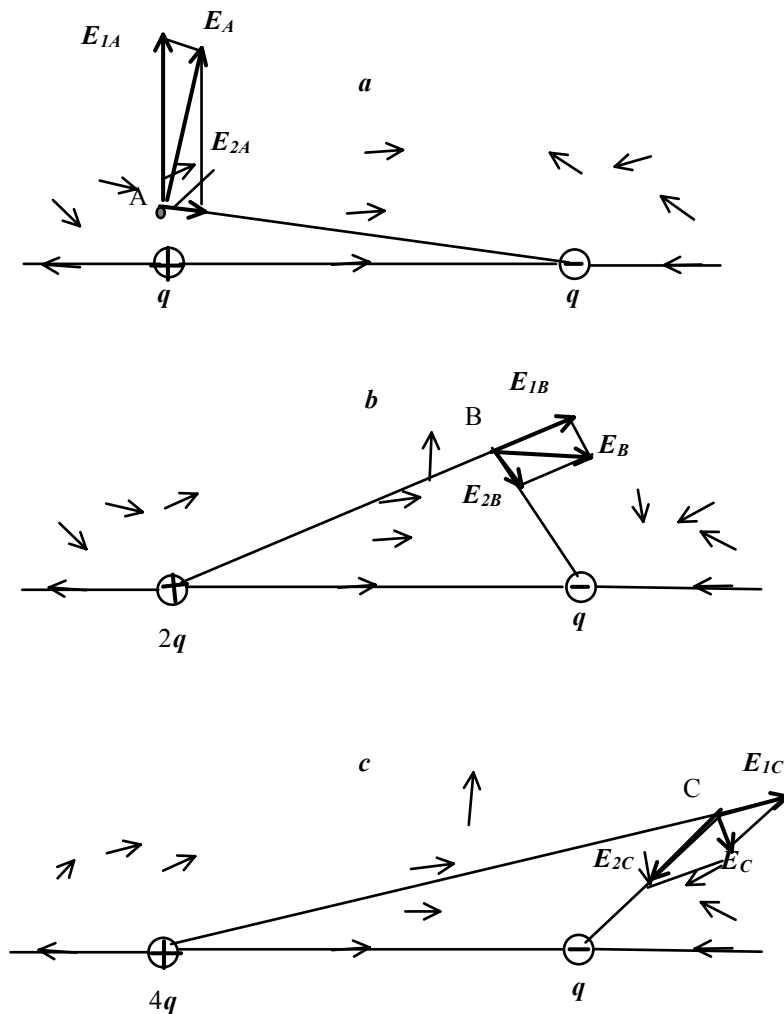


Рисунок 42.4

Послідовність виконання роботи

Завдання 1: Дослідити область домінування поля меншого за величиною із двох зарядів.

1. Для деякої заданої викладачем відстані ($l = 100$) між двома зарядами $q_1 = 1$ і $q_2 = -5$ знайти на осі OX точки, для яких напруженість поля кожного із зарядів рівна за величиною, тобто $E_1 = E_2$.
2. Знайти рівняння кривої $y(x)$, для якої виконується умова $E_1(x, y) = E_2(x, y)$.
3. Запустити програму “El-pole” і отримати за її допомогою картину силових ліній результуючого поля для даних двох зарядів (див. пункт 1).
4. Роздрукувати її (або зарисувати) і побудувати на ній криву за рівнянням, отриманим в пункті 2.
5. Побудувати еквіпотенціальні лінії. Зробити аналіз отриманих результатів.

Завдання 2. Візуалізація електростатичного поля декількох зарядів за допомогою силових ліній та еквіпотенціальних поверхонь.

1. Для 3 – 7 різних зарядів отримати на моніторі картину силових ліній системи електричних зарядів і проаналізувати її (область максимальних і мінімальних значень напруженості, області максимальних градієнтів напруженості...).

2. Роздрукувати отриману картину силових ліній та побудувати на ній еквіпотенціальні лінії.

Контрольні питання

1. Що таке електростатичне поле?
2. Що називається напруженістю електричного поля?
3. Що таке силові лінії електричного поля?
4. Які властивості силових ліній електричного поля і для чого вони використовуються ?

5. Сформулюйте принцип суперпозиції.
 6. Що таке еквіпотенціальні лінії (поверхні) і як вони співвідносяться із силовими лініями?

Література:

1. І.Є.Лопатинський. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт”, 2002.
2. І.М.Кучерук, В.П.Дущенко. Загальна фізика. Т.: 1. – К.: „Вища школа”, 1987 – 1991.
3. Г.Ф.Бушок і ін. Курс фізики. Кн. 1. – К.: „Либідь”, 2001.
4. І.М.Кучерук, І.Т.Горбачук, П.П.Луцик. Загальний курс фізики. Т.: 1. – К.: „Техніка”, 2001.
5. Т.И.Трофимова. Курс физики. – М.: “Высшая школа”, 1990.

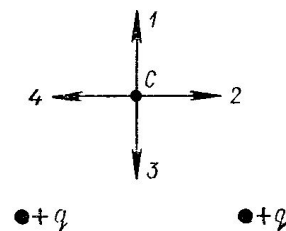
Допуск до ЛР-В42

1. Як зміниться за модулем напруженість електричного поля точкового заряду при збільшенні відстані від заряду в 2 рази?

А. Збільшиться в 4 рази. Б. Збільшиться в 2 рази. В. Не зміниться. Г. Зменшиться в 4 рази. Д. Зменшиться в 2 рази.

2. Який напрямок має вектор напруженості в точці С електростатичного поля двох однакових точкових електричних зарядів, розташованих щодо точки 3 так, як це представлено на малюнку?

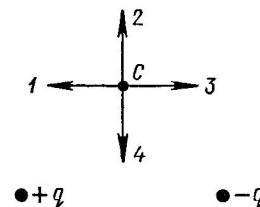
А. 1. Б. 2. В. 3. Г. 4. Д. Серед відповідей А-Г немає правильної.



3. Як зміниться за модулем напруженість електричного поля точкового заряду при збільшенні відстані від заряду в 4 рази?

А. Зменшиться в 16 разів. Б. Зменшиться в 4 рази. В. Не зміниться. Г. Збільшиться в 4 рази. Д. Збільшиться в 16 разів.

