

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ**

**Івано-Франківський національний технічний університет
нафти і газу**

Гевик В. Б.

КУРС ФІЗИКИ
КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

**Івано-Франківськ
2012**

УДК 53
ББК 22.3
Г-27

Рецензент:

Пустогов В. І. - к.т.н., доцент кафедри загальної та прикладної фізики
Івано-Франківського національного технічного
університету нафти і газу

Гевик В. Б.

Г-27 Курс фізики: конспект лекцій. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2012. – 306 с.

МВ 02070855- -2012

У конспекті лекцій викладено основні закони механіки, молекулярної фізики і термодинаміки, електрики і магнетизму, основи оптики, атомної і ядерної фізики. При цьому максимально скорочений математичний апарат. Особливу увагу приділено фізичному змісту понять, явищ і законів. Це дозволяє, при обмеженому обсязі часу на вивчення дисципліни, якісно оволодіти основними поняттями, явищами і законами фізики при незмінній робочій програмі з фізики.

Конспект лекцій призначений для самостійного опрацювання лекційного матеріалу студентами усіх форм навчання напряму підготовки 6.080101 “Геодезія, картографія та землеустрій”.

УДК 53
ББК 22.3

МВ 02070855- -2012

© Гевик В. Б.
© ІФНТУНГ, 2012

Фізика – це наука, яка вивчає прості і разом з тим найбільш загальні закономірності явищ природи, властивості і будову матерії та закони їх руху.

Фізика – база для створення нових галузей техніки – фундаментальна основа підготовки інженера.

Майже усі закони фізики сформульовані на основі узагальнення експериментальних даних (закон всесвітнього тяжіння, закон Кулона тощо).

Методи фізичних досліджень: експериментальні дослідження, гіпотеза, фізична теорія.

Гіпотеза – це наукове передбачення що висловлюється для пояснення деякого фізичного явища і потребує доказу або перевірки, для того щоб стати науковою теорією або фізичним законом.

Фізична теорія ще система основних ідей що узагальнюють дослідні дані і відтворюють оснiвні закономірності природи.

Для встановлення кількісних співвідношень між фізичними величинами їх потрібно вимірювати, тобто порівнювати з відповідними еталонами. Для цього вводиться система одиниць, яка постулює *основні одиниці* фізичних величин і на їх базі визначає решту фізичних величин, які називаються *похідними одиницями*.

Міжнародна Система одиниць (CI) (Sistem International).

Основні одиниці:

Метр (м) – шлях, який проходить світло за $1/299792458$ с.

Кілограм (кг) – маса, рівна масі міжнародного прототипу кілограма (платино-іридієвого циліндра, який зберігається в Міжнародному бюро мір і ваги в Севре, поблизу Парижу).

Секунда (с) – час, рівний 9192631770 періодам випромінювання відповідного переходу між двома надтонкими рівнями основного стану атома цезію – 133.

Ампер (А) – сила постійного струму, при проходженні якого по двох нескінченно довгих паралельних провідниках, розміщених у вакуумі на відстані 1 м, між ними на кожен метр довжини діє сила рівна $2 \cdot 10^{-7}$ Ньютона.

Кельвін (К) – $1/273,16$ частина термодинамічної температури потрійної точки води.

Моль (моль) – кількість речовини що містить стільки ж часток скільки атомів міститься в 12 г ізотопу вуглецю ^{12}C .

Кандела (кд) – сила світла джерела, яке випромінює монохроматичне випромінювання частотою $540 \cdot 10^{12}$ герц, енергетична сила світла якого в цьому напрямку складає $1/683$ Вт/ср.

Додаткові одиниці системи СІ:

Радіан (рад) – кут між двома радіусами кола, довжина дуги між якими рівна радіусу.

Стерадіан (ср) – тілесний кут із вершиною в центрі сфери, що вирізає на поверхні сфери площу, рівну площі квадрату із стороною рівною радіусу сфери.

Похідні одиниці встановлюються на основі фізичних законів, які пов'язують їх з основними одиницями. Наприклад, похідна одиниця швидкості (1 м/с) отримується із формули рівномірного прямолінійного руху $v=S/t$.

1 МЕХАНІКА

1.1 Кінематика

1.1.1. Механіка і її структура. Моделі в механіці

Механіка – це вчення про найпростіші види руху матерії, які полягають у переміщенні одних тіл відносно інших.

Механічний рух – зміна взаємного розташування тіл або їх частин у просторі із часом.

Зазвичай під механікою розуміють **класичну механіку**, яка розглядає макроскопічні тіла, які рухаються із невеликими швидкостями (порівнянно із швидкістю світла). Якщо тіла рухаються із швидкостями, близькими до швидкості світла, використовують закони **релятивістської механіки**. Закони руху атомів і елементарних часток вивчає **квантова механіка**.

Механіка поділяється на три розділи:

- **кінематика** – вивчає рух тіл без врахування сил, які діють на тіла;
- **динаміка** – вивчає рух тіл з врахуваннями сил, які діють на тіла;
- **статика** – вивчає умови рівноваги тіл під дією сил, які прикладені до тіла.

Залежно від умов конкретних задач в механіці використовують спрощені **фізичні моделі**, основні з яких:

- **матеріальна точка** – це тіло, розмірами якого можна знехтувати в умовах даної задачі.
- **абсолютно тверде тіло** – це тіло, деформаціями якого можна знехтувати в умовах даної задачі.

1.1.2. Система відліку. Траєкторія, шлях, переміщення.

Для вивчення механічного руху потрібна система відліку – тіло відліку, відносно якого розглядається переміщення даного тіла, і пов'язані з тілом відліку система координат і годинник. Найбільш вживана – **декартова система координат**.

Матеріальна точка, рухаючись, описує деяку лінію в просторі. Ця лінія називається **траєкторією**. Залежно від форми траєкторії рух може бути прямолінійним або криволінійним.

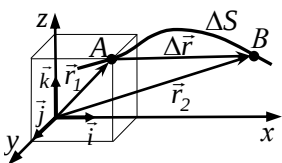


Рисунок 1.1

Розглянемо рух матеріальної точки вздовж довільної криволінійної траєкторії (рис. 1.1). Положення рухомої точки будемо задавати радіус-вектором $\vec{r}$, який проведений з точки О (початок координат).

нат). В декартовій системі координат вектор $\vec{r}$, можна записати:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори (орти) вздовж осей OX, OY, OZ .

Рух матеріальної точки повністю визначено, якщо відома зміна декартових координат із часом:

$$x=x(t), \quad y=y(t), \quad z=z(t).$$

Ці рівняння – **кінематичні рівняння руху точки**. Або у векторному вигляді: $\vec{r}=\vec{r}(t)$.

Нехай матеріальна точка в момент часу t знаходиться в положенні A з радіус-вектором $\vec{r}_1$. За час Δt точка переміститься в положення B з радіус-вектором $\vec{r}_2$.

Довжина ділянки траєкторії AB , яка пройдена точкою з моменту початку відліку часу, називається **довжиною шляху** ΔS . Довжина шляху, пройденого матеріальною точкою, є скалярною функцією часу $\Delta S=\Delta S(t)$.

Вектор $\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$, проведений з початкового положення рухомої точки в положення її в даний момент часу, називається **вектором переміщення**.

1.1.3. Швидкість

Швидкість – фізична векторна величина, що характеризує зміну положення тіла з часом.

Вектором середньої швидкості $\langle \vec{v} \rangle$ руху точки в інтервалі часу від t до $t+\Delta t$ називається відношення приросту $\Delta\vec{r}$ радіус-вектора точки за цей інтервал часу до його величини Δt :

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Одиниця швидкості – м/с. Вектор $\langle \vec{v} \rangle$ напрямлений так само як $\Delta\vec{r}$, тобто вздовж хорди AB (рис. 1.1).

Якщо перейти до границі $v_{сер}$ при $\Delta t \rightarrow 0$, то отримаємо вираз для **миттєвої швидкості** $\vec{v}$ рухомої матеріальної точки:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Миттєва швидкість $\vec{v}$ дорівнює першій похідній від радіуса вектора рухомої точки за часом.

Вектор миттєвої швидкості $\vec{v}$ напрямлений вздовж дотичної до траєкторії в сторону руху.

Візьмемо першу похідну за часом радіус-вектора $\vec{r}$, враховуючи, що $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – сталі вектори. Отримаємо вирази:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k},$$

або $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$, де v_x, v_y, v_z - проекції швидкості.

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

Таким чином, **проекції швидкості** дорівнюють похідним відповідних координат за часом. Модуль швидкості можна обчислити через проекції швидкості:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Числове значення миттєвої швидкості дорівнює першій похідній за часом від $S(t)$:

$$v = |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}.$$

Якщо вираз $dS = v dt$ проінтегрувати за часом в межах від t до $t + \Delta t$, то отримаємо довжину шляху, який пройдений точкою за час Δt :

$$S = \int_t^{t+\Delta t} v(t) dt.$$

1.1.4. Прискорення

Прискорення – фізична векторна величина яка характери-

зує зміну швидкості за одиницю часу.

Нехай точка в положенні A в момент часу t має швидкість $\vec{v}$. За час Δt рухома точка перейде в положення B і набуде швидкості $\vec{v}_1$ (рис. 1.2), яка відмінна від $\vec{v}$ як за модулем, так і за напрямком і $\vec{v}_1 = \vec{v} + \Delta\vec{v}$. Перенесемо вектор $\vec{v}$ в точку B і знайдемо $\Delta\vec{v}$.

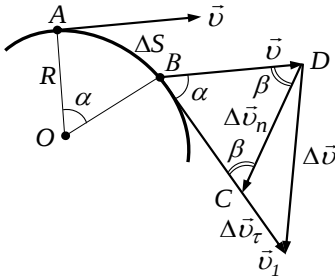


Рисунок 1.2

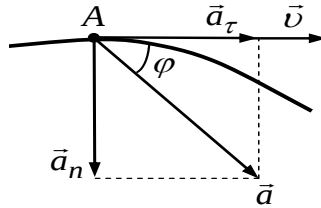


Рисунок 1.3

Середнім прискоренням нерівномірного руху в інтервалі часу від t до $t + \Delta t$ називається вектор $\langle \vec{a} \rangle$, який дорівнює відношенню приросту $\Delta\vec{v}$ вектора швидкості точки до проміжку часу Δt :

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

Одиниця прискорення – м/с^2 .

Вектор $\langle \vec{a} \rangle$ збігається за напрямком з вектором зміни швидкості $\Delta\vec{v}$.

Миттєвим прискоренням точки в момент часу t називають векторну величину $\vec{a}$, яка дорівнює границі середнього прискорення, якщо $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{a} \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{r}''.$$

Прискорення точки дорівнює першій похідній від її швидкості $\vec{v}$ за часом.

Вектор прискорення можна зобразити у вигляді суми двох взаємно перпендикулярних векторів: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$.

Величина $\vec{a}_\tau$ називається **тангенціальним прискоренням**, яке характеризує зміну швидкості лише за величиною і напрямлене вздовж дотичної до траєкторії. Числове значення вектора $\vec{a}_\tau$ дорівнює:

$$a_\tau = |\vec{a}_\tau| = \left| \frac{dv}{dt} \right|.$$

Величина $\vec{a}_n$ називається **вектором нормального прискорення** і характеризує зміну швидкості лише за напрямком. Це прискорення завжди перпендикулярне до напрямку швидкості і напрямлене до центру кривизни траєкторії. Для його обчислення припустимо, що точка B досить близька до точки A , тому ΔS можна вважати дугою кола радіусом R , при цьому за величиною ця дуга мало відрізняється від хорди AB . З подібності трикутників OAB і BDC (рис. 1.2):

$$\frac{\Delta v_n}{v} = \frac{AB}{R} \quad \text{і} \quad \Delta v_n = \frac{v}{R} AB.$$

Таким чином,
$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{AB}{\Delta t} \frac{v}{R} = \frac{v^2}{R}.$$

Повне прискорення $\vec{a}$ матеріальної точки дорівнює векторній сумі її тангенціального і нормального прискорень (рис. 1.3):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Модуль прискорення матеріальної точки

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt} \right)^2 + \left(\frac{v^2}{R} \right)^2}.$$

З рис. 1.3 видно, що кут φ між векторами швидкості і повного прискорення рівний:

$$\varphi = \arctg \frac{a_n}{a_\tau}.$$

Знання залежності $\vec{a}(t)$ дозволяє розрахувати траєкторію

руху матеріальної точки. Оскільки $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ і $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$ то:

$$\vec{v}(t) = \int_0^t \vec{a}(t) dt, \quad \vec{r}(t) = \int_0^t \vec{v}(t) dt.$$

Обидва рівняння є векторними і кожне розкладається на три рівняння, для відповідних координат.

Класифікація рухів:

- 1) $a_n=0$, a_τ = довільне значення – рух прямолінійний.
 $a_\tau=0$ – рівномірний прямолінійний рух;
 $a_\tau=const$ – рівно змінний прямолінійний рух;
 a_τ =довільне значення – прискорений рух.
- 2) $a_n \neq 0$, $a_\tau=0$ – криволінійний рух з постійною за величиною швидкістю.
 $a_n=const$, $a_\tau=0$ – рівномірний рух по колу.

1.1.5. Кінематика обертального руху

Обертальний рух – це рух, при якому всі точки тіла рухаються по колах різних радіусів, центри яких лежать на осі обертання. Нехай точка рухається по колу радіуса R (рис. 1.4). Нескінченно малі повороти (позначаються $\Delta\vec{\varphi}$ або $d\vec{\varphi}$) можна розглядати як псевдовектори, модуль яких дорівнює куту повороту, а напрямком збігається з напрямком поступального руху вістря **правого свердлика**.

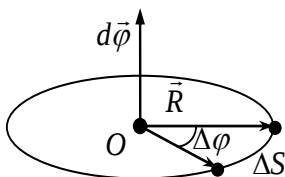


Рисунок 1.4

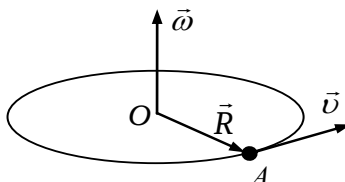


Рисунок 1.5

Кутовою швидкістю називається псевдо векторна величина, рівна першій похідній від кута повороту тіла за часом:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Вектор $\vec{\omega}$ спрямований уздовж осі обертання за правилом правого свердлика (рис. 1.5).

Лінійна швидкість точки, як слідує із рис.1.5:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \Delta \varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R \omega.$$

Тобто: $v = R\omega$. У векторному вигляді формулу для лінійної швидкості можна записати як векторний добуток:

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \vec{R}].$$

Якщо $\omega = \text{const}$, то обертання рівномірне і його можна характеризувати **періодом обертання** T – часом, за який точка робить один повний оберт, тобто повертається на кут 2π . Оскільки проміжку часу $\Delta t = T$ відповідає $\Delta \varphi = 2\pi$, то $\omega = 2\pi/T$, звідки $T = 2\pi/\omega$.

Частота обертання - число повних обертів, які робить тіло при рівномірному русі по колу за одиницю часу $\nu = 1/T = \omega/2\pi$, звідки $\omega = 2\pi\nu$.

Кутовим прискоренням називається фізична векторна величина, яка рівна першій похідній від вектора кутової швидкості за часом:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Одиниці кутової швидкості і кутового прискорення – рад/с, рад/с².

При обертанні тіла навколо нерухомої осі вектор $\vec{\varepsilon}$ спрямований уздовж осі обертання. При прискореному русі $\vec{\varepsilon} \uparrow \uparrow \vec{\omega}$, при сповільненому $\vec{\varepsilon} \downarrow \downarrow \vec{\omega}$.

Тангенціальна і нормальна складові прискорення рівні:

$$a_\tau = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon, \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$$

Зв'язок між лінійними і кутовими величинами:

$$v = \omega R, \quad a_{\tau} = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R.$$

У випадку рівнозмінного руху точки по колу ($\varepsilon = \text{const}$)

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad \varphi = \omega_0 t \pm \varepsilon t^2 / 2.$$

1.2. Динаміка матеріальної точки

1.2.1. Перший закон Ньютона. Сила. Маса. Імпульс.

Перший закон Ньютона: *усяка матеріальна точка (тіло) зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху доти, поки вплив з боку інших тіл не змусить її змінити цей стан.* Здатність тіла зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху називається **інертністю**. Тому перший закон Ньютона називають також **законом інерції**.

