

ЗМІСТ

Лабораторна робота В-3. Дослідження руху тіла, кинутого під кутом до горизонту	4
Лабораторна робота В-6. Рух тіл у гравітаційному полі	12
Лабораторна робота В-12. Дослідження гармонічного коливання за допомогою фігур Ліссажу	20
Лабораторна робота В-14. Биття	28
Лабораторна робота В-18. Стоячі хвилі	32
Лабораторна робота В-34. Реальні гази	39
Лабораторна робота В-67. Визначення радіуса кривизни циліндричної поверхні	47
Лабораторна робота В-82. Дослідження радіоактивного розпаду	53
Лабораторна робота В-83. Дослідження ланцюгових реакцій поділу ядер	58

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА В-3

Дослідження руху тіла, кинутого під кутом до горизонту

Мета роботи: встановити функціональні залежності максимальної висоти та дальності польоту від величини початкової швидкості та її напрямку, визначити прискорення земного тяжіння

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма «Кінематика рівнозмінного руху»

Теоретичні відомості

Розглянемо рух тіла в гравітаційному силовому полі. Якщо початкова швидкість тіла паралельна силі тяжіння, то воно рухається по вертикалі рівнозмінно з прискоренням вільного падіння g , яке напрямлене до центра Землі. Часто доводиться розглядати рухи тіл, початкова швидкість яких не паралельна силі тяжіння, а напрямлена під деяким кутом до неї (або до горизонту). Коли, наприклад, спортсмен штовхає ядро, кидає спис або диск, він надає цим предметам саме такої початкової швидкості. Під час артилерійської стрільби дуло гармати розміщують під деяким кутом до горизонту, так що снаряд, який вилітає, також має початкову швидкість, напрямлену під кутом до горизонту.

Виберемо за початок координат точку, з якої було кинуто тіло. Ось OX напрямлена горизонтально, ось OY – вертикально (рис. 3.1). За початок відліку часу приймемо момент, в який було кинуте тіло.

Оскільки на тіло діє тільки сила тяжіння, то прискорення тіла напрямлене вертикально вниз і дорівнює g . Проекція вектора прискорення на ось OX дорівнює нулю, а його проекція на ось OY від'ємна. Використаємо **принцип**

незалежності рухів, згідно якого, якщо тіло одночасно бере участь в кількох рухах, то кожний рух відбувається так, якби інших не було. По горизонталі (вздовж осі OX) тіло рухається рівномірно, а

Рисунок 3.1

по вертикалі (вздовж осі OY) – рівнозмінно:

$$\begin{cases} x = V_x t \\ y = V_{OY} t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}, \quad (3.1)$$

де

$$V_x = V_0 \cos \alpha, \quad V_{OY} = V_0 \sin \alpha \quad (3.2)$$

проекції вектора початкової швидкості V_0 відповідно на осі координат OX і OY . Підставимо вирази (3.2) в (3.1):

$$\begin{cases} x = V_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (3.3)$$

Отримані співвідношення (3.3) і є рівнянням траєкторії в параметричній формі. Виразимо параметр руху t із першого рівняння (3.3):

$$t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha} \quad (3.4)$$

і підставимо його в друге рівняння. Після нескладних алгебраїчних перетворень отримаємо:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} \quad (3.5)$$

Співвідношення (3.5) є рівнянням траєкторії – параболи, по якій рухається тіло (рис. 3.1). Визначимо координати початкової (x_0 ; y_0) і кінцевої (x_A ; y_A) точок траєкторії польоту тіла. Оскільки висота підняття тіла над горизонтом в цих випадках $y_0 = y_A = 0$, то для знаходження абсцис x_0 , x_A відповідних точок знайдемо корені рівняння:

$$x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = 0, \quad (3.6)$$

які рівні

$$x_0 = 0, \quad x_A = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (3.7)$$

Таким чином, початкова і кінцева точки траєкторії – $O(0;0)$,

$A\left(\frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}; 0\right)$ (рис. 3.1). Дальність польоту тіла, кинутого під кутом до горизонту

$$l = OA = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (3.8)$$

буде максимальною при куті $\alpha = 45^\circ$.

Визначимо координати точки В, в якій висота польоту максимальна. Для цього дослідимо функцію (3.5) на екстремум:

$$\frac{d}{dx} \left(xtg\alpha - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} \right) = 0, \quad (3.9)$$

звідки

$$\begin{aligned} x_B &= \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{2g} = \frac{\square}{2}, \\ y_B &= \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = h \end{aligned} \quad (3.10)$$

де h – максимальна висота польоту. Таким чином, найвища точка траєкторії тіла, кинутого під кутом до горизонту,

$\square$
В $\left(\frac{\square}{2}; h\right)$ (рис. 3.1).

Послідовність виконання роботи

Завдання 1. Підбір початкової швидкості та її нахилу до горизонту для досягнення заданої дальності польоту

1. Вибрати довільні значення модуля початкової швидкості V_0 та кута α її нахилу до горизонту.
2. Проаналізувати форму траєкторії і порівняти отриману дальність польоту із заданою.
3. Шляхом підбору скоректувати значення V_0 і α з метою досягнення заданої дальності l польоту.
4. Продовжувати коректування значень V_0 і α для досягнення задовільної дальності польоту.
5. Зобразити отримані траєкторії і зробити висновок.

Завдання 2. Дослідження дальності і максимальної висоти польоту від величини початкової швидкості

1. Задати фіксоване значення кута α нахилу початкової швидкості до горизонту.
2. Отримати на екрані монітора траєкторії польоту тіла при різних значеннях модуля початкової швидкості V_0 .
3. Виміряти дальності l та максимальні висоти h польоту при різних значеннях початкової швидкості.
4. Результати вимірювань занести в таблицю 3.1.

Таблиця 3.1

α°	$V_0, \text{ м/с}$	$V_0^2, \text{ м}^2/\text{с}^2$	$l, \text{ м}$	$\Delta l, \text{ м}$	$h, \text{ м}$	$\Delta h, \text{ м}$

5. Побудувати графік залежності дальності l польоту від значення початкової швидкості V_0 в координатах $(V_0^2; l)$.
6. Використовуючи побудований графік (п.5), визначити прискорення земного тяжіння за формулою

$$g = \frac{\sin 2\alpha}{k},$$

$$k = \frac{\Delta l}{\Delta V_0^2}$$

де $\frac{\Delta l}{\Delta V_0^2}$ - тангенс кута нахилу прямої на графіку.

7. Побудувати графік залежності максимальної висоти h польоту від значення початкової швидкості V_0 в координатах $(V_0^2; h)$.
8. Використовуючи побудований графік (п.7), визначити прискорення земного тяжіння за формулою

$$g = \frac{\sin^2 \alpha}{k}$$

$$k = \frac{2\Delta h}{\Delta V_0^2}$$

де $\frac{2\Delta h}{\Delta V_0^2}$ - тангенс кута нахилу прямої на графіку.

9. Визначити абсолютну і відносну похибки прискорення земного тяжіння.
10. Зробити висновки.

Завдання 3. Дослідження дальності і максимальної висоти польоту від кута нахилу початкової швидкості до горизонту

1. Задати фіксоване значення початкової швидкості V_0 .
2. Отримати на екрані монітора траєкторії польоту тіла при різних значеннях кута α нахилу початкової швидкості до горизонту.
3. Виміряти дальності l та максимальні висоти h польоту при різних значеннях кута нахилу початкової швидкості до горизонту.
4. Результати вимірювань занести в таблицю 3.2.

Таблиця 3.2

$V_0, \text{ м/с}$	α°	$\sin 2\alpha$	$\sin^2 \alpha$	$l, \text{ м}$	$\Delta l, \text{ м}$	$h, \text{ м}$	$\Delta h, \text{ м}$

- Побудувати графік залежності дальності польоту l від кута α нахилу початкової швидкості до горизонту в координатах $(\sin 2\alpha; l)$.
- Використовуючи побудований графік (п.5), визначити прискорення земного тяжіння за формулою

$$g = \frac{V_0^2}{k},$$

$$k = \frac{\Delta l}{\Delta \sin 2\alpha}$$

де $\Delta \sin 2\alpha$ - тангенс кута нахилу прямої на графіку.

- Побудувати графік залежності максимальної висоти h польоту від кута α нахилу початкової швидкості до горизонту в координатах $(\sin^2 \alpha; h)$
- Використовуючи побудований графік (п.7), визначити прискорення земного тяжіння за формулою

$$g = \frac{V_0^2}{2k}$$

$$k = \frac{\Delta h}{\Delta \sin^2 \alpha}$$

де $\Delta \sin^2 \alpha$ - тангенс кута нахилу прямої на графіку.

- Визначити абсолютну і відносну похибки прискорення земного тяжіння.
- Зробити висновки.

Контрольні питання

- В чому полягає принцип незалежності рухів?

2. Яку форму має траєкторія руху тіла, кинутого під кутом до горизонту?
3. Вивести рівняння траєкторії руху тіла, кинутого під кутом до горизонту.
4. Як залежить дальність польоту від початкової швидкості та кута її нахилу до горизонту?
5. За якої умови дальність польоту буде максимальною?
6. Від чого і як залежить максимальна висота польоту?
7. Яке прискорення руху тіла, кинутого під кутом до горизонту?

Література

1. Лучицький Р.М. Фізика. Ч. 1. Механіка. – Івано-Франківськ: Факел, 2004. – 124 с. – п.п. 2.9 – 2.10,
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 1999. – 536 с. - § 6.4
3. Галушак М.О., Рувінський Б.М. Фізика для інженерів. – Івано-Франківськ: Факел, 2006. – 216 с. – п. 1.4

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА В-6

Рух тіл у гравітаційному полі

Мета роботи: дослідити залежності форми орбіти та повної енергії тіла від співвідношення характеристичної швидкості і швидкості на коловій орбіті при його русі в гравітаційному полі

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма «Траєкторії руху тіла у гравітаційному полі»

Теоретичні відомості

Задача руху в гравітаційному силовому полі двох матеріальних точок, або однорідних куль зводиться до задачі про рух одного тіла, який задається рівнянням:

$$\mu \frac{d^2 r}{dt^2} = -G \frac{M \cdot m}{r^2}, \quad (6.1)$$

де M і m – маси взаємодіючих тіл; r – відстань між матеріальними точками (між центрами куль); G – гравітаційна стала; μ – приведена маса, яка рівна:

$$\mu = \frac{M \cdot m}{M + m}. \quad (6.2)$$

Для описання руху тіла в обертальній системі координат, яка є неінерціальною, необхідно ввести рівняння відцентрової сили інерції:

$$F_{in} = \mu \omega^2 r, \quad (6.3)$$

де ω – кутова швидкість системи координат. З урахуванням відцентрової сили інерції (6.3) рівняння (6.1) матиме вигляд:

$$\mu \frac{d^2 r}{dt^2} = \mu \omega^2 r - G \frac{M \cdot m}{r^2} . \quad (6.4)$$

В цьому рівнянні величини r і ω можуть змінюватися з часом. Використовуючи рівняння моменту імпульсу приведеної маси

$$L = \mu \cdot r^2 \omega , \quad (6.5)$$

кутову швидкість можна виразити так:

$$\omega = \frac{L}{\mu \cdot r^2} . \quad (6.6)$$

Підставивши (6.6) в (6.4), отримаємо

$$\mu \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{L^2}{\mu \cdot r^3} - G \frac{M \cdot m}{r^2} . \quad (6.7)$$

В рівнянні (6.7) від часу залежить тільки r , оскільки згідно закону збереження моменту імпульсу

$$L = const . \quad (6.8)$$

Для розв'язку диференціального рівняння (6.7) доцільно виразити r як функцію кута φ (рис. 6.1).