4. Який напрямок має вектор напруженості в точці С електростатичного поля двох різнойменних однакових за абсолютним значенням точкових електричних зарядів, розташованих щодо точки С так, як це представлено на малюнку?



А. 1. Б. 2. В. 3. Г. 4. Д. Серед відповідей А-Г немає правильної.

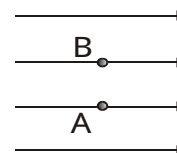
5. У кожній вершині квадрата є заряд $+q$. Якої величини негативний заряд слід помістити в центрі квадрата, щоб він був у рівновазі?

А. $2q$. Б. $4q$. В. $8q$. Г. $16q$. Д. Будь-якої.

6. Два заряди, один з яких за модулем у 4 рази більший від другого, розташували на відстані a один від одного. На якій відстані від зарядів напруженість електростатичного поля дорівнює нулеві, якщо заряди різнойменні?

А. На відстані $3a$ від більшого і $2a$ – від меншого. Б. На відстані $a/2$ від більшого і $a/2$ – від меншого. В. На відстані $2a$ від більшого і a – від меншого. Г. На відстані $2a/3$ від більшого і $a/3$ – від меншого. Д. На відстані $8a$ від більшого і $4a$ – від меншого.

7. Точка А лежить на лінії напруженості однорідного поля, напруженість якого 60 кВ/м . Визначити різницю потенціалів між цією точкою і деякою точкою В (див. малюнок), розміщеною на відстані 10 см від точки А.



А. 0. Б. 300 В . В. 150 В . Г. $2 \cdot 10^4 \text{ В/м}$. Д. 50 В .

3.6.2 Лабораторна робота В-50.

Вивчення руху зарядженої частинки в магнітному полі.

Мета роботи: ознайомитися з рухом зарядженої частинки в магнітному полі, визначити питомий заряд частинки та тип частинки.

Прилади і матеріали: Програма комп'ютерної лабораторної роботи “Рух зарядженої частинки в

магнітному полі”.

Теоретичні відомості

Магнітне поле – одна із форм існування матерії, через яку здійснюється взаємодія магнітів, рухомих зарядів або рухомих зарядів з магнітами. Подібно до того, як при дослідженні електричного поля використовувались точкові електричні заряди, при дослідженні магнітного поля використовують замкнутий контур зі струмом (рамка зі струмом), магнітне поле якого не спотворює досліджуване. Досліди показують, що якщо в магнітне поле помістити такий контур (рамку з струмом), то він відповідним чином орієнтується (повертається), причому напрям його орієнтації залежить від напрямку струму в ньому і напрямку магнітного поля. Такий контур зі струмом (рамка) використовується для встановлення кількісної характеристики магнітного поля. Якщо таку рамку зі струмом помістити в магнітне поле, то на неї з боку поля буде діяти пара сил. Під дією цієї пари сил рамка в магнітному полі відповідним чином орієнтується. Досліди показують, що із зміною величини струму змінюється величина максимального механічного (M) і магнітного (P) моментів, а їх

відношення залишається сталою величиною, тобто $\frac{M}{P} \propto B$ і може бути характеристикою магнітного поля (порівняйте з напруженістю електричного поля). Величина B дістала назву вектора індукції магнітного поля.

Індукція магнітного поля $\vec{B}$ – силова характеристика поля, яка визначається відношенням максимального обертового моменту до магнітного моменту.

Магнітне поле є силовим, і його за аналогією з електричним, на рисунку зображують силовими лініями. Лінії, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямом вектора індукції $\vec{B}$, називають **силовими магнітними лініями** або лініями вектора магнітної індукції $\vec{B}$.

Силові лінії магнітного поля постійних магнітів виходять з північного полюса і входять в південний (рис. 50.1). Напрямок силових ліній магнітного поля прямого струму визначається **правилом правого гвинта** (рис. 50.2):

якщо поступальний рух правого гвинта співпадає з напрямом струму, то напрям обертання головки гвинта вказує на напрям силових ліній індукції поля.

Силові лінії магнітного поля – замкнуті, тобто не мають початку і кінця. Поле, силові лінії якого замкнуті, називається вихровим.

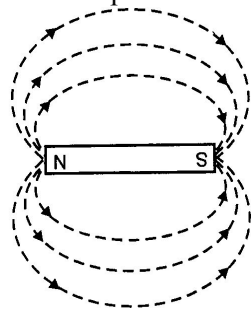


Рисунок 50.1

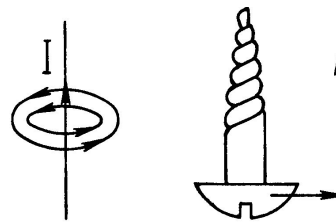


Рисунок 50.2

Магнітне поле, індукція якого в кожній точці і за величиною і за напрямом однакова, називається **однорідним**.

Для магнітного поля, як і для електричного, виконується **принцип суперпозиції**:

Індукція магнітного поля, створеного декількома струмами, дорівнює векторній сумі індукцій полів, створених кожним струмом зокрема:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i \quad (1)$$

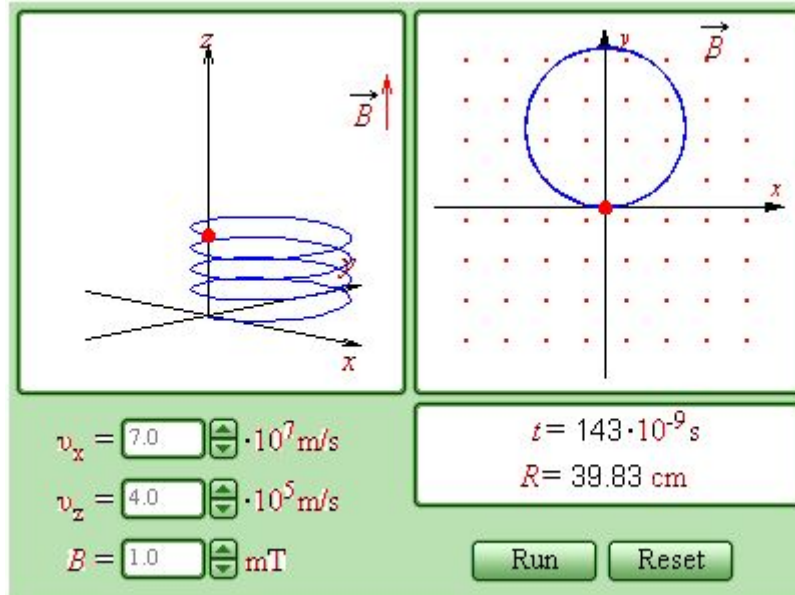
В СІ індукція магнітного поля вимірюється в теслах (Тл). 1 Тл – магнітна індукція такого однорідного магнітного поля, яке діє з силою в 1 Н на кожний метр довжини провідника, розміщеного перпендикулярно до напрямку поля, якщо по провіднику протікає струм 1 А.

