

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Івано-Франківський національний технічний університет
нафти і газу

М.Є.Чернова, Т.О.Кріцак

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

***За загальною редакцією
доктора технічних наук,
професора,
академіка УНГА Б.О. Чернова***

Івано-Франківськ

2011

УДК 53 (076.1)

ББК 22.3

Ч–49

Рецензенти:

Я.В. Зауличний – докт. фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри металознавства та термічної обробки інженерно-фізичного факультету Національного технічного університету України «КПІ»;

С.І. Мудрий – докт. фіз.-мат. наук, професор кафедри фізики металів Львівського національного університету ім. І.Франка;

О.Є. Федоров – канд. техн. наук, доцент кафедри фізики

Рекомендовано до друку:

Вченою Радою Національного технічного університету нафти і газу, протокол №06/491 від 08 липня 2010 року

Чернова М.Є., Кріцак Т.О.

Ч-49 Збірник задач з фізики. – Івано-Франківськ: Факел, 2010.- 379с.

ISBN

Посібник призначений для навчального процесу під час вивчення загального курсу фізики чи окремих її розділів студентами вищих технічних закладів освіти. Може бути використаний як навчальний посібник для аудиторних занять, а також для проведення контрольних, розрахункових, домашніх робіт стаціонарної, заочної та дистанційної форм навчання. В цьому збірнику запропоновано понад півтори тисячі задач. До кожної теми подано основні формули з курсу фізики, а також наведено приклади розв'язування задач. Збірник містить відповіді до задач та довідкові таблиці.

Адресовано студентам та викладачам.

© М.Є.Чернова, Т.О.Кріцак, 2010

© ІФНТУНГ, 2010-12-13

ISBN

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Івано-Франківський національний технічний
університет нафти і газу

М.Є.Чернова, Т.О.Кріцак

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

*За загальною редакцією
доктора технічних наук,
професора,
академіка УНГА Б.О. Чернова*

Івано-Франківськ

2010

УДК 53 (076.1)

ББК 22.3

Ч–49

Рецензенти:

Я.В. Зауличний – докт. фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри металознавства та термічної обробки інженерно-фізичного факультету Національного технічного університету України «КПІ»;

С.І. Мудрий – докт. фіз.-мат. наук, професор кафедри фізики металів Львівського національного університету ім. І.Франка;

О.Є. Федоров – канд. техн. наук, доцент кафедри фізики

М.Є. Чернова, Т.О. Кріцак

Ч-49 Збірник задач з фізики. – Івано-Франківськ: Факел, 2010.-379с.

ISBN

Посібник призначений для навчального процесу під час вивчення загального курсу фізики чи окремих її розділів студентами вищих технічних закладів освіти. Може бути використаний як навчальний посібник для аудиторних занять, а також для проведення контрольних, розрахункових, домашніх робіт стаціонарної, заочної та дистанційної форм навчання. В цьому збірнику запропоновано понад півтори тисячі задач. До кожної теми подано основні формули з курсу фізики, а також наведено приклади розв'язування задач. Збірник містить відповіді до задач та довідкові таблиці.

Адресовано студентам та викладачам.

© М.Є. Чернова, Т.О. Кріцак, 2010

© ІФНТУНГ, 2010-12-13

ISBN

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	5
Методичні рекомендації	6
Розділ I МЕХАНІКА	7
Фізичні основи механіки	7
§ 1 Кінематика	11
§ 2 Динаміка	22
§ 3 Обертний рух твердих тіл	37
§ 4 Елементи механіки суцільних середовищ	53
Розділ II МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА	66
§ 5 Газові закони. Рівняння стану ідеального газу	69
§ 6 Молекулярно-кінетична теорія газів	74
§ 7 Елементи статичної фізики	79
§ 8 Фізичні основи термодинаміки	93
§ 9 Реальні гази, рідини і тверді тіла	109
Розділ III ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ	126
§ 10 Електростатика	127
§ 11 Постійний електричний струм	149
§ 12 Електромагнетизм	171
Розділ IV КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ	195
§ 13 Гармонічний коливальний рух і хвилі	196
§ 14 Акустика	210

§ 15 Електромагнітні коливання і хвилі	218
Розділ V ОПТИКА	231
§ 16 Геометрична оптика і фотометрія	231
§ 17 Хвильова оптика	242
§ 18 Елементи теорії відносності	255
§ 19 Теплове випромінювання	261
Розділ VI ФІЗИКА АТОМА І АТОМНОГО ЯДРА	270
§ 20 Квантова природа світла і хвильові властивості частинок	270
§ 21 Атом Бора. Рентгенівські промені	279
§ 22 Радіоактивність	288
§ 23 Ядерні реакції	294
§ 24 Елементарні частинки. Прискорювачі частинок	300
Відповіді та розв'язки	304
Додатки	
Додаток А. Деякі математичні відомості	355
Додаток Б. Таблиці фізичних констант	360
Додаток В. Періодична система хімічних елементів Д.І.Менделєєва	375
Перелік використаних джерел	377

ПЕРЕДМОВА

Це видання є посібником для вищих технічних навчальних закладів, оскільки складений відповідно до програми з курсу фізики, з врахуванням програми тих спецкурсів, які читаються в технічних вузах, базуючись на основах курсу фізики.

На початку кожної теми подано короткі теоретичні відомості і приклад розв'язування задач. Збірник містить також таблиці фізичних величин, які використовуються при рішенні задач, а також короткі математичні відомості, які полегшують роботу зі збірником задач.

У цьому виданні використано також задачі з відомих джерел, посилання на які автори подають на кінцевій сторінці посібника.

Збірник представляє собою навчально-методичний матеріал для використання викладачами і студентами вищих технічних навчальних закладів, а також може бути корисним для студентів дистанційної форми навчання.

Загальне редагування збірника виконано академіком УНГА, доктором технічних наук, професором кафедри загальної та прикладної фізики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу, Б.О. Черновим.

Автори будуть дуже вдячні за відгуки, зауваження та пропозиції, подані на адресу кафедри університету, щодо покращення представленого видання для користувачів.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

Розв'язування задач є важливим під час вивчення курсу фізики, але разом з тим є неможливим без вивчення теоретичних основ, тому автори рекомендують:

1). обов'язково засвоїти *теоретичний матеріал*, що стосується обраного розділу, оскільки одержання нормальних результатів без розуміння суті знань не додає;

2). *вдумливо прочитати умову задачі*, записавши її у скороченому виді, та зробити, по-можливості, *рисунок*, що забезпечить гарантію вірного рішення;

3). *з'ясувати суть тих фізичних явищ*, про які йдеться в задачі, і описати їх за допомогою фізичних формул з врахуванням меж використання тих чи інших фізичних законів, а також враховуючи як саме відбуваються зміни в даному фізичному процесі: інтегрально чи стрибкоподібно;

4). *вивести кінцеву формулу і одиниці* вимірювання шуканої величини;

5). *підставити числові дані* задачі у кінцеву формулу з використанням необхідної інформації з додаткових таблиць фізичних величин, які містяться в додатку Б;

6). *переконатися*, що знайдена величина *має сенс* (чи то порівняти з табличними даними, чи то звернутися до розв'язків, наведених у збірнику).

РОЗДІЛ І МЕХАНІКА

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

Таблиця 1 Механічні одиниці вимірювання

Величина і її позначення	Рівняння за якими визначають одиниці вимірювання	Одиниці вимірювання	Скорочене позначення одиниці вимірювання
<i>ОСНОВНІ ОДИНИЦІ</i>			
Довжина ℓ		метр	m
Маса m		кілограм	kg
Час t		секунда	s
<i>ПОХІДНІ ОДИНИЦІ</i>			
Площа S	$S = \ell^2$	квадратний метр	m^2
Об'єм V	$V = \ell^3$	кубічний метр	m^3
Частота ν	$\nu = 1/T$	герц	$Гц$
Швидкість кутова ω	$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$	радіан за секунду	$рад/с$
Прискорення кутове ε	$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$	радіан за секунду в квадраті	$рад/с^2$
Швидкість лінійна v	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	метр за секунду	$м/с$
Прискорення лінійне a	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	метр за секунду в квадраті	$м/с^2$
Густина ρ	$\rho = \frac{m}{V}$	кілограм на кубічний метр	$кг/м^3$
Сила F	$F = ma$	ньютон	N

Тиск p	$p = \frac{F}{S}$	паскаль	Па
Імпульс p	$p = m\vartheta$	кілограм-метр за секунду	кг·м/с
Момент інерції I	$I = mr^2$	кілограм-метр в квадраті	кг·м ²
Робота A і енергія E	$A = FS$	джоуль	Дж
Потужність N	$N = \frac{A}{\Delta t}$	ватт	Вт
Динамічна в'язкість η	$\eta = \frac{F}{S} \frac{\Delta x}{\Delta \vartheta}$	паскаль- секунда	Па·с
Кінематична в'язкість ν	$\nu = \frac{\eta}{\rho}$	квадратний метр за секунду	м ² /с

Таблиця 2 Міжнародна система одиниць

Величина	Одиниця вимірювання і її зв'язок з одиницями системи СІ
Довжина	$10^{-3} \text{ км} = 10 \text{ дм} = 10^2 \text{ см} = 10^3 \text{ мм} = 1 \text{ м}$ $1 \text{ мікрон (мкм)} = 10^{-6} \text{ м}$ $1 \text{ ангстрем (Å)} = 10^{-10} \text{ м}$ $1 \text{ астрономічна одиниця (а.о.)} =$ $= 1,49598 \cdot 10^{11} \text{ м}$ $1 \text{ світловий рік (св. рік)} = 9,4605 \cdot 10^{15} \text{ м}$ $1 \text{ парсек (пк)} = 3,0857 \cdot 10^{16} \text{ м}$ $1 \text{ морська миля} = 1,852 \text{ км} = 1852 \text{ м}$ $1 \text{ сухопутна миля} = 1,609344 \text{ км} =$ $1609,344 \text{ м}$ $1 \text{ ярд} = 3 \text{ фути} = 0,9144 \text{ м}$ $1 \text{ фут} = 12 \text{ дюйм} = 30,48 \text{ см} = 0,3048 \text{ м}$ $1 \text{ дюйм} = 2,54 \text{ см} = 0,0254 \text{ м}$

Маса	$10^3 \text{ грам (г)} = 1 \text{ кг}$ $1 \text{ центнер (ц)} = 100 \text{ кг}$ $1 \text{ тона (т)} = 10^3 \text{ кг}$ $1 \text{ атомна одиниця маси: (а.о.м.)} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $1 \text{ слаг} = 14,594 \text{ кг}$ $1 \text{ фунт} = 16 \text{ унцій} = 0,4536 \text{ кг}$ $1 \text{ унція} = 28,35 \text{ г} = 0,02835 \text{ кг}$ $1 \text{ карат (кар)} = 0,2 \text{ г} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$
Плоский кут	$1 \text{ градус (}^\circ\text{)} = 60 \text{ хвилин (')} = 3600 \text{ секунд (")}$ $1 \text{ повний оберт по колу (об)} = 360^\circ$ $360^\circ = 2\pi \text{ радіан (рад)} = 6,28 \text{ рад}$ $180^\circ = 3,14 \text{ рад}$ $90^\circ = 1,57 \text{ рад}$ $1^\circ = 1,745 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$ $1' = 2,91 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$ $1'' = 4,8481 \cdot 10^{-6} \text{ рад}$ $57,3^\circ = 1 \text{ рад}$
Площа	$10^{-6} \text{ км}^2 = 10^2 \text{ дм}^2 = 10^4 \text{ см}^2 = 10^6 \text{ мм}^2 = 1 \text{ (м}^2\text{)}$ $1 \text{ ар (а)} = 100 \text{ м}^2$ $1 \text{ гектар (га)} = 100 \text{ а} = 10^4 \text{ м}^2$
Об'єм	$10^3 \text{ дм}^3 = 10^6 \text{ см}^3 = 10^9 \text{ мм}^3 = 1 \text{ м}^3$ $1 \text{ літр (л)} = 1 \text{ дм}^3 = 10^{-3} \text{ м}^3$ $1 \text{ бушель} = 8 \text{ галонів (брит.)} = 36,37 \text{ л}$ $1 \text{ галон (брит.)} = 4,546 \text{ л}$ $1 \text{ галон (США)} = 3,785 \text{ л}$
Сила	$1 \text{ кілограм-сила (кг)} = 9,81 \text{ Н}$ $1 \text{ дина (дн)} = 10^{-5} \text{ Н}$
Тиск	$1 \text{ дин/см}^2 = 0,1 \text{ Па}$ $1 \text{ кг/м}^2 = 9,81 \text{ Па}$ $1 \text{ технічна атмосфера (ат)} =$ $= 98,066 \cdot 10^3 \text{ Па}$ $1 \text{ фізична атмосфера (атм)} =$ $= 101,3 \cdot 10^3 \text{ Па}$ $1 \text{ мм. водяного стовпа (мм. вод. ст.)} =$ $= 9,806 \text{ Па}$ $1 \text{ мм ртутного стовпа (мм. рт. ст.)} =$ $= 133,3224 \text{ Па}$ $1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$

Робота, енергія, кількість теплоти	$1 \text{ ерг} = 10^{-7} \text{ Дж}$ $1 \text{ кгс} \cdot \text{м} = 9,806 \text{ Дж}$ $1 \text{ ват} \cdot \text{година} (Вт \cdot \text{год}) = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ $1 \text{ електрон-вольт} (ев) = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ $1 \text{ калорія} (кал) = 4,19 \text{ Дж}$ $1 \text{ кінська сила} \cdot \text{година} (к.с. \cdot \text{год}) = 2,65 \cdot 10^6 \text{ Дж}$
Потужність	$1 \text{ кілограм сила} \cdot \text{метр за секунду} (кг \cdot \text{м}/с) = 9,8 \text{ Вт}$ $1 \text{ ерг}/с = 10^{-7} \text{ Вт}$ $1 \text{ кінська сила} (к.с.) = 735,499 \text{ Вт}$ $1 \text{ калорія за секунду} (кал/с) = 4,19 \text{ Вт}$ $1 \text{ кілокалорія за годину} (ккал/год) = 1,163 \text{ Вт}$
Динамічна в'язкість	$1 \text{ пуаз} (пз) = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с}$ $1 \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2 = \text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}) = \text{Па} \cdot \text{с}$
Кінематична в'язкість	$1 \text{ стокс} (Ст) = 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$
Поверхневий натяг	$1 \text{ кг}/\text{с}^2 = 1 \text{ Н}/\text{м}$ $1 \text{ дин}/\text{см} = 10^{-3} \text{ Н}/\text{м}$
Нормальне напруження	$1 \text{ Н}/\text{м}^2 = 1 \text{ кг}/(\text{с}^2 \cdot \text{м}) = 1 \text{ Па}$
Модуль пружності	$1 \text{ кгс на мм}^2 = 1 \text{ кг}/\text{мм}^2 = 9,81 \cdot 10^6 \text{ Па}$
Модуль зсуву	$1 \text{ кгс на см}^2 = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Па}$

§ 1. КІНЕМАТИКА

Швидкість *прямо лінійного* руху

$$v = \frac{dS}{dt}, \quad (1)$$

прискорення

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dS}{dt^2} \quad (2)$$

У випадку *прямо-лінійного* рівномірного руху

$$v = \frac{S}{t} = \text{const} \quad (3)$$

і $a=0$.

У випадку *прямо-лінійного* рівнозмінного руху рівняння (1) і (2) мають вигляд:

$$\begin{aligned} S &= v_0 t \pm \frac{at^2}{2} \\ v &= v_0 \pm at \\ a &= \text{const} \end{aligned}$$

В цих рівняннях прискорення додатне під час *рівноприскореного* руху і від'ємне під час *рівносповільненого*.

Під час *криволінійного* руху повне прискорення дорівнює:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \quad (4)$$

де a_τ - тангенціальне прискорення:

$$a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt} \quad (5)$$

a_n – нормальне (до-центрове) прискорення:

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (6)$$

v - швидкість руху;

R – радіус кривизни траєкторії в даній точці.

Під час *обертового* руху кутова швидкість:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad (7)$$

а кутове прискорення

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (8)$$

У випадку *рівно-мірного обертового* руху кутова швидкість виражається рівнянням:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu, \quad (9)$$

де T – період обер-тання;

ν - частота обертання, тобто число обертів за одиницю часу.

Зв'язок між лінійною і кутовою швидкостями:

$$v = \omega \cdot r. \quad (10)$$

Зв'язок тангенці-ального і нормального прискорення відповідно з кутовим прискоренням і кутовою швидкістю:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot R$$

і

$$a_n = \omega^2 R \quad (11)$$

Таблиця 3

**Зіставлення рівнянь поступального та
обертового рухів**

Поступальний рух	Обертовий рух
рівномірний	рівномірний
$s = \vartheta t$ $\vartheta = const$ $\alpha = 0$	$\varphi = \omega t$ $\omega = const$ $\varepsilon = 0$
рівнозмінний	рівнозмінний
$s = \vartheta_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$ $\vartheta = \vartheta_0 + \alpha t$ $\alpha = const$	$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ $\varepsilon = const$
нерівномірний	нерівномірний
$\vartheta = \frac{ds}{dt}$ $\alpha = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$

Приклад розв'язання задачі

Автомобіль руха-ється по заокругленому шосе,

радіус кривизни якого становить $R = 50$ м. Закон руху автомобіля задається рівнянням $S = A + Bt - Ct^2$. Визначити швидкість автомобіля, його тангенціальне, нормальне та повне прискорення в момент часу $t = 5$ с, якщо $A = 10$ м, $B = 10$ м/с і $C = 0,5$ м/с².

Розв'язання

Взявши похідну від шляху по часу, одержимо вираз для швидкості:

$$v = \frac{dS}{dt} = B - 2Ct$$

Підставивши числові значення, визначимо значення швидкості в даний момент часу $v = 5$ (м/с).

Тангенціальне прискорення визначимо, взявши похідну від швидкості за часом:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = -1 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Одержане значення тангенціального прискорення вказує на те, що автомобіль рухається рівносповільнено.

Нормальне прискорення автомобіля дорівнює:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = 0,5 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Повне прискорення знаходимо як геометричну суму тангенціального та нормального прискорень, величина його дорівнює:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 1,12 \text{ м/с}^2.$$

Напрямок повного прискорення визначається кутом, утвореним вектором повного прискорення з напрямом радіуса кривизни або з напрямом нормального

прискорення:

$$\cos \varphi = \frac{a_n}{a} = 0,446,$$

отже

$$\varphi = 63^\circ 30'.$$

Розрахункові задачі

1.1 Першу половину часу свого руху автомобіль рухався зі швидкістю 80 км/год, а другу половину часу зі швидкістю 40 км/год. Яка середня швидкість руху автомобіля?

1.2 Першу половину свого шляху автомобіль рухався зі швидкістю 80 км/год, а другу половину - зі швидкістю 40 км/год. Яка середня швидкість руху автомобіля?

1.3 Студент проїхав першу половину шляху на велосипеді зі швидкістю 16 км/год, а половину часу, що залишився, він їхав із швидкістю 12 км/год. Далі, до кінця шляху, він йшов пішки зі швидкістю 5 км/год. Визначити середню швидкість руху студента на всьому шляху.

1.4 Човен, рухаючись перпендикулярно до берега, зі швидкістю 7,5 км/год, опинився на другому боці берега на 150 м нижче за течією. Ширина ріки 500 м. Визначити: **1)** швидкість течії ріки; **2)** час, затрачений на переправу через річку.

1.5 Вагон рухається рівносповільнено з прискоренням 0,5 м/с². Початкова швидкість вагона 54 км/год. Через скільки часу та на якій відстані від початкового положення вагон зупиниться?

1.6 Середнє значення швидкості руху тіла рівне 9 м/с. Визначити тривалість руху, якщо швидкість тіла

змінюється за законом $v = (3+4t) \text{ м/с}$.

1.7 Матеріальна точка рухається вздовж прямої так, що її прискорення лінійно збільшується, і за перші 10 с досягає значення 5 м/с^2 . Визначити швидкість точки і пройдений шлях в кінці десятої секунди.

1.8 Кінематичні рівняння руху двох матеріальних точок мають вигляд $x = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$ і $x = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, де $B_1 = 4 \text{ м/с}^2$, $C_1 = -3 \text{ м/с}^3$, $B_2 = -2 \text{ м/с}^2$, $C_2 = 1 \text{ м/с}^3$. Через який проміжок часу прискорення цих точок будуть рівними?

1.9 Кінематичні рівняння руху двох матеріальних точок мають вигляд $x = A + B_1t + C_1t^2$ та $x = A + B_2t + C_2t^2$, де $B_1 = B_2$, $C_1 = -2 \text{ м/с}^2$, $C_2 = 1 \text{ м/с}^2$. Через який проміжок часу швидкості цих точок будуть рівними та якими будуть прискорення цих точок?

1.10 Два тіла кинуті вертикально вгору з однієї точки, з однаковою початковою швидкістю 20 м/с , з інтервалом часу 1 с . Через який час після кидання другого тіла і на якій висоті тіла зустрінуться?

1.11 Тіло, кинуте вертикально вгору, повернулося на землю через 3 с . Якою була початкова швидкість тіла і на яку висоту воно піднялося? Опором повітря знехтувати.

1.12 З аеростату, який знаходиться на висоті 300 м , впав камінь. Через який час камінь досягне землі, якщо: 1) аеростат піднімається зі швидкістю 5 м/с ; 2) аеростат опускається зі швидкістю 5 м/с ; 3) аеростат завис нерухомо?

1.13 Тіло вільно падає з висоти 20 м . Який шлях воно пройде за першу і останню $0,1 \text{ с}$ свого руху? Опір повітря не враховувати.

1.14 Тіло вільно падає з висоти 1 км . Нехтуючи опором повітря, визначити, скільки часу затратить тіло

на проходження перших 10 м свого шляху і останніх 10 м свого шляху.

1.15 Вільно падаюче тіло, за останню секунду свого падіння, проходить половину свого шляху. Визначити висоту і час його падіння.

1.16 Тіло *A* починає рухатись рівноприскорено з початковою швидкістю 2 м/с. Через 10 с після початку руху тіла *A* з цієї ж точки починає рухатись тіло *B*, з початковою швидкістю 12 м/с і з тим самим прискоренням. При якому найбільшому значенні прискорення, тіло *B* наздожене тіло *A*?

1.17 Аеростат піднімається вертикально вгору з прискоренням 3 м/с². Через 5 с від початку руху, з нього випав предмет. За який час цей предмет впаде на землю?

1.18 З башти, висотою 25 м, горизонтально кинули камінь зі швидкістю 15 м/с. Через скільки часу і на якій відстані від основи башти камінь упаде на землю?

1.19 З башти, висотою 25 м, горизонтально кинули камінь зі швидкістю 15 м/с. З якою швидкістю і під яким кутом до горизонту камінь упаде на землю?

1.20 Камінь, кинутий горизонтально, через 0,5 с після початку руху набув швидкості у 1,5 рази більшої за початкову. Визначити початкову швидкість каменя. Опором повітря знехтувати.

1.21 Із однієї точки вилітають одночасно дві частинки з горизонтальними протилежно напрямленими швидкостями 2 м/с і 5 м/с. Через який час кут між напрямками швидкостей цих частинок стане рівний 90°?

1.22 Тіло, кинуте під кутом до горизонту, перебувало в польоті 2,2 с. Визначити найбільшу висоту підйому тіла. Опором повітря знехтувати.

1.23 З башти, висотою 25 м, кинули камінь зі швидкістю 15 м/с під кутом 30° до горизонту. Визначити: 1) час польоту каменя; 2) з якою швидкістю та на якій відстані від основи башти він упаде на землю; 3) кут падіння до горизонту.

1.24 Тіло кинули під кутом до горизонту. Виявилось, що максимальна висота підйому рівна четвертій частині дальності польоту. Нехтуючи опором повітря, визначити під яким кутом було кинуте тіло.

1.25 Камінь кинули горизонтально зі швидкістю 15 м/с. Визначити нормальне і тангенціальне прискорення каменя через 1 с після початку руху. Опором повітря знехтувати.

1.26 Камінь кинули горизонтально зі швидкістю 10 м/с. Визначити радіус кривизни траєкторії каменя через 3 с після початку руху. Опором повітря знехтувати.

1.27 Камінь, кинутий зі швидкістю 12 м/с під кутом 45° до горизонту, впав на землю на деякій відстані від місця кидання. З якої висоти треба кинути камінь горизонтально з тією ж початковою швидкістю, щоб дальність польоту в обох випадках була однаковою?

1.28 Тіло кинули зі швидкістю 14,7 м/с під кутом 30° до горизонту. Знайти нормальне і тангенціальне прискорення тіла через 1,25 с після початку руху. Опором повітря знехтувати.

1.29 На вершину похилої площини падає кулька з висоти 2 м. Якою буде відстань між першим і другим ударами кульки об похилу площину, якщо кут нахилу цієї площини до горизонту 30° ? Удари вважати абсолютно пружними.

1.30 Пожежник направляє струмину води на дах

будинку, висота якого 20 м . На якій відстані по горизонталі від пожежника, і з якою швидкістю падає струмина води на дах будинку, якщо максимальна висота підняття струмини води 30 м , а початкова швидкість струмини води, що виринається зі шланга, дорівнює 35 м/с ?

1.31 Зі шланга, який знаходиться під кутом 45° до горизонту, витікає вода з початковою швидкістю 10 м/с . Площа перерізу отвору шланга 5 см^2 . Визначити масу струмини води, яка перебуває в повітрі.

1.32 Тіло кинули зі швидкістю 10 м/с під кутом 45° до горизонту. Визначити радіус кривизни траєкторії тіла через 1 с після початку руху. Опором повітря знехтувати.

1.33 Тіло кинули зі швидкістю v_0 під деяким кутом до горизонту. Визначити величину початкової швидкості, якщо відомо, що найбільша висота піднімання тіла 3 м , а радіус кривизни траєкторії тіла у верхній точці траєкторії 3 м . Опором повітря знехтувати.

1.34 Металева смуга перемотується з одного циліндричного вала на другий зі сталою лінійною швидкістю 30 м/с . Визначити кутову швидкість обертання першого циліндричного вала через час $31,4\text{ с}$ після початку його перемотування. Початковий радіус вала з намотаною смугою $0,5\text{ м}$, а товщина смуги $0,3\text{ мм}$.

1.35 Колесо обертається зі сталим кутовим прискоренням 3 рад/с^2 . Визначити радіус колеса, якщо через одну секунду після початку руху повне прискорення колеса стало рівним $7,5\text{ м/с}^2$.

1.36 Лінійна швидкість точки, що знаходиться на ободі колеса, в три рази більша за лінійну швидкість точки, що знаходиться на 6 см ближче до його осі

обертання. Визначити радіус колеса.

1.37 Колесо, радіусом $0,1\text{ м}$, обертається так, що залежність його кута повороту радіуса від часу задається рівнянням $\varphi = A + Bt - Ct^3$, де $B = 2\text{ рад/с}$ і $C = 1\text{ рад/с}^3$. Визначити для точок, які лежать на ободі колеса, через 2 с після початку руху значення наступних величин: 1) кутову швидкість; 2) лінійну швидкість; 3) кутове прискорення; 4) тангенціальне прискорення; 5) нормальне прискорення.

1.38 Колесо, яке обертається рівноприскорено, досягло кутової швидкості 20 рад/с через 10 обертів після початку обертання. Визначити кутове прискорення колеса.

1.39 Колесо, яке обертається рівносповільнено, при гальмуванні зменшило свою швидкість за одну хвилину з 300 об/хв до 180 об/хв . Визначити кутове прискорення колеса і число обертів, що його зробило колесо за цей час.

1.40 Вентилятор обертається зі швидкістю, яка відповідає частоті 900 об/хв . Після виключення, вентилятор обертається рівносповільнено і до зупинки робить 75 обертів. Визначити, через який час вентилятор зупиниться.

1.41 Точка рухається по колу радіус якого 20 см зі сталим тангенціальним прискоренням 5 см/с^2 . Через який час після початку руху нормальне прискорення точки буде рівним тангенціальному?

1.42 Колесо обертається зі сталим кутовим прискоренням 2 рад/с^2 . Через $0,5\text{ с}$ після початку руху повне прискорення колеса дорівнює $13,6\text{ см/с}^2$. Визначити радіус колеса.

1.43 Колесо радіусом 5 см обертається так, що залежність кута повороту від часу задається рівнянням

$\varphi = A+Bt+Ct^2+Dt^3$, де $D=1 \text{ рад/с}^3$. Визначити для точок що знаходяться на ободі колеса зміну тангенціального прискорення за кожен секунду руху.

1.44 Колесо радіусом 10 см обертається так, що залежність лінійної швидкості точок, що лежать на ободі колеса, від часу задається рівнянням $v = At+Bt^2$, де $A = 3 \text{ см/с}^2$ і $B = 1 \text{ см/с}^3$. Визначити кут, утворений вектором повного прискорення і радіусом колеса, в початковий момент часу.

1.45 Два диски знаходяться на одній вісі, на віддалі $0,5 \text{ м}$ один від одного і обертаються з однаковою кутовою швидкістю, яка відповідає частоті 1600 об/хв . Куля, що летить вздовж вісі, пробиває обидва диски, в результаті чого отвір від кулі в другому диску зміщений по відношенні до отвору в першому на кут рівний 12° . Визначити швидкість кулі.

1.46 Визначити, у скільки разів нормальне прискорення точки, що лежить на ободі колеса, яке обертається, більше її тангенціального прискорення у момент часу, коли повне прискорення цієї точки утворює кут 30° з вектором її лінійної швидкості.

1.47 Точка рухається по колу, радіус якого 10 см , зі сталим тангенціальним прискоренням. Визначити тангенціальне прискорення цієї точки, якщо до кінця п'ятого оберту після початку руху швидкість її стала $79,2 \text{ см/с}$.

1.48 Точка рухається по колу, радіус якого 2 см . Залежність шляху від часу задається рівнянням $x = Ct^3$, де $C = 0,1 \text{ см/с}^3$. Визначити нормальне і тангенціальне прискорення точки в момент, коли лінійна швидкість точки рівна $0,3 \text{ м/с}$.

1.49 Точка рухається по колу так, що залежність шляху від часу задається рівнянням $S = A+Bt+Ct^2$, де

$B = -2 \text{ м/с}$, $C = 1 \text{ м/с}^2$. Визначити лінійну швидкість точки, її тангенціальне, нормальне і повне прискорення через 3 с після початку руху, якщо відомо, що нормальне прискорення точки через 2 с після початку руху рівне $0,5 \text{ м/с}^2$.

1.50 Колесо обертається так, що залежність кута повороту від часу задається рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де $B = 1 \text{ рад/с}$, $C = 1 \text{ рад/с}^2$, $D = 1 \text{ рад/с}^3$. Визначити радіус колеса, якщо відомо, що до кінця другої секунди руху нормальне прискорення точок, які лежать на ободі колеса, стало рівним 346 м/с^2 .

ПЕРЕДМОВА

Це видання є посібником для вищих технічних навчальних закладів, оскільки складений відповідно до програми з курсу фізики, з врахуванням програми тих спецкурсів, які читаються в технічних вузах, базуючись на основах курсу фізики.

На початку кожної теми подано короткі теоретичні відомості і приклад розв'язування задач. Збірник містить також таблиці фізичних величин, які використовуються при рішенні задач, а також короткі математичні відомості, які полегшують роботу зі збірником задач.

У цьому виданні використано також задачі з відомих джерел, посилання на які автори подають на кінцевій сторінці посібника.

Збірник представляє собою навчально-методичний матеріал для використання викладачами і студентами вищих технічних навчальних закладів, а також може бути корисним для студентів дистанційної форми навчання.

Загальне редагування збірника виконано академіком УНГА, доктором технічних наук, професором кафедри загальної та прикладної фізики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу, Б.О. Черновим.

Автори будуть дуже вдячні за відгуки, зауваження та пропозиції, подані на адресу кафедри університету, щодо покращення представленого видання для користувачів.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

Розв'язування задач є важливим під час вивчення курсу фізики, але разом з тим є неможливим без вивчення теоретичних основ, тому автори рекомендують:

1). обов'язково засвоїти *теоретичний матеріал*, що стосується обраного розділу, оскільки одержання формальних результатів без розуміння суті знань не додає;

2). *вдумливо прочитати умову задачі*, записавши її у скороченому виді, та зробити, по-можливості, *рисунок*, що забезпечить гарантію вірного рішення;

3). *з'ясувати суть тих фізичних явищ*, про які йдеться в задачі, і описати їх за допомогою фізичних формул з врахуванням меж використання тих чи інших фізичних законів, а також враховуючи як саме відбуваються зміни в даному фізичному процесі: інтегрально чи стрибкоподібно;

4). *вивести кінцеву формулу і одиниці* вимірювання шуканої величини;

5). *підставити числові дані* задачі у кінцеву формулу з використанням необхідної інформації з додаткових таблиць фізичних величин, які містяться в додатку Б;

6). переконатися, що знайдена величина *має сенс* (чи то порівняти з табличними даними, чи то звернутися до розв'язків, наведених у збірнику).

§2. Динаміка

Основний закон динаміки (другий закон Ньютона) виражається рівнянням:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = d(m\vec{v}) \quad (2.1)$$

Якщо маса є сталою ($m = \text{const}$), то

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}, \quad (2.2)$$

де $\vec{a}$ - прискорення, якого набуває тіло під дією сили $\vec{F}$.

Закон всесвітнього тяжіння:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.3)$$

де

$G = 6,670 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$ – гравітаційна стала;

m_1 і m_2 – маси взаємодіючих тіл;

r – відстань між ними.

Сила тертя ковзання

$$F_{Tp} = -\mu N, \quad (2.5)$$

де μ – коефіцієнт тертя ковзання;

N – сила нормального тиску.

Сила тертя кочення:

$$F_{Tp} = \mu_k \frac{N}{r}, \quad (2.5.1)$$

де r – радіус тіла, що котиться,

μ_k – коефіцієнт тертя кочення (з одиницею вимірювання M).

Робота сили F при переміщенні S може бути виражена формулою:

$$A = \int_s F_s ds, \quad (2.6)$$

де F_s – проекція сили на напрям переміщення,
 ds – модуль елементарного переміщення.

Робота, яка виконується при переміщенні тіла у центральносиметричному полі тяжіння, визначається формулою:

$$A = GMm \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (2.7)$$

де M – маса джерела поля;

m – маса тіла;

r_1 і r_2 – відстані тіла від центра симетрії джерела, що відповідають початковому та кінцевому стану тіла.

Робота, яка виконується при переміщенні в однорідному полі тяжіння Землі:

$$A = mg\Delta h, \quad (2.8)$$

де Δh – зміна відстані тіла до поверхні Землі.

Робота сили пружності:

$$A = \frac{\kappa x_1^2}{2} - \frac{\kappa x_2^2}{2}, \quad (2.9)$$

де x_1 та x_2 – відповідно початкова та кінцева абсолютна деформація пружини.

Миттєва потужність:

$$N = \frac{dA}{dt} = F \vartheta \cos \alpha \quad (2.10)$$

тобто потужність визначається добутком проекції сили на напрям руху і швидкості руху.

Кінетична енергія тіла:

$$W_k = \frac{m g^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \quad (2.11)$$

Зміна кінетичної енергії тіла:

$$A = W_{k2} - W_{k1} \quad (2.12)$$

Закон збереження енергії в механіці:

$$W_k + U = \text{const} \quad (2.13)$$

Приклад розв'язання задачі

Визначити числове значення другої космічної швидкості тіла запущеного з поверхні Землі.

Розв'язання

Мінімальна швидкість, яку треба надати тілу, щоб перемістити його з поверхні Землі на нескінченість, має назву другої космічної швидкості (опір повітря до уваги не береться).

Нехай тіло масою m перебуває на віддалі r від центра Землі; на тіло діє сила притягання Землі, яка виражається формулою:

$$F_{np} = G \frac{Mm}{r^2}$$

Роботу зовнішньої сили, яка затрачається на переміщення тіла з поверхні Землі ($r = R$) на нескінченість ($r = \infty$), знайдемо так:

$$A = \int_{r=R}^{\infty} F dr = \int_{r=R}^{\infty} G \frac{Mm}{r^2} dr =$$

$$= GMm \int_{r=R}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = GMm \frac{1}{R}.$$

Ця робота виконується за рахунок кінетичної енергії, наданої тілу на поверхні Землі. Таким чином:

$$\frac{m g^2}{2} = G \frac{Mm}{R},$$

звідки

$$g_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}.$$

Підставивши числові значення одержимо, що:

$$g_2 = 11,1 \text{ км/с}.$$

Розрахункові задачі

2.1 Автомобіль під час руху по горизонтальній ділянці дороги з вимкненим двигуном зменшив швидкість з 72 км/год до 36 км/год, пройшовши шлях 75 м. Визначити коефіцієнт тертя під час руху автомобіля.

2.2 Тролейбус, рухаючись зі стану спокою, на шляху 50 м набув швидкості 36 км/год. Сила тяги двигуна троллейбуса 14 кН, а коефіцієнт опору – 0,4. Яка маса троллейбуса?

2.3 Тепловоз надає вагону прискорення 0,2 м/с². Маса вагона 80 т, а коефіцієнт опору рівний 0,03.

Буферна пружина у зчепленні тепловоза і вагона стиснулась на 10 мм. Визначити силу тяги тепловоза.

2.4 Тіло масою 100 г кинути вертикально вгору з початковою швидкістю 40 м/с. У верхній точці воно опинилось через 2 с. Знайти середнє значення сили опору повітря, що діяла на тіло під час його підйому.

2.5 В ліфті встановлено динамометр, який має пружину жорсткістю 280 Н/м. До динамометра підвісили тіло масою 1 кг. Ліфт, піднімаючись вгору рівноприскорено на шляху 2 м, набуває швидкості 4 м/с. Визначити видовження пружини.

2.6 Якої маси баласт треба скинути з аеростата, що рухається рівномірно вниз, щоб він почав рухатися рівномірно вгору з тією ж швидкістю? Маса аеростата з баластом 1600 кг, піднімальна сила аеростата 12000 Н. Силу опору повітря вважати однаковою при русі вгору і вниз.

2.7 До нитки підвішений вантаж масою 1 кг. Визначити силу натягу нитки, якщо нитка з вантажем: 1) піднімається вгору з прискоренням 5 м/с², 2) з тим же прискоренням 5 м/с² опускається вниз.

2.8 Тіло масою 0,5 кг рухається прямолінійно і залежність пройденого шляху від часу задається рівністю $S = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, де $C = 5 \text{ м/с}^2$ і $D = 1 \text{ м/с}^3$. Визначити величину сили, що діє на тіло в кінці першої секунди руху.

2.9 Тіло масою m рухається так, що залежність пройденого шляху від часу задається рівнянням $S = A \cos \omega t$, де A і ω – сталі величини. Записати залежність зміни сили від часу.

2.10 Тіло масою m рухається в площині XU за законом $x = A \cos \omega t$, $y = B \sin \omega t$, де A , B і ω – деякі сталі. Визначити модуль сили, що діє на тіло.

2.11 Тіло масою 2 кг падає вертикально вниз із прискоренням 5 м/с². Визначити силу опору під час руху тіла.

2.12 Кулька масою 0,1 кг вертикально падає на похилу площину і пружно відбивається від неї без втрати швидкості. Кут нахилу площини до горизонту

рівний 30° . Імпульс сили, отриманий площиною за час удару, рівний $1,73 \text{ Н}\cdot\text{с}$. Скільки часу пройде від моменту удару кульки об площину до моменту, коли кулька буде знаходитись в найвищій точці траєкторії?

2.13 Струмина води перерізом 6 см^2 вдаряється об стінку під кутом 60° до нормалі і пружно відбивається від стінки без втрати швидкості. Визначити силу, що діє на стінку, якщо відомо, що швидкість течії води в струміні рівна 12 м/с .

2.14 До стелі трамвайного вагону підвісили на нитці кульку. У момент гальмування вагону його швидкість рівномірно змінюється за 3 с від 18 км/год до 6 км/год . На який кут відхилиться від вертикалі нитка з кулькою?

2.15 Визначити силу тяги, яку розвиває двигун автомобіля, що рухається вгору з прискоренням 1 м/с^2 . Нахил гори рівний 1 м на кожні 25 м шляху. Маса автомобіля 1 т , а коефіцієнт тертя $0,1$.

2.16 Тіло ковзає по похилій площині, що утворює з горизонтом кут 45° . Пройшовши відстань $36,4 \text{ см}$, тіло набуває швидкості 2 м/с . Чому дорівнює коефіцієнт тертя між тілом та площиною?

2.17 Тіло ковзає по похилій площині, що утворює з горизонтом кут 45° . Залежність пройденого тілом шляху від часу задається рівнянням $S = Ct^2$, де $C = 1,73 \text{ м/с}^2$. Визначити коефіцієнт тертя між тілом та площиною.

2.18 Під час швидкісного спуску, лижник рухався вниз по схилу, кут нахилу якого 45° , не відштовхуючись палками. Коефіцієнт тертя між лижами і снігом $0,1$. Сила опору повітря пропорційна квадрату швидкості $F = kv^2$, де $k = 0,7 \text{ кг/м}$. З якою максимальною швидкістю може рухатись лижник, якщо його маса з лижами становить 80 кг ?

2.19 Автомобіль при повністю включених гальмах (колеса не обертаються) може втриматись на ділянці похилої дороги з нахилом 30° . Який гальмівний шлях цього автомобіля на горизонтальній ділянці такої ж дороги, з тим же коефіцієнтом тертя, при швидкості автомобіля 72 км/год ?

2.20 Тіло ковзає спочатку по похилій площині з кутом нахилу 30° , а потім рухається по горизонтальній поверхні. Визначити, чому дорівнює коефіцієнт тертя, якщо відомо, що тіло проходить по горизонтальній поверхні таку саму відстань, як і по похилій площині.

2.21 Два вантажі масою 2 кг і 1 кг з'єднані ниткою, перекинутою через невагомий блок. Визначити прискорення з яким рухаються вантажі та силу натягу нитки. Тертям в блоці знехтувати.

2.22 Через блок перекинута нерозтяжна нитка, до кінців якої підвішене вантажі масами 2 кг і $0,5\text{ кг}$. Вся система знаходиться в ліфті, який рухається вгору з прискоренням 2 м/с^2 . Визначити силу тиску блоку на вісь, якщо нитка і блок невагомі.

2.23 До кінців нерозтяжної нитки, яка перекинута через невагомий блок, підвісили два вантажі загальною масою 30 кг . Коли вантажі прийшли в рух, то пройшовши кожний віддаль по 120 см , набувають швидкості 2 м/с . Визначити масу кожного вантажу.

2.24 Два бруски масами 1 кг і 4 кг , що з'єднані шнуром, лежать на столі. З яким прискоренням будуть рухатись бруски, якщо до одного із них прикласти силу 10 Н , направлену горизонтально? Якою буде сила натягу шнура, що з'єднує бруски, якщо силу 10 Н приклали: а) до першого бруска? б) до другого? Тертям знехтувати.

2.25 На скільки відсотків зменшується вага тіла на екваторі внаслідок обертання Землі навколо своєї вісі?

2.26 На екваторі деякої планети тіла важать у тричі менше, ніж на полюсі. Період обертання цієї планети 55 хв . Визначити густину планети, вважаючи її однорідною кулею.

2.27 Визначити густину планети, якщо тривалість доби 24 години і на екваторі тіла перебувають у стані невагомості.

2.28 Визначити середню густину землі, якщо відома гравітаційна стала.

2.29 Визначити числове значення першої космічної швидкості, тобто мінімальної горизонтально напрямле-ної швидкості, яку треба надати тілу, щоб його орбіта в полі тяжіння Землі стала коловою (тіло може пере-творитись у штучний супутник Землі).

2.30 Визначити числове значення другої космічної швидкості, тобто мінімальної горизонтально напрямле-ної швидкості, яку треба надати тілу, щоб його орбіта в полі тяжіння Землі стала параболічною (тіло може перетворитись у супутник Сонця).

2.31 Визначити числове значення другої космічної швидкості для Місяця.

2.32 Штучний супутник Місяця рухається по коловій орбіті на відстані 20 км від поверхні Місяця. Визначити лінійну швидкість руху цього супутника, а також його період обертання.

2.33 На якій висоті прискорення сили тяжіння рівне 25% від прискорення сили тяжіння на поверхні Землі?

2.34 На якій висоті від поверхні Землі прискорення сили тяжіння рівне 1 м/с^2 ?

2.35 У скільки разів кінетична енергія штучного супутника Землі, що рухається по коловій орбіті, менша за його гравітаційну потенціальну енергію?

2.36 Визначити силу, що діє на руки гімнаста, маса якого 60 кг, що “крутить сонце” на перекладині, в ниж-ній точці, якщо вся маса гімнаста зосереджена в його центрі маси і швидкість його у верхній точці траєкторії рівна нулю.

2.37 На якій відстані від осі обертання знаходиться намистинка, що вільно рухається вздовж кільця, раді-усом 0,5 м, яке обертається навколо вертикального діа-метру з кутовою швидкістю 5 рад/с ?

2.38 Відерце з водою, що прив’язане до шнура довжини 0,6 м, рівномірно обертається у вертикальній площині. Визначити: 1) мінімальну швидкість обертання відра, при якій вода з нього в найвищій точці не виливається, 2) силу натягу шнура при даній швидкості

в найвищій і найнижчій точках кола, якщо маса відерця з водою 2 кг .

2.39 Камінь, прив'язаний до шнура довжиною 50 см , рівномірно обертається у вертикальній площині. При якій частоті обертання шнур розірветься, якщо відомо, що він розривається при навантаженні рівному десяти-тикратній вазі каменя?

2.40 Камінь, прив'язаний до шнура, рівномірно обертається у вертикальній площині. Визначити масу каменя, якщо відомо, що різниця між максимальним і мінімальним значеннями навантаження шнура рівна 10 Н .

2.41 Кулька, прив'язана до шнура довжиною 30 см , описує в горизонтальній площині коло радіусом 15 см . Скільки обертів за хвилину робить кулька під час обертання?

2.42 Кулька масою 50 г , прив'язана до нитки, довжина якої 30 см , описує в горизонтальній площині коло, радіус якого 25 см . Яка сила натягу нитки, якщо частота обертання кульки 2 об/с ?

2.43 Диск обертається навколо вертикальної вісі, роблячи 30 об/хв . На відстані 20 см від вісі обертання на диску лежить тіло, і не скочується з нього. Чому дорівнює коефіцієнт тертя між тілом і диском?

2.44 Літак, що летить зі швидкістю 900 км/год , робить "мертву петлю". Яким є радіус «мертвої петлі», якщо найбільша сила, що притискає пілота до сидіння, рівна його п'ятикратній вазі?

2.45 Мотоцикліст рухається по горизонтальній дорозі зі швидкістю 72 км/год і робить поворот, радіус кривизни якого 100 м . Визначити кут нахилу мотоцикліста на віражі.

2.46 При вертикальному підйомі вантажу масою 2 кг на висоту 1 м , сталою силою була виконана робота 80 Дж . З яким прискоренням підіймали вантаж?

2.47 Літак злітає, і на висоті 5 км набуває швидкості 360 км/год . У скільки разів робота виконана під час підйому літака проти сили тяжіння є

більшою за роботу, яка йде на збільшення швидкості літака?

2.48 Яку роботу треба виконати, щоб заставити рухоме тіло масою 2 кг : 1) збільшити свою швидкість від 2 м/с до 5 м/с , 2) зупинитись при початковій швидкості 8 м/с ?

2.49 М'яч, що летить зі швидкістю 15 м/с , відкидається ударом ракетки в протилежному напрямі зі швидкістю 20 м/с . Визначити зміну імпульсу м'яча, якщо зміна його кінетичної енергії рівна $8,75\text{ Дж}$.

2.50 Камінь, кинутий горизонтально по поверхні льоду зі швидкістю 2 м/с , пройшов до повної зупинки шлях рівний $20,4\text{ м}$. Визначити коефіцієнт тертя між каменем і льодом, вважаючи його сталим на всій ділянці руху.

2.51. Вагон масою 2 т рухається рівносповільнено під дією сили тертя 6000 Н і через деякий час зупиняється. Визначити роботу сили тертя і відстань, яку пройде вагон до зупинки, якщо початкова швидкість вагона була рівною 54 км/год .

2.52 Трамвай рухається з прискоренням $0,5\text{ м/с}^2$. Визначити коефіцієнт тертя, якщо одна половина потужності двигуна йде на подолання сили тертя, а друга половина йде на збільшення швидкості руху.

2.53 Визначити роботу, яку треба виконати, щоб збільшити швидкість тіла, маса якого 1 кг , від 2 м/с до 6 м/с на шляху 10 м . На всій ділянці руху діє стала сила тертя рівна 2 Н .

2.54 На автомобіль, маса якого 1 т , під час руху діє стала сила тертя, яка рівна $0,1$ його ваги. Яку кількість бензину споживає двигун автомобіля на шляху $0,5\text{ км}$ для збільшення швидкості автомобіля від 10 км/год до 40 км/год , якщо к.к.д. двигуна дорівнює 20% , а питома теплота згорання бензину 46 МДж/кг ?

2.55 Яку кількість бензину споживає двигун автомобіля на шляху 100 км , якщо при середній потужності 15 к.с. середня швидкість його руху рівна 30 км/год ? К.к.д. двигуна 22% , а питома теплота згорання бензину 46 МДж/кг .

2.56 З башти, висота якої 25 м, горизонтально кинули камінь зі швидкістю 15 м/с. Визначити кінетичну і по-тенціальну енергії каменя через одну секунду після початку руху. Маса каменя рівна 0,2 кг. Опором повітря знехтувати.

2.57 Камінь, маса якого 0,2 кг, кинули під кутом 60° до горизонту зі швидкістю 15 м/с. Визначити кінетичну, потенціальну і повну енергії каменя: 1) через одну се-кунду після початку руху; 2) в найвищій точці траєкто-рії руху. Опором повітря знехтувати.

2.58 Камінь кинули під кутом 60° до горизонту. Кіне-тична енергія каменя в початковий момент часу рівна 20 Дж. Визначити кінетичну і потенціальну енергії ка-меня в найвищій точці його траєкторії. Опором повітря знехтувати.

2.59 Робота, затрачена на штовхання ядра, маса якого 0,2 кг, кинутого під кутом 60° до горизонту, рівна 216 Дж. Через скільки часу і на якій відстані від місця штовхання ядро впаде на землю? Опором повітря знехтувати.

2.60 Матеріальна точка, маса якої 10 г, рухається по колу радіусу 6,4 см зі сталим тангенціальним при-скоренням. Визначити величину тангенціального при-скорення, якщо до кінця другого оберту після початку руху, кінетична енергія матеріальної точки стала рівною 0,8 мДж.

2.61 З похилої площини, висота якої становить 1 м, а довжина 10 м, ковзає тіло масою 1 кг. Визначити: 1) кі-нетичну енергію тіла біля основи площини, 2) швидкість тіла біля основи площини, 3) відстань, пройдену тілом по горизонтальній ділянці шляху до зупинки. Коефі-цієнт тертя на всій ділянці руху вважати сталим і рівним 0,05.

2.62 З похилої площини, висота якої становить 0,5 м а довжина 1 м, ковзає тіло масою 3 кг, яке в кінці по-хилої площини набуває швидкості 2,45 м/с. Визначити: 1) коефіцієнт тертя між тілом та похилою площиною; 2) кількість теплоти, що виділяється під час тертя. Початкову швидкість тіла вважати рівною нулю.

2.63 Визначити потужність, яку розвиває двигун автомобіля масою 1 т , якщо відомо, що автомобіль їде зі сталою швидкістю 36 км/год : 1) по горизонтальній дорозі; 2) вгору з нахилом $0,05$; 3) з гори з тим самим на-хилом. Коефіцієнт тертя на кожній ділянці руху рівний $0,07$.

2.64 Насос викидає струмину води, діаметр якої 2 см , а швидкість 20 м/с . Визначити потужність, необхідну для викидання води.

2.65 Рівняння руху матеріальної точки, маса якої 2 кг , і яка рухається під дією деякої сили, має вигляд $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, $B = -2\text{ м/с}$; $C = 1\text{ м/с}^2$ і $D = -0,2\text{ м/с}^3$. Визначити потужність, що витрачається на рух точки, в момент часу, що рівний 2 с .

2.66 З рушниці, маса якої 5 кг , вилітає куля, масою 5 г , зі швидкістю 600 м/с . Визначити швидкість віддачі рушниці.

2.67 Людина, масою 60 кг , що біжить зі швидкістю 8 км/год , наздоганяє візок, який рухається зі швидкістю $2,9\text{ км/год}$, і заскакує на нього. Визначити: 1) з якою швидкістю буде рухатись візок; 2) з якою швидкістю рухатиметься візок, якщо людина бігла б йому наз-стріч?

2.68 Граната, що летить зі швидкістю 10 м/с , розри-вається на два осколки. Більший осколок, маса якого рівна 60% маси всієї гранати, продовжує рухатись у то-му ж напрямку зі швидкістю 25 м/с . Визначити швид-кість меншого осколка.

2.69 Два тіла масами 2 кг і $1,5\text{ кг}$ рухаються назустріч один одному зі швидкостями, відповідно 1 м/с і 2 м/с , і зазнають непружного удару. Скільки часу будуть руха-тись тіла після зіткнення, якщо коефіцієнт тертя рівний $0,05$?

2.70 З гармати, маса якої 5 т , вилітає снаряд масою 100 кг . Яку кінетичну енергію отримує гармата в резуль-таті віддачі, якщо кінетична енергія снаряда під час вильоту рівна $7,5\text{ МДж}$.

2.71 Тіло, маса якого $0,1\text{ кг}$, що рухається горизон-тально зі швидкістю 1 м/с , наздоганяє друге

тіло, маса якого 50 г , і зазнає непружної взаємодії. Яку швидкість отримають тіла після такої взаємодії, якщо: 1) друге тіло було нерухомим; 2) друге тіло рухалося зі швидкістю $0,5 \text{ м/с}$ у тому ж напрямку, що й перше тіло; 3) друге тіло рухалося зі швидкістю $0,5 \text{ м/с}$ у протилежному напрямку до руху першого тіла?

2.72 Ковзаняр, маса якого 70 кг , який стоїть на ковзанах на льоду, кидає в горизонтальному напрямку камінь масою 3 кг зі швидкістю 8 м/с . Визначити, на яку відстань відкотиться при цьому ковзаняр, якщо відомо, що коефіцієнт тертя між ковзанами і льодом рівний $0,02$.

2.73 Два ковзанярі, масами 80 кг і 50 кг , тримаючись за кінці довгого натягнутого шнура, нерухомо стоять на льоду один навпроти одного. Один з них починає вкорочувати шнур, тягнучи його зі швидкістю 1 м/с . З якими швидкостями v_1 і v_2 будуть рухатись по льоду ковзанярі? Тертям знехтувати.

2.74 Ковзаняр, що стоїть на льоду, кинув вперед вантаж, маса якого 5 кг , і внаслідок віддачі покотився назад зі швидкістю 1 м/с . Маса ковзаняра 60 кг . Визначити роботу, виконану ковзанярем під час кидання вантажу.

2.75 Тіло, масою 2 кг , що рухається зі швидкістю 3 м/с , наздоганяє друге тіло, масою 3 кг , яке рухається зі швидкістю 1 м/с . Визначити швидкості тіл, якщо: 1) удар був непружним, 2) удар був пружним. Удар вважати центральним. Тіла рухаються по одній прямій.

2.76 Тіло, масою 5 кг , вдаряється об нерухоме тіло, масою $2,5 \text{ кг}$, яке після удару починає рухатися з кінетичною енергією 5 Дж . Вважаючи удар центральним і пружним, знайти кінетичну енергію першого тіла до і після удару.

2.77 Тіло, масою 3 кг , що рухається зі швидкістю 4 м/с , вдаряється об нерухоме тіло такої самої маси. Вважаючи удар центральним і непружним, знайти кількість теплоти, що виділяється під час удару.

2.78 Два тіла, що рухаються назустріч одне одному зі швидкостями 2 м/с і 4 м/с , зазнають непружної взаємодії і починають рухатися в напрямку руху першого тіла зі швидкістю 1 м/с . У скільки разів кінетична енергія до удару першого тіла була більшою за кінетичну енергію другого тіла?

2.79 Дві кулі, що дотикаються, підвішені на пара-лельних нитках. Маса першої кулі $0,2 \text{ кг}$, маса другої $0,1 \text{ кг}$. Першу кулю відхиляють так, що її центр мас піднімається на висоту $4,5 \text{ см}$, і відпускають. На яку висоту піднімуться кулі після удару, якщо: 1) удар пружний, 2) удар не пружний?

2.80 Дві кулі, що дотикаються, підвішені на пара-лельних нитках довжиною 2 м . Маса першої кулі 10 кг , маса другої 15 кг . Першу кулю відхиляють на кут 60° і відпускають. На яку висоту піднімуться кулі після удару, якщо удар не пружний?

2.81 Куля, що летить горизонтально, попадає в брусок, що підвішений на дуже легкому жорсткому стержні, і застрягає в ньому. Маса кулі в 1000 разів менша маси бруска, відстань від точки підвісу стержня до центра мас бруска рівна 1 м . Визначити швидкість кулі, що летіла, якщо відомо, що стержень з бруском після удару відхилився на кут 10° .

2.82 Куля, що летить горизонтально, попадає в брусок, що підвішений на дуже легкому жорсткому стержні, і застрягає в ньому. Маса кулі 5 г а маса бруска $0,5 \text{ кг}$. Швидкість кулі 500 м/с . При якій граничній довжині стержня (відстань від точки підвісу до центра мас бруска), брусок від удару кулі підніметься до верхньої точки кола?

2.83 Стальна кулька масою 20 г падає з висоти 1 м на стальну плиту і відскакує від неї на висоту 81 см . Визначити: 1) імпульс сили, отриманий плитою під час удару, 2) кількість теплоти, що виділилась під час удару.

2.84 Рухоме тіло масою m_1 вдаряється об нерухоме тіло масою m_2 . Вважаючи удар пружним і центральним, знайти, яка частина початкової енергії

першого тіла перейде до другого тіла під час удару, якщо: 1) $m_1 = m_2$, 2) $m_1 = 9m_2$.

2.85 Рухоме тіло масою m_1 вдаряється об нерухоме тіло масою m_2 . Вважаючи удар не пружним і центральним, визначити, яка частина початкової механічної енергії першого тіла перейде у внутрішню енергію, якщо: 1) $m_1 = m_2$, 2) $m_1 = 9m_2$.

2.86 Камінь масою $0,5 \text{ кг}$, що прив'язаний до шнура довжиною 50 см , рівномірно обертається у вертикальній площині. Сила натягу шнура в нижчій точці кола рівна 44 Н . На яку висоту підніметься камінь, якщо шнур обірветься в той момент, коли швидкість буде напрямлена вертикально вгору?

2.87 Визначити роботу, яку треба виконати, щоб стиснути пружину на 20 см , якщо відомо, що сила пропорційна деформації і під дією сили $29,4 \text{ Н}$ пружина стискається на 1 см .

2.88 Акробат стрибає на сітку батута з висоти 8 м . На якій мінімальній висоті треба натягнути сітку, щоб акробат не вдарився об підлогу під час стрибка? Відомо, що сітка прогинається на $0,5 \text{ м}$, якщо акробат стрибає на неї з висоти 1 м .

2.89 До нижнього кінця пружини підвісили другу пружину до кінця якої підвісили вантаж. Коефіцієнти жорсткості пружин відповідно рівні k_1 і k_2 . Нехтуючи масою пружин порівняно з масою вантажу, визначити відношення потенціальних енергій цих пружин.