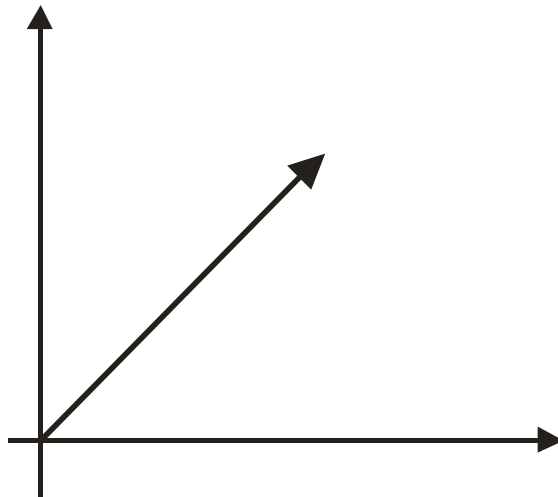


Рисунок 6.1

Використовуючи співвідношення (6.6), можна записати:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{dr}{d\varphi} = \frac{L}{\mu r^2} \cdot \frac{dr}{d\varphi} \quad (6.9)$$

Провівши доволі складні математичні перетворення, рівняння (6.7) можна подати у вигляді:

$$\frac{d^2 \beta}{d\varphi^2} + \beta = \frac{\mu G M m}{L^2}, \quad (6.10)$$

де

$$\beta(\varphi) = \frac{1}{r(\varphi)}. \quad (6.11)$$

Розв'язком рівняння (6.10) є:

$$\beta = A \cos \varphi + \frac{\mu G M m}{L^2}, \quad (6.12)$$

де A – деяка стала.

Співвідношення (6.12) є рівнянням конічного перерізу (кола, еліпса, параболи, гіперболи) в полярних координатах. Із курсу аналітичної геометрії відомо, що рівняння конічного перерізу (перерізу конічної поверхні площиною) в полярних координатах може бути записане в такому загальному вигляді:

$$r = \frac{S}{1 - e \cdot \cos \varphi}, \quad (6.13)$$

де S – стала, яка визначає розміри конічного перерізу; e – ексцентриситет, який рівний відношенню відстаней від будь-якої точки N конічного перерізу до фокуса F і відстані від цієї точки N до відповідної директриси QR , яка лежить в площині конічного перерізу (рис. 6.2), тобто:

$$e = \frac{NF}{NK}. \quad (6.14)$$

Ексцентриситет еліптичної орбіти – це відношення фокусної відстані h до великої півосі a (рис. 6.3). Переважна більшість планет Сонячної системи має ексцентриситет орбіт, менший

від 0,1. Для Венери, Нептуна і Землі ексцентриситет становить 0,006, 0,008, 0,016 відповідно. Це вказує на те, що орбіти планет Сонячної системи майже колові.

Ексцентриситет будь-якого кінчного перерізу є величиною сталою. Рівняння (6.13) описує 4 типи можливих кінчних перерізів: $e = 0$ – коло; $0 < e < 1$ – еліпс; $e = 1$ – парабола; $e > 1$ – гіпербола.

Рисунок 6.2

Розв'язок рівняння (6.7) має велике історичне значення в небесній механіці. Воно дало змогу розрахувати орбіти руху планет, космічних кораблів, супутників. На рис. 6.4 зображено сімейство траєкторій тіла масою m , яке притягується до тіла масою M , що міститься в початку координат (в точці 0). Це сімейство кривих вибрано так, щоб всі траєкторії проходили через спільну точку P , в якій швидкість v_p перпендикулярна до відрізка OP .

Різні орбіти характеризуються різними величинами швидкостей v_p в точці Р. Величину цієї швидкості зручно виразити так:

$$v_p = \alpha \cdot v_0, \quad (6.15)$$

Рисунок 6.3

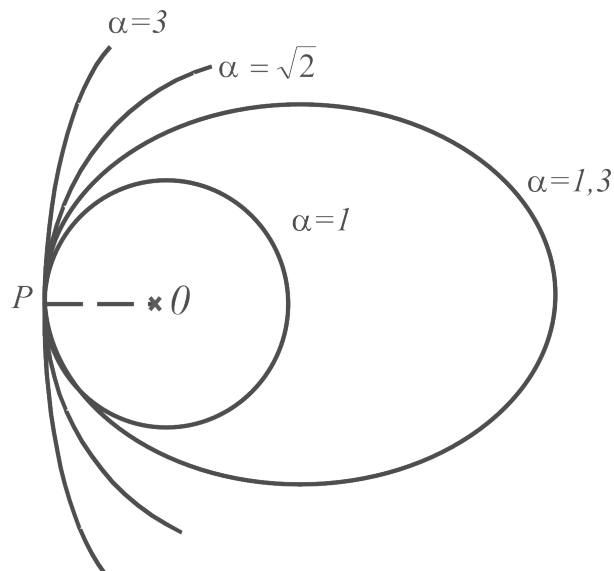


Рисунок 6.4

де v_0 – швидкість руху тіла по коловій орбіті з центром в точці O; α – стала, величина якої характеризує тип орбіти. Між цією сталою і ексцентриситетом існує такий зв'язок:

$$e = |\alpha^2 - 1| \quad (6.16)$$

Якщо $\alpha=1$, то орбіта є коловою; при $1 < \alpha < \sqrt{2}$ – еліпсом; при $\alpha = \sqrt{2}$ орбіта стає параболічною; при $\alpha > \sqrt{2}$ орбіта є гіперболою (рис 6.4).

Повна енергія W тіла в точці P складається з двох частин

– кінетичної $\frac{\mu v_P^2}{2}$ і потенціальної $-\frac{GMm}{r_0}$, яка є від'ємною, оскільки гравітаційні сили є силами притягання:

$$W = \frac{\mu \cdot v_P^2}{2} - \frac{GMm}{r_0}, \quad (6.17)$$

де $r_0 = OP$.

Підставивши (6.15) у (6.17), отримаємо:

$$W = \frac{1}{2} \mu \cdot \alpha^2 v_0^2 - \frac{GMm}{r_0} \quad (6.18)$$

Для колової орбіти

$$\frac{\mu \cdot v_0^2}{r_0} = \frac{GMm}{r_0^2}, \quad (6.19)$$

або

$$\mu \cdot v_0^2 = \frac{GMm}{r_0} \quad (6.20)$$

Використовуючи (6.20), вираз (6.18) для повної енергії руху по коловій орбіті можна записати таким чином:

$$W_0 = \frac{1}{2} \mu \cdot v_0^2 - \mu \cdot v_0^2 = -\frac{1}{2} \mu \cdot v_0^2, \quad (6.21)$$

а рівняння (6.18):

$$W = \frac{\mu \cdot \alpha_0^2 \cdot v_0^2}{2} - \frac{2\mu \cdot v_0^2}{2} = (\alpha^2 - 2) \frac{\mu \cdot v_0^2}{2} = (2 - \alpha^2) W_0 \quad (6.22)$$

Якщо $\alpha^2 > 2$, то повна енергія W є додатною, а орбіта – розімкнутою. Якщо $\alpha^2 < 2$, то повна енергія W від’ємна і орбіта є замкнутою (в цьому випадку тіло не може віддалитись на нескінченно велику відстань від другого тіла, де потенціальна енергія рівна 0).

Послідовність виконання роботи

Завдання 1. Дослідження залежності форми орбіти від співвідношення характеристичної швидкості і швидкості при русі по коловій орбіті

1. Ввести в комп’ютер значення відношення α характеристичної швидкості до швидкості при русі по коловій орбіті.
2. Отримати на екрані монітора вигляд форми орбіти при русі тіла в гравітаційному полі.
3. П. п. 1-2 повторити при різних значеннях α . Звернути увагу на форму орбіти при $\alpha=1$, $1 < \alpha < \sqrt{2}$, $\alpha = \sqrt{2}$, $\alpha > \sqrt{2}$.

- Зробити висновок про залежність форми орбіти від значення α .

Завдання 2. Дослідження залежності повної енергії тіла в гравітаційному полі від співвідношення характеристичної швидкості і швидкості при русі по коловій орбіті

- Ввести в комп'ютер масив значень $1 \leq \alpha \leq 5$.
- Отримати на екрані монітора відповідні значення повної енергії W тіла при його русі в гравітаційному полі.
- Дані розрахунків занести в табл. 6.1.

Таблиця 6.1

№ п.п.	α	α^2	W

- Побудувати графік залежності $W = f(\alpha^2)$. і визначити з нього значення повної енергії W_0 при русі тіла по коловій орбіті.
- Зробити висновок.

Контрольні питання

- Сформулювати закон всесвітнього тяжіння.
- Що таке конічний переріз? Яке його рівняння?
- Що таке ексцентриситет?
- Як залежить форма орбіти від ексцентриситету при русі тіла у гравітаційному полі?
- Що таке приведена маса?
- Вивести формулу повної енергії при русі тіла по коловій орбіті.
- Який зв'язок ексцентриситету із відношенням характеристичної швидкості до швидкості при русі тіла по коловій орбіті?
- Вивести формулу повної енергії руху тіла в гравітаційному полі. Від чого вона залежить?

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 1999. – 536 с. - §§ 6.1-6.2.
2. Галушак М.О., Федоров О.Є. Курс фізики. Кн. 1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – Івано-Франківськ.: ІФНТУНГ, 2012. – 612 с. – п. 2.4.5

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА В-12

Дослідження гармонічного коливання за допомогою фігур Ліссажу

Мета роботи: визначити частоту і початкову фазу гармонічного коливання

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма «Фігури Ліссажу»

Теоретичні відомості

Якщо тіло може одночасно здійснювати гармонічні коливання з однаковими частотами як вздовж осі ОХ, так і вздовж перпендикулярної до неї осі ОУ, то в цьому випадку воно буде рухатись по деякій, взагалі кажучи, криволінійній траєкторії, форма якої залежить від різниці фаз цих коливань.

Виберемо початок відліку часу так, щоб початкова фаза коливання вздовж осі ОХ була рівна нулю. Тоді рівняння взаємно перпендикулярних коливань матимуть вигляд:

$$x = A \cos \omega t, \quad y = B \cos(\omega t + \varphi), \quad (12.1)$$

де А і В - амплітуди коливань; ω - їх частота; φ - різниця фаз коливань.

Вираз (12.1) є рівнянням в параметричній формі траєкторії, по якій рухається тіло, яке приймає участь в обидвох взаємно перпендикулярних коливаннях. Щоб отримати рівняння траєкторії у звичайному вигляді, треба виключити із рівнянь (12.1) параметр t. Із першого рівняння виразу (12.1) виходить, що

$$\cos \omega t = \frac{x}{A}. \quad (12.2)$$

Таким чином,

$$\sin \omega t = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \omega t} = \pm \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \quad (12.3)$$

У другому рівнянні виразу (12.1) можна записати:

$$\cos(\omega t + \varphi) = \cos \omega t \cos \varphi - \sin \omega t \sin \varphi \quad (12.4)$$

Підставимо співвідношення (12.2) і (12.3) у формулу (12.4).
Отримаємо:

$$\frac{y}{B} = \frac{x}{A} \cos \varphi \mp \sin \varphi \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \quad (12.5)$$

Рівняння (12.5) після нескладних перетворень можна подати у вигляді:

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi \quad (12.6)$$

Це рівняння, взагалі кажучи, є рівнянням еліпса, осі якого повернуті на деякий кут відносно координатних осей ОХ і ОУ. Орієнтація еліпса і величини його півосей залежать від амплітуд А і В та різниці фаз φ взаємно перпендикулярних коливань.

Проаналізуємо форму траєкторії для деяких частинних випадків.

а) $\varphi = 0$. При цій умові рівняння (12.6) набуває вигляду:

$$\left(\frac{x}{A} - \frac{y}{B} \right)^2 = 0 \quad (12.7)$$

звідки отримується рівняння прямої

$$y = \frac{B}{A} x \quad (12.8)$$

Результуючий рух тіла є гармонічним коливанням вздовж цієї прямої з частотою ω і амплітудою $\sqrt{A^2 + B^2}$ (рис. 12.1).