Механічний рух відносний, і його характер залежить від системи відліку. Перший закон Ньютона справедливий тільки для **інерціальних систем відліку**. Інерціальною системою відліку є така система відліку, відносно якої матеріальна точка, вільна від зовнішніх впливів, або знаходиться в стані спокою, або рухається рівномірно прямолінійно. *Перший закон Ньютона стверджує існування інерціальних систем відліку.*

Прикладом **інерціальної системи відліку** є геліоцентрична система відліку (початок координат знаходиться в центрі Сонця, а осі спрямовані в напрямку певних зірок).

Сила - це фізична векторна величина $\vec{F}$, що є мірою взаємодії тіл, у результаті якого тіло набуває прискорення або змінює свою форму й розміри. У кожний момент часу сила характеризується числовим значенням, напрямком у просторі й точкою прикладання. **Одиниця сили** – Ньютон (Н).

Маса тіла - фізична величина m , що є однією із основних характеристик матерії, що визначає її інерційні і гравітаційні властивості. **Одиниця маси** – кілограм (кг).

Імпульс - це фізична векторна величина $\vec{p}$, рівна добутку маси m матеріальної точки на її швидкість. $\vec{p} = m\vec{v}$.

Одиниця імпульсу – кг·м/с.

1.2.2. Другий і третій закони Ньютона

Другий закон Ньютона: сила, що діє на тіло, дорівнює відношенню зміни імпульсу тіла до проміжку часу, за який відбулася зміна.

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}.$$

Це дає змогу дати другому закону Ньютона більш загальне формулювання: **перша похідна за часом від імпульсу тіла дорівнює прикладеній силі.**

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Якщо маса тіла m стала, то сила, що діє на тіло, дорівнює добутку маси тіла на прискорення, якого надає ця сила.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}, \quad \text{отже, } \vec{F} = m\vec{a}.$$

де $\vec{F}$ - векторна сума всіх сил, що діють на тіло; m - маса тіла; $\vec{a}$ - прискорення. Дане рівняння виражає **другий закон Ньютона** – основний закон динаміки поступального руху.

$$\vec{F}dt = d\vec{p}$$

де $\vec{F}dt$ - елементарний імпульс сили, що відповідає досить малому проміжку часу dt ; $d\vec{p}$ - елементарна зміна імпульсу тіла; $m\vec{v}$ - імпульс.

Імпульс сили, що діє на тіло протягом малого проміжку часу, дорівнює зміні імпульсу тіла за цей самий проміжок часу.

Третій закон Ньютона: *усяка дія матеріальних точок одна на одну носить характер взаємодії; сили, з якими тіла діють одне на одне, завжди рівні по модулю, і протилежні за напрямками і діють уздовж прямої, яка з'єднує ці точки:*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Ці сили прикладені до різних матеріальних точок або тіл, завжди діють парами і є силами однієї природи.

Третій закон Ньютона дозволяє здійснити перехід від динаміки окремої матеріальної точки до динаміки системи матеріальних точок, де взаємодія зводиться до сил парної взаємодії між матеріальними точками.

1.2.3. Сили тертя

Розрізняють зовнішнє (сухе) і внутрішнє (рідке) тертя. **Зовнішнім тертям** називається тертя, що виникає в площині дотику двох дотичних тіл при їх відносному переміщенні. Якщо дотичні тіла нерухомі одне відносно іншого, говорять про тертя **спокою**, якщо ж відбувається відносне переміщення цих тіл, то залежно від характеру їх відносного руху говорять про **тертя ковзання, кочення**.

Внутрішнім тертям називається тертя між частинами того самого тіла, наприклад між різними шарами рідини або газу, швидкості яких змінюються від шару до шару.

Зовнішнє тертя зумовлене шорсткістю дотичних поверхонь; у випадку ж дуже гладких поверхонь тертя обумовлене силами міжмолекулярного притягання.

Тіло (рис.1.6) почне рухатися по площині лише тоді, коли прикладена сила F буде більша ніж сила тертя F_{mp} .

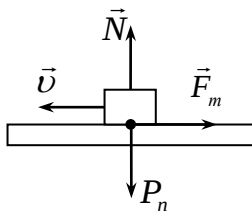


Рисунок 1.6

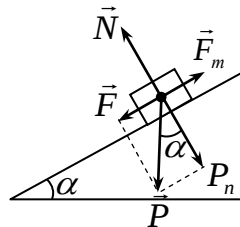


Рисунок 1.7

Закон Кулона: сила тертя ковзання F_{mp} пропорційна силі P_n нормального тиску, з якою одне тіло діє на інше (силі реакції опори N):

$$F_{mp} = f N,$$

де f - коефіцієнт тертя ковзання, що залежить матеріалу та якості дотичних поверхонь.

Якщо тіло перебуває на похилій площині з кутом нахилу α (Рис. 1.7), то воно починає рухатися, тільки коли тангенціальна складова F сили ваги P більше сили тертя F_{mp} . У граничному випадку (початок ковзання тіла) $F = F_{mp}$, або $P \sin \alpha = fN = fP \cos \alpha$, звідки

$$f = \operatorname{tg} \alpha.$$

Коефіцієнт тертя дорівнює тангенсу кута α , при якому починається ковзання тіла по похилій площині.

Для зменшення сил тертя на поверхні котрі труться наносять змащення (сила тертя зменшується $\sim$ в 10 разів).

Радикальним способом зменшення сили тертя є заміна тертя ковзання тертям кочення. Сила тертя кочення визначається за законом, встановленим Кулоном:

$$F_{mp} = f_k N / r,$$

де r - радіус тіла, що котиться; f_k - коефіцієнт тертя кочення, що має розмірність метр. Отже, сила тертя кочення обернено пропорційна радіусу тіла, що котиться.

1.2.4. Закон збереження імпульсу. Центр мас системи

Сукупність матеріальних точок (тіл), які розглядаються як єдине ціле, називається **механічною системою**. Сили взаємодії між матеріальними точками механічної системи називаються - **внутрішніми**. Сили, з якими на матеріальні точки системи діють зовнішні тіла, називаються **зовнішніми**. Механічна система тіл, на яку не діють зовнішні сили, називається **замкненою** (або **ізолюваною**). Відповідно до третього закону Ньютона, сили, що діють між тілами системи, будуть рівні за модулем і протилежно напрямлені, тобто геометрична сума внутрішніх сил дорівнює нулю.

Розглянемо механічну систему, що складається із n тіл, маса і швидкість яких рівні $m_1, m_2, \dots, m_n$, і $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$. Нехай $\vec{F}'_1$

, $\vec{F}_2', \dots, \vec{F}_n'$ - рівнодіючі внутрішніх сил, що діють на кожне із цих тіл, а $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ - рівнодіючі зовнішніх сил. Запишемо другий закон Ньютона для кожного з n тіл системи:

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1) = \vec{F}_1' + \vec{F}_1$$

$$\frac{d}{dt}(m_2 \vec{v}_2) = \vec{F}_2' + \vec{F}_2$$

.....

$$\frac{d}{dt}(m_n \vec{v}_n) = \vec{F}_n' + \vec{F}_n$$

Сумуючи почленно ці рівняння, отримаємо:

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n) = \vec{F}_1' + \vec{F}_2' + \dots + \vec{F}_n' + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

Оскільки геометрична сума внутрішніх сил механічної системи згідно з третім законом Ньютона дорівнює нулю, то

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n,$$

або
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n,$$

де $\vec{p}$ – імпульс системи. Таким чином, похідна за часом від імпульсу механічної системи дорівнює геометричній сумі зовнішніх сил, що діють на систему.

У випадку відсутності зовнішніх сил (замкнута система)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} m_i \vec{v}_i = 0,$$

тобто
$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}.$$

Останній вираз – **закон збереження імпульсу**: імпульс замкненої системи зберігається.

Закон збереження імпульсу – фундаментальний закон природи. Він є наслідком однорідності простору.

Центром мас (або центром інерції) системи матеріальних точок називається уявна точка, положення якої характеризує розподіл маси цієї системи. Її радіус-вектор рівний

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m},$$

де m_i і $\vec{r}_i$ – відповідно маса й радіус-вектор i -ої матеріальної точки; n - число матеріальних точок у системі; $m = \sum_{i=1}^n m_i$ – маса системи. Швидкість центру мас

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{m}.$$

Враховуючи, що $\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$, а $\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$ - імпульс системи,

можна записати

$$\vec{p} = m \vec{v}_c.$$

Тобто **імпульс системи** дорівнює добутку маси системи на швидкість її центру мас.

Підставивши останній вираз у другий закон Ньютона, отримаємо:

$$m \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

Теорема про рух центру мас: центр мас системи рухається як матеріальна точка, у якій зосереджена маса всієї системи й на яку діє сила, рівна геометричній сумі всіх зовнішніх сил, прикладених до системи.

1.3. Робота та енергія

1.3.1. Енергія, робота, потужність

Енергія – універсальна міра різних форм руху й взаємодії. З різними формами руху матерії пов'язують різні форми енергії: механічну, теплову, електромагнітну, ядерну тощо.

Щоб кількісно характеризувати процес обміну енергією між взаємодіючими тілами, вводиться поняття **роботи сили**.

Якщо тіло рухається *прямолінійно* і на нього діє постійна сила $\vec{F}$, яка складає кут α із напрямком переміщення, то робота цієї сили рівна:

$$A = FS \cos \alpha.$$

Якщо сила змінюється і за величиною і за напрямком, тоді дану формулу використовувати не можна. Якщо розглянути елементарне переміщення $d\vec{r}$, то силу $\vec{F}$ можна вважати постійною, а рух точки її прикладання – прямолінійним. Елементарною роботою сили $\vec{F}$ на переміщенні $d\vec{r}$ називається скалярна величина

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = F \cos \alpha dS = F_s dS,$$

де α - кут між $\vec{F}$ і $d\vec{r}$; F_s - проекція $\vec{F}$ на $d\vec{r}$ (рис. 1.8).

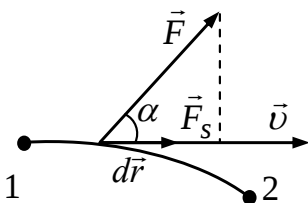


Рисунок 1.8

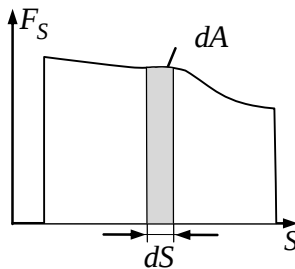


Рисунок 1.9

Робота сили на ділянці траєкторії від точки 1 до 2 дорівнює алгебраїчній сумі елементарних робіт на окремих нескінченно малих ділянках шляху, або інтегралу від функції сили, взятому по переміщенню:

$$A = \int_1^2 F dS \cos \alpha = \int_1^2 F_s dS .$$

Якщо ця залежність представлена графічно (рис. 1.9), тоді робота A визначається площею заштрихованої фігури під графіком сили.

Якщо $\alpha < \pi/2$ то робота сили додатна, Якщо $\alpha > \pi/2$ – від’ємна. При $\alpha = \pi/2$ робота сили дорівнює нулю.

Одиниця роботи - джоуль (Дж): 1 Дж - робота яку виконує сила 1 Н на шляху 1 м (1 Дж=1 Н·м).

Інтенсивність виконання роботи характеризує **потужність**:

$$N = \frac{dA}{dt} .$$

За час dt сила F виконує роботу Fdr , тому потужність цієї сили в даний момент часу (коли сила постійна)

$$N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v} .$$

Потужність рівна скалярному добутку вектора сили на вектор швидкості руху точки прикладання сили.

Одиниця потужності - ват (Вт): 1 Вт - потужність, при якій за час 1 з виконується робота 1 Дж (1 Вт=1 Дж/с).

1.3.2. Кінетична й потенціальна енергії

Кінетична енергія механічної системи - це енергія механічного руху цієї системи.

Сила, яка діє на нерухоме тіло і викликає його рух, здійснює роботу, а енергія рухомого тіла зростає на величину затраченої роботи. Тобто, робота dA яку виконує сила F іде на збільшення кінетичної енергії dT тіла:

$$dA = dT.$$

Використовуючи другий закон Ньютона $F = m(dv/dt)$, і помноживши на переміщення dr , отримаємо

$$Fdr = m \frac{dv}{dt} dr = dA$$

Оскільки $v=dr/dt$, то $dA=mv dv=dT$, то кінетична енергія:

$$T = \int_0^v m v dv = \frac{mv^2}{2}.$$

Робота дорівнює зміні кінетичної енергії $A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$

Кінетична енергія залежить тільки від маси й швидкості тіла, тобто кінетична енергія системи є функцією руху.

Потенціальна енергія - механічна енергія системи тіл, яка визначається їхнім взаємним розташуванням і характером сил взаємодії між ними.

Сили називають **консервативними** якщо робота не залежить від того, по якій траєкторії це переміщення відбулося, а залежить тільки від початкового й кінцевого положень тіла. Поля, в яких діють консервативні сили, називаються **потенціальними**. Якщо ж робота сили залежить від траєкторії переміщення тіла з однієї точки в іншу, то така сила називається **дисипативною** (наприклад сила тертя).

Тіло що перебуває у потенціальному полі володіє потенціальною енергією Π . Робота консервативних сил при елементарному переміщенні тіла дорівнює збільшенню потенціальної енергії, взятої зі знаком мінус тому, що робота відбувається за рахунок зменшення потенціальної енергії:

$$dA = -d\Pi.$$

Робота dA визначається як скалярний добуток сили $\vec{F}$ на переміщення $d\vec{r}$ і останній можна записати у вигляді:

$$\vec{F}d\vec{r} = -d\Pi.$$

Потенційна енергія може бути визначена через інтеграл

$$\Pi = -\int \vec{F}d\vec{r} + C,$$

де C - постійна інтегрування. Потенційна енергія визначається з точністю до константи. Тому потенційну енергію тіла в певному положенні вважають рівною нулю (вибирають нульовий рівень відліку), а енергію тіла в інших положеннях відраховують відносно нульового рівня. Для консервативних сил

$$F_x = -\frac{\partial \Pi}{\partial x}, F_y = -\frac{\partial \Pi}{\partial y}, F_z = -\frac{\partial \Pi}{\partial z},$$

$$\text{або } \vec{F} = -\text{grad}\Pi, \text{ де } \text{grad}\Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \Pi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \Pi}{\partial z} \vec{k}.$$

Явний вигляд функції потенціальної енергії залежить від характеру силового поля.

Наприклад, потенціальна енергія тіла масою m , піднятого на висоту h над поверхнею Землі, рівна:

$$\Pi = mgh,$$

де висота h відраховується від нульового рівня, для якого $\Pi = 0$. Потенціальна енергія дорівнює роботі сили тяжіння при падінні тіла з висоти h на поверхню Землі.

Знайдемо потенціальну енергію пружньо-деформованого тіла (пружини). Сила пружності пропорційна деформації:

$$F_{x \text{ пр}} = -kx,$$

де $F_{x \text{ пр}}$ - проекція сили пружності на вісь x ; k - коефіцієнт пружності (для пружини – жорсткість), а знак мінус вказує, що сила пружності протилежна деформації.

Згідно третього закону Ньютона деформуюча сила рівна по модулю силі пружності й протилежно їй спрямована, тобто

$$F_x = -F_{x \text{ пр}} = kx,$$

Елементарна робота dA , яку виконує силою F_x при нескінченно малій деформації dx , рівна:

$$dA = F_x dx = kx dx,$$

$$\text{а повна робота} \quad A = -\int_0^x kx dx = \frac{kx^2}{2}$$

іде на збільшення потенціальної енергії пружини. Таким чином, потенціальна енергія пружньо деформованого тіла

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}.$$

Потенціальна енергія системи є функцією стану системи. Вона залежить тільки від конфігурації системи і її положення відносно зовнішніх тіл.

Повна механічна енергія системи — сума кінетичної й потенційної енергій системи: $E=T+\Pi$.

1.3.3. Закон збереження енергії

Закон збереження механічної енергії: у системі тіл, між якими діють тільки консервативні сили, повна механічна енергія зберігається, тобто не змінюється з часом.

$$E=T+\Pi=const.$$

Механічні системи, на тіла яких діють тільки консервативні сили (внутрішні та зовнішні), називаються *консервативними системами*. Закон збереження механічної енергії можна сформулювати так: ***у консервативних системах повна механічна енергія зберігається.***

Закон збереження механічної енергії пов'язаний з *однорідністю часу*. Однорідність часу проявляється в тому, що фізичні закони інваріантні щодо вибору початку відліку часу.

Існує ще один вид систем — *дисипативні системи*, у яких механічна енергія поступово зменшується за рахунок перетворення в інші (немеханічні) форми енергії. Цей процес одержав назву *дисипації* (або розсіювання) енергії. Усі системи в природі є по суті дисипативними.