2.90 На двох паралельних пружинах однакової довжини висить стержень, масою якого можна знехтувати. Коефіцієнти жорсткості пружин відповідно рівні 20 Н/см і 30 Н/см . Довжина стержня рівна відстані між пружинами 10 см . В якому місці стержня треба підвісити вантаж, щоб стержень залишився в горизонтальному положенні?

2.91 Визначити роботу під час розтягування двох послідовно з'єднаних пружин з коефіцієнтом жорсткості відповідно 400 Н/м і 250 Н/м , якщо перша пружина розтягнулась на 2 см .

2.92 Вантаж масою $0,5 \text{ кг}$, що прив'язаний до гумо-вого шнура, описує в горизонтальній площині коло. Швидкість обертання вантажу відповідає частоті обертання 2 об/с . Кут відхилення шнура від вертикалі рівний 30° . Визначити довжину не розтягнутого шнура, якщо для розтягу шнура на 1 см необхідна сила 6 Н .

2.93 Вантаж масою $0,5 \text{ кг}$, прив'язаний до гумового шнура, довжина якого $9,5 \text{ см}$, відхиляють на кут 90° і відпускають. Визначити довжину гумового шнура в момент проходження вантажем положення рівноваги. Коефіцієнт жорсткості гумового шнура рівний 10 Н/м .

2.94 М'яч, радіус якого 10 см , плаває у воді так, що його центр мас знаходиться на 9 см вище поверхні води. Яку роботу треба виконати, щоб занурити м'яч у воду до діаметральної площини?

2.95 Куля, радіус якої 6 см , втримується зовнішньою силою під водою так, що її верхня точка дотикається поверхні води. Густина матеріалу кулі 500 кг/м^3 . Яку роботу виконає виштовхувальна сила, якщо відпустити кулю і залишити її вільно плавати?

2.96 Куля, діаметр якої 30 см , плаває у воді. Яку роботу треба виконати, щоб занурити кулю під воду на 5 см глибше? Густина матеріалу кулі 500 кг/м^3 .

2.97 Крижина, площа поперечного перерізу якої 1 см^2 , а висота $0,4 \text{ м}$, плаває у воді. Яку роботу треба виконати, щоб крижину повністю занурити під воду?

2.98 У воді, на глибині 2 м , знаходиться тонкостінний м'яч, об'єм якого $0,001 \text{ м}^3$, а маса $0,2 \text{ кг}$. М'яч відпускають і він «вистрибує» з води. На яку максимальну висоту над водою підніметься м'яч? Товщиною стінок м'яча та опором води і повітря під час руху м'яча знехтувати.

2.99 Дві мідні кулі, діаметри яких відповідно рівні 4 см і 6 см , дотикаються одна до одної. Визначити гравітаційну потенціальну енергію даної системи.

2.100 Молотком, маса якого 1 кг , забивають у стіну цвях масою 75 г . Визначити к.к.д. удару молотка за даних умов.

2.101 Куля, маса якої $1,8 \text{ кг}$, вдаряється об нерухому кулю більшої маси. В результаті прямого пружного уда-ру куля втратила $0,36$ своєї початкової енергії. Визна-чити масу більшої кулі.

§ 1. КІНЕМАТИКА

Швидкість *прямолінійного* руху

$$v = \frac{dS}{dt}, \quad (1)$$

прискорення

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}. \quad (2)$$

У випадку *прямолінійного* ~~рівно~~ ^{рівно}мірного руху

$$v = \frac{S}{t} = const, \quad (3)$$

і $a=0$.

У випадку *прямолінійного* рівнозмінного руху рівняння (1) і (2) мають вигляд:

$$\begin{aligned} S &= v_0 t \pm \frac{at^2}{2}, \\ v &= v_0 \pm at, \\ a &= const. \end{aligned}$$

В цих рівняннях прискорення додатне під час *рівноприскореного* руху і від'ємне під час *рівносповільненого*.

Під час *криволінійного* руху повне прискорення дорівнює:

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}, \quad (4)$$

де a_{τ} - тангенціальне прискорення:

$$a_{\tau} = \frac{d\vartheta}{dt}, \quad (5)$$

a_n – нормальне (доцентрове) прискорення:

$$a_n = \frac{\vartheta^2}{R}, \quad (6)$$

ϑ - швидкість руху;

R – радіус кривизни траєкторії в даній точці.

Під час *обертового* руху кутова швидкість:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad (7)$$

а кутове прискорення

$$\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (8)$$

У випадку *рівно-мірного обертового* руху кутова швидкість виражається рівнянням:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu, \quad (9)$$

де T – період обертання;

ν - частота обертання, тобто число обертів за одиницю

часу.

Зв'язок між лінійною і кутовою швидкостями:

$$\mathcal{V} = \omega \cdot r \quad (10)$$

Зв'язок тангенціального і нормального прискорення відповідно з кутовим прискоренням і кутовою швидкістю:

$$a_{\tau} = \varepsilon \cdot R$$

і

$$a_n = \omega^2 R \quad (11)$$

Таблиця 3

***Зіставлення рівнянь поступального та
обертового рухів***

Поступальний рух	Обертовий рух
рівномірний	рівномірний
$s = \mathcal{V}t$ $\mathcal{V} = const$ $\alpha = 0$	$\varphi = \omega t$ $\omega = const$ $\varepsilon = 0$
рівнозмінний	рівнозмінний
$s = \mathcal{V}_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$ $\mathcal{V} = \mathcal{V}_0 + \alpha t$ $\alpha = const$	$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ $\varepsilon = const$
нерівномірний	нерівномірний

$\vartheta = \frac{ds}{dt}$ $\alpha = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$
--	---

Приклад розв'язання задачі

Автомобіль рухається по заокругленому шо-се, радіус кривизни якого становить $R = 50$ м. Закон руху автомобіля задається рівнянням $S = A + Bt - Ct^2$. Визначити швидкість автомобіля, його тангенціальне, нормальне та повне прискорення в момент часу $t = 5$ с, якщо $A = 10$ м, $B = 10$ м/с і $C = 0,5$ м/с².

Розв'язання

Взявши похідну від шляху по часу, одержимо вираз для швидкості:

$$\vartheta = \frac{dS}{dt} = B - 2Ct$$

Підставивши числові значення, визначимо значення швидкості в даний момент часу $\vartheta = 5$ (м/с).

Тангенціальне прискорення визначимо, взявши похідну від швидкості за часом:

$$a_t = \frac{d\vartheta}{dt} = -1 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Одержане значення тангенціального прискорення вказує на те, що автомобіль рухається

рівносповільнено.

Нормальне прискорення автомобіля дорівнює:

$$a_n = \frac{g^2}{R} = 0,5 \quad (м/с^2).$$

Повне прискорення знаходимо як геометричну суму тангенціального та нормального прискорень, величина його дорівнює:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = 1,12 \text{ м/с}^2.$$

Напрямок повного прискорення визначається кутом, утвореним вектором повного прискорення з напрямом радіуса кривизни або з напрямом нормального прискорення:

$$\cos \varphi = \frac{a_n}{a} = 0,446,$$

отже

$$\varphi = 63^\circ 30'.$$

Розрахункові задачі

1.1 Першу половину часу свого руху автомобіль рухався зі швидкістю 80 км/год, а другу половину часу зі швидкістю 40 км/год. Яка середня швидкість руху автомобіля?

1.2 Першу половину свого шляху автомобіль рухався зі швидкістю 80 км/год, а другу половину - зі швидкістю 40 км/год. Яка середня швидкість руху

автомобіля?

1.3 Студент проїхав першу половину шляху на вело-сипеді зі швидкістю 16 км/год , а половину часу, що залишився, він їхав із швидкістю 12 км/год . Далі, до кінця шляху, він йшов пішки зі швидкістю 5 км/год . Визначити середню швидкість руху студента на всьому шляху.

1.4 Човен, рухаючись перпендикулярно до берега, зі швидкістю $7,5 \text{ км/год}$, опинився на другому боці берега на 150 м нижче за течією. Ширина ріки 500 м . Визначити: **1)** швидкість течії ріки; **2)** час, затрачений на переправу через річку.

1.5 Вагон рухається рівносповільнено з прискоренням $0,5 \text{ м/с}^2$. Початкова швидкість вагона 54 км/год . Через скільки часу та на якій відстані від початкового положення вагон зупиниться?

1.6 Середнє значення швидкості руху тіла рівне 9 м/с . Визначити тривалість руху, якщо швидкість тіла змінюється за законом $v = (3+4t) \text{ м/с}$.

1.7 Матеріальна точка рухається вздовж прямої так, що її прискорення лінійно збільшується, і за перші 10 с досягає значення 5 м/с^2 . Визначити швидкість точки і пройдений шлях в кінці десятої секунди.

1.8 Кінематичні рівняння руху двох матеріальних точок мають вигляд $x = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$ і $x = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, де $B_1 = 4 \text{ м/с}^2$, $C_1 = -3 \text{ м/с}^3$, $B_2 = -2 \text{ м/с}^2$, $C_2 = 1 \text{ м/с}^3$. Через який проміжок часу прискорення цих точок будуть рівними?

1.9 Кінематичні рівняння руху двох матеріальних точок мають вигляд $x = A + B_1t + C_1t^2$ та $x = A + B_2t + C_2t^2$, де $B_1 = B_2$, $C_1 = -2 \text{ м/с}^2$, $C_2 = 1 \text{ м/с}^2$. Через який проміжок часу швидкості цих точок будуть рівними та якими будуть прискорення цих точок?

1.10 Два тіла кинуті вертикально вгору з однієї точки, з однаковою початковою швидкістю 20 м/с , з інтервалом часу 1 с . Через який час після кидання другого тіла і на якій висоті тіла зустрінуться?

1.11 Тіло, кинуте вертикально вгору, повернулося на землю через 3 с . Якою була початкова швидкість тіла і на яку висоту воно піднялося? Опором повітря знехтувати.

1.12 З аеростату, який знаходиться на висоті 300 м , впав камінь. Через який час камінь досягне землі, якщо: **1)** аеростат піднімається зі швидкістю 5 м/с ; **2)** аеростат опускається зі швидкістю 5 м/с ; **3)** аеростат завис нерухомо?

1.13 Тіло вільно падає з висоти 20 м . Який шлях воно пройде за першу і останню $0,1 \text{ с}$ свого руху? Опір повітря не враховувати.

1.14 Тіло вільно падає з висоти 1 км . Нехтуючи опором повітря, визначити, скільки часу затратить тіло на проходження перших 10 м свого шляху і останніх 10 м свого шляху.

1.15 Вільно падаюче тіло, за останню секунду свого падіння, проходить половину свого шляху. Визначити висоту і час його падіння.

1.16 Тіло A починає рухатись рівноприскорено з початковою швидкістю 2 м/с . Через 10 с після початку руху тіла A з цієї ж точки починає рухатись тіло B , з початковою швидкістю 12 м/с і з тим самим прискоренням. При якому найбільшому значенні прискорення, тіло B наздожене тіло A ?

1.17 Аеростат піднімається вертикально вгору з прискоренням 3 м/с^2 . Через 5 с від початку руху, з нього випав предмет. За який час цей предмет впаде на землю?

1.18 З башти, висотою 25 м, горизонтально кинули камінь зі швидкістю 15 м/с. Через скільки часу і на якій відстані від основи башти камінь упаде на землю?

1.19 З башти, висотою 25 м, горизонтально кинули камінь зі швидкістю 15 м/с. З якою швидкістю і під яким кутом до горизонту камінь упаде на землю?

1.20 Камінь, кинутий горизонтально, через 0,5 с після початку руху набув швидкості у 1,5 рази більшої за початкову. Визначити початкову швидкість каменя. Опором повітря знехтувати.

1.21 Із однієї точки вилітають одночасно дві частинки з горизонтальними протилежно напрямленими швидкостями 2 м/с і 5 м/с. Через який час кут між напрямками швидкостей цих частинок стане рівний 90° ?

1.22 Тіло, кинуте під кутом до горизонту, перебувало в польоті 2,2 с. Визначити найбільшу висоту підйому тіла. Опором повітря знехтувати.

1.23 З башти, висотою 25 м, кинули камінь зі швидкістю 15 м/с під кутом 30° до горизонту. Визначити: **1)** час польоту каменя; **2)** з якою швидкістю та на якій відстані від основи башти він упаде на землю; **3)** кут падіння до горизонту.

1.24 Тіло кинули під кутом до горизонту. Виявилось, що максимальна висота підйому рівна четвертій частині дальності польоту. Нехтуючи опором повітря, визначити під яким кутом було кинуте тіло.

1.25 Камінь кинули горизонтально зі швидкістю 15 м/с. Визначити нормальне і тангенціальне прискорення каменя через 1 с після початку руху. Опором повітря знехтувати.

1.26 Камінь кинули горизонтально зі швидкістю

10 м/с. Визначити радіус кривизни траєкторії каменя через 3 с після початку руху. Опором повітря знехтувати.

1.27 Камінь, кинутий зі швидкістю 12 м/с під кутом 45° до горизонту, впав на землю на деякій відстані від місця кидання. З якої висоти треба кинути камінь гори-зонтально з тією ж початковою швидкістю, щоб даль-ність польоту в обох випадках була однаковою?

1.28 Тіло кинули зі швидкістю 14,7 м/с під кутом 30° до горизонту. Знайти нормальне і тангенціальне прискорення тіла через 1,25 с після початку руху. Опором повітря знехтувати.

1.29 На вершину похилої площини падає кулька з висоти 2 м. Якою буде відстань між першим і другим ударами кульки об похилу площину, якщо кут нахилу цієї площини до горизонту 30° ? Удари вважати абсолютно пружними.

1.30 Пожежник направляє струмину води на дах будинку, висота якого 20 м. На якій відстані по горизон-талі від пожежника, і з якою швидкістю падає струмина води на дах будинку, якщо максимальна висота підняття струмини води 30 м, а початкова швидкість струмини води, що виривається зі шланга, дорівнює 35 м/с?

1.31 Зі шланга, який знаходиться під кутом 45° до горизонту, витікає вода з початковою швидкістю 10 м/с. Площа перерізу отвору шланга 5 см². Визначити масу струмини води, яка перебуває в повітрі.

1.32 Тіло кинули зі швидкістю 10 м/с під кутом 45° до горизонту. Визначити радіус кривизни траєкторії тіла через 1 с після початку руху. Опором повітря знехтувати.

1.33 Тіло кинули зі швидкістю v_0 під деяким

кутом до горизонту. Визначити величину початкової швидкості, якщо відомо, що найбільша висота піднімання тіла 3 м, а радіус кривизни траєкторії тіла у верхній точці траєкторії 3 м. Опором повітря знехтувати.

1.34 Металева смуга перемотується з одного циліндричного вала на другий зі сталою лінійною швидкістю 30 м/с. Визначити кутову швидкість обертання першого циліндричного вала через час 31,4 с після початку його перемотування. Початковий радіус вала з намотаною смугою 0,5 м, а товщина смуги 0,3 мм.

1.35 Колесо обертається зі сталим кутовим прискоренням 3 рад/с². Визначити радіус колеса, якщо через одну секунду після початку руху повне прискорення колеса стало рівним 7,5 м/с².

1.36 Лінійна швидкість точки, що знаходиться на ободі колеса, в три рази більша за лінійну швидкість точки, що знаходиться на 6 см ближче до його осі обертання. Визначити радіус колеса.

1.37 Колесо, радіусом 0,1 м, обертається так, що за-лежність його кута повороту радіуса від часу задається рівнянням $\varphi = A + Bt - Ct^3$, де $B = 2$ рад/с і $C = 1$ рад/с³. Визначити для точок, які лежать на ободі колеса, через 2 с після початку руху значення наступних величин: **1)** кутову швидкість; **2)** лінійну швидкість; **3)** кутове прискорення; **4)** тангенціальне прискорення; **5)** нормаль-не прискорення.

1.38 Колесо, яке обертається рівноприскорено, досяг-ло кутової швидкості 20 рад/с через 10 обертів після початку обертання. Визначити кутове прискорення колеса.

1.39 Колесо, яке обертається рівносповільнено, при гальмуванні зменшило свою швидкість за одну

хвилину з 300 об/хв до 180 об/хв. Визначити кутове прискорення колеса і число обертів, що його зробило колесо за цей час.

1.40 Вентилятор обертається зі швидкістю, яка від-повідає частоті 900 об/хв. Після виключення, вентилятор обертається рівносповільнено і до зупинки робить 75 обертів. Визначити, через який час вентилятор зупиниться.

1.41 Точка рухається по колу радіус якого 20 см зі сталим тангенціальним прискоренням 5 см/с^2 . Через який час після початку руху нормальне прискорення точки буде рівним тангенціальному?

1.42 Колесо обертається зі сталим кутовим прискоренням 2 рад/с^2 . Через 0,5 с після початку руху повне прискорення колеса дорівнює $13,6 \text{ см/с}^2$. Визначити радіус колеса.

1.43 Колесо радіусом 5 см обертається так, що залеж-ність кута повороту від часу задається рівнянням $\varphi = A+Bt+Ct^2+Dt^3$, де $D=1 \text{ рад/с}^3$. Визначити для точок що знаходяться на ободі колеса зміну тангенціального прискорення за кожну секунду руху.

1.44 Колесо радіусом 10 см обертається так, що залежність лінійної швидкості точок, що лежать на ободі колеса, від часу задається рівнянням $v = At+Bt^2$, де $A=3 \text{ см/с}^2$ і $B=1 \text{ см/с}^3$. Визначити кут, утворений вектором повного прискорення і радіусом колеса, в початковий момент часу.

1.45 Два диски знаходяться на одній вісі, на віддалі 0,5 м один від одного і обертаються з однаковою кутовою швидкістю, яка відповідає частоті 1600 об/хв. Куля, що летить вздовж вісі, пробиває обидва диски, в результаті чого отвір від кулі в другому диску зміщений по відношенні до отвору в першому на кут рівний 12° .

Визначити швидкість кулі.

1.46 Визначити, у скільки разів нормальне прискорення точки, що лежить на ободі колеса, яке обертається, більше її тангенціального прискорення у момент часу, коли повне прискорення цієї точки утворює кут 30° з вектором її лінійної швидкості.

1.47 Точка рухається по колу, радіус якого 10 см , зі сталим тангенціальним прискоренням. Визначити тангенціальне прискорення цієї точки, якщо до кінця п'ятого оберту після початку руху швидкість її стала $79,2\text{ см/с}$.

1.48 Точка рухається по колу, радіус якого 2 см . Залежність шляху від часу задається рівнянням $x = Ct^3$, де $C = 0,1\text{ см/с}^3$. Визначити нормальне і тангенціальне прискорення точки в момент, коли лінійна швидкість точки рівна $0,3\text{ м/с}$.

1.49 Точка рухається по колу так, що залежність шляху від часу задається рівнянням $S = A + Bt + Ct^2$, де $B = -2\text{ м/с}$, $C = 1\text{ м/с}^2$. Визначити лінійну швидкість точки, її тангенціальне, нормальне і повне прискорення через 3 с після початку руху, якщо відомо, що нормальне прискорення точки через 2 с після початку руху рівне $0,5\text{ м/с}^2$.

1.50 Колесо обертається так, що залежність кута повороту від часу задається рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де $B = 1\text{ рад/с}$, $C = 1\text{ рад/с}^2$, $D = 1\text{ рад/с}^3$. Визначити радіус колеса, якщо відомо, що до кінця другої секунди руху нормальне прискорення точок, які лежать на ободі колеса, стало рівним 346 м/с^2 .

§ 3. ОБЕРТОВИЙ РУХ ТВЕРДИХ ТІЛ

Момент інерції матеріальної точки масою m відносно деякої вісі:

$$I = mr^2, \quad (3.1)$$

де r – відстань від точки до вісі.

Момент інерції твердого тіла відносно вісі:

$$I = \int_{(m)} r^2 dm = \int_{(V)} \rho r^2 dV,$$

де ρ – густина тіла.

Моменти інерції тіл правильної геометричної форми:

суцільного однорідного циліндра (диска) відносно вісі циліндра (диска):

$$I = \frac{1}{2} mr^2, \quad (3.2)$$

де r – радіус циліндра (диска);

m – його маса;

тонкостінного циліндра (тонкого кільця), радіуса r , відносно вісі, що збігається з віссю циліндра (кільця):

$$I = mr^2, \quad (3.3)$$

однорідного стержня, довжиною l і масою m , відносно вісі, що проходить через центр його мас перпендикулярно до осі стержня:

$$I = \frac{1}{12} ml^2, \quad (3.4)$$

однорідної кулі, ма-сою m і радіуса r , від-носно осі, що проходить через центр кулі,

$$I = \frac{2}{5} mr^2. \quad (3.5)$$

Теорема Штейнера

$$I = I_0 + md^2, \quad (3.6)$$

де I_0 – момент інерції тіла відносно вісі, що проходить через центр мас, паралельно даній вісі;

d – відстань між осями.

Момент сили віднос-но деякої вісі z :

$$M_z = F_{\perp} \cdot l, \quad (3.7)$$

де $F_{\perp}$ – проекція сили на площину, яка є перпендикулярною до вісі z ;

l – плече сили.

Момент імпульсу тіла відносно нерухомої вісі обертання z :

$$L_z = I\omega_z, \quad (3.8)$$

де I – момент інерції тіла відносно вісі;

ω_z – кутова швид-кість.

Основне рівняння ди-наміки обертального ру-ху твердого тіла від-носно нерухомої осі:

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z^{зовн}, \quad (3.9)$$

де $M_z^{зовн}$ – алгебраїчна сума моментів зовнішніх сил, що діють на тіло, відносно вісі z .

Якщо момент інерції не змінюється, то:

$$I\varepsilon_z = M_z^{зовн}, \quad (3.10)$$

де $\varepsilon_z = \frac{d\omega}{dt}$ – кутове прискорення.

При $M_z^{зовн} = 0$ має місце закон збереження моменту імпульсу системи тіл відносно вісі:

$$L_z = \sum_{i=1}^n I_i \omega_{zi} = const$$

Робота зовнішніх сил при повороті твердого тіла відносно нерухомої вісі:

$$A = \int M_z d\varphi, \quad (3.11)$$

Миттєва потужність, яку розвиває тіло, що обертається відносно вісі z :

$$P = M_z \omega_z. \quad (3.12)$$

Кінетична енергія тіла, що обертається відносно нерухомої вісі:

$$W = \frac{I\omega^2}{2}. \quad (3.13)$$

Кінетична енергія тіла, що виконує одночасно поступальний та обертовий рухи:

$$W = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \quad (3.14)$$

Період малих коливань фізичного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mdg}}, \quad (3.15)$$

де J – момент інерції маятника відносно вісі обертання;

m – маса маятника;

d – відстань між точкою підвісу маятника і центром мас тіла;

g – прискорення вільного падіння.

Таблиця 4

Зіставлення рівнянь поступального та обертового рухів

Поступальний рух	Обертовий рух
Другий закон Ньютона	Другий закон Ньютона
$F\Delta t = m\vartheta_2 - m\vartheta_1$	$M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$
або	або
$F = ma$	$M = J\varepsilon$
Закон збереження імпульсу	Закон збереження моменту імпульсу
$\sum m\vartheta = const$	$\sum J\omega = const$
	Робота і кінетична

Робота і кінетична енергія	енергія
$A = FS = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2}$	$A = M\varphi = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$
Потужність	Потужність
$P = F \cdot \vartheta \cdot \cos \alpha$	$P = M \cdot \omega$

Приклад розв'язання задач

Задача 1

Дископодібний махо-вик, масою 50 кг і радіусом 0,2 м, обертаючись, робить 480 об/хв. Коли виключили привід, під дією сили тертя маховик зупинився. Визначити момент сили тертя, вважаючи його сталим, якщо: а) маховик зупинився через 50 с, б) маховик до повної зупинки зробив 200 обертів.

Розв'язання

а) Момент сили тертя знаходимо з другого закону динаміки для обертового руху, що має вигляд:

$$M\Delta t = I\omega_2 - I\omega_1,$$

але, оскільки, $\omega_2 = 0$ (маховик зупинився), маємо

$$M\Delta t = I\omega_1,$$

звідки:

$$M = -\frac{I\omega_1}{\Delta t}. \quad (1)$$

Підставивши вираз для моменту інерції диска відносно його геометричної вісі:

$$I = \frac{mr^2}{2},$$

у формулу (1) знайдемо:

$$M = -\frac{mr^2}{2\Delta t} \omega_1, \quad (2)$$

де кутова швидкість обертання маховика

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 2\pi\nu = \\ &= \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 480}{60} = 50,2 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right) \end{aligned}$$

Підставляючи числові значення у формулу (2), одержимо:

$$\begin{aligned} M &= \frac{50 \text{ кг} \cdot (0,2 \text{ м})^2}{2 \cdot 50 \text{ с}} \times \\ &\times 50,2 \text{ рад/с} = -1 (\text{Н} \cdot \text{м}) \end{aligned}$$

б) Робота, що виконується маховиком, дорівнює зміні його кінетичної енергії, тобто:

$$M\varphi = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2}, \quad (3)$$

але, так як $\omega_2 = 0$, то

$$M\varphi = -\frac{I\omega_1^2}{2},$$

звідки

$$M = -\frac{I\omega_1^2}{2\varphi}.$$

Підставляючи в останню формулу кутове переміщення, виражене через число обертів ($\varphi = 2\pi N$), а момент інерції через масу маховика і його радіус, отримаємо кінцеву формулу:

$$M = -\frac{mr^2\omega_1^2}{8\pi N} \quad (4)$$

Правильність розв'язання перевіримо підставкою найменувань одиниць вимірювання:

$$\begin{aligned} [M] &= \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} = \\ &= \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

Підставляючи числові значення в (4), знайдемо момент сили тертя:

$$\begin{aligned} M &= \frac{50 \cdot (0,2)^2 \cdot (50,2)^2}{8 \cdot 3,14 \cdot 200} = \\ &= -1(\text{Н} \cdot \text{м}) \end{aligned}$$

Знак мінус вказує на те, що момент сили тертя спричинений гальмівною дією.

Задача 2

Людина стоїть в центрі стільця Жуковського, який обертається по інерції з кутовою швидкістю $0,5 \text{ рад/с}$. Момент інерції тілі людини відносно вісі обертання дорівнює $2,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. У витягнутих руках лю-

дина тримає дві гири ма-сою 2 кг кожна. Від-стань між гирями 1,6 м. Яку кутову швидкість матиме стілець з люди-ною, якщо вона опус-тить руки і відстань між гирями дорівнюватиме 0,6 м? Моментом інерції стільця знехтувати.

Розв'язування

Людина, що тримає гири й обертається на стільці, являє собою, ра-зом зі стільцем, ізольо-вану систему. Момент імпульсу цієї системи повинен мати сталє значення:

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2 .$$

Звідси одержуємо вираз для кінцевої кутової швидкості системи (пі-сля того, як змінився мо-мент інерції):

$$\omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \omega_1 .$$

Момент інерції систе-ми, що розглядається в даній задачі, дорівнює сумі моменту інерції ті-ла людини та моменту інерції гирь в її руках, тобто:

$$I_1 = I_0 + 2 \frac{P}{g} \left(\frac{l}{2} \right)^2 ,$$

і

$$I_2 = I_0 + 2 \frac{P}{g} \left(\frac{l_2}{2} \right)^2 .$$

Підставляючи вирази I_1 і I_2 у формулу для ω_2 , одержимо:

$$\omega_2 = \frac{2I_0g + P\vec{r}_1}{2I_0g + P\vec{r}_2} \omega_1$$

Підставляючи число-ві значення даних величин і обчислюючи, знаходимо:

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10 + 20 \cdot 1,6^2}{2 \cdot 2,5 \cdot 10 + 20 \cdot 0,6^2} \cdot 0,5 = \\ &= 0,88 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right) \end{aligned}$$

Розрахункові задачі

3.1 Дві маленькі кульки, масою по 10 г кожна, скріплені тонким невагомим стержнем, довжина якого 20 см. Визначити момент інерції системи відносно вісі, яка перпендикулярна до стержня і проходить через центр мас.

3.2 Визначити момент інерції круга, масою 50 г і радіусом 10 см, відносно вісі, дотичної до круга.

3.3 Діаметр диска рівний 20 см, а маса рівна 800 г. Визначити момент інерції диска відносно вісі, що проходить через середину одного з радіусів, перпендикулярно площині диска.

3.4 Визначити момент інерції плоскої однорідної прямокутної пластини, масою 800 г, відносно вісі, що співпадає з однією з її сторін, якщо довжина другої сторони рівна 40 см.

3.5 Визначити момент інерції тонкого однорідного стержня довжиною, 50 см і масою 360 г, відносно вісі,

перпендикулярної до стержня що проходить через точку, яка лежить від кінця стержня на відстані рівній $1/6$ його довжини.

3.6 Порівняти момент імпульсу Землі M_0 , зумовлений обертанням її навколо своєї вісі обертання, з моментом імпульсу M , зумовленим рухом Землі навколо Сонця. Землю вважати однорідною кулею, а орбіту Землі — колом.

3.7 Визначити момент інерції та момент імпульсу земної кулі відносно її вісі обертання.

3.8 До ободу однорідного диска, радіусом $0,2\text{ м}$, прикладена постійна дотична сила $98,1\text{ Н}$. Під час обертання на диск діє момент сили тертя $5\text{ Н}\cdot\text{м}$. Визначити масу диска, якщо відомо, що диск обертається зі сталим кутовим прискоренням 100 рад/с^2 .

3.9 Однорідний стержень, довжиною 1 м і масою $0,5\text{ кг}$, обертається у вертикальній площині навколо горизонтальної вісі, що проходить через середину стержня. З яким кутовим прискоренням обертається стержень, якщо обертовий момент рівний $0,1\text{ Н}\cdot\text{м}$?

3.10 Однорідний стержень довжиною, 1 м і масою $0,5\text{ кг}$, обертається у вертикальній площині навколо горизонтальної вісі, що проходить через кінець стержня. З яким кутовим прискоренням обертається стержень, якщо обертовий момент рівний $0,1\text{ Н}\cdot\text{м}$?

3.11 Стержень, довжиною 60 см і масою $0,4\text{ кг}$, обертається з кутовим прискоренням 10 рад/с^2 навколо вісі, що проходить через середину стержня, перпендикулярно до нього. Визначити обертовий момент стержня.

3.12 Однорідний диск, радіусом $0,2\text{ м}$ і масою 5 кг , обертається навколо вісі, що проходить через його центр. Залежність кутової швидкості обертання диска від часу задається рівнянням $\omega = A+Bt$, де $B = 8\text{ рад/с}^2$.

Визначити величину дотичної сили, прикладеної до ободу диска. Тертям знехтувати.

3.13 Маховик, момент інерції якого рівний $63,6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, обертається зі сталою кутовою швидкістю $31,4 \text{ рад/с}$. Визначити гальмівний момент, під дією якого маховик зупиняється через 20 с .

3.14 До ободу колеса, що має форму диска, радіусом $0,5 \text{ м}$ і масою 50 кг , прикладена дотична сила 100 Н . Визначити: 1) кутове прискорення колеса, 2) через скільки часу після початку дії сили колесо буде мати швидкість, що відповідає частоті 100 об/с ?

3.15 Маховик, радіусом $0,2 \text{ м}$ і масою 10 кг , з'єднаний з двигуном за допомогою привідного паска. Сила натягу паска, що рухається без проковзування, стала і рівна $14,7 \text{ Н}$. Яке число обертів за секунду буде робити маховик через 10 с після початку руху? Маховик вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

3.16 Махове колесо, що має момент інерції $245 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, обертається з частотою 20 об/с . Через хвилину після того як на колесо перестав діяти обертовий момент, воно зупинилось. Визначити: 1) момент сили тертя, 2) число обертів, яке зробить колесо до повної зупинки після припинення дії сил.

3.17 Два вантажі, масою 2 кг і 1 кг , з'єднані ниткою, що перекинута через блок, масою 1 кг . Визначити: 1) прискорення, з яким рухаються вантажі, 2) сили натягу ниток до яких підвішені вантажі. Блок вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

3.18 На барабан, масою 9 кг , намотаний шнур, до кінця якого підвісили вантаж, масою 2 кг . Визначити прискорення вантажу. Барабан вважати однорідним циліндром. Тертям знехтувати.

3.19 На барабан, радіусом $0,5\text{ м}$, намотаний шнур, до кінця якого підвісили вантаж, масою 10 кг . Визначити момент інерції барабана, якщо відомо, що вантаж опускається з прискоренням $2,04\text{ м/с}^2$.

3.20 На барабан, радіусом 20 см , момент інерції якого рівний $0,1\text{ кг}\cdot\text{м}^2$, намотаний шнур, до кінця якого підвісили вантаж, масою $0,5\text{ кг}$. До початку обертання барабана висота вантажу над підлогою була рівна 1 м . Визначити: 1) через скільки часу вантаж опуститься до підлоги, 2) кінетичну енергію вантажу в момент удару об підлогу, 3) силу натягу шнура.

3.21 Два вантажі різної маси, з'єднані ниткою, перекинутою через блок, момент інерції якого $50\text{ кг}\cdot\text{м}^2$ і радіус 20 см . Блок обертається з тертям і момент сили тертя рівний $98,1\text{ Н}\cdot\text{м}$. Визначити різницю сил натягу нитки по обидва боки блока, якщо блок обертається зі сталим кутовим прискоренням $2,36\text{ рад/с}^2$.

3.22 На два маховики, що оберталися під дією певних сил, перестали діяти ці сили. Перший зробив 240 об/хв і зупинився через 10 с , а другий зробив 360 об/хв і зупинився, зробивши 20 обертів. Який з маховиків обертався довше? Який з маховиків зробив до зупинки більше число обертів? Який з них обертався з більшим кутовим прискоренням?

3.23 Два паперові диски насаджено на спільну горизонтальну вісь так, що площини їх паралельні й перебувають на відстані 30 см одна від одної. Диски обертаються, роблячи 2000 об/хв . Куля, що летить паралельно вісі, на віддалі 12 см від неї, пробиває обидва диска. Пробоїни в дисках зміщені одна відносно одної на віддаль 6 см (вимірюючи по дузі кола). Визначити середню швидкість польоту кулі в проміжку між дисками.

3.24 Маховик обертається за законом, що виражається рівнянням $\varphi = at^2$, де, $a = 0,5 \text{ с}^{-2}$. Визначити кутову швидкість і кутове прискорення маховика через 2 с.

3.25 Маховик обертається за законом, що виражається рівнянням $\varphi = at^2$, де, $a = 0,5 \text{ с}^{-2}$. Визначити тангенціальне, нормальне та повне прискорення маховика через 2 с для точки, яка лежить на маховику на відстані 0,8 м від вісі обертання.

3.26 Двом однаковим маховикам, що знаходяться в стані спокою, надали однакової кутової швидкості 63 рад/с і залишили самих на себе. Під дією сил тертя, один маховик зупинився через одну хвилину, а другий зробив до повної зупинки 360 обертів. У якого з маховиків гальмуючий момент був більшим і у скільки разів?

3.27 Куля скочується з похилої площини, висота якої 90 см. Яку лінійну швидкість буде мати центр кулі в той момент, коли куля скотиться з похилої площини?

3.28 Диск, масою 2 кг, котиться без проковзування по горизонтальній площині зі швидкістю 4 м/с. Визначити кінетичну енергію диска.

3.29 Куля, діаметром 6 см, котиться без проковзування по горизонтальній площині, роблячи 4 об/с. Маса кулі 0,25 кг. Визначити кінетичну енергію цієї кулі.

3.30 Обруч і диск мають однакову масу і котяться без проковзування з однаковими лінійними швидкостями. Кінетична енергія обруча рівна 40 Дж. Визначити кінетичну енергію диска.

3.31 Обруч і суцільний циліндр мають однакові маси по 2 кг і котяться з однаковими лінійними швидкостями – 5 м/с. Визначити кінетичну енергію кожного цих тіл.

3.32 Куля і суцільний циліндр, виготовлені з одного і того ж самого матеріалу, мають однакові маси, котяться без проковзування з однаковими швидкостями.

Визначити, у скільки разів кінетична енергія кулі менша за кінетичну енергію суцільного циліндра.

3.33 Повна кінетична енергія диска, що котиться по горизонтальній поверхні, рівна 24 Дж . Визначити кінетичну енергію поступального і обертового рухів диска.

3.34 Куля, масою 1 кг , що котиться без проковзування, вдаряється об стінку і відкочується від неї. Швидкість кулі до удару об стінку 10 см/с , а після удару – 8 см/с . Визначити кількість тепла, що виділяється під час удару.

3.35 Диск, масою 1 кг і діаметром $0,6 \text{ м}$, обертається навколо вісі, що проходить через центр, перпендикулярно до його площини, з частотою 20 об/с . Яку роботу треба виконати, щоб зупинити диск?

3.36 Кінетична енергія вала, що обертається з частотою 5 об/с , рівна 60 Дж . Визначити момент імпульсу цього вала.

3.37 Визначити кінетичну енергію велосипедиста, що рухається зі швидкістю 9 км/год . Маса велосипедиста з велосипедом 78 кг , вважати, що на масу коліс припадає 3 кг . Колеса велосипеда вважати обручами.

3.38 Хлопчик котить обруч по горизонтальній дорозі зі швидкістю $7,2 \text{ км/год}$. На яку відстань може вкотитися обруч на гірку за рахунок його кінетичної енергії? Нахил гірки рівний 10 м на кожні 100 м шляху.

3.39 З якої найменшої висоти повинен з'їхати велосипедист, щоб по інерції (без тертя) проїхати доріжку, яка має форму «мертвої петлі», радіусом 3 м , і не відірватися від доріжки у верхній точці петлі. Маса велосипедиста разом з велосипедом 75 кг , на колеса припадає 3 кг . Колеса вважати обручами.

3.40 Мідна куля, радіусом 10 см , обертається з частотою 2 об/с навколо вісі, що проходить через її центр

мас. Яку роботу треба виконати, щоб збільшити кутову швидкість обертання кулі в два рази?

3.41 Визначити лінійні прискорення руху центрів мас: 1) кулі, 2) диска і 3) обруча, що скочуються без проковзування з похилої площини. Кут нахилу площини рівний 30° , початкова швидкість усіх тіл рівна нулю.
4) Визначити прискорення цих тіл, що скочуються з цієї ж площини за відсутності тертя.

3.42 Визначити лінійні швидкості руху центрів мас: 1) кулі, 2) диска і 3) обруча, що скочуються без проковзування з похилої площини. Висота похилої площини 5 м, початкова швидкість усіх тіл рівна нулю.
4) Визначити швидкості цих тіл, що скочуються з цієї ж площини за відсутності тертя.

3.43 Суцільний однорідний диск скочується без проковзування по похилій площині, що утворює кут α з горизонтом. Визначити лінійне прискорення центра диска.

3.44 З похилої площини, що утворює кут 30° до горизонту, скочується без проковзування кулька. Нехтуючи тертям, визначити час руху кульки по похилій площині, якщо відомо, що її центр мас під час скокування понизився на 30 см.

3.45 Однорідна куля, радіусом 20 см, скочується без проковзування з вершини сфери, радіусом 50 см. Визначити кутову швидкість кулі після відриву її від поверхні сфери.

3.46 Колесо, обертаючись рівносповільнено, під час гальмування зменшило за 1 хв швидкість обертання від 300 об/хв до 180 об/хв. Момент інерції колеса рівний $2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Визначити: 1) кутове прискорення колеса, 2) гальмівний момент сили, 3) роботу гальмування, 4) число обертів, зроблених колесом за цю хвилину.

3.47 Вентилятор обертається з частотою 900 об/хв . Після виключення, вентилятор, обертаючись рівносповільнено, зробив до зупинки 75 обертів. Робота сили гальмування рівна $44,4 \text{ Дж}$. Визначити: 1) момент інерції вентилятора, 2) момент сили гальмування.

3.48 Махове колесо, що має момент інерції $245 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, обертається з частотою 20 об/с . Після того як на колесо перестав діяти обертовий момент сил, воно зупинилось, зробивши 1000 об . Визначити: 1) момент сили тертя, 2) час до повної зупинки колеса.

3.49 На обід шків, насадженого на загальну вісь з маховим колесом, намотана нитка, до кінця якої підвісили вантаж, масою 1 кг . На яку відстань повинен опуститися вантаж, щоб колесо зі шківом почало обертатись з частотою 60 об/хв ? Момент інерції колеса зі шківом дорівнює $0,42 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, радіус шківів рівний 10 см .

3.50 Махове колесо починає обертатися зі сталим кутовим прискоренням $0,5 \text{ рад/с}^2$ і через 15 с після початку руху набуває момент імпульсу, що рівний $73,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$. Визначити кінетичну енергію колеса через 20 с після початку обертання.

3.51 Маховик починає обертатися зі стану спокою зі сталим кутовим прискоренням $0,4 \text{ рад/с}^2$. Визначити кінетичну енергію маховика через 25 с після початку руху, якщо через 10 с після початку руху момент імпульсу маховика був рівним $60 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$.

3.52 Маховик, що обертається зі сталою кутовою швидкістю, якій відповідає частота 10 об/с , має кінетичну енергію 8 кДж . За який час обертовий момент сил $50 \text{ Н}\cdot\text{м}$, прикладений до цього маховика, збільшить його кутову швидкість у два рази?

3.53 До ободу диска, масою 5 кг , прикладена стала дотична сила 20 Н . Яку кінетичну енергію буде мати диск через 5 с після початку дії сили?

3.54 На який кут треба відхилити однорідний стержень, підвішений на горизонтальній вісі, що проходить через верхній кінець стержня, щоб нижній кінець стержня, під час проходження положення рівноваги, мав би швидкість 5 м/с ? Довжина стержня 1 м .

3.55 Однорідний стержень, довжиною 85 см , підвішений на горизонтальній вісі, що проходить через верхній кінець стержня. Яку найменшу швидкість треба надати нижньому кінцю стержня, щоб він зробив повний оберт навколо точки підвісу?

3.56 Олівець, поставлений вертикально, падає на стіл. Які кутову і лінійну швидкості буде мати в кінці падіння середина олівця? Довжина олівця 15 см .

3.57 Олівець, поставлений вертикально, падає на стіл. Які кутову і лінійну швидкості буде мати в кінці падіння верхній кінець олівця? Довжина олівця 15 см .

3.58 Стовп, висотою 3 м і масою 50 кг , падає з вертикального положення на Землю. Визначити модуль моменту імпульсу стовпа відносно точки опори і швидкість верхнього кінця стовпа в момент удару об Землю.

3.59 Горизонтальна платформа, масою 100 кг , обертається навколо вертикальної вісі, що проходить через центр платформи, роблячи 10 об/хв . Людина, масою 60 кг , стоїть на краю платформи. З якою частотою почне обертатися платформа, якщо людина перейде від краю платформи до її центра? Вважати платформу круглим однорідним диском, а людину – матеріальною точкою.

3.60 Горизонтальна платформа, масою 80 кг і радіусом 1 м , обертається з частотою 20 об/хв . В центрі платформи стоїть людина і тримає в руках вантажі.

Скільки обертів за хвилину зробить платформа, якщо людина, опустивши руки, зменшить цим свій момент інерції від $2,94 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ до $0,98 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$? Вважати платформу круглим однорідним диском.

3.61 Горизонтальна платформа, масою 80 кг і радіусом 1 м , обертається з частотою 20 об/хв . В центрі платформи стоїть людина і тримає в руках вантажі. У скільки разів збільшиться кінетична енергія платформи, якщо людина, опустивши руки, зменшить цим свій момент інерції від $2,94 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ до $0,98 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$? Вважати платформу круглим однорідним диском.

3.62 Горизонтальна платформа, масою 100 кг , обертається навколо вертикальної вісі, що проходить через центр платформи, роблячи 10 об/хв . Людина, масою 60 кг , стоїть на краю платформи. Яку роботу виконає людина при переході від краю платформи до її центра? Радіус платформи рівний $1,5 \text{ м}$. Вважати платформу круглим однорідним диском, а людину – матеріальною точкою.

3.63 Людина, масою 60 кг , знаходиться на нерухомій платформі, масою 100 кг . Скільки обертів за хвилину зробить платформа, якщо людина буде рухатися по колу, радіусом 5 м , навколо вісі обертання? Швидкість руху людини відносно платформи рівна 4 км/год . Радіус платформи 10 м . Вважати платформу круглим однорідним диском, а людину – матеріальною точкою.

3.64 Платформа, у вигляді диска, обертається по інерції навколо вертикальної вісі з частотою 14 об/хв . На краю платформи стоїть людина. Коли людина перейде в центр платформ, частота обертання збільшилась до 25 об/хв . Маса людини – 70 кг . Визначити масу платформи. Людину вважати матеріальною точкою.

3.65 Однорідний стержень здійснює малі коливання у вертикальній площині навколо горизонтальної вісі, що

проходить через його верхній кінець. Довжина стержня 0,5 м. Визначити період коливань стержня.

3.66 Однорідний стержень здійснює малі коливання у вертикальній площині навколо горизонтальної вісі, що проходить через точку, яка знаходиться на відстані 10 см від його верхнього кінця. Довжина стержня 0,5 м. Визначити період коливань стержня.

3.67 Обруч, діаметром 56,5 см, висить на цвяху, заби-тому в стіну, і здійснює малі коливання в площині, що паралельна до стіни. Визначити період цих коливань.

3.68. Однорідна куля, підвішена на нитці, довжина якої рівна радіусу кульки. У скільки разів період малих коливань цього маятника буде більшим за період малих коливань математичного маятника з такою ж самою відстанню від точки підвісу до центра мас.

§ 8 ФІЗИЧНІ ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ

Перший закон термо-динаміки можна записа-ти у такому вигляді:

$$dQ = dW + dA, \quad (1)$$

де dQ – кількість тепло-ти, яку отримує газ;
 dW – зміна внутріш-ньої енергії;
 dA – робота, викона-на газом при зміні його об'єму:

$$dA = pdV. \quad (2)$$

Зміна внутрішньої енер-гії газу визначається формулою:

$$dW = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT, \quad (3)$$

де dT – зміна температу-ри;
 i – число ступенів вільності.

Робота при ізобар-ному розширенні газу визначається формулою:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (4)$$

Робота газу при ізо-термічному розширенні:

$$\begin{aligned} A &= RT \ln \frac{V_1}{V_2} = \\ &= \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \end{aligned}$$

Тиск газу і його об'єм зв'язані при адіабатному процесі рівнянням Пуас-сона:

$$pV^\gamma = \text{const},$$

тобто

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma, \quad (5)$$

де $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ – показник адіабати;

$C_V = \frac{i}{2} R$ – молярна теплоємність при сталому об'ємі;

$C_p = C_V + R$ – молярна теплоємність при сталому тиску.

Зв'язок між молярною і питомою теплоємністю слідує із їх визначення:

$$C = \mu c. \quad (6)$$

Молярна теплоємність цілком визначається атомністю газу.

Для одноатомного газу $i = 3$:

$$C_V = 12,5 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$$

і

$$C_p = 20,8 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}.$$

Для двоатомного газу $i = 5$:

$$C_V = 20,8 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$$

і

$$C_p = 29,1 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}.$$

Для багатоатомного газу $i = 6$:

$$C_V = 24,9 \text{ Дж/моль} \cdot \text{K}$$

і

$$C_p = 33,2 \text{ Дж/моль} \cdot \text{K}.$$

Рівняння Пуассона може бути ще записано в такому виді:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const},$$

тобто

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}, \quad (7)$$

або

$$Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const},$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}.$$

тобто

Робота при адіабатич-ному розширенні газу

$$\begin{aligned} A &= \frac{RT}{\gamma-1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \\ &= \frac{RT}{\gamma-1} \frac{m}{\mu} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \\ &= \frac{p_1 V_1 (T_1 - T_2)}{(\gamma-1) T_1}. \end{aligned}$$

де p_1 і V_1 – тиск і об'єм газу при температурі T_1 .

Рівняння політропно-го процесу має вид:

$$pV^n = \text{const},$$

тобто

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n, \quad (8)$$

де n – показник політропи ($1 < n < \gamma$).

Коефіцієнт корисної дії циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{A}{Q_1}, \quad (9)$$

де T_1 – температура нагрівника;

T_2 – температура холодильника;

A – виконана робота;

Q_1 – кількість тепло-ти віддана нагрівником.

Різниця ентропій двох станів визначається формулою:

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}. \quad (10)$$

Приклад розв'язання задачі

Знайти зміну ентропії для таких процесів:

а) при нагріванні 100 г води від 0°C до 100°C і перетворенні її у пару тієї ж температури;

б) при ізотермічному розширенні 10 г кисню від об'єму 25 л до об'єму 100 л;

в) при ізобарному нагріванні 10 г кисню від температури 290 К до температури 400 К.

Розв'язання

а) Знайдемо окремо зміну ентропії $\Delta S'$ при нагріванні води й зміну ентропії $\Delta S''$ при перетворенні води в пару. Повна зміна ентропії дорівнює сумі $\Delta S'$ і $\Delta S''$.

Як відомо, зміна ен-тропії описується формулою:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} \quad (1)$$

Кількість теплоти dQ , яку одержує тіло, що нагрівається при нескінченно малій зміні температури dT , дорівнює:

$$dQ = cm dT$$

Підставляючи даний вираз у формулу (1), знаходимо вираз для зміни ентропії:

$$\Delta S' = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mc dT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Підставляючи числові значення і виконуючи обчислення, одержимо:

$$\begin{aligned} \Delta S' &= 0,1 \text{ кг} \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \times \\ &\times \ln \frac{373}{273} = 131 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \end{aligned}$$

При перетворенні на-грітої води в пару тієї ж температури стала тем-пература у формулі (1) може бути винесена за знак інтегралу:

$$\Delta S'' = \frac{1}{T} \int dQ = \frac{Q}{T} = \frac{rm}{T}$$

Підставляючи число-ві значення величин і обчислюючи, дістанемо:

$$\Delta S'' = \frac{2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}}{373 \text{ К}} \times \\ \times 0,1 \text{ кг} = 616,6 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Повна зміна ентропії до-рівнюватиме:

$$\Delta S = \Delta S' + \Delta S''$$

$$\Delta S = 747,6 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

б) При ізотермічному процесі температура залишається сталою, тому:

$$\Delta S = \frac{1}{T} \int_{Q_1}^{Q_2} dQ = \frac{\Delta Q}{T}. \quad (2)$$

Згідно з першим законом термодинаміки:

$$\Delta Q = A,$$

а формула роботи при ізотермічному процесі має вигляд:

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1},$$

то

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1},$$

Підставляючи числові значення величин і обчислюючи, дістанемо:

$$\begin{aligned}\Delta S &= \frac{0,01 \text{ кг}}{0,032 \text{ кг/моль}} \times \\ &\times 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \ln \frac{0,1}{0,025} = \\ &= 3,61 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.\end{aligned}$$

в) Кількість теплоти, яку необхідно надати масі газу для зміни його температури на нескінченно малу величину при сталому тиску, опи-сується формулою:

$$dQ = c_p m dT, \quad (3)$$

де c_p – питома теплоємність газу при сталому тиску.

Підставляючи в фор-мулу (1) замість dQ його вираз (3), знаходимо:

$$\begin{aligned}\Delta S &= \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p m dT}{T} = \\ &= c_p m \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \\ &= c_p m \ln \frac{T_2}{T_1},\end{aligned}$$

але через те, що

$$c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu},$$

$$\Delta S = \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu} m \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (4)$$

Для двохатомного га-зу $i = 5$, підставляючи в формулу (4) числові значення величин і обчислюючи, одержимо:

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{5+2}{2} \frac{8,31}{0,032} \cdot 0,01 \times \\ &\times \ln \frac{400}{290} = 3 (\text{Дж} / \text{K}). \end{aligned}$$

Розрахункові задачі

8.1 Визначити питому теплоємність кисню, якщо: 1) $V = \text{const}$ і 2) $p = \text{const}$.

8.2 Визначити питому теплоємність при сталому тиску для неону і окису азоту.

8.3 Визначити для кисню відношення питомої теплоємності при сталому тиску до питомої теплоємності при сталому об'ємі.

8.4 Для деякого двохатомного газу питома теплоємність при сталому тиску рівна $14,7 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$. Чому дорівнює молярна маса цього газу?

8.5 Чому дорівнюють питомі теплоємності c_v і c_p для деякого газу, якщо його густина при нормальних умовах рівна $1,43 \text{ кг/м}^3$?

8.6 Визначити питомі теплоємності c_v і c_p для деякого газу, якщо відомо, що молярна маса цього газу рівна 30 кг/кмоль , а відношення $c_p/c_v = 1,4$.

8.7 У скільки разів теплоємність гримучого газу більша за теплоємність водяної пари, що утворилася при його згоранні? Задачу розв'язати, якщо: 1) $V = \text{const}$ і 2) $p = \text{const}$.

8.8 Визначити питому теплоємність при сталому тиску для газової суміші, що складається з 3 кмоль аргону і 2 кмоль азоту.

8.9 Визначити відношення c_p/c_v для газової суміші, що складається з 8 г гелію і 16 г кисню.

8.10 Питома теплоємність при сталому об'ємі газової суміші, що складається з одного кіломоля кисню і декількох кіломолей аргону, рівна $430 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$. Яка кількість аргону знаходиться в газовій суміші?

8.11 10 г кисню знаходиться під тиском $3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ при температурі 10° С . Після нагрівання при сталому тиску газ зайняв об'єм 10 л . Визначити: 1) кількість теплоти отриману газом, 2) енергію теплового руху молекул газу до і після нагрівання.

8.12 12 г азоту знаходиться в закритій посудині об'ємом 2 л при температурі 10° С . Після нагрівання тиск в посудині став рівний 10^4 мм рт. ст. . Яку кількість тепла дістав газ при нагріванні?

8.13 2 л азоту знаходиться під тиском 10^5 Па . Яку кількість теплоти треба надати азоту, щоб його об'єм збільшився у два рази при сталому тиску?

8.14 2 л азоту знаходиться під тиском 10^5 Па. Яку кількість теплоти треба надати азоту, щоб його тиск збільшився у два рази при сталому об'ємі?

8.15 В закритій посудині знаходиться 14 г азоту під тиском 10^5 Па і при температурі 27°C . Після нагрівання тиск в посудині збільшився в 5 разів. Визначити: 1) до якої температури був нагрітий газ; 2) який об'єм посудини; 3) яку кількість тепла надали газу?

8.16 Яку кількість теплоти треба надати 12 г кисню, щоб нагріти його на 50° при сталому тиску?

8.17 На нагрівання 40 г кисню від 16°C до 40°C затрачено 630 Дж теплоти. При сталому тиску чи при сталому об'ємі нагрівався газ?

8.18 В закритій посудині, об'ємом 10 л, знаходиться повітря при тиску 10^5 Па. Яку кількість теплоти треба надати повітрю, щоб збільшити його тиск у п'ять разів?

8.19 1) Яку кількість вуглекислого газу можна нагріти від 20°C до 100°C , затративши 53 кал теплоти? 2) На скільки при цьому зміниться кінетична енергія однієї молекули? Вважати, що під час нагрівання тиск газу залишався сталим.

8.20 В закритій посудині, об'ємом 2 л, знаходиться азот, густина якого $1,4\text{ кг/м}^3$. Яку кількість теплоти треба надати азоту, щоб нагріти його при цих умовах на 100° ?

8.21 В закритій посудині, об'ємом 3 л, знаходиться азот при температурі 27°C і тиску 300 кПа . Після нагрівання тиск в посудині підвищився до $2,5\text{ МПа}$. Визначити температуру азоту після нагрівання і кількість наданої теплоти азоту.

8.22 Для нагрівання деякої кількості газу на 50° при сталому тиску необхідно затратити 672 Дж тепло-

ти. Якщо цю саму кількість газу охолодити на 100° при сталому об'ємі, то виділиться 1008 Дж теплоти. Яким числом ступенів вільності володіють молекули газу?

8.23 10 г азоту знаходиться у закритій посудині при температурі 7°C . 1) Яку кількість теплоти треба затратити, щоб збільшити середню квадратичну швидкість молекул азоту в два рази? 2) У скільки разів при цьому зміниться температура газу? 3) У скільки разів зміниться тиск газу на стінки посудини?

8.24 Гелій знаходиться в закритій посудині, об'ємом 2 л , при температурі 20°C і під тиском 10^5 Па . 1) Яку кількість теплоти треба надати газу, щоб збільшити його температуру на 100° ? 2) Якою стане середня квадратична швидкість його молекул при новій температурі? 3) Який встановиться тиск газу? 4) Чому стане рівна густина газу? 5) Чому стане рівна енергія теплового руху молекул гелію?

8.25 В закритій посудині, об'ємом 2 л , знаходиться однакова кількість азоту і аргону при нормальних умовах. Яку кількість теплоти треба затратити, щоб нагріти дану суміш на 100° ?

8.26 10 г кисню знаходиться під тиском $3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ і при температурі 10°C . Після нагрівання при сталому тиску газ зайняв об'єм 10 л . Визначити: 1) яку кількість теплоти отримав газ; 2) зміну внутрішньої енергії газу; 3) роботу виконану газом під час розширення.

8.27 $6,5 \text{ г}$ водню, що знаходиться при температурі 27°C , розширяється при сталому тиску, за рахунок підведення теплоти із зовні, вдвоє. Визначити: 1) роботу розширення газу; 2) зміну внутрішньої енергії газу; 3) кількість теплоти надану газу.

8.28 В закритій посудині знаходиться 20 г азоту і 32 г кисню. Визначити зміну внутрішньої енергії даної суміші газів при охолодженні її на 28° .

8.29 2 кмоль вуглекислого газу нагрівають під сталим тиском на 50° . Визначити: 1) зміну його внутрішньої енергії; 2) роботу розширення; 3) кількість теплоти надану газу.

8.30 Під час ізобарного розширення двоатомний газ отримав 2100 Дж теплоти. Визначити роботу розширення газу.

8.31 Під час ізобарного розширення двоатомного газу була виконана робота рівна 160 Дж. Яку кількість теплоти підвели до газу?

8.32 Під час ізобарного розширення газу, що займає об'єм 5 л і знаходиться під тиском $2 \cdot 10^5$ Па та температурі 17° С, була виконана робота 200 Дж. На скільки градусів нагріли газ?

8.33 В умовах вільного розширення 7 г вуглекислого газу нагріли на 10° . Визначити роботу розширення газу і зміну його внутрішньої енергії.

8.34 В умовах вільного розширення 1 кмоль багатоатомного газу нагріли на 100° . Визначити роботу розширення газу, зміну його внутрішньої енергії та кількість підведеної теплоти.

8.35 В посудині під поршнем знаходиться 1 г азоту. 1) Яку кількість теплоти треба затратити, щоб нагріти азот на 10° ? 2) На яку висоту підніметься поршень, якщо маса поршня 1 кг, а площа поперечного перерізу 10 см^2 і тиск над поршнем – 100 кПа?

8.36 В посудині під поршнем знаходиться гримучий газ. Визначити, яка кількість теплоти виділиться під час вибуху гримучого газу, якщо відомо, що внутрішня енергія газу змінилася на 336,84 Дж і поршень

піднявся на 20 см. Маса поршня – 2 кг, площа поперечного перерізу – 10 см². Над поршнем знаходиться повітря за нормальних умов.

8.37 10,5 г азоту ізотермічно розширяється при температурі -23°C від тиску 250 кПа до 100 кПа. Визначити роботу виконану газом під час розширення.

8.38 Під час ізотермічного розширення 10 г азоту, що знаходиться при температурі 17°C , була виконана робота рівна 860 Дж. У скільки разів змінився тиск газу?

8.39 Робота ізотермічного розширення 10 г деякого газу від об'єму V_1 до об'єму $V_2 = 2V_1$ рівна 575 Дж. Визначити середню квадратичну швидкість молекул газу при даній температурі.