Рисунок 12.1

б) $\varphi = \pm\pi$. Тоді рівняння (12.6) набуває вигляду:

$$\left(\frac{x}{A} + \frac{y}{B}\right)^2 = 0, \quad (12.9)$$

звідки

$$y = -\frac{B}{A}x, \quad (12.10)$$

тобто рух тіла є гармонічним коливанням з частотою ω вздовж прямої (рис. 12.2).

Рисунок 12.2

в) $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$. Тоді рівняння (12.6) переходить в

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1, \quad (12.11)$$

тобто в рівняння еліпса, приведеного до координатних осей, причому півосі еліпса рівні відповідним амплітудам коливань. При рівності амплітуд ($A=B$) еліпс вироджується в коло.

Випадки $\varphi = \frac{\pi}{2}$ і $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ відрізняються напрямом руху

тіла по еліпсу, чи по колу. Якщо $\varphi = \frac{\pi}{2}$, то рівняння (12.1) набудуть вигляду:

$$x = A \cos \omega t, \quad y = B \sin \omega t. \quad (12.12)$$

В момент часу $t = 0$ тіло перебуває в точці $(A; 0)$ (рис. 12.3).

При $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ рівняння (12.1) набувають вигляду:

$$x = A \cos \omega t, \quad y = B \sin \omega t \quad (12.13)$$

тобто рух відбувається проти годинникової стрілки (рис. 12.3).

Таким чином, рівномірний рух тіла по колу радіуса R з кутовою швидкістю ω є сумою двох взаємно перпендикулярних коливань:

$$x = R \cos \omega t, \quad y = \pm R \sin \omega t. \quad (12.14)$$

Знак "+" у виразі (12.14) для y відповідає руху проти годинникової стрілки, а знак "-" — за годинниковою стрілкою.

Рисунок 12.3

Якщо частоти взаємно перпендикулярних коливань відрізняється на малу величину $\Delta\omega$, то їх можна розглядати

як коливання однакової частоти, але з повільно змінною в часі різницею фаз. Рівняння коливань в цьому випадку можна записати так:

$$x = A \cos \omega t, \quad y = B \cos[\omega t + (t\Delta\omega + \varphi)] \quad (12.15)$$

і вираз $t \cdot \Delta\omega + \varphi$ розглядати як різницю фаз коливань, яка змінюється з часом по лінійному закону. Результируючий рух в цьому випадку відбувається по кривій, яка повільно змінює свою форму.

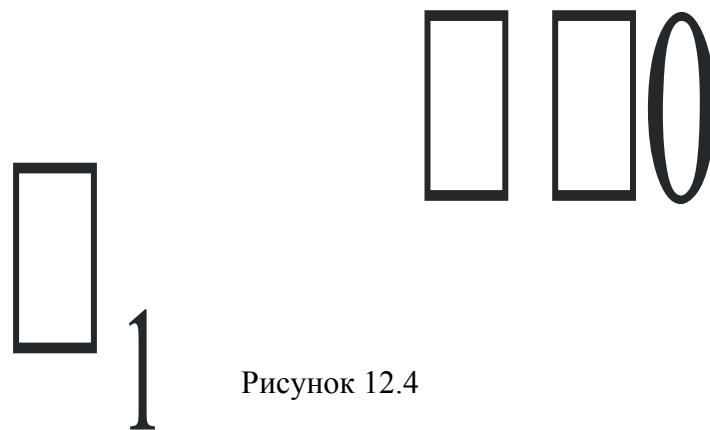


Рисунок 12.4

Якщо частоти взаємно перпендикулярних коливань різні, то траєкторія результируючого коливання має досить складну форму, яка називається **фігурою Ліссажу**. Форма цих фігур залежить від різниці фаз складових коливань, співвідношення їх амплітуд та частот. Чим ближчий до

одиниці раціональний дріб, який виражає відношення частот коливань, тим складніша форма фігури Ліссажу. Відношення частот складових коливань рівне відношенню кількості точок перетину фігур Ліссажу з перпендикулярами, які паралельні до осей координат. Із аналізу форми фігур Ліссажу можна визначити невідому частоту коливання, знаючи частоту перпендикулярного коливання, або визначити відношення частот взаємно перпендикулярних коливань. На рис. 12.4 зображені фігури Ліссажу для різного співвідношення частот ω_1 , ω_2 горизонтального і вертикального гармонічних коливань відповідно. Співвідношення частот вказані зліва, а початкова фаза вертикального коливання – зверху. Дослідження фігур Ліссажу є ефективним методом визначення співвідношення частот і різниці фаз взаємно перпендикулярних коливань, а також їх форми.

Послідовність виконання роботи

1. Ввести в комп'ютер будь-яке значення частоти ω_1 горизонтального гармонічного коливання.
2. Проаналізувати на екрані монітора форму утвореної фігури Ліссажу.
3. Співставити форму отриманої фігури Ліссажу з приведеними зразками (рис. 12.4).
4. П.п. 1-3 виконувати до тих пір, доки отримана фігура Ліссажу не співпадатиме з однією з серії приведених зразків (рис. 12.4), що дасть можливість визначити частоту ω_2 і початкову фазу ϕ досліджуваного гармонічного коливання.
5. Ввести в комп'ютер частоти коливання, кратні визначеній частоті ω_2 досліджуваного гармонічного коливання.
6. Проаналізувати отримані на екрані фігури Ліссажу.

7. Зарисувати отримані фігури Ліссажу і визначити для них частоти взаємно перпендикулярних гармонічних коливань і зсув фаз між ними.
8. Зробити висновок.

Контрольні питання

1. Вивести рівняння траєкторії тіла, яке бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях із однаковою частотою та різними фазами.
2. Від чого і як залежить форма траєкторії тіла, яке коливається у двох взаємно перпендикулярних напрямках одночасно?
3. При яких умовах тіло коливається вздовж прямої?
4. В якому випадку траєкторія результуючого руху тіла матиме форму кола?
5. Якою буде траєкторія руху тіла, якщо взаємно перпендикулярні коливання здійснюються при близьких, але різних частотах?
6. Що таке фігури Ліссажу?
7. Від чого і як залежить форма фігур Ліссажу?
8. Яке практичне використання фігур Ліссажу?

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 1999. – 536 с. - § 10.7.
2. Зачек І.Р., Кравчук І.М., Романишин Б.М., Габа В.М., Гончар Ф.М., Курс фізики. – Львів: Бескид Біт, 2002. – 376 с. – §16.

Биття

Мета роботи: дослідити залежність періоду биття від частот складових гармонічних коливань

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма „Додавання гармонічних коливань вздовж однієї прямої”

Теоретичні відомості

Негармонічне коливання, яке є результатом накладання двох гармонічних коливань з близькими частотами, які здійснюються вздовж однієї прямої, називається **биттям**. Для отримання рівняння результуючого коливання в цьому випадку за початок відліку часу t доцільно вибрати той момент, коли фази обох коливань S_1 і S_2 співпадають і рівні φ_0 . Тоді рівняння цих коливань:

$$S_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_0), \quad (14.1)$$

$$S_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_0), \quad (14.2)$$

де A_1 і A_2 – амплітуди; ω_1 і ω_2 – циклічні частоти першого і другого коливань відповідно. Результуюче коливання

$$S = S_1 + S_2 \quad (14.3)$$

задовольняє співвідношення:

$$S = A(t) \sin[\omega_1 t + \varphi_0 + \psi(t)], \quad (14.4)$$

де амплітуда результуючого коливання:

$$A(t) = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\omega_2 - \omega_1)t}, \quad (14.5)$$

а

$$\psi(t) = \arctg \frac{A_2 \sin(\omega_2 - \omega_1)t}{A_1 + A_2 \cos(\omega_2 - \omega_1)t}. \quad (14.6)$$

Якщо амплітуди складових коливань однакові:

$$A_1 = A_2 = A_0, \quad (14.7)$$

то вираз (14.5) для амплітуди результуючого коливання набуває вигляду:

$$A(t) = 2A_0 \left| \cos \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right) \right|, \quad (14.8)$$

а вираз (14.6):

$$\psi(t) = \frac{(\omega_2 - \omega_1)t}{2}. \quad (14.9)$$

Враховуючи вирази (14.8, 14.9), рівняння (14.4) результуючого коливання можна подати у вигляді:

$$S = 2A_0 \left| \cos \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right) \right| \sin \left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t + \varphi_0 \right), \quad (14.10)$$

тобто отримується коливання з частотою

$$\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}. \quad (14.11)$$

Таке коливання називається **биттям**. Амплітуда биття

$$A(t) = 2A_0 \cos \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right), \quad (14.12)$$

тим повільніше змінюється з часом t , чим менше відрізняються частоти ω_1 і ω_2 одна від одної.

Величина (14.12) амплітуди $A(t)$ змінюється від 0 до $2A_0$ з циклічною частотою

$$\Delta\omega = |\omega_2 - \omega_1|, \quad (14.13)$$

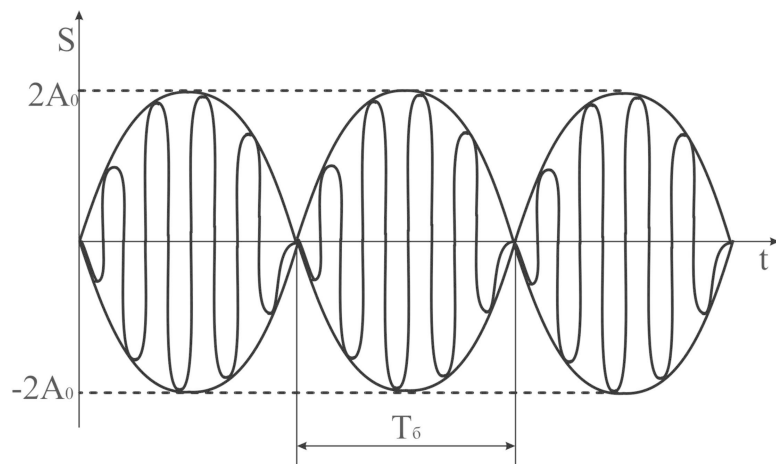


Рисунок 14.1

яка називається **циклічною частотою биття**. Частота биття (14.13) в багато разів менша від частоти коливань (14.11). **Період T_δ і частота ν_δ биття** відповідно рівні:

$$T_\delta = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{|\omega_2 - \omega_1|}, \quad (14.14)$$

$$\nu_\delta = \frac{1}{T_\delta} = \frac{|\omega_2 - \omega_1|}{2\pi} = \nu_2 - \nu_1 \quad (14.15)$$

Характер залежності зміщення S від часу t при биттях для випадку $A_1 = A_2 = A_0$ відображений на рисунку 14.1.

Явище биття використовується для настроювання музичних струнних інструментів, аналізу мішаних частот, вимірювання частоти хвилеміром, утворення проміжної частоти в супергетеродинних радіоприймачах тощо. Биття в зв'язаних коливних системах обумовлюють періодичний перехід енергії від однієї системи до іншої.

Послідовність виконання роботи

1. Ввести в комп'ютер частоти ν_1 і ν_2 складових гармонічних коливань.
2. Отримати і проаналізувати на екрані монітора графік биття $S(t)$.
3. Використовуючи графік биття, зображений на екрані монітора, визначити період биття T_δ .
4. П.п. 1-3 повторити при різних значеннях частот ν_1 і ν_2 .

5. Результати експериментальних даних та розрахунків занести в табл.14.1.

Таблиця 14.1

№ п.п.	$\nu_1, \text{Гц}$	$\nu_2, \text{Гц}$	$\nu_1 - \nu_2, \text{Гц}$	$\frac{1}{ \nu_2 - \nu_1 }, \text{с}$	$T_6, \text{с}$

6. Використовуючи таблицю 14.1, побудувати графік залежності періоду биття T_6 від різниці частот $\nu_1 - \nu_2$ в

$$\left(\frac{1}{|\nu_2 - \nu_1|}; T_6 \right)$$

координатах

7. Зробити висновок.