У консервативних системах повна механічна енергія залишається постійною. Можуть відбуватися лише перетворення кінетичної енергії в потенційну і навпаки, так що повна енергія залишається незмінною. Закон збереження й перетворення енергії — *фундаментальний закон природи*, він справедливий як для довільних систем макроскопічних і мікроскопічних тіл.

У системі, у якій діють також неконсервативні сили, наприклад сили тертя, повна механічна енергія системи не зберігається. Отже, у цих випадках закон збереження механічної енергії несправедливий. Однак при “зникненні” механічної енергії завжди виникає еквівалентна кількість енергії іншого виду. Отже, *енергія ніколи не зникає й не з'являється знову, вона лише перетворюється з одного виду в інший. У цьому й полягає фізична сутність закону збереження й перетворення енергії* – сутність незнищеності матерії та її руху.

1.4. Динаміка твердого тіла

1.4.1. Момент інерції

Моментом інерції системи (тіла) щодо даної осі називається фізична величина, рівна сумі добутків мас m_i матеріальних точок системи на квадрати їх відстаней до осі обертання:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i^2 .$$

У випадку неперервного розподілу мас ця сума зводиться до інтегралу

$$I = \int \vec{r}^2 dm ,$$

де інтегрування проводиться по всьому об'єму тіла.

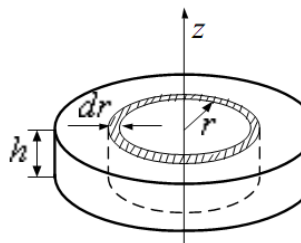


Рисунок 1.10

Як приклад знайдемо момент інерції однорідного суцільного циліндра висотою h і радіусом R відносно осі симетрії (рис. 1.10). Розіб'ємо циліндр на окремі порожні концентричні циліндри нескінченно малої товщини dr із внутрішнім радіусом r і зовнішнім $r+dr$. Момент інерції кожного порожнього циліндра $dI=r^2dm$ (оскільки $dr \ll r$, можна вважати, що відстань усіх точок циліндра від осі рівна r), де dm - маса всього елементарного циліндра; його об'єм $2\pi rh dr$.

Якщо ρ - густина матеріалу, то $dm=2\pi rh\rho dr$ і $dI=2\pi h\rho r^3 dr$. Тоді момент інерції суцільного циліндра:

$$I = \int dI = 2\pi h \rho \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2} \pi h R^4 \rho.$$

Якщо величина $\pi R^2 h$ – об'єм циліндра, $m = \pi R^2 h \rho$ - його маса то момент інерції циліндра $I = (1/2)mR^2$.

Таблиця 1.1.

Тіло	Положення осі	Момент інерції
Порожній тонкостінний циліндр радіусом R	Вісь симетрії	mR^2
Диск радіусом R	Вісь симетрії	$(1/2)mR^2$
Прямий тонкий стержень довжиною l	Вісь $\perp$ стержню і проходить через його середину	$(1/12)ml^2$
Прямий тонкий стержень довжиною l	Вісь $\perp$ стержню і проходить через його кінець	$(1/3)ml^2$
Куля радіусом R	Вісь проходить через центр	$(2/5)mR^2$

Теорема Штейнера: момент інерції тіла I відносно довільної осі яка не проходить через центр мас тіла дорівнює сумі моменту його інерції I_c відносно паралельної осі, яка проходить через центр мас тіла, складеному з добутком маси m тіла на квадрат відстані a між осями:

$$I = I_c + ma^2.$$

Значення моментів інерції для деяких однорідних тіл, що мають правильну геометричну форму, наведено в таблиці 1.1.

1.4.2. Кінетична енергія, робота обертового руху

При обертанні твердого тіла відносно нерухомої осі окремі його елементарні об'єми масами m_i опишуть кола різних радіусів r_i , і мають різні лінійні швидкості v_i . Але кутова швидкість обертання цих об'ємів однакова (рис. 1.11):

$$\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} = \dots = \frac{v_n}{r_n},$$

Кінетична енергія обертового тіла рівна сумі кінетичних енергій його елементарних об'ємів:

$$T_{об} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}.$$

Врахувавши, що $v_i = \omega \cdot r_i$, отримаємо:

$$T_{об} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2 r_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{I_z \omega^2}{2}.$$

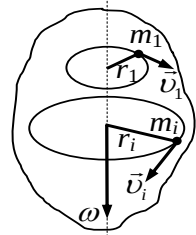


Рисунок 1.11

де I_z — момент інерції тіла відносно осі z .

З порівняння останнього виразу із виразом для кінетичної енергії тіла, що рухається поступально ($T = mv^2/2$), слідує, що **момент інерції** - *міра інертних властивостей тіла при обертотому русі*.

Якщо тіло котиться без ковзання, кінетична енергія складається з енергії поступального руху й енергії обертання:

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

де m - маса тіла, що котиться; v - швидкість центру мас тіла.

Нехай сила F прикладена в точці A , що перебуває від осі z на відстані r , α - кут між напрямком сили й радіусом-вектором r . При повороті тіла на нескінченно малий кут $d\varphi$, точка прикладання сили A проходить шлях $dS = r d\varphi$ і робота дорівнює добутку проекції сили на напрямок зсуву на величину зсуву:

$$dA = F \sin \alpha \cdot r d\varphi$$

оскільки $F r \sin \alpha = Fl = M_z$ - момент сили щодо осі z , то **робота при обертанні тіла дорівнює добутку моменту діючої сили на кут повороту**: $dA = M_z d\varphi$.

1.4.3. Момент сили

Моментом сили $\vec{F}$ відносно нерухомої точки O називається фізична векторна величина, рівна векторному добутку радіус вектора $\vec{r}$, проведеного із точки O в точку прикладання сили A , на силу $\vec{F}$ (рис. 1.12):

$$\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}],$$

Тут $\vec{M}$ - *псевдовектор*, його напрямок збігається з напрямком поступального руху правого гвинта при його обертанні від $\vec{r}$ до $\vec{F}$. Модуль моменту сили

$$M = Fr \sin \alpha = Fl$$

де $l = r \sin \alpha$ - *плече сили* (найкоротша відстань від лінії дії сили до точки обертання), α - кут між $\vec{r}$ і $\vec{F}$.

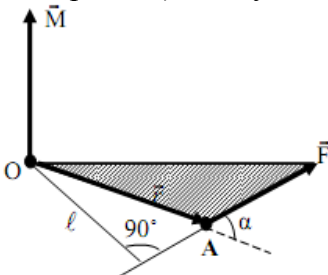


Рисунок 1.12

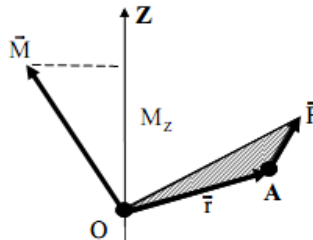


Рисунок 1.13

Моментом сили щодо нерухомої осі z називається скалярна величина M_z , рівна проекції на цю вісь вектора $\vec{M}$ моменту сили, визначеного щодо довільної точки O даної осі z (рис. 1.13). Значення моменту M_z не залежить від вибору положення точки O на осі z .

1.4.4. Момент імпульсу. Рівняння динаміки обертального руху

Моментом імпульсу матеріальної точки A відносно нерухомої точки O називається фізична величина, рівна векторному добутку:

$$\vec{L} = [\vec{r} \cdot \vec{p}] = [\vec{r} \cdot m\vec{v}],$$

де $\vec{L}$ – псевдовектор, його напрямок збігається з напрямком поступального руху правого гвинта при його обертанні від $\vec{r}$ до $\vec{p}$; $\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений із точки O в точку A , $\vec{p} = m\vec{v}$ – імпульс матеріальної точки (рис. 1.14).

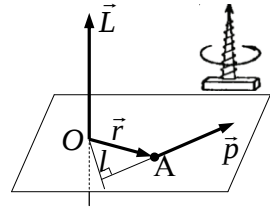


Рисунок 1.14

Модуль вектора моменту імпульсу $L = rps \sin \alpha = rmv \sin \alpha = pl$, де α – кут між $\vec{r}$ і $\vec{p}$, l – плече вектора $\vec{p}$.

Моментом імпульсу щодо нерухомої осі z називається скалярна величина L_z , рівна проекції на цю вісь вектора моменту імпульсу.

При обертанні абсолютно твердого тіла навколо нерухомої осі z з кожна окрема точка тіла рухається по колу постійного радіуса r_i з деякою швидкістю v_i . Тому момент імпульсу окремої точки рівний: $L_{iz} = m_i v_i r_i$, і спрямований вздовж осі вбік, за правилом правого гвинта.

Момент імпульсу твердого тіла відносно осі є сума моментів імпульсу окремих часток:

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = I_z \omega.$$

Момент імпульсу твердого тіла відносно осі дорівнює добутку моменту інерції тіла на кутову швидкість.

Продиференціюємо вираз $\vec{L} = [\vec{r} \cdot \vec{p}]$ за часом:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d[\vec{r} \cdot \vec{p}]}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \vec{p} \right] = \left[\vec{r} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} \right] = [\vec{r} \cdot \vec{F}] = \vec{M}.$$

Отже, **рівняння динаміки обертального руху твердого тіла** відносно осі:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}.$$



Рисунок 1.15

Враховуючи, що відносно нерухомої осі момент інерції сталий ($I = \text{const}$):

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = I \frac{d\omega}{dt} = I\varepsilon = M.$$

У замкненій системі момент зовнішніх сил $\vec{M} = 0$, звідки:

$$\vec{L} = \text{const}.$$

Закон збереження моменту імпульсу: момент імпульсу замкненої системи зберігається, тобто не змінюється із часом.

Закон збереження моменту імпульсу - фундаментальний закон природи. Він пов'язаний із ізотропністю простору, тобто з інваріантністю фізичних законів щодо вибору напрямку осей координат системи відліку.

Таблиця 1.2.

Поступальний рух		Обертальний рух	
Маса	m	Момент інерції	I
Переміщення	$d\vec{r}$	Кутове переміщення	$d\vec{\varphi}$
Швидкість	$\vec{v} = \vec{r}'$	Кутова швидкість	$\vec{\omega} = \vec{\varphi}'$
Прискорення	$\vec{a} = \vec{v}'$	Кутове прискорення	$\vec{\varepsilon} = \vec{\omega}'$
Сила	$\vec{F}$	Момент сили	$\vec{M}$
Імпульс	$\vec{p}$	Момент імпульсу	$\vec{L}$
Робота	$dA = F_s dS$	Робота	$dA = M_z d\varphi$
Кінетична енергія	$m v^2 / 2$	Кінетична енергія	$I \omega^2 / 2$
Основне рівняння динаміки	$\vec{F} = m\vec{a}$	Основне рівняння динаміки	$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}$
	$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$		$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Продемонструвати закон збереження моменту імпульсу можна за допомогою лави Жуковського (рис. 1.15). Якщо людина, обертаючись, опустить руки з гантелями, то момент інерції системи зменшується. Оскільки момент імпульсу системи зберігається, то кутова швидкість обертання зростає.

Величини й рівняння, що визначають обертання тіла і його поступальний рух, наведені в таблиці 1.2.

1.4.5. Вільні осі. Гіроскоп

Існують такі осі обертання тіл, які не змінюють своєї орієнтації в просторі без дії на неї зовнішніх сил. Ці осі називаються *вільними осями* (або *осями вільного обертання*). В будь-якому тілі існують три взаємно перпендикулярні осі, що проходять через центр мас тіла, які можуть служити вільними осями (вони називаються *головними осями інерції* тіла). Наприклад, головні осі інерції однорідного прямокутного паралелепіпеда проходять через центри протилежних граней. Для однорідного циліндра однієї з головних осей інерції є його геометрична вісь, а в якості інших осей можуть бути дві будь-які взаємно перпендикулярні осі, проведені через центр мас у площині, перпендикулярній геометричній осі циліндра. Головними осями інерції кулі є будь-які три взаємно перпендикулярні осі, що проходять через центр мас.

Обертання навколо головних осей з найбільшим і найменшим моментами інерції виявляється стійким, а обертання близько осі із середнім моментом – нестійким. Так, якщо підкинути тіло, що має форму паралелепіпеда, то воно, падаючи, буде стійко обертатися навколо осей 1 і 2 (рис. 1.16).

Властивість вільних осей зберігати своє положення в просторі широко застосовується в техніці. Найцікавіші в цьому плані *гіроскопи* - масивні однорідні тіла, що обертаються з великою кутовою швидкістю навколо своєї осі симетрії.

Гіроскоп на кардановому підвісі зображений на рис. 1.17. Усі три осі обертання перетинаються в точці центру мас гіроскопа C , яка є нерухомою, а вісь гіроскопа може прийняти будь-який напрямок у просторі. Силами тертя нехтуємо.

Якщо гіроскоп швидко обертати і повертати його підставку, то вісь гіроскопа зберігає своє положення в просторі незмінною. Це можна пояснити за допомогою основного закону динаміки обертового руху. Сила ваги не може змінити орієнтацію осі гіроскопа, тому що вона прикладена до центру мас.

Моментом сил тертя ми нехтуємо. Тому якщо момент зовнішніх сил дорівнює нулю, то $\vec{L} = \text{const}$ (момент імпульсу гіроскопа зберігає свою величину і напрямок у просторі). Отже, разом з ним зберігає своє положення в просторі вісь гіроскопа.

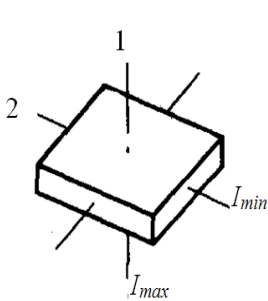


Рисунок 1.16



Рисунок 1.17

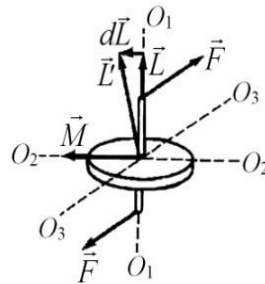


Рисунок 1.18

Якщо момент зовнішніх сил, прикладених до центру мас гіроскопа, відмінний від нуля, то спостерігається явище, що одержало назву *гіроскопічного ефекту*. Воно полягає в тому, що під дією пари сил F , прикладеної до осі обертального гіроскопа, вісь гіроскопа (рис. 1.18) повертається навколо прямої O_3O_3 , а не навколо прямої O_2O_2 , як це видалося б природним на перший погляд (O_1O_1 і O_2O_2 лежать у площині креслення, а O_3O_3 і сила F перпендикулярні до неї).

Гіроскопи застосовують в різних гіроскопічних навігаційних приладах (гірокомпас, гірогоризонт тощо). Інше важливе застосування гіроскопів – підтримка заданого напрямку руху транспортних засобів, наприклад судна (авторульовий), літака (автопілот) і т.д.

1.4.6. Деформації твердого тіла

У природі абсолютно твердих тіл не існує, тому що всі реальні тіла під дією сил змінюють свою форму і розміри, тобто *деформуються*.

Деформація називається пружною, якщо після припинення дії зовнішніх сил тіло приймає початкові розміри і форму. Деформації, які зберігаються в тілі після припинення дії зовнішніх сил, називаються пластичними (або залишковими). Деформації реального тіла завжди пластичні, тому що вони після припинення дії зовнішніх сил ніколи повністю не зникають. Однак якщо залишкові деформації малі, то ними можна знехтувати і розглядати пружні деформації.

Всі види деформацій можуть бути зведені до деформацій розтягу (стиску) і зсуву.

Розглянемо однорідний стержень довжиною l і площею поперечного перерізу S (рис. 1.19), до кінців якого прикладені, спрямовані уздовж його осі сили F_1 і F_2 ($F_1=F_2=F$) У результаті довжина стержня змінюється на величину Δl .

Сила, що діє на одиницю площі поперечного перерізу, називається **напругою**:

$$\sigma = \frac{F}{S}.$$

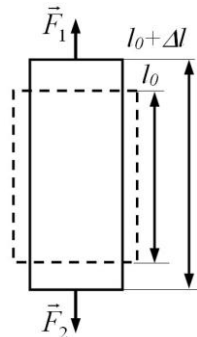


Рисунок 1.19

Кількісною мірою, що характеризує ступінь деформації тіла, є його *відносна деформація*. Так, відносна зміна довжини стержня (поздовжня деформація)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}.$$

Відносний поперечний розтяг (стиск) $\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}$,

де d - діаметр стержня.

Деформації ε і ε' завжди мають різні знаки (при розтягу Δl позитивна, а Δd негативна, при стиску Δl негативна, а Δd позитивна). Можна записати $\varepsilon' = \mu \varepsilon$, де μ - позитивний коефіцієнт, що залежить від властивостей матеріалу і має назву *коефіцієнт Пуассона*.