8.40 1 л гелію, що знаходиться при нормальних умовах, ізотермічно розширяється за рахунок отриманої теплоти із зовні до об'єму 2 л. Визначити: 1) роботу виконану газом під час розширення; 2) кількість наданої теплоти газу.

8.41 Під час ізотермічного розширення 2 м³ газу, тиск його змінюється від 5 ат до 4 ат. Визначити виконану роботу.

8.42 До якої температури охолоне повітря, що знаходиться при температурі 0°C , якщо його адіабатично розширити від об'єму V_1 до об'єму $V_2 = 2V_1$?

8.43 7,5 л кисню адіабатично стискають до об'єму 1 л і тиску 1,6 МПа. Під яким тиском знаходився газ до стиску?

8.44 Під час адіабатичного стискання повітря в циліндрах внутрішнього згорання, тиск змінюється від 1 ат до 35 ат. Визначити температуру повітря в кінці стиску, якщо початкова температура була рівна 40°C .

8.45 Під час адіабатичного розширення газу його об'єм збільшився вдвоє, а температура (абсолютна) зменшилася в 1,32 рази. Визначити число ступенів вільності молекул даного газу.

8.46 Двохатомний газ, що знаходиться при температурі 27°C і під тиском 2 МПа стискають адіабатично від об'єму V_1 до об'єму $V_2 = 0,5V_1$. Визначити температуру і тиск газу після стиску.

8.47 В посудині під поршнем знаходиться гримучий газ, який за нормальних умов займає об'єм рівний 10^{-4} м^3 . При швидкому стиску газ загоряється. Визначити температуру газу під час загорання, якщо робота стиску рівна $47,3\text{ Дж}$.

8.48 В посудині під поршнем знаходиться газ за нормальних умов. Відстань між дном посудини і дном поршня рівна 25 см . Коли на поршень поставити вантаж масою 20 кг , то поршень опускається на $13,4\text{ см}$. Вважаючи стиск адіабатним, визначити для даного газу відношення c_p/c_v . Площа поперечного перерізу поршня рівна 10 см^2 , масою поршня знехтувати.

8.49 Двохатомний газ займає об'єм $0,5\text{ л}$ під тиском $0,5\text{ ат}$. Газ стискають адіабатно до деякого об'єму і тиску, а потім при сталому об'ємі охолоджують до початкової температури і тиск при цьому стає рівним 1 ат . Визначити об'єм і тиск газу в кінці стиску.

8.50 Газ розширюється адіабатично так, що його тиск зменшується від 2 ат до 1 ат . Потім газ нагрівають при сталому об'ємі до початкової температури, і тиск зростає до $1,22\text{ ат}$. Визначити для даного газу відношення c_p/c_v .

8.51 1 кмоль азоту, що знаходиться за нормальних умов, розширяється адіабатично від об'єму V_1 до об'єму

$V_2 = 5V_1$. Визначити зміну внутрішньої енергії газу та виконану роботу під час розширення.

8.52 Під час адіабатичного стискання одного кіломоля двохатомного газу, була виконана робота, рівна 146 кДж . На скільки збільшилася температура під час стискання?

8.53 У скільки разів зменшиться середня квадратична швидкість молекул двохатомного газу під час адіабатичного збільшення об'єму у два рази.

8.54 10 г кисню, що знаходиться за нормальних умов, стискають до об'єму $1,4 \text{ л}$. Визначити тиск і температуру кисню після стиску, якщо кисень стискали за сталої температури.

8.55 10 г кисню, що знаходиться за нормальних умов, стискають до об'єму $1,4 \text{ л}$. Визначити тиск і температуру кисню після стиску, якщо кисень стискали без теплообміну із зовнішнім середовищем.

8.56 10 г кисню, що знаходиться за нормальних умов, стискають до об'єму $1,4 \text{ л}$. Порівняти роботу стиску газу під час адіабатичного та ізотермічного процесів.

8.57 28 г азоту, що знаходиться при температурі 40° С і тиску 750 мм рт. ст , стискають до об'єму 13 л . Визначити температуру і тиск азоту після стиску, якщо процес стиску – ізотермічний.

8.58 28 г азоту, що знаходиться при температурі 40° С і тиску 750 мм рт. ст , стискають до об'єму 13 л . Визначити температуру і тиск азоту після стиску, якщо процес стиску – адіабатичний.

8.59 У скільки разів зросте довжина вільного пробігу молекул двохатомного газу, якщо його тиск зменшиться в два рази під час ізотермічного розширення?

8.60 У скільки разів зросте довжина вільного пробігу молекул двохатомного газу, якщо його тиск зменшиться в два рази під час адіабатичного розширення?

8.61 1 кг повітря, що знаходиться при температурі 30°C і під тиском $1,5\text{ ат}$, розширяється адіабатично і тиск при цьому падає до однієї атмосфери. Визначити кінцеву температуру та роботу виконану газом під час розширення.

8.62 Деяка кількість кисню займає об'єм 3 л при температурі 27°C і під тиском $0,82\text{ МПа}$ (рисунок 1). В другому стані газ має відповідно такі параметри: об'єм – 4,5 л, тиск – $0,6\text{ МПа}$. Визначити кількість теплоти, виконану газом роботу під час розширення та зміну внутрішньої енергії, якщо перехід газу відбувався з першого стану в другий шляхом ACB .

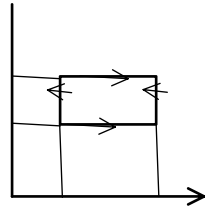


Рис.1

8.63 Деяка кількість кисню займає об'єм 3 л при температурі 27°C і під тиском $0,82\text{ МПа}$ (рисунок 1). В другому стані газ має відповідно такі параметри: об'єм – 4,5 л, тиск – $0,6\text{ МПа}$. Визначити кількість теплоти, виконану газом роботу під час розширення та зміну внутрішньої енергії, якщо перехід газу відбувався з першого стану в другий шляхом ADB .

8.64 Ідеальна теплова машина, яка працює за циклом Карно, отримує за кожний цикл від нагрівника 600 кал теплоти. Температура нагрівника 400 К , температура холодильника 300 К . Визначити роботу, виконану машиною за один цикл, і кількість теплоти, віддану холодильнику за один цикл.

8.65 Ідеальна теплова машина, що працює за зворотнім циклом Карно, передає тепло від холодильника з водою при температурі 0°C кип'ятильнику з водою при

температурі 100°C . Яку кількість води треба заморозити в холодильнику, щоб перетворити в пару 1 кг води в кип'ятильнику?

8.66 Приміщення опалюється холодильною машиною, що працює за зворотнім циклом Карно. У скільки разів кількість теплоти, отримана приміщенням від зго-рання дров у пічці є меншою за кількість теплоти, що передається приміщенню холодильною машиною, яка приводиться в дію тепловою машиною, що споживає ту саму кількість дров що і пічка? Дана теплова машина працює в інтервалі температур $t_1 = 100^{\circ}\text{C}$ і $t_2 = 0^{\circ}\text{C}$. Приміщення треба підтримувати при температурі 16°C . Температура навколишнього повітря 10°C .

8.67 Парова машина потужністю $14,7\text{ кВт}$ споживає за одну годину роботи $8,1\text{ кг}$ вугілля, теплота зго-рання якого 33 МДж/кг . Температура котла 200°C , а температура холодильника 58°C . Визначити фактичний к.к.д. машини і порівняти його з к.к.д. ідеальної теплової машини, що працює за циклом Карно в інтервалі тих же температур.

8.68 В циліндрах карбюраторного двигуна внутрішнього згорання газ стискається політропно так, що після стиску температура газу стає рівною 427°C . Початкова температура газу 140°C . Коефіцієнт стиску рівний $5,8$. Чому дорівнює показник політропи?

8.69 Діаметр циліндра карбюраторного двигуна внутрішнього згорання 10 см , а хід поршня 11 см . Який об'єм повинна мати камера стиску, якщо відомо, що початковий тиск газу рівний 1 ат , початкова температура газу 127°C і кінцеве значення тиску в камері після стиску 10 ат ?

8.70 Діаметр циліндра карбюраторного двигуна внутрішнього згорання 10 см , а хід поршня 11 см . Якою

буде температура газу в камері після стиску, якщо відомо, що початковий тиск газу рівний 1 ат , початкова температура газу 127°C і кінцеве значення тиску в камері після стиску 10 ат ?

8.71 Діаметр циліндра карбюраторного двигуна внутрішнього згорання 10 см , а хід поршня 11 см . Знайти роботу, виконану під час стиску, якщо відомо, що початковий тиск газу рівний 1 ат , початкова температура газу 127°C , кінцеве значення тиску в камері після стиску 10 ат а показник політропи рівний $1,3$.

8.72 Визначити к.к.д. карбюраторного двигуна внутрішнього згорання, якщо показник політропи рівний $1,33$, а ступінь стиску дорівнює чотирьом.

8.73 Двигун внутрішнього згорання Дизеля має ступінь стиску рівну 16 а ступінь адіабатичного розширення рівну $6,4$. Яку мінімальну кількість нафти споживає двигун за годину, якщо потужність двигуна $36,8 \text{ кВт}$, показник політропи рівний $1,3$ а питома теплота згорання нафти 46 МДж/кг ?

8.74 Визначити зміну ентропії під час перетворення 10 г льоду, взятого при температурі -20°C в пару при температурі 100°C .

8.75 Визначити приріст ентропії під час перетворення 1 г води, взятої при температурі 0°C , в пару при температурі 100°C .

8.76 Визначити зміну ентропії під час плавлення 1 кг льоду, що знаходиться при температурі 0°C .

8.77 640 г розплавленого свинцю при температурі плавлення вилили на лід, температура якого рівна 0°C . Визначити зміну ентропії під час цього процесу.

8.78 Визначити зміну ентропії під час переходу 8 г кисню від об'єму 10 л при температурі 80°C до об'єму 40 л при температурі 300°C .

8.79. Знайти зміну ентропії під час переходу 6 г водню від об'єму 20 л під тиском 0,15 МПа до об'єму 60 л під тиском 0,1 МПа.

8.80 Під час ізобарного розширення об'єм водню масою 6,6 г збільшився у двічі. Визначити зміну ентропії під час цього розширення.

8.81 Визначити зміну ентропії під час ізобарного розширення 8 г гелію від об'єму 10 л до об'єму 25 л.

8.82 Визначити зміну ентропії під час ізотермічного розширення 6 г водню від тиску 0,1 МПа до тиску 0,05 МПа.

8.83 Визначити зміну ентропії під час ізотермічного розширення 10,5 г азоту від об'єму 2 л до об'єму 5 л.

8.84 10 г кисню нагрівається від температури 50° С до температури 150° С. Визначити зміну ентропії, якщо нагрівання відбувається при сталому об'ємі.

8.85 10 г кисню нагрівається від температури 50° С до температури 150° С. Визначити зміну ентропії, якщо нагрівання відбувається при сталому тиску.

8.86 Під час нагрівання одного кіломоля двоатомного газу його абсолютна температура збільшилася в 1,5 рази. Визначити зміну ентропії, якщо нагрівання відбувалося при сталому об'ємі.

8.87 Під час нагрівання одного кіломоля двоатомного газу його абсолютна температура збільшилася в 1,5 рази. Визначити зміну ентропії, якщо нагрівання відбувалося при сталому тиску.

8.88 У результаті нагрівання 22 г азоту його абсолютна температура збільшилася в 1,2 рази, а ентропія зросла на 4,19 Дж/К. При яких умовах відбувалося нагрівання (ізохорно чи ізобарно)?

8.89 Один кубічний метр повітря, що знаходиться при температурі 0°C і під тиском $0,2\text{ МПа}$, ізотермічно розширюється від об'єму V_1 до об'єму $V_2 = 2V_1$. Визначити зміну ентропії під час цього процесу.

8.90 Зміна ентропії на ділянках між двома адіабатами в циклі Карно дорівнює $4,2\text{ кДж/К}$. Різниця температур між двома ізотермами рівна 100° . Яка кількість теплоти йде на виконання роботи в даному циклі?

§9 РЕАЛЬНІ ГАЗИ, РІДИНИ І ТВЕРДІ ТІЛА

Рівняння стану реал-ьних газів (рівняння Ван-дер-Ваальса) для одного кіломоля має вигляд:

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2} \right) \cdot (V_0 - b) = RT,$$

де V_0 — об'єм одного кі-ломоля газу;
 a і b — сталі, різні для різних газів;
 p — тиск;
 T —абсолютна темпе-ратура;
 R — газова стала.

Рівняння Ван-дер-Ваальса, для любой маси газу, має вигляд:

$$\left(p + \frac{M^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \times \\ \times \left(V + \frac{M}{\mu} b \right) = \frac{M}{\mu} RT,$$

де V —об'єм всього газу;
 μ — маса одного кіло-моля газу.

Сталі a і b мають ті ж самі значення, що і для одного кіломоля газу.

В цьому рівнянні

$\frac{M^2 a}{\mu^2 V^2} = p_i$ — тиск, обу-мовлений силами взає-модії молекул;

$\frac{M}{\mu}b = V_i$ – об'єм, пов'язаний з власним об'ємом молекул.

Сталі a і b даного газу зв'язані з його критичною температурою T_k , критичним тиском p_k і критичним об'ємом V_{0k} наступними співвідношеннями:

$$V_{0k} = 3b,$$

$$p_k = \frac{a}{27b},$$

$$T_k = \frac{8a}{27bR}.$$

Ці рівняння можна розв'язати відносно сталей a і b :

$$a = \frac{27T_k^2 R^2}{64p_k}$$

$$b = \frac{T_k R}{8p_k}.$$

В табл. 5 подано значення критичних величин T_k і p_k для деяких газів.

Якщо ввести зведені величини

$$\tau = \frac{T}{T_k}$$

$$\pi = \frac{p}{p_k}$$

$$\omega = \frac{V_0}{V_{0k}}$$

то рівняння Ван-дер-Ваальса буде мати такий вигляд (для одного кіло-моль газу):

$$\left(p + \frac{3}{\omega^2} \right) (3\omega - 1) = 8\tau$$

Абсолютною вологістю називається парціальний тиск водяної пари, що знаходиться в повітрі.

Відотною вологістю називається відношення абсолютної вологості до парціального тиску водяної пари, що насичує простір при заданій температурі.

Питома тепло-тоя пароутворення називається кількість теплоти, яка необхідна для перетворення одиниці маси рідини в пару при сталій температурі, яку називають температурою кипіння.

Залежність тиску насиченої пари p_n від температури задається рівнянням Клаузіуса – Клапейрона:

$$\frac{dp_n}{dT} = \frac{r_0}{T(V_n - V_p)},$$

де V_n – об'єм одного кіломоля пари;
 V_p – об'єм одного кіломоля рідини.

Відносна зміна об'єму рідини при нагріванні визначається формулою:

$$\frac{\Delta V}{V} = \beta \Delta T,$$

де β – коефіцієнт об'ємного розширення.
 Відносна зміна об'єму рідини при зміні тиску:

$$\frac{\Delta V}{V} = -k\Delta p,$$

де k – коефіцієнт стис-ку.

Коефіцієнт по-верхневого натягу чисельно рівний силі, прикладеній до одиниці довжини краю поверх-невої плівки рідини, тобто:

$$\alpha = \frac{F}{\square},$$

При зміні площі плівки на ΔS викону-ється робота:

$$\Delta A = \alpha \Delta S,$$

Додатковий тиск, створений кривизною поверхні рідини, визна-чається формулою Лап-ласа:

$$\Delta p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

де R_1 і R_2 – радіуси кри-визни двох взаємно перпендикулярних перерізів поверхні рідини.

Радіус R вважається до-датнім, якщо центр кри-визни знаходиться все-редині рідини (ви-пуклий меніск) і від’ємним, як-що центр кривизни зна-ходиться за межами рі-дини (вгнутий меніск).

Висота підняття рі-дини в капілярній труб-ці:

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{r\rho g},$$

де r – радіус трубки;
 ρ – густина рідини;
 θ – краєвий кут.

При повному змочуванні $\theta = 0$, при незмочуванні $\theta = \pi$.

Тиск насиченої пари p_1 над вгнутою поверхнею рідини менший, а над випуклою – більший, ніж тиск p_0 над плоскою поверхнею.

Додатковий тиск рівний:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \pm \frac{2\alpha\rho_0}{\rho R},$$

де ρ – густина рідини;

ρ_0 – густина насиченої пари рідини;

R – радіус кривизни поверхні рідини.

Осмотичний тиск p розчину зв'язаний з його абсолютною температурою формулою Вант-Гоффа:

$$p = CRT,$$

де R – газова стала;

$$C = \frac{M}{\mu V} = \frac{N}{N_A};$$

N – число молекул розчиненої речовини в одиниці об'єму.

При наявності дисоціації, число частинок в одиниці об'єму буде більшим, що приведе до збільшення осмотичного тиску.

Тиск насиченої пари над розчином менший, ніж над чистим розчином. При достатньо малій концентрації розчину відносно зменшення тиску насиченої пари над розчином визначається законом Рауля:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{z'}{z + z'},$$

де p_0 – тиск насиченої пари над чистим розчином;
 p – тиск насиченої пари над розчином;
 z' – число кіло молей розчиненої речовини;
 z – число кіло молей рідини.

Зміну температури плавлення dT при зміні тиску на dp дає рівняння Клаузіуса-Клапейрона:

$$dT = T \frac{V_p - V_m}{q_0} dp,$$

де q_0 – молекулярна теплота плавлення;
 V_p – об'єм одного кіломоля рідини;
 V_m – об'єм одного кіломоля твердого тіла;
 T – температура плавлення.

При не дуже низьких температурах для твердих тіл має місце закон Дюлонга і Пті, згідно якого атомна теплоємність всіх хімічно простих твердих тіл рівна приблизно:

$$3R = 25 \text{ Дж/кг} \cdot \text{атом} \cdot \text{К}.$$

При підвищенні температури довжина твердих тіл зростає в першому наближенні лінійно з температурою, тобто:

$$l = l_0 (1 + \alpha \Delta t),$$

де l_t – довжина тіла при температурі t ;
 l_0 – довжина тіла при температурі 0°C ;
 α – коефіцієнт лінійного теплового розширення.
 Для твердих ізотропних тіл:

$$\alpha = \beta/3,$$

де β – коефіцієнт об'ємного теплового розширення.

При підвищенні температури об'єм твер-дих тіл зростає в пер-шому наближенні ліній-но з температурою, тоб-то:

$$V_t = V_0(1 + \beta \Delta t),$$

де V_t – об'єм тіла при температурі t ;
 V_0 – довжина тіла при температурі 0°C ;
 β – коефіцієнт об'єм-ного теплового розши-рення.

Приклад розв'язання задачі

В балоні, об'ємом $0,01 \text{ м}^3$, перебуває азот, масою $0,25 \text{ кг}$ при тем-пературі 280 K . Визна-чити, яку частину об'є-му балона становить власний об'єм молекул газу.

Розв'язання

За умовою задачі необ-хідно знайти відношен-ня:

$$k = \frac{V'}{V}, \quad (1)$$

де V' – власний об'єм молекул;
 V – об'єм балона.

Власний об'єм мо-лекул знайдемо, вико-ристовуючи рівняння Ван-дер-Ваальса:

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \times \\ \times \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT,$$

Поправка в рівнянні:

$$\frac{m}{\mu} b$$

дає власний об'єм молекул всього газу, тобто:

$$\frac{m}{\mu} b = 4V'$$

звідки:

$$V' = \frac{m}{\mu} \frac{b}{4}$$

Підставивши значення власного об'єму в рівняння (1), дістанемо:

$$k = \frac{m}{\mu} \frac{b}{4V}$$

де $b = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

Підставляючи числові значення величин і обчислюючи, дістанемо:

$$k = \frac{0,25 \text{ кг} \cdot 3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}}{4 \cdot 0,028 \text{ кг} / \text{моль} \cdot 0,01 \text{ м}^3} = 0,0086$$

Таким чином, власний об'єм молекул становить 0,86 % об'єму балона.

Розрахункові задачі

9.1 Визначити найменування одиниць вимірювання в системі SI сталих a і b , які входять в рівняння Ван-дер-Ваальса.

9.2 10 г гелію займає об'єм 100 см^3 під тиском 10^8 Па . Визначити температуру газу, розглядаючи його як: 1) ідеальний і 2) реальний.

9.3 Густина азоту 140 кг/м^3 , його тиск 10 МПа . Визначити температуру газу, вважаючи його: 1) ідеальним; 2) реальним. Поправки a і b відповідно, рівні $0,135 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$ і $3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

9.4 В закритій посудині, об'ємом $0,5 \text{ м}^3$, знаходиться $0,6 \text{ кмоль}$ вуглекислого газу під тиском 3 МПа . Користуючись рівнянням Ван-дер-Ваальса, визначити у скільки разів треба збільшити температуру газу, щоб тиск зменшився у два рази.

9.5 Один кіломоляр кисню знаходиться при температурі 100° C і під тиском 10^7 Па . Визначити об'єм кисню, вважаючи, що він за даних умов веде себе як реальний газ.

9.6 Один кіломоляр азоту знаходиться при температурі 27° C і під тиском $5 \cdot 10^6 \text{ Па}$. Визначити об'єм азоту, вважаючи, що він за даних умов веде себе як реальний газ.

9.7 Визначити ефективний діаметр молекули азоту двома способами: 1) за відомим значенням середньої довжини вільного пробігу молекул при нормальних умовах що дорівнює $9,5 \cdot 10^{-6} \text{ см}$; 2) за відомим значенням сталої b в рівнянні Ван-дер-Ваальса.

9.8 Визначити середню довжину вільного пробігу молекули вуглекислого газу при нормальних умовах. Визначити ефективний діаметр молекули, вважаючи відомими для даного газу критичні температуру і тиск.

9.9 Визначити коефіцієнт дифузії гелію при температурі 17° C і під тиском 15 МПа . Визначити ефективний діаметр атома гелію, вважаючи відомими для даного газу критичні температуру і тиск.

9.10 Визначити внутрішній тиск і власний об'єм молекул кисню ($v = 10$ моль), що знаходиться в посудині, об'ємом 5 л. Поправка $a = 0,136 \text{ Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$ а поправка $b = 3,17\cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

9.11 Один кіломоляр гелію займає об'єм $0,237 \text{ м}^3$ при температурі -200°C . Визначити тиск газу, користуючись рівнянням Ван-дер-Ваальса у зведених величинах.

9.12 Визначити, у скільки разів тиск газу більший за його критичне значення, якщо відомо, що його об'єм і температура у два рази більші за критичні значення цих величин.

9.13 Один кіломоляр кисню займає об'єм $0,056 \text{ м}^3$ під тиском 920 ат . Визначити температуру газу, користуючись рівнянням Ван-дер-Ваальса у зведених величинах.

9.14 Визначити густину гелію в критичному стані, вважаючи відомими для нього значення критичних температур і тиску.

9.15 Кисень, масою 100 г, розширюється від об'єму 5 л до об'єму 10 л. Визначити роботу міжмолекулярних сил притягання під час цього розширення. Поправку a вважати рівною $0,136 \text{ Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$.

9.16 У посудині, об'ємом 10 л, знаходиться $0,25 \text{ кг}$ азоту при температурі 27°C . Яку частину тиску газу становить тиск, зумовлений силами взаємодії молекул?

9.17 У посудині, об'ємом 10 л, знаходиться $0,25 \text{ кг}$ азоту при температурі 27°C . Яку частину об'єму посудини становить власний об'єм молекул?

9.18 1 кмоль деякого газу займає об'єм рівний 1 м^3 . Під час розширення газу до об'єму $1,5 \text{ м}^3$ була ви-

конана робота проти сил міжмолекулярної взаємодії, яка рівна $45,3 \text{ кДж}$. Визначити для цього газу поправку a , яка входить у рівняння Ван-дер-Ваальса.

9.19 20 кг азоту адіабатично розширюється в пустоту від об'єму 1 м^3 до об'єму 2 м^3 . Визначити на скільки зменшилася температура газу під час розширення, вважаючи відомою для азоту сталу a , що входить у рівняння Ван-дер-Ваальса.

9.20 Азот ($\nu = 2 \text{ моль}$), адіабатично розширюється в пустоту. Температура газу під час розширення зменшується на 1° . Визначити роботу, виконану газом проти міжмолекулярних сил притягання.

9.21 Визначити густину насиченої пари води при температурі 50°C .

9.22 У скільки разів густина насиченої водяної пари при температурі 16°C менша за густину води?

9.23 У скільки разів густина насиченої водяної пари при температурі 200°C більша за густину насиченої водяної пари при температурі 100°C ?

9.24 Яка вага водяної пари, що міститься в 1 м^3 повітря в літній день при температурі 30°C і відносній вологості 75% ?

9.25 У замкнутій посудині, об'ємом 1 м^3 , відносна вологість повітря рівна 60% при температурі 20°C . Скільки води треба ще випарувати в цей об'єм, щоб водяна пара стала насиченою?

9.26 Температура повітря в кімнаті 18°C , відносна вологість 50% . В металевий чайник налили холодну воду. При якій температурі води чайник перестане за-пітнівати?

9.27 Яке число молекул насиченої водяної пари знаходиться в 1 см^3 при температурі 30°C ?

9.28 0,5 г водяної пари займає об'єм 10 л, при температурі 50°C . 1) Яка відносна вологість повітря? 2) Яка кількість пари сконденсується, якщо ізотермічно зменшити об'єм вдвічі?

9.29 З метою підвищення нафтовіддачі в пласт закачують насичену пару при високому тиску і температурі. Визначити густину насиченої пари води при температурі 300°C . У скільки разів густина насиченої пари менша за густину води? (Тиск насиченої пари при 300°C рівний 9 МПа).

9.30 З метою підвищення нафтовіддачі в пласт од-ночасно закачують суміш насиченої пари і певної час-тини води при температурі 100°C . На скільки відсотків збільшиться маса насиченої пари при підвищенні темпе-ратури системи на 30 К. Пару вважати ідеальним газом. Питомий об'єм води безмежно малий порівняно з пито-мим об'ємом пари. Тиск насиченої пари при температу-рі 100°C рівний 98 кПа, а при температурі 130°C – 294 кПа.

9.31 Тиск насиченої ртутної пари при температурі 100°C рівний 0,28 мм рт. ст. а при 120°C становить 0,76 мм рт. ст. Визначити середнє значення питомої теп-лоти пароутворення парів ртуті в даному інтервалі тем-ператур.

9.32 Визначити густину ртуті при температурі 300°C , якщо густина ртуті при 0°C рівна 13600 кг/м^3 . Коефіцієнт об'ємного розширення ртуті вважати сталим, і його середнє значення в даному інтервалі температур прийняти рівним $1,85 \cdot 10^{-4}\text{ K}^{-1}$.

9.33 При температурі 100°C густина ртуті рівна $13,4\text{ г/см}^3$. При якій температурі її густина буде рівною $13,1\text{ г/см}^3$? Коефіцієнт об'ємного розширення ртуті вва-жати рівним $1,8 \cdot 10^{-4}\text{ K}^{-1}$.

9.34 У резервуар, в якому знаходиться 125 м^3 нафти, густиною 760 кг/м^3 , закачано 224 м^3 нафти, густиною 848 кг/м^3 . Визначити густину суміші.

9.35 Коефіцієнт об'ємного розширення ртуті рівний $1,82 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$. Визначити коефіцієнт стиску для ртуті, якщо відомо, що для того щоб під час нагрівання її на 1° об'єм не змінився, необхідно зовнішній тиск збільшити на 47 ат .

9.36 Визначити різницю рівнів ртуті в двох однакових скляних, сполучених трубках, якщо ртуть в лівому коліні підтримувати при температурі 0° С , а праве нагріти до температури 100° С . Висота ртуті в лівому коліні – 90 см . Коефіцієнт об'ємного розширення ртуті прийняти рівним $1,82 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$. Розширенням скла знехтувати.

9.37 Скляна посудина, наповнена до країв рідкою оливою, при температурі 0° С . Під час нагрівання посудини з оливою до температури 100° С , 6% наливої оливи витекло. Визначити коефіцієнт об'ємного розширення рідкої оливи, якщо коефіцієнт об'ємного розширення скла рівний $3 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$.

9.38 Температура повітря в приміщенні 37° С , атмосферний тиск рівний 760 мм рт. ст. . Що покаже ртутний барометр, який знаходиться в цьому приміщенні? Коефіцієнт об'ємного розширення ртуті прийняти рівним $1,82 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$, а розширенням скла знехтувати.

9.39 У цистерні знаходиться 400 л води і 400 л нафти. Визначити різницю їх об'ємів при підвищенні температури на 30 К . Температурний коефіцієнт об'ємного розширення води – $0,13 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, нафти – 10^{-3} К^{-1} .

9.40 1) Яку силу треба прикласти до горизонтального розміщеного алюмінієвого кільця, висотою 10 мм , внутрішнім діаметром 50 мм і зовнішнім діаметром

52 мм, щоб відірвати його від поверхні води? 2) Яку частину від знайденої сили становить сила поверхневого натягу?

9.41 Кільце, внутрішнім діаметром 25 мм і зовнішнім діаметром 26 мм, висить на пружині, коефіцієнт жорсткості якої – 10^{-3} Н/мм, і дотикається до поверхні рідини. Під час опускання поверхні рідини кільце відірвалось від поверхні при деформації пружини на 5,3 мм. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу рідини.

9.42 Рамка з рухомою перекладиною затягнута мильною плівкою. Визначити, чому дорівнює довжина перекладки, якщо відомо, що під час переміщення перекладки на 1 см, виконується робота при сталій температурі, що рівна $4,5 \cdot 10^{-5}$ Дж. Коефіцієнт поверхневого натягу мильної води рівний 0,045 Н/м.

9.43 Спирт краплями витікає з посудини через вер-тикальну трубку, внутрішній діаметр якої 2 мм. Вважаючи, що краплі відриваються через 1 с одна за одною, визнати через який час витече 10 г спирту, якщо діаметр шийки краплі в момент відриву був рівним діаметру трубки.

9.44 Вода краплями витікає з посудини через вертикальну трубку, внутрішній діаметр якої 3 мм. Під час охолодження води від 100°C до 20°C маса кожної краплі змінилась на $13,5 \cdot 10^{-6}$ кг. Знаючи коефіцієнт поверхневого натягу води при 20°C , визначити коефіцієнт поверхневого натягу води при 100°C , якщо діаметр шийки краплі в момент відриву був рівним діаметру трубки.

9.45 Під час плавлення нижнього кінця вертикально підвішеної свинцевої дротини, діаметром 1 мм, утворилось 20 крапель. На скільки вкоротилась дротина під час плавлення? Вважати, що коефіцієнт поверхневого натягу свинцю рівний 0,47 Н/м, діаметр шийки краплі в момент відриву був рівним діаметру трубки.

9.46 На скільки нагріється крапля ртуті в результаті злиття двох крапель радіусом 1 мм кожна?

9.47 Яку роботу треба виконати проти сил поверх-невого натягу, щоб збільшити вдвоє об'єм мильної бульбашки, радіусом 1 см? Коефіцієнт поверхневого на-тягу мильного розчину прийняти рівним 0,043 Н/м.

9.48 Яку роботу треба виконати проти сил поверх-невого натягу, щоб видути мильну бульбашку діаме-тром 4 см? Коефіцієнт поверхневого натягу мильного розчину прийняти рівним 0,043 Н/м.

9.49 Визначити тиск повітря (в мм рт. ст.) в пові-тряній бульбашці, діаметром 0,01 мм, що знаходиться на глибині 20 см під поверхнею води. Зовнішній тиск є рівним 765 мм рт. ст.

9.50 Тиск повітря в середині мильної бульбашки на 1 мм рт. ст. більший за атмосферний. Чому рівний діаметр бульбашки? Коефіцієнт поверхневого натягу мильного розчину прийняти рівним 0,043 Н/м.

9.51 Визначити, на якій глибині під водою знаходиться повітряна бульбашка, якщо відомо, що густина повітря в ній рівна 2 кг/м^3 . Діаметр бульбашки рівний 0,015 мм, температура становить 20°C і атмосферний тиск – 760 мм рт. ст.

9.52 У скільки разів густина повітря в бульбашці, що знаходиться на глибині 5 м під водою, є більшою за густину повітря при атмосферному тиску (при тій же температурі), якщо радіус бульбашки рівний $5 \cdot 10^{-4} \text{ мм}$?

9.53 Яким повинен бути найбільший діаметр циліндричної трубки, щоб нафта в ній піднялася на висоту 10 см? Змочування вважати повним.

9.54 Капіляр, з внутрішнім радіусом 2 мм, опущено в рідину. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу

рідини, якщо відомо, що вага рідини, яка піднялася в капілярі, дорівнює $9 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$.

9.55 Капілярна трубка, внутрішній діаметр якої становить $0,16 \text{ мм}$, опущена вертикально в посудину з водою. Чому має бути рівний тиск повітря над водою в капілярі, щоб рівень води в капілярі та в посудині був однаковим? Зовнішній тиск рівний 760 мм рт. ст. . Змочування вважати повним.

9.56 На поверхню води поклали (повністю не змочувану водою) стальну голку. Чому дорівнює діаметр голки, якщо голка втримується на поверхні води?

9.57 В дні посудини зі ртуттю є отвір. Яким найбільшим може бути діаметр отвору, щоб ртуть з посудини не виливалась при висоті ртутного стовпчика 3 см ?

9.58 В дні скляної посудини, площею 30 см^2 , є круглий отвір діаметром $0,5 \text{ мм}$. В посудину налили ртуть. Яка кількість ртуті залишиться в посудині?

9.59 Між двома вертикальними, плоско паралельними скляними пластинами, що знаходяться на відстані $0,25 \text{ мм}$ одна від одної, налита рідина. Визначити густину даної рідини, якщо відомо, що висота підняття рідини між пластинами рівна $3,1 \text{ см}$ а коефіцієнт поверхневого натягу рідини рівний $0,03 \text{ Н/м}$. Змочування вважати повним.

9.60 У відкритому капілярі знаходиться крапля води. Під час вертикального положення капіляра, крапля утворює в ньому стовпчик висотою 2 см . Внутрішній діаметр капіляра рівний 1 мм . Визначити радіус кривизни верхнього і нижнього меніска. Змочування вважати повним.

9.61 В горизонтальному капілярі, з внутрішнім діаметром 2 мм , знаходиться вода, що утворила стовпчик довжиною 10 см . Скільки грамів води витече з капіляра,

якщо його поставити вертикально? Змочування вважати повним.

9.62 Осмотичний тиск розчину, що знаходиться при температурі 87°C дорівнює $0,165\text{ МПа}$. Яка кількість молекул води припадає на одну молекулу розчиненої речовини в даному розчині? Дисоціацією молекул розчиненої речовини знехтувати.

9.63 2 г кухонної солі розчинено в $0,5\text{ л}$ води. Степінь дисоціації молекул кухонної солі дорівнює 75% . Визначити осмотичний тиск розчину при температурі 17°C .

9.64 Степінь дисоціації молекул кухонної солі під час розчинення її в 1 л води рівна 40% . В даному випадку осмотичний тиск розчину, що знаходиться при температурі 27°C , дорівнює $0,121\text{ МПа}$. Визначити масу розчиненої кухонної солі у воді.

9.65 $2,5\text{ г}$ кухонної солі розчинено в 1 л води при температурі 18°C . Осмотичний тиск розчину рівний $0,16\text{ МПа}$. Скільки частинок розчиненої речовини знаходиться в 1 см^3 розчину?

9.66 Тиск насиченої пари над розчином при температурі 30°C дорівнює $31,5\text{ мм рт. ст.}$. Визначити тиск насиченої пари над цим розчином при температурі 60°C .

9.67 Зміна ентропії під час плавлення одного кіломоля льоду рівна $22,2\text{ кДж/К}$. Визначити на скільки зміниться температура плавлення льоду через збільшення зовнішнього тиску на $0,1\text{ МПа}$.

9.68 Температура плавлення олова при тиску 10^5 Па рівна $231,9^{\circ}\text{C}$, а при тиску 10^7 Па вона рівна $232,2^{\circ}\text{C}$. Густина рідкого олова 7 г/см^3 . Визначити збільшення ентропії під час плавлення одного кіломоля олова.

9.69 Користуючись законом Дюлонга і Пті, знайти з якого матеріалу зроблена металічна кулька, масою $0,025\text{ кг}$, якщо відомо, що для її нагрівання від 10°C до 30°C необхідно затратити 117 Дж теплоти.

9.70 Користуючись законом Дюлонга і Пті, знайти у скільки разів питома теплоємність алюмінію більша за питому теплоємність платини.

9.71 Свинцева куля, що летить зі швидкістю 400 м/с , вдаряється об стінку і входить в неї. Вважаючи, що 10% її кінетичної енергії йде на нагрівання, визначити на скільки градусів вона нагрілась. Питому теплоємність свинцю знайти за законом Дюлонга і Пті.

9.72 Зовнішня поверхня стіни має температуру -20°C , а внутрішня має температуру $+20^\circ\text{C}$. Товщина стіни 40 см . Визначити коефіцієнт теплопровідності матеріалу стіни, якщо через кожний квадратний метр її поверхні за одну годину проходить 462 Дж теплоти.

9.73 Яку кількість теплоти втрачає кімната за одну хвилину, з площею підлоги 20 м^2 і висотою стін 3 м , через чотири цегляні стіни? Температура в кімнаті рівна 15°C , зовнішня температура становить -20°C . Коефіцієнт теплопровідності цегли $0,84\text{ Дж/К}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$, товщина стін 50 см . Втратою тепла через підлогу і стелю знехтувати.

9.74 Один кінець залізного стержня підтримується при температурі 100°C , а другий впирається в лід. Довжина стержня 14 см , площа поперечного перерізу 2 см^2 . Стержень теплоізолюваний так, що втратами тепла через стінки можна знехтувати. Визначити: 1) швидкість поширення теплоти вздовж стержня, 2) яка кількість льоду розтане за 40 хв .

9.75 Яка кількість теплоти проходить за 1 с вздовж мідного стержня, поперечний переріз

якого 10 см^2 , довжина 50 см , а різниця температур на кінцях стержня 15°C ? Тепловими втратами знехтувати.

9.76 Для закачування теплоносія в пласт використовують теплоізольовані труби. Яку силу треба прикласти до кінців сталеві труби, довжиною 10 м і площею поперечного перерізу $0,04 \text{ м}^2$, щоб не дати їй розширитись під час нагрівання від 0°C до 350°C ? Температурний коефіцієнт розширення сталі – $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, модуль Юнга сталі – 216 ГПа .

9.77 До сталеві дробини, радіусом 1 мм , підвисили вантаж. Під дією цього вантажу видовження дробини буде таким самим як при її нагріванні на 20° . Визначити масу вантажу.

9.78 Мідна дробина натягнута при температурі 150°C між двома міцними нерухомими стінками. При якій температурі, під час охолодження, розірветься дробина? Вважати, що закон Гука є справедливим під час розриву дробини.

9.79 Яку довжину повинні мати при 0°C сталеві і мідні стержні, щоб при довільній температурі сталеві стержні були довшими за мідні на 5 см .

9.80 На нагрівання мідного циліндра, масою 1 кг , що знаходиться при температурі 0°C , затрачено 33 ккал теплоти. У скільки разів збільшився об'єм циліндра? Теплоємність міді визначити за законом Дюлонга і Пті.

РОЗДІЛ III ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ

Електричні і магнітні одиниці

Найменування величин	Позначення	Одиниці вимірювання	Скорочене позначення
Сила струму	I	ампер	A
Кількість електрики	q	кулон	$Кл$
Густина струму	j	Ампер на метр квадратний	A/m^2
Поверхнева густина заряду	σ	Ампер секунда на метр квадратний	$A \cdot c/m^2$
Електричне зміщення	D	Кулон на метр квадратний	$Кл/м$
Електрична напруга	U	Вольт	B
Електричний потенціал	φ	Вольт	B
Електричний опір	R	Ом	$Ом$
Електрична провідність	G	Сіменс	$См$
Питомий електричний опір	ρ	Ом метр	$Ом \cdot м$
Питома електрична провідність	σ	Сіменс на метр	$См/м$

Електрична ємність	C	Фарад	Φ
Напруженість електричного поля	E	Вольт на метр	$B/м$
Електрична стала	ϵ_0	Фарад на метр	$\Phi/м$
Напруженість магнітного поля	H	Ампер на метр	$A/м$
Магнітний потік	Φ	Вебер	$Bб$
Магнітна індукція	B	Тесла	$Tл$
Густина магнітного потоку		Тесла	$Tл$
Індуктивність	L	Генрі	$Гн$
Магнітна стала	μ_0	Генрі на метр	$Гн/м$
Магнітний момент	P_m	Вебер метр	$Bб \cdot м$

§10. ЕЛЕКТРОСТАТИКА

За законом Кулона сила, що діє між двома зарядженими тілами, розміри яких малі порівняно з відстанню між ними, визначається формулою:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2}, (1)$$

де q_1 і q_2 – електричні заряди тіл;
 r – відстань між ними;
 ϵ – діелектрична проникливість середовища;
 ϵ_0 – електрична стала, рівна $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

Напруженість електричного поля визначається формулою:

$$E = \frac{F}{q}, \quad (2)$$

де F – сила, що діє на пробний заряд q , розміщений у даній точці поля.

Напруженість поля точкового заряду рівна:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}. \quad (3)$$

Загальна напруженість електричного поля від декількох полів знаходиться за правилом геометричного додавання:

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n. \quad (4)$$

За теоремою Гауса потік напруженості через довільну замкнену поверхню рівний:

$$N_E = \frac{\sum q}{\epsilon_0\epsilon}, \quad (5)$$

де $\sum q$ – алгебраїчна сума зарядів, що знаходяться в середині даної поверхні. Відповідно потік електричної індукції крізь довільну замкнуту поверхню рівний:

$$N_D = \sum q. \quad (6)$$

За допомогою теореми Гауса можна знайти напруженість електричного поля, утвореного різними зарядженими тілами.

Напруженість поля, утвореного зарядженою нескінченно довгою ниткою, рівна:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}, \quad (7)$$

де τ – лінійна густина заряду на нитці;
 r – відстань від нитки.

Якщо нитка має скінчену довжину, то напруженість поля в точці, що знаходиться на перпендикулярі, проведеному з середини нитки на відстань r від неї, рівна:

$$E = \frac{\tau \sin \theta}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}, \quad (8)$$

де θ – кут між напрямком нормалі до нитки і радіусом-вектором, проведеним з розглядуваної точки до кінця нитки.

Напруженість поля, утвореного зарядженою, нескінченно довгою площиною:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}, \quad (9)$$

де σ – поверхнева густина заряду на площині.

Якщо площа являє собою диск, радіусом R , то напруженість поля в точці, що знаходиться на

перпендикулярі, проведеному з центра диска на відстані a від нього, рівна:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right)$$

Напруженість поля, утвореного різнойменно зарядженими паралельними площинами (поле плоского конденсатора):

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} . \quad (10)$$

Напруженість поля, утвореного зарядженою кулею:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} , \quad (11)$$

де $q = \sigma 4\pi R^2$ – заряд, що знаходиться на поверхні кулі, радіусом;

r – відстань від центра кулі;

$r > R$.

Електрична індукція поля визначається співвідношенням:

$$D = \varepsilon_0\varepsilon E . \quad (12)$$

Різниця потенціалів між двома точками електричного поля чисельно рівна роботі, яку треба виконати, щоб одиничний позитивний заряд перенести з однієї точки в іншу:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q} . \quad (12)$$

Потенціал поля точ-кового заряду:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} , \quad (14)$$

де r – відстань від за-ряду.

Напруженість елек-тричного поля і потенці-ал зв'язані формулою:

$$E = -\frac{dU}{dr} . \quad (15)$$

У випадку однорід-ного поля – поля плос-кого конденсатора:

$$E = \frac{U}{d} , \quad (16)$$

де U – різниця потен-ціалів між пластинами конденсатора;

d – відстань між ними.

Потенціал відокрем-леного провідника і його заряд зв'язані співвідно-шенням:

$$q = CU , \quad (17)$$

де C – ємність провід-ника.

Ємність плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} , \quad (18)$$

де S – площа однієї з пластин;
 d – відстань між пластинами конденсатора.
 Ємність сферичного конденсатора:

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon r R}{R - r}, \quad (19)$$

де r – радіус внутрішньої сфери;
 R – радіус зовнішньої сфери.
 Якщо $R = \infty$, то ємність відокремленої сфери:

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r. \quad (20)$$

Ємність циліндричного конденсатора:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon \ell}{\ln \frac{R}{r}}, \quad (21)$$

де ℓ – висота коаксіальних циліндрів;
 r і R – радіуси внутрішнього і зовнішнього циліндрів, відповідно.

Ємність системи конденсаторів:

а) при паралельно-му з'єднанні:

$$C = C_1 + C_2 + \dots, \quad (22)$$

б) при послідовно-му з'єднанні:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots. \quad (23)$$

Енергія відокремленого зарядженого провідника може бути знайдена за однією з наведених трьох формул:

$$W = \frac{qU}{2}, \quad W = \frac{CU^2}{2},$$

$$W = \frac{q^2}{2C}.$$

в окремому випадку плоского конденсатора:

$$\begin{aligned} W &= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d} = \\ &= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S d}{2} = \\ &= \frac{\sigma^2 S d}{2 \varepsilon_0 \varepsilon}, \end{aligned}$$

де S – площа однієї пластини;
 σ – поверхнева густина заряду на пластинах;
 U – різниця потенціалів між пластинами.
 Величина:

$$\omega = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}, \quad (24)$$

– називається об'ємною густиною енергії електричного поля.

Сила притягання пластин плоского конденсатора визначається формулою:

$$F = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S}{2} =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d^2} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

Приклад розв'язання задачі

На заряд $4,5 \text{ нКл}$, розміщений між пластинами конденсатора ємністю $17,8 \text{ пФ}$, діє сила $98,1 \text{ мкН}$. Площа пластин плоского конденсатора $0,01 \text{ м}^2$, діелектриком є повітря. Визначити:

- а) різницю потенціалів між пластинами;
- б) заряд, що перебуває на пластинах конденсатора;
- в) густину енергії та енергію поля конденсатора;
- г) силу взаємного притягання пластин.

Розв'язання

а) Поле конденсатора однорідне, тому для визначення різниці потенціалів між пластинами конденсатора скористаємось співвідношенням:

$$U = Ed. \quad (1)$$

Напруженість поля E , що входить у формулу (1), знайдемо зі співвідношення:

$$E = \frac{F}{q}, \quad (2)$$

а відстань між пластинами знайдемо з формули ємності плоского конденсатора, а саме :

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d},$$

звідки:

$$d = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{C}, \quad (3)$$

Підставляючи вирази для E та d у формулу (1), одержимо:

$$U = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S F}{C q}. \quad (4)$$

Правильність розв'язання перевіряємо підстановкою найменувань величин, що ввійшли у формулу (4):

$$\begin{aligned} [U] &= \frac{\frac{\Phi}{\text{м}} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{В}}{\Phi \cdot \text{Кл}} = \\ &= \frac{\text{м} \cdot \text{В}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}. \end{aligned}$$

Підставивши числові значення величин у формулу (4), одержимо:

$$\begin{aligned} U &= \frac{8,85 \cdot 10^{-12}}{17,8 \cdot 10^{-12}} \times \\ &\times \frac{10^{-2} \cdot 98,1 \cdot 10^{-6}}{4,5 \cdot 10^{-9}} = 108 (\text{В}). \end{aligned}$$

б) Заряд, що перебуває на пластинах конденсатора, знаходимо зі співвідношення:

$$q = CU \quad (5)$$

Підставивши у формулу (5) числові значення величин, знаходимо:

$$\begin{aligned} q &= 1,78 \cdot 10^{-11} \cdot 108 = \\ &= 1,9 (\text{нКл}). \end{aligned}$$

в) Густина енергії поля конденсатора визначимо за формулою:

$$\omega = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2}, \quad (6)$$

замінивши E його виразом з рівності (2), одержуємо:

$$\omega = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 F^2}{2q^2}. \quad (7)$$

Підставивши у формулу (7) числові значення величин, одержуємо:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{8,85 \cdot 10^{-12}}{2(4,5 \cdot 10^{-9})^2} \times \\ &\times (98,1 \cdot 10^{-6})^2 = \\ &= 2,1 (\text{мДж} / \text{м}^3). \end{aligned}$$

Енергію поля знайдемо, помноживши її густину на об'єм поля, який дорівнює площі пластини на відстань між пластинами:

$$W = \omega V, \quad (8)$$

де

$$V = Sd. \quad (9)$$

Підставивши у (8) значення (9) і замінивши d з (3), знаходимо:

$$W = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S^2 \omega}{C}.$$

Підставивши в цю формулу числові значення величин, одержимо:

$$\begin{aligned} W &= \frac{8,85 \cdot 10^{-12}}{17,8 \cdot 10^{-12}} \times \\ &\times 10^{-4} 2,1 \cdot 10^{-3} = \\ &= 0,104 (\text{мкДж}). \end{aligned}$$

г) Силу F взаємодії пластин конденсатора визначимо на підставі викладених нижче міркувань.

При розсуванні за-ряджених пластин конденсатора на нескінченно малу відстань, виконується робота:

$$dA = Fdx,$$

а для розсування пластин на відстань d , доведеться виконати роботу:

$$A = \int_0^d Fdx = F \int_0^d dx = Fd,$$

звідки:

$$F = \frac{A}{d}.$$

Оскільки енергія поля конденсатора виникає за рахунок роботи, то можна написати:

$$F = \frac{W}{d} = \frac{\omega S d}{d} = \omega S. \quad (10)$$

Підставивши в цей вираз для сили числові значення величин, знайдемо:

$$\begin{aligned} F &= 2,1 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} = \\ &= 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ (H)}. \end{aligned}$$

Поділивши ліву та праву частини (10) на S , одержимо:

$$\frac{F}{S} = \omega = p.$$

Таким чином, сила, що діє на одиницю площі пластини конденсатора (тиск), чисельно дорівнює густині енергії електричного поля конденсатора.

Розрахункові задачі

10.1 Визначити силу притягання між ядром атома водню і електроном. Радіус атома водню рівний $0,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, заряд ядра рівний по величині і протилежний за знаком заряду електрона.

10.2 В елементарній теорії атома водню вважають, що електрон обертається навколо ядра по коловій

орбіті. Визначити швидкість електрона, якщо радіус орбіти 53 нм .

10.3 Два точкові заряди знаходяться на відстані 20 см один від одного і взаємодіють з деякою силою. На якій відстані треба помістити ці заряди в оливі, щоб сила взаємодії між ними не змінилася?

10.4 Дано дві кульки, масою 1 г кожна. Який заряд треба надати кожній кульці, щоб сила взаємного відштовхування зарядів зрівноважила силу взаємного при-тягання кульок за законом тяжіння Ньютона? Кульки вважати матеріальними точками.

10.5 В центрі квадрата, у вершинах якого знаходяться однакові заряди, рівні по $0,3 \text{ нКл}$, знаходиться негативний заряд. Визначити величину цього заряду, якщо результуюча сила, що діє на кожний заряд, рівна нулю.

10.6 Дві кульки однакового радіусу і маси висять на нитках так, що їхні поверхні дотикаються. Після надання кулькам заряду $4 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$, кульки відштовхуються одна від одної і нитки утворюють кут 60° . Визначити масу кульок, якщо відстань від точки підвісу до центра кульки рівна 20 см .

10.7 Дві кульки однакового радіусу і маси висять на нитках так, що їхні поверхні дотикаються. Який заряд треба надати кулькам, щоб сила натягу ниток стала рівною $0,098 \text{ Н}$? Відстань від точки підвісу до центра кульки рівна 10 см , а маса кожної кульки рівна 5 г .

10.8 Дві однаково заряджені кульки (однакового радіусу і маси) висять на нитках однакової довжини, кут між нитками α . Кульки занурюють в оливу густина якої 800 кг/м^3 . Визначити діелектричну проникливість оливи, якщо кут розходження ниток під час занурення кульок в оливу залишився незмінним. Густина матеріалу кульок рівна 1600 кг/м^3 .

10.9 Визначити напруженість електростатичного поля в точці, що лежить посередині між двома точковими зарядами $8 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$ і $-6 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$, що знаходяться у вакуумі на відстані 10 см .

10.10 У вершинах правильного шестикутника знаходяться три позитивних і три негативних заряди. Визначити напруженість електричного поля в центрі шестикутника при різних комбінаціях розміщення зарядів. Величина кожного заряду рівна $1,5 \text{ нКл}$, а сторона шестикутника рівна 3 см .

10.11 У вершинах правильного шестикутника знаходяться однакові додатні заряди. Визначити напруженість електричного поля в центрі шестикутника. Величина кожного заряду рівна $1,5 \text{ нКл}$, а сторона шестикутника рівна 3 см .

10.12 Мідна куля, діаметром 1 см , знаходиться в оливі, густина якої 800 кг/м^3 . Чому дорівнює заряд кулі, якщо рівнодійна сил, що діють на кулю в оливі рівна нулю? Напруженість електричного поля напрямлена вертикально вгору і числове значення її рівне $3,6 \text{ МВ/м}$.

10.13 Відстань між двома точковими зарядами $7,5 \text{ нКл}$ і $-14,7 \text{ нКл}$ рівна 5 см . Визначити напруженість електричного поля на прямій, що з'єднує ці заряди на відстані 3 см від додатного заряду.

10.14 Тонкий, довгий стержень рівномірно заряджений з лінійною густиною 10 мКл/м . На продовженні осі стержня на відстані 20 см від його кінця знаходиться точковий заряд 10 нКл . Визначити силу взаємодії зарядженого стержня і точкового заряду.

10.15 Тонка нескінчена нитка зігнута під кутом 90° . Нитка несе рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною 1 мКл/м . Визначити силу, що діє на точ-

ковий заряд $0,1 \text{ мкКл}$, розміщений на продовженні однієї зі сторін і віддалений від вершини кута на 50 см .

10.16 По тонкому кільцю, радіусом 10 см , рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною 1 нКл/м . В центрі кільця знаходиться заряд $0,4 \text{ мкКл}$. Визначити силу, яка розтягує кільце. Взаємодією зарядів кільця знехтувати.

10.17 Лінійна густина заряду тонкого стержня, довжиною 10 см , становить 400 нКл/м . Визначити напруженість електричного поля в точці, яка розміщена на перпендикулярі до стержня, проведеному через один з його кінців, на відстані 8 см від цього кінця.

10.18 З якою силою (на одиницю довжини) відштовхуються дві однойменно заряджені, нескінченно довгі нитки з однаковою лінійною густиною заряду 3 мкКл/м , і знаходяться на відстані 2 см одна від одної? Яку роботу треба виконати, щоб наблизити ці нитки до відстані 1 см ?

10.19 Дві довгі, однойменно заряджені нитки, розміщені на відстані 10 см одна від одної. Лінійна густина заряду на нитках 10 мкКл/м . Визначити величину і напрям напруженості електричного поля в точці, що знаходиться на відстані 10 см від кожної з ниток.

10.20 Дві нескінченно довгі, рівномірно заряджені, тонкі нитки ($\tau_1 = \tau_2 = 1 \text{ мкКл/м}$) перехрещені під прямим кутом. Визначити силу їх взаємодії.

10.21 Нескінченна площа несе заряд, рівномірно розподілений, з поверхневою густиною 1 мкКл/м^2 . На деякій відстані від площини, паралельно до неї, знаходиться кільце, радіусом 10 см . Визначити потік вектора напруженості крізь це кільце.

10.22 З якою силою електричне поле зарядженої, нескінченної площини діє на кожний метр зарядженої нескінченно довгої нитки, що знаходиться в цьому полі? Лінійна густина заряду на нитці – 3 мкКл/м , а поверхнева густина заряду площини – 20 мкКл/м^2 .

10.23 З якою силою (на одиницю площі) відштовхуються дві заряджені, нескінченно довгі площини з поверхневою густиною заряду 10 нКл/м^2 і -30 нКл/м^2 ?

10.24 На відстані 10 см від нескінченної провідної площини знаходиться точковий заряд 20 нКл . Визначити напруженість електричного поля в точці, що знаходиться від площини на відстані 10 см і від заряду на відстані 20 см .

10.25. Плоска квадратна пластина, сторона якої, рівна 10 см , знаходиться на деякій відстані від нескінченної, рівномірно зарядженої ($\sigma = 1 \text{ мкКл/м}^2$) площини. Площина пластини з лініями поля утворює кут 30° . Знайти потік електричного зміщення крізь цю пластину.

10.26 В плоскому, горизонтально розміщеному конденсаторі в стані рівноваги знаходиться заряджена крапелька ртуті. Напруженість електричного поля конденсатора рівна 60 кВ/м , заряд краплі є рівним $0,8 \cdot 10^{-18} \text{ Кл}$. Визначити радіус краплі.

10.27 Позитивно заряджена кулька (1 нКл), масою 40 мг , рухається зі швидкістю $0,1 \text{ м/с}$. На яку відстань може наблизитись кулька до позитивного точкового заряду, величина якого є $4/3 \text{ нКл}$?

10.28 На яку відстань можуть наблизитись два електрони, що рухаються назустріч один одному з відносною швидкістю 10^6 м/с ?

10.29 Дві кульки із зарядами $20/3 \text{ нКл}$ і $40/3 \text{ нКл}$ знаходяться на відстані 40 см одна від одної. Яку роботу

треба виконати, щоб зблизити ці кульки до відстані 25 см?

10.30 Визначити потенціал точки поля, що знаходиться на відстані 10 см від центра зарядженої кулі, радіус якої 1 см, якщо потенціал кулі рівний 300 В.

10.31 Яка виконується робота під час перенесення заряду з нескінченності в точку, що знаходиться на відстані 1 см від поверхні кулі, радіус якої — 1 см а поверхнева густиною заряду на ній — 10^{-9} Кл/см²?

10.32 Тонкий стержень зігнутий у кільце, радіусом 0,1 м, володіє зарядом, лінійна густина якого становить 300 нКл/м. Яку роботу треба виконати, щоб перенести заряд 5 нКл з центра кільця в точку, розміщену на відстані 0,2 м від його центра?

10.33 Кулька, масою 1 г і зарядом 10^{-8} Кл, переміщується з точки А, потенціал якої рівний 600 В, в точку В, потенціал якої рівний нулю. Чому була рівна швидкість кульки в точці А, якщо в точці В вона стала рівною 0,2 м/с?

10.34 Визначити швидкість електрона, який пройшов різницю потенціалів у 100 В.

10.35 Під час радіоактивного розпаду з ядра атома полонію вилітає α -частинка зі швидкістю 16 Мм/с. Визначити кінетичну енергію цієї частинки і різницю потенціалів поля, в якому можна розігнати нерухому α -частинку до такої швидкості.

10.36 На відстані 4 см від нескінченно довгої, зарядженої нитки знаходиться точковий заряд, рівний $2/3$ нКл. Під дією поля заряд переміщується до відстані 2 см. Визначити лінійну гуστину заряду нитки, якщо робота переміщення заряду рівна 5 мкДж.

10.37 Електричне поле утворене позитивно зарядженою, нескінченно довгою ниткою. Рухаючись під дією поля від точки, що знаходиться на відстані 1 см від нитки, до точки, що знаходиться на відстані 4 см, α -частинка збільшила свою швидкість від 0,2 до 6 Мм/с. Визначити лінійну густину заряду нитки.

10.38 Електричне поле утворене позитивно зарядженою, нескінченно довгою ниткою, з лінійною густиною заряду 2 нКл/см. Якої швидкості набуде електрон під дією поля, наблизившись до нитки з відстані 1 см до відстані 0,5 см?