Контрольні питання

1. Що таке биття?
2. Які повинні бути складові коливання для отримання биття?
3. Записати рівняння биття і пояснити його фізичний зміст.
4. Від чого і як залежить амплітуда биття?
5. Що таке циклічна частота биття?
6. Від чого залежать період і частота биття?
7. Де використовується явище биття?

Література

1. Зачек І.Р., Кравчук І.М., Романишин Б.М., Габа В.М., Гончар Ф.М., Курс фізики. – Львів: Бескид Біт, 2002. – 376 с. – §15.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 1999. – 536 с. - § 10.6.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА В-18

Стоячі хвилі

Мета роботи: дослідити залежності амплітуди і фази стоячих хвиль від просторово – часових координат

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма „Стоячі хвилі”

Теоретичні відомості

Особливим випадком явища інтерференції є **стоячі хвилі**, що утворюються при накладанні двох біжучих хвиль з однаковими частотами і амплітудами, які поширюються назустріч одна одній.

Для виводу рівняння стоячої хвилі припустимо, що дві плоскі синусоїдальні хвилі поширюються назустріч одна одній вздовж осі X в середовищі без затухання. Ці хвилі характеризуються однаковими амплітудами і частотами. Крім того, початок координат виберемо в точці, в якій обидві хвилі мають однакові фази, а відлік часу почнемо з моменту, коли фази обох хвиль рівні нулю. Тоді відповідно рівняння хвилі вздовж додатного напрямку осі OX і хвилі, яка поширюється їй назустріч, мають вигляд:

$$S_1 = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right), \quad (18.1)$$

$$S_2 = A \cos\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right). \quad (18.2)$$

Додавши ці рівняння, отримаємо **рівняння стоячої хвилі**:

$$S = S_1 + S_2 = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cos \omega t. \quad (18.3)$$

Із рівняння стоячої хвилі (18.3) видно, що в кожній точці цієї хвилі відбуваються коливання з однаковою частотою ω і з амплітудою

$$A_{CT} = 2A \left| \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right|, \quad (18.4)$$

яка залежить від координати x розглядуваної точки. Проаналізуємо вираз (18.4). В точках середовища, які задовольняють умову

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi, \quad (m=0, 1, 2, \dots), \quad (18.5)$$

амплітуда коливань досягає максимального значення:

$$A_{CT \max} = 2A. \quad (18.6)$$

В точках середовища, для яких

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi, \quad (m=0, 1, 2, \dots), \quad (18.7)$$

амплітуда коливань рівня нулю. Точки, в яких амплітуда коливань максимальна ($A_{CT} = 2A$), називаються **пучностями** стоячої хвилі, а точки, в яких амплітуда коливань рівна нулю, називаються **вузлами** стоячої хвилі. Точки середовища, які містяться у вузлах, коливань не здійснюють.

Із виразів (9.5) і (9.7) можна отримати відповідно координати пучностей і вузлів:

$$x_n = \pm m \frac{\lambda}{2}, \quad (m=0, 1, 2, \dots), \quad (18.8)$$

$$x_{\text{вузл}} = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2}, \quad (m=0, 1, 2, \dots), \quad (18.9)$$

аналіз яких показує, що відстань між двома сусідніми

пучностями і двома сусідніми вузлами однакові і рівні $\frac{\lambda}{2}$:

$$\Delta x_n = \Delta x_{\text{вузл}} = \frac{\lambda}{2}, \quad (18.10)$$

а відстань між найближчими пучністю і вузлом стоячої хвилі:

$$\Delta x_{n-\text{вузл}} = \frac{\lambda}{4}, \quad (18.11)$$

На відміну від біжучої хвилі, **всі точки якої здійснюють коливання з однаковою амплітудою, але із запізненням по**

фазі (в рівняннях (18.1, 18.2) біжучої хвилі фаза коливань залежить від координати x розглядуваної точки), **всі точки стоячої хвилі між двома вузлами коливаються з різними амплітудами, але з однаковими фазами** (в рівнянні (18.3) стоячої хвилі аргумент ωt не залежить від просторової координати x). При переході через вузол вираз (18.4) амплітуди стоячої хвилі змінює свій знак, тому фаза коливань по різні сторони від вузла відрізняється на π , тобто точки, які містяться по різні сторони від вузла, коливаються в протифазі.

Утворення стоячих хвиль здійснюється при інтерференції біжучої і відбитої хвиль. Наприклад, якщо кінець мотузки закріпити нерухомо, то відбита в місці закріплення мотузки хвиля буде інтерферувати з біжучою хвилею і утвориться стояча хвиля. На межі середовищ, де відбувається відбивання біжучої хвилі, в даному випадку утворюється вузол. Чи буде на межі відбивання вузол або пучність, залежить від співвідношення густин середовищ. Якщо середовище, від якого відбувається відбивання, має меншу густину, то в місці відбивання утворюється пучність (рис. 18.1, а), якщо ж має більшу густину – вузол (рис. 18.1, б).

Утворення вузла обумовлено тим, що біжуча хвиля, відбиваючись від середовища з більшою густиною, змінює фазу коливань на протилежну і на межі середовищ відбувається накладання коливань протилежних напрямків, результатом чого є утворення вузла. Якщо ж біжуча хвиля відбивається від середовища з меншою густиною, то зміни фази коливань не відбувається і на межі середовищ накладаються коливання з однаковими фазами – утворюється пучність.

В напрямі поширення біжучої хвилі переноситься енергія коливного руху. У випадку стоячої хвилі **перенос енергії відсутній**, оскільки падаюча і відбита хвилі однакової амплітуди переносять однакову кількість енергії в протилежних напрямках. Тому повна енергія результуючої стоячої хвилі між вузловими точками залишається сталою. Тільки в межах відстаней між вузлами відбуваються взаємні перетворення кінетичної енергії в потенціальну і навпаки. Потенціальна енергія локалізована в основному біля вузлів стоячої хвилі, а кінетична – біля пучностей. Тому енергія періодично мігрує між вузлами і пучностями стоячої хвилі.

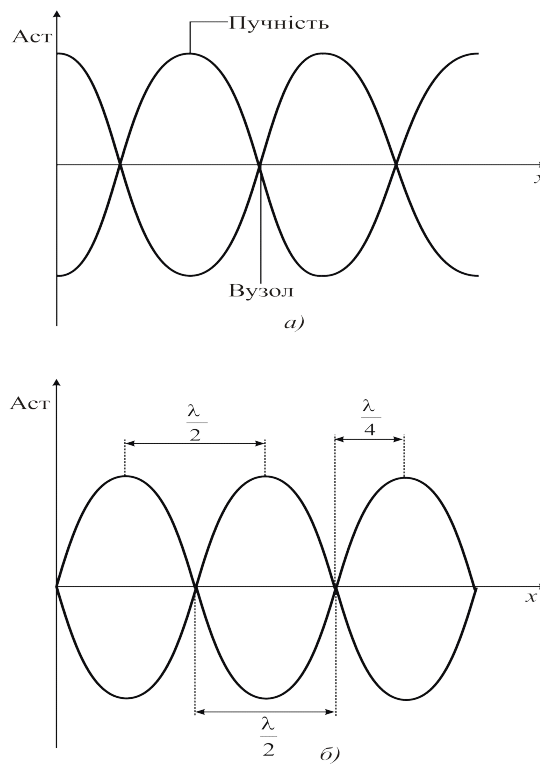


Рисунок 18.1

Послідовність виконання роботи

Завдання 1. Ознайомлення з основними властивостями стоячих хвиль

1. Ввести в комп'ютер амплітуду A і довжину λ біжучих хвиль, частоту коливань ω і початковий момент часу $t=0$.
2. Отримати на екрані монітора графік залежності зміщення від просторової координати. Для початкового моменту часу зміщення прийме амплітудне значення ($S \equiv A_{CT}$).
3. Користуючись зображенням графіка $S(x) = A_{CT}(x)$ на моніторі, визначити відстані між найближчими пучностями (Δx_n) і найближчими вузлами ($\Delta x_{вузл}$) та найближчими

- пучністю і вузлом ($\Delta x_{n-\text{вузл}}$). Порівняти ці отримані значення із довжиною λ біжучої хвилі.
4. Визначити амплітуду стоячої хвилі $A_{\text{СТ}}$ при різних значеннях просторової координати x і порівняти її з амплітудою біжучої хвилі A .
 5. П. п. 1-4 повторити при різних значеннях амплітуди A і довжини λ біжучої хвилі, частоти ω коливань. Задані та виміряні значення характеристик хвилі занести в табл. 18.1.
 6. П. п. 1-5 повторити при різних значеннях t часової координати. Звернути увагу на значення фази φ в різних просторових координатах x .
 7. Зробити висновки.

Таблиця 18.1

№ п.п	A	λ	ω	x	t	$A_{\text{СТ}}$	Δx_n	$\Delta x_{\text{вузл}}$	$\Delta x_{n-\text{вузл}}$	φ

Завдання 2. Дослідження амплітуди стоячої хвилі

1. Ввести в комп'ютер частоту ω коливань, амплітуду A і довжину λ біжучої хвилі.
2. Задати значення просторової координати x .
3. Отримати на екрані монітора значення амплітуди стоячої хвилі $A_{\text{СТ}}$.
4. П.п. 2-3 повторити при різних значеннях просторової координати x .
5. Задані і розраховані величини занести в табл. 18.2.
6. Використовуючи дані табл. 18.1, побудувати графік залежності амплітуди стоячої хвилі $A_{\text{СТ}}$ від просторової координати x .
7. Ввести в комп'ютер фіксовані значення амплітуди A , довжини λ біжучої хвилі та просторової координати x .
8. Задати значення частоти ω коливань.
9. Отримати на екрані монітора значення амплітуди стоячої хвилі $A_{\text{СТ}}$.
10. П. п. 8-9 повторити при різних значеннях частоти ω коливань.
11. Задані і розраховані величини занести в табл. 18.3.
12. Використовуючи дані табл. 18.3, побудувати графік залежності амплітуди $A_{\text{СТ}}$ стоячої хвилі від частоти ω коливань.
13. Зробити висновки.

Таблиця 18.2

№ п.п.	ω	A	λ	x	$A_{ст}$

Таблиця 18.3

№ п.п.	A	λ	x	ω	$A_{ст}$

Завдання 3. Дослідження фази стоячої хвилі

1. Ввести в комп'ютер частоту ω коливань, амплітуду A і довжину λ біжучої хвилі та просторову координату x .
2. Задати значення моменту t часу.
3. Отримати на екрані монітора значення φ фази коливань.
4. П. п. 2-3 повторити при різних значеннях моменту t часу.
5. Задані і розраховані величини занести в табл. 18.4.
6. Використовуючи дані табл. 18.4, побудувати графік залежності фази φ коливань від часу t .
7. Ввести в комп'ютер фіксовані значення амплітуди A , довжини λ біжучої хвилі, частоти ω коливань та моменту часу t .
8. Задати значення просторової координати x .
9. Отримати на екрані монітора розраховане значення фази φ коливань.
10. П. п. 8-9 повторити при різних значеннях просторової координати x .
11. Задані і розраховані величини занести в табл. 18.5.
12. Використовуючи дані табл. 18.5, побудувати графік залежності фази φ коливань від просторової координати x .
13. Зробити висновки.