Закон Гука: для малих деформацій відносно видовження прямо пропорційне напрузі:

$$\sigma = E \varepsilon,$$

де коефіцієнт пропорційності E – модуль Юнга. **Модуль Юнга** визначається напругою, яка викликає відносне видовження, рівне одиниці.

Із наведених формул випливає, що $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{ES}$,

або $F = \frac{ES}{l} \Delta l = k \Delta l$, де k – коефіцієнт пружності. Отриманий вираз також задає закон Гука.

Зв'язок між деформацією й напругою представляється у вигляді діаграми напруг, якісний хід якої розглянемо для металевого зразка (рис. 1.20). Лінійна залежність $\sigma(\varepsilon)$, встановлена Гуком, виконується лише в дуже вузьких межах до **межі пропорційності** ($\sigma_{прон}$). При подальшому збільшенні напруги деформація ще пружна (хоча залежність $\sigma(\varepsilon)$ уже нелінійна) і до **межі пружності** ($\sigma_{пр}$) залишкові деформації не виникають. За межею пружності в тілі виникають залишкові деформації й графік, що описує повернення тіла в початковий стан після припинення дії сили, зобразиться кривою - $B\varepsilon_{зал}$. Напруга, при якій з'являється помітна залишкова деформація ($\approx 0,2\%$), називається **границею текучості** ($\sigma_{пл}$) – точка C на кривій. В області CD деформація зростає без збільшення напруги, тобто тіло як би «тече». Ця область називається **областю плинності** (або **областю пластичних деформацій**). Матеріали, для яких область плинності значна, називаються **в'язкими**, для яких же вона практично відсутня – **крихкими**. При подальшому розтягу (за точкою D) відбувається руйнування тіла. Максимальна на-

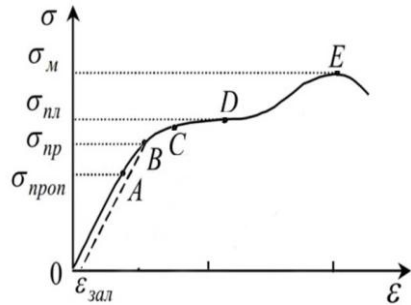


Рисунок 1.20

пруга, що виникає в тілі до руйнування, називається **межею міцності** (σ_m) (точка E).

Діаграма напруг для реальних твердих тіл залежить від різних факторів. Те саме тверде тіло може при короткочасній дії сил проявляти себе як крихке, а при тривалих, але слабких силах є текучим.

Потенціальна енергія пружно-деформованого стержня, рівна роботі, яку виконують зовнішні сили при деформації:

$$\Pi = A = \int_0^{\Delta l} F dx,$$

де x – абсолютне видовження стержня, яке змінюється в процесі деформації від 0 до Δl .

1.5. Механіка рідин і газів

1.5.1. Тиск у рідині й газі

У задачах механіки рідини і газу розглядаються як суцільні середовища. Основною відмінністю є загальна їхня властивість – текучість. Рідини та газу набувають форми посуду, в якому вони містяться. Ця загальна властивість дозволяє далі позначати їх одним терміном – **рідина** і використовувати для їх вивчення єдиний підхід. У випадках коли рідини і газу можна розглядати як суцільні середовища, їх поведінку описують однакові закони – закони гідроаеромеханіки.

Будемо розглядати *нестисливу* рідину, тобто рідину, густина якої є величиною сталою і не залежить від тиску $\rho = \text{const}$.

Тиском називається фізична величина, яка визначається нормальною силою, що діє на одиницю площі:

$$P = \frac{F_{\perp}}{S}.$$

Одиниця тиску – Паскаль ($1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$).

Згідно із **законом Паскаля** тиск у будь-якому місці рідини однаковий в усіх напрямках, причому тиск передається однаково по всьому об'єму, зайнятому рідиною.

Тиск у рідині на глибині h : $P = P_A + \rho gh$, де $P_A = 101,3$ кПа – зовнішній атмосферний тиск, ρ – густина рідини. Величина $P_h + \rho gh$ називається **гідростатичним тиском** стовпа рідини.

На поверхню твердого тіла, зануреного у рідину, діють сили тиску. Оскільки тиск збільшується з глибиною занурення, на тіло діє виштовхувальна сила, напрямлена вертикально вгору.

Закон Архімеда: на тіло, занурене в рідину, діє з боку рідини напрямлена вгору виштовхувальна сила, яка рівна вазі витісненої тілом рідини:

$$F_A = \rho g V,$$

де ρ – густина рідини, V – об'єм витісненої тілом рідини. Закон Архімеда дає можливість пояснити плавання тіл.

1.5.2. Рівняння нерозривності

Гідродинаміка розглядає рідини, що рухаються. Реальним рідинам притаманна в'язкість, але в багатьох задачах в'язкістю можна знехтувати. Така рідина, в якій повністю відсутні сили в'язкості (внутрішнього тертя), називається **ідеальною рідиною**.

Рух рідини називається **течією**, а сукупність частинок рідини, що рухається, – **поток**. Криві, дотичні до яких збігаються з напрямками швидкості у відповідних точках, називаються **лініями течії**. Поверхню, яка утворена лініями течії, проведенними через усі точки замкненого контуру, називають **трубкою течії**. Течія рідини називається **стаціонарною**, якщо форма й розташування ліній течії, а також значення швидкостей у кожній її точці не змінюються з бігом часу.

Розглянемо довільну трубку течії (рис. 1.21). Виберемо два її перерізи S_1 і S_2 , перпендикулярні напрямку

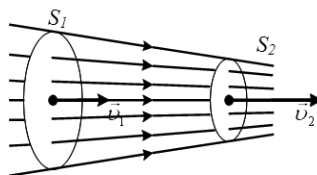


Рисунок 1.21

швидкості. Нехай величина швидкості у перерізі S_1 дорівнює v_1 , у перетині S_2 – v_2 . Оскільки рідина не стискається, не розривається й не проходить через бокові поверхні трубок течії, тоді за час Δt крізь обидва перерізи пройдуть однакові об'єми рідини:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2, \quad S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t, \text{ тобто}$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2, \text{ або } Sv = \text{const.}$$

Оскільки перерізи довільні, у випадку стаціонарної течії рідини виконується **рівняння нерозривності струмину**: *добуток швидкості течії нестисливої рідини на площу поперечного перерізу трубки течії є величина постійна для даної трубки течії*.

1.5.3. Рівняння Бернуллі

Розглянемо нахилену трубку течії змінного перерізу для ідеальної рідини (рис.1.22). Нехай у перерізі S_1 швидкість течії v_1 , тиск p_1 і висота, на якій цей переріз розташований h_1 . Аналогічно, у перерізі S_2 швидкість течії v_2 , тиск p_2 і висота перерізу h_2 .

За час Δt рідина, що між перерізами S_1 і S'_1 , втікає у цю область, а рідина між S_2 і S'_2 витікає з неї. Повна енергія рідини у місцях перерізів S_1 і S_2 складається з кінетичної й потенціальної енергії маси Δm рідини:

$$W_1 = \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g h_1, \quad W_2 = \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2.$$

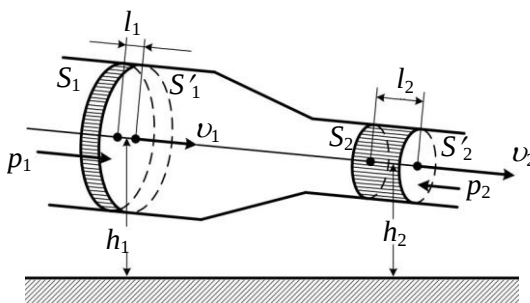


Рисунок 1.22

За законом зміни механічної енергії зміна енергії дорівнює роботі зовнішніх неконсервативних сил, що переміщують масу Δm рідини від перерізу S_1 до перерізу S_2 : $\Delta W = A$. Ця робота виконується силами тиску $F_1 = p_1 S_1$ на ділянці $l_1 = v_1 \Delta t$ і $F_2 = p_2 S_2$ на ділянці $l_2 = v_2 \Delta t$, відповідно. Робота сили F_2 від'ємна, оскільки напрямлена у бік, протилежний до напрямку течії.

Отже, робота зовнішніх неконсервативних сил із переміщення маси Δm рідини:

$$A = F_1 l_1 - F_2 l_2 = p_1 S_1 v_1 \Delta t - p_2 S_2 v_2 \Delta t.$$

Враховуючи рівняння нерозривності струмину $S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t = \Delta V$, знаходимо роботу зовнішніх сил $A = P_1 \Delta V - P_2 \Delta V$ і підставляємо її у рівняння $\Delta W = A$:

$$\frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2 - \left(\frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g h_1 \right) = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V.$$

Оскільки густина рідини $\rho = \Delta m / \Delta V$, то, поділивши обидві частини рівняння на ΔV , отримуємо:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2},$$

$$\text{Рівняння Бернуллі} \quad p + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}.$$

Тут p - статичний, $\rho g h$ - гідростатичний, $\rho v^2 / 2$ - динамічний тиски.

Закон Бернуллі: у стаціонарному потоці ідеальної нестисливої рідини сума статичного, гідростатичного і динамічного тисків є величиною сталою для довільного поперечного перерізу потоку.

Якщо трубка течії розміщена горизонтально, тоді рівняння Бернуллі має вигляд:

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const},$$

де величина $p + \rho v^2 / 2$ називається повним тиском.

Із рівняння нерозривності та рівняння Бернуллі для горизонтальної трубки течії видно, що при зміні площі перерізу змінюється й

швидкість течії й тиск. Швидкість більша у місцях звуження трубки течії, а тиск більший у місцях, де більша площа поперечного перерізу трубки.

Рівняння Бернуллі дозволяє вимірювати швидкість потоку рідини. Для цього застосовується трубка Піто (рис. 1.23). Вона складається із двох вигнутих під прямим кутом трубок приєднаних до манометра. За допомогою трубки 2 вимірюється повний тиск p , за допомогою трубки 1 - статичний тиск p_0 :

$$p - p_0 = \rho_0 gh,$$

де ρ_0 - густина рідини в манометрі. З іншого боку, різниця повного й статичного тисків дорівнює динамічному тиску:

$$p - p_0 = \frac{\rho v^2}{2}.$$

Прирівнявши, одержимо шукану швидкість потоку рідини:

$$v = \sqrt{\rho_0 gh / \rho}.$$

Зменшення статичного тиску в місцях, де швидкість потоку більша, покладено в основу роботи пульверизатора (рис. 1.24), в якому потік повітря, яке прокачується із груші 1 через отвір (сопло) 4, захоплює рідину із посудини 2 по трубці 3.

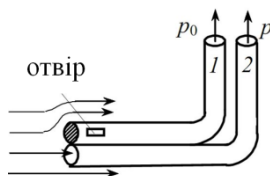


Рисунок 1.23

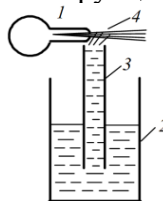


Рисунок 1.24

Рівняння Бернуллі використовують для знаходження швидкості витікання рідини через отвір у стінці (дні) посудини (рис. 1.25). Розглянемо два перетини (на рівні h_1 вільної поверхні рідини в посудині й на рівні h_2 виходу її з отвору). Рівняння Бернуллі:

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho gh_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Оскільки тиск p_1 і p_2 у рідині на рівнях першого й другого перерізів рівний атмосферному ($p_1=p_2$), то:

$$gh_1 + \frac{v_1^2}{2} = gh_2 + \frac{v_2^2}{2}.$$

З рівняння нерозривності

$v_2/v_1=S_1/S_2$, де S_1 і S_2 - площі поперечних перерізів посудини й отвору. Якщо $S_1 \gg S_2$, то членом $v_1^2/2$ можна знехтувати:

$$v_2^2 = 2g(h_1 - h_2) = 2gh,$$

Отже, **Формула Торрічеллі:** $v_2 = \sqrt{2gh}$.

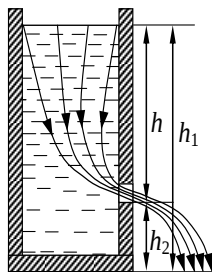


Рисунок 1.25

1.5.4. Внутрішнє тертя в рідинах і газах. В'язкість

В'язкість – це властивість реальних рідин надавати опір переміщенню однієї частини рідини відносно іншої.

При переміщенні одних шарів реальної рідини щодо інших виникають сили внутрішнього тертя, спрямовані по дотичній до поверхні шарів. Швидші шари прискорюють більш повільні і навпаки, повільніші шари гальмують швидші.

Сили внутрішнього тертя залежать від градієнта швидкості, від площі шарів, а також від природи самої рідини. Градієнт швидкості $\Delta v / \Delta x$ показує, як швидко змінюється швидкість у напрямку x , перпендикулярному до напрямку руху рідини. Сила внутрішнього тертя визначається за законом Ньютона:

$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S.$$

Коефіцієнт пропорційності η називається коефіцієнтом **динамічної в'язкості**, або просто в'язкістю. $[\eta] = \text{Па} \cdot \text{с}$. 1 (Па·с) дорівнює динамічній в'язкості середовища, у якому при ламінарній течії та градієнті швидкості з модулем, рівним 1 м/с на 1 м, виникає сила внутрішнього тертя 1 Н на 1 м² поверхні дотику шарів. Він є табличною величиною, яка залежить від

природи рідини. У рідин коефіцієнт динамічної в'язкості зменшується із збільшенням температури, а у газів із збільшенням температури в'язкість зростає.

Коефіцієнт **кінематичної в'язкості** – $\nu = \eta / \rho$. $[\nu] = \text{с}^{-1}$.

Течія називається **ламінарною**, якщо уздовж потоку кожний виділений тонкий шар ковзає щодо сусідніх, не перемішуючись із ними, і **турбулентною**, якщо уздовж потоку відбувається інтенсивне вихроутворення й перемішування рідини.

Ламінарна течія рідини спостерігається при невеликих швидкостях її руху, коли течія рідини є усталеною. При збільшенні швидкості руху по досягненні деякої критичної швидкості характер течії змінюється й переходить у турбулентний, коли у рідині починають утворюватися вихори і швидкість течії у кожному місці починає хаотично змінюватися. Профіль усередненої швидкості при турбулентній течії в трубах відрізняється від параболічного профілю при ламінарній течії більш швидким зростанням швидкості біля стінок труби й меншою кривизною в центральній частині течії (рис. 1.26). Характер течії залежить від безрозмірної величини, називаної *числом Рейнольдса*:

$$Re = \frac{\rho < \nu > d}{\eta},$$

де ρ - густина рідини; $< \nu >$ - середня по перетину труби швидкість рідини; d - характерний лінійний розмір труби.

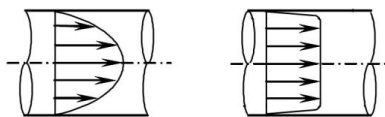


Рисунок 1.26

При малих значеннях числа Рейнольдса ($Re < 1000$) спостерігається ламінарна течія, а при $Re > 2300$ – турбулентна. Значення $1000 < Re < 2300$ відповідають проміжному стану, коли відбувається перехід від ламінарної течії до турбулентної та навпаки. Якщо число Рейнольдса однакове, то режим течії різних рідин у трубах різних перетинів однаковий.

Коефіцієнт динамічної в'язкові можна визначити *методом Стокса*. Цей метод визначення в'язкості базується на вимірю-

ванні швидкості невеликих тіл сферичної форми, що повільно рухаються в рідині. На кульку, що падає в рідині вертикально вниз, діють три сили: сила ваги $P=4/3\pi r^3\rho g$ (ρ - густина кульки), сила Архімеда $P=4/3\pi r^3\rho'g$ (ρ' - густина рідини) і сила опору, емпірично встановлена **Стоксом**: $F=6\pi\eta rv$, де r - радіус кульки, v - його швидкість. При рівномірному русі кульки:

$$P = F_A + F, \quad \text{або} \quad \frac{4}{3}\pi r^3\rho g = \frac{4}{3}\pi r^3\rho'g + 6\pi\eta rv.$$

Звідси
$$v = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9\eta}.$$

Вимірявши швидкість рівномірного руху кульки, можна визначити в'язкість рідини (газу).