$$B = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}} = 1 \text{ Тл} \quad (2)$$

Величину сили, що діє на заряд q , який рухається в однорідному магнітному полі з індукцією B , можна визначити з формули, яку вперше одержав Г.А. Лоренц: $F = qvB \sin \alpha$, де α – кут між напрямом швидкості і напрямом вектора індукції магнітного поля. У векторній формі $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$.

Напрямок сили Лоренца визначається за **правилом лівої руки**: якщо ліву руку розмістити так, щоб вектор індукції поля входив в долоню, чотири витягнуті пальці показували напрям швидкості заряду, то відхилений великий палець покаже напрям сили, яка діє на позитивний заряд. Зверніть увагу на те, що сила Лоренца завжди напрямлена перпендикулярно до швидкості руху заряду і тому відіграє роль доцентрової сили. Отже, сила Лоренца не виконує роботу, а змінює тільки напрям швидкості руху заряду в магнітному полі. Абсолютна величина швидкості заряду і його кінетична енергія під час руху в магнітному полі не змінюються.

Інтерфейс програми “Рух зарядженої частинки в магнітному полі”



Робоча формула

Розглянемо рух зарядженої частинки в магнітному полі (див. Інтерфейс програми). В магнітному полі заряджена частинка рухається по спіралі. У випадку $\vec{v} \perp \vec{B}$ – по колу (v – швидкість частинки, B – індукція магнітного поля).

При $\vec{v} \perp \vec{B}$ на рухому частинку діє сила $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$ – внаслідок чого частинка набуває прискорення $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{v} \times \vec{B}$. Оскільки $\vec{a} \perp \vec{B}$ і $\vec{a} \perp \vec{v}$, то прискорення є доцентровим, а $\vec{F}$ – відповідно доцентровою силою. Отже, $\vec{F}$ викривляє траєкторію руху, змушуючи частинку рухатися по колу, радіус якого можна визначити з умови:

$$\frac{v^2}{r} = \frac{q}{m} v B \sin \alpha \quad (3)$$

Оскільки $\sin \alpha = 1$, то $r = \frac{m}{qB} v$ (r називають ларморовським радіусом). Взявши до уваги, що

$v = \omega r$, можна обчислити так звані циклотронні частоту $\omega = \frac{q}{m} B$ і період руху частинки $T = \frac{2\pi m}{qB}$. Остаточно,

Порядок виконання роботи

Завдання № 1

1. Ознайомтеся з інтерфейсом комп'ютерної програми “Рух зарядженої частинки в магнітному полі”.
2. Мінняючи значення індукції магнітного поля і початкових швидкостей частинки, спостерігайте за рухом частинки.
3. Зробіть висновок про рух зарядженої частинки в магнітному полі.

Завдання № 2

Визначення питомого заряду зарядженої частинки

1. Підведіть маркер миші до регулятора індукції магнітного поля B . Натисніть ліву кнопку миші і, утримуючи її в натиснутому стані, змінійте B . Встановіть числове значення B , яке задавав вам викладач. Аналогічним способом встановіть $V_x = 2 \cdot 10^7$ м/с, $V_z = 0$.

2. Натиснувши кнопку «Старт», спостерігайте рух частинки. Коли частинка зробить 10 повних обертів, натисніть кнопку «Стоп». Запишіть в таблицю значення часу руху частинки t і радіуса кола r , по якому рухається частинка, для даної швидкості V_x .

3. Натисніть кнопку «Сброс». Збільшуючи V_x на $0,5 \cdot 10^7$ м/с, повторіть п. 2 ще 9 раз. Результати записуйте в таблицю.

4. Побудуйте графік залежності радіуса кола r руху частинки від швидкості V_x . Визначте за нахилом прямої на графіку експериментальне значення питомого заряду частинки, використовуючи

формулу $\frac{q}{m} = \frac{T}{2\pi B} \cdot \frac{1}{k}$, де $k = \frac{\Delta(r)}{\Delta(V_x)}$ – тангенс кута нахилу прямої на графіку залежності радіуса кола r руху частинки від швидкості V_x , $T = t/10$ – період руху частинки по колу.

5. Порівняйте експериментально визначене значення питомого заряду частинки з табличними значеннями питомих зарядів для елементарних частинок і визначте, що за частинка рухалася в магнітному полі.

6. Запишіть результат. Сформулюйте висновки на основі результату і графіка.

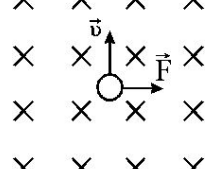
Контрольні запитання

1. Дайте визначення магнітного поля.
2. Дайте визначення індукції магнітного поля.
3. Дайте визначення сили Лоренца.
4. Сформулюйте принцип суперпозиції для магнітного поля.
5. Яке магнітне поле називається однорідним?
6. Яку форму має траєкторія руху зарядженої частинки у магнітному полі?

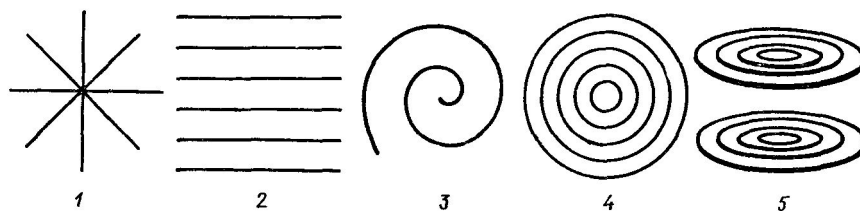
Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т. 2. – К.: “Техніка”, 2001.
2. Бушок Г.Ф. і ін. Курс фізики. Кн. 2. – К.: „Либідь”, 2001.
3. Лопатинський І.Є. Курс фізики. Фізика для інженерів. – Л.: „Бескид Біт”, 2002.
4. Трофимова Т.И. Курс фізики. – М.: “Высшая школа”, 1990.