10.39 Біля зарядженої, нескінченно довгої площини знаходиться точковий заряд, рівний $2/3$ нКл. Під дією поля заряд переміщається вздовж силових ліній на відстань 2 см. Визначити поверхневу густину заряду на площині, якщо робота по переміщенні заряду рівна 5 мкДж.

10.40 Визначити потенціальну енергію системи трьох точкових зарядів $Q_1 = 10$ нКл, $Q_2 = 20$ нКл та $Q_3 = -30$ нКл, розміщених у вершинах рівностороннього трикутника зі стороною 10 см.

10.41 Визначити потенціальну енергію системи чотирьох точкових зарядів $Q = 10$ нКл, розміщених у вершинах квадрата зі стороною 10 см?

10.42 Визначити електричний момент диполя, якщо його заряд становить 10 нКл, а плече рівне 0,5 см.

10.43 Відстань між зарядами $\pm 3,2$ нКл диполя рівна 12 см. Визначити напруженість поля, створеного диполем в точці, віддаленій на 8 см як від першого так і від другого заряду.

10.44 Різниця потенціалів між двома пластинами плоского конденсатора рівна 90 В. Площа кожної плас-

тини 60 см^2 і заряд 10^{-9} Кл . Визначити відстань між пластинами конденсатора.

10.45 Всередині горизонтально розташованого, плоского конденсатора, відстань між пластинами якого $3,84 \text{ мм}$, знаходиться заряджена частинка із зарядом $1,44 \text{ нКл}$. Для того, щоб частинка була в рівновазі, до пластин приклали різницю потенціалів рівну 40 В . Визначити масу частинки.

10.46 В плоскому, горизонтально розміщеному конденсаторі, відстань між пластинами якого 1 см , знаходиться заряджена крапелька. При відсутності електричного поля крапля, внаслідок опору повітря, падає з деякою сталою швидкістю. Якщо до пластин конденсатора прикласти різницю потенціалів 600 В , то крапля падає в два рази повільніше. Визначити заряд краплі.

10.47 Між двома вертикальними пластинами на однаковій відстані від них падає пилінка. Внаслідок опору повітря швидкість падіння пилінки незмінна і рівна 2 см/с . Через скільки часу після прикладання до пластин різниці потенціалів 3000 В пилінка досягне однієї з пластин? Яку відстань по вертикалі пилінка пролетить до попадання на пластину? Відстань між пластинами конденсатора — 2 см , маса пилінки — $2 \cdot 10^{-9} \text{ г}$, а заряд становить $6,5 \cdot 10^{-17} \text{ Кл}$.

10.48 У плоскому, горизонтально розміщеному конденсаторі, відстань між пластинами якого 1 см , знаходиться заряджена крапелька оливи. При відсутності електричного поля крапля падає зі сталою швидкістю $0,011 \text{ см/с}$. Якщо до пластин конденсатора прикласти різницю потенціалів 150 В , то крапля падає зі швидкістю $0,043 \text{ см/с}$. Визначити радіус краплі та її заряд, якщо коефіцієнт в'язкості повітря — $1,82 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$, густина

оливи більша за густину газу, в якому падає крапля на 900 кг/м^3 .

10.49 Між двома вертикальними пластинами, що знаходяться на відстані 1 см одна від одної, на нитці висить кулька, масою $0,1 \text{ г}$. Після того як до пластин приклали різницю потенціалів рівну 1000 В , нитка з кулькою відхилилась на кут 10° . Визначити заряд кульки.

10.50 Мильна бульбашка, заряд якої становить $2,22 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$, знаходиться в рівновазі в полі горизонтально розміщеного, плоского конденсатора. Визначити різницю потенціалів між пластинами конденсатора, якщо маса бульбашки рівна $0,01 \text{ г}$ а відстань між пластинами становить 5 см .

10.51 Відстань між пластинами плоского конденсатора 4 см . Електрон починає рухатись від негативно зарядженої пластини в той момент, коли від позитивно зарядженої пластини починає рухатись протон. На якій відстані від позитивно зарядженої пластини вони зустрінуться?

10.52 Відстань між пластинами плоского конденсатора становить 1 см . Від однієї з пластин одночасно починають рухатись протон і α -частинка. Яку відстань пройде α -частинка за час, за який протон проходить всю відстань між пластинами?

10.53 Електрон, пройшовши відстань між пластинами плоского конденсатора ($5,3 \text{ мм}$), набув швидкості 10^6 м/с . Визначити: 1) різницю потенціалів між пластинами конденсатора; 2) напруженість електричного поля всередині конденсатора; 3) поверхневу густину заряду на пластинах.

10.54 Різниця потенціалів електричного поля, утвореного двома паралельними пластинами, що знаходяться на відстані 2 см одна від одної, становить 120 В .

Яку швидкість отримає електрон, пройшовши вздовж силових ліній відстань, рівну 3 мм?

10.55 Електрон рухається в однорідному електричному полі з прискоренням 10^{12} м/с^2 . Визначити: 1) напруженість електричного поля; 2) швидкість, яку набуде електрон через 10^{-6} с свого руху, якщо початкова швидкість рівна нулю; 3) роботу сил електричного поля за цей час руху; 4) різницю потенціалів, яку пройде електрон.

10.56 Електрон летить від однієї пластини конденсатора до другої. Різниця потенціалів між пластинами конденсатора рівна 3 кВ, відстань між ними 5 мм. Визначити: 1) силу, що діє на електрон; 2) прискорення електрона; 3) швидкість з якою електрон підлітає до другої пластини; 4) поверхневу густину заряду на пластинах конденсатора.

10.57 Електрон з деякою початковою швидкістю влітає в плоский конденсатор паралельно до його пластин на однаковій відстані від них. До пластин прикладена різниця потенціалів у 300 В. Відстань між пластинами конденсатора становить 2 см, довжина пластин конденсатора рівна 10 см. Якою повинна бути початкова швидкість електрона, щоб він не вилетів із конденсатора?

10.58 Електрон влітає в плоский конденсатор паралельно до його пластин на однаковій відстані від них. Відстань між пластинами 4 см, напруженість електричного поля конденсатора становить 100 В/м. Через скільки часу після того, як електрон влетів у конденсатор, він потрапить на одну з пластин?

10.59 Електрон влітає в плоский конденсатор паралельно до його пластин, на однаковій відстані від них.

Відстань між пластинами становить 4 см, напруженість електричного поля конденсатора рівна 100 В/м. На якій відстані від початку конденсатора електрон потрапить на пластину, якщо він був прискорений різницею потенціалів у 60 В?

10.60 Електрон влітає в плоский конденсатор паралельно до його пластин зі швидкістю 9 Мм/с. Визначити нормальне, тангенціальне і повне прискорення електрона через 10^{-8} с після початку його руху в конденсаторі. Різниця потенціалів між пластинами рівна 100 В, відстань між пластинами становить 1 см.

10.61 Протон і α -частинка, прискорені однаковою різницею потенціалів, влітають в плоский конденсатор паралельно до його пластин. У скільки разів відхилення протона полем конденсатора буде більшим за відхилення α -частинки?

10.62 Електрон влітає в плоский конденсатор паралельно до його пластин зі швидкістю 10 Мм/с. Напруженість поля конденсатора рівна 100 В/см, довжина конденсатора становить 5 см. Визначити величину і напрям швидкості електрона під час вильоту його з конденсатора.

10.63 Електрон рухається в плоскому горизонтальному конденсаторі паралельно до його пластин зі швидкістю 36 Мм/с. Напруженість електричного поля конденсатора – 3700 В/м, довжина пластин конденсатора – 20 см. На скільки зміститься електрон у вертикальному напрямі під дією електричного поля за час руху в конденсаторі?

10.64 Протон влітає в плоский горизонтальний конденсатор паралельно до його пластин зі швидкістю 0,12 Мм/с. Напруженість електричного поля конденсатора – 3000 В/м, довжина пластин конденсатора – 10 см.

У скільки разів швидкість протона під час вильоту з конденсатора буде більшою за його початкову швидкість?

10.65 Визначити ємність земної кулі, радіус якої становить 6400 км.

10.66 Дві концентричні металічні сфери, радіуси яких – 2 см і 2,1 см утворюють сферичний конденсатор. Визначити його ємність, якщо простір між сферами заповнений парафіном.

10.67 Конденсатор складається з двох концентричних сфер. Радіус внутрішньої сфери рівний 10 см, а зовнішньої – 10,2 см. Проміжок між сферами заповнений парафіном. Внутрішній сфері надано заряд 5 мкКл. Визначити різницю потенціалів між сферами.

10.68 Кулька, радіусом 2 см, заряджається негативно до потенціалу 2000 В. Визначити масу всіх електронів, що утворюють заряд кульки.

10.69 Вісім заряджених водяних крапель, радіусом 1 мм і зарядом 10^{-10} Кл кожна, зливаються в одну велику водяну краплю. Визначити потенціал великої краплі.

10.70 Дві кульки, однакового радіуса – 1 см і однакової маси – 0,04 г підвішені на нитках однакової довжини так, що вони дотикаються. Коли кульки зарядили, нитки розійшлися на деякий кут і сила натягу стала рівною 0,49 мН. Визначити потенціал заряджених кульок, якщо відомо, що відстань від підвісу до центра кожної кульки рівна 10 см.

10.71 Площа кожної пластини плоского повітряного конденсатора рівна 1 м², відстань між пластинами становить 1,5 мм, а різниця потенціалів між пластинами рівна 300 В. Визначити поверхневу густину заряду на пластинах.

10.72 Між циліндрами повітряного циліндричного конденсатора, з внутрішнім радіусом $1,5\text{ см}$ і зовнішнім $3,5\text{ см}$, прикладена різниця потенціалів, що рівна $2,3\text{ кВ}$. Яку швидкість набуде електрон під дією поля цього конденсатора, рухаючись від осі циліндра з відстані $2,5\text{ см}$ до відстані 2 см ?

10.73 Чому буде рівний потенціал кулі, радіусом 3 см , якщо обмежити її другою кулею, радіусом 4 см , концентричною з першою і з'єднаною із землею?

10.74 Визначити ємність сферичного конденсатора, що складається з двох концентричних сфер, радіусами 10 см і $10,5\text{ см}$. Простір між сферами заповнено оливою. Який радіус повинна мати куля, що знаходиться в оливі, щоб мати таку саму ємність?

10.75 Радіус внутрішньої кулі сферичного конденсатора дорівнює 1 см , радіус зовнішньої кулі — 4 см . Між кулями прикладена різниця потенціалів 3000 В . Визначити напруженість електричного поля на відстані 3 см від центра куль.

10.76 Радіус внутрішньої кулі сферичного конденсатора — 1 см , радіус зовнішньої кулі — 4 см . Між кулями прикладена різниця потенціалів 3000 В . Якої швидкості набуде електрон, рухаючись в напрямку до центра кулі з відстані 3 см до відстані 2 см ?

10.77 Між пластинами плоского конденсатора знаходиться тонка слюдяна пластинка. Якого тиску зазнає пластинка при напруженості поля 10^6 В/м ?

10.78 Різниця потенціалів між пластинами плоского конденсатора, площею 100 см^2 кожна, рівна 280 В . Поверхнева густина заряду на пластинах становить 495 нКл/м^2 . Визначити напруженість поля в середині конденсатора та відстань між пластинами.

10.79 Різниця потенціалів між пластинами плоского конденсатора, площею 100 см^2 кожна, рівна 280 В . Поверхнева густина заряду на пластинах становить 495 нКл/м^2 . Визначити швидкість, яку отримає електрон пройшовши відстань від однієї пластини конденсатора до другої.

10.80 Різниця потенціалів між пластинами плоского конденсатора площею, 100 см^2 кожна, рівна 280 В . Поверхнева густина заряду на пластинах становить 495 нКл/м^2 . Визначити ємність та енергію конденсатора.

10.81 Різниця потенціалів між пластинами плоского конденсатора площею 100 см^2 кожна рівна 280 В . Поверхнева густина заряду на пластинах становить 495 нКл/м^2 . Визначити силу притягання між пластинами конденсатора.

10.82 Площа пластин плоского повітряного конденсатора рівна 100 см^2 а відстань між ними – 5 мм . До пластин конденсатора прикладена різниця потенціалів 300 В і простір між пластинами заповнюють ебонітом. Яка ємність конденсатора до і після заповнення?

10.83 Площа пластин плоского повітряного конденсатора рівна 100 см^2 а відстань між ними – 5 мм . До пластин прикладена різниця потенціалів 300 В і простір між пластинами заповнюють ебонітом. Яка поверхнева густина заряду до і після заповнення?

10.84 До пластин плоского повітряного конденсатора, що знаходяться на відстані 2 см одна від одної і мають площу 100 см^2 , прикладена різниця потенціалів 3000 В . Визначити напруженість електричного поля конденсатора, якщо не відключаючи його від джерела напруги, пластини розсунути до відстані 5 см .

10.85 До пластин плоского повітряного конденсатора, що знаходяться на відстані 2 см одна від одної і

мають площу 100 см^2 , прикладена різниця потенціалів 3000 В . На скільки зміниться енергія електричного поля конденсатора, якщо не відключаючи його від джерела напруги, пластини розсунути до відстані 5 см .

10.86 Плоский повітряний конденсатор, з площею пластин 100 см^2 і відстанню між ними 1 мм , заряджений до різниці потенціалів 100 В . Потім пластини конденсатора розсувають до відстані 25 мм . Визначити енергію конденсатора до і після розсування пластин, якщо конденсатор не відключений від джерела постійної напруги.

10.87 Плоский повітряний конденсатор, з площею пластин 100 см^2 і відстанню між ними 1 мм , заряджений до різниці потенціалів 100 В . Потім пластини конденсатора розсувають до відстані 25 мм . Визначити енергію конденсатора до і після розсування пластин, якщо конденсатор відключений від джерела постійної напруги.

10.88 Плоский конденсатор, заповнений діелектриком і на його пластини подана деяка різниця потенціалів. Енергія електричного поля даного конденсатора рівна 20 мДж . Після того як конденсатор відключили від джерела постійної напруги, діелектрик вийняли з конденсатора. Визначити діелектричну проникливість діелектрика, якщо робота, виконана проти сил електричного поля, при витягуванні діелектрика, рівна 70 мДж .

10.89 Простір між пластинами плоского конденсатора, зарядженого до різниці потенціалів $1,5 \text{ кВ}$, заповнений парафіном ($\epsilon = 2$), товщина слою — 5 мм . Визначити поверхневу густину зв'язаних зарядів на парафіні.

10.90 Визначити об'ємну густину енергії електричного поля в точці, що знаходиться на відстані 2 см від поверхні зарядженої кулі, радіус якої — 1 см .

Поверхнева густина заряду на кулі рівна $1,67 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$, діелектрична проникливість середовища – 2.

10.91 Визначити об'ємну густину енергії електричного поля в точці, що знаходиться біля поверхні нескінченно довгої зарядженої площини. Поверхнева густина заряду на площині рівна $1,67 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$, діелектрична проникливість середовища рівна 2.

10.92 Визначити об'ємну густину енергії електричного поля в точці, що знаходиться на відстані 2 см від нескінченно довгої зарядженої нитки. Лінійна густина заряду на нитці рівна $1,67 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}$, діелектрична проникливість середовища – 2.

§11. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

Сила струму чисельно рівна кількості електрики, що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt} . \quad (1)$$

Якщо $I = const$, то:

$$I = \frac{q}{t} . \quad (2)$$

Густина електричного струму:

$$j = \frac{I}{S} , \quad (3)$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

Сила струму, що тече по однорідній ділянці провідника підлягає за-кону Ома:

$$I = \frac{U}{R} , \quad (4)$$

де U – різниця потенціалів на кінцях ділянки провідника;

R – опір даної ділянки.

Опір провідника ви-значається за формулою:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{\rho}{\sigma \cdot S} , \quad (5)$$

де ρ – питомий опір;
 σ – питома провідність;
 ℓ – довжина провідника;
 S – площа поперечного перерізу провідника.
 Питомий опір металів залежить від температури таким чином:

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha\Delta t), \quad (7)$$

де ρ_0 – питомий опір при 0°C ;
 α – температурний коефіцієнт опору.
 Робота електрично-го струму на ділянці кола визначається формулою:

$$A = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t \quad (8)$$

Для замкнутої ділянки кола закон Ома має вигляд:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (9)$$

де ε – е.р.с. генератора;
 R – зовнішній опір;
 r – внутрішній опір (опір генератора).
 Повна потужність, що виділяється в колі:

$$P = \varepsilon I. \quad (10)$$

Для розгалужених ділянок кола мають місце два закони Кірхгофа.

Перший закон Кірхгофа:

“Алгебраїчна сума сил струмів, що сходяться у вузлі, рівна нулю”:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (11)$$

Другий закон Кірхгофа:

“У замкнутому контурі алгебраїчна сума спадів потенціалу на окремих ділянках кола рівна алгебраїчній сумі усіх е.р.с., що включені в даному контурі”:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \quad (12)$$

Під час застосування законів Кірхгофа треба керуватись такими *правилами*:

а) на схемі довільно ви-бирають напрями струмів у відповідних ділянках (напрямок вказують стрілкою);

б) обходячи контур у довільному напрямі, вважають додатними ті струми, напрями яких співпадають з напрямком обходу, і від’ємними ті, напрями яких протилежні напрямку обходу;

в) Додатними вважають ті е.р.с., які підвищують потенціал у напрямку обходу, тобто е.р.с. будуть додатними, якщо при обході йти від мінуса до плюса всередині генератора.

У результаті розв’язування системи складених рівнянь, шукані величини можуть бути від’ємними. Так, від’ємне значення сили струму вказує на протилежний напрямок сили струму в даній ділянці кола, а від’ємне значення опору вказує на невірний розв’язок (омічний опір завжди додатний). У випадку від’ємного опору необхідно напрям струму в даному

опорі змі-нити на протилежний і розв'язати задачу за да-них умов.

Контактна різниця потенціалів:

$$U_k = \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2},$$

де φ_1, φ_2 – потенціали металів;
 A_1, A_2 – роботи ви-ходу металів;
 e – заряд електрона;
 k – стала Больцмана;
 n_1, n_2 – концентрація електронів в металах.
 Термоелектрору-шійна сила:

$$\varepsilon = \frac{k}{e} \Delta T \ln \frac{n_1}{n_2}, \quad (13)$$

де ΔT – контактна різни-ця температур.

Концентрація елек-тронів провідності в на-півпровіднику:

$$n = A e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (14)$$

де ΔE – енергія актива-ції;
 k – стала Больцмана;
 A – константа.

Коефіцієнт випрям-лення діода:

$$\alpha = \frac{I_{\text{прямий}}}{I_{\text{зворотній}}}, \quad (15)$$

при $U = \text{const.}$

Коефіцієнт підсилення транзистора:

$$K = \frac{\Delta U_k}{\Delta U_e}, \quad (16)$$

де ΔU_k – зміна напруги на колекторі;
 ΔU_e – зміна напруги на емітері.
Закони Фарадея для струму в рідинах:

1-й:

$$m = kIt = kq; \quad (17)$$

2-й:

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{\mu}{n}, \quad (18)$$

де κ – електрохімічний еквівалент;
 F – стала Фарадея для електролізу;
($F = 9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль);

μ – молярна маса;
 n – валентність ато-ма.

Питома електропро-відність електроліту визначається формулою:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \alpha \cdot C \cdot Z \cdot F (u_+ + u_-)$$

де α – степінь дисоціа-ції;

$$\alpha = \frac{n_d}{n}$$

n – відношен-ня числа дисоційованих молекул в одиниці об'є-му до числа всіх моле-кул розчиненої речови-ни в даному об'ємі;

C – концентрація;
 n – валентність;

F – стала Фарадея;

u_+ ; u_- – рухливість іонів.

Для невеликої густини струму, що проходить через газ, має місце закон Ома:

$$j = qn(u_+ + u_-)E = \sigma E,$$

де E – напруженість поля;

σ – питома провідність газу;

q – заряд іона;

u_+ ; u_- – рухливість іонів;

n – число іонів кожного знаку (число пар іонів), що знаходяться в одиниці об'єму.

Густина струму насичення в газі визначається формулою:

$$j_n = Nqd, \quad (19)$$

де d – відстань між електродами.

Густина струму насичення під час термоелектронної емісії (питома емісія) визначається формулою:

$$j_n = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}}, \quad (20)$$

де T – абсолютна температура катода;

A – робота виходу;

k – стала Больцмана;

B – деяка стала, різна для різних металів (емісійна константа).

Дебаєвський радіус у плазмі:

$$D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T}{n e^2}}, \quad (21)$$

де ε_0 – електрична стала;
 k – стала Больцмана;
 n – концентрація зарядів у плазмі.

Приклад розв'язання задачі

На кінцях залізного провідника довжиною, 1,5 м і радіусом поперечного перерізу 0,3 мм, підтримується різниця потенціалів 10 В. Визначити потужність, що споживається провідником та густину струму.

Розв'язання

Потужність, яку споживає провідник, визначаємо за формулою:

$$N = IU. \quad (1)$$

Силу струму знайдемо із закону Ома:

$$I = \frac{U}{R},$$

де $R = \rho \frac{l}{S};$

$$S = \pi r^2;$$

отже:

$$I = \frac{\pi r^2 U}{\rho l}$$

Підставивши в формулу (1) числові значення величин, одержимо:

$$I = \frac{3,14 \cdot 9 \cdot 10^{-8} \cdot 10}{1,2 \cdot 10^{-8} \cdot 1,5} = 15,7 (A)$$

Підставивши у формулу (1) числові значення сили струму та напруги, знайдемо:

$$N = 15,7 \cdot 10 = 157 (Bm)$$

Густина струму визначається відношенням сили струму до площі поперечного перерізу провідника, тобто:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{15,7}{3,14 \cdot 9 \cdot 10^{-8}} = 5,56 \cdot 10^7 (A/m^2).$$

Розрахункові задачі

11.1 Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом $I = 4 + 2t$. Яка кількість електрики пройде крізь поперечний переріз провідника за час від $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с?

11.2 Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом $I = 4 + 2t$. При якій силі постійного струму за час від $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с через поперечний переріз провідника пройде така сама кількість електрики, що й за заданим законом?

11.3 Сила струму в провіднику рівномірно змінюється від 0 до 3 А за час 10 с. Визначити заряд, що пройшов через провідник.

11.4 Скільки витків ніхромової дротини, діаметром 1 мм, треба намотати на фарфоровий циліндр, радіусом 2,5 см, щоб отримати пічку, опором 40 Ом?

11.5 Котушка з мідної дротини має опір 10,8 Ом. Маса мідної дротини рівна 3,41 кг. Скільки метрів дротини і якого діаметру намотано на котушку?

11.6 Визначити опір залізного стержня, діаметром 1 см, якщо його маса рівна 1 кг.

11.7 Два циліндричні провідники, один з міді, а другий з алюмінію, мають однакову довжину і опір. У скільки разів мідний провідник важчий за алюмінієвий?

11.8 Опір вольфрамової нитки електричної лампочки при температурі 20° С дорівнює 53,8 Ом. Якою буде температура нитки лампочки, якщо її включити в мережу з напругою 120 В і по нитці проходить струм 0,33 А? Температурний коефіцієнт опору вольфраму $4,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

11.9 Реостат із залізної дротини, міліамперметр і генератор включені послідовно. Опір реостата при температурі 0° С рівний 120 Ом, опір міліамперметра 20 Ом а його покази дають результат 22 мА. Що буде показувати міліамперметр, якщо реостат нагріється до температури 50° С. Температурний коефіцієнт опору заліза $6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Опором генератора знехтувати.

11.10 На одному кінці циліндричного мідного провідника, опором 10 Ом (при 0° С) підтримується температура 20° С, на другому 400° С. Визначити опір провідника, вважаючи градієнт температури вздовж його осі сталим.

11.11 Визначити різницю потенціалів на мідній дротині, довжиною 500 м і діаметром 2 мм , якщо сила струму, що протікає по ній рівна 2 А .

11.12 Визначити електричний заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника, опором 3 Ом , при рівномірному зростанні напруги на кінцях провідника від 2 В до 4 В за час, що рівний 20 с .

11.13 В коло паралельно включені мідна і стальна дротини рівної довжини і діаметра. Визначити відношення спадів напруг на цих дротинах.

11.14 Елемент, е.р.с. якого $1,1\text{ В}$ а внутрішній опір – 1 Ом , замкнуті на зовнішній опір 9 Ом . Визначити: 1) силу струму в колі; 2) спад напруги на зовнішній ділянці кола; 3) спад напруги на самому елементі; 4) к.к.д. елемента.

11.15 Елемент з е.р.с. 2 В має внутрішній опір $0,5\text{ Ом}$. Визначити спад напруги всередині елемента при силі струму в колі $0,25\text{ А}$ та зовнішній опір кола.

11.16 Е.р.с. елемента рівна 6 В . При зовнішньому опорі, рівному $1,1\text{ Ом}$, сила струму в колі рівна 3 А . Визначити внутрішній опір елемента та спад напруги на ньому.

11.17 Е.р.с. елемента рівна $1,6\text{ В}$, а внутрішній опір – $0,5\text{ Ом}$. Чому дорівнює к.к.д. елемента, якщо сила струму в колі рівна $2,4\text{ А}$?

11.18 Яку частину від е.р.с. елемента становить різниця потенціалів на його кінцях, якщо внутрішній опір елемента рівний зовнішньому опору кола?

11.19 Яку частину від е.р.с. елемента становить різниця потенціалів на його кінцях, якщо внутрішній опір елемента в 10 разів менший за зовнішній опір кола?

11.20 Елемент, реостат і амперметр включені по-слідовно. Е.р.с. елемента рівна 2 В , а внутрішній опір – $0,4\text{ Ом}$. Амперметр показує силу струму 1 А . Чому дорівнює к.к.д. елемента?

11.21 Як треба з'єднати (послідовно чи паралельно) два однакові елементи з е.р.с. по 2 В і внутрішніми опорами по $0,3\text{ Ом}$, щоб отримати в колі більшу силу струму? Визначити силу струму, якщо зовнішній опір рівний 16 Ом .

11.22 Два елементи з однаковими е.р.с. рівними по 2 В та внутрішніми опорами відповідно 1 Ом та $1,5\text{ Ом}$ з'єднані послідовно. Визначити різницю потенціалів на кожному елементі, якщо зовнішній опір рівний $0,5\text{ Ом}$.

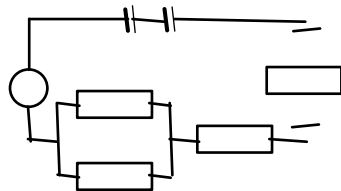
11.23 Дві групи з трьох послідовно з'єднаних однакових елементів з'єднані паралельно. Е.р.с. кожного елемента – $1,2\text{ В}$, внутрішній опір – $0,2\text{ Ом}$. Отримана батарея замкнена на зовнішній опір $1,5\text{ Ом}$. Визначити силу струму в зовнішній ділянці кола.

11.24 Три опори, що з'єднані між собою паралельно, під'єднані до амперметра, який показує в колі силу струму $0,8\text{ А}$. Визначити опір R_1 , якщо $R_2 = 20\text{ Ом}$, $R_3 = 15\text{ Ом}$, а струм, що проходить через опір R_2 рівний $0,3\text{ А}$.

11.25 Як треба з'єднати 12 елементів з е.р.с. $1,5\text{ В}$ і внутрішнім опором $0,4\text{ Ом}$ кожний, щоб отримана з них батарея давала найбільшу силу струму в зовнішній ділянці кола, опором $0,3\text{ Ом}$?

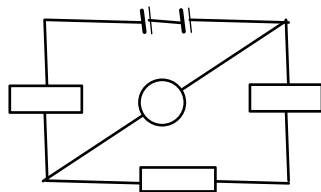
Визначити максимальну величину сили струму.

11.26 У схемі (рис.11.1) $\mathcal{E}$ - батарея, е.р.с. якої рівна



120 В , $R_3 = 20\text{ Ом}$, $R_4 = 25\text{ Ом}$ і напруга на опорі R_1 рівна 40 В . Амперметр показує 2 А . Визначити опір R_2 . Опором батареї і - *Рис. 11.1* амперметра знехтувати.

11.27 1) Яку силу струму показує амперметр в схемі (*рис.11.1*), якщо $\mathcal{E}$ - е.р.с. батареї рівна 10 В , $r = 1\text{ Ом}$ і к.к.д. - $0,8$? 2) Чому дорівнює різниця потенціалів на опорі R_2 , якщо відомо, що напруга на опорі R_1 рівна 4 В і на опорі R_4 - 2 В ?



11.28. В схемі (*рис.11.2*) $\mathcal{E}$ - е.р.с. батареї рівна 100 В , $R_1 = 100\text{ Ом}$, $R_2 = 200\text{ Ом}$ і $R_3 = 300\text{ Ом}$. Яку напругу показує вольтметр, якщо його опір дорівнює 2000 Ом ? Опором батареї знехтувати.

11.29 В схемі (*рис.11.2*) $R_1 = R_2 = R_3 = 200\text{ Ом}$ і вольтметр показує 100 В , опір вольтметра 1000 Ом . Визначити е.р.с. батареї. Опором батареї знехтувати.

11.30 Амперметр, опір якого - $0,16\text{ Ом}$, зашунтований опором $0,04\text{ Ом}$. Амперметр показує 8 А . Чому дорівнює сила струму в колі?

11.31 Амперметр, опором $0,18\text{ Ом}$, призначений для вимірювання сили струму до 10 А , має шкалу розбиту на 100 поділок. 1) Який опір слід взяти і як його треба під'єднати до амперметра, щоб ним можна було б вимірювати силу струму до 100 А ? 2) Як зміниться в цьому випадку ціна поділки амперметра?

11.32 Вольтметр, опором 2000 Ом , призначений для вимірювання напруги до 30 В , має шкалу розбиту на

150 поділок. 1) Який опір слід взяти і як його під'єднати до вольтметра, щоб ним можна було б вимірювати напругу до 75 В? 2) Як зміниться в цьому випадку ціна поділки вольтметра?

11.33 Міліамперметр зі шкалою від 0 до 15 мА має опір, рівний 5 Ом. Який додатковий опір треба взяти і як його під'єднати до міліамперметра, щоб ним можна було б вимірювати силу струму від 0 до 0,15 А?

11.34 Міліамперметр зі шкалою від 0 до 15 мА має опір, рівний 5 Ом. Який додатковий опір треба взяти і як його під'єднати до міліамперметра, щоб цим приладом можна було б вимірювати напругу від 0 до 150 В?

11.35 Який додатковий опір треба під'єднати послідовно до 120-вольтової лампочки, потужністю 40 Вт, щоб вона давала нормальне розжарення при напрузі в мережі 220 В? Скільки метрів ніхромової дротини, діаметром 0,3 мм, слід взяти, щоб отримати такий опір?

11.36 Батарея, з внутрішнім опором 30 Ом, замкне-на на котушку з опором 6 Ом. Визначити опір шунта, який потрібно під'єднати паралельно до котушки, щоб потужність, яка виділяється в ній, зменшилась у 9 разів.

11.37 Визначити к.к.д. батареї, е.р.с. якої – 240 В, внутрішній опір – 1 Ом, а зовнішній опір – 23 Ом.

11.38 В коло послідовно включені мідна і стальна дротини рівної довжини і діаметра. Визначити відношення кількості теплот, що виділяються на цих дровинах.

11.39 В коло паралельно включені мідна і стальна дротини рівної довжини і діаметра. Визначити відношення кількості теплот, що виділяються на цих дровинах.

11.40 Сила струму в провіднику рівномірно збільшується від 0 до деякого максимального значення за час, рівний 10 с. За цей же час у провіднику виділилась кількість теплоти, рівна 1 кДж. Визначити швидкість зростання сили струму в провіднику, якщо його опір рівний 3 Ом.

11.41 Сила струму в провіднику, опір якого становить 100 Ом, рівномірно зростає від 0 до 10 А за час рівний 30 с. Визначити кількість теплоти, яка виділяється за цей же час у провіднику.

11.42 По провіднику, опір якого становить 3 Ом, тече струм, величина якого рівномірно зростає. Кількість теплоти, що виділяється в провіднику за час 8 с, дорівнює 200 Дж. Визначити кількість електрики, що пройшла по провіднику за цей же час. Вважати, що в початковий момент часу, сила струму рівна нулю.

11.43 Елемент, е.р.с. якого рівна 6 В, дає максимальну силу струму 3 А. Яка найбільша кількість теплоти може бути виділена на зовнішньому опорі за одну хвилину?

11.44 Визначити е.р.с. $\mathcal{E}$ елемента і внутрішній опір r елемента, що замкнений на зовнішній опір R , якщо найбільша потужність на зовнішній ділянці кола рівна 9 Вт, а сила струму в колі рівна 3 А.

11.45 Визначити внутрішній опір генератора, якщо відомо, що потужність, яка виділяється на зовнішній ділянці кола, однакова при двох різних значеннях зовнішнього опору $R_1 = 5$ Ом і $R_2 = 0,2$ Ом.

11.46 Визначити к.к.д. генератора для двох різних значень зовнішнього опору відповідно $R_1 = 5$ Ом і $R_2 = 0,2$ Ом, якщо відомо, що потужність, яка виділяється на зовнішній ділянці кола, однакова для цих значень зовнішнього опору.

11.47 Від генератора, е.р.с. якого рівна 110 В , необхідно передати енергію на відстань $2,5\text{ км}$. Споживана потужність дорівнює 10 кВт . Визначити мінімальну площу поперечного перерізу підвідних мідних провідників, якщо втрати потужності не повинні перевищувати 1% .

11.48 Визначити кількість теплоти, яка виділяється щосекунди в одиниці об'єму мідної дротини при густині струму 300 кА/м^2 .

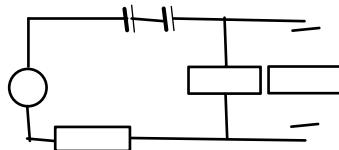
11.49 Елемент підключають спочатку до зовнішнього опору в $R_1 = 2\text{ Ом}$, а потім до зовнішнього опору в $R_2 = 0,5\text{ Ом}$. Визначити е.р.с. елемента і його внутрішній опір, якщо відомо, що в кожному з цих випадків, потужність, що виділяється на зовнішній ділянці кола є однаковою і рівною $2,54\text{ Вт}$.

11.50 Сила струму в провіднику, опір якого становить 20 Ом , зростає за час 2 с за лінійним законом від 0 до 6 А . Визначити теплоту, що виділяється в цьому провіднику за першу і за другу секунду, а також відношення цих енергій.

11.51 Яка найбільша корисна потужність може бути виділена джерелом струму з е.р.с. 12 В і внутрішнім опором 1 Ом ?

11.52 В схемі (рис.11.3) е.р.с. батареї рівна 120 В , опори $R_2 = 60\text{ Ом}$, $R_3 = 30\text{ Ом}$. Амперметр показує струм 2 А . Визначити потужність, яка виділяється на опорі R_1 . Опором батареї і амперметра знехтувати.

11.53 Визначити покази амперметра в схемі (рис.11.3). Е.р.с. батареї рівна 100 В , а її внутрішній опір рівний 2 Ом . Опори R_1 і R_2 відповідно рівні 25 Ом і 78 Ом . Потужність, що



виділяється на опорі R_1 , рівна

Рис. 11.3

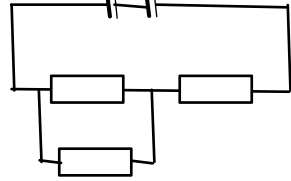
16 Вт. Опором амперметра знехтувати.

11.54. У схемі (*рис.11.4*)

е.р.с. батареї рівна 120 В,

$R_1 = 25 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 100 \text{ Ом}$.

Визначити потужність, що виділяється на опорі R_1 . Опором батареї знехтувати.



11.55 У схемі (*рис.11.4*)

Рис. 11.4

опір $R_1 = 100 \text{ Ом}$, потужність, що виділяється на цьому опорі рівна 16 Вт, к.к.д. генератора рівний 80 %. Визначити е.р.с. генератора, якщо відомо, що різниця потенціалів на опорі R_3 рівна 40 В.

11.56 Різниця потенціалів між двома точками A і B рівна 9 В. Є два провідники, опори яких відповідно рівні 5 Ом і 3 Ом. Визначити кількість теплоти, що виділяється на кожному з провідників за 1 с, якщо провідники між точками A і B включені послідовно.

11.57 Різниця потенціалів між двома точками A і B рівна 9 В. Є два провідники, опори яких відповідно рівні 5 Ом і 3 Ом. Визначити кількість теплоти, що виділяється на кожному з провідників за 1 с, якщо провідники між точками A і B включені паралельно.

11.58 Дві електричні лампочки включені в коло паралельно. Опір першої лампочки становить 360 Ом, опір другої – 240 Ом. Яка з лампочок поглинає більшу потужність?

11.59 Скільки води можна закип'ятити, затративши 3 гВт-год електричної енергії? Початкова температура води 10° С. Втратами тепла знехтувати.

11.60 1) Яку потужність споживає нагрівник електричного чайника, якщо 1 л води закипає за 5 хвилин?
2) Який опір нагрівника, якщо напруга в колі дорівнює 120 В? Початкова температура води – 13,5° С. Втратами тепла знехтувати.

11.61 На плитці, потужністю 0,5 кВт, стоїть чайник, в який налито 1 л води при температурі 16° С. Вода в чайнику закипіла через 20 хв після включення плитки. Яку кількість теплоти було втрачено під час нагрівання води?

11.62 Обмотка електричної посудини складається з двох однакових секцій з'єднаних послідовно, опором 20 Ом кожна. Через скільки часу закипить 2,2 л води, якщо початкова температура води – 16° С, напруга в колі – 110 В, а к.к.д. нагрівника – 85 %?

11.63 Обмотка електричної посудини складається з двох однакових секцій з'єднаних паралельно, опором 20 Ом кожна. Через скільки часу закипить 2,2 л води, якщо початкова температура води – 16° С, напруга в колі – 110 В, а к.к.д. нагрівника – 85 %?

11.64 Електричний чайник має дві обмотки. Під час включення однієї з них вода в чайнику закипає через 15 хв, під час включення другої – через 30 хв. За який час закипить вода, якщо обмотки з'єднати послідовно?

11.65 Електричний чайник має дві обмотки. Під час включення однієї з них вода в чайнику закипає через 15 хв, під час включення другої – через 30 хв. За який час закипить вода, якщо обмотки з'єднати паралельно?

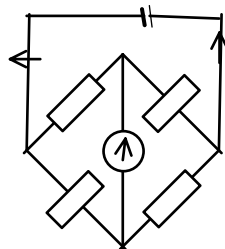
11.66 Електричний чайник включено послідовно через опір 10 Ом до батареї з е.р.с. 100 В. За який час закипить 0,5 л води в чайнику, якщо сила струму в колі – 2 А, початкова температура води – 4° С, а к.к.д. чайника – 76 %? Опором батареї і амперметра знехтувати.

11.67 Для нагрівання 4,5 л води від температури 23°C до кипіння нагрівник споживає $0,5\text{ кВт}\cdot\text{год}$ електричної енергії. Чому дорівнює к.к.д. нагрівника?

11.68 Температура водяного термостата, об'ємом 1 л, підтримується постійною за допомогою нагрівника, потужністю 26 Вт , на нагрівання води йде 80 % цієї потужності. На скільки градусів зменшиться температура води в термостаті за 10 хв, якщо нагрівник відключити?

11.69 Електричний чайник, що має опір обмотки 16 Ом , в якому було 600 см^3 води при 9°C , забули вимкнути. Через скільки часу після включення чайника вся вода в ньому википить? Напруга в мережі – 120 В , к.к.д. чайника – 60 %.

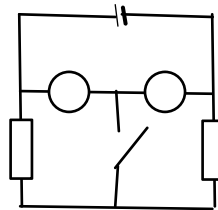
11.70 В коло, що складається з мідного дроту, січенням 3 мм^2 , включено свинцевий запобіжник площею поперечного перерізу 1 мм^2 . На яку зміну температури провідників, під час короткого замикання, розрахований цей запобіжник? Вважати, що під час короткого замикання, внаслідок короткотривалого процесу, все тепло, що виділяється, йде на нагрівання кола. Початкова температура запобіжника 17°C .



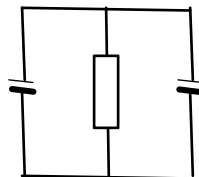
11.71 Визначити силу струму в окремих вітках містка Уітстона (рис. 11.5) при умові, що стрілка гальванометра знаходиться на нулі, е.р.с. генератора – 2 В , $R_1 = 30\text{ Ом}$, $R_2 = 45\text{ Ом}$ і $R_3 = 200\text{ Ом}$. Опором генератора знехтувати.

Рис. 11.5

11.72 Яка різниця потенціалів на клеммах двох елементів, включених паралельно, якщо їх е.р.с. відповідно рівні $\mathcal{E}_1 = 1,4\text{ В}$ і $\mathcal{E}_2 = 1,2\text{ В}$ а внутрішні опори рівні відповідно $0,6\text{ Ом}$ і $0,4\text{ Ом}$?



11.73 У схемі (рис. 11.6) $\mathcal{E} = 200 \text{ В}$, опори $R_2 = 3 \text{ кОм}$, $R_1 = 2000 \text{ Ом}$ і вольт-метри володіють опорами відповідно $R_{V1} = 3 \text{ кОм}$ і $R_{V2} = 2 \text{ кОм}$. Визначити покази вольтметрів V_1 і V_2 , якщо: 1) ключ K розімкнутий; 2) ключ K замкнутий. Опором батареї знехтувати. Задачу розв'язати використовуючи закони Кірхгофа.



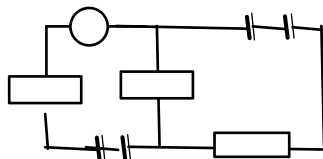
11.74 У схемі (рис. 11.7). два елементи з однаковими е.р.с $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 2 \text{ В}$. Внутрішні опори цих елементів відповідно рівні 1 Ом і 2 Ом . Чому дорівнює зовнішній опір, якщо сила струму I_1 , що протікає через перший елемент, рівна 1 А ?

11.75 У схемі (рис. 11.7) два елементи з однаковими е.р.с $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 2 \text{ В}$. Внутрішні опори цих елементів відповідно рівні 1 Ом і 2 Ом . Сила струму I_1 , що протікає через перший елемент, рівна 1 А . Визначити силу струму, що проходить через другий елемент.

11.76 У схемі (рис. 11.7) два елементи з однаковими е.р.с $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 2 \text{ В}$. Внутрішні опори цих елементів відповідно рівні 1 Ом і 2 Ом . Сила струму I_1 , що протікає через перший елемент, рівна 1 А . Визначити силу струму, що проходить через зовнішній опір.

11.77 Розв'язати попередню задачу, якщо $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 4 \text{ В}$, $r_1 = r_2 = 0,5 \text{ Ом}$ і $I_1 = 2 \text{ А}$.

11.78 У схемі (рис. 11.8) $\mathcal{E}_1 = 110 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 220 \text{ В}$, $R_3 = 500 \text{ Ом}$ і $R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом}$. Визначити покази амперметра. Внутрішнім опором батареї і амперметра знехтувати.



11.79 У схемі (рис. 11.8) $\mathcal{E}_1 = 2\text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 4\text{ В}$, $R_1 = 0,5\text{ Ом}$, а різниця потенціалів на другому опорі рівна 1 В . Визначити покази амперметра. Внутрішнім опором батареї і амперметра знехтувати.

Рис. 11.8

11.80 У схемі (рис. 11.8) $\mathcal{E}_1 = 30\text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 10\text{ В}$, $R_2 = 20\text{ Ом}$ і $R_3 = 10\text{ Ом}$. Через амперметр йде струм 1 А . Визначити опір R_1 . Внутрішнім опором батарей і амперметра знехтувати.

11.81 Яку силу струму показує міліамперметр у схемі (рис. 11.9), якщо $\mathcal{E}_1 = 2\text{ В}$,

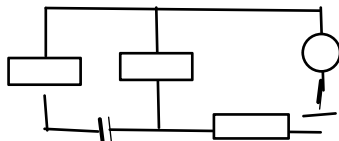
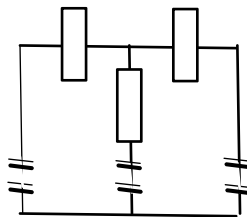


Рис. 11.9

$\mathcal{E}_2 = 1\text{ В}$, $R_1 = 1000\text{ Ом}$, $R_2 = 500\text{ Ом}$, $R_3 = 200\text{ Ом}$ і опір амперметра рівний 200 Ом ? Внутрішнім опором елементів знехтувати.

11.82 Яку силу струму показує міліамперметр у схемі (рис. 11.9), якщо $\mathcal{E}_1 = 1\text{ В}$,

$\mathcal{E}_2 = 2\text{ В}$, $R_3 = 1500\text{ Ом}$, опір амперметра рівний 500 Ом а різниця потенціалів на другому опорі рівна 1 В ? Внутрішнім опором елементів знехтувати.



11.83 У схемі (рис. 11.10)

Рис. 11.10

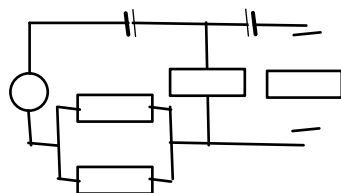
$\mathcal{E}_1 = 2\text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 4\text{ В}$, $\mathcal{E}_3 = 6\text{ В}$, $R_1 = 4\text{ Ом}$, $R_2 = 6\text{ Ом}$ і $R_3 = 8\text{ Ом}$. Визначити силу струму в усіх ділянках кола. Внутрішнім опором елементів знехтувати.

11.84 У схемі (рис. 11.10) $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3$, $R_1 = 20\text{ Ом}$, $R_2 = 12\text{ Ом}$, різниця потенціалів на другому опорі рівна 6 В . Визначити силу струму в усіх ділянках кола. Внутрішнім опором елементів знехтувати.

11.85 У схемі (рис. 11.10) $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 12 \text{ Ом}$, різниця потенціалів на другому опорі рівна 6 В . Визначити опір R_3 . Внутрішнім опором елементів знехтувати.

11.86 У схемі (рис. 11.10) $\mathcal{E}_1 = 25 \text{ В}$. Різниця потенціалів на першому опорі, що дорівнює різниці потенціалів на третьому опорі, дорівнює 10 В і вдвоє більша за різницю потенціалів на другому опорі. Визначити е.р.с. другої і третьої батарей. Внутрішнім опором батарей знехтувати.

11.87 У схемі (рис. 11.11) $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 100 \text{ В}$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 40 \text{ Ом}$ і $R_4 = 30 \text{ Ом}$. Визначити покази



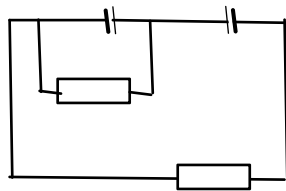
амперметра. Внутрішнім опором батарей і амперметра знехтувати.

Рис. 11.11

11.88 У схемі (рис. 11.11) $\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}_2$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 15 \text{ Ом}$ і $R_4 = 30 \text{ Ом}$. Амперметр показує $1,5 \text{ А}$. Визначити е.р.с. елементів, а також сили струмів, що йдуть через другий і третій опори. Внутрішнім опором батарей і амперметра знехтувати.

11.89 У схемі (рис. 11.12) $\mathcal{E}_1$ і $\mathcal{E}_2$ – два елементи мають однакові е.р.с. по 2 В з однаковими внутрішніми опорами, рівними $0,5 \text{ Ом}$. Визначити силу струму, що проходить: 1) через перший зовнішній опір, що рівний $0,5 \text{ Ом}$, 2) через другий зовнішній опір – $1,5 \text{ Ом}$, 3) через перший елемент.

11.90 У схемі (рис. 11.12) $\mathcal{E}_1$ і $\mathcal{E}_2$ – два елементи з однаковими е.р.с. і з однако-



вими внутрішніми опорами. Другий опір рівний 1 Ом . Різниця потенціалів на клеммах першого елемента, що рівна 2 В , є вдвоє більшою за різницю потенціалів на другому елементі. Різниця потенціалів на

Рис. 11.12

другому опорі рівна різниці потенціалів на другому елементі. Визначити е.р.с. і внутрішній опір елементів.

11.91 У схемі (*рис. 11.13*)

$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 110\text{ В}$, $R_1 = R_2 = 200\text{ Ом}$, опір вольтметра 1000 Ом . Визначити покази вольтметра. Опором генераторів знехтувати.

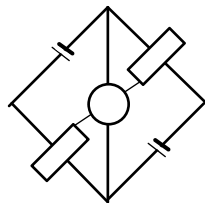
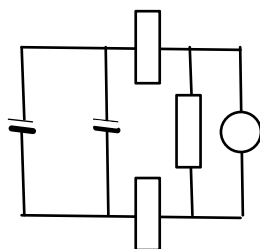


Рис. 11.13

11.92 У схемі (*рис. 11.13*)

$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$, $R_1 = R_2 = 100\text{ Ом}$, вольтметр показує 150 В , а опір вольтметра рівний 150 Ом . Визначити е.р.с. батарей. Опором батарей знехтувати.



11.93 Визначити покази мілі-амперметра в схемі (*рис. 11.14*), якщо $R_3 = 1\text{ Ом}$,

$R_1 = R_2 = 2\text{ Ом}$, $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 1,5\text{ В}$, $r_1 = r_2 = 0,5\text{ Ом}$. Опір

Рис. 11.14

амперметра рівний 3 Ом .

11.94 Через розчин азотної кислоти пропускають струм, силою 2 А . Яка кількість електрики переноситься за одну хвилину іонами кожного знаку?

11.95 За який час під час електролізу водного розчину хлорної міді на катоді виділиться $4,74\text{ г}$ міді? Сила струму рівна 2 А .

11.96 Мідна пластинка, загальною площею 25 см^2 , служить катодом під час електролізу мідного

купоросу. Після пропускання струму, густина якого 200 А/м^2 , че-рез деякий час, маса пластинки збільшилась на 99 мг . Визначити: 1) скільки часу пропускали струм, 2) якої товщини утворився шар міді на пластинці.

11.97 Під час електролізу мідного купоросу за одну годину виділилось $0,5 \text{ г}$ міді. Площа кожного електрода рівна 75 см^2 . Визначити густину струму.

11.98 Під час отримання алюмінію електролізом розчину Al_2O_3 , в розплавленому кріоліті проходив струм $2 \cdot 10^4 \text{ А}$ при різниці потенціалів на електродах 5 В .

1) Визначити час, за який буде виділено 10^3 кг алюмінію. 2) Визначити затрачену енергію, яка необхідна для отримання даної маси алюмінію.

11.99 Визначити силу струму насичення між плас-тинами конденсатора, якщо під дією іонізатора в кож-ному кубічному сантиметрі простору між ними утво-рюється 10^8 пар іонів, кожний з яких несе один еле-ментарний заряд. Відстань між пластинами конденса-тора – 1 см , площа пластини – 100 см^2 .

11.100 Струм насичення при несаможіючому розряді рівний $6,4 \text{ нА}$. Визначити число пар іонів, створених зовнішнім іонізатором за 1 с .

11.101 Під час освітлення посудини з газом рентгенівськими променями, в кожному мілілітрі його об'єму щосекунди іонізується 10^{10} молекул. У результаті рекомбінації в посудині встановилась рівновага, і в 1 см^3 знаходиться 10^8 іонів кожного знаку. Визначити коефіцієнт рекомбінації.

11.102 До електродів розрядної трубки прикладена різниця потенціалів рівна 5 В , відстань між ними – 10 см . Газ, що знаходиться в трубці, іонізований і число пар іонів в 1 м^3 дорівнює 10^8 , де $u_+ = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$

і $u_- = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Визначити: 1) густину струму в трубці, 2) яка частина повного струму переноситься позитивними іонами.

11.103 Визначити опір трубки довжиною 84 см і площею поперечного перерізу 5 мм^2 , якщо вона повністю заповнена повітрям, іонізованим так, що в 1 см^3 його знаходиться в рівновазі 10^7 пар іонів. Рухливість іонів рівна $u_+ = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ і $u_- = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Іони вважати одновалентними.

11.104 Який струм пройде між електродами іонізаційної камери (площа кожного електрода камери 100 см^2 і відстань між електродами 6,2 см), якщо до них прикласти різницю потенціалів 20 В? Рухливість іонів $u_+ = u_- = 1 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ і коефіцієнт рекомбінації дорівнює 10^{-6} . Яку частину від струму насичення становить даний струм?

11.105 В іонізаційній камері, відстань між плоскими електродами якої дорівнює 5 см, проходить струм насичення, густиною $16 \text{ мкА}/\text{м}^2$. Визначити число пар іонів, що утворюються в кожному кубічному сантиметрі простору камери за 1 с.

11.106 Якою найменшою швидкістю повинен володіти електрон для того, щоб іонізувати атом водню? Потенціал іонізації атома водню рівний 13,5 В.

11.107 При якій температурі атоми ртуті мають середню кінетичну енергію поступального руху, достатню для іонізації? Потенціал іонізації атома ртуті рівний 10,4 В.

11.108 Потенціал іонізації атома гелію рівний 24,5 В. Визначити роботу іонізації.

11.109 Якою найменшою швидкістю повинні володіти вільні електрони цезію і платини, для того щоб вони змогли покинути метал?

11.110 Термоелемент, опором $12\ \Omega$, замкнений на мікроамперметр, внутрішній опір якого $200\ \Omega$. Визначити сталу термоелемента, якщо при різниці температур його спайів рівній $120\ K$, мікроамперметр фіксує струм в $30\ \mu A$.

11.111 У скільки разів зміниться питома термоелектронна емісія вольфраму, що знаходиться при температурі $2400\ K$, якщо підвищити температуру його на 100° ?

11.112 Визначити густину струму в провіднику з електронною провідністю, якщо концентрація електронів становить $2 \cdot 10^{28}\ m^{-3}$, швидкість дрейфу електронів у електричному полі – $0,002\ m/s$.

11.113 Визначити який мікрострум створює електрон, що обертається навколо ядра в атомі водню, якщо радіус орбіти рівний $53\ nm$.

11.114 Визначити у скільки разів зменшиться питомий опір чистого напівпровідника при підвищенні його температури від $300\ K$ до $600\ K$, якщо енергія активації рівна $0,2\ eV$.

11.115. Термопара вісмут-залізо, константа якої рівна $92 \cdot 10^{-6}\ V/K$, а опір $5\ \Omega$, приєднана до гальванометра з внутрішнім опором $100\ \Omega$. Який струм покаже гальванометр, якщо один спай термопари занурений у киплячу воду, а другий – у суміш лід-вода?

§ 12. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

За законом Біо-Са-варра-Лапласа елемент контуру $d\ell$, по якому тече струм I , створює в деякій точці A простору магнітне поле напруженістю dH , яка рівна:

$$dH = \frac{I \sin \alpha dl}{4\pi r^2}, \quad (1)$$

де r – відстань від елемента струму $d\ell$ до точки A ;
 α – кут між радіус-вектором r і елементом струму $d\ell$.

Застосовуючи рівняння (1) до контурів різного виду, можна визначити:

напруженість магнітного поля в центрі колового струму:

$$H = \frac{I}{2R}, \quad (2)$$

де R – радіус колового контуру зі струмом;
напруженість магнітного поля, створеного нескінченно довгим прямолінійним провідником:

$$H = \frac{I}{2\pi a}, \quad (3)$$

де a – найкоротша відстань від провідника до точки, в якій треба визначити напруженість;

напруженість магнітного поля на осі колового струму:

$$H = \frac{R^2 I}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}, \quad (4)$$

де R – радіус колового контуру зі струмом;
 a – найкоротша від-стань від точки, в якій треба визначити напру-женість до площини контуру;
напруженість ма-гнітного поля на осі не-скінченно довгого соле-ноїда і тороїда:

$$H = In, \quad (5)$$

де n – число витків, що припадає на одиницю довжини соленоїда (то-роїда);
напруженість ма-гнітного поля на осі со-леноїда скінченої дов-жини:

$$H = \frac{In}{2} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2),$$

де β_1 і β_2 – кути між віссю соленоїда і раді-ус-вектором, проведе-ним з даної точки до кінця соленоїда.

Магнітна індукція зв'язана з напруженістю магнітного поля співвід-ношенням:

$$B = \mu_0 \mu H, \quad (6)$$

де μ – відносна магніт-на проникливість сере-довища;

μ_0 – магнітна стала рівна $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$.

Об'ємна густина енергії магнітного поля:

$$\omega_0 = \frac{W}{V} = \frac{HB}{2} =$$

$$= \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2}.$$

Потік магнітної ін-дукції через контур:

$$\Phi = BS \cos \varphi, \quad (7)$$

де S – площа попе-речного перерізу конту-ру;
 φ – кут між нор-маллю до площини і на-прямком магнітного по-ля.

Потік магнітної ін-дукції через тороїд:

$$\Phi = \frac{INS\mu_0\mu}{\square}, \quad (8)$$

де N – загальне число витків тороїда;
 ℓ – його довжина;
 S – площа його по-перечного перерізу;
 μ – відносна магніт-на проникливість мате-ріалу сердечника;
 μ_0 – магнітна стала.

Якщо тороїд має по-вітряний зазор, то маг-нітний потік рівний:

$$\Phi = \frac{IN}{\frac{\ell_1}{S\mu_0\mu_1} + \frac{\ell_2}{S\mu_0\mu_2}},$$

де ℓ_1 – довжина повіт-ряного зазору;
 ℓ_2 – довжина заліз-ного осердя;
 μ_2 – магнітна прони-кливість осердя;
 μ_1 – магнітна прони-кливість повітря.

На елемент $d\ell$ про-відника зі струмом, що знаходиться в магніт-ному полі, діє сила Ампера:

$$dF = B I \sin \alpha dl, \quad (9)$$

де α – кут між напрямом струму в провіднику і напрямом магнітного поля.

На замкнутий контур зі струмом, а також на магнітну стрілку в магнітному полі діє пара сил, що спричинює появу обертового моменту:

$$M = pB \sin \alpha, \quad (10)$$

де p – магнітний момент контуру зі струмом (або магнітної стрілки);

α – кут між напрямом магнітного поля і нормаллю до площини контуру (або віссю стрілки).

Магнітний момент контуру зі струмом:

$$p = IS, \quad (11)$$

де S – площа контуру, тоді:

$$M = BIS \sin \alpha. \quad (12)$$

Два паралельні провідники зі струмами I_1 та I_2 взаємодіють між собою з силою:

$$F = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi a} l, \quad (13)$$

де l – довжина провідника;

a – відстань між ними.

Робота переміщення провідника зі струмом у магнітному полі:

$$dA = Id\Phi, \quad (14)$$

де $d\Phi$ – потік магнітної індукції, що перетинається провідником під час його руху.

Сила, що діє на рухому заряджену частинку в магнітному полі, визначається формулою Лоренца:

$$F = qBv \sin \alpha, \quad (15)$$

де q – заряд частинки;

α – кут між напрямом швидкості частинки і напрямом індукції магнітного поля.

Явище електромагнітної індукції полягає у виникненні е.р.с. індукції під час всякої зміни потоку магнітної індукції через поверхню, що охоплюється провідним контуром.

Величина е.р.с. індукції визначається рівнянням:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (16)$$

Зміна потоку магнітної індукції може відбуватися за рахунок зміни сили струму в самому контурі (явище самоіндукції). В даному випадку е.р.с. самоіндукції визначається формулою:

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}, \quad (17)$$

де L – індуктивність (коефіцієнт самоіндукції) контуру.

Індуктивність соленоїда:

$$L = \mu_0 \mu n^2 \mathbb{S}, \quad (18)$$

де ℓ – довжина соленоїда;

S – площа його по-перечного перерізу;
 n – число витків, що припадає на одиницю довжини соленоїда.