Таблиця 18.4

№ п.п.	A	λ	ω	x	t

Таблиця 18.5

№ п.п.	A	λ	ω	t	x

Контрольні питання

1. При яких умовах утворюється стояча хвиля?
2. Записати рівняння стоячої хвилі і пояснити його.
3. Від чого і як залежить амплітуда стоячої хвилі?
4. Порівняти відстані між найближчими пучностями, між найближчими вузлами, між найближчими пучністю і вузлом між собою і з довжиною біжучої хвилі.
5. Навести приклади стоячих хвиль.
7. Які зміни відбуваються з фазою при відбиванні біжучої хвилі від межі середовищ з різними густинами?
8. Які суттєві відмінності між властивостями стоячих і біжучих хвиль?

Література

1. Зачек І.Р., Кравчук І.М., Романишин Б.М., Габа В.М., Гончар Ф.М., Курс фізики. – Львів: Бескид Біт, 2002. – 376 с. – §21.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 1999. – 536 с. - § 11.6.

Реальні гази

Мета роботи: побудувати фазову діаграму речовини, використовуючи ізоТЕРми реального газу

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма „ІзоТЕРми реального газу”

Теоретичні відомості

Модель ідеального газу, яка використовується в молекулярно-кінетичній теорії, дає змогу описати поведінку розріджених реальних газів при високих температурах і низьких тисках. При виводі рівняння стану ідеального газу розмірами молекул і їх взаємодією на відстані нехтують. Підвищення тиску обумовлює зменшення середньої відстані між молекулами, тому необхідно враховувати власний об'єм молекул і взаємодію між ними. Якщо при нормальних умовах в 1 м^3 газу власний об'єм молекул становить 10^{-4} м^3 , то ним можна знехтувати. При тиску $5 \cdot 10^8 \text{ Па}$ власний об'єм молекул становить вже половину всього об'єму газу. Таким чином, при високих тисках і низьких температурах модель ідеального газу стає непридатною.

При розгляді реальних газів, властивості яких залежать від взаємодії молекул на відстані, потрібно враховувати **сили міжмолекулярної взаємодії**. Вони проявляються на відстанях між молекулами $\leq 10^{-9}\text{ м}$ і швидко зменшуються при збільшенні відстані між ними. В ХХ ст. було встановлено, що між молекулами речовини одночасно діють **молекулярні сили притягання** і **сили відштовхування**, які більш короткодіючі і проявляються лише при зіткненнях молекул.

Отже, для реальних газів необхідно враховувати розміри молекул і їх взаємодію між собою. Тому рівняння стану ідеальних газів (рівняння Менделєєва-Клапейрона)

$$pV_{\mu} = RT, \quad (34.1)$$

де p – тиск газу; V_μ – молярний об'єм; T – термодинамічна температура; R – універсальна газова стала, для реальних газів непридатне.

Враховуючи власний об'єм молекул і сили міжмолекулярної взаємодії, голландський фізик Ван-дер-Ваальс отримав рівняння стану реального газу, ввівши в рівняння (34.1) стану ідеального газу відповідні поправки. Вільний об'єм, в якому можуть рухатись молекули реального газу, буде:

$$V'_\mu = V_\mu - b, \quad (34.2)$$

де b – об'єм, який займають самі молекули. Об'єм

$$b = 4N_A V_0, \quad (34.3)$$

де V_0 – власний об'єм молекули; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ – число Авогадро. Згідно (34.2) рівняння (34.1) набуває вигляду:

$$P(V_\mu - b) = RT, \quad (34.4)$$

звідки тиск газу:

$$P = \frac{RT}{V_\mu - b}. \quad (34.5)$$

Сили міжмолекулярної взаємодії обумовлюють додатковий тиск на газ, який називається **внутрішнім тиском**. Згідно результатів обчислень Ван-дер-Ваальса, внутрішній тиск становить

$$p' = \frac{a}{V_\mu^2}, \quad (34.6)$$

де a – стала, яка залежить від природи газу і характеризує сили міжмолекулярної взаємодії. Внутрішній тиск (34.6) приводить до зменшення тиску (34.5):

$$P = \frac{RT}{V_\mu - b} - \frac{a}{V_\mu^2}. \quad (34.7)$$

Рівняння (34.7) можна подати у вигляді:

$$\left(p + \frac{a}{V_\mu^2} \right) (V_\mu - b) = RT. \quad (34.8)$$

Це рівняння стану реального газу для одного моля.

Для будь-якої кількості речовини газу

$$v = \frac{m}{\mu}, \quad (34.9)$$

де m – маса газу; μ – молярна маса.

З урахуванням співвідношення

$$V = \nu V_{\mu} = \frac{m}{\mu} V_{\mu} \quad (34.10)$$

рівняння Ван-дер-Ваальса набуває вигляду:

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2} \right) (V - \nu \cdot b) = \nu RT \quad (34.11)$$

де V – об'єм газу.

При виводі рівняння стану реального газу Ван-дер-Ваальс використав ряд спрощень, тому воно також є наближеним. Слід відмітити, що рівняння Ван-дер-Ваальса не єдине, яке описує реальні гази, але з усіх запропонованих воно найпростіше і тому найпрактичніше.

З метою дослідження поведінки реального газу розглянемо **ізотерми Ван-дер-Ваальса (ізотерми реального газу)** – криві залежності тиску p від молярного об'єму V_{μ} (при фіксованих температурах $T = \text{const}$, які визначаються рівнянням (34.5)). Ці ізотерми (рис. 34.1) мають своєрідний вигляд.

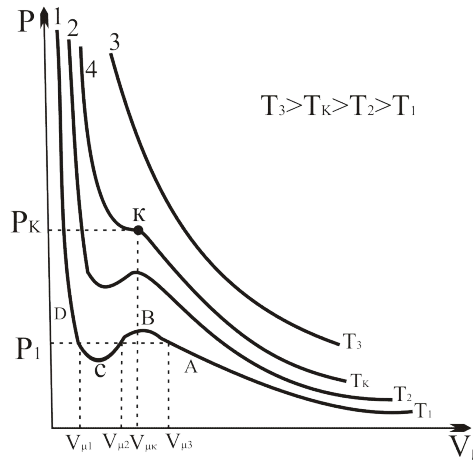


Рисунок 34.1

При низьких температурах (рис.34.1, крива 1), ізотерми мають хвилюподібну ділянку. При стиску реального газу (зменшенні молярного об'єму V_{μ}) ізотерма $p(V_{\mu})$ спочатку монотонно піднімається вгору (ділянка АВ), тоді опускається вниз (ділянка ВС), і нарешті, знову монотонно зростає

(дільниця CD). При підвищенні температури до T_K на ізотермі є лише одна точка перегину K . Ця ізотерма називається **критичною**, а температура T_K – **критичною температурою**. Відповідні цій точці K об'єм $V_{\mu K}$ і тиск p_K називається **критичним об'ємом** і **критичним тиском** відповідно. Стан газу з критичними параметрами T_K , $V_{\mu K}$ і p_K називається **критичним станом**. При температурі, більшій за критичну ($T_3 > T_K$) ізотерма реального газу відрізняється від ізотерми ідеального газу тільки деяким спотворенням її форми, залишаючись монотонно спадною кривою при збільшенні V_μ (рис.34.1, крива 3).

Для пояснення характеру ізотерм Ван-дер-Ваальса рівняння (34.5) подамо у вигляді:

$$pV_\mu^3 - (RT + pb)V_\mu^2 + aV_\mu - ab = 0 \quad (34.12)$$

Рівняння (34.12) при заданих тиску p і температурі T є рівнянням третього ступеня відносно V_μ . Воно може мати або 3 різних дійсних додатних корені $V_{\mu 1}$, $V_{\mu 2}$, $V_{\mu 3}$ (рис.1, крива 1), або 3 дійсних рівних між собою корені $V_{\mu K}$ (рис.34.1, крива 4), або один дійсний і два уявні (рис.34.1, крива 3).

Проаналізуємо різні дільниці ізотерм Ван-дер-Ваальса при температурі $T < T_K$ (рис. 34.2). На дільницях 1-3 і 5-7 при зменшенні об'єму V_μ тиск p збільшується, що цілком природно.

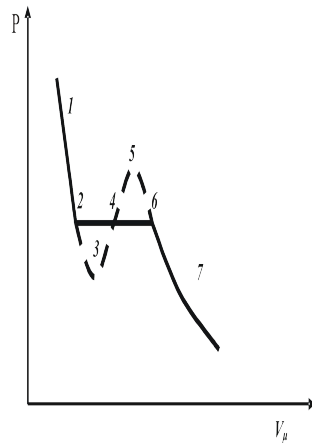


Рисунок 34.2

На ділянці 3-5 стиск речовини обумовлює зменшення тиску. Практика ж показує, що такі процеси в природі практично не реалізуються. Наявність ділянки 3-5 означає, що при поступовій зміні об'єму речовина не може весь час перебувати у вигляді однорідного середовища. В деякий момент часу повинна наступити стрибкоподібна зміна стану і розпад на дві фази. Таким чином, справжня ізотерма має вигляд лінії 7-6-2-1 (рис.34.2). Ділянка 7-6 відповідає газоподібному стану, а ділянка 2-1 – рідкому. В станах, які відповідають горизонтальній ділянці ізотерми 6-2, рідка і газоподібна фази перебувають в рівновазі. Речовина в газоподібному стані при температурі, меншій від критичної, називається **парою**, а пара, яка в рівновазі з рідиною, називається **насиченою**. Ці висновки, які є результатом аналізу рівняння Ван-дер-Ваальса, були підтверджені дослідом ірландського вченого Т. Ендрюса, який вивчав ізотермічний стиск вуглекислого газу.

Для знаходження критичних параметрів підставимо їх значення в рівняння (34.12):

$$p_K V_\mu^3 - (RT_K + p_K b) V_\mu^2 + a V_\mu - ab = 0 \quad (34.13)$$

Оскільки в критичній точці K (рис.34.1) всі три корені співпадають і рівні $V_{\mu K}$, рівняння (34.13) можна подати у вигляді

$$p_K (V_\mu - V_{\mu K})^3 = 0 \quad (34.14)$$

$$p_K V_\mu^3 - 3p_K V_{\mu K} V_\mu^2 + 3p_K V_{\mu K}^2 V_\mu + a V_\mu - p_K V_{\mu K}^3 = 0 \quad (34.15)$$

Оскільки рівняння (34.13) і (34.15) тотожні, то в них повинні бути рівні коефіцієнти при невідомих V_μ відповідних ступенів. Тому можна записати:

$$p_K V_\mu^3 = ab, \quad 3p_K V_{\mu K}^2 = a, \quad 3p_K V_{\mu K} = RT_K + p_K b \quad (34.16)$$

Розв'язавши рівняння (34.16), отримаємо:

$$V_{\mu K} = 3b, \quad p_K = \frac{a}{28b^2}, \quad T_K = \frac{8a}{27Rb} \quad (34.17)$$

Знаючи критичні параметри – температуру T_K і тиск p_K , – із рівнянь (34.17) можна визначити сталі, які входять у рівняння Ван-дер-Ваальса (34.8):

$$a = \frac{27R^2 T_K^2}{64p_K}, \quad b = \frac{RT_K}{8p_K} \quad (34.18)$$

Якщо через крайні точки горизонтальних ділянок сімейства ізотерм провести лінію, то отримається дзвоноподібна крива (рис.34.3), яка обмежує область двофазних станів речовини. Це крива і критична ізотерма ділять ізотерму $p(V_\mu)$ на 3 області; під дзвоноподібною кривою розміщується область двофазних станів (рідина і насичена пара), зліва від неї розміщується область рідкого стану, а справа – область пари. Пара відрізняється від інших газоподібних станів тим, що при ізотермічному стиску вона конденсується в рідину. Газ при температурі, вищій від критичної, не може переходити в рідкий стан при будь-якому стиску.

Рисунок 34.3

Хвилеподібні ділянки ізотерм Ван-дер-Ваальса 2-3-4-5-6 (рис. 34.2), які стосуються двофазного стану речовини суттєво відрізняються від горизонтальних ділянок 2-6 експериментальних ізотерм. На основі другого принципу термодинаміки можна показати, що прямі 2-6 перетинають ділянки 2-3-4-5-6 так, що площі фігур 2-3-4 і 4-5-6 рівні між собою (**правило Максвелла**).