Допуск до ЛР-B50

1. Визначити знак заряду частинки за напрямом її руху і напрямом сили Лоренца. А. Позитивний. Б. Визначити не можна. В. Або позитивний або негативний. Г. Частинка не заряджена. Д. Негативний	
---	---

2. Який з варіантів (див. малюнок) відповідає схемі розташування ліній індукції однорідного магнітного поля?



А. 1. **Б.** 2. В. 3. Г. 4. Д. 5.

3. Дві магнітні стрілки підвішені на нитках на невеликій відстані одна від іншої. Виберіть правильне твердження.

А. Магнітна стрілка являє собою маленький магніт. **Б.** Північний полюс однієї стрілки притягається до північного полюса іншої. **В.** Силкові лінії магнітного поля постійного магніту "виходять" з південного полюса і "входять" у північний. **Г.** Силкові лінії магнітного поля незамкнуті. **Д.** Серед тверджень А - Г немає правильного.

4. Плоский контур, розташований перпендикулярно до вектора індукції магнітного поля, пронизує магнітний потік 2 Вб. Визначити індукцію магнітного поля, якщо площа контура 4 м^2 .

А. 1 Тл. **Б.** 0,5 Тл. В. 2 Тл. Г. 8 Тл. Д. Серед відповідей А-Г немає правильної.

5. Магнітний потік всередині контуру, площа якого 60 см^2 , становить 0,3 мВб. Визначити індукцію поля всередині контуру. Вважати, що поле однорідне.

А. 50 мТл. **Б.** 25 мТл. **В.** 18 мТл. **Г.** 120 мТл. **Д.** 2 мТл.

6. Якщо спостерігати рух у камері мас-спектрографа невідомих йонів, радіус кривизни траєкторії виявився в 4 рази більшим за радіус кривизни траєкторії йонів Гелію. Знайти відношення маси невідомого йона до маси йона Гелію. Швидкості і заряди йонів однакові.

А. 4. **Б.** 2. **В.** 1. **Г.** $1/2$. **Д.** $1/4$.

7. Як зміниться радіус кривизни траєкторії руху зарядженої частинки в мас-спектрографі, якщо збільшити в 2 рази швидкість частинки і зменшити в 2 рази індукцію магнітного поля?

А. Зменшиться в 4 рази. **Б.** Зменшиться в 2 рази. **В.** Не зміниться. **Г.** Збільшиться в 2 рази.

Д. Збільшиться в 4 рази.

3.7. МОДУЛЬНИЙ КОНТРОЛЬ

Питання для комп'ютерного тестування

Електростатика

1. Яка з наведених формул визначає напруженість електростатичного поля точкового заряду;

$$1) F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}; \quad 2) E = \frac{F}{q}; \quad 3) \varphi = k \frac{q}{r}; \quad 4) W = k \frac{q_1 q_2}{r};$$

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

2. Яка з наведених формул визначає потенціал електростатичного поля точкового заряду;

$$1) F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}; \quad 2) E = \frac{F}{q}; \quad 3) \varphi = k \frac{q}{r}; \quad 4) W = k \frac{q_1 q_2}{r};$$

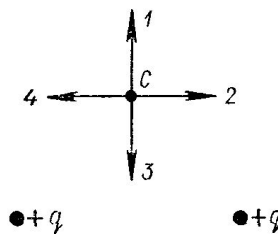
а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

3. Яка з наведених формул визначає зв'язок напруженості з потенціалом.

$$1) F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}; \quad 2) E = \frac{F}{q}; \quad 3) \varphi = k \frac{q}{r}; \quad 4) E = - \text{grad} \varphi$$

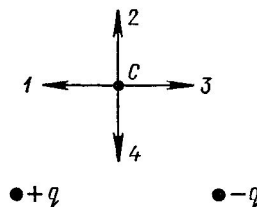
а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

4. Який напрямок має вектор напруженості в точці С електростатичного поля двох однакових точкових електричних зарядів, розташованих щодо точки С так, як це представлено на малюнку?



а) 1. б) 2. в) 3. г) 4.

5. Який напрямок має вектор напруженості в точці С електростатичного поля двох різноіменних однакових за абсолютним значенням точкових електричних зарядів, розташованих щодо точки С так, як це представлено на малюнку?



а) 1. б) 2. в) 3. г) 4.

6. У кожній вершині квадрата є заряд $+q$. Якої величини негативний заряд слід помістити в центрі квадрата, щоб він був у рівновазі?

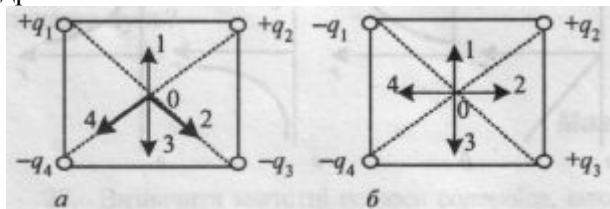
а) $2q$. б) $4q$. в) $8q$. г) Будь-якої.

7. Два заряди, один з яких за модулем у 4 рази більший від другого, розташували на відстані a

один від одного. На якій відстані від зарядів напруженість електростатичного поля дорівнює нулеві, якщо заряди різнойменні?

а) На відстані $3a$ від більшого і $2a$ – від меншого. б) На відстані $a/2$ від більшого і $a/2$ – від меншого. в) На відстані $2a$ від більшого і a – від меншого. г) На відстані $2a/3$ від більшого і $a/3$ – від меншого.

8. На рисунках а, б у вершинах квадрата розміщено чотири рівні за значенням, але різні за знаком точкові заряди. Визначити, який із пронумерованих векторів збігається з напрямком вектора напруженості E в центрі квадрата.

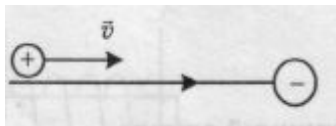


а) 3; 4. б) 1; 2. в) 2; 3. г) 1; 4.

9. В яких випадках силова лінія електростатичного поля – це траєкторія, за якою рухається у полі точковий заряд?