Коефіцієнт динамічної в'язкості також можна визначити використавши *формулу Пуазеля*. Якщо рідина при ламінарному режимі течії тече по горизонтальному капілярі радіусом R і довжиною l , із різницею тисків на кінцях капіляра Δp , то за час t через капіляр протече об'єм рідини:

$$V = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8\eta l}, \quad \text{звідки в'язкість} \quad \eta = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8Vl}.$$

1.5.5. Рух тіл у рідинах і газах

На тіло, що рухається в рідині або газі, діють дві сили: одна з яких F_x – *лобовий опір*, а друга F_y – *піднімальна сила* (рівнодіючу їх позначимо F) (рис. 1.27). Підіймальна сила компенсує силу тяжіння, а сила опору компенсується силою тяги двигуна. Сила лобового опору та підйомна сила пропорційні до густини рідини (газу) ρ , квадрату відносної швидкості v , та площі поперечного перерізу тіла S тобто: $F_{xy} \sim \rho v^2 S$.

Підіймальна сила виникає внаслідок того, що при обтікання рідиною (повітрям) крила швидкість руху рідини над крилом більша, ніж під ним, внаслідок чого тиск зверху менший ніж знизу. Крім

того, підймальна сила й сила опору залежать також від форми профілю крила і від кута атаки α .

Якщо тіло симетричне і його вісь симетрії збігається з напрямком швидкості, то на нього діє тільки лобовий опір. В *ідеальній рідині* рівномірний рух відбувається без лобового опору (рис.1.28 а).

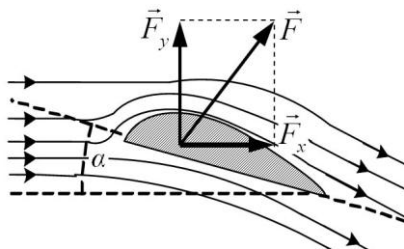


Рисунок 1.27

Якщо ж тіло рухається у в'язкій рідині, то через в'язкість середовища в областях, що прилягає до поверхні тіла, утворюється шар часток (залиплий шар), які рухаються з меншими швидкостями. У результаті гальмівної дії цього шару виникає обертання часток і рух рідини в приграничному шарі стає вихровим. Якщо тіло не має обтічної форми, то цей шар рідини відривається від поверхні тіла. За тілом течія рідини (газу) утворює вихори які обертаються в протилежні сторони (рис. 1.28 б).

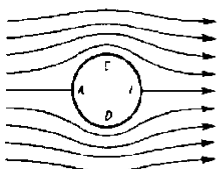


Рисунок 1.28 а

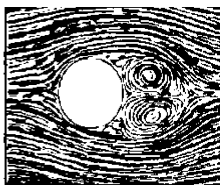


Рисунок 1.28 б

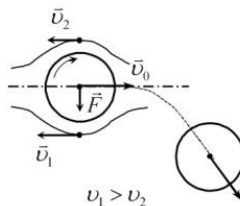


Рисунок 1.29

Якщо при русі в рідині тіло обертається (рис. 1.29), воно утягує шари рідини, що прилягають до його поверхні, внаслідок чого у тих місцях, де швидкість поступального руху рідини збігається зі швидкістю обертання, швидкість більша, ніж з протилежного боку. Через різницю тисків, виникає сила F , яка напрямлена перпендикулярно напрямку руху тіла. Виникнення сили, перпендикулярної до потоку при обтіканні тіла, що обертається, називається *ефектом Магнуса*. Цей ефект можна спостерігати, коли м'яч, що летить, відхиляється у бік, якщо при ударі він отримав обертання.

2.1. Молекулярно-кінетична теорія ідеального газу

2.1.1. Методи дослідження термодинамічних систем

Молекулярна фізика і термодинаміка – розділ фізики, який вивчає фізичні властивості макроскопічних систем, побудованих з величезної кількості частинок, і макроскопічні процеси, які відбуваються у цих системах. **Макроскопічні системи** – це, власне, фізичні тіла, побудовані з молекул та атомів, а до **макроскопічних процесів** належать процеси теплообміну, зміни агрегатного стану речовини, процеси теплового розширення та стискання тощо.

Молекулярна фізика вивчає властивості фізичних тіл і процеси, які відбуваються з ними, виходячи з молекулярно-кінетичної теорії будови речовини.

Основні положення молекулярно-кінетичної теорії (МКТ):

- усі тіла складаються з мікрочастинок – молекул і атомів;
- молекули й атоми речовини завжди знаходяться у стані безперервного хаотичного теплового руху;
- між частинками будь-якої речовини існують сили взаємодії – притягання і відштовхування – електромагнітної природи.

Молекула – найменша частинка речовини, яка зберігає її хімічні властивості. Вона побудована з одного або декількох атомів одного чи різних хімічних елементів. Розмір молекули й атома $d \sim 10^{-10}$ м.

Основні положення МКТ підтверджуються явищами броунівського руху частинок, дифузії, особливостями будови і різницею властивостей газів, рідин, твердих тіл та іншими явищами. Дослідні дані, які лежать в основі МКТ, наочно доводять молекулярну будову речовини, наявність молекулярного руху і залежності цього руху від температури.

Статистичний і термодинамічний методи.

Оскільки молекулярно-кінетичні уявлення засновані на тому, що будь-яке макроскопічне тіло побудоване з величезної кількості молекул, які перебувають у безперервному хаотичному русі, методи механіки непридатні для опису теплових явищ, зумовлених спільним рухом цих молекул. Тому для опису руху цієї величезної кількості молекул, щоб отримати макроскопічні властивості речовини, використовується *статистичний метод*, заснований на застосуванні методів теорії ймовірності та математичної статистики до конкретних моделей будови тіл, що вивчаються. Цей метод і лежить в основі *молекулярної фізики*.

Термодинаміка, на відміну від молекулярної фізики, вивчає макроскопічні характеристики речовини, не використовуючи в явному вигляді уявлення про її молекулярну будову. *Термодинамічний метод* дослідження фізичних властивостей речовини заснований на аналізі переходу енергії з одного виду в інший у фізичних процесах, які відбуваються з макроскопічними тілами. При цьому термодинаміка спирається на два основні закони (перший і другий закони термодинаміки), які встановлені дослідним шляхом.

Молекулярна фізика і термодинаміка, відрізняючись у методах, взаємно доповнюють одна одну, тому й вивчаються разом як завершені та сформовані розділи класичної фізики.

2.1.2. Тиск. Температура. Рівняння стану

Система макроскопічних тіл, які взаємодіють між собою та навколишнім середовищем, обмінюючись, зокрема, енергією, називається *термодинамічною системою*. Стан системи характеризується макроскопічними фізичними величинами, які називаються *термодинамічними параметрами стану*. До основних параметрів стану належать, насамперед, тиск P , об'єм V , термодинамічна температура T , густина речовини ρ , молярна маса M .

Тиском називається величина нормальної складової сили, що діє на одиницю площі поверхні, до якої ця сила прикладена:

$$P = F_{\perp} / S.$$

Температура характеризує тепловий стан речовини і відображує рівень інтенсивності хаотичного руху частинок (молекул), з яких складається тіло. Температура – це характеристика системи, яка знаходиться у стані термодинамічної рівноваги. Температурна шкала побудована на двох реперних точках відліку, різниці між якими надають визначене значення. У **міжнародній** шкалі за нуль відліку взято температуру замерзання води при атмосферному тиску, а за одиницю виміру 1°C , який дорівнює $1/100$ різниці між температурами замерзання і кипіння води при атмосферному тиску. У **термодинамічній** шкалі Кельвіна за нуль узято температуру абсолютного нуля, коли припиняється тепловий рух молекул, і яка дорівнює $-273,15^{\circ}\text{C}$, а одиниця виміру $1\text{ K} = 1^{\circ}\text{C}$. Отже, значення температури за шкалами Кельвіна і Цельсія пов'язані між собою співвідношенням: $T[\text{K}] = t^{\circ}\text{C} + 273,15^{\circ}\text{C}$.

Густина – це маса одиниці об'єму речовини: $\rho = dm/dV$.

1 моль речовини – це одиниця її кількості, яка містить стільки ж структурних частинок, скільки атомів міститься у $0,012\text{ кг}$ вуглецю (точніше, його ізотопу $^{12}_6\text{C}$). Це число Авогадро – $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\text{ 1/моль}$. **Молярна маса речовини** – маса одного моля – знаходиться за формулою: $M = m_0 N_A$.

Кількість речовини у молях визначається за формулою:

$$\nu = N/N_A = m/M.$$

Найважливіші параметри стану P , V , T пов'язані між собою рівнянням $f(P, V, T) = 0$, яке називається **рівнянням стану**.

2.1.3. Ідеальний газ. Дослідні закони ідеального газу

У молекулярно-кінетичній теорії користуються моделлю ідеального газу, яка відповідає таким умовам:

- власний об'єм молекул газу нехтовно малий порівняно з об'ємом посудини;
- між молекулами газу відсутні сили взаємодії;
- зіткнення молекул газу між собою і стінками посудини абсолютно пружні.

Модель ідеального газу можна використовувати при вивченні реальних газів, які перебувають при низьких тисках і високих температурах (наприклад $P \sim P_A$, $T \sim 273$ К).

Розглянемо деякі **термодинамічні ізопроееси**, у яких відбувається зміна термодинамічних параметрів, що визначають стан газу. **Ізопроеесом** називається процес, у якому один з параметрів стану (P, V або T) залишається постійним, а інші змінюються.

Процес, який проходить у газі, коли температура залишається постійною ($T = \text{const}$), називається **ізотермічним процесом**. Для такого процесу виконується **закон Бойля-Маріотта**: для даної маси газу ($m = \text{const}$) при постійній температурі добуток тиску газу на його об'єм є величиною постійною:

$$PV = \text{const}, \text{ або } P_1V_1 = P_2V_2.$$

Крива яка відображає цей процес у координатах P - V називається **ізотермою**. Ізотерми є гіперболами, які розміщені на діаграмі тим вище, чим вища температура (рис. 2.1).

Закони Гей-Люссака: а) тиск P даної маси газу m при постійному об'ємі V змінюється лінійно із температурою t :

$$P = P_0(1 + \alpha t) = \text{const}, \text{ при } V = \text{const}, m = \text{const}.$$

б) об'єм V даної маси газу m при постійному тиску P змінюється лінійно із зміною температури t :

$$V = V_0(1 + \alpha t) = \text{const}, \text{ при } P = \text{const}, m = \text{const},$$

де $\alpha = 1/273 \text{ K}^{-1}$, P_0 і V_0 – тиск і об'єм газу при $t = 0$ °C.

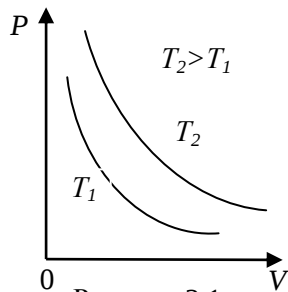


Рисунок 2.1

Процес, який проходить у газі, коли тиск залишається постійним ($P=const$), називається *ізобарним процесом*.

Для ізобарного процесу виконується рівність:

$$\frac{V}{T} = const, \text{ або } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Діаграма цього ізопроцесу у координатах $V-t$ є прямою лінією, яка називається *ізобарою* (рис. 2.2).

Процес, який проходить у газі, коли об'єм залишається постійним ($V=const$), називається *ізохорним процесом*. Для такого процесу виконується **закон Шарля**: для даної маси газу ($m=const$) при постійному об'ємі відношення тиску газу до його температури є величиною постійною:

$$\frac{P}{T} = const, \text{ або } \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}.$$

Діаграма цього ізопроцесу у координатах $P-t$ є прямою лінією, яка називається *ізохорою* (рис. 2.3).

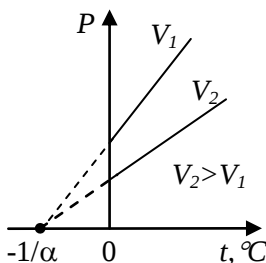


Рисунок 2.3

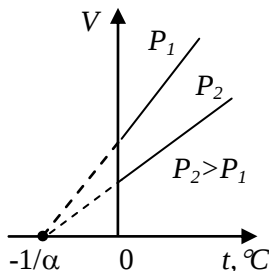


Рисунок 2.2

Закон Авогадро: молі будь-яких газів при однаковій температурі й тиску займають однакові об'єми. За нормальних умов ($P = P_A = 1,03 \cdot 10^5$ Па, $T = 273$ К) молярний об'єм V_m дорівнює $22,4 \cdot 10^{-3}$ м³/моль.

Закон Дальтона: тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків газів, з яких вона складається:

$$P = P_1 + P_2 + \dots$$

Парціальний тиск – це тиск однієї компоненти суміші, якби вона займала весь об'єм суміші.

2.1.4. Рівняння стану ідеального газу

Наслідком дослідних законів ідеального газу є *рівняння Клапейрона*, яке виконується для даної маси газу ($m=const$):

$$\frac{PV}{T} = const \quad \text{або} \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}.$$

У цьому рівнянні стала ($const$) різна для різних газів.

Менделєєв об'єднав рівняння Клапейрона із законом Авогадро, записавши це рівняння для одного моля газу. Оскільки молі будь-яких газів при однакових температурі й тиску займають однакові об'єми, то:

$$\frac{PV_m}{T} = R = const,$$

де V_m – молярний об'єм;

$R=8,31$ Дж/моль·К – універсальна газова стала.

Рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$PV = \nu RT \quad \text{або} \quad PV = \frac{m}{M} RT,$$

де $\nu=m/M$ – кількість молів речовини; M – молярна маса.

Тут враховано, що $V = \nu V_m$.

Рівняння Менделєєва-Клапейрона є *рівнянням стану ідеально-го газу*, яке пов'язує основні термодинамічні параметри P, V, T .

Інший вигляд рівняння стану можна отримати ввівши сталу Больцмана: $k=R/N_A=1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К. Тоді рівняння Менделєєва-Клапейрона набуває вигляду:

$$P = \frac{RT}{V_m} = \frac{k N_A T}{V_m} = nkT, \quad P = nkT,$$

де $n = \frac{N_A}{V_m} = \frac{N}{V}$ – концентрація молекул.

За нормальних умов ($P = P_A = 1,03 \cdot 10^5$ Па, $T = 273$ К) концентрація молекул ідеального газу дорівнює: $n_L = P_A / kT_0 = 2,68 \cdot 10^{25}$ 1/моль. Це – **число Лошмідта** – число молекул газу в одиниці об'єму за нормальних умов.

2.1.5. Основне рівняння МКТ

Основне рівняння МКТ пов'язує параметри стану газу з характеристиками руху його молекул, тобто встановлює залежність між тиском і об'ємом газу та кінетичною енергією руху його молекул. Оскільки молекули рухаються хаотично і не взаємодіють одна з одною, тиск на стінки посудини не залежить від зіткнень молекул одна з іншою, а визначається тільки зіткненнями молекул зі стінками посудини.

Розглянемо одноатомний ідеальний газ, молекули якого рухаються хаотично, зіткнення молекул зі стінками посудини абсолютно пружні, а концентрація газу дорівнює n . Відокремимо на стінці посудини деяку площину S й обчислимо тиск, що діє на неї (рис. 2.4). За час Δt площини досягнуть тільки ті молекули, які рухаються у напрямку осі Ox і містяться в об'ємі V циліндра з основою S і висотою $v\Delta t$. Число цих молекул позначимо N_x . Згідно з теорією ймовірності у будь-який момент часу вздовж кожної осі рухається $1/3$ від кількості всіх молекул $N = nV$, причому половина молекул рухається вздовж напрямку осі, а половина – у протилежному. Тобто кількість зіткнень з площиною рівна:

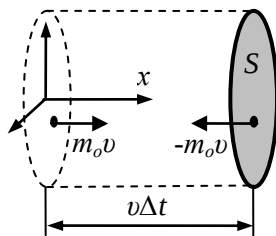


Рисунок 2.4

$$N_x = \frac{1}{6} N = \frac{1}{6} nV = \frac{1}{6} n v \Delta t S.$$

При пружному зіткненні з площиною одна молекула передає їй імпульс Δp , який дорівнює зміні імпульсу молекули

після зіткнення $\Delta p_x = m_o v - (-m_o v) = 2m_o v$. За другим законом Ньютона сила тиску на площину:

$$F = \frac{N_x \Delta p}{\Delta t} = \frac{n v \Delta t S 2m_o v}{6 \Delta t} = \frac{nm_o v^2 S}{3},$$

а далі й тиск на площину рівний: $P = \frac{F}{S} = \frac{nm_o v^2}{3}$.

Тут v – середня квадратична швидкість, яка рівна:

$$\langle v_{кв}^2 \rangle = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots}{N},$$

де N – загальна кількість молекул. Тоді тиск газу:

$$P = \frac{1}{3} nm_o \langle v^2 \rangle.$$

Це рівняння називається **основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу**.