Таблиця 34.1

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Газ	Азот	Аргон	Водяна пара	Кисень	Неон	Вуглекислий газ	Хлор	Водень	Гелій
μ , кг/моль	0.028	0.040	0.018	0.032	0.020	0.044	0.070	0.002	0.004
p_K , МПа	3.39	4.86	22.1	5.08	2.72	7.38	7.71	1.30	0.23
T_K , К	126	151	647	155	44.4	304	417	33	5.2

Послідовність виконання роботи

1. Використовуючи табл. 34.1, ввести в комп'ютер молярну масу μ газу, критичну температуру T_K та критичний тиск p_K .
2. Ввести в комп'ютер температуру газу.
3. Отримати на екрані монітора ізотеру Ван-дер-Ваальса.
4. Проаналізувати отриману ізотеру. Звернути увагу на хвилеподібну ділянку 2-3-4-5-6 ізотери (рис. 34.2). Отримати на екрані монітора ізотеру у відповідному діапазоні об'єму газу.
5. На міліметровому папері нарисувати ізотеру Ван-дер-Ваальса при заданій температурі.
6. Використовуючи правило Максвелла, на ізотері Ван-дер-Ваальса провести горизонтальний відрізок 2-6 (рис. 34.3).
7. П. п. 2-6 виконати при різних температурах реального газу. Результати досліджень занести в табл. 34.2.
34. Маючи ізотери реального газу при різних температурах, використовуючи табл. 34.2, зарисувати фазову діаграму (рис. 34.3) і зробити висновок.

Таблиця 34.2

№ п.п.	μ	T_K	p_K	T	V_{u2}	V_{u6}

Контрольні питання

1. Якими особливостями реального газу нехтують в моделі ідеального газу?
2. Які поправки вніс Ван-дер-Ваальс в рівняння Менделєєва-Клапейрона?
3. Запишіть рівняння стану реального газу і поясніть його.
4. Поясніть особливості ізотерми Ван-дер-Ваальса.
5. Що таке критичний стан речовини? Поясніть фізичний зміст критичної температури.
7. Поясніть, як, використовуючи ізотерми реального газу, побудувати фазову діаграму речовини.

Література

1. Галушак М.О., Федоров О.Є. Курс фізики. Кн. 1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – Івано-Франківськ.: ІФНТУНГ, 2012. – 612 с. – п. 9.4.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 1999. – 536 с. - §§ 17.1-17.5.
3. Зачек І.Р., Кравчук І.М., Романишин Б.М., Габа В.М., Гончар Ф.М., Курс фізики. – Львів: Бескид Біт, 2002. – 376 с. – §§ 45-46.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА В-67

Визначення радіуса кривизни циліндричної поверхні

Мета роботи: ознайомитися із практичним використанням кілець Ньютона

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма „Інтерференція світла в плівках змінної товщини”

Теоретичні відомості

Інтерференцію світла можна спостерігати не тільки в лабораторних умовах, використовуючи для цього спеціальні оптичні пристрої (наприклад, біпризму Френеля). Прикладом інтерференції світла, яка спостерігається в природних умовах, є райдужне забарвлення тонких плівок (мильних бульбашок, плівок нафти або масла на поверхні води, прозорих плівок оксидів на поверхні загартованих металічних деталей). Утворення когерентних світлових хвиль, які інтерферують при накладанні, відбувається в цьому випадку внаслідок відбивання падаючого на плівку світла від її верхньої і нижньої поверхонь.

Хай на прозору плоскопаралельну плівку з показником заломлення n і товщиною d під кутом α (рис.67.1) падає плоска монохроматична хвиля (для простоти обмежимося одним променем). На верхній поверхні плівки в точці O промінь розділиться на два: частково відіб'ється, а частково заломиться. Заломлений промінь, дійшовши до нижньої поверхні плівки, в точці C частково заломиться і пройде через плівку, а частково відіб'ється і попаде в точку B , яка розміщена на верхній поверхні плівки. Тут він знову частково

відіб'ється (цей промінь внаслідок його малої інтенсивності розглядати не будемо) і заломиться, вийшовши в повітря під кутом α . Хвилі 1 і 2, які вийшли з плівки, є когерентними. Їх накладання утворює інтерференційну картину, вигляд якої визначається оптичною різницею ходу хвиль.

Рисунок 67.1

Якщо джерело світла міститься на досить великій відстані від поверхні плівки, то кути падіння променів на неї будуть практично однаковими в різних місцях. Тому оптична різниця ходу когерентних хвиль в них визначається в

основному товщиною плівки в даних місцях. З цього можна зробити висновок, що всім точкам поверхні однакової товщини відповідатиме та сама інтерференційна картина. Максимуми або мінімуми однакової інтенсивності, що відповідають точкам поверхні, для яких товщина плівки має одне й те саме значення, називаються **смугами однакової товщини**.

В середині XVII ст. Р. Гук провів класичний дослід. Він спостерігав інтерференційні смуги у вигляді кілець, що виникли у повітряному шарі між плосковипуклою лінзою і плоскопаралельною скляною пластиною. Лінза ставилась опуклою стороною на плоску пластину. І.Ньютон встановив зв'язок між радіусами інтерференційних кілець і радіусом кривизни опуклої поверхні лінзи. В XIX ст. Т. Юнг пояснив природу цих кілець, що називаються **кільцями Ньютона**. Вони являють собою інтерференційні смуги однакової товщини.

При спостереженні кілець Ньютона у відбитому світлі в центрі буде мінімум інтенсивності (максимум контрастності), бо геометрична різниця ходу хвиль рівна нулю, а різниця фаз між інтерферуючими хвилями становить π . Це обумовлено зміною фази коливань світлового вектора на π для променя, який зазнає відбивання від скляної пластини. Якщо вона ідеально плоска, то інтерференційні смуги однакової товщини будуть мати форму концентричних кіл. Якщо ж пластина не є ідеально плоскою, то кільця Ньютона будуть спотворені. Зокрема, якщо пластина є циліндричною поверхнею, то кільця Ньютона будуть еліптичної форми.

На рис.67.2 зображена схема установки для отримання кілець Ньютона. Хай пластина є циліндричною поверхнею, ось якої розміщена в площині рис.67.2а. На відстані r_1 від точки C дотику плосковипуклої лінзи з пластиною, визначимо товщину d повітряного зазору, використовуючи прямокутний трикутник A_1B_1O із катетами r_1 , $R-d_1$ і гіпотенузою R :

$$d_1 = R - \sqrt{R^2 - r_1^2}, \quad (67.1)$$

де R – радіус кривизни лінзи.

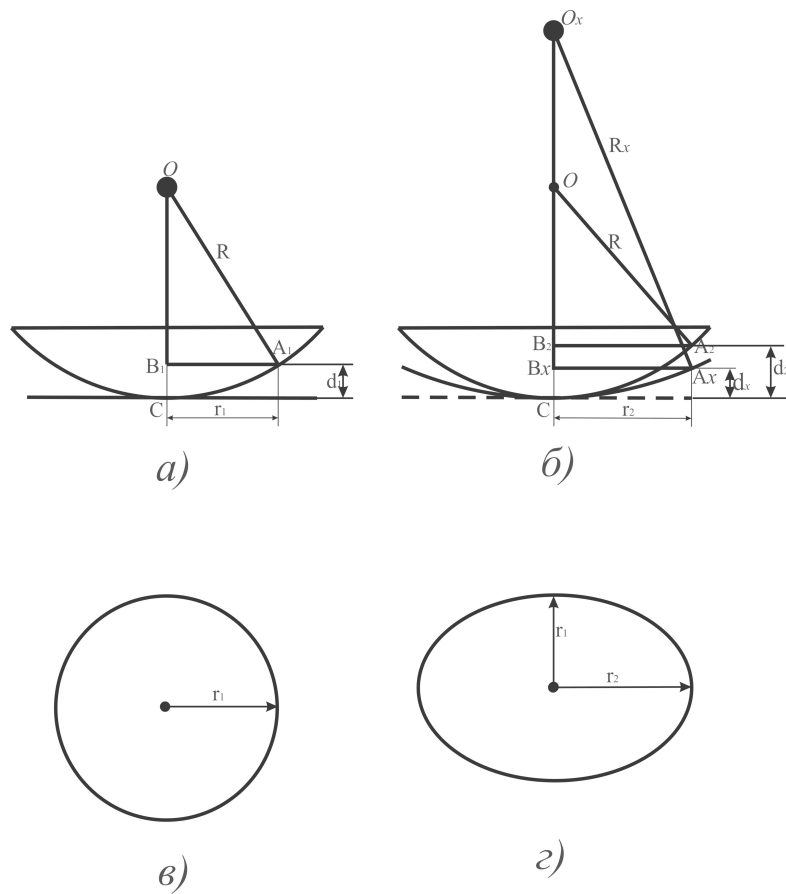


Рисунок 67.2

Якщо ж ось циліндричної поверхні пластини з радіусом кривизни R_x перпендикулярна до площини рис.67.2б, то на відстані r_2 від точки C дотику плоскоопуклої лінзи з пластиною товщина повітряного зазору

$$d = d_2 - d_x, \quad (67.2)$$

де

$$d_2 = R - \sqrt{R^2 - r_2^2}, \quad (67.3)$$

$$d_x = R_x - \sqrt{R_x^2 - r_2^2}. \quad (67.4)$$

Підставивши (67.3, 67.4) в (67.2), отримаємо:

$$d = R - \sqrt{R^2 - r_2^2} - R_x + \sqrt{R_x^2 - r_2^2} \quad (67.5)$$

Відстані r_1 і r_2 рівні відповідно довжинам малої і великої півосей еліптичного кільця Ньютона (рис.67.2 в,г). Оскільки кільця Ньютона є інтерференційною смугою однакової товщини, то величина повітряного зазору однакова в усіх точках інтерференційної смуги, тобто:

$$d = d_1 \quad (67.6)$$

Прирівнявши праві частини рівностей (67.1) і (67.5), отримаємо:

$$\sqrt{R^2 - r_1^2} - \sqrt{R^2 - r_2^2} + \sqrt{R_x^2 - r_2^2} - R_x = 0 \quad (67.7)$$

Якщо в рівнянні (67.7) прийняти

$$\sqrt{R^2 - r_1^2} - \sqrt{R^2 - r_2^2} = a, \quad (67.8)$$

то воно матиме вигляд:

$$\sqrt{R_x^2 - r_2^2} = R_x - a \quad (67.9)$$

При піднесенні цього рівняння до квадрату після незначних алгебраїчних перетворень розв'язком рівняння (67.7) є:

$$R_x = \frac{r_2^2}{2a} - \frac{a}{2} \quad (67.10)$$

Знаючи величину радіуса R кривизни лінзи та вимірявши довжини r_1 і r_2 півосей еліптичного кільця Ньютона, розв'язком рівняння (67.7) можна визначити радіус R_x кривизни циліндричної поверхні.

Спостереження смуг однакової товщини широко використовується в техніці. Зокрема, за допомогою цього явища визначають якість полірування оптичних поверхонь. Досліджувану оптичну пластину накладають на еталонну, що має поверхню відомого рельєфу. Між ним утворюють досить малий повітряний клин. Систему освітлюють і спостерігають в ній інтерференційну картину у відбитому світлі. Якщо поверхні обох пластин ідеально плоскі, то інтерференційна картина є системою ліній, паралельних до ребра клина. В місцях дефектів поверхні спостерігатиметься викривлення інтерференційних смуг. Сучасні методи дають змогу оцінити відхилення досліджуваної поверхні від плоскої порядку $0,01 \div 0,02$ довжини світлової хвилі. Дослідження смуг однакової товщини також можна застосувати для вимірювання

малих кутів між оптичними поверхнями і розв'язування прецезійних завдань метрології.