а) однорідне поле; б) стаціонарне поле; в) неоднорідне. г) будь-яке поле.

10. Позитивно заряджена частинка рухається вздовж силової лінії поля точкового негативного заряду. Який є характер її руху?



а) прискорений; б) рівноприскорений; в) уповільнений; г) рівномірний.

11. Чому силові лінії електростатичного поля зарядженого провідника завжди перпендикулярні до його поверхні?

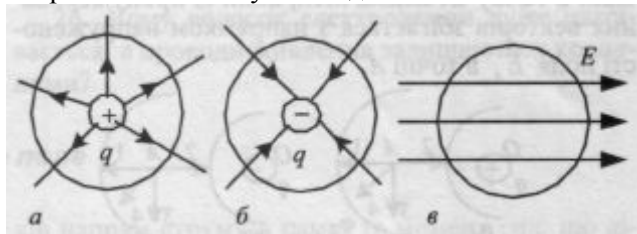
а) бо $E \neq 0$; б) бо поверхня екіпотенціальна.

12. Які з формул є аналітичним виразом теореми Остроградського-Гаусса.

$$1) \Phi_E = \int E_n ds; \quad 2) \Phi_p = \oint D ds \quad 3) \oint E ds = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{\epsilon \epsilon_0}; \quad 4) \oint D ds = \sum_{i=1}^n q_i;$$

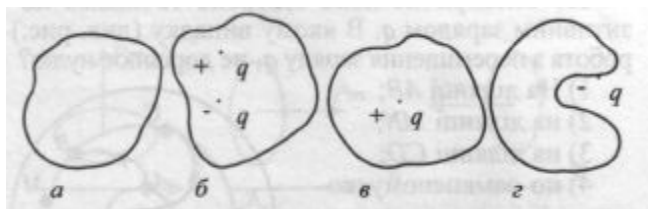
а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

13. На рисунках а, б, в зображено силові лінії електростатичного поля. Визначити знак потоку вектора E через замкнену поверхню в кожному з випадків.



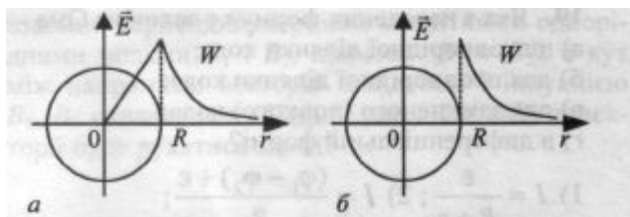
а) $a+$; $b-$; $v=0$. б) $a-$; $b+$; $v=0$. в) $a=0$; $b-$; $v=0$. г) $a-$; $b-$; $v=0$.

14. В яких випадках (рис. а, б, в, г) потік вектора напруженості електростатичного поля через замкнену поверхню не буде дорівнювати нулю.



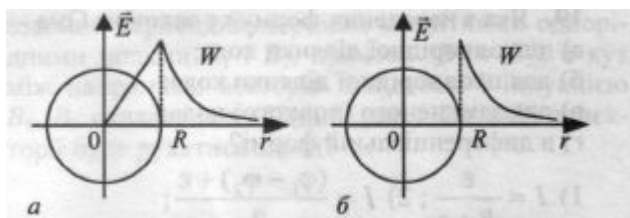
а) а; 2. **б)** в. в) 2; а. г) б; 2.

15. Який із графіків (рис. а, б) залежності напруженості електростатичного поля $\vec{E}$ від відстані r точки поля, створеного зарядженою кулею, стосується випадку, коли куля заряджена рівномірно по об'єму, $\rho_q = \text{const}$;



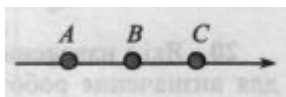
а) а; **б)** б.

16. Який із графіків (рис. а, б) залежності напруженості електростатичного поля $\vec{E}$ від відстані r точки поля, створеного зарядженою кулею, стосується випадку, коли куля заряджена рівномірно по поверхні, $\sigma_q = \text{const}$.



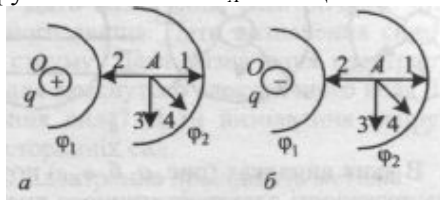
а) а; **б)** б.

17. На рисунку зображено силову лінію електростатичного однорідного поля. В якій точці потенціал буде найбільшим?



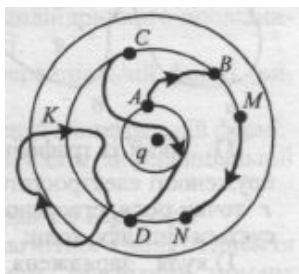
а) у точці А; **б)** у точці В. **в)** у точці С; **г)** потенціали в усіх точках є однаковими.

18. На рисунках а, б зображено дві еквіпотенціальні поверхні з потенціалами φ_1 і φ_2 ($\varphi_1 < \varphi_2$) поля точкового заряду q , який помістили в точку О. Визначити, який із пронумерованих векторів збігається з напрямком напруженості поля $\vec{E}_A$ в точці А.



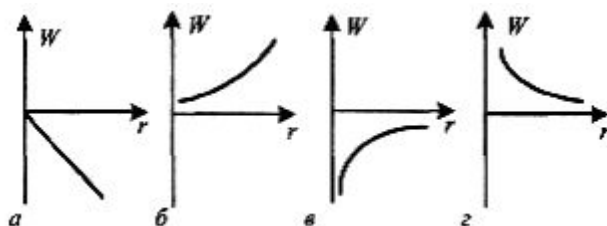
а) 3; 4. **б)** 1; 2. **в)** 2; 3. **г)** 1; 4.

19. Електричне поле створено точковим позитивним зарядом q . В якому випадку (див. рис.) робота з переміщення заряду q_1 не дорівнює нулю?



а) на ділянці AB . **б)** на ділянці MN . **в)** на ділянці CD . **г)** по замкнутому контуру K .

20. Який з графіків a , $б$, $в$, $г$ виражає залежність потенціальної енергії двох точкових однойменних зарядів від відстані між ними?



а) 1; **б)** 2; в) 3; г) 4.