За рахунок явища самоіндукції сила струму в колі під час виключення е.р.с., спадає за законом:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}, \quad (19)$$

а під час включення е.р.с. сила струму зростає за законом:

$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad (20)$$

де R – опір кола.

Магнітна енергія контуру зі струмом:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (21)$$

Зміна потоку індукції може відбуватись також за рахунок зміни сили струму в сусідньому контурі (явище взаємної індукції). При цьому індукована е.р.с. рівна:

$$\varepsilon = -L_{12} \frac{dI}{dt}, \quad (22)$$

де L_{12} – взаємна індуктивність контурів.

Взаємна індуктивність двох соленоїдів, що мають спільне осердя, рівна:

$$L_{12} = \mu_0 \mu n_1 n_2 S, \quad (23)$$

де n_1 і n_2 – число витків, що припадає на одиницю довжини соленоїдів.

Кількість електрики, що проходить через поперечний переріз провідника під час виникнення в ньому індукційного струму, дорівнює:

$$dq = -\frac{1}{R} d\Phi \quad (24)$$

Приклад розв'язання задачі

Протон, що має швидкість $2 \cdot 10^4$ м/с, влітає в однорідне магнітне поле напруженість якого $2,4 \cdot 10^3$ А/м під кутом 60° до напрямку напруженості поля. Визначити радіус кривизни та крок гвинтової лінії, по якій рухається протон.

Розв'язання

Відомо, що на заряджену частинку, що влітає під деяким кутом у магнітне поле, діє сила Лоренца. За величиною ця сила пропорційна нормальній складовій швидкості, тобто:

$$F = \mu\mu_0 q H \vartheta \sin \alpha = \\ = \mu\mu_0 q H \vartheta_n,$$

де $\vartheta_n = \vartheta \sin \alpha$ – нормальна складова швидкості.

Оскільки сила Лоренца завжди перпендикулярна до швидкості, то величина швидкості не змінюватиметься під дією цієї сили. З механіки відомо, що постійна сила, перпендикулярна до швидкості тіла, викликає його рух по колу. Таким чином, протон, який влетить у магнітне поле, рухатиметься по колу в площині, перпендикулярній до поля, зі швидкістю, що дорівнює нормальній складовій початкової швидкості.

Одночасно протон буде рухатись і вздовж поля зі швидкістю ϑ_t , яка до-рівнює складовій поча-ткової швидкості в напрямку поля

$$\vartheta_t = \vartheta \cos \alpha$$

Внаслідок одночас-ного руху по колу й по прямій, протон рухати-меться по гвинтовій лі-нії. Радіус кола, по яко-му рухається протон, знайдемо так: сила Ло-ренца, що викликає рух по колу, є доцентровою силою, отже:

$$F_{\text{л}} = F_{\text{н}},$$

або

$$\mu\mu_0 q H \vartheta \sin \alpha = \frac{m \vartheta_{\text{н}}^2}{r},$$

звідки

$$\begin{aligned} r &= \frac{m \vartheta_{\text{н}}^2}{\mu\mu_0 q H \vartheta \sin \alpha} = \\ &= \frac{m \vartheta_{\text{н}}}{\mu\mu_0 q H}. \end{aligned} \quad (2)$$

Підставивши у (2) числові значення вели-чин та обчисливши, зна-ходимо:

$$r = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ м / с} \cdot 0,866}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ Гн / м} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 2,4 \cdot 10^3 \text{ А / м}} = 0,06 \text{ м}$$

Крок гвинтової лінії дорівнюватиме шляху, який пройде протон вздовж поля зі швидкістю ϑ_t за час, який дорівнює періоду його обертання, тобто:

$$h = \vartheta_t T$$

Період обчислимо за формулою:

$$T = \frac{2\pi r}{\vartheta_n},$$

тобто:

$$h = \frac{2\pi r \vartheta \cos \alpha}{\vartheta \sin \alpha} = \frac{2\pi r}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Підставивши в цю формулу числові значення величин та обчисливши, одержуємо:

$$h = 0,21 \text{ м}.$$

Розрахункові задачі

12.1 Напруженість магнітного поля в центрі кругового витка рівна 200 А/м . Магнітний момент витка рівний $1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$. Визначити силу струму, що протікає по витку і радіус витка.

12.2 Визначити напруженість магнітного поля в центрі кругового провідникового витка, радіус якого 1 см , по якому тече струм силою 1 А .

12.3 На рис. 12.1 зображено переріз двох



прямолінійних нескінченно довгих провідників із струмом. Відстань

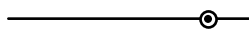
Рис. 12.1

AB між провідниками рівна 10 см , $I_1 = 20\text{ А}$, $I_2 = 30\text{ А}$. Визначити напруженість магнітного поля, створеного струмами I_1 і I_2 в точках M_1 , M_2 і M_3 , якщо відстань $M_1A = 2\text{ см}$, $AM_2 = 4\text{ см}$ і $BM_3 = 3\text{ см}$.

12.4 Розв'язати попередню задачу при умові, що струми в провідниках течуть в одному напрямі.

12.5 На рис. 12.2 зображено переріз трьох прямо-лінійних нескінченно довгих провідників зі струмом. Відстань $AB = BC = 5\text{ см}$; $I_1 = I_2 = I$ і $I_3 = 2I$. Визначити точку на прямій AC , в якій напруженість магнітного поля, створена струмами I_1 , I_2 та I_3 рівна нулю.

Рис. 12.2

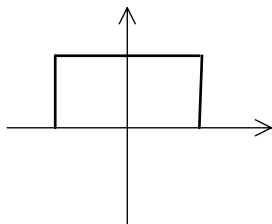


12.6 Розв'язати попередню задачу при умові, що всі три струми в провідниках течуть в одному напрямі.

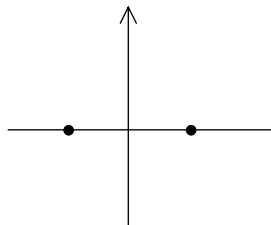
12.7 Два прямолінійні нескінченно довгі провідники розміщені перпендикулярно один до одного і знаходяться в одній площині (рис. 12.3)

Визначити напруженість магнітного поля в точках M_1 і M_2 , якщо $I_1 = 2\text{ А}$ і $I_2 = 3\text{ А}$. Відстань $AM_1 = AM_2 = 1\text{ см}$ і $BM_1 = CM_2 = 2\text{ см}$.

Рис. 12.3



12.8 Два прямолінійні нескінченно довгі провідники розміщені перпендикулярно один до одного і знаходяться у взаємно-перпендикулярних площинах



(рис. 12.4) Визначити напруженість магнітного поля в точках M_1 і M_2 , якщо $I_1 = 2\text{ А}$ і $I_2 = 3\text{ А}$. Відстань $AM_1 = AM_2 = 1\text{ см}$ а $AB = 2\text{ см}$.

Рис. 12.4

12.9 Два прямолінійні нескінченно довгі провідники розміщені паралельно на відстані 10 см один до одного. По провідниках течуть струми $I_1 = I_2 = 5\text{ А}$ в протилежних напрямках. Визначити величину і напрям напруженості магнітного поля в точці, що знаходиться на відстані 10 см від кожного провідника.

12.10 Два паралельні нескінченно довгі провідники, по яких течуть в одному напрямі струми силою 60 А , розміщені на відстані 10 см один від одного. Визначити магнітну індукцію в точці, що знаходиться від одного провідника на відстані 5 см , а від другого на відстані 12 см .

12.11 Два паралельні нескінченно довгі провідники, по яких течуть в протилежних напрямках струми силою 10 А , розміщені на відстані 5 см один від одного. Визначити магнітну індукцію поля, створеного струмами в точці, що знаходиться посередині між провідниками.

12.12 Визначити магнітну індукцію поля, створеного відрізком нескінченно довгого прямого провідника, в точці, що рівновіддалена від кінців відрізка і знаходиться на відстані 20 см від його середини. Сила струму, що тече по провіднику рівна 30 А , а довжина провідника 60 см .

12.13 По довгому вертикальному провіднику зверху вниз протікає струм силою 8 А . На якій відстані від нього напруженість магнітного поля, що є результатом накладання магнітного поля Землі і поля

струму, на-прямлена вертикально вгору? Горизонтальна складова поля землі рівна 16 А/м .

12.14 По довгому провіднику, зігнутому під прямим кутом тече струм силою 20 А . Визначити напруженість магнітного поля в точці, що лежить на бісектрисі цього кута і знаходиться на відстані 10 см від вершини кута.

12.15 По провіднику, зігнутому у вигляді квадратної рамки зі стороною 10 см , тече струм силою 5 А . Визначити магнітну індукцію поля в точці, рівновіддаленій від вершин квадрата на відстані, рівній довжині його сторони.

12.16 З дротини, довжиною 1 м , зроблена квадратна рамка. По цій рамці тече струм силою 10 А . Визначити напруженість магнітного поля в центрі рамки.

12.17 Визначити напруженість магнітного поля на осі кругового контуру на відстані 3 см від його площини. Радіус контуру – 4 см , сила струму в контурі – 2 А .

12.18 Напруженість магнітного поля в центрі кругового витка, радіусом 11 см , рівна $63,68 \text{ А/м}$. Визначити напруженість магнітного поля на осі витка на відстані 10 см від його площини.

12.19 Два кругові витки, радіусом 4 см кожний, розміщені в паралельних площинах на відстані $0,1 \text{ м}$ один від одного. По витках протікає струм силою 2 А . Визначити напруженість магнітного поля на осі витків у точці, що знаходиться на однаковій відстані від них. Струми у витках течуть в одному напрямі.

12.20 Два кругові витки, радіусом 4 см кожний, розміщені в паралельних площинах на відстані $0,1 \text{ м}$ один від одного. По витках протікає струм силою 2 А .

Визначити напруженість магнітного поля на осі витків в точці, що знаходиться на однаковій відстані від них. Струми у витках течуть в протилежних напрямках.

12.21 Два кругові витки, радіусом 4 см кожний, розміщені в паралельних площинах на відстані 5 см один від одного. По витках протікає струм силою 4 А. Визначити напруженість магнітного поля в центрі одного з витків. Струми у витках течуть в одному напрямі.

12.22 Два кругові витки, радіусом 4 см кожний, розміщені в паралельних площинах на відстані 5 см один від одного. По витках протікає струм силою 4 А. Визначити напруженість магнітного поля на осі витків у точці, що знаходиться на однаковій відстані від них. Струми у витках течуть в протилежних напрямках.

12.23 Два кругові витки розміщені в двох взаємно перпендикулярних площинах так, що центри їх співпадають. Радіус кожного витка 2 см і струми, що течуть по витках однакові і рівні 5 А. Визначити напруженість магнітного поля в центрі цих витків.

12.24 Струм, силою 20 А, протікає по дротяному кільцю з мідної дротини, січенням 1 мм^2 , створює в центрі кільця напруженість магнітного поля 178 А/м . Яка різниця потенціалів прикладена до кінців дротини, що утворює кільце?

12.25 По обмотці дуже короткої котушки, радіусом 16 см, протікає струм силою 5 А. Скільки витків дротини намотано на котушку, якщо напруженість магнітного поля в її центрі рівна 800 А/м ?

12.26 По дротяній рамці, що має форму правильного багатокутника, проходить струм силою 2 А і в центрі рамки утворюється магнітне поле,

напруженість яко-го рівна 33 А/м . Визначити довжину дротини, з якої зроблена рамка.

12.27 По тонкому провідному кільцю, радіусом 10 см , протікає струм силою 80 А . Визначити магнітну індукцію в точці, що рівновіддалена від усіх точок кільця на віддалі 20 см .

12.28 Квадратна дротяна рамка розміщена в одній площині з довгим прямим провідником так, що дві її сторони є паралельними до провідника. По рамці і провіднику течуть однакові струми силою 1 кА . Визначити силу, що діє на рамку, якщо найближча до провідника сторона рамки знаходиться на відстані, рівній довжині її сторони.

12.29 По тонкому провіднику у вигляді кільця, радіусом 20 см , тече струм силою 100 А . Перпендикулярно до площини кільця збуджено однорідне магнітне поле, індукцією 20 мТл . Визначити силу, що розтягує кільце.

12.30 Котушка, довжиною 30 см , складається з 1000 витків дроту. Визначити напруженість магнітного поля в середині котушки, якщо по котушці проходить струм силою 2 А . Діаметр котушки вважати малим порівняно з її довжиною.

12.31 Обмотка котушки зроблена з дротини, діаметром $0,8 \text{ мм}$. Витки щільно прилягають один до одного. Вважаючи котушку достатньо довгою, визначити напруженість магнітного поля в середині котушки при силі струму в обмотці 1 А .

12.32 З дротини, діаметром 1 мм , треба намотати соленоїд, в середині якого напруженість магнітного поля повинна бути рівною 24 кА/м . Максимальна сила струму, яку можна пропустити по дротині, рівна 6 А . Зі скількох шарів складається

обмотка соленоїда, якщо витки намотано щільно один до одного? Діаметр котушки вважати малим порівняно з її довжиною.

12.33 В однорідному магнітному полі, напруженість якого становить $79,6 \text{ кА/м}$, знаходиться квадратна рамка. Її площа утворює з напрямом магнітного поля кут 45° . Сторона рамки 4 см . Визначити величину магнітного потоку, що пронизує рамку.

12.34 У магнітному полі, індукція якого дорівнює $0,05 \text{ Тл}$, обертається стержень довжиною 1 м . Вісь обертання, що проходить через один з його кінців, є паралельною до силових ліній магнітного поля. Визначити величину магнітного потоку ліній індукції, що перетинається стержнем під час кожного оберту.

12.35 Рамка, площа якої рівна 16 см^2 , обертається в магнітному полі з частотою 2 об/с . Вісь обертання знаходиться в площині рамки і є перпендикулярною до силових ліній магнітного поля. Напруженість магнітного поля рівна $79,6 \text{ кА/м}$. Визначити: 1) залежність магнітного потоку, що пронизує рамку, від часу; 2) максимальне значення магнітного потоку.

12.36 Скільки ампер-витків повинен мати соленоїд малого діаметру і довжиною 30 см , щоб у середині нього об'ємна густина енергії магнітного поля була рівною $1,75 \text{ Дж/м}^3$?

12.37 Визначити магнітну індукцію в замкнутому залізному осерді тороїда, довжиною $20,9 \text{ см}$, якщо число ампер-витків обмотки тороїда є рівним 1500 . Визначити магнітну проникливість матеріалу осердя за даних умов.

12.38 Довжина залізного осердя тороїда – 1 м , довжина повітряного зазору – 3 мм . Число витків

обмотки тороїда – 2000. Визначити напруженість магнітного поля в повітряному зазорі, якщо сила струму в обмотці тороїда рівна 1 А.

12.39 Довжина залізного осердя тороїда – 50 см, довжина повітряного зазору – 2 мм. Число ампер-витків обмотки тороїда – 2000. У скільки разів зменшиться напруженість магнітного поля в повітряному зазорі, якщо при тій самій кількості ампер-витків довжину повітряного зазору збільшити вдвічі.

12.40 Потік магнітної індукції крізь соленоїд (без осердя) дорівнює 5 мкВб. Визначити магнітний момент цього соленоїда. Довжина соленоїда рівна 25 см.

12.41 Замкнуте залізне осердя, довжина якого становить 50 см, має обмотку, що складається з 1000 витків. По обмотці тече струм силою 1 А. Який струм треба пропустити по обмотці, щоб після вилучення осердя, індукція не змінилася б?

12.42 Залізне осердя, довжиною 50,2 см, з повітряним проміжком, довжиною 0,1 см, має обмотку з 20 витків дроту. Який струм повинен протікати по цій обмотці, щоб у повітряному проміжку отримати індукцію 1,2 Тл?

12.43 Залізне кільце, діаметром 11,4 см, має обмотку з 200 витків, по якій тече струм силою 5 А.
1) Який струм повинен проходити по обмотці, щоб індукція в осерді не змінилася, якщо в кільці зробити проріз шириною 1 мм? 2) Визначити магнітну проникливість матеріалу осердя за даних умов.

12.44 Між полюсами електромагніту створено магнітне поле, індукція якого рівна 0,1 Тл. По провіднику, довжиною 70 см, що розміщений перпендикулярно до силових ліній магнітного поля,

тече струм силою 70 А . Визначити силу, що діє на провідник.

12.45 Два прямолінійні довгі паралельні провідники знаходяться на відстані 10 см один від одного. По провідниках течуть струми в одному напрямі і рівні відповідно 20 А і 30 А . Яку роботу необхідно виконати (на одиницю довжини провідника), щоб віддалити ці провідники один від одного до відстані 20 см ?

12.46 Два прямолінійні довгі паралельні провідники знаходяться на деякій відстані один від одного. По провідниках течуть струми в одному напрямі і рівні за величиною. Визначити силу струму, що тече по кожному провіднику, якщо відомо, що для того, щоб віддалити ці провідники один від одного на відстань вдвоє більшу, було виконано роботу (на одиницю довжини провідника), рівну 55 мкДж/м .

12.47 З дротини, довжиною 20 см , зроблено квадратний контур. Визначити обертовий момент сил, що діє на контур, який знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією $0,1\text{ Тл}$. По контуру тече струм силою 2 А . Площина контуру утворює кут 45° з напрямком магнітного поля.

12.48 З дротини, довжиною 20 см , зроблено круговий контур. Визначити обертовий момент сил, що діє на контур, який знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією $0,1\text{ Тл}$. По контуру тече струм силою 2 А . Площина контуру утворює кут 45° з напрямком магнітного поля.

12.49 Алюмінієвий провідник, площа поперечного перерізу якого 1 мм^2 , підвісили в горизонтальній площині перпендикулярно до магнітного меридіану, і по ньому тече струм (із заходу

на схід) силою $1,6 \text{ А}$. 1) Яку частину від ваги провідника становить сила, що діє на провідник з боку магнітного поля Землі? 2) На скільки зменшиться вага 1 м провідника внаслідок дії цієї сили? Горизонтальна складова магнітного поля Землі рівна 16 А/м .

12.50 По соленоїду тече струм силою 2 А . Магнітний потік, що пронизує поперечний переріз соленоїда, рівний 4 мкВб . Визначити індуктивність соленоїда, як-що соленоїд має 800 витків.

12.51 Круговий контур знаходиться в однорідному магнітному полі так, що його площа перпендикулярна до силових ліній поля. Напруженість магнітного поля рівна $159,2 \text{ кА/м}$, по контуру тече струм силою 2 А , радіус контуру – 2 см . Яку роботу треба виконати, щоб повернути контур на 90° навколо вісі, що співпадає з діаметром контуру?

12.52 В однорідному магнітному полі, індукція якого рівна $0,5 \text{ Тл}$, рівномірно рухається провідник довжиною 10 см . По провіднику тече струм силою 2 А . Швидкість руху провідника 20 см/с і напрямлена перпендикулярно до напрямку магнітного поля. Визначити: 1) роботу переміщення провідника за 10 с руху; 2) потужність затрачену на цей рух.

12.53 Електрон, прискорений різницею потенціалів 1000 В , влітає перпендикулярно до ліній індукції магнітного поля. Індукція магнітного поля рівна $1,19 \text{ мТл}$. Визначити період обертання електрона.

12.54 Електрон, прискорений різницею потенціалів 1000 В , влітає перпендикулярно до силових ліній однорідного магнітного поля. Індукція магнітного поля рівна $1,19 \text{ мТл}$. Визначити момент імпульсу електрона.

12.55 Електрон, прискорений різницею потенціалів 300 В , рухається вздовж прямолінійного довгого провідника на відстані 4 мм від нього. Яка сила подіє на електрон, якщо по провіднику пропустити струм силою 5 А ?

12.56 Потік α -частинок, прискорених різницею потенціалів 1 МВ , влітає в однорідне магнітне поле напруженістю $1,19\text{ МА/м}$. Швидкість кожної частинки напрямлена під кутом 90° до напрямку магнітного поля. Визначити силу, що діє на кожну частинку.

12.57 Електрон влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно до силових ліній. Швидкість руху електрона $4 \cdot 10^7\text{ м/с}$. Індукція магнітного поля рівна 10^{-3} Тл . Чому дорівнюють тангенціальне і нормальне прискорення електрона в магнітному полі?

12.58 Протон і електрон, прискорені однаковою різницею потенціалів, влітають в однорідне магнітне поле. У скільки разів радіус кривизни траєкторії протона є більшим від радіусу кривизни траєкторії електрона?

12.59 Заряджена частинка рухається в магнітному полі по колу зі швидкістю 10^6 м/с . Індукція магнітного поля рівна $0,3\text{ Тл}$, радіус кола 4 см . Визначити заряд частинки, якщо відомо, що її енергія рівна 12 кеВ .

12.60 Протон і α -частинка влітають в однорідне магнітне поле. Швидкість частинок напрямлена перпендикулярно до силових ліній магнітного поля. У скільки разів період обертання протона в магнітному полі є більшим за період обертання α -частинки?

12.61 α -частинка, кінетична енергія якої рівна 500 еВ , влітає в однорідне магнітне поле, перпендикулярно до ліній індукції поля. Індукція магнітного поля

рівна $0,1 \text{ Тл}$. Визначити силу, що діє на заряджену частинку.

12.62 α -частинка, з кінетичною енергією 500 eV , влітає в однорідне магнітне поле, перпендикулярно до ліній індукції поля. Індукція магнітного поля рівна $0,1 \text{ Тл}$. Визначити період обертання зарядженої частинки.

12.63 α -частинка, що має момент імпульсу, рівний $1,33 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$, влітає в однорідне магнітне поле, яке є перпендикулярним до напрямку її руху. Індукція магнітного поля рівна 25 мТл . Визначити кінетичну енергію α -частинки.

12.64. Визначити питомий заряд зарядженої частинки, що влетіла зі швидкістю 10^6 м/с в однорідне магнітне поле, напруженість якого – 199 кА/м , і почала рухатись по колу радіусом $8,3 \text{ см}$. Напрямок швидкості частинки є перпендикулярним до напрямку магнітного поля.

12.65. Магнітне поле, напруженістю 8 кА/м , і електричне поле, напруженістю 1 кВ/м , є співнаправленими. Електрон влітає в таке електромагнітне поле зі швидкістю 10^5 м/с . Визначити нормальне, тангенціальне і повне прискорення електрона, якщо напрям швидкості електрона є паралельним до силових ліній полів.

12.66. Магнітне поле, напруженістю 8 кА/м , і електричне поле, напруженістю 10 В/см , є співнаправленими. Електрон влітає в таке електромагнітне поле зі швидкістю 10^5 м/с . Визначити нормальне, тангенціальне і повне прискорення електрона, якщо напрям швидкості електрона є перпендикулярним до силових ліній полів.

12.67. Електрон, прискорений різницею потенціалів 6 кВ , влітає в однорідне магнітне поле під кутом 30° до ліній індукції магнітного поля і починає рухатись по спіралі. Визначити радіус витка і крок спіралі, якщо індукція магнітного поля рівна 13 мТл .

12.68. Електрон влітає між пластини плоского гори-зонтально розміщеного конденсатора, паралельно до його пластин зі швидкістю 10 Мм/с . Довжина пластин конденсатора – 5 см , напруженість електричного поля конденсатора – 100 В/см . Під час вильоту з конденсатора електрон потрапляє в магнітне поле, силові лінії якого є перпендикулярними до силових ліній електричного поля. Індукція магнітного поля рівна $0,01\text{ Тл}$. Визначити радіус та крок гвинтової траєкторії електрона в магнітному полі.

12.69. Протон влітає в однорідне магнітне поле під кутом 30° до напрямку поля і рухається по спіралі, радіус якої є рівним $1,5\text{ см}$. Індукція магнітного поля рівна $0,1\text{ Тл}$. Визначити кінетичну енергію протона.

12.70. Електрон, прискорений різницею потенціалів 3000 В , влітає в магнітне поле соленоїда під кутом 30° до його вісі. Число ампер-витків соленоїда – 5000 , довжина його – 25 см . Визначити крок гвинтової траєкторії електрона в магнітному полі соленоїда.

12.71. Через поперечний переріз мідної пластинки, товщина якої $0,5\text{ мм}$ і висота – 10 мм тече струм – 20 А . Під час розміщення пластинки в магнітному полі, напрям якого є перпендикулярним до ребра b і напрямку струму, виникає поперечна різниця потенціалів $3,1\text{ мкВ}$. Індукція магнітного поля рівна 1 Тл . Визначити концентрацію електронів провідності в міді та їх середню швидкість.

12.72. Через поперечний переріз алюмінієвої плас-тинки (a – її товщина, b – її висота) пропускають струм силою 5 А . Пластика розміщена в магнітному полі, напрям якого є перпендикулярним до ребра b і напрямку струму. Визначити поперечну різницю потенціалів, яка при цьому виникає, якщо індукція магнітного поля рівна $0,5\text{ Тл}$ а товщина пластинки становить $0,1\text{ мм}$. Концен-трацію електронів провідності вважати рівною концен-трації атомів.

12.73. Пластика напівпровідника, товщина якої $a = 0,2\text{ мм}$, знаходиться в магнітному полі, напрям якого є паралельним до сторони a . Питомий опір напівпровідника рівний $10^{-5}\text{ Ом}\cdot\text{м}$, індукція магнітного поля рівна 1 Тл . Під час пропускання струму силою $0,1\text{ А}$ перпендикулярно до поля вздовж пластинки виникає поперечна різниця потенціалів $3,25\text{ мВ}$. Визначити рухливість носіїв струму в напівпровіднику.

12.74. В однорідному магнітному полі з індукцією $0,1\text{ Тл}$ рівномірно обертається рамка, що має 1000 витків, частота обертання – 10 об/с , площа рамки рівна 150 см^2 . Визначити миттєве значення е.р.с., яке виникає під час повороту рамки на кут 30° .

12.75. В однорідному магнітному полі, індукція якого рівна $0,1\text{ Тл}$, рухається провідник, довжина якого становить 10 см . Швидкість руху провідника – 15 м/с і напрямлена вона перпендикулярно до ліній індукції магнітного поля. Чому дорівнює індукована в цьому провіднику е.р.с.?

12.76. Котушка, діаметром 10 см , що має 500 витків, знаходиться в магнітному полі. Яким буде середнє значення е.р.с. індукції цієї котушки, якщо індукцію магнітного поля збільшити від 0 до 2 Тл за $0,1\text{ с}$?

12.77. Швидкість літака з реактивним двигуном рівна 950 км/год . Визначити е.р.с. індукції, що виникає на кінцях крил літака, якщо вертикальна складова напруженості земного магнітного поля рівна $39,8 \text{ А/м}$, розмах крил літака рівний $12,5 \text{ м}$.

12.78. В магнітному полі, індукція якого $0,05 \text{ Тл}$, обертається стержень, довжина якого дорівнює 1 м , зі сталою кутовою швидкістю 20 рад/с . Вісь обертання проходить через кінець стержня і є паралельною до силових ліній магнітного поля. Визначити е.р.с. індукції, що виникає на кінцях стержня.

12.79. Коловий дротяний виток площею 100 см^2 знаходиться в однорідному магнітному полі, індукція якого становить 1 Тл . Площина витка є перпендикулярною до напрямку магнітного поля. Яким буде середнє значення е.р.с. індукції, що виникає у витку під час зникання поля за час рівний $0,01 \text{ с}$?

12.80. В однорідному магнітному полі, індукція якого $0,1 \text{ Тл}$, рівномірно обертається котушка, що складається зі 100 витків дроту, частота обертання – 5 об/с , площа поперечного перерізу котушки – 100 см^2 . Вісь обертання є перпендикулярною до вісі котушки і напрямку поля. Визначити максимальне значення е.р.с. індукції в котушці, що обертається.

12.81. В однорідному магнітному полі, індукція якого $0,8 \text{ Тл}$, рівномірно обертається рамка з кутовою швидкістю 15 рад/с . Площа рамки – 150 см^2 , вісь обертання знаходиться в площині рамки і утворює кут 30° з напрямком силових ліній магнітного поля. Визначити максимальне значення е.р.с. індукції в рамці, що обертається.

12.82. Горизонтальний стержень, довжина якого 1 м , обертається навколо вертикальної вісі, що

проходить че-рез один з його кінців. Вісь обертання є паралельною до силових ліній магнітного поля, індукція якого рівна 50 мкТл . З якою частотою повинен обертатися стержень, щоб на його кінцях виникала різниця потенціалів 1 мВ ?

12.83. На соленоїд, довжиною 20 см і площею попе-речного перерізу 30 см^2 , накинули дротяний виток. Со-леноїд складається з 320 витків і по ньому протікає струм 3 А . Яке значення середньої е.р.с., що індукується в накинutoму на соленоїд витку, якщо струм у соленоїді зникає за час рівний $0,001 \text{ с}$?

12.84. Чому дорівнює середнє значення е.р.с., що ін-дукується у витку, якщо в соленоїд, що описаний у по-передній задачі, вставити залізне осердя?

12.85. На соленоїд, довжиною 144 см і діаметром 5 см , накинули дротяний виток. Обмотка соленоїда складається з 2000 витків і по ній протікає струм 2 А . Соленоїд має залізне осердя. Яким буде середнє значен-ня е.р.с., що індукується в накинutoму на соленоїд вит-ку, якщо струм у соленоїді зникає за час рівний $0,002 \text{ с}$?

12.86. В однорідному магнітному полі, індукція яко-го $0,1 \text{ Тл}$, обертається з періодом рівним $0,2 \text{ с}$ котушка, що складається з 200 витків. Площа поперечного пере-різу котушки – 4 см^2 . Вісь обертання котушки є перпен-дикулярною до її вісі і напрямку магнітного поля. Виз-начити максимальне значення е.р.с. індукції в котушці, що обертається.

12.87. 1) Визначити значення індуктивності котуш-ки, що має 400 витків, довжина якої рівна 20 см . Площа поперечного перерізу котушки – 9 см^2 .
2) Визначити ін-дуктивність цієї котушки у випадку, якщо всередину котушки вставити залізне осердя.

Магнітна проникли-вість осердя в умовах роботи становить – 400.

12.88. Котушка, довжиною 20 см і діаметром 3 см, має 400 витків. По котушці протікає струм силою 2 А. Визначити: 1) індуктивність котушки; 2) магнітний по-тік, що пронизує площу її поперечного перерізу.

12.89. Котушка із залізним осердям має площу попе-речного перерізу 20 см^2 і число витків – 500. Індуктив-ність котушки з осердям дорівнює 0,28 Гн при силі стру-му в обмотці – 5 А. Визначити магнітну проникливість залізного осердя за даних умов.

12.90. Соленоїд, довжиною 50 см і площею попере-чного перерізу 2 см^2 , має індуктивність рівну 0,2 мкГн. При якій силі струму об'ємна густина енергії магнітного поля всередині соленоїда буде рівною 1 мДж/м?

12.91. Скільки витків має котушка, індуктивністю 1 мГн, якщо при силі струму 1 А магнітний потік, що пронизує котушку рівний 2 мкВб?

12.92. Скільки ампер-витків необхідно для створен-ня магнітного потоку 0,4 мкВб в соленоїді, довжиною 120 см і перерізом 3 см^2 , що містить залізне осердя?

12.93. Площа поперечного перерізу соленоїда із за-лізним осердям дорівнює 10 см^2 . 1) Визначити магнітну проникливість матеріалу осердя за умови, що магнітний потік, який пронизує соленоїд, дорівнює 1,4 мВб. 2) Ви-значити якій силі струму, що тече по соленоїду, відпо-відає даний магнітний потік, якщо відомо, що індуктив-ність соленоїда за таких умов рівна 0,44 Гн. Довжина соленоїда – 1 м.

12.94. Дві котушки намотані на одне загальне осердя. Індуктивність першої котушки – $0,2 \text{ Гн}$, другої становить $0,8 \text{ Гн}$, опір другої котушки – 600 Ом . Якої величини струм появиться в другій котушці, якщо струм $0,3 \text{ А}$, що тече по обмотці першої котушки, зникне за час рівний $0,001 \text{ с}$?

11.95. В магнітному полі, індукція якого становить $0,1 \text{ Тл}$, знаходиться квадратна рамка з мідної дротини. Площа поперечного перерізу дротини – 1 мм^2 , площа рамки – 25 см^2 , нормаль до площини рамки має напрям силових ліній поля. Яка кількість електрики пройде по контуру рамки під час зникнення магнітного поля?

12.96. В магнітному полі, індукція якого становить $0,05 \text{ Тл}$, знаходиться котушка, що складається з 200 витків дроту. Опір котушки – 40 Ом , площа її поперечного перерізу – 12 см^2 . Котушка в полі розміщена так, що її вісь утворює кут 60° з напрямком поля. Яка кількість електрики пройде по котушці під час зникнення магнітного поля?

12.97. Коловий контур, радіусом 2 см , знаходиться в однорідному магнітному полі, індукція якого становить $0,2 \text{ Тл}$. Площина контуру є перпендикулярною до напрямку магнітного поля, опір контуру – 1 Ом . Яка кількість електрики пройде по котушці при повороті її на кут 90° ?

12.98. Електрична лампочка, опір якої в розжарено-му стані рівний 10 Ом , підключається через дросель до дванадцятивольтового акумулятора. Індуктивність дроселя – 2 Гн , його опір – 1 Ом . Через скільки часу після включення лампочка загориться, якщо вона починає по-мітно світитися при напрузі на ній у 6 В ?

12.99. Котушка, довжиною 20 см і діаметром 2 см, що складається з 200 витків мідного дроту поперечним січенням 1 мм^2 , підключена в коло з деякою е.р.с. За допомогою перемикача джерело е.р.с. вимикається, і котушка замикається на коротко. Через скільки часу, після вимикання е.р.с., сила струму в колі зменшиться у два рази?

12.100. Визначити, у скільки разів зменшиться сила струму в котушці, індуктивність якої становить $0,2 \text{ Гн}$ а опір – $1,64 \text{ Ом}$, після того, як вимкнути джерело е.р.с. і котушка буде замкнута на коротко.

12.101. Котушка володіє опором 10 Ом і індуктивністю – $0,144 \text{ Гн}$. Через скільки часу після вмикання котушки в коло, в ній встановиться струм, що дорівнює половині від максимального?

12.102. Квадратна рамка з мідної дротини січенням 1 мм^2 знаходиться в магнітному полі, індукція якого змінюється за законом $B = B_0 \sin \omega t$, де $B_0 = 0,01 \text{ Тл}$, $t = 0,02 \text{ с}$. Площа рамки – 25 см^2 і є перпендикулярною до напрямку ліній магнітного поля. Записати закон зміни магнітного потоку від часу і визначити його максимальне значення.

12.103. Квадратна рамка з мідної дротини січенням 1 мм^2 знаходиться в магнітному полі, індукція якого змінюється за законом $B = B_0 \sin \omega t$, де $B_0 = 0,01 \text{ Тл}$, $t = 0,02 \text{ с}$. Площа рамки – 25 см^2 і є перпендикулярною до напрямку ліній магнітного поля. Записати закон зміни е.р.с. індукції, яка виникає в рамці, від часу і визначити її максимальне значення.

12.104. Квадратна рамка з мідної дротини січенням 1 мм^2 знаходиться в магнітному полі, індукція якого змінюється за законом $B = B_0 \sin \omega t$, де $B_0 = 0,01 \text{ Тл}$, $t = 0,02 \text{ с}$. Площа рамки – 25 см^2 і є перпендикулярною

до напрям-ку ліній магнітного поля. Записати закон зміни сили струму, що тече в рамці від часу і визначити його мак-симальне значення.

12.105. По котушці, індуктивність якої становить $0,021 \text{ Гн}$, тече струм, зміна з часом якого описується рів-нянням $I = I_0 \sin \omega t$, де $I_0 = 5 \text{ А}$, $T = 0,02 \text{ с}$. Записати закон зміни е.р.с. самоіндукції від часу, що виникає в котушці.

12.106. По котушці, індуктивність якої становить $0,021 \text{ Гн}$, тече струм, зміна з часом якого описується рів-нянням $I = I_0 \sin \omega t$, де $I_0 = 5 \text{ А}$, $T = 0,02 \text{ с}$. Записати закон зміни енергії магнітного поля котушки з часом за даних характеристик.

КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

Акустичні одиниці

Найменування величин	Одиниці вимірювання	Скорочене позначення
Основні одиниці вимірювання		
Довжина	метр	<i>м</i>
Маса	кілограм	<i>кг</i>
Час	секунда	<i>с</i>
Похідні одиниці		
Звуковий тиск	ньютон на квадратний метр	<i>Н/м²</i>
Об'ємна швидкість	кубічний метр за секунду	<i>м³/с</i>
Інтенсивність звуку	ватт на квадратний метр	<i>Вт/м²</i>
Густина звукової енергії	джоуль на кубічний метр	<i>Дж/м³</i>
Позасистемні одиниці вимірювання		
Рівень звукового тиску	децибел	<i>дб</i>
Рівень гучності	фон	<i>фон</i>

§13. ГАРМОНІЧНИЙ КОЛИВАЛЬНИЙ РУХ І ХВИЛІ

Рівняння гармонічного коливного руху має вигляд:

$$\begin{aligned}x &= A \sin \left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi_0 \right) = \\&= A \sin (2\pi \nu t + \varphi_0) = \\&= A \sin (\omega t + \varphi_0)\end{aligned}$$

де x – зміщення коливної точки від положення рівноваги, різне для різних моментів часу;

A – амплітуда коливань;

T – період коливань;

φ_0 – початкова фаза;

$\nu = \frac{1}{T}$ – частота коливань;

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ – циклічна частота.

Швидкість точки, що здійснює коливання, дорівнює:

$$\begin{aligned}v &= \frac{dx}{dt} = \\&= \frac{2\pi A}{T} \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0 \right)\end{aligned}$$

і прискорення:

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{4\pi^2 A}{T^2} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$$

Сила, під дією якої точка масою m здійснює гармонічне коливання, дорівнює:

$$\begin{aligned} F &= ma = \\ &= -\frac{4\pi^2 A}{T^2} m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right) = \\ &= -\frac{4\pi^2 m}{T^2} x = -kx \end{aligned}$$

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2};$$

де
звідки:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

В даній формулі:

T – період коливань точки, що здійснює коливання під дією сили:

$$F = -kx;$$

де k – коефіцієнт де-формації, чисельно рівний силі, що спричиняє зміщення, рівне одиниці.

Кінетична енергія коливної точки:

$$W_k = \frac{m g^2}{2} = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2} \times \\ \times \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0 \right)$$

і потенціальна енергія:

$$W_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2} \times \\ \times \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0 \right)$$

Повна енергія коливної точки рівна:

$$W = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2}$$

Прикладом гармо-нічних коливань можуть бути малі коливання маятника. Період коливань математичного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

де ℓ – довжина маятника;
 g – прискорення вільного падіння.
 Період коливань фізичного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

де J – момент інерції відносно вісі коливання;
 l – віддаль між центром мас тіла і точкою підвісу;

$$L = \frac{J}{ml} \quad \text{— приведена довжина маятника.}$$

При додаванні двох однаково спрямованих гармонічних коливань з однаковим періодом одержуємо гармонічне коливання такого ж періоду з амплітудою:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \times \sqrt{\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}}$$

і з початковою фазою, яка визначається рівнянням:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

де A_1 і A_2 — амплітуди коливань, що додаються;
 φ_1 і φ_2 — їх початкові фази.

При додаванні двох взаємно-перпендикулярних коливань однакового періоду рівняння траєкторії результуючого руху має вигляд:

$$\begin{aligned} & \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \times \\ & \times \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \\ & = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1) \end{aligned}$$

Якщо на матеріальну точку масою m , крім пружної сили:

$$F = -kx$$

діє ще сила тертя:

$$F_{mp} = -\mu \vartheta$$

де μ – коефіцієнт тер-тя;

ϑ – швидкість ко-ливної точки;

то коливання точки бу-дуть згасаючими. Рів-няння згасаючого коли-вного руху має вигляд:

$$x = Ae^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0)$$

де β – коефіцієнт зга-сання;

$$\beta = \frac{\mu}{2m};$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2};$$

де ω_0 – циклічна часто-та власних коливань.
Величина:

$$\delta = \beta T$$

називається логарифмі-чним декрементом зга-сання.

Якщо на матеріаль-ну точку масою m , коли-вання якої задано рів-нянням:

$$x_1 = Ae^{-\beta t} \sin \omega_0 t$$

діє зовнішня періодична сила:

$$F = F_0 \sin \omega t$$

то коливання точки бу-дуть вимушеними і рів-няння її руху буде мати вигляд:

$$x_2 = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

де

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}; \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Резонанс настапує тоді, коли частота вимушених коливань ω зв'язана з частотою власних коливань ω_0 і з коефіцієнтом згасання β наступним співвідношенням:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

Під час поширення незгасаючих коливань зі швидкістю $\mathcal{V}$ вздовж де-якого напрямку, що називається променем, зміщення довільної точки, що лежить на промені на відстані ℓ від джерела коливань, задається рівнянням:

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}\ell\right)$$

де A – амплітуда коливань точок;
 λ – довжина хвилі і дорівнює:

$$\lambda = \mathcal{V}T$$

Дві точки, що лежать на промені на відстанях ℓ_1 і ℓ_2 від джерела коливань, мають різницю фаз:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta\ell}{\lambda}$$

Під час інтерференції коливань максимум амплітуди результуючого коливання буде при умові:

$$\Delta \ell = 2n \frac{\lambda}{2}$$

де $(n = 1, 2, \dots)$;

де $\Delta \ell$ – різниця ходу хвиль.

Мінімум амплітуди буде при умові:

$$\Delta \ell = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$$

де $(n = 1, 2, \dots)$.

Приклад розв'язання задачі

Матеріальна точка масою 5 г гармонічно коливається з частотою $0,5 \text{ Гц}$. Амплітуда коливань $0,03 \text{ м}$. Визначити швидкість точки в момент часу, коли її зміщення рівне $1,5 \text{ см}$.

Розв'язання

Рівняння зміщення точки, що коливається за гармонічним законом, має вигляд:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (1)$$

рівняння швидкості точки, що коливається, одержимо, взявши похідну від зміщення (1) за часом:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Вважаючи, що початкова фаза дорівнює нулю, одержимо:

$$x = A \sin \omega t$$

та

$$y = A \omega \cos \omega t$$

Щоб виразити зміщення через швидкість, потрібно виключити з цих рівнянь час. Для цього піднесемо до квадрату обидва рівняння, перше рівняння поділимо на A^2 , а друге – на $\omega^2 A^2$ й додамо їх після цього. Внаслідок цих операцій одержимо:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{\omega^2 A^2} = 1$$

або

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{4\pi^2 v^2 A^2} = 1$$

Розв'язавши дане рівняння відносно швидкості, знайдемо:

$$y = \pm 2\pi v \sqrt{A^2 - x^2} \quad (2)$$

Після підстановки у (2) числових значень одержуємо:

$$y = \pm 0,082 \text{ м/с}$$

Знак плюс вказує на те, що точка віддаляється від положення рівноваги; знак мінус – що точка наближається до положення рівноваги (напрямки зміщення та швидкості протилежні).

Рівняння зміщення матеріальної точки, що коливається гармонічно, можна також описати рівнянням:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (3)$$

Взявши замість рівняння (1) рівняння (3) й зробивши з ним ті самі операції, одержимо таку ж відповідь.

Розрахункові задачі

13.1 Написати рівняння гармонічного коливного руху з амплітудою 5 см, якщо за 1 хв виконується 150 коливань, а початкова фаза коливань рівна 45° . Вважати, що коливний процес відбувається за законом синуса.

13.2 Написати рівняння гармонічного коливного руху з амплітудою 0,1 м, періодом 4 с і початковою фазою коливань рівною нулю.

13.3 Амплітуда гармонічних коливань дорівнює 50 мм, період коливань – 4 с, а початкова фаза – $\pi/4$.

1) Написати рівняння цього коливного руху.
2) Визначити зміщення коливної точки відносно положення рівноваги у випадку: $t = 0$ і $t = 1,5$ с.

13.4 Написати рівняння гармонічного коливного руху з амплітудою – 5 см, періодом – 8 с і початковою фазою рівною: 1) 0; 2) $\pi/2$; 3) π . Накреслити графік коливань для всіх випадків. Вважати, що коливний процес відбувається за законом синуса.

13.5 Точка здійснює гармонічні коливання. Найбільше зміщення точки від положення рівноваги дорівнює 10 см, найбільша швидкість – 0,2 м/с. Визначити циклічну частоту коливань і максимальне прискорення точки.

13.6 Максимальна швидкість точки, що здійснює гармонічні коливання, рівна 0,1 м/с,
196

максимальне при-скорення – 1 м/с^2 . Визначити циклічну частоту коли-вань, період та амплітуду.

13.7 Точка здійснює коливання за законом $x = A \sin \omega t$. В деякий момент часу зміщення точки виявилось рівним 5 см . Коли фаза коливань збільшилась у два рази, то зміщення стало рівним 8 см . Визначити амплітуду коливань.

13.8 Через скільки часу від початку руху точка, яка здійснює гармонічні коливання, зміститься від положення рівноваги на половину амплітуди? Період коливань дорівнює 24 с , початкова фаза рівна нулю.

13.9 Початкова фаза гармонічного коливання рівна нулю. Через яку долю періоду швидкість точки буде рівною половині її максимальної швидкості?

13.10 Через скільки часу від початку руху точка, що здійснює коливання, за законом $x = 7 \sin(0,5\pi t) \text{ (см)}$, проходить шлях від положення рівноваги до максимального зміщення?

13.11 Амплітуда гармонічних коливань рівна 5 см , період коливань – 4 с . Визначити максимальну швид-кість коливної точки і її максимальне прискорення.

13.12 Рівняння руху матеріальної точки задається рівнянням $x = 2 \sin(0,5\pi t + \pi/4) \text{ (см)}$. Визначити: 1) період коливань; 2) максимальну швидкість точки; 3) її макси-мальне прискорення.

12.13 Рівняння руху матеріальної точки задається рівнянням $x = \sin(\pi/6)t$. Визначити моменти часу, в яких точка набувала максимальної швидкості і максималь-ного прискорення.

13.14 Точка здійснює гармонічне коливання. Пері-од коливань – 2 с , амплітуда – 50 мм , а початкова

фаза рівна нулю. Визначити швидкість точки в момент часу, коли зміщення точки від положення рівноваги – 25 мм.

13.15 Написати рівняння гармонічного коливного руху, якщо максимальне прискорення точки становить $49,3 \text{ см/с}^2$, період коливань – 2 с, а зміщення точки від положення рівноваги в початковий момент часу дорівнює 25 мм.

13.16 Початкова фаза гармонічного коливання рівна нулю. При зміщенні точки від положення рівноваги, що дорівнює 2,4 см, швидкість точки рівна 3 см/с, а при зміщенні, рівному 2,8 см, швидкість рівна 2 см/с. Визначити амплітуду і період коливань.

13.17 Рівняння коливань матеріальної точки, масою 16 г, має вигляд $x = 0,1 \sin((\pi/8)t + \pi/4) \text{ (м)}$. Визначити максимальне значення сили, що діє на точку.

13.18 Матеріальна точка, масою 10 г, коливається за законом $x = 5 \sin((\pi/5)t + \pi/4) \text{ (см)}$. Визначити максимальну силу, що діє на точку, і повну енергію точки, що коливається.

13.19 Матеріальна точка, масою 50 г, здійснює коливання, рівняння яких має вигляд $x = 0,1 \cos 5t \text{ (м)}$. Визначити модуль сили, що діє на точку в момент, коли фаза рівна $\pi/3$ та в положенні найбільшого зміщення точки.

13.20 Якому значенню дорівнює відношення кінетичної енергії точки, що здійснює гармонічні коливання, до її потенціальної енергії для моментів часу: 1) $t = (T/12) \text{ с}$; 2) $t = (T/8) \text{ с}$; 3) $t = (T/6) \text{ с}$. Початкова фаза коливань рівна нулю.

13.21 Чому дорівнює відношення кінетичної енергії точки, що здійснює гармонічні коливання, до її потенціальної енергії для моментів, коли зміщення

точки від положення рівноваги дорівнює: 1) $x = A/4$; 2) $x = A/2$; 3) $x = A$, де A – амплітуда коливань.

13.22 Повна енергія тіла, яке здійснює гармонічні коливання, дорівнює 30 мкДж , максимальна сила, що діє на тіло, – $1,5 \text{ мН}$. Написати рівняння руху цього тіла, якщо період його коливань – 2 с , а початкова фаза – 60° .

13.23 Амплітуда гармонічних коливань матеріальної точки дорівнює 2 см , а повна енергія – $0,3 \text{ мкДж}$. При якому зміщенні від положення рівноваги на коливну точку діє сила $22,5 \text{ мкН}$?

13.24 До пружини підвісили вантаж масою 10 кг . Визначити період вертикальних коливань вантажу, якщо пружина під дією сили 10 Н розтягується на $1,5 \text{ см}$.

13.25 На кінцях тонкого стержня, довжиною 1 м і масою $0,4 \text{ кг}$, закріплено дві кульки масами $0,2 \text{ кг}$ і $0,3 \text{ кг}$. Стержень коливається відносно горизонтальної вісі, що є перпендикулярною до стержня і проходить через його середину. Визначити період коливань, які здійснює стержень.

13.26 На кінцях тонкого стержня, довжиною 30 см , закріплені однакові вантажі. Стержень з вантажами коливається відносно горизонтальної вісі, що проходить через точку, віддалену на 10 см від одного з кінців стержня. Визначити приведену довжину і період коливань такого фізичного маятника. Масою стержня знехтувати.

13.27 На стержні, довжиною 30 см , закріплено два однакові вантажі: один на середині стержня, другий на одному з його кінців. Стержень з вантажами коливається відносно горизонтальної вісі, що проходить через вільний кінець. Визначити зведену

199

довжину і період ко-ливань даної системи. Масою стержня знехтувати.

13.28 Визначити зведену довжину та період коли-вань тонкого однорідного стержня довжиною 1 м від-носно вісі, що проходить через середину стержня пер-пендикулярно до нього.

13.29 Як зміниться період вільних коливань ванта-жу, що висить на двох однакових пружинах, якщо пере-йти від послідовного з'єднання пружин до паралель-ного?

13.30 Мідна кулька, що підвішена до пружини, здійснює вертикальні коливання. Як зміниться період коливань, якщо до пружини замість мідної кульки підві-сити алюмінієву такого ж розміру?

13.31 Визначити відношення довжин двох матема-тичних маятників, якщо відношення періодів їхніх коли-вань рівне 1,5.

13.32 У скільки разів час проходження коливною точкою першої половини амплітуди є меншим за час проходження другої половини амплітуди при русі її з положення рівноваги за синусоїдальним законом?

13.33 Закон коливання точки — $x = 0,06\cos 50\pi t$ (м). За який час точка пройде відстань 3 м?

13.34 Матеріальна точка здійснює синусоїдальні ко-ливання з циклічною частотою $0,2 \text{ рад/с}$. Визначити ам-плітуду коливань точки, якщо її рух почався з поло-ження 0,04 м, а за час $2,5\pi \text{ с}$ її зміщення від положення рівноваги становило 0,03 м.

13.35 Маятник, довжиною 1 м, коливається, відхи-ляючись від вертикального положення на кут рівний 30° . У момент проходження положення

200

рівноваги нитка маятника зачепилась за цвях на середині її довжини. Визначити максимальний кут відхилення вкороченого маятника.

13.36 Написати рівняння руху, яке є результатом додавання двох однаково спрямованих гармонічних коливань з однаковим періодом 8 с і однаковою амплітудою 0,02 м. Різниця фаз між цими коливаннями рівна 45°. Початкова фаза одного із цих коливань рівна нулю.

13.37 Визначити амплітуду і початкову фазу гармонічного коливання, що є результатом додавання однаково спрямованих коливань, заданих рівняннями $x_1 = 0,02\sin(5\pi t + \pi/2)$ (м) і $x_2 = 0,03\sin(5\pi t + \pi/4)$ (м).

13.38 У результаті додавання двох однаково спрямованих гармонічних коливань з однаковими амплітудами і періодами отримали результуюче коливання з тим же періодом і з тією ж амплітудою. Визначити різницю фаз коливань, що додаються.

13.39 1) Визначити амплітуду і початкову фазу гармонічного коливання, що стало результатом додавання однаково спрямованих коливань, заданих рівняннями $x_1 = 4\sin\pi t$ (см) і $x_2 = 3\cos\pi t$ (см).

2) Написати рівняння результуючого коливання.

13.40 Точка бере участь у двох коливаннях що мають однакові періоди і однакові початкові фази. Амплітуда їх коливань відповідно дорівнює 3 см і 4 см. Визначити амплітуду результуючого коливання, якщо:

- 1) коливання відбуваються в одному напрямі,
- 2) коливання є взаємно перпендикулярними.

13.41 Точка бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливаннях $x = 2\sin\omega t$ і $y = 2\cos\omega t$. Визначити траєкторію результуючого руху точки.

13.42 Точка бере участь одночасно у двох взаємно перпендикулярних коливаннях $x = \cos \pi t$ і $y = \cos(\pi t/2)$. Визначити траєкторію результуючого руху точки.

13.43 Точка бере участь одночасно у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, що описуються рівняннями $x = \sin \pi t$ і $y = 2 \sin(\pi t + \pi/2)$. Визначити траєкторію результуючого руху точки і накреслити її з нанесенням масштабу.

13.44 Точка бере участь одночасно у двох взаємно перпендикулярних коливаннях $x = \sin \pi t$ і $y = 4 \sin(\pi t + \pi)$. Визначити траєкторію результуючого руху точки і накреслити її з нанесенням масштабу.

13.45 Період згасаючих коливань 4 с , логарифмічний декремент згасання $1,6$, початкова фаза рівна нулю. Зміщення точки у момент часу $t = T/4$ становить $4,5 \text{ см}$. 1) Написати рівняння руху цього коливання. 2) Побудувати графік цього коливного руху в межах двох періодів.

13.46 Логарифмічний декремент згасання математичного маятника дорівнює $0,2$. У скільки разів зменшиться амплітуда коливань за одне повне коливання маятника?

13.47 Амплітуда коливань математичного маятника довжиною 1 м , за час 10 хв , зменшилась у два рази. Визначити логарифмічний декремент згасання коливань.

13.48 Математичний маятник, довжиною $24,7 \text{ см}$, здійснює згасаючі коливання. Через скільки часу енергія коливань маятника зменшиться в $9,4$ рази, якщо логарифмічний декремент згасання рівний: 1) $\delta = 0,01$; 2) $\delta = 1$?

13.49 Математичний маятник здійснює згасаючі коливання з логарифмічним декрементом згасання, рівним 0,2. У скільки разів зменшиться повне прискорення маятника в його крайньому положенні за одне повне коливання?

13.50 Амплітуда згасаючих коливань математично-го маятника за 1 хв зменшилась у два рази. У скільки разів вона зменшиться за 3 хв?

13.51 Математичний маятник, довжиною 0,5 м, ви-вели з положення рівноваги. Під час першого коливання зміщення від положення рівноваги було рівне 5 см, а під час другого (в той самий бік) – 4 см. Визначити час релаксації, тобто час, за який амплітуда коливань зменшиться в e разів, де e – основа натурального логарифму.

13.52 За час 8 хв амплітуда згасаючих коливань маятника зменшилась у три рази. Визначити коефіцієнт згасання.

13.53 Тіло масою 5 г здійснює згасаючі коливання. За час 50 с тіло втратило 60 % своєї енергії. Визначити коефіцієнт опору.

13.54 Визначити період згасаючих коливань, якщо період власних коливань системи дорівнює 1 с, а логарифмічний декремент згасань – 0,628.

13.55 Логарифмічний декремент згасання тіла, що коливається з частотою 50 Гц, дорівнює 0,01. Визначити час, за який амплітуда коливань зменшується в 20 раз та число повних коливань, що відбуваються за час зменшення амплітуди.

13.56 Вантаж, масою 50 г, підвішений на нитці довжина якої становить 20 см, здійснює коливання в рідині. Коефіцієнт опору – 0,02 кг/с. На вантаж діє вимушуюча сила $F = 0,1 \cos \omega t$ (Н). Визначити частоту

203

вимушуючої сили, при якій амплітуда вимушуючих коливань є мак-симальною, та значення резонансної амплітуди.

13.57 Рівняння незгасаючих коливань має вигляд $x = 4\sin 600\pi t$ (см). Визначити зміщення від положення рівноваги точки, що знаходиться на відстані 75 см від джерела коливань, через 0,01 с після початку коливань. Швидкість поширення коливань – 300 м/с.

13.58 Рівняння незгасаючих коливань має вигляд $x = \sin 2,5\pi t$ (см). Визначити зміщення від положення рівноваги, швидкість і прискорення точки, що знаходиться на відстані 20 см від джерела коливань, для моменту часу 1 с після початку коливань. Швидкість поширення коливань – 100 м/с.

13.59 Яку різницю фаз будуть мати коливання двох точок, що знаходяться на відстані відповідно 10 м і 16 м від джерела коливань? Період коливань – 0,04 с, швидкість поширення коливань – 300 м/с.

13.60 Визначити різницю фаз коливань двох колив-них точок, що лежать на промені на відстані 2 м одна від одної. Довжина хвилі рівна 1 м.

13.61 Визначити зміщення від положення рівноваги точки, що знаходиться від джерела коливань на відстані $l = \lambda/12$, для моменту часу $t = T/6$. Амплітуда коливань рівна 0,05 м.

13.62 Зміщення від положення рівноваги точки, що знаходиться на відстані 4 см від джерела коливань, в момент часу $t = T/6$ дорівнює половині амплітуди. Визначити довжину біжучої хвилі.

13.63 Визначити положення вузлів і пучностей та накреслити графік стоячої хвилі для двох випадків:

1) відбивання хвилі відбувається від менш густішого середовища, 2) відбивання відбувається від більш

густішого середовища. Довжина біжучої хвилі рівна 12 см.

13.64 Визначити довжину хвилі коливань, якщо відстань між першою і четвертою пучностями стоячої хвилі рівна 15 см.

13.65. Кулька, масою 50 г коливається на невагомій нитці, довжина якої 1 м. Вважаючи, що коефіцієнт опору повітря $r = 0,1 \text{ кг/с}$, визначити частоту власних коливань, резонансну частоту та резонансну амплітуду, якщо амплітудне значення вимушуючої сили – 0,01 Н.

§14. АКУСТИКА

Швидкість поширення акустичних коливань у деякому середовищі визначається формулою:

$$g = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (1)$$

де E – модуль Юнга середовища;
 ρ – густина середовища.

У газах швидкість поширення акустичних коливань визначається формулою:

$$g = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}, \quad (2)$$

де μ – молярна маса газу;
 T – термодинамічна температура;
 R – газова стала;

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad \text{– показник адіабати.}$$

Рівень звукового тиску в децибелах зв'язаний з амплітудою звукового тиску співвідношенням:

$$L' = 20 \lg \frac{\Delta p}{\Delta p_0}, \quad (3)$$

де Δp_0 – амплітуда звукового тиску при нульовому рівні гучності.

Рівень гучності L'' у фонах зв'язаний з інтенсивністю звуку наступним співвідношенням:

$$L'' = 10 \lg \frac{I}{I_0}, \quad (4)$$

де I_0 – нульовий рівень гучності.
Умовно приймають, що:

$$I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2,$$

а

$$\Delta p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Н/м}^2.$$

За принципом Доплера частота звуку, що сприймається спостерігачем, визначається формулою:

$$\nu' = \frac{\vartheta_0 + \vartheta}{\vartheta_0 - u} \nu, \quad (5)$$

де ν – частота звуку, який випромінює джерело звуку;

u – швидкість руху джерела звуку;

ϑ – швидкість руху спостерігача;

ϑ_0 – швидкість поширення звуку.