Його можна переписати у вигляді:

$$P = \frac{2}{3} n \frac{m_o \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_o \rangle,$$

де $\langle \varepsilon_o \rangle = \frac{m_o \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT$ – середня кінетична енергія пос-

тупального руху однієї молекули газу. Ця формула визначає зміст термодинамічної температури, а саме: **термодинамічна температура є мірою середньої кінетичної енергії поступального руху молекул ідеального газу**.

Перетворимо основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу:

$$P = \frac{1}{3} nm_o \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_o \rangle = \frac{2}{3} n \frac{3}{2} kT = nkT.$$

Тобто воно зводиться до рівняння Менделєєва–Клапейрона.

2.1.6. Середня довжина вільного пробігу молекул

Шлях, який проходить молекула між двома послідовними зіткненнями, називається **довжиною вільного пробігу**. Її можна визначити з формули:

$$\langle l \rangle = \langle v \rangle \langle \tau \rangle = \langle v \rangle / \langle z \rangle,$$

де $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість руху молекул; $\langle \tau \rangle$ – середній час вільного пробігу; $\langle z \rangle = 1/\langle \tau \rangle$ – середнє число зіткнень молекул за 1 с.

Нехай молекули абсолютно пружні кульки діаметром $d \sim 10^{-10}$ м. Тут $d = d_{ef}$ – **ефективний діаметр молекули** – найменша відстань, на яку можуть зблизитися центри молекул при їхньому зіткненні. Оскільки за $\Delta t = 1$ с молекула проходить шлях $\langle v \rangle \Delta t = \langle v \rangle \cdot 1$, то кількість зіткнень за 1 с буде дорівнювати числу молекул, які містяться в об'ємі циліндра з основою $S = \pi d^2$ і висотою $\langle v \rangle \cdot 1$ с (рис. 2.5), тобто $\langle z \rangle \approx nV = n\pi d_{ef}^2 \langle v \rangle \cdot 1$. Урахування руху інших молекул дає більш точну формулу для обчислення частоти зіткнень: $\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d_{ef}^2 n \langle v \rangle$. Звідси:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d_{ef}^2 n}, \text{ або } \langle l \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d_{ef}^2 P},$$

Оскільки з рівняння стану $P = nkT$, випливає, що $n = P/kT$.

Стан газу, коли середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ порівнянна з розмірами посудини L , у якій міститься газ, називається **вакуумом**: $\langle l \rangle \sim L$.

Розрізняють такі ступені вакууму:

- низький вакуум – $\langle l \rangle \gtrsim L$, тиск $10^2 \div 10^5$ Па;
- середній вакуум – $\langle l \rangle \simeq L$, тиск $10^{-1} \div 10^2$ Па;
- високий вакуум – $\langle l \rangle > L$, тиск $10^{-6} \div 10^{-1}$ Па;
- надвисокий вакуум – $\langle l \rangle \gg L$, тиск менший за 10^{-6} Па.

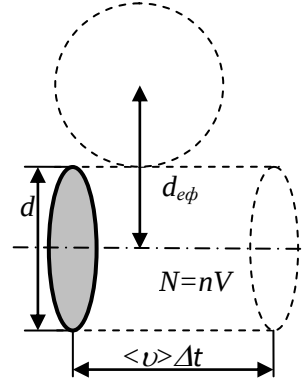


Рисунок 2.5

Відсутність зіткнень між молекулами розрідженого газу відображається на теплопровідності і внутрішньому терті. Явище зменшення теплопровідності вакууму при зниженні тиску використовується на практиці для створення теплової ізоляції.

2.1.7. Явища переносу. Дифузія. Закон Фіка

Нерівноважні термодинамічні системи – системи, які не можуть характеризуватися однаковою температурою, тиском, концентрацією частинок тощо.

Необоротні процеси у нерівноважних системах, у результаті яких відбувається просторовий перерозподіл маси, енергії, імпульсу та вирівнювання параметрів стану, називаються явищами переносу. До них належать дифузія, теплопровідність і внутрішнє тертя (в'язкість).

Процес **дифузії** полягає у вирівнюванні густини або складу газу в об'ємі. Якщо у процесі дифузії відбувається вирівнювання складу газу по всьому об'єму, то явище називається просто *дифузією*. Якщо процес дифузії зводиться лише до вирівнювання густини (концентрації) і в ньому беруть участь молекули одного сорту, таку дифузію називають *самодифузією*. Причиною дифузії є їх хаотичний тепловий рух молекул.

Дифузія – це процес масопереносу.

Переміщення групи молекул під дією різниці концентрації або густини називається *дифузійним потоком*. Дифузійний потік визначається масою дифузної речовини, яка за одиницю часу проходить через одиницю площі, яка перпендикулярна до напрямку дифузії: $j_m = \frac{dm}{dt S_{\perp}}$ [кг/с·м²], і напрямлений у бік зменшення концентрації. Згідно із *законом Фіка* дифузійний потік прямо пропорційний градієнту густини (концентрації молекул):

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx} = -Dm_o \frac{dn}{dx},$$

або маса газу, що переноситься завдяки дифузії через поверхню $S_{\perp}$, яка перпендикулярна до напрямку Ox , у якому зменшується концентрація, прямо пропорційна до розміру цієї поверхні, проміжку часу і градієнта густини:

$$m = -D \frac{d\rho}{dx} S_{\perp} \Delta t = -D m_o \frac{dn}{dx} S_{\perp} \Delta t.$$

Тут враховано, що $\rho = nm_o$ (де m_o – маса молекули газу). Градієнт густини $d\rho/dx$ показує, як швидко змінюється густина у напрямку x . Знак "-" вказує, що напрямок дифузійного потоку напрямлений у бік зменшення концентрації.

Коефіцієнт дифузії D чисельно дорівнює масі газу, що переноситься через одиничну площинку $S_{\perp} = 1 \text{ м}^2$ за одиницю часу $\Delta t = 1 \text{ с}$ при одиничному градієнті $|d\rho/dx| = 1 \text{ кг/м}$. $[D] = \text{м}^2/\text{с}$. Коефіцієнт дифузії залежить від середньої швидкості молекул і середньої довжини їх вільного пробігу:

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

2.1.8. Теплопровідність. Закон Фур'є

Процес *теплопровідності* полягає у вирівнюванні температури газу в усьому його об'ємі внаслідок виникнення потоку тепла. Різниця температур означає, що молекули газу мають різні середні кінетичні енергії. Завдяки зіткненням відбувається обмін енергією між молекулами і вирівнювання температури по всьому об'єму газу.

Теплопровідність – це процес переносу енергії.

Густина теплового потоку визначається енергією (теплотою), яка за одиницю часу переноситься через одиницю площі, яка перпендикулярна до напрямку дифузії: $j_E = \frac{dQ}{dt S_{\perp}}$ $[\text{Вт/м}^2]$ і напрямлена у бік зменшення температури.

Згідно із законом *теплопровідності Фур'є* тепловий потік прямо пропорційний градієнту температури,

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx},$$

або кількість теплоти Q , що переноситься завдяки теплопровідності через поверхню $S_{\perp}$, яка перпендикулярна до напрямку Ox , у якому зменшується температура, прямо пропорційна до розміру цієї поверхні, проміжку часу і градієнта температури:

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} S_{\perp} \Delta t.$$

Знак "-" показує, що тепловий потік напрямлений у бік зменшення температури.

Коефіцієнт теплопровідності λ чисельно дорівнює кількості теплоти, що переноситься через одиничну площинку $S_{\perp}=1 \text{ м}^2$ за одиницю часу $\Delta t = 1 \text{ с}$ при одиничному градієнті $|dT/dx|=1 \text{ К/м}$. $[\lambda] = \text{Вт/м}\cdot\text{К}$.

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

де c_v – питома теплоємність газу при сталому об'ємі.

2.1.9. Внутрішнє тертя. Закон Ньютона

Явище *внутрішнього тертя* виникає внаслідок сил тертя, які діють між шарами газу, що переміщуються паралельно один одному з різними за величиною швидкостями. Сили тертя напрямлені по дотичній до поверхні стикання шарів. Тобто *внутрішнє тертя або в'язкість* – це властивість газів чинити опір переміщенню однієї частини газу відносно іншої.

Причиною внутрішнього тертя є накладання впорядкованого руху шарів газу з різними швидкостями на хаотичний тепловий рух молекул. Завдяки тепловому руху молекули переходять з одного шару в інший.

Внутрішнє тертя – процес переносу імпульсу між шарами.

Потік імпульсу визначається імпульсом, що переноситься за одиницю часу через перпендикулярну одиничну площину

$$j_p = \frac{dp}{dt S_{\perp}} = \frac{F}{S_{\perp}} \text{ [Н/м}^2\text{=Па]}. \text{ Згідно із законом Ньютона, потік}$$

імпульсу прямо пропорційний до градієнту швидкості, який показує, як швидко змінюється швидкість у напрямку x перпендикулярному напрямку руху рідини:

$$j_p = -\eta \frac{dv}{dx},$$

або сили внутрішнього тертя прямо пропорційні до градієнта швидкості, а також площі дотику шарів:

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} S_{\perp}.$$

Коефіцієнт *внутрішнього тертя* або коефіцієнт *динамічної в'язкості* η чисельно дорівнює силі внутрішнього тертя, що діє на одиницю поверхні дотику шарів газу $S_{\perp}=1 \text{ м}^2$, які рухаються паралельно один одному, при одиничному градієнті швидкості $dv/dx=1 \text{ с}^{-1}$. $[\eta]=\text{Па}\cdot\text{с}$.

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

Коефіцієнт внутрішнього тертя не залежить від тиску газу, за винятком сильно розрідженого газу.

Між коефіцієнтами переносу існують такі співвідношення:

$$\eta = \rho D, \quad \lambda = c_v \eta, \quad \lambda = c_v \rho D.$$

Вони свідчать про однаковість фізичної природи процесів переносу (це хаотичний тепловий рух молекул).

2.1.10. Розподіл Максвелла

Максвелл, застосовуючи *статистичний метод*, теоретично розв'язав задачу про розподіл молекул за швидкостями. Нехай газ складається з великої кількості N однакових молекул, температура газу однакова $T=\text{const}$, і на газ не діють зовнішні сили $F=0$.

Якщо розбити діапазон швидкостей на малі інтервали dv , то на кожний інтервал швидкості припадатиме деяка кількість

молекул dN , швидкість яких лежить в інтервалі від v до $v+dv$. Функція Максвелла, або функція розподілу молекул за швидкостями їх теплового руху, визначає відносну кількість молекул, яка припадає на одиничний інтервал швидкостей:

$$f(v) = \frac{dN}{N dv}.$$

Максвелл знайшов цю функцію у такому вигляді:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_o}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{m_o v^2}{2kT}}.$$

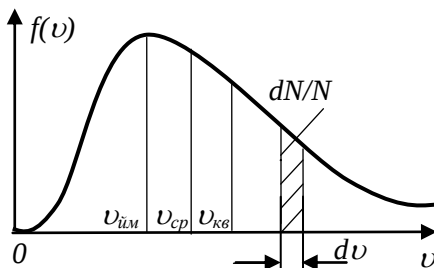


Рисунок 2.6

Вигляд функції Максвелла залежить від роду газу і від температури (рис. 2.6). Швидкість, за якої $f(v)$ максимальна, називається **найімовірнішою швидкістю** $v_{шм}$. Її можна знайти з умови: $df/dv=0$. Звідки:

$$v_{шм} = \sqrt{\frac{2kT}{m_o}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}.$$

Середня арифметична швидкість:

$$\langle v \rangle = \frac{v_1 + v_2 + \dots}{N} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_o}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

Середня квадратична швидкість:

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots}{N}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_o}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

При збільшенні температури максимум кривої $f(v)$ зміщується у бік більших швидкостей, величина f_{max} зменшується. Причому площа, яка охоплена кривою $f(v)$ і віссю OX , залишається незмінною, оскільки функція розподілу Максвелла повинна задовольняти умову нормування:

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1.$$

2.1.11. Барометрична формула. Розподіл Больцмана

Нехай молекули газу знаходяться у полі тяжіння Землі. За відсутності тяжіння, повітря розсіялося б у Всесвіті внаслідок теплового руху молекул. За відсутності теплового руху, молекули впали б на землю. Тяжіння і тепловий рух приводять до деякого стаціонарного стану, при якому тиск і концентрація газу зменшуються з висотою.

Розглянемо ідеальний газ, який знаходиться в однорідному полі тяжіння і температура якого постійна $T=const$, тобто не змінюється з висотою. Якщо тиск газу на висоті h рівний P , то на висоті $h+dh$ рівний $P+dP$ (рис. 2.7), причому при $dh>0$ $dP<0$, оскільки тиск з висотою зменшується.

Згідно із законом Паскаля, різниця тисків P і $P+dP$ дорівнює гідростатичному тиску стовпа газу висотою dh , тобто:

$$P-(P+dP)=\rho g dh,$$

де ρ – густина газу на висоті h .

Із рівняння Менделєєва–Клапейрона, $PV=mRT/M$, густина газу $\rho=m/V=PM/RT$, звідки:

$$dP=-\frac{Mg}{RT} P dh, \text{ або } \frac{dP}{P}=-\frac{Mg}{RT} dh.$$

Вважаючи $T=const$ й інтегруючи за тиском від P_0 до P , а за висотою від 0 до h , отримуємо:

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT} \int_0^h dh, \quad \ln \frac{P}{P_0} = -\frac{Mg}{RT} h,$$

Отже, **барометрична формула**: $P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$.

Тиск газу зменшується із висотою експоненціально і тим швидше, чим більша молярна маса M газу і нижча температура T .

З рівняння стану у вигляді $P=nkT$ при $T=const$ отримуємо

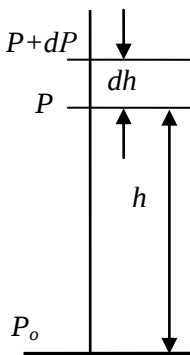


Рисунок 2.7

$$nkT = n_0 kT e^{\frac{Mgh}{RT}},$$

де n_0 – концентрація молекул на висоті $h = 0$.

Оскільки $M = m_0 N_A$, $R = k N_A$ - отримаємо **розподіл Больцмана** для частинок у зовнішньому потенціальному полі.

$$n = n_0 e^{\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{\frac{W_n}{kT}},$$

де $W_n = m_0 gh$ – потенціальна енергія молекули у полі тяжіння.

Із збільшенням висоти концентрація молекул зменшується за експоненціальним законом.

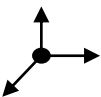
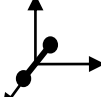
Це співвідношення справедливе для довільних потенціальних полів, якщо маси молекул однакові і вони знаходяться у стані теплового хаотичного руху.

2.2. Перший закон термодинаміки

2.2.1. Розподіл енергії за ступенями вільності молекул

Числом ступенів вільності тіла називається найменше число незалежних координат, які необхідно задати, щоб повністю визначити положення тіла у просторі, або кількість незалежних рухів, які може виконувати тіло.

Таблиця 2.1

Молекула	Одноатомна	Двоатомна	Багатоатомна
Число ступенів вільності			
Поступальних	3	3	3
Обертальних	-	2	3
Разом	3	5	6

Молекули одноатомного газу можна розглядати як матеріальні точки. Така молекула має три ступені вільності поступаль-

ного руху. Модель двоатомної молекули у першому наближенні – це два жорстко зв'язаних атоми, що розташовані на деякій відстані один від одного. Вона має три ступені вільності поступального руху і дві ступені вільності обертального руху (навколо двох осей OY і OZ). Триатомна і багатоатомна молекула має 6 ступенів вільності – 3 поступальних і 3 обертальних (табл. 2.1).

Больцман вивів **закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності молекул**: у стані термодинамічної рівноваги на кожний поступальний і обертальний ступінь вільності молекули припадає кінетична енергія, що дорівнює

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = 1/2kT.$$

Таким чином, середня кінетична енергія молекули визначається за формулою: $\langle \varepsilon_0 \rangle = (i/2)kT$, де i – число ступенів вільності молекули, $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{оберт}}$.

2.2.2. Внутрішня енергія, робота, теплота

Термодинамічна система (ТДС) – це фізична система, що складається з великої кількості мікрочастинок, які беруть участь у тепловому русі, взаємодіють між собою та з навколишнім середовищем, обмінюючись, зокрема, енергією. *Термодинамічний процес* – це процес переходу системи з одного початкового стану в інший через послідовність проміжних станів.