21. Як зміниться енергія відімкненого від джерела живлення зарядженого конденсатора, в якому діелектриком є скло, якщо розсунути пластини конденсатора;

а) збільшиться; **б)** зменшиться; в) не зміниться.

22. Як зміниться енергія відімкненого від джерела живлення зарядженого конденсатора, в якому діелектриком є скло, якщо вийняти діелектрик?

а) збільшиться; **б)** зменшиться; в) не зміниться.

Постійний електричний струм

23. Яка з наведених формул є законом Ома для однорідної ділянки кола.

$$1) \frac{\varepsilon}{R+r}; \quad 2) I = \frac{(\varphi_2 - \varphi_1) + \varepsilon}{R_{12}}; \quad 3) j = \frac{E}{\rho}; \quad 4) I = \frac{U}{R}.$$

а) 1. **б)** 2. в) 3. **г)** 4.

24. Яка з наведених формул є законом Ома для неоднорідної ділянки кола.

$$1) \frac{\varepsilon}{R+r}; \quad 2) I = \frac{(\varphi_2 - \varphi_1) + \varepsilon}{R_{12}}; \quad 3) j = \frac{E}{\rho}; \quad 4) I = \frac{U}{R}.$$

а) 1. **б)** 2. в) 3. г) 4.

25. Яка з наведених формул є законом Ома для замкнутого (повного) кола;

$$1) \frac{\varepsilon}{R+r}; \quad 2) I = \frac{(\varphi_2 - \varphi_1) + \varepsilon}{R_{12}}; \quad 3) j = \frac{E}{\rho}; \quad 4) I = \frac{U}{R}.$$

а) 1. **б)** 2. в) 3. г) 4.

26. Яка з наведених формул є законом Ома в диференціальній формі?

$$1) \frac{\varepsilon}{R+r}; \quad 2) I = \frac{(\varphi_2 - \varphi_1) + \varepsilon}{R_{12}}; \quad 3) j = \frac{E}{\rho}; \quad 4) I = \frac{U}{R}.$$

а) 1. **б)** 2. **в)** 3. г) 4.

27. Які з наведених формул є універсальними для визначення роботи і потужності постійного електричного струму?

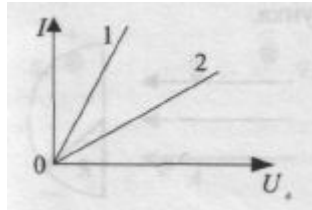
- 1) $A = I^2 R t$; 2) $P = I^2 R$; 3) $P = IU$; 4) $P = \frac{U^2}{R}$; 5) $A = \frac{U^2}{R} t$; 6) $A = IU t$ 7) $P_q = j^2 \rho$.
 а) 1; 4. **б)** 3; 6. **в)** 2; 7. **г)** 4; 5.

28. Зазначте закон, що записується у вигляді $j = \gamma E$,

де j – густина струму; γ – питома електропровідність; E – напруженість електричного поля.

а) закон Ампера в диференціальній формі; **б)** закон Ома в диференціальній формі; **в)** закон Джоуля-Ленца в інтегральній формі; **г)** закон Відемана-Франца.

29. На рисунку наведено графіки залежності сили струму від напруги (вольт-амперні характеристики) для двох однорідних ділянок електричного кола. Визначити, в якій з ділянок більший електричний опір.



а) 1. **б)** 2. **в)** у двох випадках опір однаковий. **г)** не можна визначити.

30. Як можна ввімкнути лампи, розраховані на 110 Вт, у мережу з напругою 220 В?

а) послідовно. **б)** паралельно. **в)** будь-як. **г)** не можна їх вмикати.

31. Чому при короткому замиканні джерела струму вольтметр, ввімкнений до його клем, показує нуль?

а) бо $R = 0$. **б)** бо $r = 0$. **в)** бо $I = 0$. **г)** бо $\varepsilon = 0$.

32. В якому випадку опір шунта має бути більшим, якщо діапазон вимірювання амперметра збільшився у два чи у три рази?

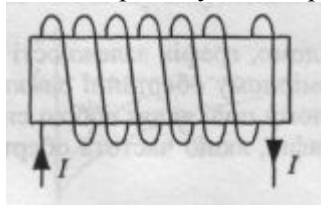
а) $1/2$. **б)** 2. **в)** 3. **г)** 4,5.

33. Чому волосок електролампи дуже нагрівається, а проводи живлення залишаються холодними?

а) бо опір волоска великий; **б)** тому, що R прямує до нуля; **в)** тому, що струм I прямує до нескінченності; **г)** бо опір волоска дуже малий.

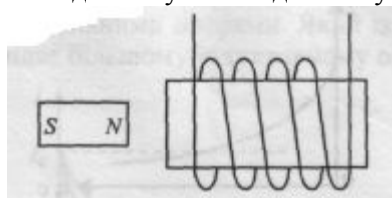
Магнітне поле

34. Визначити магнітні полюси соленоїда, використовуючи напрям струму, вказаний на малюнку.



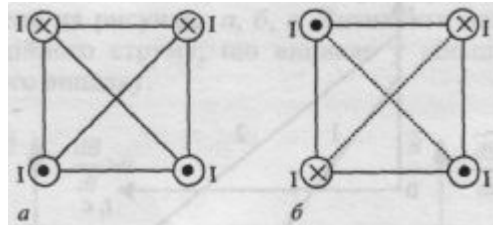
а) зліва – північний, а справа – південний; **б)** зліва – південний, а справа – північний.

35. На малюнку показано взаємне розміщення постійного магніту і соленоїда. В якому напрямку йде струм у соленоїді, якщо він відштовхується від магніту.



а) проти стрілки годинника; **б)** за стрілкою годинника.

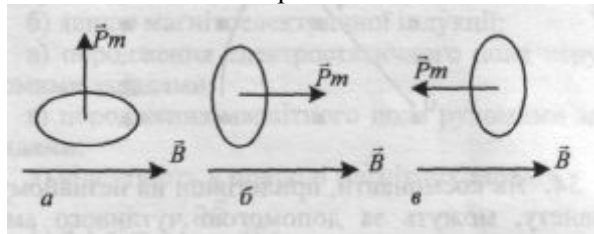
36. По чотирьох паралельних провідниках, перерізи яких із площиною креслення лежать у вершинах квадрата, протікають однакові струми (їхні напрямки показано умовно: кружечок із хрестиком від нас, кружечок із точкою — до нас). Зобразити, як спрямований вектор індукції в центрі квадрата?