Швидкість $\vartheta > 0$, якщо спостерігач рухається до джерела звуку; $u > 0$, якщо джерело звуку рухається до спостерігача.

Частота основного тону струни визначається формулою:

$$\nu = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{F}{\rho S}}, \quad (6)$$

де ℓ – довжина струни;

F – сили її натягу;

S – площа поперечного сечення струни;

ρ – густина середовища.

Приклад розв'язання задачі

Джерело звуку частотою 18 кГц наближається до нерухомого резонатора, настроєного на акустичну довжину хвилі $1,7 \text{ см}$. Яку швидкість повинно мати джерело звуку, щоб збуджувані ним звукові хвилі викликали коливання резонатора? Температура повітря 290 К .

Розв'язання

Згідно з принципом Доплера, частота звуку, що його сприймає спостерігач, залежить від швидкості руху джерела звуку та від швидкості руху спостерігача. Ця залежність у випадку зближення джерела звуку та спостерігача описується формулою:

$$v' = \frac{g_0 + g}{g_0 - u} v, \quad (1)$$

де v – частота звукових хвиль, що їх посилає джерело;

g_0 – швидкість поширення звуку в даному середовищі;

u – швидкість руху джерела звуку;

g – швидкість руху спостерігача;

v' – частота звуку, яку сприймає спостерігач.

Оскільки за умовою задачі спостерігач нерухомий, тобто $\mathcal{G} = 0$, фор-мула (1) набере такого вигляду:

$$v' = \frac{\mathcal{G}_0}{\mathcal{G}_0 - u} v, \quad (2)$$

звідки

$$u = \mathcal{G}_0 \left(1 - \frac{v}{v'} \right), \quad (3)$$

У формулі (3) нам невідомі $\mathcal{G}_0$ та v' .

Швидкість звуку в газах залежить від при-роди газу та його тем-ператури й обчислю-ється за формулою:

$$\mathcal{G}_0 = \sqrt{\frac{\gamma R T}{\mu}}, \quad (4)$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

де $\frac{c_p}{c_v}$ – відношен-ня питомих теплоємнос-тей газу.

Для того, щоб хвилі, які прийшли до резонатора, викликали його коли-вання, частота цих хвиль v'

повинна дорівнювати частоті власних коли-вань $v_{рез}$, тобто:

$$v_{рез} = v' = \frac{\mathcal{G}_0}{\lambda_{рез}}, \quad (5)$$

де $\lambda_{рез}$ — довжина хвилі власних коливань резонатора.

Підставляючи вираз для ϑ_0 та v' у формулу (3), одержимо:

$$u = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} - v \lambda_{рез}, \quad (6)$$

Підставляючи у формулу (6) числові значення величин та обчислюючи, знаходимо:

$$u = \sqrt{\frac{1,4 \cdot 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot 290 \text{ К}}{0,029 \text{ кг}/\text{моль}}} - 18000 \text{ Гц} \cdot 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ м} = \\ = 35 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Розрахункові задачі

14.1 Визначити довжину хвилі основного тону ля частота якого дорівнює 435 Гц. Швидкість звуку вважа-ти рівною 340 м/с.

14.2 Людське вухо може сприймати звуки частотою від 20 до 20000 Гц. Між якими довжинами хвиль лежить даний інтервал частот? Швидкість звуку в повітрі до-рівнює 340 м/с.

14.3 Визначити швидкість поширення звуку в сталі.

14.4 Швидкість поширення звуку в нафті 1330 м/с. Визначити коефіцієнт стиску нафти.

14.5. За допомогою ехолота вимірюють глибину моря. Якою є глибина моря, якщо моменти посилення і приймання звуку розділені проміжком часу 2,5 с? Кое-

фіцієнт стиску води становить $4,6 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н}$, а густина морської води – 1030 кг/м^3 .

14.6 Визначити швидкість поширення звуку в кисні за нормальних умов.

14.7 У скільки разів швидкість поширення звуку в повітрі влітку (температура $+27^\circ \text{ С}$) є більшою за швидкість поширення звуку взимку (температура -33° С)?

14.8 Знаючи, що середня квадратична швидкість молекул двохатомного газу в умовах досліду рівна 461 м/с , Визначити швидкість поширення звуку в газі за даних умов.

14.9. Визначити швидкість поширення звуку в двохатомному газі, якщо відомо, що густина цього газу при тиску 760 мм рт.ст. рівна $1,29 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$.

14.10 Знаючи, що середня кінетична енергія посту-пального руху молекул одного кіломоля азоту рівна $3,4 \cdot 10^3 \text{ кДж}$, визначити швидкість поширення звуку в азоті за даних умов.

14.11 Для визначення температури верхніх шарів атмосфери не можна користуватись термометром, оскільки, внаслідок малої густини газу, термометр не буде знаходитись у тепловій рівновазі з навколишнім середовищем. Для визначення температури запускають ракету з гранатами, що зриваються під час досягнення певної висоти. Визначити температуру повітря на висоті 20 км над поверхнею Землі, якщо відомо, що звук від вибуху, що відбувся на висоті 21 км , прийшов на $6,75 \text{ с}$ пізніше ніж від вибуху, що відбувся на висоті 19 км .

14.12 Яке числове значення має показник заломлення звукових хвиль на межі повітря – скло? Модуль Юнга для скла дорівнює $6,9 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, густина скла становить 2600 кг/м^3 , температура повітря – 20° С .

14.13 Визначити граничний кут повного внутрішнього відбивання звукових хвиль на межі повітря-скло, скориставшись даними попередньої задачі.

14.14 Два звуки відрізняються за рівнем гучності на один фон. Визначити відношення інтенсивності цих звуків.

14.15 Два звуки відрізняються за рівнем звукового тиску на 1 дБ. Визначити відношення амплітуд їх звукового тиску.

14.16 Вуличний шум гучністю 70 фон чути в кімнаті так, як кімнатний шум гучністю 40 фон. Визначити відношення інтенсивності звуку на вулиці до інтенсивності звуку в кімнаті.

14.17 Інтенсивність звуку збільшилась у 1000 разів. 1) На скільки децибел збільшився рівень звукового тиску? 2) У скільки разів збільшилась амплітуда звукового тиску?

14.18 Інтенсивність звуку становить 10^{-2} Вт/м^2 . Визначити: 1) рівень гучності; 2) амплітуду звукового тиску.

14.19 На скільки фонів збільшився рівень гучності звуку, якщо інтенсивність звуку зросла 1) в 3000 разів; 2) в 30000 разів?

14.20 Визначити максимальну та мінімальну довжину звукових хвиль, які сприймає вухо людини, якщо швидкість звуку становить 340 м/с.

14.21 Під час утворення стоячої хвилі в трубці Кундта в повітряному стовпі спостерігалось 6 пучностей. Якою була довжина повітряного стовпа, якщо сталений стержень закріплено: 1) посередині; 2) в

кінці? Довжина стержня – 1 м. Швидкість звуку в сталі – 5250 м/с, а швидкість звуку в повітрі – 343 м/с.

14.22 Якої довжини був скляний стержень в трубі Кундта, якщо при закріпленні його посередині труби в повітряному стовпі спостерігалось 5 пучностей? Довжина повітряного стовпа – 0,25 м. Модуль Юнга для скла становить $6,9 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, а густина скла – $2,5 \text{ г/см}^3$. Швидкість звуку в повітрі дорівнює 340 м/с.

14.23 Для яких найбільших частот може застосовуватись метод Кундта для визначення швидкості звуку, якщо відомо, що найменша відстань між пучностями становить 4 мм? Швидкість звуку в повітрі 340 м/с.

14.24 Два потяги їдуть назустріч один одному зі швидкостями 72 км/год і 54 км/год . Перший дає свисток з частотою 600 Гц. Визначити частоту коливань звуку, який почує пасажир другого потяга: 1) до зустрічі потягів; 2) після їх зустрічі. Швидкість звуку в повітрі становить 340 м/с.

14.25 Коли потяг проходить повз нерухомого спостерігача, висота тону гудка паровоза змінюється стрибкоподібно. Скільки, у процентному відношенні, становить величина стрибка від істинної частоти тону, якщо поїзд рухається зі швидкістю 60 км/год ?

14.26 Куля летить зі швидкістю 200 м/с. Визначити, у скільки разів зміниться висота тону свистка кулі для нерухомого спостерігача, повз якого вона пролетіла. Швидкість звуку в повітрі вважати рівною 335 м/с.

14.27 Два потяги рухаються назустріч один одному з однаковими швидкостями. Якою повинна бути їхня відносна швидкість, щоб висота тону свистка одного з них, який почують на другому, змінилась у $9/8$

192

рази? Швидкість звуку в повітрі вважати рівною 335 м/с.

14.28 Летюча миша летить перпендикулярно до стіни зі швидкістю 6 м/с, випромінюючи ультразвук частотою $4,5 \cdot 10^4$ Гц. Звук яких двох частот почує летюча миша? Швидкість звуку в повітрі вважати рівною 340 м/с.

14.29 З якою силою треба натягнути стальну струну довжиною 20 см і діаметром 0,2 мм, щоб вона випромінювала ноту ля, якій відповідає частота 435 Гц?

14.30 Знаючи межу міцності сталі (785 МПа), визначити найбільшу частоту, на яку можна налаштувати струну довжиною 1 м.

14.31 Визначити частоту основного тону стальної струни, натягнутої силою 6 кН. Довжина струни 0,8 м, вага її 0,3 Н.

14.32 Визначити частоту основного тону відкритої труби та закритої труби, якщо відомо, що у трубі в обох випадках утворюється стояча хвиля з тією лише різницею, що у відкритій на кінцях з обидвох боків є пучності, а в закритій – вузол і пучність.

14.33 Закрита труба випромінює основний тон до, що відповідає частоті 130,5 Гц. Трубу відкрили. Яке значення буде мати основний тон випромінювання труби? Якою є довжина труби? Швидкість звуку в повітрі вважати рівною 340 м/с.

14.34 Амплітуда тиску звукової хвилі $\Delta p = 6$ Па. Визначити кількість енергії, що потрапляє протягом часу 2 с у вухо людини, розташоване перпендикулярно до напрямку поширення хвилі. Площа вуха 4 см^2 , густина повітря $- 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$.

14.35 Дві струни з однакової речовини і однакової довжини, але різної товщини мають однакові

натяги. Радіус першої струни у три рази більший ніж радіус другої. Визначити співвідношення між частотами основ-них коливань обох струн.

§15. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

Період електромагнітних коливань в контурі, що складається з конденсатора – ємністю C , котушки – індуктивністю L і резистора – опором R , визначається формулою:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}. \quad (1)$$

Якщо опір контуру є настільки малим, що:

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 \ll \frac{1}{LC},$$

то період коливань рівний:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (2)$$

Якщо опір R не дорівнює нулю, то коливання будуть згасаючими, тоді різниця потенціалів на пластинах конденсатора змінюється з часом за законом:

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cos \omega t, \quad (3)$$

якщо час відраховувати від моменту, що відповідає найбільшій різниці потенціалів на пластинах конденсатора, де

$\beta = \frac{R}{2L}$ – коефіцієнт згасання. Величина $\delta = \beta T$ називається логарифмічним декрементом згасання.

Якщо $\beta = 0$, то коливання будуть незгасаючими і напруга на пластинах буде змінюватися за законом:

$$U = U_0 \cos \omega t. \quad (4)$$

Якщо час відраховувати від моменту, коли різниця потенціалів на пластинах конденсатора рівна нулю, то формула (4) прийме такий вигляд:

$$U = U_0 \sin \omega t. \quad (4.a)$$

Закон Ома для кола змінного струму має вигляд:

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{Z}, \quad (5)$$

де I_{ef} і U_{ef} – ефективні значення сили струму і напруги, які зв'язані з їх амплітудними значеннями наступними співвідношеннями:

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad (6)$$

і

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}. \quad (7)$$

Якщо в колі знаходяться активний опір, ємність і індуктивність, з'єднані послідовно, то повний опір кола Z визначається рівнянням:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

При такому з'єднанні зсув фаз між напругою і силою струму визначається формулою:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} . \quad (8)$$

Котушка, яка володіє активним опором і індуктивністю, в колі змінного струму відповідає послідовному з'єднанню R і L . Конденсатор, що володіє ємністю і активним опором, відповідає паралельному з'єднанню R і C .

Потужність струму в колі змінного струму визначається формулою:

$$P = I_{ef} U_{ef} \cos \varphi , \quad (9)$$

де

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

У випадку резонансу напруг (послідовне з'єднання), виконуються умови:

$$U_C = U_L \text{ та } X_L = X_C ,$$

тоді:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} . \quad (11)$$

У випадку резонансу струмів (паралельне з'єднання) виконуються умови:

$$U_C = U_L \text{ та } \frac{1}{X_L} = \frac{1}{X_C} ,$$

тоді:

$$\omega C = \frac{1}{\omega L} . \quad (12)$$

Рівняння плоскої електромагнітної хвилі:

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$H = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

де E_0 – амплітудне значення напруженості електричного поля хвилі;

H_0 – амплітудне значення напруженості магнітного поля хвилі;

ω – циклічна частота;

$$k = \frac{\omega}{v} \quad \text{– хвильове число;}$$

φ_0 – початкова фаза коливань.

Зв'язок між миттєвими значеннями напруженостей електричного і магнітного полів електромагнітної хвилі:

$$E \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} = H \sqrt{\mu \mu_0} . \quad (14)$$

Фазова швидкість електромагнітних хвиль у середовищі:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} . \quad (15)$$

Об'ємна густина енергії електромагнітного поля:

$$\omega = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} \quad (16)$$

Середня за часом об'ємна густина енергії електромагнітного поля:

$$\langle \omega \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E_0^2 \quad (17)$$

Інтенсивність плоскої електромагнітної хвилі:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_0^2 \quad (18)$$

Середня за часом інтенсивність плоскої електромагнітної хвилі:

$$I = \langle \omega \rangle c \quad (19)$$

Густина потоку електромагнітної енергії (вектор Умова-Пойтін-га):

$$S = [E \cdot H] \quad (20)$$

Тиск електромагнітної хвилі на поверхню:

$$p = \langle \omega \rangle (1 + R) \cos^2 i \quad (21)$$

де R – коефіцієнт відбиття;
 i – кут падіння.

Приклад розв'язання задачі

У мережу змінного струму напругою 110 В увімкнені послідовно конденсатор, ємністю 50 мкФ, котушка, індуктивністю 200 мГн та омичним опором 4 Ом. Визначити:

- а)* силу струму в електричному колі, якщо частота змінного струму становить 100 Гц;
- б)* частоту змінного струму, при якій у даному контурі виникне резонанс напруг;
- в)* силу струму та напругу на клемі котушки й конденсатора при резонансі напруг.

Розв'язання

а) Сила струму в колі визначається за законом Ома для змінного струму:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}.$$

Підставляючи в це рівняння числові значення величин та обчислюючи, маємо:

$$I = 1,17 \text{ А.}$$

б) Резонанс напруги виникає за умови рівності частоти в мережі, частоти власних електричних коливань у контурі:

$$\nu_{\text{рез}} = \nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Підставивши в це рівняння числові значення L і C , одержимо:

$$\nu_{рез} = 50 \text{ Гц.}$$

в) При резонансі, ємнісний та індуктивний опори компенсують один одного, тобто:

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

Тому повний опір

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = R$$

тоді сила струму:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{110}{4} = 27,5 \text{ A}$$

Напруга на клемі котушки індуктивності:

$$U_L = I \cdot X_L = I \omega L,$$

при обчисленні рівна:

$$\begin{aligned} U_L &= 27,5 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,2 = \\ &= 1727 \text{ В.} \end{aligned}$$

Напруга на клемі конденсатора при резонансі буде такою ж, як і на котушці індуктивності.

Розрахункові задачі

15.1 Коливальний контур складається з конденсатора, ємністю 1 нФ , і котушки, індуктивність якої 2 мГн . На яку довжину хвилі налаштований контур? Омичним опором контуру знехтувати.

15.2 На який діапазон хвиль налаштований коливальний контур, якщо його індуктивність рівна 2 мГн , а ємність можна змінювати від 7 до $0,54\text{ нФ}$? Омичним опором контура знехтувати.

15.3 Яку індуктивність треба включити в коливальний контур, щоб при ємності 2 мкФ отримати звукову частоту 1000 Гц ? Омичним опором контуру знехтувати.

15.4. Котушка, індуктивність якої 30 мкГн , під'єднана до плоского конденсатора з площею пластин 100 см^2 і відстанню між ними $0,1\text{ мм}$. Чому рівна діелектрична проникливість середовища, що заповнює простір між пластинами, якщо контур резонує на хвилю довжиною 750 м ?

15.5 Конденсатор електроємністю 500 нФ під'єднаний паралельно до котушки, довжиною 40 см і площею поперечного перерізу 5 см^2 . Котушка містить 10^3 витків. Осердя немагнітне. Визначити період коливань контуру.

15.6 Коливальний контур складається з конденсатора, ємністю 25 нФ , і котушки, індуктивністю $1,015\text{ Гн}$. Омичним опором кола знехтувати. Заряд конденсатора становить $2,5\text{ мкКл}$. Написати для даного контуру рівняння залежності різниці потенціалів на обкладках конденсатора і сили струму в колі від часу.

15.7 Коливальний контур складається з конденсатора, ємністю 25 нФ , і котушки, індуктивністю $1,015 \text{ Гн}$. Омичним опором кола знехтувати. Заряд конденсатора становить $2,5 \text{ мкКл}$. Визначити значення різниці потенціалів на обкладках конденсатора і сили струму в колі для моментів часу: а) $\frac{T}{8}$; б) $\frac{T}{4}$; в) $\frac{T}{2}$ (с).

15.8 Період коливань у контурі дорівнює 10^{-5} с . Яким є максимальний струм у котушці, якщо максимальна напруга на пластинах конденсатора 900 В ? Максимальна енергія електричного поля має значення 9 мДж .

15.9 Максимальна напруга в коливальному контурі, що складається з котушки, індуктивністю 5 мкГн і конденсатора, ємністю $13,33 \text{ нФ}$, дорівнює $1,2 \text{ В}$. Омичний опір є дуже малим. Яким є діюче значення сили струму в контурі?

15.10 Коливальний контур складається з конденсатора, ємністю 25 нФ , і котушки, індуктивністю $1,015 \text{ Гн}$. Омичним опором кола знехтувати. Заряд конденсатора становить $2,5 \text{ мкКл}$. Написати рівняння залежності від часу: 1) енергії електричного поля; 2) енергії магнітного поля; 3) повної енергії.

15.11 Коливальний контур складається з конденсатора, ємністю 25 нФ , і котушки, індуктивністю $1,015 \text{ Гн}$. Омичним опором кола знехтувати. Заряд конденсатора становить $2,5 \text{ мкКл}$. Визначити значення енергії електричного поля, енергії

магнітного поля і повної енергії для моментів часу: $\frac{T}{8}$, $\frac{T}{4}$, і $\frac{T}{2}$ (с).

15.12 В коливальному конторі, що складається з конденсатора, ємністю 5 нФ , котушки, індуктивністю 10 мкГн та активним опором $0,2 \text{ Ом}$, підтримуються незгасаючі коливання. Визначити амплітудне значення напруги на конденсаторі, якщо середня потужність, спожита коливальним контуром, рівна 5 мВт .

15.13 Коливальний контур складається з конденса-тора, ємністю 10 нФ , котушки, індуктивністю $0,1 \text{ мГн}$ і резистора, опором 3 Ом . Визначити середню потужність, спожиту контуром, для підтримання в ньому незгасаючих коливань з амплітудним значенням напруги на конденсаторі – 2 В .

15.14 В коливальному контурі рівняння залежності різниці потенціалів на обкладинках конденсатора від ча-су має вигляд $U = 50 \cos 10^4 \pi t$ (В), ємність конденсатора дорівнює $0,1 \text{ мкФ}$. Визначити: 1) період коливань конту-ра; 2) індуктивність контура; 3) рівняння залежності си-ли струму в колі від часу; 4) довжину хвилі, що відпові-дає даному контуру.

15.15 В коливальному контурі рівняння залежності сили струму від часу має вигляд $I = -0,02 \sin 400 \pi t$ (А), індуктивність контуру рівна 1 Гн . Визначити: 1) період коливань; 2) ємність контура; 3) максимальну різницю потенціалів на обкладках конденсатора; 4) значення ма-ксимальної енергії магнітного поля; 5) значення макси-мальної енергії електричного поля.

15.16 Коливальний контур складається з конденсатора, ємністю $0,2 \text{ мкФ}$, і котушки, індуктивністю $5,07 \text{ мГн}$. При якому логарифмічному декременті загасання різниця потенціалів на обкладках конденсатора за $0,001 \text{ с}$ зменшиться у три рази?

15.17 Логарифмічний коефіцієнт загасання математичного маятника дорівнює $0,2$. Визначити у скільки разів зменшиться амплітуда коливань за одне повне коливання?

15.18 Визначити добротність коливального контура, що складається з котушки, індуктивністю 2 мГн , конденсатора, ємністю $0,2 \text{ мкФ}$ і резистора, опором 1 Ом .

15.19 Коливальний контур складається з конденсатора, ємністю 7 мкФ , котушки, індуктивністю $0,23 \text{ Гн}$ і омичним опором 40 Ом . Заряд конденсатора становить $5,6 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$. 1) Визначити період коливань контура. 2) Визначити логарифмічний декремент згасання коливань. 3) Написати рівняння залежності зміни різниці потенціалів на обкладках конденсатора від часу.

15.20 Коливальний контур складається з конденсатора, ємністю $0,2 \text{ мкФ}$, і котушки, індуктивність якої становить $5,07 \text{ мГн}$. 1) При якому логарифмічному декременті згасання різниця потенціалів на обкладках конденсатора за 10^{-3} с зменшиться в три рази? 2) Визначити опір контура.

15.21 Коливальний контур складається з конденсатора, ємністю $0,405 \text{ мкФ}$, котушки, індуктивність якої становить $0,01 \text{ Гн}$, а омичний опір – 2 Ом . Визначити, у скільки разів зменшиться різниця потенціалів на обкладках конденсатора за час одного періоду.

15.22 Коливальний контур складається з конденса-тора, ємністю $2,22 \text{ нФ}$, і котушки, намотаної з мідного дроту діаметром $0,5 \text{ мм}$. Довжина котушки становить 20 см . Визначити логарифмічний декремент згасання коливань.

15.23 Коливальний контур складається з конденса-тора, ємністю $1,1 \text{ нФ}$, і котушки, індуктивністю 5 мГн . Логарифмічний декремент згасання дорівнює $0,005$. За який проміжок часу буде втрачено 99% енергії контура внаслідок згасання коливань?

15.24 Котушка, довжиною 30 см і площею поперечного перерізу 10 см^2 , включена в коло змінного струму з частотою 50 Гц . Число витків котушки – 1000 . Визначити активний опір котушки, якщо зсув фаз між напругою і струмом дорівнює 30° .

15.25 Обмотка котушки складається з 500 витків мідного дроту, що має площу поперечного перерізу 1 мм^2 . Довжина котушки 50 см , а її діаметр – 5 см . При якій частоті змінного струму повний опір цієї котушки буде вдвоє більшим за активний?

15.26 Два конденсатори ємністю $0,2 \text{ мкФ}$ і $0,1 \text{ мкФ}$ включені послідовно в коло змінного струму, напругою 220 В і частотою 50 Гц . Визначити: 1) силу струму в колі; 2) напругу на першому і на другому конденсаторах.

15.27 В коло змінного струму, напругою 220 В і частотою 50 Гц включена котушка з активним опором.

$\frac{\pi}{6}$

Зсув фаз між напругою і струмом рівний $\frac{\pi}{6}$. Визначити індуктивність котушки, якщо відомо, що вона споживає потужність рівну 445 Вт .

15.28 В коло змінного струму, частотою 50 Гц , включена котушка, довжиною 20 см і діаметром 5 см , що має 500 витків мідного дроту, що має площу поперечного перерізу $0,6 \text{ мм}^2$. Визначити, яка частина повного опору котушки припадає на реактивний опір. Питомий опір міді рівний $17 \text{ нОм}\cdot\text{м}$.

15.29 Конденсатор, ємністю 20 мкФ , і реостат, активний опір якого – 150 Ом , включені послідовно в коло змінного струму з частотою 50 Гц . Яку частину від напруги, прикладеної до цього кола, становить напруга на конденсаторі і на реостаті?

15.30 Конденсатор і електрична лампочка з'єднані послідовно і включені в коло змінного струму, напругою 440 В і частотою 50 Гц . Якої ємності повинен бути конденсатор, щоб через лампочку протікав струм, силою $0,5 \text{ А}$, а напруга на лампочці була б рівна 110 В ?

15.31 Скласти таблицю формул для повного опору кола і зсуву фаз між напругою і струмом при різних способах з'єднання активного опору R , ємності C і індуктивності L . Розглянути випадки: 1) R і C під'єднані послідовно; 2) R і C під'єднані паралельно; 3) R і L під'єднані послідовно; 4) R і L під'єднані паралельно; 5) R , L і C під'єднані послідовно.

15.32 Конденсатор, ємністю 1 мкФ , і реостат, з активним опором 3000 Ом включені в коло змінного струму з частотою 50 Гц . Індуктивність реостата дуже мала. Визначити повний опір кола, якщо конденсатор і реостат включені послідовно.

15.33 Конденсатор, ємністю 1 мкФ , і реостат з активним опором 3000 Ом включені в коло змінного струму з частотою 50 Гц . Індуктивність реостата дуже мала. Визначити повний опір кола, якщо конденсатор і реостат включені паралельно.

15.34 У мережу змінного струму, напругою 110 В , увімкнені послідовно конденсатор, ємністю 50 мкФ , та котушка з індуктивністю $0,2\text{ Гн}$ й омичним опором 4 Ом . Визначити частоту змінного струму, при якій у даному контурі виникне резонанс напруг та силу струму в кон-турі.

15.35 В коло змінного струму, напругою 220 В , і ча-стотою 50 Гц , включено послідовно конденсатор, ємніс-тю $35,4\text{ мкФ}$, активний опір 100 Ом і котушку, індуктив-ністю $0,7\text{ Гн}$. Визначити силу струму в колі і спад нап-руги на конденсаторі, активному опорі і котушці.

15.36 Котушка, індуктивністю $22,6\text{ мГн}$, і активний опір включені паралельно в коло змінного струму, час-тотою 50 Гц . Визначити величину активного опору, як-що відомо, що зсув фаз між напругою і струмом дорів-нює 60° .

15.37 Активний опір R і котушка, індуктивністю L , з'єднані паралельно в колі змінного струму, напругою 127 В і частотою 50 Гц . Визначити активний опір і інду-ктивність котушки, якщо потужність, що споживається в цьому колі, рівна 404 Вт а зсув фаз між напругою і струмом дорівнює 60° .

15.38 В коло змінного струму, напругою 220 В , включено послідовно конденсатор, ємністю C , активний опір R і котушка, індуктивністю L . Визначити напругу на активному опорі, якщо напруга на конденсаторі – $U_C = 2U_R$ а напруга на індуктивності – $U_L = 3U_R$.

15.39 Генератор, частота якого рівна 32 кГц і амплі-тудне значення напруги – 120 В , включений в резону-юче коло, ємність якого – 1 нФ . Визначити амплітудне значення напруги на конденсаторі, якщо активний опір кола рівний 5 Ом .

15.40 Визначити добротність коливального контуру з послідовним з'єднанням елементів, резонансна частота якого – 600 кГц , ємність – 350 нФ , активний опір – 15 Ом . Згасання вважати малими.

15.41 У коливальному контурі, елементи якого з'єднані послідовно, діє зовнішня змінна напруга, амплітудне значення якої на резонансній частоті дорівнює 5 В . Якою є добротність контуру, якщо резонансна напруга на конденсаторі – 150 В ?

15.42 При вимушених коливаннях на резонансній частоті в контурі з послідовним з'єднанням елементів, ємність конденсатора – $0,1 \text{ мкФ}$, а зовнішня напруга змінюється за законом $U = 50 \cos 10^4 \pi t \text{ (мВ)}$. Визначити період коливань контуру, індуктивність котушки, її активний опір, та встановити закон зміни сили струму з часом, якщо добротність контуру – 30 , а загасання є малими.

15.43 Контур, елементи якого з'єднані паралельно, має резонансну частоту – $14,4 \text{ МГц}$. Ємність конденсатора становить 24 нФ , добротність контуру – 76 . Яким є амплітудне значення сили струму до розгалуження, якщо амплітудне значення напруги в контурі під час резонансу дорівнює 12 В ?

15.44 Визначити швидкість поширення електромагнітної хвилі в коаксальному кабелі, заповненому діелектриком, діелектрична проникність якого – $2,4$.

15.45 Визначити довжину електромагнітної хвилі, частота якої 130 МГц у силіції. Діелектрична проникність силіцію – 12 , а магнітна – 1 .

15.46 Амплітуда напруженості електричного поля електромагнітної хвилі $E_0 = 150 \text{ В/м}$. Хвиля падає

нормально до стіни у вакуумі і повністю поглинається. Який тиск чинить хвиля на стіну?

15.47 Який тиск чинить на перешкоду у вакуумі плоска електромагнітна хвиля при куті падіння 60° , якщо коефіцієнт відбиття – 0,9? Амплітуда напруженості магнітного поля хвилі $H_0 = 0,3 \text{ мА/м}$.

15.48 Яка енергія W переноситься плоскою гармонічною електромагнітною хвилею, амплітуда напруженості поля якої $E_0 = 50 \text{ мкВ/м}$, за час 10 хв крізь перпендикулярну до напрямку поширення хвилі поверхню, якщо її площа 1 м^2 ?

15.49 Струм, сила якого $0,5 \text{ А}$ проходить по центральному провіднику радіуса 5 мм прямого коаксіального кабеля в одному напрямку, а вздовж тонкостінної оболонки, радіус якої 10 мм – у протилежному. Опір провідника кабеля дуже малий. Визначити значення і напрям вектора Пойтинга S : а) зовні кабеля; б) у точці, що лежить між центральним проводом і оболонкою кабеля на осі на віддалі $r = 7 \text{ мм}$; в) у центральному проводі. Напруга джерела струму – 16 В . Визначити також потік енергії через поперечний переріз кабеля.

15.50 Лазер на неодимовому склі має такі параметри: енергія випромінювання – 300 Дж , тривалість імпульсу $\tau = 0,8 \text{ мс}$, діаметри пучка – 8 мм . Визначити тиск, який чинить випромінювання на поверхню мішені, якщо воно падає на поверхню нормально у вакуумі і повністю поглинається.

РОЗДІЛ II

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

Основне рівняння кі-нетичної теорії газів має вигляд:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{g}_{\kappa\theta}^2 = \frac{1}{3} \rho \overline{g}_{\kappa\theta}^2 = \frac{2}{3} n \overline{E}_k$$

де n – концентрація мо-лекул (число молекул в одиниці об'єму);

$\overline{E}_k$ – середня кінетич-на енергія поступально-го руху однієї молекули;

$\overline{g}_{\kappa\theta}$ – середня квадра-тична швидкість моле-кул.

Залежність тиску від концентрації молекул і температури задається формулою:

$$p = nkT, \quad (5.1)$$

де $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана.

Середня кінетична енергія поступального руху молекул:

$$\overline{E}_k = \frac{3}{2} kT \quad (5.2)$$

Середня квадратична швидкість молекул:

$$\overline{g}_{\kappa\theta} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

де $m_0 = \mu/N_A$ – маса одні-єї молекули.

Рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad (5.3)$$

де $R=8,31$ Дж/моль·К – газова стала.
Закон Бойля-Маріотта ($T = \text{const}$, $m = \text{const}$):

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (5.4)$$

Закон Гей-Люссака
($p = \text{const}$, $m = \text{const}$):

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

або

$$V = V_0(1 + \beta \Delta t)$$

де V_0 – об'єм при 0°C ;
 β – коефіцієнт об'єм-ного розширення газу:

$$(\beta = \frac{1}{273} \text{K}^{-1}).$$

Закон Шарля
($p = \text{const}$, $m = \text{const}$):

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

або

$$p = p_0(1 + \gamma \Delta t)$$

де p_0 – тиск при 0°C ;

$$\gamma = \frac{1}{273} K^{-1} \quad - \text{термічний коефіцієнт тиску.}$$

Об'єднаний газовий закон ($m = \text{const}$) — рівняння Клапейрона

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad (5.5)$$

Закон Дальтона для тиску суміші ідеальних газів:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

де p_i — парціальний тиск компоненти суміші.

Молярна маса суміші газів визначається формулою:

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n}$$

Теплові одиниці

Найменування величини	Одиниця вимірювання	Скорочене позначення
	Основні одиниці	
Довжина	метр	<i>м</i>
Маса	кілограм	<i>кг</i>
Час	секунда	<i>с</i>
Температура	градус	<i>К</i>
	Важливі похідні	

	одиниці	
Кількість теплоти	Джоуль	$Дж$
Теплоємність системи	Джоуль на градус	$\frac{Дж}{К}$
Ентропія системи		
Питома теплоємність	Джоуль на кілограм-градус	$\frac{Дж}{кг \cdot К}$
Питома ентропія		
Питома теплота фазового перетворення	Джоуль на кілограм	$\frac{Дж}{кг}$
Температурний градієнт	Кельвін на метр	$\frac{К}{м}$
Тепловий потік	Ват	$Вт$
Густина теплового потоку	Ват на квадратний метр	$\frac{Вт}{м^2}$
Теплопровідність	Ват на метр-Кельвін	$\frac{Вт}{м \cdot К}$

О П Т И К А

Одиниці вимірювання світлових величин

Найменування величини	Одиниця вимірювання	Скорочене позначення
Основні одиниці вимірювання		
Довжина	метр	<i>м</i>
Час	секунда	<i>с</i>
Сила світла	кандела	<i>кд</i>
Похідні одиниці вимірювання		
Світловий потік	люмен	<i>лм</i>
Світимість	люмен на квадратний метр	<i>лм/м²</i>
Яркість	кандела на квадратний метр	<i>кд/м²</i>
Світлова енергія	люмен-секунда	<i>лм·с</i>
Освітленість	люкс	<i>лк</i>

§ 1
6.
ГЕ
О
М
ЕТ
РИ
Ч
НА
О
ПТ
ИК
А І
Ф
ОТ
О

МЕТРІЯ

Для сферичного дзеркала оптична сила визначається формулою:

$$D = \frac{1}{F} = \frac{2}{R} = \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{f} \right),$$

де d і f – відповідно відстань предмета і зображення від дзеркала;

R – радіус кривизни дзеркала;

F – фокусна від-стань.

Якщо фокусна від-стань вимірюється в M , то оптична сила вимірюється в *діоптріях (дптр)*.

Під час переходу променя з одного середовища в інше має місце *ЗАКОН ЗАЛОМЛЕННЯ СВІТЛА*:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n = \frac{v_1}{v_2},$$

де α – кут падіння;

β – кут заломлення;

n – показник заломлення другого середовища відносно першого;

v_1 і v_2 – швидкість поширення світла в першому і в другому середовищах.

Для тонкої лінзи оптична сила визначається формулою:

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \\ = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

де d і f – відповідно відстань предмета і зображення від лінзи;

n – показник заломлення матеріалу лінзи;

R_1 і R_2 – радіуси кривизни лінзи;

F – фокусна від-стань лінзи.

Оптична сила двох тонких лінз, складених разом, рівна:

$$D = D_1 + D_2,$$

де D_1 і D_2 – оптичні си-ли лінз.

Поперечне збіль-шення в дзеркалах і лін-зах визначається форму-лою:

$$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{H}{h},$$

де h – висота предме-та;

H – висота зобра-ження.

Збільшення, яке дає лупа, рівне:

$$\Gamma = \frac{L}{F},$$

де L – відстань най-кращого зору, що рівна 25 см;

F – фокусна від-стань лупи.

Збільшення, яке дає мікроскоп, рівне:

$$\Gamma = LdD_1D_2,$$

де L – відстань найкра-щого зору;

d – відстань між фо-кусами об'єктива і оку-ляра;

D_1 і D_2 – оптичні си-ли об'єктива і окуляра.

Збільшення, яке дає телескоп, рівне:

$$\Gamma = \frac{F_1}{F_2},$$

де F_1 – фокусна від-стань об'єктива;

F_2 – фокусна від-стань окуляра.

СВІТЛОВИМ ПОТО-КОМ називається кіль-кість енергії, що перено-ситься світловими хви-лями через деяку пло-щадку за одиницю часу і який визначається фор-мулою:

$$\Phi = \frac{dW}{dt} .$$

Сила світла чи-сельно рівна величині світлового потоку, що припадає на одиницю тілесного кута:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} .$$

Освітленість ха-рактеризується величи-ною світлового потоку, що припадає на оди-ницю площі:

$$E = \frac{d\Phi}{dS} .$$

Освітленість площадки, що знахо-диться на відстані r від точкового джерела сві-тла, визначається фор-мулою:

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2} ,$$

де α – кут падіння променя.

Світимість чи-сельно рівна світловому потоку, що випроміню-ється одиничною пло-щею поверхні тіла, яке світиться:

$$R = \frac{d\Phi}{dS} .$$

Якщо світимість ті-ла обумовлена його ос-вітленістю, то:

$$R = \rho E ,$$

де ρ – коефіцієнт відбивання, для всіх реальних тіл $\rho < 1$.

Яскравістю світної поверхні називається величина, яка чисельно рівна відношенню сили світла з елемента випромінювальної поверхні до площі проекції цього елемента на площину, перпендикулярну напрямку спостереження:

$$B = \frac{dI}{dS \cos \theta},$$

де θ – кут між нормаллю до елемента поверхні і напрямом спостереження.

Якщо тіло випромінює за законом Ламберта, тобто, якщо яскравість не залежить від напрямку, світність і яскравість зв'язані співвідношенням:

$$R = \pi B.$$

Розрахункові задачі

16.1 Горизонтальний промінь світла падає на вертикально розміщене дзеркало. Дзеркало повертається на кут α навколо вертикальної вісі. На який кут повернеться відбитий промінь?

16.2 Світна точка наближається до плоского дзеркала по прямій, яка утворює з площиною дзеркала кут 30° , зі швидкістю $0,3 \text{ м/с}$. За який час відстань між світною точкою і її зображенням зменшиться втричі, якщо на початку руху вона становила 90 см ?

16.3 На якій відстані від дзеркала буде зображення предмета (випукле дзеркало, радіусом

кривизни 40 см), якщо предмет знаходиться на відстані 30 см від дзеркала?

16.4 Якої величини буде зображення у випуклому дзеркалі, радіусом 40 см, якщо висота предмета 2 см, і предмет знаходиться на відстані 30 см від дзеркала?

16.5 У вгнутому сферичному дзеркалі, радіус кривизни якого 40 см, треба отримати дійсне зображення, висотою 0,5 натуральної величини. Де треба поставити предмет і де буде знаходитись зображення?

16.6 Випукле сферичне дзеркало має радіус 60 см. На відстані 10 см від дзеркала поставили предмет, висотою 2 см. Визначити положення і висоту зображення.

16.7 Величина зображення предмета у випуклому сферичному дзеркалі вдвоє більша, ніж величина самого предмета. Відстань між предметом і зображенням 15 см. Визначити: 1) фокусну відстань дзеркала; 2) його оптичну силу.

16.8 Де буде знаходитись і якої величини буде зображення Сонця, що утвориться в сферичному дзеркалі, радіус кривизни якого 16 м?

16.9 Вгнуте сферичне дзеркало з діаметром отвору 40 см має радіус кривизни 60 см. Визначити повздовжню і поперечну сферичну аберацію крайніх променів, паралельних головній вісі.

16.10 Радіус кривизни вгнутого сферичного дзеркала 20 см. На відстані 30 см від дзеркала поставили предмет, висота якого – 1 см. Визначити положення і висоту зображення. Зробити рисунок.

16.11 Промінь світла падає під кутом 30° на плоско-паралельну скляну пластинку і виходить з неї паралельно початковому променю. Показник заломлення скла 1,5. Якою є товщина пластинки, якщо відстань між променями дорівнює 1,94 см?

16.12 На плоскопаралельну скляну пластинку, товщиною 1 см, падає промінь світла під кутом 60° . Показник заломлення скла 1,73. Частина світла відбивається, а частина, заломлюючись, проходить через скло, відбивається від нижньої поверхні пластинки і, заломлюючись повторно, виходить назад в повітря паралельно першому відбитому променю. Визначити відстань між променями.

16.13 Промінь світла падає під кутом α на тіло з показником заломлення n . Яким співвідношенням будуть зв'язані між собою величини α і n , щоб відбитий промінь був перпендикулярним до заломленого?

16.14 Показник заломлення скла рівний 1,52. Визначити граничний кут повного внутрішнього відбивання на межі поділу таких середовищ: 1) скло-повітря; 2) вода-повітря; 3) скло-вода.

16.15 Пучок паралельних променів падає на поверхню води під кутом 60° . Ширина пучка в повітрі 10 см. Яка ширина пучка у воді? Вважати, що показник заломлення води відносно повітря дорівнює 1,33.

16.16 Промінь світла виходить зі скипидару в повітря. Граничний кут повного внутрішнього відбивання для цього променя – $42^\circ 23'$. Яке значення має швидкість поширення світла в скипидарі?

16.17 Промінь світла падає на плоскопаралельну пластинку, товщиною 7 мм. Проходячи крізь пластинку, він зміщується на 2,3 мм. Який показник заломлення речовини

плоскопаралельної пластинки, якщо кут падіння променя становить 45° ?

16.18 Показники заломлення для червоного і фіоле-тового світла для деякого сорту скла відповідно рівні 1,51 і 1,53. Визначити граничний кут повного внутрішнього відбивання при падінні цих променів на межу скло-повітря.

16.19 Рибалка, розглядаючи з човна дно річки по вертикалі, вирішив, що її глибина 60 см. Якою є істинна глибина річки? Показник заломлення води відносно по-вітря дорівнює 1,33. Для малих кутів вважати $\sin \alpha \approx \tan \alpha$.

16.20 Пучок світла ковзає вздовж бічної грані рівнобедреної призми. При якому граничному куту заломлення призми заломленні промені зазнають повного внутрішнього відбивання на другій бічній грані? Показник заломлення матеріалу призми для цих променів рівний 1,6.

16.21 Монохроматичний промінь падає нормально на бічну поверхню призми, заломлюючи кут якої дорівнює 40° . Показник заломлення матеріалу призми для цього променя – 1,5. Визначити кут відхилення призми.

16.22 Монохроматичний промінь падає нормально на бічну поверхню призми і виходить з неї відхиленням на кут 25° . Показник заломлення матеріалу призми для цього променя – 1,7. Визначити кут заломлення призми.

16.23 Кут заломлення рівнобедреної призми рівний 10° . Монохроматичний промінь падає на бічну грань під кутом 10° . Визначити кут відхилення променя від початкового напрямку, якщо показник заломлення матеріалу призми – 1,6.

16.24 Показник заломлення матеріалу призми для деякого монохроматичного променя рівний 1,6. Яким повинен бути найбільший кут падіння цього променя на призму, щоб під час виходу променя з неї не спостерігалося явище повного внутрішнього відбивання? Заломлюючий кут призми – 45° .

16.25 Промінь білого світла падає на бічну поверхню рівнобедреної призми під таким кутом, що червоний промінь виходить з неї перпендикулярно до другої грані. Визначити відхилення червоного і фіолетового променів від початкового напрямку, якщо заломлюючий кут призми рівний 45° . Показники заломлення матеріалу призми для червоного і фіолетового променів відповідно дорівнюють – 1,37 і 1,42.

16.26 Визначити головну фокусну відстань кварцевої лінзи для ультрафіолетової лінії спектра ртуті ($\lambda = 0,259 \text{ мкм}$), якщо головна фокусна відстань для жовтої лінії натрію ($\lambda = 0,589 \text{ мкм}$) дорівнює 16 см і показники заломлення кварцу для цих довжин хвиль відповідно рівні 1,504 і 1,458.

16.27 Радіуси кривизни поверхонь двоопуклої лінзи дорівнюють $R_1 = R_2 = 50 \text{ см}$. Показник заломлення матеріалу лінзи рівний 1,5. Визначити оптичну силу лінзи.

16.28 На відстані 15 см від збиральної лінзи, оптична сила якої 10 діоптрій, знаходиться перпендикулярно до оптичної вісі предмет, висотою 2 см. Визначити положення і висоту зображення.

16.29 Лінза, з фокусною відстанню 16 см, дає чітке зображення предмета при двох положеннях, відстань між якими 60 см. Визначити відстань від предмета до екрану.

16.30 Збиральна лінза, обмежена двома сферичними поверхнями однакового радіусу кривизни, що дорівнюють 12 см , знаходиться на такій відстані від предмета, що його лінійне збільшення рівне $0,2$. Визначити відстань від предмета до екрану, якщо показник заломлення матеріалу лінзи рівний $1,5$.

16.31 Збиральна лінза, обмежена двома сферичними поверхнями однакового радіусу кривизни, що дорівнюють 12 см , занурена у воду і дає лінійне збільшення предмета рівне $0,2$. Визначити фокусну відстань лінзи, якщо показник заломлення матеріалу лінзи – $1,5$.

16.32 Визначити фокусну відстань лінзи, зануреної у воду, якщо її фокусна відстань в повітрі рівна 20 см . Показник заломлення скла, з якого зроблено лінзу рівний $1,6$.

16.33 Плоско-опукла лінза, радіус кривизни якої становить 30 см і показник заломлення – $1,5$ дає зображення предмета збільшене у 2 рази. Визначити відстань предмета і його зображення від лінзи.

16.34 Визначити повздовжню хроматичну аберацію збиральної двоопуклої лінзи, що має однакові радіуси кривизни $R_1 = R_2 = 8\text{ см}$. Показники заломлення матеріалу лінз для червоного променя ($\lambda = 0,76\text{ мкм}$) і фіолетового ($\lambda = 0,43\text{ мкм}$) відповідно рівні $1,5$ і $1,8$.

16.35 Невеликій кульці, що знаходиться на поверхні горизонтально розміщеної тонкої збиральної лінзи з оптичною силою $0,5\text{ дптр}$, надали спрямованої вертикально вгору початкової швидкості 10 м/с . Скільки часу буде існувати дійсне зображення кульки в цій лінзі?

16.36 Визначити лінійне збільшення лупи, фокусна відстань якої рівна 2 см, якщо відстань найкращого бачення – 25 см.

16.37 Визначити лінійне збільшення лупи, фокусна відстань якої рівна 2 см, якщо відстань найкращого бачення для нього – 15 см.

16.38 Лупа являє собою двоопуклу лінзу, виготовлену зі скла з показником заломлення 1,6. Радіуси кри-визни поверхонь рівні і дорівнюють 12 см. Визначити збільшення лупи.

16.39 Мікроскоп складається з об'єктива, з фокусною відстанню 2 мм, і окуляра, з фокусною відстанню 40 мм. Відстань між фокусами об'єктива і окуляра рівна 18 см. Визначити лінійне збільшення мікроскопа.

16.40 Збиральну лінзу, з фокусною відстанню 6 см, встановлено в отвір в непрозорій ширми, радіусу 3 см. На екрані, що знаходиться на відстані 16 см від ширми, отримали чітке зображення точкового джерела світла. Яким буде радіус круга від освітлення на екрані, якщо лінзу забрати з отвору?

16.41 Предмет знаходиться на відстані 0,6 м від екрану. Між ними знаходиться збирна лінза, що дає на екрані чітке зображення предмету при двох різних положеннях лінзи. Визначити відстань між цими положеннями лінз, якщо відношення розмірів зображень рівне $H_1/H_2 = 16$.

16.42 Світло від електричної лампочки, силою 200 кд, падає під кутом 45° на робоче місце, освітленість якого становить 141 лк. Визначити, на якій відстані від робочого місця, знаходиться лампочка і на якій висоті вона висить.

16.43 Лампочка, підвішена до стелі, дає в горизон-тальному напрямі силу світла 60 кд . Який світловий по-тік падає на картину площею $0,5 \text{ м}^2$, яка висить верти-кально на стіні, на відстані 2 м від лампи, якщо на про-тилежній стіні знаходиться велике дзеркало на відстані 2 м від лампи?

16.44 В центрі квадратної кімнати, площею 25 м^2 , висить лампа. Вважаючи лампу точковим джерелом, ви-значити, на якій висоті від підлоги повинна знаходитись лампа, щоб освітленість в кутах кімнати була найбіль-шою.

16.45 У вершині колового конуса знаходиться точ-кове джерело світла, яке посилає в середину конуса сві-тловий потік рівний 76 лм . Сила світла джерела рівна 120 кд . Визначити тілесний кут, в якому поширюється світловий потік.

16.46 В центрі круглого стола, діаметром $1,2 \text{ м}$, зна-ходиться настільна лампа з однієї лампочки на висоті 40 см від поверхні стола. Над центром стола на висоті 2 м від її поверхні висить люстра з чотирьох таких са-мих лампочок. В якому випадку освітленість стола буде найбільшою і у скільки разів: коли горить настільна лампа чи горить люстра?

16.47 Предмет під час фотографування освітлюєть-ся електричною лампою, розміщеною від нього на від-стані 2 м . У скільки разів треба збільшити експозицію, якщо цю ж лампу відсунути на відстань 3 м від предме-та?

16.48 Лампочка, силою світла 80 кд , знаходиться на відстані 2 м від збиральної лінзи з діаметром 12 см і головною фокусною відстанню 40 см . Лінза дає на екра-ні, розміщеному на відстані 30 см від лінзи, освітлений круг. Визначити освітленість екрану

на місці освіт-леного круга. Поглинанням світла в лінзі знехтувати.

16.49 Над центром круглого стола висить лампа. Під яким кутом падають промені на край стола, якщо освітленість в центрі стола рівна 40 лк , а на краю стола тільки – 5 лк ?

16.50 На лист білого паперу розміром $20 \times 30 \text{ см}$ нормально до його поверхні падає світловий потік рівний 120 лм . Визначити освітленість, світимість і яркість паперового листа, якщо коефіцієнт розсіювання дорівнює $0,75$.

16.51 Електрична лампа силою світла 100 кд поси-лає в усі сторони за хвилину 122 Дж світлової енергії. Визначити механічний еквівалент світла та к.к.д. світло-вої віддачі, якщо лампа споживає потужність рівну 100 Вт .

§17. ХВИЛЬОВА ОПТИКА

За принципом Доп-лера, частота ν' світла, яку реєструє прилад, зв'язана з частотою ν , яку посиляє джерело світла, співвідношенням:

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}, \quad (1)$$

де v – відносна швидкість реєструючого приладу, і джерела;

c – швидкість поширення світла.

Додатне значення v відповідає віддаленню джерела світла. Якщо $v \ll c$, то формулу (1) можна записати:

$$\nu' \cong \nu \frac{1}{1 + \frac{v}{c}}. \quad (2)$$

Відстань між інтерференційними смугами на екрані, отриманими від інтерференції променів двох когерентних джерел світла, рівна:

$$\Delta y = \frac{L}{d} \lambda, \quad (3)$$

де λ – довжина хвилі світла;

L – відстань від екрану до джерел світла, що знаходяться на від-стані d ($d \ll L$).

Результат інтерфе-ренції світла в тонких пластинках (в прохід-ному світлі) визнача-ється формулами:

підсилення світла:

$$2hn \cos \alpha = 2k \frac{\lambda}{2}, \quad (4)$$

де $k = 0, 1, 2, \dots$
 послаблення світла:

$$2hn \cos \alpha = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (5)$$

де $k = 0, 1, 2, \dots$
 h – товщина плас-тинки;
 n – показник залом-лення світла;
 α – кут заломлення;
 λ – довжина хвилі.

У відбитому світлі умову послаблення сві-тла дає формула (4), а умову підсилення – фор-мула (5).

Радіуси світлих кі-лець Ньютона (в прохід-ному світлі) визнача-ються формулою:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}, \quad (6)$$

де $\kappa = 0, 1, 2, \dots$
 радіуси темних кілець:

$$r_k = \sqrt{(2k - 1)R \frac{\lambda}{2}}, \quad (7)$$

де $\kappa = 0, 1, 2, \dots$

R – радіус кривизни лінзи.

Під час спостереження кілець Ньютона у відбитому світлі радіуси світлих кілець визначаються формулою (7), а радіуси темних - формулою (6). Положення мінімумів освітленості при дифракції від щілини на яку нормально падає пучок паралельних променів, визначається умовою:

$$a \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad (8)$$

де $\kappa = 0, 1, 2, \dots$;

a – ширина щілини;

φ – кут спостереження;

λ – довжина хвилі падаючого світла.

В проміжках між мінімумами будуть спостерігатися максимуми освітленості.

В дифракційній ґратці максимуми світла спостерігаються в напрямках, що утворюють з нормаллю до ґратки кут φ , що задовольняє співвідношенню (при умові, що світло падає на ґратку нормально):

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad (9)$$

де $(\kappa = 0, 1, 2, \dots)$,

d – стала ґратки;

φ – кут спостереження;

λ – довжина хвилі;

κ – порядок спектра. Стала ґратки:

$$d = \frac{1}{N_0},$$

де N_0 – число щілин ґратки, що припадає на одиницю довжини ґрат-ки.

Роздільна здатність дифракційної ґратки ви-значається формулою:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN, \quad (10)$$

де N – загальне число щілин ґратки;

k – порядок спектра;

λ і $\lambda + \Delta\lambda$ – довжини хвиль двох близьких спектральних ліній, які ще розділяються ґрат-кою.

Кутова дисперсія дифракційної ґратки ви-значається формулою:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}. \quad (11)$$

Лінійною дисперсі-єю дифракційної ґратки називається величина, яка чисельно рівна:

$$D_1 = FD, \quad (12)$$

де F – фокусна від-стань лінзи, що проектує спектр на екран.

При відбиванні при-родного світла від діеле-ктричного дзеркала ма-ють місце формули Фре-неля:

$$I_{\perp} = 0,5I_0 \left[\frac{\sin(i - r)}{\sin(i + r)} \right]^2;$$

$$I_{\parallel} = 0,5I_0 \left[\frac{\operatorname{tg}(i - r)}{\operatorname{tg}(i + r)} \right]^2.$$

де $I_{\perp}$ – інтенсивність коливань відбитого променя, що відбуваються в напрямку, перпендикулярному до площини падаючого світла;

$I_{\parallel}$ – інтенсивність коливань відбитого променя, що відбуваються в напрямку, паралельному до площини падаючого світла;

I_0 – інтенсивність падаючого природного світла;

i – кут падіння;

r – кут заломлення.

Якщо $i + r = 90^\circ$, то $I_{\parallel} = 0$. В цьому випадку кут падіння i та показник заломлення діелектричного дзеркала зв'язані співвідношенням:

$$\operatorname{tg} i = n, \quad (13)$$

(закон Брюстера).

Інтенсивність світла, що пройшло через поляризатор і аналізатор, рівна:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (15)$$

(закон Малюса)

де φ – кут між головними площинами поляризатора і аналізатора;

I_0 – інтенсивність світла при $\varphi = 0$.

Розрахункові задачі

17.1. Під час фотографування спектру Сонця було визначено, що жовта спектральна лінія ($\lambda = 0,589 \text{ мкм}$) в спектрах, отриманих від лівого і правого країв Сонця, зміщена на $0,08 \text{ Å}$. Визначити лінійну швидкість обертання сонячного диска.

17.2. Яка різниця потенціалів була прикладена між електродами гелієвої розрядної трубки, якщо під час спостереження вздовж пучка α -частинок максимальне доплерівське зміщення $\Delta\lambda$ лінії гелію ($\lambda = 0,4922 \text{ мкм}$) дорівнює 8 Å ?

17.3. Під час фотографування спектра зірки ϵ -Ан-дромеди було визначено, що лінія ($\lambda = 0,4954 \text{ мкм}$) титану зміщена до фіолетового кінця спектра на $1,7 \text{ Å}$. З якою швидкістю рухається зірка відносно Землі?

17.4. У скільки разів збільшиться відстань між су-сідніми інтерференційними смугами на екрані в досліді Юнга, якщо зелений світлофільтр ($\lambda_1 = 0,5 \text{ мкм}$) замінити червоним ($\lambda_2 = 0,65 \text{ мкм}$)?

17.5. В досліді Юнга отвори освітлювались моно-хроматичним світлом, довжиною $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$, відстань між отворами 1 мм , а відстань від отворів до екрана 3 м . Визначити положення трьох перших світлих смуг.

17.6. В досліді з дзеркалами Френеля відстань між уявними зображеннями джерела світла рівна $0,5 \text{ мм}$, відстань до екрана — 5 м . В зеленому світлі утворились інтерференційні смуги на відстані 5 мм одна від одної. Визначити довжину хвилі зеленого світла.

17.7. В досліді Юнга на шляху одного з інтерферуючих променів помістили тонку скляну пластинку,

внаслідок чого центральна світла смуга змістилась у положення, початково зайняте п'ятою світлою смугою (не враховуючи центральної). Промінь падає на пластинку перпендикулярно. Показник заломлення пластинки 1,5, довжина хвилі 0,6 мкм. Яка товщина пластинки?

17.8. В досліді Юнга скляну пластинку, товщиною 2 см помістили на шляху одного з інтерферуючих променів перпендикулярно до нього. На скільки можуть відрізнятись значення показника заломлення в різних місцях пластинки, щоб зміна різниці ходу хвиль від цієї неоднорідності не перебільшувала 1 мкм?

17.9. На мильну плівку ($n = 1,33$) падає біле світло під кутом 45° . При якій найменшій товщині плівки від-биті промені будуть мати жовтий колір ($\lambda = 0,6$ мкм)?

17.10. Мильна плівка, що розміщена вертикально, утворює клин внаслідок стікання рідини. Спостерігаючи інтерференційні смуги у відбитому світлі ртутної дуги ($\lambda = 0,5461$ мкм), видно, що відстань між п'ятьма смугами рівна 2 см. Визначити кут клина в секундах. Світло падає перпендикулярно до поверхні плівки. Показник заломлення мильної води 1,33.

17.11. Мильна плівка, що розміщена вертикально, утво-рює клин. Інтерференція спостерігається у відбито-му світлі крізь червоне скло ($\lambda = 0,631$ мкм). Відстань між сусідніми червоними смугами рівна 3 мм. Потім ця картина спостерігається крізь синє скло ($\lambda = 0,4$ мкм). Визначити відстань між сусідніми синіми смугами. Ва-жати, що за час спостереження форма плівки не зміни-лася і світло падає на плівку нормально.

17.12. На скляний клин падає нормально пучок світла ($\lambda = 0,582 \text{ мкм}$). Кут клина дорівнює $20''$. Яке число темних інтерференційних смуг припадає на одиницю довжини клина? Показник заломлення скла рівний 1,5.

17.13. Установка для отримання кілець Ньютона освітлюється монохроматичним світлом. Спостереження ведеться у відбитому світлі. Радіуси двох сусідніх темних кілець рівні відповідно 4 мм і $4,38 \text{ мм}$. Радіус кривизни лінзи дорівнює $6,4 \text{ м}$. Визначити порядкові номери кілець і довжину хвилі падаючого світла.

17.14. Кільця Ньютона утворені між плоским склом і лінзою радіус кривизни якої становить $8,6 \text{ м}$. Монохроматичне світло падає нормально. Вимірами встановлено, що діаметр четвертого темного кільця (враховуючи центральний темний круг за нульовий) дорівнює 9 мм . Визначити довжину хвилі падаючого світла.

17.15. Установка для отримання кілець Ньютона освітлюється білим світлом, що падає нормально. Визначити: 1) радіус четвертого синього кільця ($\lambda = 0,4 \text{ мкм}$); 2) радіус третього червоного кільця ($\lambda = 0,63 \text{ мкм}$). Спостереження ведеться в прохідному світлі. Радіус кривизни лінзи рівний 5 м .