Послідовність виконання роботи

1. Отримати на екрані монітора кільця Ньютона еліптичної форми і радіус R кривизни лінзи.
2. Виміряти довжини r_1 і r_2 малої і великої півосей еліпса відповідно.
3. Використовуючи виміряні значення r_1 і r_2 , за формулою (67.10) визначити радіус R_x кривизни досліджуваної циліндричної поверхні. Результати вимірювань і обчислень занести в табл. 67.1.

Таблиця 67.1

R	r_1	Δr_1	r_2	Δr_2	R_x	ΔR_x	$\frac{\Delta R_x}{R_x}$

5. Зробити висновок.

Контрольні питання

1. В чому полягає явище інтерференції світла?
2. Які світлові промені називаються когерентними? Як їх отримати?
3. Пояснити явище інтерференції в тонких плівках.
4. Що таке інтерференційні смуги однакової товщини?
5. Яка будова експериментальної установки для отримання кілець Ньютона?
6. Вивести формулу для визначення радіуса кривизни циліндричної поверхні.
7. Навести приклади практичного використання інтерференції світла в техніці.

Література

1. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Оптика. Квантова фізика. – К.: Вища школа, 1991. – 463 с. – §§2.3.

2. Зачек І.Р., Кравчук І.М., Романишин Б.М., Габа В.М., Гончар Ф.М. Курс фізики. – Львів: Бескид Біт, 2002. – 376 с. – §§91, 92.

Дослідження радіоактивного розпаду

Мета роботи: за результатами залежності швидкості радіоактивного розпаду від часу встановити закон радіоактивного розпаду та визначити його основні характеристики

*Прилади і матеріали: комп'ютерна програма
«Радіоактивний розпад»*

Теоретичні відомості

Відкриття і вивчення радіоактивності було першим етапом на шляху пізнання структури атомного ядра і властивостей елементарних частинок. **Радіоактивність** – самовільне (спонтанне) перетворення ядер нестійких ізотопів одних елементів у ядра ізотопів інших елементів. Цей процес обумовлений внутрішніми причинами та супроводиться α -, β -, γ -випромінюванням, а іноді і випромінюванням інших частинок (нейтронів, протонів). Радіоактивність поділяють на штучну й природну залежно від того, утворено нестійкий ізотоп штучно чи він існує в природі. Принципової різниці між цими видами радіоактивності немає, оскільки властивості ізотопів не залежать від способів їх утворення.

Теорія радіоактивного розпаду розроблена Е. Резерфордом і Ф. Содді. Вона ґрунтується на гіпотезі, що радіоактивне перетворення відбувається самовільно. Численні дослідження показали, що на швидкість радіоактивного розпаду не впливають ніякі зовнішні зміни температури і тиску, наявність електричних і магнітних полів, вид хімічної сполуки радіоактивного елемента, його агрегатний стан. З цього випливає, що радіоактивний розпад відбувається в глибинних частинах атома, тобто у його ядрі. Радіоактивний розпад – це властивість самого атомного ядра і залежить вона тільки від його внутрішнього стану. Неможливо вплинути на процес радіоактивного розпаду, не змінивши стану атомного ядра. Початкове ядро, яке може змінитись в процесі радіоактивного

розпаду, називають материнським, а новоутворене ядро при радіоактивному розпаді – дочірним. Отже, в процесі радіоактивного перетворення із материнських ядер утворюються дочірні.

Оскільки радіоактивні ядра розпадаються незалежно одні від одних, то кількість ядер dN , які розпадаються за інтервал часу від t до $t+dt$, пропорційна проміжку часу dt і кількості N ядер, які не розпались до моменту часу t :

$$dN = -\lambda N dt, \quad (82.1)$$

де λ – стала радіоактивного розпаду; знак „-” вказує на те, що загальна кількість материнських радіоактивних ядер з часом зменшується. Розділивши змінні у диференціальному рівнянні (82.1), отримаємо:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda \cdot dt \quad (82.2)$$

Проінтегрувавши рівняння (82.2), отримаємо:

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t, \quad (82.3)$$

звідки

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (82.4)$$

де N_0 – початкова кількість материнських радіоактивних ядер (в момент часу $t=0$); N – кількість материнських ядер в момент часу t .

Співвідношення (82.4) виражає статистичний закон радіоактивного розпаду, згідно якого кількість материнських ядер N зменшується з часом t по експоненті.

Інтенсивність радіоактивного розпаду характеризується періодом піврозпаду і середнім часом життя материнського радіоактивного ядра. Період піврозпаду T – це проміжок часу, за який початкова кількість материнських ядер зменшується в 2 рази (кількість дочірніх ядер рівна кількості материнських ядер). Згідно співвідношення (82.4) маємо

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}, \quad (82.5)$$

звідки період піврозпаду

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}. \quad (82.6)$$

Періоди піврозпаду природно-радіоактивних ядер змінюються від десятимільйонних часток секунди до мільйонів років.

Сумарна тривалість життя dN материнських ядер рівна

$$t|dN| = \lambda N t dt \quad (82.7)$$

Проінтегрувавши цей вираз по всім можливим значенням t (тобто $0 \leq t < \infty$) і розділивши на початкову кількість N_0 ядер, отримаємо середній час життя τ радіоактивного ядра:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N t dt = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N_0 t e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (82.8)$$

Таким чином, середній час τ життя радіоактивного ядра і стала λ радіоактивного розпаду є взаємно оберненими величинами:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (82.9)$$

Підставивши вираз (82.9) у співвідношення (82.6), отримаємо:

$$T = \tau \ln 2 \quad (82.10)$$

Радіоактивні препарати характеризуються активністю a , яка рівна загальній кількості розпадів радіоактивних ядер за одиницю часу:

$$a = \frac{dN}{dt} \quad (82.11)$$

Використавши закон радіоактивного розпаду (82.4), співвідношення (82.11) можна подати у вигляді:

$$a = \frac{d}{dt} (N_0 e^{-\lambda t}) = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (82.12)$$

Одиницею активності в системі СІ є беккерель (Бк):

$$1 \text{ Бк} = 1 \frac{\text{розпад}}{\text{с}}$$

До цього часу в ядерній фізиці використовується позасистемна одиниця активності – кюрі (Ки):

$$1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}, \quad (82.13)$$

тобто

$$1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \frac{\text{розпад}}{\text{с}} \quad (82.14)$$

Хай відомі значення активності a_1 і a_2 радіоактивного препарату в моменти часу t_1 і t_2 відповідно. Використовуючи формулу (82.12), можна записати:

$$\begin{cases} a_1 = \lambda N_0 e^{-\lambda t_1} \\ a_2 = \lambda N_0 e^{-\lambda t_2} \end{cases} \quad (82.15)$$

Поділивши перше рівняння (82.15) на друге, отримаємо:

$$\frac{a_1}{a_2} = e^{\lambda(t_2 - t_1)} \quad (82.16)$$

Прологарифмуємо рівняння (82.16):

$$\ln a_1 - \ln a_2 = \lambda(t_2 - t_1), \quad (82.17)$$

звідки стала радіоактивного розпаду

$$\lambda_c = \frac{\ln a_1 - \ln a_2}{t_2 - t_1} \quad (82.18)$$

Для її визначення, здавалось би, досить мати два значення активності препарату в різні моменти часу. Однак слід мати на увазі, що лічильники радіоактивного випромінювання не позбавлені суттєвих недоліків – дають прорахунки. Тому для коректного визначення сталої радіоактивного розпаду бажано мати набір замірів активності в різні моменти часу. Тоді відповідний набір значень сталої радіоактивного розпаду

$$\lambda_i = \frac{\ln a_{i-1} - \ln a_i}{t_i - t_{i-1}}, \quad (82.19)$$

де $i = 1, 2, 3, \dots, n$; n – кількість замірів активності. Номінальне значення сталої радіоактивного розпаду:

$$\lambda_c = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n}{n} \quad (82.20)$$

Кількість материнських ядер в початковий момент часу, згідно (82.12), (82.20) рівна:

$$N_0 = \frac{ae^{\lambda_c t}}{\lambda_c} \quad (82.21)$$

Прологарифмувавши рівняння (82.12), отримаємо:

$$\ln a = \ln(\lambda N_0) - \lambda t \quad (82.22)$$

Послідовність виконання роботи

1. Отримати на екрані монітора результати замірів активності a_i препарату в різні моменти часу t_i .

2. Використовуючи формули (82.19 – 82.22), визначити номінальне значення λ_c сталої радіоактивного розпаду та кількість N_0 материнських ядер в початковий момент часу.
3. Визначити середній час τ життя радіоактивного ядра за формулою (82.9).
4. Згідно співвідношення (82.10) визначити період піврозпаду T .
5. Результати експериментальних даних та розрахунків занести в табл.82.1.

Таблиця 82.1

i	a_i	$\ln a_i$	t_i	λ_i	λ_c	N_0	τ	T

6. Використовуючи таблицю 82.1, побудувати графік залежності активності a від часу t в координатах $(t; \ln a)$.
7. Використовуючи побудований графік (п.6), визначити кутовий коефіцієнт

$$k = \frac{\Delta(\ln a)}{\Delta t}$$
- тангенс кута нахилу прямої на графіку.
8. Значення сталої радіоактивного розпаду λ , згідно формули (82.22) рівне

$$\lambda = -k.$$
9. Використовуючи побудований графік (п.6), визначити кількість N_0 радіоактивних ядер в початковий момент часу.
10. Ввести в комп'ютер розраховані значення сталої λ_c радіоактивного розпаду і кількість N_0 радіоактивних ядер в початковий момент часу.
11. Проаналізувати на екрані монітора графік залежності кількості N материнських ядер від часу t , побудований згідно даних п.6.
12. Отримати на екрані монітора дійсні значення характеристик радіоактивного розпаду і порівняти їх із розрахованими значеннями цих параметрів.
13. Зробити висновок.

Контрольні питання

1. В чому полягає явище радіоактивності?
2. Яка різниця між природною і штучною радіоактивністю?
3. Вивести закон радіоактивного розпаду.
4. Що таке період піврозпаду та середній час життя радіоактивного ядра?

5. Вивести формули для визначення періоду піврозпаду та середнього часу життя радіоактивного ядра. Який зв'язок між ними?

Література

1. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Оптика. Квантова фізика. – К.: Вища школа, 1991. – 463 с. - §15.9
2. Зачек І.Р., Кравчук І.М., Романишин Б.М., Габа В.М., Гончар Ф.М., Курс фізики. – Львів: Бескид Біт, 2002. – 376 с. – §129.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА В-83

Дослідження ланцюгових реакцій поділу ядер

Мета роботи: дослідити залежність інтенсивності процесу розмноження вторинних нейтронів від коефіцієнта їх розмноження та від тривалості ланцюгової реакції

Прилади і матеріали: комп'ютерна програма «Швидкість розмноження вторинних нейтронів»

Теоретичні відомості

Поділ важкого ядра є процесом його перетворення в кілька ядер. Спонтанний поділ важких ядер належить до радіоактивних перетворень, а вимушений поділ відбувається

під дією нейтронів і тому являє собою ядерну реакцію. В результаті напруженої роботи І. Жоліо-Кюрі, П. Савича, О.Гана, Л. Мейтнер і Ф. Штрассмана було встановлено, що при проникненні нейтрона в ядро урану воно зазнає поділу на два ядра приблизно однакової маси. Вимушений поділ важких ядер під дією нейтронів має надзвичайно важливе практичне значення. Нейтрони, які обумовлюють ці ядерні реакції, поділяються на теплові (з енергіями $0,025 \div 0,5$ eV), резонансні (з енергіями $0,5$ eV $\div$ 1keV), проміжні (з енергіями 1keV $\div$ 100keV) і швидкі (з енергіями 100keV $\div$ 1 MeV).