а) на рис. *а* — горизонтально, на рис. *б* — вектор індукції дорівнює нулю; **б)** на рис. *а* — вертикально вгору, на рис. *б* — горизонтально; **в)** на рис. *а* — вертикально вниз, на рис. *б* — вектор індукції дорівнює нулю; **г)** на рис. *а* — вертикально вниз, на рис. *б* — вектор індукції дорівнює нулю.

37. На рисунках *а, б, в* зображено різні орієнтації рамки зі струмом, що має магнітний момент $\vec{P}_m$, відносно зовнішнього однорідного магнітного поля з індукцією $\vec{B}$. Визначити для всіх випадків напрям струму в рамці та момент сил, що діють на неї.

Яке положення рамки є положенням стійкої рівноваги?

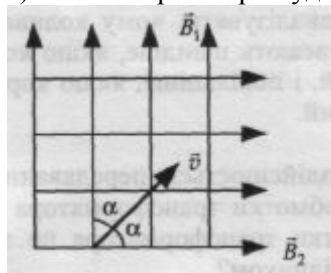


а) рис. *а, б*; **б)** рис. *б, в*; **в)** рис. *в, а*.

38. Заряд влітає в однорідне магнітне поле з індукцією B із швидкістю v під кутом α до напрямку поля. Якою буде траєкторія руху заряду?

а) коло; **б)** пряма лінія; **в)** спіраль.

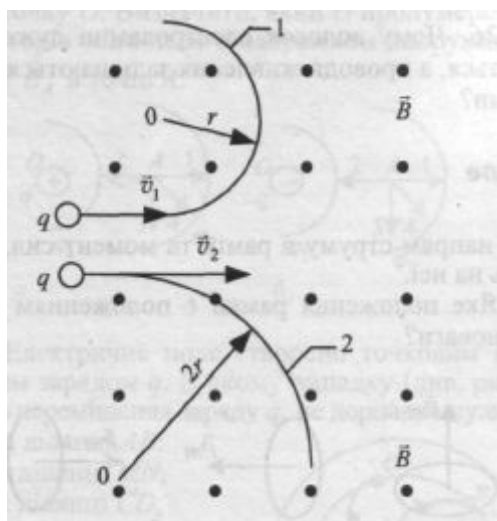
39. Заряд влітає зі швидкістю v у простір із взаємно перпендикулярними магнітними однорідними полями B_1 і B_2 , причому $|B_1| = |B_2|$, а кут між напрямком векторів швидкості і індукцією B_1, B_2 складає $\alpha = 45^\circ$ (див. рис). По якій траєкторії буде рухатися заряд?



а) коло; **б)** пряма лінія; **в)** спіраль.

40. На рисунку зображено траєкторії (1, 2) зарядженої частинки, що влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно до ліній індукції одного разу — зі швидкістю v_1 , другого разу — зі швидкістю

$\frac{v_1}{v_2}$. Визначити відношення швидкостей $\frac{v_1}{v_2}$.



а) 2. **б)** 1/2. в) 1. г) 0.

41. Як космонавти, прилетівши на незнайому планету, можуть за допомогою чутливого амперметра і мотка дроту визначити, чи має планета магнітне поле.

а) при русі мотка дроту струм $I \neq 0$; **б)** $I = 0$.

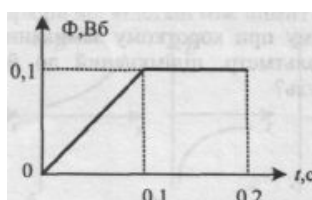
42. Два однакові магніти одночасно починають падати з однієї і тієї ж висоти через закріплені на одній і тій же висоті провідні кільця. Перший магніт пролітає через замкнене кільце, другий – через розімнене. Який магніт впаде раніше? Чому?

а) перший; **б)** другий; **в)** разом.

43. Як здійснюється передавання енергії із первинної обмотки трансформатора у вторинну, якщо обмотки трансформатора не з'єднані між собою провідником?

а) самоіндукція; **б)** взаємна індукція; **в)** магнітоелектрична індукція.

44. Магнітний потік, що пронизує котушку з кількістю витків N , змінюється залежно від часу, як показано на малюнку. Визначити ЕРС індукції, що виникає за проміжки часу: $t < 0,1$; $t > 0,1$ с.

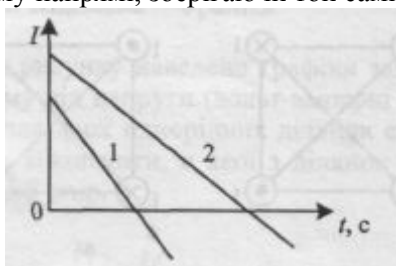


а) 1 В, 0 В; **б)** 0 В, 2 В; **в)** 2 В, 1 В.

45. Як відомо, графік залежності ЕРС від часу при рівномірному обертанні рамки в однорідному магнітному полі являє собою синусоїду. Як зміниться графік, якщо частота обертання рамки подвоїться?

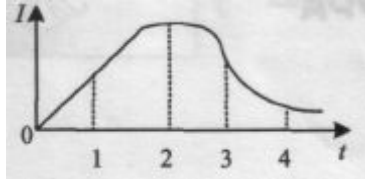
а) графік не зміниться; **б)** буде також синусоїда, але з подвоєною частотою.

46. Через дві однакові індуктивності протікають струми, що змінюються з часом за лінійним законом. В якій індуктивності виникатиме більша ЕРС самоіндукції, коли струми, пройшовши через нуль, почнуть зростати у протилежному напрямі, зберігаючи той самий лінійний закон?



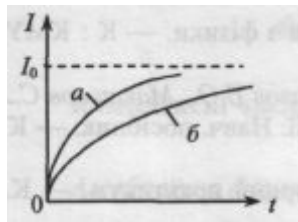
а) 1; **б)** 2; **в)** ЕРС – однакові.

47. Через котушку індуктивності протікає струм, який змінюється з часом, як показано на рисунку. У який із позначених моментів часу ЕРС самоіндукції має максимальне значення?