17.16. Відстань між п'ятим і двадцять п'ятим світлими кільцями рівна 9 мм . Радіус кривизни лінзи 15 м . Визначити довжину хвилі монохроматичного світла, що падає нормально на установку. Спостереження ведеться у відбитому світлі.

17.17. Визначити відстань між третім і шістнадцятим темними кільцями Ньютона, якщо відстань між другим і двадцятим темними кільцями

дорівнює 4,8 мм. Спостереження ведеться у відбитому світлі.

17.18. Установка для отримання кілець Ньютона освітлюється світлом від ртутної дуги, що падає нормально. Спостереження ведеться в прохідному світлі. Визначити порядковий номер світлого кільця, що відповідає лінії $\lambda_1 = 0,5791$ мкм, яка співпадає з наступним світлим кільцем, що відповідає лінії $\lambda_2 = 0,577$ мкм?

17.19. В установці для спостереження кілець Ньютона простір між лінзою і скляною пластинкою заповнений рідиною. Визначити показник заломлення рідини, якщо радіус третього світлого кільця рівний 3,65 мм. Спостереження ведеться в прохідному світлі. Радіус кривизни лінзи 10 м. Довжина хвилі світла – 0,589 мкм.

17.20. Установка для спостереження кілець Ньютона освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі 0,6 мкм, що падає нормально. Визначити товщину повітряного шару між лінзою і скляною пластинкою в тому місці, де спостерігається четверте темне кільце у відбитому світлі.

17.21. Установка для спостереження кілець Ньютона у відбитому світлі освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі 0,5 мкм, що падає нормально. Простір між лінзою і скляною пластинкою заповнений водою. Визначити товщину шару води між лінзою і скляною пластинкою в тому місці, де спостерігається третє світле кільце.

17.22. Установка для спостереження кілець Ньютона у відбитому світлі освітлюється монохроматичним світлом, що падає нормально. Після того як простір між лінзою і скляною пластинкою

заповнили рідиною, радіуси темних кілець зменшилися в 1,25 рази. Визначити показник заломлення рідини.

17.23. У досліді з інтерферометром Майкельсона для зміщення інтерференційної картини на 500 смуг прийшлося перемістити дзеркало на відстань 0,161 мм. Визначити довжину хвилі падаючого світла.

17.24. Для вимірювання показника заломлення аміаку, в одне з плечей інтерферометра Майкельсона помістили відкачану трубку довжиною 14 см. Кінці трубки закриті плоско паралельними пластинками. Під час заповнення трубки аміаком інтерференційна картина для довжини хвилі 0,59 мкм змістилась на 180 смуг. Визначити показник заломлення аміаку.

17.25. Пучок білого світла падає нормально на скляну пластинку, товщина якої 0,4 мкм. Показник заломлення скла 1,5. Які довжини хвиль, що лежать в межах видимого спектра (від 0,4 до 0,7 мкм), підсилюються у відбитому світлі?

17.26. На поверхню скляного об'єктива ($n_1 = 1,5$) на-несена тонка плівка, показник заломлення якої $n_2 = 1,2$ ("просвітлення оптики"). При якій найменшій товщині цієї плівки відбудеться максимальне послаблення відбитого світла в середній частині видимого спектра?

17.27. Спектр від монохроматичного ($\lambda = 0,6$ мкм) джерела падає нормально на діафрагму з круглим отвором. Діаметр отвору 6 мм. За діафрагмою на відстані 3 м від неї знаходиться екран. 1) Скільки зон Френеля вміщається в отворі діафрагми? 2) Яким буде центр дифракційної картини на екрані: темним чи світлим?

17.28. Визначити радіуси перших п'яти зон Френеля, якщо відстань від джерела світла до

хвильової по-верхні дорівнює 1 м , відстань від хвильової поверхні до точки спостереження також дорівнює 1 м , а довжина світлової хвилі рівна $0,5\text{ мкм}$.

17.29. Визначити радіуси перших п'яти зон Френеля для плоскої хвилі. Відстань від хвильової поверхні до точки спостереження рівна 1 м . Довжина хвилі $0,5\text{ мкм}$.

17.30. Дифракційна картина спостерігається на відстані l від точкового джерела монохроматичного світла ($\lambda = 0,6\text{ мкм}$). На відстані $0,5 l$ від джерела знаходиться кругла непрозора діафрагма, діаметром 1 см . Чому дорівнює відстань l , якщо перешкода закриває тільки центральну зону Френеля?

17.31. Дифракційна картина спостерігається на відстані 4 м від точкового джерела монохроматичного світла ($\lambda = 0,5\text{ мкм}$). Посередині між екраном і джерелом світла знаходиться діафрагма з круглим отвором. При якому радіусі отвору центр дифракційних кілець, що спостерігаються на екрані, буде найбільш темним?

17.32. На діафрагму з круглим отвором падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла ($\lambda = 0,6\text{ мкм}$). На екрані спостерігається дифракційна картина. При якій найбільшій відстані між діафрагмою і екраном в центрі дифракційної картини ще буде спостерігатися темна пляма? Діаметр отвору рівний $1,96\text{ мм}$.

17.33. На щілину шириною 2 мкм падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі $0,589\text{ мкм}$. Визначити кути, в напрямі яких будуть спостерігатися мінімуми світла.

17.34. На щілину шириною 20 мкм падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла

з довжиною хвилі $0,5 \text{ мкм}$. Визначити ширину зображення щілини на екрані, віддаленому від щілини на 1 м . Шириною зображення вважати відстань між першими дифракційними максимумами, розміщеними по обидві сторони від головного максимуму освітленості.

17.35. На щілину падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі λ . Ширина щілини рівна 6λ . Під яким кутом буде спостерігатися третій дифракційний мінімум світла?

17.36. Чому дорівнює стала дифракційної ґратки, якщо, для того щоб побачити червону ($\lambda = 0,7 \text{ мкм}$) лінію в спектрі другого порядку, зорову трубу прийшлося встановити під кутом 30° до осі коліматора? Яке число штрихів нанесено на 1 см довжини цієї решітки? Світло падає на решітку нормально.

17.37. Скільки штрихів на 1 мм довжини має дифракційна ґратка, якщо зелена лінія ртуті ($\lambda = 0,5461 \text{ мкм}$) в спектрі першого порядку спостерігається під кутом $19^\circ 8'$?

17.38. На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла. Кут дифракції для натрієвої ($\lambda = 0,589 \text{ мкм}$) лінії в спектрі першого порядку був рівний $17^\circ 8'$. Деяка лінія дає в спектрі другого порядку кут дифракції, рівний $24^\circ 12'$. Визначити довжину хвилі цієї лінії і число штрихів на 1 мм ґратки.

17.39. На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла від розрядної трубки. Чому повинна бути рівна стала дифракційної ґратки, щоб у напрямку 41° співпадали максимуми двох ліній довжин: $\lambda_1 = 0,6563 \text{ мкм}$ і $\lambda_2 = 0,4102 \text{ мкм}$?

17.40. На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла. Під час повороту гоніометра на деякий кут, в полі зору видно лінію $\lambda = 0,44 \text{ мкм}$ в спектрі третього порядку. Чи можна побачити під цим кутом якісь інші спектральні лінії, що відповідали б довжинам хвиль, що лежать в межах видимого спектра (від 0,4 до 0,7 мкм)?

17.41. На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла від розрядної трубки, заповненої гелієм. На яку лінію в спектрі третього порядку накладається червона лінія гелію ($\lambda = 0,67 \text{ мкм}$) в спектрі другого порядку?

17.42. Визначити найбільший порядок спектра жовтої лінії натрію $\lambda = 0,589 \text{ мкм}$, якщо стала дифракційної ґратки – 2 мкм.

17.43. На дифракційну ґратку нормально падає пучок монохроматичного світла. Максимум третього порядку спостерігається під кутом $36^\circ 48'$ до нормалі. Визначити сталу дифракційної ґратки, виражену в довжинах хвиль падаючого світла.

17.44. Скільки максимумів дає дифракційна ґратка попередньої задачі?

17.45. Чому рівна стала дифракційної ґратки, якщо ця ґратка може розділити в спектрі першого порядку лінії спектра калію $\lambda_1 = 0,4044 \text{ мкм}$ і $\lambda_2 = 0,4047 \text{ мкм}$? Ширина ґратки – 3 см.

17.46. Чому рівна стала дифракційної ґратки, шириною якої 2,5 см, якщо ця ґратка може розділити дублет натрію $\lambda_1 = 0,589 \text{ мкм}$ і $\lambda_2 = 0,5896 \text{ мкм}$ в спектрі першого порядку?

17.47. Стала дифракційної ґратки, шириною 2,5 см, рівна 2 мкм. Яку різницю довжин може

розділити дана ґратка в області жовтих променів ($\lambda = 0,6 \text{ мкм}$) в спектрі другого порядку?

17.48. Визначити значення кутової дисперсії дифракційної ґратки для $\lambda = 0,589 \text{ мкм}$ в спектрі першого порядку. Стала дифракційної ґратки дорівнює $2,5 \text{ мкм}$.

17.49. Кутова дисперсія дифракційної ґратки в спектрі першого порядку для лінії $\lambda = 0,668 \text{ мкм}$ дорівнює $2,02 \cdot 10^5 \text{ рад/м}$. Визначити період дифракційної ґратки.

17.50. Визначити лінійну дисперсію дифракційної ґратки попередньої задачі, якщо фокусна відстань лінзи, що проектує спектр на екран, дорівнює 40 см .

17.51. На якій відстані одна від одної будуть знаходитись на екрані дві лінії ртутної дуги ($\lambda_1 = 0,577 \text{ мкм}$ і $\lambda_2 = 0,5791 \text{ мкм}$) в спектрі першого порядку, отриманого за допомогою дифракційної ґратки з періодом 2 мкм ? Фокусна відстань лінзи, що проектує спектр на екран, дорівнює $0,6 \text{ м}$. Визначити лінійну дисперсію ґратки.

17.52. На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла. Червону лінію видно ($\lambda = 0,63 \text{ мкм}$) в спектрі третього порядку під кутом 60° . 1) Яку спектральну лінію видно під цим кутом в спектрі четвертого порядку? 2) Яке число штрихів на 1 мм довжини має дифракційна ґратка? 3) Чому дорівнює кутова дисперсія цієї ґратки для лінії $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ в спектрі третього порядку?

17.53. Для якої довжини хвилі дифракційна ґратка з періодом 5 мкм має кутову дисперсію $6,3 \cdot 10^5 \text{ рад/м}$ в спектрі третього порядку?

17.54. Чому дорівнює фокусна відстань лінзи, яка проектує на екран спектр, отриманий за допомогою ди-фракційної ґратки, щоб відстань між двома лініями ка-лію $\lambda_1 = 0,4044$ мкм і $\lambda_2 = 0,4047$ мкм в спектрі першого порядку була рівна 0,1 мм? Стала дифракційної ґратки рівна 2 мкм.

17.55. Визначити кут повної поляризації під час від-бивання світла від поверхні скла, показник заломлення якого рівний 1,57.

17.56. Граничний кут повного внутрішнього відби-вання для деякої речовини рівний 45° . Чому дорівнює для цієї речовини кут повної поляризації?

17.57. Під яким кутом до горизонту повинно зна-ходитись Сонце, щоб його промені, відбиті від поверхні озера, були б максимально поляризованими?

17.58. Чому дорівнює показник заломлення скла, як-що під час відбивання від нього світла, відбиті промені будуть повністю поляризовані при куті заломлення 30° ?

17.59. Промінь світла проходить крізь рідину, нали-ту в скляну посудину ($n = 1,5$), і відбивається від дна. Відбитий промінь повністю поляризований при куті па-діння на дно – $42^\circ 37'$. Визначити: 1) показник заломлен-ня рідини; 2) під яким кутом повинен падати на дно по-судини промінь світла, що проходить крізь цю рідину, щоб настало повне внутрішнє відбивання.

17.60. Пучок плоскополяризованого світла, довжина хвилі якого у вакуумі рівна 0,589 мкм падає на пластин-ку ісландського шпату перпендикулярно до його оптич-ної вісі. Визначити довжину хвилі звичайного і незви-чайного променів у кристалі, якщо показники заломлен-ня ісландського шпату для

звичайного і для незвичайного променів відповідно рівні $n_{зв} = 1,66$ і $n_{незв} = 1,49$.

17.61. Чому дорівнює кут між головними площинами поляризатора і аналізатора, якщо інтенсивність природного світла, що пройшло крізь них, зменшиться в 4 рази? Поглинанням світла знехтувати.

17.62. Природне світло проходить крізь поляризатор і аналізатор, поставлені так, що кут між їх головними площинами дорівнює α . Як поляризатор, так і аналізатор поглинають і відбивають 8 % падаючого на них світла. Виявилось, що інтенсивність променя, що вийшов з аналізатора, дорівнює 9 % інтенсивності природного світла, яке падає на поляризатор. Визначити кут α .

17.63. Визначити коефіцієнт відбивання природного світла, що падає на скло ($n = 1,54$) під кутом повної поляризації. Визначити степінь поляризації променів, які пройшли крізь скло. Поглинанням світла знехтувати.

17.64. Промінь природного світла проходить крізь плоскопаралельну скляну пластинку ($n = 1,54$), падає на неї під кутом повної поляризації. Визначити степінь поляризації променів, що пройшли крізь пластинку.

17.65. Визначити: 1) коефіцієнт відбивання і степінь поляризації відбитих променів під час падіння природного світла на скло ($n = 1,5$) під кутом 45° ; 2) степінь p

§18. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

При перетворенні координат і часу для ру-ху тіл зі швидкостями, близькими до швидкості світла, спеціальна теорія відносності використо-вує перетворення Ло-ренца:

$$x' = \frac{x - g_0 t}{\sqrt{1 - \frac{g_0^2}{c^2}}};$$

$$x = \frac{x' + g_0 t}{\sqrt{1 - \frac{g_0^2}{c^2}}};$$

$$y' = y; \quad y = y';$$

$$z' = z; \quad z = z';$$

$$t' = \frac{t - \frac{g_0 x}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{g_0^2}{c^2}}};$$

$$t = \frac{t' + \frac{g_0 x}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{g_0^2}{c^2}}},$$

де g_0 – швидкість ру-хомої системи коорди-нат.

Довжина тіла ℓ' , що рухається зі швидкістю $\mathfrak{g}$ відносно деякої системи відліку, пов'язана з довжиною ℓ_0 тіла, нерухомого в даній системі, співвідношенням:

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

де $\beta = \frac{\mathfrak{g}}{c}$;

c – швидкість поширення світла.

Проміжок часу $\Delta\tau'$ в системі, що рухається зі швидкістю $\mathfrak{g}_0$ відносно спостерігача пов'язаний з проміжком часу $\Delta\tau_0$ в нерухомій для спостерігача системі співвідношенням:

$$\Delta\tau' = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Закон додавання швидкостей:

$$u = \frac{u' + \mathfrak{g}_0}{1 + \frac{u \cdot \mathfrak{g}_0}{c^2}};$$

$$u' = \frac{u - \mathfrak{g}_0}{1 - \frac{u \cdot \mathfrak{g}_0}{c^2}};$$

де u – швидкість тіла відносно нерухомої системи координат;

u' – швидкість тіла в рухомій системі координат.

Залежність маси тіла від швидкості при русі тіла задається формулою:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

де m_0 – маса спокою цього тіла.

Залежність кінетичної енергії тіла від швидкості задається рівнянням:

$$W_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right).$$

Зміна маси системи на величину Δm відповідає зміні енергії системи на величину:

$$\Delta W = \Delta m c^2.$$

Основний закон релятивістської динаміки матеріальної точки має вигляд:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \vec{v} \right),$$

імпульс:

$$\vec{p} = m \vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \vec{v},$$

Зв'язок між енергією та імпульсом частинки:

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}.$$

Приклад розв'язання задачі

Електрон, пройшов-ши прискорюючи різницю потенціалів, набув кінетичної енергії $1,02 \text{ MeV}$. Визначити швидкість електрона.

Розв'язання

Розв'язуючи дану задачу, не можна користуватись класичною формулою кінетичної енергії, оскільки швидкість електрона наближається до швидкості світла.

Тому, в даному разі скористаємось релятивістським виразом для кінетичної енергії:

$$W_k = mc^2 - m_0c^2,$$

де mc^2 – повна енергія електрона;
 m_0c^2 – енергія спокою електрона;
 $m_0c^2 = 0,5 \text{ MeV}$;
 m_0 – маса спокою електрона;
 m – маса електрона, що рухається зі швидкістю v , і визначається формулою:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

з врахуванням цього кінетична енергія визначається рівнянням:

$$W_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}} - m_0 c^2$$

Виносячи енергію спокою електрона за дужки та поділивши на неї обидві частини рівняння, одержимо:

$$\frac{W_k}{m_0 c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}} - 1 \quad (*)$$

Підставляючи числові значення величин у ліву частину рівняння та обчислюючи, маємо:

$$\frac{W_k}{m_0 c^2} = \frac{1,02}{0,51} = 2$$

Підставимо це значення для лівої частини в кінцеве (*) рівняння і переносючи одиницю ліворуч, знаходимо:

$$3 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}}$$

Розв'язуючи це рівняння відносно g , одержуємо:

$$\begin{aligned} g &= \frac{\sqrt{8}}{3} c = \frac{\sqrt{8}}{3} \cdot 3 \cdot 10^8 = \\ &= 2,83 \cdot 10^8 \text{ м/с} \end{aligned}$$

Розрахункові задачі

18.1 При якій відносній швидкості руху релятивістське скорочення довжини рухомого тіла дорівнює 25 %?

18.2 З якою швидкістю повинно рухатись тіло, щоб його поздовжні розміри зменшились у два рази?

18.3 Мезони космічних променів досягають поверхні Землі з різними швидкостями. Знайти релятивістське скорочення розмірів мезона, що має швидкість рівну 95 % швидкості світла.

18.4 У скільки разів збільшиться тривалість існування нестабільної частинки (за годинником нерухомого спостерігача), якщо вона починає рухатись зі швидкістю, що рівна 99 % швидкості світла.

18.5 Мезон, що входить в склад космічних променів, рухається зі швидкістю, що рівна 95 % швидкості світла. Який проміжок часу за годинником земного спостерігача відповідає одній секунді “власного часу” мезона?

18.6 На скільки збільшиться маса α -частинки під час прискорення її від початкової швидкості, рівної нулю, до швидкості, рівної 0,9 швидкості світла?

18.7 Чому дорівнює відношення заряду електрона до його маси, якщо електрон рухається зі швидкістю $0,8 \cdot c$?

18.8 При якому значенні швидкості маса рухомого електрона буде вдвоє більшою за масу спокою?

18.9 Визначити релятивістський імпульс і кінетичну енергію електрона, що рухається зі швидкістю $0,9 \cdot c$.

18.10 Кінетична енергія релятивістської частинки рівна її енергії спокою. У скільки разів зросте імпульс частинки, якщо її кінетична енергія збільшиться в 4 рази?

18.11 Визначити імпульс частинки (в одиницях m_0c), якщо її кінетична енергія рівна енергії спокою.

18.12 До якої енергії можна прискорити частинки в циклотроні, якщо відносне збільшення маси частинки не повинно перебільшувати 5 %? Задачу розв'язати для електронів і протонів.

18.13 Яку прискорюючу різницю потенціалів про-йшов електрон, якщо набув швидкості $0,9c$?

18.14 Яку прискорюючу різницю потенціалів пови-нен пройти протон, щоб його поздовжні розміри змен-шилися у два рази?

18.15 Визначити швидкість мезона, якщо його пов-на енергія в 10 разів більша за енергію спокою.

18.16 Яку роботу необхідно виконати для збільшен-ня швидкості електрона від $0,6c$ до $0,8c$?

18.17 Якою має бути швидкість електрона, щоб його кінетична енергія зрівнялась з енергією спокою, яка дорівнює 510 кеВ ?

18.18 Кінетична енергія нестабільної частинки до-рівнює 35 МеВ . У скільки разів збільшиться час життя частинки, якщо її маса спокою рівна $0,15 \text{ а.о.м}$?

18.19 Під час руху з деякою швидкістю поздовжні розміри тіла зменшилися у двічі. У скільки разів збіль-шилася маса тіла?

18.20 Електрони, що вилітають з циклотрона, воло-діють кінетичною енергією, рівною $0,67 \text{ МеВ}$. Яку долю від швидкості світла становить швидкість цих елек-тронів?

18.21 Якою має бути швидкість електрона, щоб його кінетична енергія зрівнялась з енергією спокою, що дорівнює 510 кеВ ?

18.22 Якій зміні маси відповідає зміна енергії на одну калорію?

18.23 Визначити зміну енергії, що відповідає зміні маси на одну атомну одиницю.

18.24 Визначити зміну енергії електрона, що відпо-відає зміні його маси на величину маси спокою.

18.25 Під час поділу ядра урану ${}_{92}\text{U}^{235}$ виділяється енергія, яка приблизно рівна 200 МеВ . Визначити зміну маси під час поділу одного кіломоля урану.

18.26 Сонце випромінює щохвилини енергію, рівну $6,5 \cdot 10^{21} \text{ квт-год}$. Вважаючи випромінювання Сонця ста-лим, знайти за який час маса Сонця зменшиться в два рази.

18.27 Галактика, маса якої становить 10^{41} кг , руха-ється відносно землі зі швидкістю $0,8$ швидкості світла. Яке значення має різниця між масою Галактики в систе-мі відліку, що зв'язана із Землею, та її масою спокою.

18.28 Як зміниться період обертання протона по колу радіуса 30 м у випадку збільшення його повної енергії від 950 МеВ до $9,5 \text{ ГеВ}$?

18.29 У скільки разів період коливань маятника го-динника в лабораторії більший за його період коливань T_0 в системі відліку, зв'язаній з протоном, повна енергія якого – 10 ГеВ ?

§19. ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ

Випромінювальна здатність (інтегральна випромінювальна здатність):

$$R = \frac{W}{St} = \int_0^{\infty} r_{\nu} d\nu, \quad (1)$$

де W – енергія, що випромінюється світним тілом;
 S – площа поверхні світного тіла;
 t – час випромінювання;
 r_{ν} – спектральна випромінювальна здатність;
 ν – частота випромінювання.
Спектральна випромінювальна здатність:

$$r_{\nu} = \frac{W}{St\Delta\nu}, \quad (2)$$

де $\Delta\nu$ – інтервал частот, в якому відбувається випромінювання.

Поглинальна здатність визначається відношенням енергії, що поглинається тілом до повної енергії випромінювання, що падає на тіло:

$$A = \frac{W_n}{W}. \quad (3)$$

Поглинальна здатність абсолютно чорного тіла рівна одиниці $A_c = 1$, а абсолютно сіре тіло має постійну поглинальну здатність для всіх частот $A_c = \text{const}$.

Закон Кірхгофа говорить, що відношення спектральної випромінювальної здатності до

поглинальної здатності не залежить від фізичної природи тіла, а є функцією від абсолютної температури і довжини хвилі:

$$\frac{r_{\lambda}}{A_{\lambda}} = f(\lambda, T) \quad (4)$$

Функція $f(\lambda, T)$ виражає спектральну густину r_{λ} абсолютно чорного тіла.

Сумарна (інтегральна) випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла визначається формулою Стефана-Больцмана:

$$R = \sigma T^4, \quad (5)$$

де σ – стала Стефана-Больцмана, рівна:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}.$$

T – абсолютна температура.

Якщо випромінюване тіло не являється абсолютно чорним тілом, то:

$$R' = A \sigma T^4,$$

де A завжди менше одиниці.

За першим законом зміщення Віна, добуток абсолютної температури абсолютно чорного тіла на довжину хвилі, при якій випромінювальна здатність даного тіла є максимальною, дорівнює сталій величині, тобто:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (6)$$

де $b_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

За другим законом зміщення Віна, максимальна спектральна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла пропорційна його абсолютній температурі в п'ятій степені, тобто:

$$(r_\lambda)_{\max} = b_2 T^5 \quad (7)$$

де $b_2 = 1,29 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$

Приклад розв'язання задачі

Дослідження спектра випромінювання Сонця, яке приймається за абсолютно чорне тіло, показує, що максимум випромінювальної здатності припадає на довжину хвилі 0,48 мкм. Приймавши радіус Сонця за $6,5 \cdot 10^5 \text{ км}$, визначити:

- а) потужність сумарного випромінювання;
- б) густину потоку енергії біля поверхні Землі (відстань від Землі до Сонця $1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$);
- в) величину тиску на земну поверхню, зумовлену цим потоком енергії (коефіцієнт відбивання прийняти рівним нулю).

Розв'язання

а) Потужність сумарного або інтегрального випромінювання Сонця N дорівнює потужності, що випромінюється одиницею поверхні Сонця R , помноженій на площу поверхні Сонця:

$$N = RS$$

Величина енергії, яку випромінює одиниця площі абсолютного чорного тіла за одиницю часу, може бути обчислена за законом Стефана-Больцмана:

$$R = \sigma T^4$$

Оскільки, площа поверхні Сонця дорівнює:

$$S = 4\pi r^2,$$

де r – радіус Сонця, то шукана величина дорівнюватиме:

$$N = \sigma T^4 4\pi r^2. (1)$$

Температуру визначимо за законом Віна:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

звідки:

$$T = \frac{b}{\lambda_{\max}},$$

де $\lambda_{\max}$ – довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла;

b – стала Віна.

Підставляючи T у формулу (1), одержуємо:

$$N = 4\pi\sigma \left(\frac{b}{\lambda_{\max}} \right)^4 r^2. (2)$$

Підставивши у формулу (2) числові значення величин, знайдемо:

$$N = 4 \cdot 3,14 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \times \\ \times \left(\frac{0,0029}{4,8 \cdot 10^{-7}} \right)^4 (6,5 \cdot 10^8)^2 \\ = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт.}$$

$$[N] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4} \cdot \left(\frac{\text{м} \cdot \text{К}}{\text{м}} \right)^2 = \text{Вт}$$

б) Густина потоку енергії біля земної поверхні можна визначити, враховуючи, що енергія, яка випромінюється що-секунди Сонцем, проходить крізь сферичну поверхню, радіусом R , де R є відстань від Землі до Сонця. Знаючи, що густина потоку енергії є енергія, яка переноситься через одиницю площі за одиницю часу, можна записати:

$$I = \frac{N}{S} = \frac{N}{4\pi R^2}. \quad (3)$$

Підставивши у формулу (3) числові значення величин, знайдемо:

$$I = \frac{3,9 \cdot 10^{26}}{4 \cdot 3,14 \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^2} = \\ = 1,4 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$$

$$[I] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} = \frac{\text{кДж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}.$$

в) Величина світлового тиску зв'язана з густиною потоку енергії та коефіцієнтом відбивання співвідношенням:

$$p = \frac{I}{c} (1 + \rho)$$

Згідно з умовою задачі коефіцієнт відбивання дорівнює нулю, і формула для обчислення тиску набирає вигляду:

$$p = \frac{I}{c}, \quad (4)$$

де c – швидкість світла у вакуумі.

Підставивши у формулу (4) числові значення величин, знайдемо:

$$p = \frac{1,4 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = 4,7 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$$

$$[p] = \frac{Bm}{m^2} \cdot \frac{m}{c} =$$

$$= \frac{Bm}{m^2} \cdot \frac{c}{m} = \text{Па}.$$

Розрахункові задачі

19.1 Визначити інтегральну випромінювальну здатність Сонця, якщо потужність випромінювання становить $3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$. Радіус Сонця – $7 \cdot 10^8 \text{ м}$.

19.2 Вважаючи, що Сонце дає випромінювання в діапазоні частот $10^{10} - 10^{17} \text{ Гц}$, визначити середню

спек-тральну випромінювальну здатність Сонця (використо-вуючи дані попередньої задачі).

19.3 Вважаючи, що температура поверхні Сонця становить 5800 K і випромінювання близьке до випромінювання абсолютно чорного тіла, визначити потужність випромінювання Сонця.

19.4 Яку кількість енергії випромінює Сонце за од-ну хвилину? Випромінювання Сонця вважати близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла. Темпера-туру поверхні Сонця прийняти рівною 5800 K .

19.5 Визначити величину сонячної сталої, тобто кількість променевої енергії, що посилає Сонце щохвилини крізь поверхню площею 1 см^2 , перпендикулярну до сонячних променів і, яка знаходиться на такій самій відстані від нього, що і Земля. Температура поверхні Сонця рівна 5800 K . Випромінювання Сонця вважати близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла.

19.6 Вважаючи, що атмосфера поглинає 10% про-менистої енергії, що дає Сонце, визначити потужність випромінювання, отриману від Сонця горизонтальною ділянкою землі площею $0,5\text{ га}$. Висота Сонця над гори-зонтом рівна 30° . Випромінювання Сонця вважати бли-зьким до випромінювання абсолютно чорного тіла.

19.7 Знаючи величину сонячної сталої для Землі (див. задачу 19.5.). Визначити величину сонячної сталої для Марса.

19.8 Еталон одиниці сили світла – кандела – являє собою повний (випромінює хвилі всіх довжин) випро-мінювач, поверхня якого площею $0,5305\text{ мм}^2$ має тем-пературу затвердіння платини, рівну 1063° C . Визначити потужність випромінювача.

19.9 Визначити температуру печі, якщо відомо, що з отвору в ній, розміром $6,1 \text{ см}^2$, випромінюється за одну секунду $8,28 \text{ кал}$ теплоти. Випромінювання вважати близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла.

19.10 Яку кількість енергії випромінює один квад-ратний сантиметр свинцю при температурі тверднення за одну секунду? Відношення енергетичних світимостей поверхні свинцю і абсолютно чорного тіла для даної температури вважати рівним $0,6$.

19.11 Потужність випромінювання абсолютно чор-ного тіла рівна 34 кВт . Визначити температуру цього тіла, якщо площа поверхні його рівна $0,6 \text{ м}^2$.

19.12 Розжарена металічна поверхня площею 10 см^2 випромінює за одну хвилину 40 кДж енергії. Темпера-тура поверхні рівна 2500 К . Визначити:
1) чому дорів-нювало б випромінювання цієї поверхні, якщо вона була б абсолютно чорною, 2) відношення енергетичних світи-мостей цієї поверхні і абсолютно чорного тіла за даної температури.

19.13 Діаметр вольфрамової спіралі в електричній лампочці рівний $0,3 \text{ мм}$, довжина спіралі рівна 5 см . Під час включення лампочки в коло напругою 127 В через лампочку проходить струм силою $0,31 \text{ А}$. Визначити температуру лампочки. Вважати, що після встановлення теплової рівноваги, все тепло, що виділяється в спіралі витрачається на випромінювання. Відношення енергети-чних світимостей поверхні вольфраму і абсолютно чорного тіла для даної температури вважати рівним $0,31$.

19.14 Температура вольфрамової спіралі 25-ватної електричної лампочки рівна 2450 К . Відношення енерге-тичних світимостей поверхні вольфраму і

абсолютно чорного тіла для даної температури вважати рівним 0,3. Визначити площу випромінювальної поверхні спіралі.

19.15 Визначити, у скільки разів необхідно зменшити температуру чорного тіла, щоб його енергетична світимість зменшилась в 16 раз.

19.16 Енергетична світимість абсолютно чорного тіла 10 кВт/м^2 . Визначити довжину хвилі, яка відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світимості цього тіла.

19.17 Визначити, у скільки разів зміниться потужність випромінювання абсолютно чорного тіла, якщо довжина хвилі, що відповідає максимуму його спектральної густини енергетичної світимості, змістилась з довжини хвилі 720 нм до 400 нм .

19.18 Абсолютно чорне тіло знаходиться при температурі 3000 К . Під час остигання тіла, довжина хвилі, що відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світимості, змінилась на 8 мкм . Визначити температуру до якої охололо тіло.

19.19 Визначити, яку кількість енергії з 1 см^2 поверхні випромінює абсолютно чорне тіло, якщо відомо, що максимальна спектральна густина його енергетичної світимості припадає на довжину хвилі $0,484 \text{ мкм}$.

19.20 Потужність випромінювання абсолютно чорного тіла рівна 10 кВт . Визначити площу випромінювальної поверхні тіла, якщо відомо, що довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини його енергетичної світимості, рівна $0,7 \text{ мкм}$.

19.21 В яких межах спектру лежать довжини хвиль, що відповідають максимуму спектральної густини енергетичної світимості, якщо джерелом світла

служить: 1) спіраль електричної лампочки ($T = 3000\text{ K}$); 2) поверхня Сонця ($T = 6000\text{ K}$); 3) атомна бомба, в якій у момент вибуху виникає температура близько 10^6 K ? Ви-промінювання вважати близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла.

19.22 Під час нагрівання абсолютно чорного тіла довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світимості, змінилась від $0,69$ до $0,5\text{ мкм}$. У скільки разів збільшилась енергетична світимість тіла в даному випадку?

19.23 На яку довжину хвилі припадає максимум спектральної густини енергетичної світимості абсолютно чорного тіла, що має температуру, рівну температурі людського тіла, тобто 37° C ?

19.24 Визначити температуру абсолютно чорного тіла, при якій максимум спектральної густини енергетичної світимості припадає на:
а) червону ($\lambda_{\text{ч}} = 750\text{ нм}$) границю видимого спектру;
б) на фіолетову ($\lambda_{\text{ф}} = 380\text{ нм}$).

19.25 Температура абсолютно чорного тіла змінилась під час нагрівання від 1000 до 3000 K . 1) У скільки разів збільшилась енергетична світимість тіла? 2) На скільки змінилась при цьому довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світимості? 3) У скільки разів збільшилась максимальна спектральна густина енергетичної світимості тіла?

19.26 Абсолютно чорне тіло знаходиться при температурі 2900 K . В результаті остигання цього тіла довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світимості, змінилась на 9 мкм . До якої температури охоллоло тіло?

19.27 Поверхня тіла нагріта до температури 1000 K . Потім одна половина цієї поверхні нагрівається на 100 градусів, а друга охолоджується на 100 градусів. У скільки разів зміниться енергетична світимість поверхні цього тіла?

19.28 Якої потужності енергію слід підвести до за-темненої металічної кульки радіусом 2 см , щоб підтримувати її температуру на 27° вище температури навколишнього середовища? Температура навколишнього середовища рівна 20° C . Вважати, що тепло втрачається тільки внаслідок випромінювання.

19.29 Затемнена кулька остигає від 27° C до 20° C . На скільки змінилась довжина хвилі, що відповідає максимуму спектральної густини його енергетичної світимості?

19.30 1) Визначити, на скільки зменшиться маса Сонця за рік внаслідок випромінювання. 2) Вважаючи випромінювання Сонця постійним, знайти, за який час маса Сонця зменшиться вдвоє. Температуру поверхні Сонця прийняти рівною 5800 K .

19.31 Зазнаючи зіткнення із дзеркальною поверхнею під кутом з нормаллю до неї 60° , фотон передає їй імпульс величиною $3 \cdot 10^{-24}\text{ кг}\cdot\text{м/с}$. Яка маса фотона?

19.32 На плоске дзеркало нормально падає лазерне випромінювання, довжина якого $- 10,6\text{ нм}$, яке тисне на поверхню з силою $0,1\text{ нН}$. Яка кількість фотонів щосекунди падає на дзеркало?

ФІЗИКА АТОМА І АТОМНОГО ЯДРА

§20. КВАНТОВА ПРИРОДА СВІТЛА І ХВИЛЬОВІ
ВЛАСТИВОСТІ ЧАСТИНОК

Енергія кванта світла (фотона) визначається формулою:

$$E = h\nu, \quad (1)$$

де h – стала Планка;

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

ν – частота випромінювання.

Імпульс фотона визначається формулою:

$$p_{\phi} = \frac{h\nu}{c}, \quad (2)$$

і маса фотона:

$$m_{\phi} = \frac{h\nu}{c^2}, \quad (3)$$

де c – швидкість світла у вакуумі.

Зв'язок між енергією фотона, що викликає зовнішній фотоэффект, і максимальна кінетична енергія електронів, які вилітають з поверхні металу, задається формулою Ейнштейна:

$$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{m\vartheta^2}{2}, \quad (4)$$

де $A_{\text{вих}}$ – робота виходу електрона з металу;
 m – маса електрона. Якщо $\vartheta = 0$, то:

$$A_{\text{вих}} = h\nu_0$$

де ν_0 – червона межа фотоефекту.

Величина світлово-го тиску задається формулою:

$$p = \frac{I}{c}(1 + \rho), \quad (5)$$

де $I = \frac{W}{St}$ – енергія, яка падає на одиницю по-верхні за одиницю часу; ρ – коефіцієнт від-бивання світла.

Зміна довжини хви-лі рентгенівських про-менів при комптонівсь-кому розсіюванні визна-чається формулою:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi), \quad (6)$$

де φ – кут розсіювання;
 m – маса електрона.

Пучок елементарн-их частинок володіє вла-стивістю плоскої хвилі, яка поширюється в на-прямку швидкості час-тинок. Довжина хвилі зв'язана зі швидкістю частинок співвідношен-ням де-Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{m\vartheta}, \quad (7)$$

де m – маса частинки.

Приклад розв'язання задачі

Кут розсіювання γ – квантів у наслідок ефекту Комптона становить 180° . Визначити енергію віддачі електрона (енергія γ – квантів $0,51 \text{ MeV}$).

Розв'язання

При ефекті Комптона електрон віддачі одержує енергію від γ -кванта, тому, відповідно до закону збереження енергії, можна вважати, що енергія електрона віддачі дорівнює зміні енергії γ -кванта, взятій з протилежним знаком, тобто:

$$W = -\Delta\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2,$$

де ε_1 – енергія падаючого кванта;

ε_2 – енергія розсіяного кванта.

Зміна енергії γ -кванта зв'язана зі зміною довжини його хвилі, яка визначається за формулою Комптона:

$$\Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (1)$$

де θ – кут розсіювання γ -кванта.

Виразимо зміну довжини хвилі через зміну частоти:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \lambda_2 - \lambda_1 = \\ &= \frac{c}{\nu_2} - \frac{c}{\nu_1} = -\frac{c\Delta\nu}{\nu_1\nu_2}, \quad (2) \end{aligned}$$

де ν_1 – частота падаючого кванта;

ν_2 – частота розсіяного кванта;

$\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ – зміна частоти.

Враховуючи вираз (2) та значення кута розсіювання з (1) одержимо:

$$\Delta\nu = -2 \frac{h\nu_1\nu_2}{m_0c^2}$$

Помноживши обидві частини одержаної рівності на h , одержимо:

$$\Delta\varepsilon = -\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{m_0c^2} \quad (3)$$

Підставивши у рівняння (3) значення:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \Delta\varepsilon,$$

та розв'язавши його відносно $\Delta\varepsilon$, одержимо:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon &= -\frac{2\varepsilon_1^2}{2\varepsilon_1 + m_0c^2} = \\ &= -\frac{\varepsilon_1}{1 + \frac{m_0c^2}{2\varepsilon_1}} \quad (4) \end{aligned}$$

Виражаючи енергію в MeV і підставляючи в (4) числові значення величин, одержуємо:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon &= -\frac{0,51}{1 + \frac{0,51}{2 \cdot 0,51}} = \\ &= -0,34 MeV \end{aligned}$$

Енергія електрона від-дачі дорівнюватиме:

$$W = -\Delta\varepsilon = 0,34 \text{ MeV}$$

Розрахункові задачі

20.1 Визначити масу фотона: 1) червоних променів світла ($\lambda = 0,7 \text{ мкм}$), 2) рентгенівських ($\lambda = 0,25 \text{ \AA}$) про-менів; 3) гама-променів ($\lambda = 1,24 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}$).

20.2 Визначити енергію, масу і імпульс фотона, як-що відповідна йому довжина хвилі рівна $0,016 \text{ \AA}$.

20.3 З якою швидкістю повинен рухатись електрон, щоб його кінетична енергія була рівна енергії фотона з довжиною хвилі $0,52 \text{ мкм}$?

20.4 З якою швидкістю повинен рухатись електрон, щоб його імпульс був рівним імпульсу фотона з довжи-ною хвилі $5200 \text{ \AA}$?

20.5 Яку енергію повинен мати фотон, щоб його маса була рівною масі спокою електрона?

20.6 Імпульс, що переноситься монохроматичним пучком фотонів через поверхню площею 2 см^2 за 30 с , дорівнює $3 \cdot 10^{-4} \text{ г} \cdot \text{см/с}$. Визначити для цього пучка енер-гію, що падає на одиницю площі за одиницю часу.

20.7 При якій температурі кінетична енергія моле-кули двоатомного газу буде рівна енергії фотона з дов-жиною хвилі $0,589 \text{ мкм}$?

20.8 Визначити масу фотона, імпульс якого дорівнює імпульсу молекули водню при температурі 20°C . Швидкість молекули вважати рівною середній квадратичній швидкості.

20.9 Визначити червону межу для літію і натрію.

20.10 Червона межа фотоэффекту для деякого металу рівна $0,275\text{ мкм}$. Чому дорівнює мінімальне значення енергії фотона, що викликає фотоэффект?

20.11 Червона межа фотоэффекту для деякого металу рівна $0,275\text{ мкм}$. Визначити: 1) роботу виходу електрона з металу, 2) максимальну швидкість електронів, що ви-риваються з металу квантами світла з довжиною хвилі $0,18\text{ мкм}$, 3) максимальну кінетичну енергію цих електронів.

20.12 Визначити частоту світла, що вириває з по-верхні металу електрони, які повністю затримуються зворотнім потенціалом рівним 3 В . Фотоэффект у цьому металі починається при частоті падаючого світла рівній $6 \cdot 10^{14}\text{ с}^{-1}$. Визначити роботу виходу електрона з цього металу.

20.13 Визначити величину затримуючого потенціалу для фотоелектронів, що вилітають під час освітлення калію, світлом, довжина хвилі якого рівна $0,33\text{ мкм}$.

20.14 Під час явища фотоэффекту на платиновій по-верхні, величина затримуючого потенціалу для електро-нів виявилась рівною $0,8\text{ В}$. Визначити довжину хвилі, що є необхідною для опромінення платинової поверхні.

20.15 Під час явища фотоэффекту на платиновій по-верхні, величина затримуючого потенціалу для електро-нів виявилась рівною $0,8\text{ В}$. Визначити

максимальну довжину хвилі, при якій фотоефект ще є можливим.

20.16 Кванти світла з енергією $4,9 \text{ eV}$ виривають фотоелектрони з металу робота виходу яких рівна $4,5 \text{ eV}$. Визначити максимальний імпульс, що передається поверхні металу під час вильоту електрона.

20.17 Визначити сталу Планка, якщо відомо, що фотоелектрони, які вириваються з поверхні деякого металу світлом, з частотою $2,2 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$, повністю затримуються зворотнім потенціалом рівним $6,6 \text{ B}$, а ті, що вириваються світлом з частотою $4,6 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ - потенціалом рівним $16,5 \text{ B}$.

20.18 Вакуумний фотоелемент складається з центрального катода, вольфрамової кульки і анода що представляє собою посріблену внутрішню поверхню колби. Контактна різниця потенціалів між електродами, чисельно рівна $0,6 \text{ B}$, прискорює електрони, що вилітають. Фотоелемент освітлюється світлом, довжина хвилі якого - $0,23 \text{ мкм}$. Яку затримуючу різницю потенціалів треба прикласти між електродами, щоб фотострум впав до нуля?

20.19 Вакуумний фотоелемент складається з центрального катода, вольфрамової кульки і анода що представляє собою посріблену внутрішню поверхню колби. Контактна різниця потенціалів між електродами, чисельно рівна $0,6 \text{ B}$, прискорює електрони, що вилітають. Фотоелемент освітлюється світлом, довжина хвилі якого $0,23 \text{ мкм}$. Якої швидкості набудуть фотоелектрони, коли вони долетять до анода, якщо між катодом і анодом зовнішня різниця потенціалів є відсутньою?

20.20 Між електродами фотоелемента попередньої задачі прикладена затримуюча різниця потенціалів, що рівна 1 B . При якому граничному

значенні довжини хвилі світла, що падає на катод почнеться фотоефект?

20.21 Визначити тиск світла на стінки електричної 100-ватної лампочки. Колба лампи являє собою сферичну посудину радіусом 5 см. Стінки лампочки відбивають 4 % падаючого на них світла. Вважати, що вся спожита потужність йде на випромінювання.

20.22 На поверхню, площею 100 см^2 , щохвилини падає 63 Дж світлової енергії. Визначити величину світлового тиску коли поверхня: 1) повністю відбиває всі промені; 2) повністю поглинає всі падаючі на нього промені.

20.23 Монохроматичний пучок ($\lambda = 0,49 \text{ мкм}$) світла, що нормально падає на поверхню, чинить на неї тиск, що рівний 5 мкПа. Скільки квантів світла падає що-секунди на одиницю площі цієї поверхні? Коефіцієнт відбивання світла 0,25.

20.24 Рентгенівські промені ($\lambda_0 = 0,708 \text{ Å}$) зазнають комптонівського розсіювання на парафіні. Визначити довжину хвилі рентгенівських променів, розсіяних у на-прямку: 1) $\pi/2$; 2) π .

20.25 Якою була довжина хвилі рентгенівського випромінювання, якщо під час комптонівського розсіювання цього випромінювання графітом під кутом 60° довжина хвилі розсіяного випромінювання виявилась рівною $2,54 \cdot 10^{-9} \text{ см}$?

20.26 Рентгенівські промені ($\lambda_0 = 0,2 \text{ Å}$) зазнають комптонівського розсіювання під кутом 90° . Визначити: 1) зміну довжини хвилі рентгенівських променів під час розсіювання; 2) енергію електрона віддачі, 3) імпульс електрона віддачі.

20.27 В явищі Комптона енергія падаючого фотона розподіляється порівну між розсіяним фотоном і електроном віддачі. Кут розсіювання рівний 90° . Визначити енергію і імпульс розсіяного фотона.

20.28 Енергія рентгенівських променів дорівнює $0,6 \text{ MeV}$. Знайти енергію електрона віддачі, якщо відомо, що довжина хвилі рентгенівських променів після комптонівського розсіювання змінилась на 20% .

20.29 Визначити довжину хвилі де-Бройля для електронів, які пройшли різницю потенціалів рівну:
а) 1 В ; б) 100 В .

20.30 Визначити довжину хвилі де-Бройля для протонів, які пройшли різницю потенціалів рівну
а) 1 В ; б) 100 В .

20.31 Визначити довжину хвилі де-Бройля для електронів, що рухаються зі швидкістю 10^6 м/с .

20.32 Визначити довжину хвилі де-Бройля для атома водню, що рухається зі швидкістю, рівною середній квадратичній швидкості при температурі 300 К .

20.33 Визначити довжину хвилі де-Бройля для кульки, масою 1 г , що рухається зі швидкістю 1 см/с .

20.34 Визначити довжину хвилі де-Бройля для електрона, кінетична енергія якого дорівнює а) 10 кеВ ; б) 1 MeV .

20.35 Заряджена частинка, прискорена різницею потенціалів 200 В , має довжину хвилі де-Бройля, рівну $0,0202 \text{ \AA}$. Визначити масу цієї частинки, якщо відомо, що заряд її чисельно дорівнює заряду електрона.

20.36 α -частинка рухається в однорідному магнітному полі по колу, радіус якого $0,83 \text{ см}$. Напруженість магнітного поля рівна 20 кА/м . Визначити довжину хвилі де-Бройля для цієї α -частинки.

20.37 Визначити довжину хвилі де-Бройля для атома водню, що рухається при температурі 20°C з най-більш ймовірною швидкістю.

20.38 Плоский алюмінієвий електрод освітлюється світлом, довжина хвилі якого рівна 83 нм . Червона межа фотоефекту для алюмінію спостерігається при довжині хвилі 332 нм . На яку максимальну відстань від поверхні електрода може віддалитися електрон, якщо поза електродом існує заперіне електричне поле напруженістю 750 В/м .

20.39 Крапля води, об'ємом $0,2\text{ мл}$, що нагрівається світлом з довжиною хвилі $0,75\text{ мкм}$, поглинає щосекунди 10^{10} фотонів. Визначити швидкість нагрівання води.

20.40 Рентгенівська трубка, що працює при напрузі 50 кВ , і силі струму 1 мА , випромінює за секунду $2 \cdot 10^{13}$ фотонів з середньою довжиною хвилі $0,1\text{ нм}$. Визначити к.к.д. трубки.

20.41 На поверхню фотоелемента падає потік ви-промінювання з довжиною хвилі $0,36\text{ мкм}$, потужність якого становить 5 мкВт . Визначити силу фотоструму насичення в колі фотоелементу, якщо 5% усіх падаю-чих фотонів вибивають з катоду фотоелемента елек-трони.

20.42 Під час збільшення у два рази частоти падаю-чого світла, затримуюча напруга для фотоелектронів збільшується в 5 разів. Частота падаючого світла споча-тку була рівною $5 \cdot 10^{14}\text{ Гц}$. Визначити довжину хвилі світла, що відповідає червоній межі фотоефекту для цього металу.

20.43 Послідовно з вакуумним фотоелементом включено резистор, опір якого 1 кОм . На катод фото-елемента падає випромінювання, потужність якого ста-

новить 1 Вт , а частота 10^{16} с^{-1} . Вважаючи, що вихід фотоефекту (відношення кількості електронів, що вилетіли з металу до кількості фотонів, які падають на метал) $\eta = 0,25$, визначити кількість теплоти, що виділяється за 2 хв на резисторі.

20.44 Рентгенівське випромінювання, довжина хвилі якого 5 пм , падає на речовину. Визначити довжини хвиль квантів, розсіяних у цій речовині вільними електронами під кутами 90° і 180° , а також кінетичну і повну енергію та імпульс електрона віддачі для цих кутів.

20.45 Обчислити комптонівське зміщення довжини хвилі та кут розсіювання, якщо початкова довжина хвилі становила 3 нм , а швидкість електрона віддачі – $0,6$ швидкості світла. До моменту розсіювання електрон перебував у стані спокою.

20.46 Встановити залежність кута розсіювання фотона θ від кута φ між напрямом руху електрона віддачі і напрямом руху падаючого фотона.

20.47 Нейтрон, дебройлівська довжина хвилі якого становила $1,8 \text{ нм}$, дифундує у сповільнювачі, розсіюється на частинці, що перебувала в стані спокою і володіла масою у 4 рази більшою за масу нейтрона. Визначити дебройлівську довжину хвилі нейтрона після розсіювання.

§21. АТОМ БОРА. РЕНТГЕНІВСЬКІ ПРОМЕНІ

За першим постулатом Бора, рух електрона навколо ядра можливий тільки по певних орбітах, радіуси яких задовільняють співвідношення:

$$m g_k r_k = k \frac{h}{2\pi}, \quad (1)$$

де m – маса електрона;
 g_k – його швидкість на k -й орбіті;
 r_k – радіус даної орбіти;
 h – стала Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$;
 k – довільне ціле число – квантове число.

За другим постулатом Бора, частота випромінювання, що відповідає переходу електрона з одної орбіти на другу, визначається формулою:

$$h\nu = W_n - W_k, \quad (2)$$

де k і n – номери орбіт ($n > k$);
 W_k і W_n – відповідні їм значення енергії електрона.

Енергія електрона, який знаходиться на n -й орбіті визначається формулою:

$$E = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}, \quad (3)$$

Формула, яка визначає серіальні частоти і довжини світлових хвиль випромінювання під час переходу електрона з однієї орбіти на іншу має вигляд:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = cR \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (4)$$

де k і n – номери орбіт;

якщо $k=1, n=2,3,\dots$ – серія Лаймана (ультрафіолетова ділянка спектра);

якщо $k=2, n=3,4,\dots$ – серія Бальмера;

якщо $k=3, n=4,5,\dots$ – серія Пашена (інфрачервона ділянка спектра);

якщо $k=4, n=5,6,\dots$ – серія Брекета;

якщо $k=5, n=6,7,\dots$ – серія Pfунда;

якщо $k=6, n=7,8,\dots$ – серія Хемфрі.

c – швидкість світла у вакуумі;

R – стала Рідберга, рівна:

$$R = \frac{e^4 m}{8 \epsilon_0^2 h^2 c} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$$

де e – заряд електрона;

m – маса електрона;

ϵ_0 – електрична стала;

c – швидкість світла у вакуумі.

Формула, що дозволяє знаходити частоти або довжини хвиль водневоподібних атомів:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \\ = RcZ^2 \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

де Z – порядковий но-мер елемента.

При дифракції рент-генівських променів має місце рівняння Вульфа-Брегга:

$$2d \sin \varphi = m\lambda, \quad (5)$$

де $m = 0, 1, 2, \dots$;

d – відстань між атомними площинами кристалу;

φ – кут між пучком рентгенівських променів і поверхнею кристала.

Короткохвильову границю ν_0 суцільного рентгенівського спектру можна знайти зі співвідношення:

$$h\nu_0 = eU, \quad (6)$$

де U – різниця потенціалів, прикладена до рентгенівської трубки.

Довжину хвилі рентгенівських характеристичних променів можна знайти за формулою Мозлі:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc \left(Z - b \right)^2 \times \\ \times \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

де Z – порядковий но-мер елемента, з якого зроблено антикатод;

b – “стала екранування”.

Інтенсивність пучка рентгенівських променів, що пройшли через пластинку товщиною x , визначається формулою:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (7)$$

де I_0 – інтенсивність пучка, що падає на пластинку;
 μ – лінійний коефіцієнт поглинання.

Коефіцієнт поглинання μ залежить від довжини хвилі рентгенівських променів і від густини речовини.

Масовий коефіцієнт поглинання μ_m пов'язаний з лінійним коефіцієнтом μ співвідношенням:

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho},$$

де ρ – густина матеріалу.

Поглинання рентгенівських променів різними речовинами можна охарактеризувати так названим “шаром половинного послаблення”, тобто товщиною пластинки, що зменшує вдвоє інтенсивність падаючих променів.

Приклад розв'язання задачі

Обчислити радіус першої борівської орбіти та швидкість електрона атома водню на ній.

Розв'язання

Кулонівська сила притягання до ядра надає електрону доцентрового прискорення, тобто:

$$F_k = m a_{\text{доц}},$$

або

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = \frac{m g_1^2}{r_1} . \quad (1)$$

За правилом квантуван-ня:

$$m g_1 r_1 = \frac{h}{2\pi} ,$$

де $n = 1$.

Звідки:

$$g_1 = \frac{h}{2\pi m r_1} . \quad (2)$$

Підставивши вираз швидкості (2) в рівняння (1) одержимо:

$$\frac{e^2}{\epsilon_0} = \frac{h^2}{\pi m r_1} ,$$

звідки:

$$r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{e^2 \pi m} . \quad (3)$$

Після підстановки числових значень величин у формулу (3) одержимо:

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{8,85 \cdot 10^{-12}}{(1,6 \cdot 10^{-19})^2} \times \\ &\times \frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^2}{3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = \\ &= 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м} \end{aligned}$$

Тоді швидкість електрона буде рівною:

$$\begin{aligned} g_1 &= \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-34}} \times \\ &\times \frac{1}{0,53 \cdot 10^{-10}} = \\ &= 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с} \end{aligned}$$

Розрахункові задачі

21.1 Визначити радіус першої борівської орбіти атома водню та швидкість електрона на ній.

21.2 Визначити числове значення кінетичної, потенціальної і повної енергії електрона на першій борівській орбіті.

21.3 Визначити кінетичну енергію електрона, що знаходиться на n -ній орбіті атома водню. Задачу розв'язати для $n = 1, 2, 3$ і ∞ .

21.4 Визначити період обертання електрона на першій борівській орбіті в атомі водню та його кутову швидкість.

21.5 Визначити частоту обертання електрона, що знаходиться на першій борівській орбіті та еквівалентний струм.

21.6 Визначити найменшу і найбільшу довжини хвиль спектральних ліній водню у видимій області спектра.

21.7 Визначити максимальну і мінімальну енергію фотона у видимій серії спектра водню (серія Бальмера).

21.8 Використовуючи теорію Бора, визначити орбітальний магнітний момент електрона, який рухається по третій орбіті атома водню.

21.9 Визначити зміну орбітального механічного моменту електрона при переході його зі збудженого стану в основний при випромінненні фотона з довжиною хвилі $0,102 \text{ мкм}$.

21.10 Визначивши енергію іонізації атома водню (енергію, необхідну для відриву електрона, що знаходиться в основному стані, від атома), визначити в електрон-вольтах енергію фотона довгохвильової лінії серії Лаймана.

21.11 Визначити потенціал іонізації атома водню.

21.12 Визначити перший потенціал збудження атома водню.

21.13 В яких межах повинна лежати енергія бомбардуючих електронів, щоб під час збудження атомів водню ударами цих електронів, спектр водню мав би тільки одну спектральну лінію?

21.14 Яку найменшу енергію (в електрон-вольтах) повинні мати електрони, щоб під час збудження атомів водню ударами цих електронів спектр водню мав би три спектральні лінії? Визначити довжини хвиль цих ліній.

21.15 На скільки змінилась кінетична енергія електрона в атомі водню під час випромінювання атомом фотона з довжиною хвилі $0,486 \text{ мкм}$?

21.16 В яких межах повинні лежати довжини хвиль монохроматичного світла, щоб під час збудження

атомів водню квантами цього світла радіус орбіти електрона збільшився в 9 раз?

21.17 Визначити частоту світла, що випромінюється збудженим атомом водню, при переході електрона на другий енергетичний рівень, якщо радіус орбіти електрона збільшився в 9 разів.

21.18 Визначити роботу, яку необхідно виконати, щоб вибити електрон з другої борівської орбіти атома водню за межі притягання його ядром.

21.19 Електрон вибитий з атома водню, що знаходився в основному стані, фотоном з енергією $17,7 \text{ eV}$. Визначити швидкість електрона за межами атома.

21.20 На дифракційну ґратку падає пучок світла від розрядної трубки, наповненої атомарним воднем. Стала решітки рівна 5 нм . Якому переходу електрона відповідає спектральна лінія, що спостерігається за допомогою цієї ґратки в спектрі п'ятого порядку під кутом 41° ?

21.21 Визначити довжину хвилі де-Бройля для електрона, що рухається на першій борівській орбіті в атомі водню.

21.22 Визначити: 1) радіус першої борівської електронної орбіти для однократно іонізованого гелію; 2) швидкість електрона на цій орбіті.

21.23 Визначити перший потенціал збудження: 1) однократно іонізованого гелію; 2) двократно іонізованого літію.

21.24 Визначити потенціал іонізації: 1) однократно іонізованого гелію; 2) двократно іонізованого літію.

21.25 Визначити довжину хвилі фотона, що відповідає переходу електрона з другої борівської орбіти на першу в однократно іонізованому атомі гелію.

21.26 D -лінія натрію випромінюється в результаті такого переходу електрона з однієї орбіти на другу, під час якого енергія атома зменшується на $3,37 \cdot 10^{-19}$ Дж. Визначити довжину хвилі D -лінії натрію.

21.27 Електрон, що пройшов різницю потенціалів $4,9$ В, зіштовхується з атомом ртуті і переводить його в перший збуджений стан. Яку довжину хвилі має фотон, що відповідає переходу атома ртуті в нормальний стан?

21.28 Визначити сталу решітки для кам'яної солі, знаючи молярну масу кам'яної солі і її густину ($\rho = 2200$ кг/м³). Кристали кам'яної солі характеризуються кубічною структурою.

21.29 До електродів рентгенівської трубки прикладена різниця потенціалів 60 кВ. Найменша довжина хвилі рентгенівських променів, що утворюються від цієї трубки, дорівнює $0,206$ Å. Визначити сталу Планка за цими даними.