Внутрішня енергія U – це кінетична енергія хаотичного теплового руху мікрочастинок (молекул, атомів тощо) і потенціальна енергія їх взаємодії. Внутрішня енергія – однозначна функція стану термодинамічної системи, тобто у кожному стані, який характеризується параметрами P , V , T , система має цілком визначене значення внутрішньої енергії U .

В ідеальному газі не враховуються сили взаємодії між молекулами, а отже, потенціальна енергія молекул дорівнює нулю. Тому внутрішня енергія ідеального газу дорівнює сумарній кінетичній енергії їх теплового руху:

$$U = \langle \varepsilon_0 \rangle N = \frac{i}{2} k T \nu N_A = \frac{i}{2} \nu R T = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R T .$$

Тут ураховано, що $kN_A = R$, $\nu = m/M$. Внутрішня енергія ідеального газу залежить від виду газу (кількості ступенів вільності молекул) і його абсолютної температури.

Обмін енергією системи із зовнішнім середовищем може відбуватися двома способами: при силовій взаємодії (шляхом виконання роботи) або шляхом теплообміну. **Робота** – це форма передавання енергії при силовій взаємодії. Друга форма передавання енергії здійснюється при безпосередньому обміні енергіями між молекулами взаємодіючих тіл, тобто у процесі теплообміну. Таку форму передавання енергії у термодинаміці називають **теплотою**. Теплообмін відбувається у випадку різниці температури взаємодіючих тіл. Унаслідок теплообміну температури тіл вирівнюються.

2.2.3. Перший закон термодинаміки

Розглянемо термодинамічну систему (газ), яка переходить із одного стану, що характеризується параметрами (P_1, V_1, T_1) , в інший (P_2, V_2, T_2) : $(1) \rightarrow (2)$. У першому стані внутрішня енергія рівна U_1 , у другому – U_2 . Зміна внутрішньої енергії дорівнює $\Delta U = U_2 - U_1$. Внутрішню енергію можна змінити двома способами: шляхом виконання роботи зовнішніми тілами над системою (газом) $A^{зovн}$ та шляхом теплопередчі, тобто надання теплоти Q від зовнішніх тіл до системи:

$$\Delta U = A^{зovн} + Q.$$

Врахувавши, що робота, яка виконується газом проти зовнішніх сил, дорівнює роботі, що виконується зовнішніми силами, з протилежним знаком, тобто $A_{12} = -A^{зovн}$, отримаємо:

$$Q = \Delta U + A_{12}.$$

В диференціальній формі:

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

де dU – (повний диференціал) – нескінченно мала зміна внутрішньої енергії системи, δA – елементарна робота, δQ – нескінченно мала зміна кількості теплоти. δQ та δA не є повними диференціалами.

Це рівняння – математичний вираз *першого закону термодинаміки: теплота, яка передається системі (газу), витрачається на збільшення її внутрішньої енергії та на виконання системою роботи проти зовнішніх сил. Перший закон термодинаміки є наслідком закону збереження енергії.*

2.2.4. Робота газу. Графічне представлення роботи

Якщо газ, розширюючись, переміщує поршень на відстань dl (рис.2.8), то він виконує роботу:

$$dA = Fdl = PSdl = PdV,$$

де S – площа поршня; $Sdl = dV$ – зміна об'єму газу.

Повну роботу, яка виконана газом при зміні його об'єму від V_1 до V_2 , знайдемо інтегруванням:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} PdV.$$

Результат інтегрування визначається характером залежності тиску від об'єму. У випадку ізобарного процесу ($P = \text{const}$) $A_{12} = P\Delta V = P(V_2 - V_1)$.

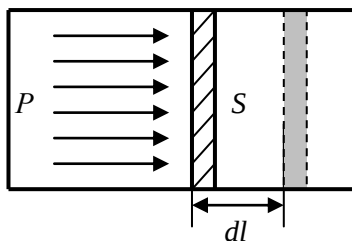


Рисунок 2.8

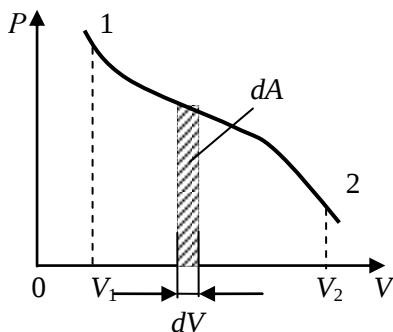


Рисунок 2.9

Знак роботи залежить від напрямку процесу. При $V_2 > V_1$, $A_{12} > 0$ газ розширюється й виконує додатну роботу проти зовнішніх сил. Якщо $V_2 < V_1$, $A_{12} < 0$, робота стискання газу від'ємна, додатну роботу виконують зовнішні сили.

Робота газу при зміні об'єму від V_1 до V_2 визначається площею під графіком залежності $P=f(V)$ (рис. 2.9).

Якщо процес відбувався по замкненій кривій і газ повернувся до початкового стану, то повна робота не дорівнює нулю, а визначається площею, обмеженою замкненою кривою.

2.2.5. Теплоємність

Теплоємністю тіла називається фізична величина, яка чисельно дорівнює теплоті, яку потрібно передати тілу, щоб підвищити його температуру на 1 К:

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \quad [\text{Дж/К}].$$

Теплоємність залежить від маси тіла, від речовини (газ, рідина, тверде тіло), від виду термодинамічного процесу, у якому тілу передають дану кількість теплоти. Розрізняють питому теплоємність і молярну теплоємність.

Питома теплоємність (теплоємність 1 кг речовини):

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\delta Q}{m dT} \quad [\text{Дж/кг} \cdot \text{К}].$$

Молярна теплоємність (теплоємність 1 моля речовини) визначається теплою, яку необхідно передати 1 молю речовини, щоб підвищити температуру на 1 К:

$$C_m = \frac{C}{\nu} = \frac{\delta Q}{\nu dT} \quad [\text{Дж/моль} \cdot \text{К}].$$

Звідси

$$\delta Q = \nu C_m dT.$$

Співвідношення між питомою і молярною теплоємністю:

$$C_m = cM.$$

Перепишемо перший закон термодинаміки, використавши вираз для молярної теплоємності: $\nu C_m dT = dU + \delta A$.

2.2.6. Перший закон термодинаміки для ізопроцесів

а) **Ізохорний процес** ($V=const$, $m=const$): $V_1=V_2$, $P_1 \rightarrow P_2$, $T_1 \rightarrow T_2$. Оскільки $V=const$, при ізохорному процесі газ не виконує роботу $A_{12}=0$, отже перший закон термодинаміки має вигляд:

$$\delta Q = dU, \quad \text{або} \quad \nu C_V dT = dU,$$

де C_V – молярна теплоємність при постійному об'ємі; $\nu = m/M$ – кількість молів речовини.

Звідси $dU = \nu C_V dT = \nu C_V (T_2 - T_1)$. З іншого боку, $dU = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_1)$. Порівнюючи ці вирази, бачимо, що $C_V = \frac{i}{2} R$ (i – число ступенів вільності молекули газу). Питома теплоємність: $c_V = \frac{C_V}{M} = \frac{i}{2} \frac{R}{M}$.

Тобто вираз для внутрішньої енергії газу можна записати через молярну теплоємність при постійному об'ємі: $U = \nu C_V T$.

б) **Ізобарний процес** ($P=const$, $m=const$): $P_1=P_2$, $V_1 \rightarrow V_2$, $T_1 \rightarrow T_2$.

Оскільки $P=const$, робота при ізобарному процесі $A_{12} = P dV = P(V_2 - V_1)$, отже, перший закон термодинаміки:

$$\delta Q = dU + P dV, \quad \text{або} \quad \nu C_P \Delta T = \nu C_V \Delta T + P dV,$$

де C_P – молярна теплоємність при постійному тиску.

Використавши рівняння Менделєєва–Клапейрона для двох станів (1) і (2), отримаємо: $A_{12} = P V_2 - P V_1 = \nu R T_2 - \nu R T_1 = \nu R \Delta T$. Звідси *термодинамічний зміст молярної газової сталої*: $R = A/(\nu \Delta T)$, *тобто молярна газова стала визначається роботою, яка виконується 1 молем газу, при його розширенні під час нагрівання на 1 K при постійному тиску*.

Підставляємо вираз для роботи до виразу для першого закону термодинаміки і отримуємо:

$$\nu C_P \Delta T = \nu C_V \Delta T + \nu R \Delta T,$$

або $C_P - C_V = R$ – *рівняння Майєра*.

При ізобарному процесі теплоємність більша, оскільки теплота, яка передається газу, йде не тільки на його нагрівання, але і на роботу розширення газу.

Використовуючи вираз $C_V = \frac{i}{2} R$, отримуємо: $C_P = \frac{i+2}{2} R$.

Питома теплоємність: $c_P = \frac{C_P}{M} = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}$.

в) **Ізотермічний процес** ($T = \text{const}$, $m = \text{const}$): $T_1 = T_2$, $V_1 \rightarrow V_2$, $P_1 \rightarrow P_2$, для якого виконується закон Бойля–Маріотта $PV = \text{const}$. Оскільки $T = \text{const}$, внутрішня енергія газу не змінюється $dU = 0$, отже, перший закон термодинаміки має вигляд: $\delta Q = \delta A$, теплота, яка передається газу, витрачається тільки на виконання газом роботи проти зовнішніх сил.

Теплоємність при постійній температурі: $C_T = \frac{\delta Q}{\Delta T} \rightarrow \infty$.

Врахувавши вираз для роботи газу і рівняння Менделєєва–Клапейрона $PV = \nu RT$, робота, яка виконується газом в ізотермічному процесі:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV = \nu RT \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Якщо $V_2 > V_1$, $A_{12} > 0$, газ ізотермічно розширюється й виконує додатну роботу, якщо ж $V_2 < V_1$, $A_{12} < 0$, робота ізотермічного стискування газу від'ємна.

2.2.7. Адіабатний процес

Адіабатним процесом називається такий процес, який відбувається без теплообміну термодинамічної системи з навколишнім середовищем ($\delta Q = 0$).

До адіабатних процесів можна віднести швидко-протікаючі процеси (теплообмін не встигає відбутися), наприклад, поширення звуку в середовищі, цикли розширення і стиску в дизельних двигунах внутрішнього згорання тощо.

Перший закон термодинаміки для адіабатного процесу:

$$\delta A = -dU.$$

При адіабатному процесі робота виконується газом за рахунок зміни його внутрішньої енергії: якщо газ адіабатно розширюється, його робота додатна $A_{12} > 0$, внутрішня енергія зменшується $\Delta U < 0$ і газ охолоджується $T_2 < T_1$, якщо ж газ адіабатно стискається $A_{12} < 0$ ($A^{зобн} > 0$), його внутрішня енергія і температура зростають $\Delta U_{12} > 0$, $T_2 > T_1$.

Робота газу при адіабатному процесі рівна:

$$\delta A = -dU = -\nu C_V dT = \frac{i}{2} R \nu (T_1 - T_2).$$

Рівняння адіабатного процесу:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma, \text{ або: } PV^\gamma = \text{const.}$$

Цей вираз називають **рівнянням Пуассона**. Тут $\gamma = C_P/C_V = (i+2)/i$ – показник адіабати, або *коефіцієнт Пуассона*, який залежить від виду газу. Крива залежності $P(V) \sim V^{-\gamma}$ у випадку адіабатного процесу спадає крутіше, ніж у випадку ізотермічного процесу $P(V) \sim V^{-1}$ (рис. 2.10).

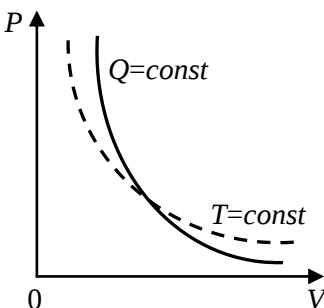


Рисунок 2.10

Інший вигляд рівняння адіабати можна отримати, використавши рівняння Менделєєва–Клапейрона й виразивши з нього тиск через об'єм і температуру, або об'єм через тиск і температуру:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \text{ або } P_1 T_1^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = P_2 T_2^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$

2.2.8. Політропний процес

Процес, в якому теплоємність залишається постійною ($C = \text{const}$) називається **політропним**.

Розглянуті вище ізохорний, ізотермічний, ізобарний та адіабатний процеси – окремі випадки політропного процесу.

Рівняння політропного процесу (рівняння політропи)

$$PV^n = \text{const}, \text{ де } n = (C - C_P)/(C - C_V) - \text{показник політропи.}$$

Значення теплоємностей і показників політропи для різних процесів наведені в таблиці 2.2.

Теплоємність при ізотермічному процесі нескінченно велика, оскільки $dT=0$, а $\delta Q \neq 0$.

Теплоємність при адиабатному процесі рівна нулю, оскільки $\delta Q=0$, а $dT \neq 0$.

Таблиця 2.2.

Процес	C	n
Адиабатний	$C=0$	$n=\gamma$
Ізотермічний	$C=\infty$	$n=1$
Ізобарний	$C=C_p$	$n=0$
Ізохорний	$C=C_v$	$n=\pm\infty$

2.3. Другий закон термодинаміки

2.3.1. Коловий процес. Оборотні й необоротні процеси

Процеси називаються *коловими процесами* або *циклами*, якщо термодинамічна система після проходження ряду станів повертається до початкового стану $(P_1, V_1, T_1) \leftrightarrow (P_2, V_2, T_2)$.

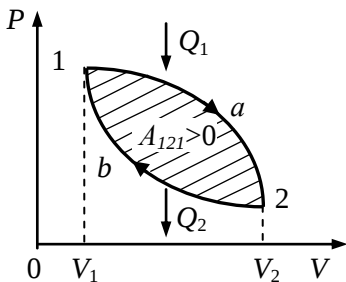


Рисунок 2.11

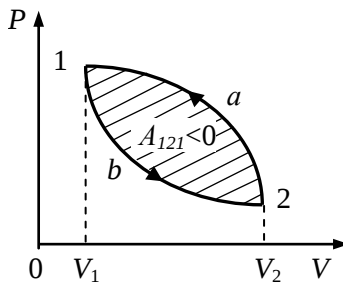


Рисунок 2.12

На діаграмі (рис. 2.11) зображений цикл, у якому спочатку на ділянці $1a2$ газу надається кількість теплоти Q_1 , газ розширюється і виконує додатну роботу A_{12} . Потім зовнішні сили стискають газ на ділянці $2b1$, виконуючи роботу $A_{21}^{зовн}$, і від газу забирається кількість теплоти Q_2 . Робота газу на цій ділянці від'ємна $A_{21} = -A_{21}^{зовн}$, причому $A_{12} > A_{21}^{зовн}$.

Такий цикл, який виконується за годинниковою стрілкою, називається *прямим циклом*. Сумарна робота газу в даному

циклі додатна $A_{121}=A_{12}+A_{21}>0$ і дорівнює площі заштрихованої фігури. *Прямий цикл* використовується у теплових двигунах.

Якщо здійснити цикл проти годинникової стрілки, то робота буде та сама за абсолютною величиною, але від'ємна (рис. 2.12), Такий процес називається *зворотним циклом*. *Зворотний цикл* використовується у холодильних машинах.

Перший закон термодинаміки до прямого циклу: $Q_{121}=\Delta U_{121}+A_{121}$, або $Q_{121}=A_{121}$, оскільки система повертається в попередній стан, тому зміна температури дорівнює нулю і $\Delta U_{121}=0$. Робота, що виконується за один цикл, дорівнює сумарній підведеній теплоті: $Q_{121} = Q_{12} + Q_{21} = Q_1 - Q_2$, де Q_1 – кількість теплоти, що надається газу при його розширенні; Q_2 – кількість теплоти, що віддається газом при його стисканні.

Корисна робота циклу $A=A_{121}=Q_1-Q_2$, і *коефіцієнт корисної дії* (ККД) для прямого циклу, що визначається відношенням корисної роботи, виконаної газом, до енергії у формі теплоти, яку він отримав від зовнішніх джерел, дорівнює:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Термодинамічний процес називається *оборотним*, якщо він може проходити як у прямому напрямку, так й у зворотному через ті самі проміжні стани, без змін в навколишньому середовищі. *Необоротним називається процес*, коли зворотний перехід через ті самі проміжні стани неможливий.

Оборотні процеси – це ідеалізація реальних процесів. Усі реальні процеси є необоротними.

2.3.2. Тепловий двигун. Цикл Карно

Тепловий двигун складається з трьох частин: нагрівача, робочого тіла (газу) і холодильника (рис. 2.13). Від нагрівача з температурою T_1 робочий газ за один цикл отримує кількість теплоти Q_1 , далі газ виконує корисну роботу A і віддає холодиль-

нику при температурі $T_2 < T_1$ кількість теплоти Q_2 . Холодильником для теплового двигуна зазвичай є навколишнє середовище.