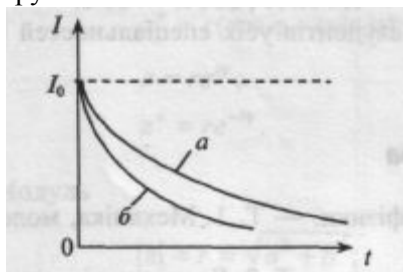
а) 1; **б)** 2; **в)** 3; **г)** 4.

48. На рисунку наведено графіки залежності сили струму від часу у випадку підключення до джерела ЕРС котушок з однаковими активними і різними індуктивними опорами. Який із графіків *a*, *б* відповідає більшому індуктивному опору?



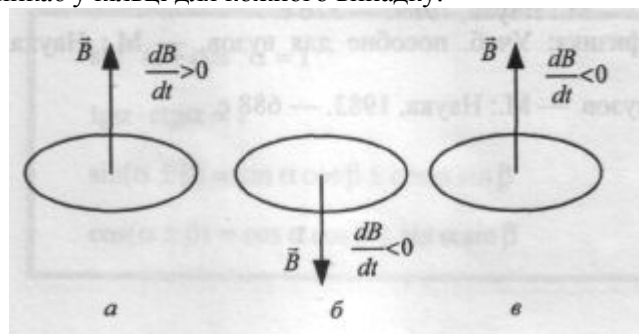
а) *a*; **б)** *б*.

49. На рисунку наведено графіки залежності сили струму від часу у випадку відімкнення від джерела ЕРС котушок з однаковими активними і різними індуктивними опорами. Який із графіків *a*, *б* відповідає більшому індуктивному опору?



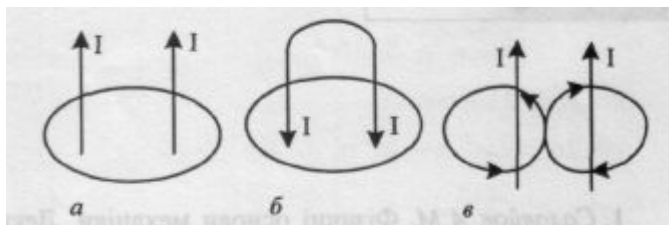
а) *a*; **б)** *б*.

50. Металеве кільце перебуває в магнітному полі, що змінюється з часом. Положення кільця, напрям магнітної індукції $\vec{B}$ і характер її зміни наведено на рисунках *a*, *б*, *в*. Визначити напрям індукційного струму, що виникає у кільці для кожного випадку.



а) на рис. *a* і *б* – за годинниковою стрілкою, а на рис. *в* – проти; **б)** на всіх рисунках струм тече в одному напрямку; **в)** на рис. *a* і *б*, *в* – проти годинникової стрілки; **г)** на рис. *б*, *в* – за годинниковою стрілкою, а на рис. *a* – проти.

51. Визначити циркуляцію вектора напруженості магнітного поля для різних конфігурацій струмів і форм контурів, наведених на рисунках *a*, *б*, *в*.



а) на рис. *а* і *б* дорівнює $2I$, а на рис. *в* – дорівнює нулю; **б)** на всіх рисунках дорівнює нулю.

52. Яке з наведених далі рівнянь Максвелла виражає явище електромагнітної індукції;

1) $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$; 2) $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$; 3) $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho_q dV$; 4) $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$

а) 1; **б)** 2; **в)** 3; **г)** 4.

53. Яке з наведених далі рівнянь Максвелла виражає явище магнітоелектричної індукції;

1) $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$; 2) $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$; 3) $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho_q dV$; 4) $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$

а) 1; **б)** 2; **в)** 3; **г)** 4.

54. Яке з наведених далі рівнянь Максвелла виражає породження електростатичного поля нерухомими зарядами;

1) $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$; 2) $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$; 3) $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho_q dV$; 4) $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$

а) 1; **б)** 2; **в)** 3; **г)** 4.

55. Яке з наведених далі рівнянь Максвелла виражає породження магнітного поля рухомими зарядами;

1) $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$; 2) $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$; 3) $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho_q dV$; 4) $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$

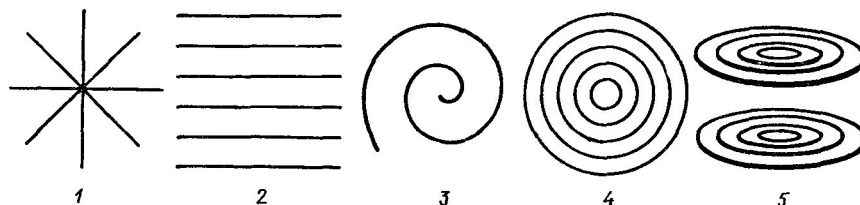
а) 1; **б)** 2; **в)** 3; **г)** 4.

56. Яке з наведених далі рівнянь Максвелла виражає відсутність у природі магнітних зарядів.

1) $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$; 2) $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$; 3) $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho_q dV$; 4) $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$

а) 1; **б)** 2; **в)** 3; **г)** 4.

57. Який з варіантів (див. малюнок) відповідає схемі розташування ліній індукції однорідного магнітного поля?



а) 1; **б)** 2; **в)** 3; **г)** 4.

58. Дві магнітні стрілки підвішені на нитках на невеликій відстані одна від іншої. Виберіть правильне твердження.

а). Магнітна стрілка являє собою маленький магніт. **б).** Північний полюс однієї стрілки притягається до північного полюса іншої. **в).** Силкові лінії магнітного поля постійного магніту "виходять" з південного полюса і "входять" у північний. **г).** Силкові лінії магнітного поля незамкнуті.

59. Якщо спостерігати рух у камері мас-спектрографа невідомих йонів, радіус кривизни траєкторії виявився в 4 рази більшим за радіус кривизни траєкторії йонів Гелію. Знайти відношення маси невідомого йона до маси йона Гелію. Швидкості і заряди йонів однакові.

а). 4. **б).** 2. **в).** 1. **г).** $1/2$.

60. Як зміниться радіус кривизни траєкторії руху зарядженої частинки в мас-спектрографі, якщо збільшити в 2 рази швидкість частинки і зменшити в 2 рази індукцію магнітного поля?

а). Зменшиться в 4 рази. **б).** Зменшиться в 2 рази. **в).** Не зміниться. **г).** Збільшиться в 4 рази.