21.30 Визначити короткохвильову межу неперервного рентгенівського спектру для випадку, коли до рентгенівської трубки прикладена різниця потенціалів 30 кВ.

21.31 Визначити короткохвильову межу неперервного рентгенівського спектру, якщо відомо, що зменшення прикладеної напруги до рентгенівської трубки на 23 кВ, збільшує довжину хвилі в 2 рази.

21.32 Довжина хвилі γ -випромінювання радіо рівна $0,016$ Å. Яку різницю потенціалів треба прикласти до рентгенівської трубки, щоб отримати рентгенівські промені даної довжини?

21.33 Яку найменшу напругу треба прикласти до рентгенівської трубки, щоб отримати всі лінії K -серії, якщо матеріалом антикатада буде мідь?

21.34 Вважаючи, що формула Мозлі з достатньою точністю дає зв'язок між частотою характеристичних рентгенівських променів і порядковим номером елемента, з якого зроблено антикатод, визначити найбільшу довжину хвилі K -серії рентгенівських променів, що дає трубка з антикатодом зробленого з заліза. Для K -серії стала екранування рівна одиниці.

21.35 Визначити сталу екранування для L -серії рентгенівських променів, якщо відомо, що під час переходу електрона в атомі вольфраму з M -рівня на L -рівень випромінюються рентгенівські промені з довжиною хвилі $1,43 \text{ \AA}$.

21.36 При переході електрона в атомі з L -рівня на K -рівень випромінюються рентгенівські промені з довжиною хвилі $0,788 \text{ \AA}$. Який це атом? Для K -серії стала екранування рівна одиниці.

21.37 Повітря в деякому об'ємі опромінюється рентгенівськими променями. Доза опромінення рівна $4,5$ рентген. Визначити, яка доля атомів, що знаходяться в даному об'ємі, буде іонізована даним опроміненням.

21.38 Рентгенівська трубка створює на деякій відстані потужність дози $0,1 \text{ P/c}$. Скільки пар іонів за одну секунду утворюється в трубці в одному грамі повітря на даній відстані? Повітря знаходиться за нормальних умов.

21.39 Повітря, що знаходиться за нормальних умов в іонізаційній камері об'ємом 6 см^3 , опромінюється рентгенівськими променями.

Потужність дози рентгенів-ських променів рівна $0,48 \text{ мР/год}$. Визначити іонізацій-ний струм насичення.

21.40 Визначити для алюмінію товщину шару половинного ослаблення рентгенівських променів деякої довжини хвилі, якщо відомо, що масовий коефіцієнт поглинання алюмінію для цієї довжини хвилі дорівнює $5,3 \text{ м}^2/\text{кг}$.

21.41 У скільки разів зменшиться інтенсивність рентгенівських променів з довжиною хвилі $0,2 \text{ \AA}$ під час проходження крізь залізо товщиною $0,15 \text{ мм}$? Масовий коефіцієнт поглинання заліза для цієї довжини хвилі дорівнює $1,1 \text{ м}^2/\text{кг}$.

21.42 Скільки шарів половинного ослаблення необхідно для зменшення інтенсивності рентгенівських променів у 80 разів?

21.43 Яку швидкість буде мати атом водню у випадку випускання випромінювання, зумовленого переходом атома з першого збудженого стану до останнього?

21.44 Світловий квант падає на атом водню, який перебуває у першому збудженому стані і вибиває з нього електрон, кінетична енергія якого $3,22 \text{ eV}$. Яка довжина хвилі відповідає цьому квантові, якщо він повністю поглинається атомом?

21.45 Визначити довжину хвилі випромінювання, яке випускається при переході двічі іонізованого атома літію з четвертого збудженого стану у другий.

§22. РАДІОАКТИВНІСТЬ

Кількість атомів радіоактивної речовини, що розпадаються за час dt , пропорційне кількості наявних атомів:

$$dN = -\lambda N dt, \quad (1)$$

де λ – стала радіоактивного розпаду.
Інтегруючи рівняння (1), одержимо:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (2)$$

де N_0 – число атомів у початковий момент часу;
 N – число атомів, що не розпалися.

Період піврозпаду і стала розпаду зв'язані співвідношенням:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (3)$$

Величина, обернена до сталої радіоактивного розпаду:

$$\tau = \frac{1}{\lambda},$$

називається середнім часом життя радіоактивного атома.

Якщо деяка кількість радіоактивного препарату A знаходиться в закритій посудині і під час розпаду речовини A утворюється препарат B також радіоактивний, то кількість речовини B у цій посудині через деякий час буде визначатись формулою:

$$N_B = N_{0A} \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \times \\ \times (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t})$$

де N_{0A} – кількість пре-парату A в початковий момент;

λ_A і λ_B – сталі роз-паду препаратів A і B відповідно.

Активність ізотопу в початковий момент рівна:

$$A = \lambda N_0, \quad (4)$$

а з часом змінюється за законом:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}. \quad (5)$$

Масова активність, це величина, що дорівнює відношенню його активності A до маси m цього джерела:

$$a = \frac{A}{m}. \quad (6)$$

Якщо є суміш ра-діоактивних ізотопів, які утворюються один з од-ного, і якщо стала розпа-ду λ першого члену ряду значно менша постійних всіх інших членів ряду, то в суміші встановлю-ється стан радіоактивної рівноваги, при якому ак-тивності всіх членів ря-ду рівні між собою:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \dots = \lambda_k N_k.$$

Питома активність радіоактивного препара-ту визначається числом актів розпаду за одну се-кунду на одиницю маси речовини, що розпада-ється.

Приклад розв'язання задачі

Для вимірювання періоду напіврозпаду радіоактивної речовини використано лічильник імпульсів. Протягом однієї хвилини зафіксовано 50 імпульсів, а пізніше за одну годину після першого вимірювання – 92 імпульси за хвилину. Визначити сталу радіоактивного напіврозпаду.

Розв'язання

Число імпульсів Δn , зареєстрованих за час Δt , пропорційне числу атомів ΔN , що розпалися. Таким чином, при першому випромінюванні:

$$\begin{aligned}\Delta n_1 &= k \Delta N_1 = \\ &= k N_1 (1 - e^{-\lambda \Delta t}), \quad (1)\end{aligned}$$

де N_1 – кількість радіоактивних атомів на момент початку відліку;

λ – стала розпаду;

k – коефіцієнт пропорційності (постійний для даного приладу і даного розташування приладів відносно радіоактивного препарату).

При повторному вимірюванні число імпульсів було:

$$\begin{aligned}\Delta n_2 &= k \Delta N_2 = \\ &= k N_2 (1 - e^{-\lambda \Delta t}), \quad (2)\end{aligned}$$

де N_2 – кількість радіоактивних атомів на момент початку відліку. Поділивши (1) на (2) та взявши до

уваги, що за умовою задачі Δt однакове в обох випадках, а також що N_1 і N_2 зв'язані між собою співвідношенням:

$$N_2 = N_1 e^{-\lambda t},$$

одержимо:

$$\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = e^{\lambda t}, \quad (3)$$

де t – час, який минув між початком першого та другого вимірювання. Щоб знайти λ рівняння (3), спочатку про-логарифмуємо:

$$\ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = \lambda t,$$

звідки

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}}{t} = \\ &= \frac{1}{t} \ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}. \end{aligned}$$

Підставивши число-ві значення величин, одержимо:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1}{3600c} \ln \frac{250}{92} = \\ &= 2,78 \cdot 10^{-4} c^{-1}. \end{aligned}$$

Період напіврозпаду ви-значимо з рівняння:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} =$$

$$= \frac{0,693}{2,78 \cdot 10^{-4}} = 2490 \text{ (с)}.$$

Розрахункові задачі

22.1 Скільки атомів полонію розпадається за добу з 1 млн. атомів?

22.2 Період піврозпаду π -мезона 18 нс. За який час (за годинником земного спостерігача), розпадеться 99 % частинок, які рухаються зі швидкістю 0,6·швидкості світла?

22.3 Період піврозпаду ${}_{82}\text{Po}^{209}$ дорівнює 140 діб. Під час випромінювання α -частинки полоній перетворюється в стабільний свинець. Скільки свинцю утвориться з 1 мг полонію за 280 діб?

22.4 Визначити масу радону, активність якого рівна $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк.

22.5 Визначити кількість полонію ${}_{84}\text{Po}^{210}$, активність якого рівна $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк.

22.6 Визначити сталу розпаду радону, якщо відомо, що число атомів радону зменшується за добу на 18,2 %.

22.7 Визначити питому активність урану ${}_{92}\text{U}^{235}$ і радону ${}_{86}\text{Rn}^{222}$.

22.8 Іонізаційні лічильники Гейгера-Мюллера фіксують певний “фон” при відсутності радіоактивного препарату. Наявність фону може бути викликана космічним випромінюванням або радіоактивними забруднен-

ням середовища. Якій кількості радону відповідає фон, що дає один імпульс лічильника за 5 с?

22.9 Деякий радіоактивний препарат має сталу розпаду $1,44 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}$. Через скільки часу розпадеться 75 % початкової кількості атомів?

22.10 За один рік початкова кількість радіоактивного ізотопу зменшилась в три рази. У скільки разів вона зменшиться за два роки?

22.11 Яку кількість тепла виділяє $3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$ радону: 1) за одну годину; 2) за середній час життя? Кінетична енергія α -частинки, що вилітає з радону рівна $5,5 \text{ MeV}$?

22.12 Визначити час, за який активність ізотопу стронцію Sr^{90} зменшиться в 10 разів.

22.13 Чому рівна активність радону, що утворився з 1 г радію за одну годину?

22.14 В результаті розпаду 1 г радію за рік утворилась якась кількість гелію, що займає при нормальних умовах об'єм $0,043 \text{ см}^3$. Визначити за цими даними число Авогадро.

22.15 В закритій посудині (ампулі) знаходиться препарат, що містить 1,5 г радію. Яка кількість радону накопичується в цій ампулі за час рівний $T/2$, де T – період піврозпаду радону?

22.16 В ампулі знаходиться радон, активність якого рівна 400 мКюри . Через скільки часу після наповнення ампули радон буде давати $2,22 \cdot 10^9 \text{ розп/с}$? Слід врахувати співвідношення: $1 \text{ Кюри} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$; $1 \text{ Бк} = 1 \text{ розп/с}$.

22.17 Оскільки свинець, що міститься в урановій руді, являється кінцевим продуктом розпаду уранового ряду, то зі співвідношення кількості урану в руді до кількості свинцю в ній можна визначити вік

руди. Ви-значити вік уранової руди, якщо відомо, що на 1 кг урану ${}_{92}\text{U}^{238}$ в цій руді припадає 320 г свинцю ${}_{82}\text{Pb}^{206}$.

22.18 Знаючи період піврозпаду радію і урану, визначити, скільки атомів урану припадає на один атом радію в природній урановій руді. Вважати, що радіоактивність природного урану обумовлена в основному ізотопом урану ${}_{92}\text{U}^{238}$.

22.19 З якої мінімальної кількості руди, що містить 42 % чистого урану, можна отримати 1 г радію?

22.20 Визначити початкову активність радіоактивного препарату магнію Mg^{27} масою 0,2 мг, а також його активність через час рівний 6 годин. Період піврозпаду магнію вважати відомим.

22.21 Концентрація радону в повітрі становить $2 \cdot 10^{-9}$ Кюри/м³. Яку частину від кількості повітря становить радон? Повітря і радон знаходяться за нормальних умов.

22.22 Для вимірювання періоду напіврозпаду радіо-активної речовини використано лічильник імпульсів. Протягом однієї хвилини зафіксовано 250 імпульсів, а пізніше на одну годину після першого вимірювання – 92 імпульси на хвилину. Визначити сталу радіоактивного розпаду та період напіврозпаду.

22.23 Визначити питому активність штучно отриманого радіоактивного ізотопу стронцію ${}_{38}\text{Sr}^{90}$.

22.24 До 10 мг радіоактивного ізотопу ${}_{20}\text{Ca}^{45}$ дода-но 30 мг нерадіоактивного ізотопу ${}_{20}\text{Ca}^{40}$. На скільки зменшилась питома активність препарату?

22.25 Який ізотоп утворюється з ${}_{90}\text{Th}^{232}$ після чоти-рьох α -розпадів і двох β -розпадів?

22.26 Скільки разом α та β – розпадів відбудеться під час перетворення радіоактивного торію ${}_{90}\text{Th}^{232}$ в по-лоній ${}_{84}\text{Po}^{216}$?

22.27 Який порядковий номер елемента, утвореного з урану ${}_{92}\text{U}^{238}$, якщо відбулося вісім α -розпадів і шість β -розпадів?

22.28 Під час термоядерної реакції синтезу дейте-рію і тритію утворився невідомий елемент і нейтрон. Яка кількість нуклонів в ядрі невідомого елемента?

22.29 В результаті послідовних серій радіоактивних розпадів уран ${}_{92}\text{U}^{238}$ перетворюється в свинець ${}_{82}\text{Pb}^{206}$. Скільки α та β – розпадів відбулося під час цього пере-творення?

§23. ЯДЕРНІ РЕАКЦІЇ

Енергія зв'язку ядра довільного ізоотопу визначається співвідношенням:

$$\Delta W = c^2 \Delta m,$$

де Δm – різниця між масою частинок, що утворюють ядро і масою самого ядра (дефект маси).

Очевидно, що дефект маси ядра рівний:

$$\Delta m = zm_p + (A - z)m_n - m_y$$

де z – порядковий номер ізоотопу;

A – масове число;

m_p – маса протона;

m_n – маса нейтрона;

m_y – маса ядра ізоотопу.

Питома енергія зв'язку (енергія зв'язку, що припадає на один нуклон):

$$\epsilon_{\text{нукл}} = \frac{\Delta W}{A}.$$

Енергія, що виділяється чи поглинається під час ядерної реакції, визначається співвідношенням:

$$\Delta M = c^2 \left(\sum M_1 - \sum M_2 \right)$$

де $\sum M_1$ – сума мас частинок до реакції;

$\sum M_2$ – сума мас частинок після реакції.

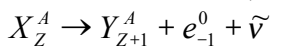
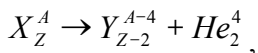
Якщо

$\sum M_1 > \sum M_2$, то реакція відбувається з виділенням енергії,

якщо

$\sum M_1 < \sum M_2$, то реакція відбувається з поглинанням енергії.

Закон радіоактивного перетворення ядер при α - і β - розпадах:



Розрахункові задачі

23.1 Визначити число протонів і нейтронів, що входять до складу трьох ізотопів магнію: 1) ${}_{12}\text{Mg}^{24}$; 2) ${}_{12}\text{Mg}^{25}$; 3) ${}_{12}\text{Mg}^{26}$.

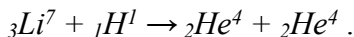
23.2 Визначити енергію зв'язку ядра ізотопу літію ${}_3\text{Li}^7$.

23.3 Визначити енергію зв'язку ядра атома алюмінію ${}_{13}\text{Al}^{27}$.

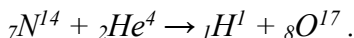
23.4 Визначити енергію зв'язку ядер: 1) ${}_1\text{H}^3$; 2) ${}_2\text{He}^3$. Яке із цих ядер є стійкішим?

23.5 Визначити енергію зв'язку, що припадає на один нуклон в ядрі атома кисню ${}_8\text{O}^{16}$.

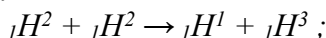
23.6 Визначити енергію, що виділяється під час ядерної реакції:

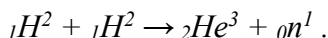


23.7 Визначити енергію, що поглинається під час реакції:

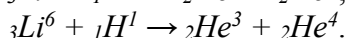
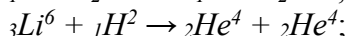
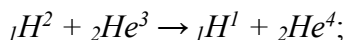


23.8 Визначити енергію, що виділяється під час ядерних реакцій:





23.9 Визначити енергію, що виділяється під час проходження таких термоядерних реакцій:

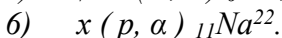
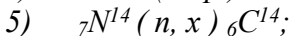
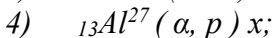
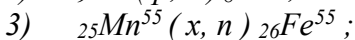
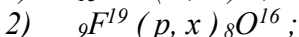
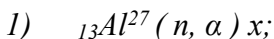


23.10 Яку кількість води можна нагріти від $0^\circ C$ до кипіння, якщо використати все тепло, що виділяється під час реакції: $({}_3Li^7(p, \alpha))$, при повному розпаді одного грама літію?

23.11 Препарат полонію випускає за 1 с $3,7 \cdot 10^9$ α -частинок з енергією $5,3 \text{ MeV}$ кожна. Препарат розміщений в калориметрі, теплоємність якого 1 Дж/К . На скільки градусів збільшиться температура в калориметрі за одну годину?

23.12 Під час анігіляції електрона і позитрона утворилось два однакових γ -кванти. Яка довжина хвилі випромінювання? Кінетичною енергією частинок до реакції знехтувати. Вважати, що маси електрона і позитрона є однаковими.

23.13 Дописати позначення, яких не вистачає в наступних ядерних реакціях:



23.14 Під час бомбардування ізотопу азоту ${}_7N^{14}$ нейтронами, утворюється ізотоп вуглецю ${}_6C^{14}$, який

виявляється β -радіоактивним. Написати рівняння обидвох реакцій.

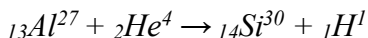
23.15 Порівняти імпульси та кінетичні енергії ядер, утворених під час α -розпаду радію (${}_{88}\text{Ra}^{226}$) вважаючи, що до розпаду ядро радію було в стані спокою.

23.16 Яка максимальна кінетична енергія електро-на, що утворюється під час β -розпаду нейтронів?

23.17 Під час бомбардування ізоотопу алюмінію ${}_{13}\text{Al}^{27}$ α -частинками утворюється радіоактивний ізоотоп фосфору ${}_{15}\text{P}^{30}$, який потім розпадається з викидом позитрону. Написати рівняння обидвох реакцій. Визначити питому активність утвореного ізоотопу, якщо відомо, що період його піврозпаду рівний 130 с.

23.18 Під час бомбардування ізоотопу натрію ${}_{11}\text{Na}^{23}$ дейтронами утворюється β -радіоактивний ізоотоп ${}_{11}\text{Na}^{24}$. Лічильник β -частинок встановлено біля препарату, що містить радіоактивний ${}_{11}\text{Na}^{24}$. Під час першого виміру лічильник дав 170 імпульсів за 1 хв, а через добу дав 56 імпульсів за хвилину. Написати рівняння обидвох реакцій. Визначити період піврозпаду ізоотопу ${}_{11}\text{Na}^{24}$.

23.19 1) Яка енергія виділяється, якщо під час реакції:

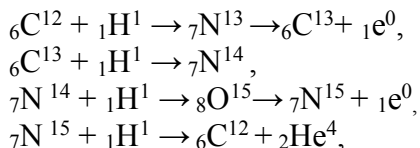


відбувається перетворення всіх ядер, що знаходяться в 1 г алюмінію? 2) Яку енергію треба затратити, щоб здійснити ці перетворення, якщо відомо, що під час бомбардування ядра алюмінію α -частинками з енергією 8 MeV тільки одна α -частинка з $2 \cdot 10^6$ частинок викликає перетворення?

23.20 Під час бомбардування ізоотопу літію ${}_{3}\text{Li}^7$ дейтронами, утворюється дві α -частинки. Під час

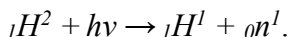
реакції виділяється енергія, що дорівнює $22,3 \text{ MeV}$. Знаючи ма-си дейтрона і α -частинки, визначити масу ізотопу літію ${}^6_3\text{Li}$.

23.21 Вважаючи, що джерелом енергії сонячного випромінювання являється енергія утворення гелію з во-дню за циклічною реакцією:



підрхувати, скільки тонн водню щосекунди повинно перетворюватися в гелій. Сонячна константа дорівнює $1,372 \text{ кДж/м}^2\cdot\text{с}$. Вважаючи, що водень становить 35 % маси Сонця, підрхувати, на скільки років вистачить запасу водню, якщо випромінювання Сонця є незмінним.

23.22 Реакція розпаду дейтрона під дією γ - променів має вигляд:



Визначити масу нейтрона, якщо енергія γ - квантів рівна $2,66 \text{ MeV}$, а енергія протонів, що вилітають – $0,22 \text{ MeV}$. Енергію нейтрона вважати рівною енергії протона. Маси дейтрона і протона вважати відомими.

23.23 Дописати позначення в нижче наведених рівняннях ядерних реакцій, які відбуваються під дією фотонів:

- 1) ${}_{13}\text{Al}^{27}(\gamma, x){}_{12}\text{Mg}^{26};$
- 2) ${}_{13}\text{Al}^{27}(\gamma, n)x;$
- 3) ${}_{29}\text{Cu}^{63}(\gamma, x){}_{29}\text{Cu}^{62};$
- 4) $x(\gamma, n){}_{74}\text{W}^{181}.$

23.24 Ізотоп гелію ${}^3_2\text{He}$ утворюється під час бомбардування ядер тритію протонами. 1) Написати

рівняння ядерної реакції. 2) Визначити енергію, що виділяється під час цієї реакції. 3) Визначити “межу” ядерної реакції, тобто визначити мінімальне значення кінетичної енергії бомбардуючої частинки, при якій відбувається дана реакція. Під час розв'язку врахувати, що межею значення кінетичної енергії бомбардуючої частинки є така умова: відносна швидкість частинок, що утворюються в результаті реакції є рівною нулю.

23.25 Визначити межу ядерної реакції ${}^7_3\text{Li}({}^{14}_0\text{n}, p)$).

23.26 Визначити межу ядерної реакції ${}^7_3\text{Li}(p, n)$.

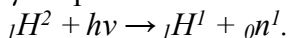
23.27 Реакція ${}^{10}_5\text{B}(n, \alpha)$ відбувається під час бомбардування бору нейтронами, швидкість яких дуже мала (“теплові” нейтрони). 1) Визначити енергію, що виділяється під час цієї реакції. 2) Вважаючи ядро бору нерухомим і нехтуючи швидкостями нейтронів, визначити швидкість і кінетичну енергію α -частинки.

23.28 Під час бомбардування ізотопу літію ${}^7_3\text{Li}$ протонами, утворюються дві α -частинки. Енергія кожної з них в момент утворення дорівнює $9,15 \text{ MeV}$. Яким є значення енергії бомбардуючих протонів?

23.29 Визначити частину енергії, що витрачається під час прямого зіткнення нейтрона з атомом графіту у графітовому сповільнювачі нейтронів.

23.30 Лічильна трубка зсередини покривається сполукою, що містить ізотоп ${}^{10}_5\text{B}$. Визначити в MeV енергію, яка виділяється під час реакції між ${}^1_0\text{n}$ та ${}^{10}_5\text{B}$ під час удару нейтрона до внутрішньої поверхню трубки. Вважати, що в момент захоплення нейтрона ${}^{10}_5\text{B}$ перетворюється в ізотоп ${}^{11}_5\text{B}$, який в свою чергу розпадається на ${}^7_3\text{Li}$ та α -частинку.

23.31 Визначити найменше значення енергії γ -кванта, достатньої для здійснення реакції розпаду дейтрона під дією γ -променів:



23.32 Визначити найменше значення енергії γ -кванта, достатньої для перебігу реакції: ${}_{12}Mg^{24}(\gamma, n)$.

23.33 Яку кількість енергії можна отримати від поділу 1 г урану ${}_{92}U^{235}$, якщо під час кожного акту поділу виділяється енергія, що приблизно рівна 200 MeV?

23.34 Яка кількість урану ${}_{92}U^{235}$ витрачається за добу на атомній електростанції, потужність якої становить 5000 кВт, а к.к.д. рівний 17 %? Вважати, що під час кожного акту розпаду виділяється енергія, рівна 200 MeV.

23.35 Під час вибуху водневої бомби відбувається термоядерна реакція утворення гелію з дейтерію і три-тію. 1) Написати цю ядерну реакцію. 2) Визначити енергію, що виділяється під час цієї реакції. 3) Яку кількість енергії можна отримати під час утворення 1 г гелію.

§24. ЕЛЕМЕНТАРНІ ЧАСТИНКИ. ПРИСКОРЮВАЧІ ЧАСТИНОК

Розв'язок задач даного параграфу опирається на за-кономірності, які вже були розглянуті в попередніх роз-ділах даного збірника (зіткнення частинок, рух заряджених частинок в магнітному та електричному полях і т.д.). Під час розв'язування деяких задач слід користуватись формулами теорії відносності.

24.1 Вільний нейтрон є радіоактивним. Викидаючи електрон і антинейтрино, він перетворюється в протон. Визначити сумарну кінетичну енергію всіх часток, що виникають в процесі перетворення нейтрона. Вважати, що кінетична енергія нейтрона рівна нулю і, що маса спокою антинейтрино є дуже малою.

24.2 Яку частину від своєї початкової швидкості становить швидкість нейтрона після його пружного центрального удару з нерухомим ядром ізотопу ${}_{11}\text{Na}^{23}$?

24.3 Для отримання сповільнених нейтронів їх про-пускають крізь речовину, що містить водень (напри-клад, парафін). Визначити, яку найбільшу частину своєї кінетичної енергії нейтрон з масою m_0 може передати: 1) протону (маса якого m_0); 2) ядру атома свинцю (маса якого $m = 207 m_0$). Максимальна частина енергії, що пе-редається відповідає пружному центральному ударові.

24.4 Нейтрон, що володіє енергією $4,6 \text{ MeV}$, у на-слідок зіткнення з протонами сповільнюється. Вважаю-чи, що нейтрон відхиляється під час кожного зіткнення в середньому на 45° від напрямку своєї початкової тра-екторії, визначити, скільки зіткнень він

повинен зазнати, щоб його енергія зменшилась до $0,23 \text{ eV}$.

24.5 Фотон, з енергією 3 MeV , в полі важкого ядра перетворився на пару електрон - позитрон. Вважаючи, що кінетична енергія частинок є однаковою, визначити кінетичну енергію кожної з них.

24.6 Під час зіткнення електрона і позитрона, що володіють однаковою кінетичною енергією, рівною по $0,24 \text{ MeV}$, утворились два однакові фотони. Визначити енергію фотона і відповідну йому довжину хвилі.

24.7 Відомо, що розпад нейтрального K -мезона від-бувається за схемою: ${}_sK^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$. Вважаючи, що до моменту розпаду K -мезон був у стані спокою і його ма-са становила $974 m_e$, визначити масу спокою утворених заряджених π -мезонів, якщо відомо, що маса кожного з них в $1,783$ рази більша від їх маси спокою.

24.8 K^+ -мезон розпадається (в стані спокою) на два π -мезони. Приймаючи масу спокою K^+ -мезона рівною $966,2 m_e$ і нехтуючи різницею мас зарядженого і ней-трального π -мезонів, визначити енергію кожного з них.

24.9 Енергія швидких мезонів у космічних проме-нях рівна приблизно 3000 MeV ; енергія спокою мезонів рівна 100 MeV . Яку відстань в атмосфері може пройти мезон за час свого життя згідно лабораторного годинни-ка? Власний час життя мезона є рівним 2 мкс .

24.10 Мезон космічних променів має кінетичну ене-ргію рівну $7 m_0 c^2$, де m_0 -маса спокою мезона. У скільки разів час власного життя мезона є меншим за час його життя, що відрахований в системі координат, зв'язаній з лабораторією?

24.11 Під час зіткнення позитрона і електрона утворюються два фотони. 1) Визначити енергію кожного з фотонів, що виникають, вважаючи, що кінетична енергія електрона і позитрона до їх зіткнення була дуже малою. 2) Визначити довжину хвилі цих фотонів.

24.12 Під час утворення електрона і позитрона енергія фотона була рівною $2,62 \text{ MeV}$. Чому була рівна повна кінетична енергія позитрона і електрона в момент їх виникнення?

24.13 Електрон і позитрон, утворені квантом з енергією $5,7 \text{ MeV}$, дають в камері Вільсона, яка знаходиться в магнітному полі, траєкторію, з радіусом кривизни 3 см . Визначити індукцію магнітного поля.

24.14 Нерухомий нейтральний π -мезон, розпадаючись, перетворюється на два однакові фотони. Визначити енергію кожного фотона. Маса спокою π -мезона рівна $264,2$ маси спокою електрона.

24.15 Під час зіткнення нейтрона і антинейтрона відбувається їх анігіляція, в результаті чого виникає два γ -кванти, і енергія частинок перетворюється в енергію γ -квантів. Визначити енергію кожного утвореного γ -кванта, нехтуючи кінетичною енергією нейтрона і позитрона до моменту їх зіткнення.

24.16 В циклотроні з максимальним радіусом кривизни траєкторії частинок $0,3 \text{ м}$, частота прикладеної до дуантів різниці потенціалів рівна $1,38 \cdot 10^7 \text{ Гц}$. Для роботи з протонами визначити: 1) індукцію магнітного поля, необхідного для синхронної роботи циклотрона, 2) максимальну енергію протонів, що вилітають.

24.17 Величина іонного струму при роботі з α -час-тинками рівна 15 мкА . У скільки разів такий циклотрон є продуктивнішим за 1 г радію?

24.18 Між дуантами циклотрона радіусом 50 см прикладена змінна різниця потенціалів 75 кВ з частотою 10 МГц . Визначити: 1) індукцію магнітного поля циклотрона, 2) швидкість і енергію α -частинок, що вилітають з циклотрона, 3) скільки обертів робить частинка до свого вильоту з циклотрона.

24.19 До якої енергії можна прискорити α -частинки в циклотроні, якщо відносне збільшення маси частинки $k = (m - m_0)/m_0$ не повинно перевищувати 5% ?

24.20 Енергія дейтронів, прискорених синхротроном, рівна 200 MeV . Визначити для цих дейтонів: 1) відношення m/m_0 , де m -маса рухомого дейтрона і m_0 -його маса спокою; 2) швидкість.

24.21 За допомогою фазотрона були проведені до-слідження з протонами, прискореними до енергії 660 MeV , і з α -частинками, прискореними до 840 MeV . Для того, щоб компенсувати збільшення маси, у фазотроні змінювався період прискорюючого поля. У скільки разів необхідно було змінити у фазотроні період прискорюючого поля (для кожного прискорюючого циклу) під час роботи: 1) з протонами; 2) з α -частинками.

А. Короткі математичні відомості

1. Математичні константи:

$\pi = 3,1416$; $e = 2,7183$; $\ln 10 = 2,3026$; $\lg e = 0,4343$;
 $\ln x = 2,303 \cdot \lg x$.

2. Геометричні рівності:

Теорема косинусів – $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$;

Теорема синусів – $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$,
 де a, b, c – сторони трикутника;
 α, β, γ – відповідні їм кути.

Площа трикутника – $S = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma$.

Довжина кола – $l = 2\pi r$.

Площа круга – $S = \pi r^2$.

Площа поверхні кулі – $S = 4\pi r^2$.

Об'єм кулі – $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

Об'єм сферичного шару товщини dr : $dV = 4\pi r^2 dr$.

Рівняння еліпса – $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Рівняння параболи – $y^2 = 2px$.

Квадратне рівняння – $ax^2 + bx + c = 0$,

$$\text{корені рівняння} - x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$\text{де } D = b^2 - 4ac.$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

Визначник другого порядку –

Визначник третього порядку –

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$$

3. Властивості елементарних функцій:

Логарифмічна функція –

$$\ln(xy) = \ln x + \ln y; \quad \ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y; \quad \log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}.$$

Показникові функції – $a^x a^y = a^{x+y}; \quad a^x b^x = (ab)^x;$
 $(a^x)^y = a^{xy}; \quad e^{x+2\pi ni} = e^x.$

Тригонометричні функції

Зв'язок:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1; \quad \sec^2 x - \tan^2 x = 1; \quad \sec x = \frac{1}{\cos x};$$

$$\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x = 1; \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}; \quad \cot x = \frac{1}{\tan x};$$

$$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}.$$

Парність:

$$\sin(-x) = -\sin x; \quad \cos(-x) = \cos x \quad \quad \quad \operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x.$$

Додавання:

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y;$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y}{1 \mp \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}; \quad \operatorname{ctg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} y \mp 1}{\operatorname{ctg} y \pm \operatorname{ctg} x}.$$

Половинний аргумент:

$$\sin \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \quad \cos \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}};$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

Подвійний аргумент:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x; \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$$

Перетворення суми і різниці:

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2};$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2};$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}.$$

Обернені:

$$\arcsin x = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \arccos \sqrt{1-x^2};$$

$$\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arcctg} x = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}};$$

$$\operatorname{arcctg} x = \operatorname{arccos} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{x} \right).$$

4. Похідні елементарних функцій:

Функція	Похідна	Функція	Похідна
x^a	ax^{a-1}	tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$
e^{ax}	ae^{ax}	$ctg x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
a^x	$a^x \ln a$	$\sec x$	$\frac{\sin x}{\cos^2 x}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\operatorname{cosec} x$	$-\frac{\cos x}{\sin^2 x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\sin x$	$\cos x$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$

5. Формули інтегрування (без констант):

$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1}, \quad a \neq -1$ $\int \frac{dx}{x} = \ln x $ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a }$ $\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$ $\int \ln x dx = x(\ln x - 1)$ $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx$ $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx$	$\int \sin x dx = -\cos x$ $\int \cos x dx = \sin x$ $\int tg x dx = -\ln \cos x $ $\int ctg x dx = \ln \sin x $ $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$ $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right $ $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a}$
--	--

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right|$$

Інтегрування частинами:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

6. Елементи векторного аналізу

Градiєнт скалярного поля виражає напрям зміни:

$$\text{grad } \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} i + \frac{\partial \varphi}{\partial y} j + \frac{\partial \varphi}{\partial z} k$$

Дивергенція векторного поля – границя відношення потоку вектора крізь поверхню, яка оточує джерело поля, до об'єму, що міститься в середині поверхні, коли поверхня стягується в точку:

$$\text{div } A = \lim_{V \rightarrow P} \frac{1}{V} \oint_S A_n dS$$

Ротор векторного поля в точці називають вектор, нормальна до поверхні в даній точці проекція якого є границею відношення циркуляції вектора вздовж контуру до площі, яку він охоплює, коли контур стягується в точку:

$$\text{rot}_n A = \lim_{L \rightarrow P} \frac{1}{S} \oint_L A_t dl$$

Оператор Лапласа – вектор в частинних похідних:

$$\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$$

його добуток зі скалярними чи векторними величинами визначає:

градієнт – $\nabla \varphi = \text{grad } \varphi$; дивергенцію – $\nabla A = \text{div } A$;

ротор – $[\nabla A] = \text{rot } A$.

Б. Таблиці фізичних величин

8. Таблиця кратних величин:

Найменування	Префікс	Множник	Найменування	Префікс	Множник
екса	Е	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пета	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	мілі	м	10^{-3}
гіга	Г	10^9	мікро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кіло	к	10^3	піко	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	д	10^1	атто	а	10^{-18}

9. Астрономічні величини:

Середня відстань від Землі до Місяця	$3,844 \cdot 10^8$ м
Середня відстань від Землі до Сонця	$1,496 \cdot 10^{11}$ м
Радіус Сонця	$6,96 \cdot 10^8$ м
Радіус Землі	$6,37 \cdot 10^6$ м
Радіус Місяця	$1,74 \cdot 10^6$ м
Маса Сонця	$1,99 \cdot 10^{30}$ кг
Маса Землі	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Маса Місяця	$7,35 \cdot 10^{22}$ кг

10. Фундаментальні фізичні константи:

Назва	Позначення	Числове значення
Швидкість світла у вакуумі	c	$2,998 \cdot 10^8$ м/с
Електрична стала	ϵ_0	$8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала	$\mu_0 = (\epsilon_0 \cdot c^2)^{-1}$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Гравітаційна стала	G	$6,672 \cdot 10^{-11}$ м ³ /(кг·с ²)
Стала Планка	h	$6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar = h/(2\pi)$	$1,0546 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Елементарний заряд	e	$1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл
Магнетон Бора	μ_B	$9,274 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл

Ядерний магнетон	μ_y	$5,051 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}$
Квант магнітного потоку	$\Phi_0 = h/(2e)$	$2,068 \cdot 10^{-15} \text{ Вб}$
Стала Рідберга	R_∞	$1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Борівський радіус	a_0	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Маса спокою електрона	m_e	$9,109 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
		$0,511 \text{ MeV}$
		$5,49 \cdot 10^{-4} \text{ а.о.м.}$
Маса спокою протона	m_p	$1,673 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
		$1,00728 \text{ а.о.м.}$
Маса спокою нейтрона	m_n	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
		$1,00866 \text{ а.о.м.}$
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1,661 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
		$931,494 \text{ MeV}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	λ_c	$2,426 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Стала Авогадро	N_A	$6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Стала Больцмана	k	$1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Універсальна газова стала	R	$8,315 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
Стала Стефана-Больцмана	σ	$5,670 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Стала в законі Віна	b_1	$2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
	b_2	$1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/(м}^3 \cdot \text{К}^5)$
Прискорення вільного падіння	g	$9,807 \text{ м/с}^2$

11. Густини газів при н.у. ($T=273,15 \text{ К}$, $p_0=1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$):

Речовина	$\rho(\text{кг/м}^3)$	Речовина	$\rho(\text{кг/м}^3)$
Азот	1,250	Кисень	1,429
Водень	0,089	Метан	0,717
Вуглекислий газ	1,977	Неон	0,900
Гелій	0,179	Повітря	1,293
		Пропан	2,2

12. Густини рідин при 20°C :

Речовина	$\rho(\text{кг/м}^3)$	Речовина	$\rho(\text{кг/м}^3)$
Ацетон	800	Ртуть	13500
Бензин	700	Гліцерин	1260
Бензол	880	Сірчана кисл.	1830
Спирт		Дизпаливо	1000
(ректифікат)	830	Гас	800
Спирт етиловий	790	Морська вода	1020

Ефір	720	Толуол	870
Вода ($t=4^{\circ}\text{C}$)	1000	Вода ($t=100^{\circ}\text{C}$)	958

13. Густини твердих тіл:

Речовина	$\rho(\text{кг}/\text{м}^3)$	Речовина	$\rho(\text{кг}/\text{м}^3)$
Алюміній	2690	Олово лите	7230
Вольфрам	19100	Сталь лита	7700–8000
Залізо (чисте)	7860	Свинець	11220–11440
Латунь	8300–8700	Срібло	10420–10570
Лід (0°C)	910	Титан	4500
Нікель	8400–9200	Цинк	6860–7240
Дуб	800	Дюралюміній	2790
Сосна	500	Мідь лита	8700
Кам'яне вуг.	1400	Магній	1740
Віконне скло	2500	Платина	21500
Пробка	150	Золото	19300

14. Діаметри атомів і молекул:

Речовина	$d(10^{-9}\text{ м})$	Речовина	$d(10^{-9}\text{ м})$
Азот	0,31	Гелій	0,19
Аргон	0,29	Кисень	0,29
Водень	0,23	Оксид вуглецю	0,32
Водяна пара	0,26	Вуглекислий	
Хлор	0,37	газ	0,32

15. Критичні параметри :

Речовина	$T_{\text{к}}(\text{K})$	$p_{\text{к}}(\text{МПа})$	Речовина	$T_{\text{к}}(\text{K})$	$p_{\text{к}}(\text{МПа})$
Азот	126	3,4	Вуглекис-		
Аргон	151	4,87	лий газ	304	7,4
Водень	33	1,28	Гелій	5,2	0,23
Водяна			Кисень	154,78	5,01
пара	647	21,8	Хлор	417	7,71
Аміак	405,4	11,3	Ацетон	508,6	4,72
Повітря	132,27	3,78	Метан	190,7	4,64
СО	132,9	3,5	Спирт		
Пропан	176,	4,26	етиловий	30	6,38

Склад повітря у відсотках до об'єму:

$N_2 - 78,03\%$; $O_2 - 20,99\%$; $A_r - 0,933\%$; $CO_2 - 0,03\%$;
 $H_2 - 0,01\%$; $He - 0,0018\%$ та ін.

16. Параметри газів за н.у.:

Газ	Температурний коефіцієнт тиску β (K^{-1})	Питома теплосмієність c_p Дж/(кг·К)	Показник адіабаты γ	Теплопровідність λ Вт/(м·К)	Вязкість η (Па·с)
Азот	$3,674 \cdot 10^{-3}$	1 000	1,40	$2,39 \cdot 10^{-2}$	$16,7 \cdot 10^{-6}$
Водень	$3,662 \cdot 10^{-3}$	14 300	1,40	$16,9 \cdot 10^{-2}$	$8,4 \cdot 10^{-6}$
Вуглекислий газ	$3,726 \cdot 10^{-3}$	848	1,30	$1,47 \cdot 10^{-2}$	$14,0 \cdot 10^{-6}$
Гелій	$3,660 \cdot 10^{-3}$	5 240	1,66	$14,3 \cdot 10^{-2}$	$18,9 \cdot 10^{-6}$
Кисень	$3,674 \cdot 10^{-3}$	913	1,40	$2,45 \cdot 10^{-2}$	$19,2 \cdot 10^{-6}$
Повітря	$3,674 \cdot 10^{-3}$	1 011	1,40	$2,411_2 \cdot 10^{-2}$	$17,5 \cdot 10^{-6}$

17. Параметри рідин при $t=20^\circ C$:

Рідина	Поверхневий натяг на межі рідина-повітря σ (Н/м)	В'язкість η (Па·с)	Коефіцієнт об'ємного розширення β (K^{-1})
Бензол	$3 \cdot 10^{-5}$	$673 \cdot 10^{-6}$	$124 \cdot 10^{-6}$
Вода	$7,26 \cdot 10^{-5}$	$1\,005 \cdot 10^{-6}$	$21 \cdot 10^{-6}$
Гліцерин	$6,6 \cdot 10^{-5}$	$148 \cdot 10^{-5}$	$50 \cdot 10^{-6}$
Олія	$3,64 \cdot 10^{-5}$	$970 \cdot 10^{-3}$	—
Ртуть	$50 \cdot 10^{-5}$	$159 \cdot 10^{-5}$	$18 \cdot 10^{-6}$
Спирт	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$12 \cdot 10^{-4}$	$110 \cdot 10^{-6}$

Рідина	Точка кипіння при $p_0=10^5$ Па t_k ($^\circ C$)	Питома теплосмієність c (Дж/(кг·К))	Питома теплота пароутворення q (Дж/кг)	Теплопровідність λ (Вт/(м·К))
Бензол	80,2	$1,72 \cdot 10^3$	$3,94 \cdot 10^5$	—
Вода	100	$4,18 \cdot 10^3$	$22,6 \cdot 10^5$	0,6
Гліцерин	290	$2,43 \cdot 10^3$	—	0,29
Олія	—	$1,8 \cdot 10^3$	—	—
Ртуть	356,7	138	$2,85 \cdot 10^5$	9,08
Спирт	78,3	2510	$8,57 \cdot 10^5$	0,17

18. Коефіцієнти теплового розширення:

Речовина	Коефіцієнт об'ємного розширення β (K^{-1})		Речовина	Коефіцієнт об'ємного розширення β (K^{-1})	
Азот	$3,672 \cdot 10^{-3}$		Вода при $t^{\circ}C$:		
Аміак	$3,770 \cdot 10^{-3}$		$5 \div 10$	$5,3 \cdot 10^{-5}$	
Аргон	$3,676 \cdot 10^{-3}$		$10 \div 20$	$15 \cdot 10^{-5}$	
Ацетилен	$3,726 \cdot 10^{-3}$		$20 \div 40$	$30,2 \cdot 10^{-5}$	
Водень	$3,664 \cdot 10^{-3}$		$40 \div 60$	$45,8 \cdot 10^{-5}$	
Повітря	$3,665 \cdot 10^{-3}$		$60 \div 80$	$58,7 \cdot 10^{-5}$	
Гелій	$3,66 \cdot 10^{-3}$		Ртуть	$19 \cdot 10^{-5}$	
CO_2	$3,726 \cdot 10^{-3}$		Ацетон	$143 \cdot 10^{-5}$	
Кисень	$3,672 \cdot 10^{-3}$		Бензин	$1 \cdot 10^{-3}$	
Метан	$3,678 \cdot 10^{-3}$		Бензол	$1,06 \cdot 10^{-3}$	
Неон	$3,661 \cdot 10^{-3}$		Гліцерин	$0,59 \cdot 10^{-3}$	
CO	$3,667 \cdot 10^{-3}$		Гас	$0,96 \cdot 10^{-3}$	
Етан	$3,750 \cdot 10^{-3}$		Спирт метил.	$1,19 \cdot 10^{-3}$	
Сірчана к-та	$0,55 \cdot 10^{-3}$		Толуол	$1,08 \cdot 10^{-3}$	
Ефір	$1,62 \cdot 10^{-3}$		Спирт етил	$1,10 \cdot 10^{-3}$	
Речовина	Темпера- турний коэф. лінійного розшир. α (K^{-1})	Питома теплоєм- ність при $18^{\circ}C$ c (Дж/(кг·K))	Теплопро- відність при $18^{\circ}C$ λ (Вт/(м·K))	Темпера- тура плавлення $t_{пл}$ ($^{\circ}C$)	Питома теплота плавлення r (Дж/кг)
Алюміній	$23,8 \cdot 10^{-6}$	920	200,6	660	$3,8 \cdot 10^5$
Ебоніт	$84 \cdot 10^{-6}$	—	0,17	—	—
Залізо	$12,1 \cdot 10^{-6}$	460	58,5	1 535	$277 \cdot 10^3$
Лід	$51 \cdot 10^{-6}$	2090	2,5	0	$3,337 \cdot 10^5$
Мідь	$16,7 \cdot 10^{-6}$	385	384	1 083	$205 \cdot 10^3$
Парафін	$100 \div 400$	3200	0,21	$35 \div 60$	$1,5 \cdot 10^5$
Латунь	$18,4 \cdot 10^{-6}$	385	111	920	—
Кремній	—	—	—	1420	$164 \cdot 10^3$
Свинець	$29,3 \cdot 10^{-6}$	130	35	327,4	$23 \cdot 10^3$
Скло	$0,6 \cdot 10^{-6}$	729	$0,7 \div 1,36$	—	—
Цинк	$29 \cdot 10^{-6}$	389	—	419,5	$111 \cdot 10^3$
Алмаз	$1,3 \cdot 10^{-6}$	—	—	—	—

Бронза	$17,5 \cdot 10^{-6}$	—	47÷58	—	—
Вольфрам	$4,5 \cdot 10^{-6}$	134	—	3380	$192 \cdot 10^3$
Золото	$14,2 \cdot 10^{-6}$	130	308	1063	$65,7 \cdot 10^3$
Нікель	$13 \cdot 10^{-6}$	448	—	1453	303
Ніхром	$18 \cdot 10^{-6}$	—	—	—	—
Олово	$26,7 \cdot 10^{-6}$	218	65	231,9	59,6
Платина	$9,0 \cdot 10^{-6}$	134	70	1769,3	111
Срібло	$19,5 \cdot 10^{-6}$	234	407	960,8	104,5
Фарфор	$3 \cdot 10^{-6}$	800	1,4	—	—

19. Пружні властивості твердих тіл:

Речовина	Модуль Юнга E (Па)	Модуль зсуву G Па	Коефіцієнт Пуассона μ	Межа міцності σ_m (Па)
Алюміній	$71 \cdot 10^{-9}$	$26 \cdot 10^{-9}$	0,34	$(98 \div 390) \cdot 10^6$
Дюралюміній	$73 \cdot 10^{-9}$	$27 \cdot 10^{-9}$	0,34	—
Скло кварц.	$75 \cdot 10^{-9}$	$32 \cdot 10^{-9}$	0,17	—
Латунь	$78 \cdot 10^{-9}$	$36 \cdot 10^{-9}$	0,35	$(98 \div 490) \cdot 10^6$
Залізо коване	$200 \cdot 10^{-9}$	$80 \cdot 10^{-9}$	0,28	$(390 \div 590) \cdot 10^6$
Мідь	$123 \cdot 10^{-9}$	$45,5 \cdot 10^{-9}$	0,35	$(156 \div 441) \cdot 10^6$
Свинець	$16,2 \cdot 10^{-9}$	$5,7 \cdot 10^{-9}$	0,446	$19,6 \cdot 10^6$
Сталь	$206 \cdot 10^{-9}$	$80 \cdot 10^{-9}$	0,28	$1570 \cdot 10^6$
Срібло	$79 \cdot 10^{-9}$	$28 \cdot 10^{-9}$	0,37	—
Текстоліт	$28 \cdot 10^{-9}$	—	—	—
Чавун	$108 \cdot 10^{-9}$	$44 \cdot 10^{-9}$	0,27	$(117 \div 127) \cdot 10^6$
Скло	$70 \cdot 10^{-9}$	—	0,25	—
Фарфор	$58 \cdot 10^{-9}$	—	0,23	—

20. Теплопровідність:

Речовина	λ $Вт/(м \cdot К)$	Речовина	λ $Вт/(м \cdot К)$
Накип	2,3÷3	Азбест	0,14÷0,18
Мармур	2,8	Полівінілхлорид	0,17
Лід	2,23	Шкіра	0,15

Фарфор	1,4	Дерево	0,1÷0,2
Кварцове скло	1,36	Вугілля	0,1÷0,17
Бетон	0,7÷1,2	Корок	0,05
Скло	0,7	Скловата	0,05
Цегла	0,7	Шамотна цегла	0,04
Вода	0,58	Пінопласт	0,04
Ебоніт	0,16	Повітря	0,034
Азот	0,16	Пір'я	0,02
Пісок сухий	0,325	Войлок	0,046

21. Швидкість звуку:

Речовина за н.у.	v (м/с)	Речовина	v (м/с)
Азот	333,63	Алюміній	5 080÷6 260
Водень	1 286,0	Ебоніт	1 570÷2 405
Вуглекислий газ	260,0	Граніт	3 950
Гелій	965,	Дерево	4 000
Кисень	314,84	Латунь	3 490÷4 430
Повітря сухе	331,46	Мідь	3 710÷4 700
<i>Рідини</i>		Нікель	4 785÷5 630
Бензол	1 295	Свинець	1 200÷2 160
Вода ($t=0^{\circ}\text{C}$)	1 407	Скло кварцове	5 370÷5 570
Вода ($t=20^{\circ}\text{C}$)	1 482	Срібло	2 640÷3600
Корок	500	Сталь	5 050÷6100
Гума	54	Цинк	3 810÷4 170

22 Діелектрична проникність:

Речовина	ϵ	Речовина	ϵ
Вакуум	1,0	Повітря	1,000504
Парафін	2,2	Воскований папір	3,7
Поліетилен	2,3	Силіконова олива	2,8
Гас	2	Бурштин	2,2÷2,9
Ебоніт	2,6÷4	Каучук	2,5÷3,0
Полістирол	2,5	Слюда	4÷10
Кварц	2,7		
Дерево	3,5÷5,0		

Фарфор	4,5÷6,5	Поліхлорвініл	5
Скло	5÷15	Шифер	6÷10
Ацетон	21,4	Спирт етил.	25,1
Вода	81	Спирт метил.	33,5
Вода		Кераміка	
дистильована	31	спеціальна	10 000

23. Магнітна проникність

Речовина	μ	Речовина	μ
<i>Феромагнетики</i>		<i>Парамагнетики</i>	
Алмазна сталь	до 15 000	Платина	1,000 26
Залізо листове	до 5 000	Алюміній	1,000 021
Чавун литий	до 600	Ебоніт	1,000 014
Нікель	до 300	Повітря	1,000 000 4
Сталь тверда	до 200		
Речовина	<i>Діамагнетики</i>		μ
Мідь			0,9999904
Скло			0,999987
Вісмут			0,999843

24. Динамічна в'язкість:

Речовина при $t=20^{\circ}\text{C}$	η (Па·с)	Речовина при $t=20^{\circ}\text{C}; p=10^5\text{Па}$	η (Па·с)
Ацетон	$322 \cdot 10^{-6}$	Азот	$17,5 \cdot 10^{-6}$
Бензол	$648 \cdot 10^{-6}$	Аміак	$9,95 \cdot 10^{-6}$
Вода	$1,002 \cdot 10^{-3}$	Водень	$8,8 \cdot 10^{-6}$
Гліцерин	1,48	Повітря	$18,2 \cdot 10^{-6}$
Ртуть	$1,554 \cdot 10^{-3}$	Гелій	$19,6 \cdot 10^{-6}$
Смола	$3 \cdot 10^{10}$	CO ₂	$14,7 \cdot 10^{-6}$
Масило	0,03÷5	Кисень	$20,2 \cdot 10^{-6}$
Спирт етил.	$1,2 \cdot 10^{-3}$	Метан	$10,8 \cdot 10^{-6}$

25. Коефіцієнт поверхневого натягу при $t=20^{\circ}\text{C}$:

Речовина	σ (Н/м)	Речовина	σ (Н/м)
Ацетон	0,0233	Ртуть	0,465
Бензол	0,0289	Толуол	0,0285
Вода	0,0727	Спирт етил.	0,0223
Гліцерин	0,0657	Ефір	0,0171
Гас	0,0289		

26. Питомий електричний опір при $t=20^{\circ}\text{C}$:

Провідники	ρ (Ом·м)	Діелектрики	ρ (Ом·м)
Алюміній	$0,27 \cdot 10^{-7}$	Бензол	10^{16}
Вольфрам	$0,55 \cdot 10^{-7}$	Папір	10^{15}
Графіт	$80 \cdot 10^{-7}$	Вода дистил.	10^4
Залізо	$1 \cdot 10^{-7}$	Вода морська	0,3
Золото	$0,22 \cdot 10^{-7}$	Дерево	$10^9 \div 10^{13}$
Ірідій	$0,474 \cdot 10^{-7}$	Земля волога	10^2
Лита сталь	$1,3 \cdot 10^{-7}$	Кварцове скло	10^{16}
Мідь	$0,172 \cdot 10^{-7}$	Гас	10^{12}
Магній	$0,44 \cdot 10^{-7}$	Мармур	10^8
Молибден	$0,54 \cdot 10^{-7}$	Парафін	10^{16}
Нікель	$0,87 \cdot 10^{-7}$	Полістирол	10^{16}
Ніхром	$11,2 \cdot 10^{-7}$	Поліетилен	10^{13}
Олово	$1,2 \cdot 10^{-7}$	Слюда	10^{14}
Платина	$1,07 \cdot 10^{-7}$	Скло	10^{11}
Ртуть	$9,6 \cdot 10^{-7}$	Фарфор	10^{14}
Свинець	$2,08 \cdot 10^{-7}$	Оливи техн.	$10^{10} \div 10^{13}$
Срібло	$0,16 \cdot 10^{-7}$	Шифер	10^5
Сірий чавун	$10 \cdot 10^{-7}$	Бурштин	10^{18}

27. Температурний коефіцієнт опору при $t=20^{\circ}\text{C}$:

Метал	α (K^{-1})	Метал	α (K^{-1})
-------	------------------------------	-------	------------------------------

Алюміній	$4,3 \cdot 10^{-3}$	Ртуть	$0,92 \cdot 10^{-3}$
Алюм. провід	$3,7 \cdot 10^{-3}$	Вольфрам	$4,1 \cdot 10^{-3}$
Золото	$3,9 \cdot 10^{-3}$	Нікель	$6,5 \cdot 10^{-3}$
Срібло	$3,8 \cdot 10^{-3}$	Ніхром	$0,25 \cdot 10^{-3}$
Платина	$3,9 \cdot 10^{-3}$	Мідь	$3,8 \cdot 10^{-3}$
Вугілля	$-0,8 \cdot 10^{-3}$	Свинець	$4,2 \cdot 10^{-3}$
Графіт	—	Сталь	$6 \cdot 10^{-3}$
Залізо	$6,2 \cdot 10^{-3}$		

28. Робота виходу електрона з металу:

Метал	A (eB)	Метал	A (eB)
Вольфрам	4,5	Нікель	5
Золото	4,68	Платина	5,29
Залізо	4,47	Ртуть	4,52
Калій	2	Рубідій	2,13
Літій	2,4	Срібло	4,47
Магній	3,46	Тантал	4,07
Мідь	4,47	Цезій	1,97
Молібден	4,2	Цинк	4

29. Показник заломлення видимого світла за н.у.:

Речовина	n	Речовина	n
Алмаз	2,4173	Канадський бальзам	1,542
Аміак	1,325	Кварцове скло	1,4584
Анілін	1,586	Кедрова олія	1,505
Бензол	1,5014	Полістирол	1,588
Вода	1,33299	Повітря	1,000 29
Гліцерин	1,4695	Сірководень	1,63
Ісландський шпат:		Скипидар	1,47
(незвичайний промінь)	1,48643	Лід	1,31
(звичайний промінь)	1,65836	Спирт етиловий	1,3617
Кварц	1,54	Плексиглас	1,491
Кам'яна сіль	1,5443	Флінтглас F3	1,61279
Скло	1,5	—*—*— SF4	1,75496

30. Атомна маса нуклідів:

Хімічний елемент	m_a (а.о.м.)	Хімічний елемент	m_a (а.о.м.)
Гідроген (^1H)	1,007 825	Силіцій (^{31}Si)	30,975 350
Тритій (^3H)	3,016 028	Фосфор (^{31}P)	30,973 762
Дейтерій (^2H)	2,014 108	Кальцій (^{40}Ca)	39,975 42
Гелій (^3He)	3,016 045	Кальцій (^{44}Ca)	43,955 49
Гелій (^4He)	4,002 596	Титан (^{50}Ti)	49,944 736
Літій (^6Li)	6,015 110	Титан (^{51}Ti)	50,494 858
Літій (^7Li)	7,016 046	Ванадій (^{52}V)	51,944 800
Берилій (^7Be)	7,016 925	Манган (^{55}Mn)	54,930 249
Берилій (^8Be)	8,007 85	Кобальт (^{56}Co)	55,957 69
Берилій (^9Be)	9,015 05	Кобальт (^{58}Co)	57,935 776
Бор (^{10}B)	10,016 12	Кипрум (^{63}Cu)	62,949 62
Бор (^{11}B)	11,009 304	Стронцій (^{90}Sr)	89,907 711
Карбон (^{12}C)	12,003 80	Кадмій (^{113}Cd)	112,942 06
Карбон (^{14}C)	14,003 217	Меркурій (^{200}Hg)	200,028 00
Нітроген (^{13}N)	13,009 87	Полоній (^{210}Po)	209,982 76
Нітроген (^{14}N)	14,007 52	Радон (^{222}Rn)	0
Оксиген (^{17}O)	17,004 53	Радій (^{226}Ra)	222,017 42
Магній (^{23}Mg)	23,001 45	Торій (^{232}Th)	2
Магній (^{24}Mg)	23,992 67	Уран (^{235}U)	226,025 27
Алюміній (^{27}Al)	26,990 10	Уран (^{238}U)	9
Силіцій (^{30}Si)	29,983 25	Уран (^{239}U)	232,038 11
		Плутоній (^{239}Pu)	2
			235,117 50
			238,050 63
			7
			239,054 14
			9
			239,052 03
			7

31. Період піврозпаду деяких радіоактивних нуклідів:

Хім. елемент	T	Хім. елемент	T
Карбон (^{14}C)	5 730 років	Кальцій (^{45}Ca)	164 доби
Кобальт (^{58}Co)	71 доба	Стронцій (^{90}Sr)	28 років
Полоній (^{210}Po)	140 діб	Радон (^{222}Rn)	2,82 доби
Радій (^{226}Ra)	1 590 років	Торій (^{232}Th)	$1,14 \cdot 10^{10}$ р.
Уран (^{235}U)	$7,1 \cdot 10^8$ років	Уран (^{238}U)	$4,5 \cdot 10^9$ р.
Уран (^{239}U)	23,54 хвилини	Плутоній (^{239}Pu)	24 390 р.