Розглянемо поділ важких ядер при бомбардуванні їх нейтронами. В результаті проникнення нейтрона в ядро утворюється складне ядро. При захопленні ядром нейтрона, воно переходить у збуджений стан і відбувається відхилення його форми від сферичної. Процес поділу з погляду краплинної моделі ядра поділяється на ряд послідовних етапів. Спочатку сферичне ядро (рис. 83.1,*а*) деформується і набуває форми еліпсоїда обертання (рис. 83.1,*б*). Якщо нейтрон вносить значну енергію, то еліпсоїд набуває форми гантелі (рис. 83.1,*в*), яка кінець кінцем розпадається на два осколки (рис. 83.1,*г*).

Енергія E_a , яка потрібна для поділу ядра, називається енергією активації. Для поділу ядра нейтронами має виконуватися умова

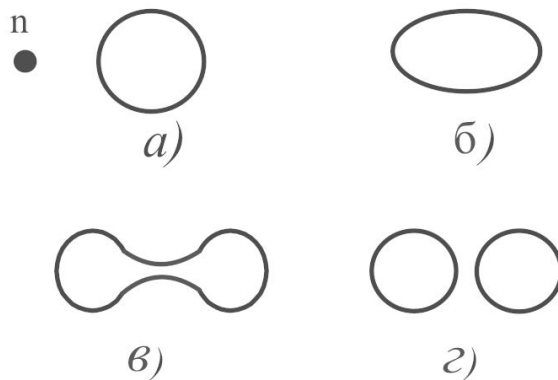


Рисунок 83.1

$$E_{зв} + E_{кін} \geq E_a, \quad (83.1)$$

де $E_{зв}$ і $E_{кін}$ – енергія зв'язку і кінетична енергія нейтрона відповідно.

Із нерівності (83.1) видно, що

$$E_a < E_{зв}, \quad (83.2)$$

тобто поділ ядра відбуватиметься і у випадках захоплення ними теплових нейтронів. Із наявних в природі ізоотопів урану ${}^{235}_{92}\text{U}$ і ${}^{238}_{92}\text{U}$ зазнає поділу тепловими нейтронами тільки ${}^{235}_{92}\text{U}$.

Це пояснюється тим, що при захопленні нейтронів цими ізоотопами утворюються ізоотопи ${}^{236}_{92}\text{U}$ і ${}^{239}_{92}\text{U}$, в яких різна енергія активації. Для ${}^{236}_{92}\text{U}$ вона рівна 6,5MeB, а для ${}^{239}_{92}\text{U}$ – 7,1MeB. При цьому енергія зв'язку нейтрона в ${}^{236}_{92}\text{U}$ більша, ніж в ${}^{239}_{92}\text{U}$. Тому ізоотоп ${}^{235}_{92}\text{U}$ поділяється тепловими нейтронами, а ізоотоп ${}^{238}_{92}\text{U}$ зазнає поділу швидкими нейтронами, енергія яких більша 1,1MeB.

Основна частина енергії (понад 80%), що виділяється при поділі ядра, припадає на кінетичну енергію осколків. Переважно виникає два осколки, маси яких значно відрізняються одна від одної, тобто поділ ядра на осколки має асиметричний характер. Краплинна модель ядра неспроможна пояснити цю асиметрію. Вона знаходить своє пояснення в моделі ядерних оболонок. Ядра-осколки перевантажені нейтронами, що і обумовлює їх випускання. Такі нейтрони називають миттєвими, оскільки вони вилітають під час поділу ядра. При поділі ядра ${}^{235}_{92}\text{U}$ утворюється 2-3 вторинних нейтрони, середня кінетична енергія яких становить $\sim 2\text{MeB}$. Після випускання миттєвих нейтронів утворені ядра-осколки перебувають у збудженому стані. Перехід їх в основний стан супроводжується випромінюванням миттєвих γ -квантів.

Випромінювання миттєвих нейтронів не ліквідовує перевантаження ядер-осколків нейтронами. Звільнення від перевантаження нейтронами відбувається внаслідок β -розпаду, γ -випромінювання і випромінювання запізнілих нейтронів. Вони утворюються не в момент поділу ядра, а значно пізніше (через 1хв.). Запізнілі нейтрони становлять тільки 0,7% загальної кількості нейтронів, що вилітають при поділі ядра, однак вони відіграють основну роль у процесі

здійснення керованої ланцюгової реакції поділу. Отже, під час поділу ядер урану при захопленні ними нейтронів виділяється значна енергія ($\sim 200\text{MeV}$ на кожне ядро) і виникають 2-3 нейтрони, які здатні за певних умов викликати поділ наступних ядер урану. В результаті поділу нових ядер кількість нейтронів зростатиме. Ядерні реакції поділу важких ядер нейтронами, в результаті яких кількість нейтронів зростає, стає можливим самопідтримуючий процес поділу, що має назву **ланцюгової ядерної реакції**.

Ланцюгова реакція поділу характеризується коефіцієнтом розмноження K нейтронів, який рівний відношенню кількості нейтронів в даному поколінні до їх кількості в попередньому поколінні. Необхідною умовою для розвитку ланцюгової реакції поділу є $K \geq 1$. Швидкість розвитку ланцюгової ядерної реакції може бути різною. Хай T – середній час життя одного покоління, а N – кількість нейтронів в даному поколінні. В наступному поколінні їх кількість становить KN , тобто приріст кількості нейтронів в одному поколінні

$$dN = KN - N = N(K - 1). \quad (83.3)$$

Приріст кількості нейтронів за одиницю часу (швидкість наростання ланцюгової реакції)

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N(K - 1)}{T}. \quad (83.4)$$

Розділимо змінні в диференціальному рівнянні (83.4):

$$\frac{dN}{N} = \frac{(K - 1)dt}{T}. \quad (83.5)$$

Проінтегрувавши (83.5), отримаємо:

$$N = N_0 e^{\frac{(K-1)t}{T}} \quad (83.6)$$

де N_0 – кількість нейтронів в початковий момент часу; N – їх кількість в момент часу t .

Проаналізуємо рівняння (83.6). При $K < 1$ кількість нейтронів зменшується з часом і ланцюгова реакція згасає. Якщо $K > 1$, то кількість нейтронів зростає з часом за експоненціальним законом і реакція має вибуховий характер. Цей випадок реалізується в атомній бомбі. При $K = 1$ кількість нейтронів залишається на початковому рівні і ланцюгова реакція буде керованою. Такі реакції відбуваються в атомних реакторах.

Атомні реактори є досить складними як в технічному, так і в технологічному відношеннях установками. За енергією

нейтронів, під дією яких відбувається поділ більшості ядер, розрізняють реактори на теплових нейтронах, реактори на проміжних нейтронах, реактори на швидких нейтронах. Залежно від виду ядерного палива реактори класифікують так:

реактори на природному урані ($0,71\% \text{ }^{235}_{92}\text{U}$); реактори на слабозбагаченому урані ($1\div 2\% \text{ }^{235}_{92}\text{U}$) реактори на високозбагаченому урані ($90\% \text{ }^{235}_{92}\text{U}$).

Сповільнювачами в реакторах на теплових нейтронах можуть бути: звичайна вода, важка вода (D_2O), органічні рідини, графіт, берилій. Для відводу тепла з активної зони реактора використовують звичайну воду, водяну пару, органічні рідини, гелій, вуглекислий газ, рідкі метали. Залежно від призначення реактори бувають енергетичні, дослідні і випробувальні, а також реактори для виробництва нових ізотопів.

На АЕС використовують переважно атомні реактори на теплових нейтронах. Однак головний напрямок розвитку ядерної енергетики в нашій країні має визначатись будівництвом реакторів на швидких нейтронах. Справа в тому, що в природному вигляді на Землі існує тільки одне

ядерне паливо – ізоотп урану $^{235}_{92}\text{U}$. Але його енергозапаси порівняно невеликі. Виявляється, що в реакторах на швидких нейтронах можна не тільки здійснювати виробництво електроенергії, але й одночасно отримувати ядерне паливо (ізоотп $^{235}_{92}\text{U}$) в кількості, що перебільшує кількість палива, яке реактор споживає. Такий реактор називають реактором-розмножувачем, або бридером. У ньому використовуються процеси радіаційного захоплення нейтронів, внаслідок чого відбувається перетворення інертних” природних Урану-238 і Торію-232 в активні” Плутоній-239 і Уран-233. Перший дослідний реактор на швидких нейтронах в нашій країні був побудований в 1959р.

Послідовність виконання роботи

Завдання 1. Ознайомлення із залежністю інтенсивності розмноження нейтронів з часом при різних значеннях коефіцієнта розмноження нейтронів

1. Ввести в комп'ютер початкову кількість N_0 нейтронів.
2. Задати час T життя нейтронів в одному поколінні.
3. Задати значення коефіцієнта K розмноження нейтронів і отримати на екрані монітора графік залежності кількості N нейтронів від часу t їх розмноження.
4. П.п. 2-3 повторити при різних значеннях T і K .
5. Зробити висновок.

Завдання 2. Дослідження залежності інтенсивності розмноження нейтронів від коефіцієнта їх розмноження

1. Ввести в комп'ютер фіксовані значення часу t розмноження нейтронів і середньої тривалості T їх життя в одному поколінні (за вказівкою викладача).
2. Задати значення коефіцієнта K розмноження нейтронів та початкову кількість N_0 нейтронів.
3. Отримати відношення $\frac{N}{N_0}$ кількості N нейтронів в даний момент часу t до кількості N_0 нейтронів в початковий момент часу.
4. П.п. 2,3 повторити при різних значеннях коефіцієнта K розмноження нейтронів.
5. Дані експерименту записати в табл. 83.1.

Таблиця 83.1

N_0 п.п	T	t	K	$\frac{N}{N_0}$	$\ln \frac{N}{N_0}$

6. Використовуючи дані табл. 83.1, побудувати графік функції $\ln \frac{N}{N_0} = f(K)$.
7. Зробити висновок.

Завдання 3. Дослідження залежності інтенсивності розмноження нейтронів від часу їх життя в одному поколінні

1. Ввести в комп'ютер фіксовані значення коефіцієнта K розмноження нейтронів і часу t їх розмноження (за вказівкою викладача).

2.Задати значення середнього часу T життя нейтронів в одному поколінні.

$$\frac{N}{N_0}$$

3.Отримати відношення $\frac{N}{N_0}$ кількості N нейтронів в даний момент часу t до кількості N_0 нейтронів в початковий момент часу

4.П.п. 2,3 повторити при різних значеннях середнього часу T життя нейтронів в одному поколінні.

5.Дані експерименту записати в табл.83.2.

Таблиця 83.2

№ п.п	K	t	T	$\frac{N}{N_0}$	$\ln \frac{N}{N_0}$

6.Використовуючи експериментальні дані табл.83.2,

$$\ln \frac{N}{N_0} = f(T)$$

побудувати графік функції

7.Зробити висновок.

Контрольні питання

- 1.В чому полягає ланцюгова реакція поділу ядер?
- 2.Які типи нейтронів обумовлюють ланцюгову ядерну реакцію?
- 3.Що таке коефіцієнт розмноження нейтронів?
- 4.Вивести закон розмноження нейтронів при ланцюговій реакції поділу важких ядер.
- 5.Як залежить інтенсивність ланцюгової реакції поділу ядер від коефіцієнта розмноження ядер?
- 6.Які речовини є сповільнювачами в атомних реакторах?
- 7.Які є типи атомних реакторів?
- 8.Які процеси відбуваються в реакторі-розмножувачі?

Література

1. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Оптика. Квантова фізика. – К.: Вища школа, 1991. – 463 с. - §16.5
2. Зачек І.Р., Кравчук І.М., Романишин Б.М., Габа В.М., Гончар Ф.М. Курс фізики. – Львів: Бескид Біт, 2002. – 376 с. – §133.