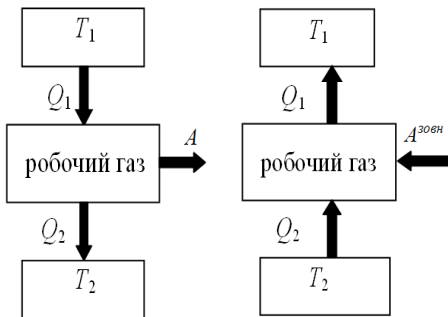


Рисунок 2.13

Рисунок 2.14

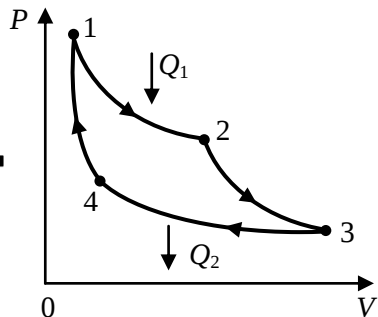


Рисунок 2.15

Холодильна машина, у якій використовується зворотний цикл, – це періодично діюча установка, у якій за рахунок роботи зовнішніх сил (наприклад, компресора) теплота переноситься від тіла з нижчою температурою до тіла з вищою температурою (рис. 2.14). Така машина забирає за цикл від тіла з температурою T_2 кількість теплоти Q_2 і віддає тілу при температурі $T_1 > T_2$ кількість теплоти Q_1 за рахунок роботи зовнішніх сил $A^{\text{зовн}}$. Кількість відданої теплоти $Q_1 = Q_2 + A^{\text{зовн}}$.

Карно довів теорему, що максимально можливий ККД має теплова машина, яка працює за *оборотним* коловим процесом, що складається з двох ізотермічних і двох адіабатних процесів (рис. 2.15).

Таблиця 2.3.

Ізотермічне розширення 1-2 $T = \text{const}; V_2 > V_1$	$A_{12} = Q_1 = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$
Адіабатичне розширення 2-3 $\delta Q = 0; T_2 < T_1$	$A_{23} = -\frac{m}{M} C_v (T_2 - T_1),$
Ізотермічний стиск 3-4 $T = \text{const}; V_4 < V_3$	$A_{34} = -Q_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3},$
Адіабатичний стиск 4-1 $\delta Q = 0; T_1 > T_2$	$A_{41} = -\frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2) = -A_{23}.$

***Послідовні термодинамічні процеси в циклі Карно
1-ізотерма-2-адіабата-3-ізотерма-4-адіабата-1.***

В таблиці 2.3 представлена характеристика цих процесів.
У результаті колового процесу виконується корисна робота:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 - Q_2.$$

Використавши рівняння адіабат на ділянках (2-3) і (4-1):

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}, \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1},$$

отримуємо: $V_2/V_1 = V_3/V_4$.

Підставивши ці вирази до формули ККД, маємо:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

Тобто ККД циклу Карно визначається тільки температурою нагрівача і холодильника і не залежить від природи робочого тіла:

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

1) Для підвищення ККД необхідно підвищувати температуру нагрівача і зменшувати температуру холодильника;

2) ККД теплової машини завжди менший за одиницю $\eta_{\max} < 1$.

ККД реальної теплової машини завжди менший за ККД ідеальної теплової машини, що працює за циклом Карно, оскільки реальна теплова машина втрачає деяку кількість теплоти через теплообмін з навколишнім середовищем, і через існування сил опору та тертя. Робота реальної теплової машини:

$$A = Q_1 - Q_2 - Q_3 - Q_4 = Q_1 - Q'_2,$$

де Q_1 – кількість теплоти, що отримує робочий газ від нагрівача; Q_2 – кількість теплоти, що віддається газом охолоджувачу; Q_3 – кількість теплоти, що втрачається через теплообмін з навколишнім середовищем; Q_4 – кількість теплоти, що витрачається на подолання сил тертя;

$$Q'_2 = Q_2 + Q_3 + Q_4.$$

Формула ККД реальної теплової машини має вигляд:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q'_2}{Q_1} < \eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

2.3.3. Ентропія

Розглянемо тепер *зведену кількість теплоти* $\delta Q/T$ і введемо поняття функції стану, яку визначимо як $S = \int \frac{dQ}{T}$.

Функція стану, диференціал якої $dS = \frac{dQ}{T}$, називається

ентропією S . Основною властивістю цієї функції є те, що для будь-якого колового оборотного процесу її зміна дорівнює

нулю: $\Delta S_{121} = \oint \frac{dQ}{T} = 0$. Ентропія визначається з точністю до

константи і, подібно до потенціальної енергії, фізичний зміст має тільки зміна ентропії для даного процесу (1)→(2):

$\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$. Тому *ентропія* є однозначною функцією стану,

яка характеризує напрямок перебігу самодовільних процесів у замкненій термодинамічній системі.

Для довільної замкненої системи виконується **нерівність Клаузіуса**: $\Delta S \geq 0$, тобто ентропія замкненої системи або зростає (для необоротних процесів) або залишається постійною (для оборотних процесів).

Знайдемо зміну ентропії у процесах ідеального газу. Для будь-якого термодинамічного процесу, згідно з першим зако-

ном термодинаміки: $dQ = dU + dA$. Оскільки $dU = \frac{m}{M} C_v dT$,

$dA = PdV = \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V}$, $dS = \frac{dQ}{T}$, тоді отримуємо:

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \frac{m}{M} C_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{M} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} =$$

$$= \frac{m}{M} \left(C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right).$$

Зміна ентропії ідеального газу при переході зі стану (1) у стан (2) не залежить від виду переходу (1)→(2).

Процес, у якому ентропія залишається постійною $S = \text{const}$, називається *ізоентронійним процесом*. Прикладом ізоентронійного процесу є оборотний адіабатний процес, для якого $dQ=0$, $\Delta S=0$ і $S = \text{const}$.

Для ізотермічного процесу $T_1=T_2$ і $\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1}$.

Для ізохорного процесу $V_1=V_2$ і $\Delta S = \frac{m}{M} C_v \ln \frac{T_2}{T_1}$.

Термодинамічною ймовірністю W стану системи називається число способів, якими може бути реалізований даний термодинамічний стан ($W \geq 1$). Чим більше частинок, тим більша термодинамічна ймовірність.

Формула Больцмана встановлює співвідношення між ентропією S і термодинамічною ймовірністю W системи:

$$S = k \ln W \quad (\text{де } k - \text{ стала Больцмана}).$$

Тобто ентропія може розглядатися як міра ймовірності стану даної термодинамічної системи. Звідси випливає *статистичне тлумачення ентропії*: ентропія є мірою невідповідності термодинамічної системи.

2.3.4. Другий та третій закони термодинаміки

Якщо перший закон термодинаміки – це одна з форм запису закону збереження енергії, то другий закон термодинаміки встановлює напрямок перебігу і характер процесів, що відбуваються у природі. **Другий закон термодинаміки:**

формулювання Кельвіна: неможливим є коловий термодинамічний процес, єдиним результатом якого є перетворення теплоти на еквівалентну їй роботу. Тобто, неможливо побудувати теплову машину, що повністю перетворює теплоту, яку отримала від нагрівача, на еквівалентну їй роботу. Іншими словами, тепловий двигун без охолоджувача працювати не буде. На корисну роботу перетворюється лише частина теплоти, отриманої від нагрівача.

Формулювання Клаузіуса: неможливим є коловий термодинамічний процес, єдиним результатом якого є перехід теплоти від менш нагрітого тіла до більш нагрітого. Іншими словами, для такого переходу теплоти потрібно виконання роботи зовнішніми силами. Холодильна машина без компресора працювати не буде.

Принцип зростання ентропії, який лежить в основі формулювання **другого закону термодинаміки:** в макроскопічній термодинамічній системі можливі лише такі процеси, які ведуть до збільшення ентропії.

Формула Больцмана дозволяє дати також **статистичне тлумачення другого закону термодинаміки:** термодинамічна ймовірність ізольованої системи при всіх процесах, що в ній відбуваються, не може зменшуватися: $\Delta W = W_2 - W_1 \geq 0$.

У випадку оборотного процесу $\Delta W = 0$, тобто термодинамічна ймовірність не змінюється. У випадку необоротного процесу $\Delta W > 0$, W зростає.

Третій закон термодинаміки – теорема Нернста, характеризує поведінку термодинамічних систем при нулі Кельвіна: при абсолютному нулі ентропія усіх тіл в стані рівноваги рівна нулю, тобто: $\lim_{T \rightarrow 0} S = 0$. Теплоємності C_P і C_V при $T = 0$ К також рівні нулю. Третій закон термодинаміки встановлює обмеження на проходження теплових процесів. Він заперечує можливість досягнення абсолютного нуля.

2.4. Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Ваальса

2.4.1. Сили міжмолекулярної взаємодії

При розгляді реальних газів, треба враховувати сили міжмолекулярної взаємодії. Вони починають проявлятися на відстанях $r \sim 10^{-9}$ м і швидко зменшуються при збільшенні відстані між молекулами.

Між молекулами діють одночасно сили притягання $F_1 < 0$ і сили відштовхування $F_2 > 0$ (рис. 2.16). На відстані $r = r_0$ результуюча сила $F = 0$. Якщо $r < r_0$, переважають сили відштовхування ($F > 0$), якщо $r > r_0$ – сили притягання ($F < 0$). На відстані $r > 10^{-9}$ м міжмолекулярні сили взаємодії практично відсутні. У стані рівноваги $r = r_0$, потенціальна енергія взаємодії досягає свого мінімального значення W_{min} .

Співвідношення між W_{min} і kT являється критерієм різних агрегатних станів речовини. W_{min} визначає роботу яку треба виконати проти сил притягання, щоб роз'єднати молекули, які перебувають у стані рівноваги. Оскільки середня кінетична енергія молекули визначається термодинамічною температурою $\langle \varepsilon_0 \rangle \sim kT$, отримуємо такі критерії:

$W_{min} \ll kT$ – речовина перебуває у газоподібному стані;

$W_{min} \gg kT$ – речовина перебуває у твердому стані;

$W_{min} \sim kT$ – речовина перебуває у рідкому стані.

Одна й та сама речовина може перебувати у різних агрегатних станах залежно від температури.

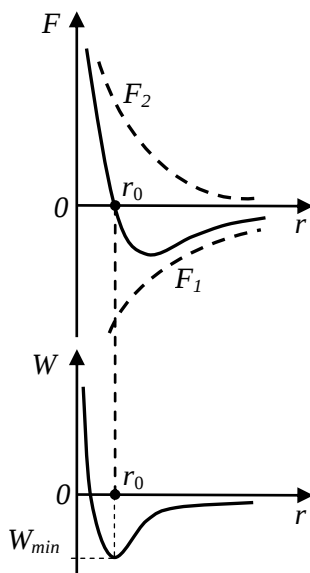


Рисунок 2.16

2.4.2. Рівняння Ван-дер-Ваальса

Щоб отримати рівняння стану реального газу, уведемо у рівняння Менделєєва–Клапейрона поправки, що враховують власний об'єм молекул і сили міжмолекулярної взаємодії.

Наявність сил відштовхування зводиться до того, що фактичний вільний об'єм, у якому можуть рухатися молекули реального газу, буде меншим, ніж об'єм ідеального газу: $V_m \rightarrow V_m - b$, де $V_m - b$ – об'єм одного моля реального газу; b – об'єм, що "заборонений" для руху молекул.

Дві молекули не можуть наблизитися на відстань меншу, ніж сума їх радіусів ($d = 2r$). Тому величина b пропорційна об'єму сфери, яка описана радіусом d , і кількості молекул, які співударяються (рис. 2.17). Розрахунки показують, що $b = 4V_0 N_A$, де V_0 – об'єм однієї молекули, N_A – число Авогадро (кількість молекул в одному молі речовини).

Дія сил притягання між молекулами реального газу приводить до появи додаткового тиску, що називається *внутрішнім тиском*: $P \rightarrow P + P'$. Тут

$$P' = \frac{a}{V_m^2}$$

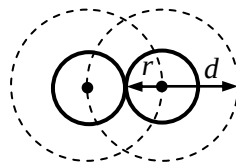


Рисунок 2.17

Додатковий тиск обернено пропорційний квадрату молярного об'єму газу, a – стала Ван-дер-Ваальса, яка характеризує сили міжмолекулярного притягання.

Тоді рівняння стану (для одного моля) набуває вигляду:

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = RT.$$

Це рівняння називається **рівнянням Ван-дер-Ваальса**.

Оскільки $V = \nu V_m$ ($\nu = m/M$ – кількість молів), *рівняння стану реального газу для довільної кількості речовини:*

$$\left(P + \frac{m^2 a}{M^2 V^2} \right) \left(V - \frac{m}{M} b \right) = \frac{m}{M} RT.$$

a і b – сталі Ван-дер-Ваальса, постійні для кожного газу величини, що визначаються дослідним шляхом.

2.4.3. Ізотерми реального газу

Ізотерми реального газу представляють собою залежність молярного об'єму газу від тиску при постійній температурі.

За високих температур ($T > T_k$) ізотерма реального газу майже не відрізняється від ізотерми ідеального газу (рис. 2.18).

За деякої температури T_k – **критичній температурі** – на ізотермі появляється точка перегину K – **критична точка**. Відповідні цій точці об'єм V_{mk} і тиск P_k називаються **критичними**. Ізотерма при $T = T_k$ називається **критичною ізотермою**.

Критичні параметри P_k , V_{mk} , T_k можна знайти з рівняння Ван-дер-Ваальса через сталі a і b :

$$P_{кр} = \frac{a}{27b^2}, \quad V_{mkр} = 3b, \quad T_{кр} = \frac{8a}{27Rb}.$$

При $T = T_k$ рівнянню Ван-дер-Ваальса відповіде крива 1-2-3-4-5-6-7 (рис. 2.18). На ділянці 5-3 стиск речовини супроводжується зменшенням тиску. В цій області речовина розпадається на дві *фізи* – рідина і пара.

Фаза – сукупність частинок однакового хімічного складу, які перебувають в однаковому *термодинамічному стані*.

Істинні ізотерми при температурах нижчих за критичну ($T < T_k$) мають вигляд 1-2-6-7 і є кривими неперервного переходу речовини із газоподібного стану (Γ) (ділянка 6-7) в рідкий стан (P) (ділянка 2-1). На ділянці 6-2 рідина перебуває у стані рівноваги із своєю парою.

Речовина в газоподібному

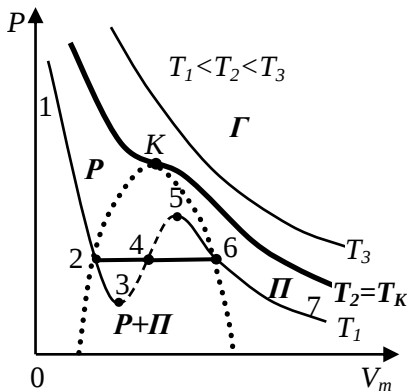


Рисунок 2.18

стані при температурі нижчій за критичну називається **парою** (Π), а пара, яка перебуває у рівновазі зі своєю рідиною, називається **насиченою** ($P+\Pi$). При ізотермічному стиску пара зріджується. Газ при температурі вищих за критичну ($T>T_k$) не може бути переведений у рідину ні при якому тиску (Γ).

За деяких умов можуть бути реалізовані **метастабільні стани** 5-6 і 2-3. Ділянка 2-3 відображає **перегріту рідину**, 5-6 - **перенасичену пару**.

2.4.4. Внутрішня енергія реального газу

Внутрішня енергія реального газу U складається з кінетичної енергії теплового руху його молекул (визначає внутрішню енергію ідеального газу, що дорівнює $U_k = C_V T$ для одного моля) і потенціальної енергії міжмолекулярної взаємодії U_n . Потенціальна енергія реального газу зумовлена лише силами притягання між молекулами, які приводять до виникнення внутрішнього тиску на газ $P' = a/V_m^2$.

Мірою зміни потенціальної енергії системи є робота, яка витрачається для подолання сил притягання, що діють між молекулами газу.

$$dA_m = P' dV_m = dU_n \text{ або } dU_n = \frac{a}{V_m^2} dV.$$

Звідси знаходимо потенціальну енергію одного моля реального газу:

$$U_n = \int_{V_m}^{\infty} \frac{a}{V_m^2} dV = -\frac{a}{V_m}.$$

Знак "-" означає, що молекулярні сили, які створюють внутрішній тиск, є силами притягання.

Повна внутрішня енергія одного моля реального газу дорівнює

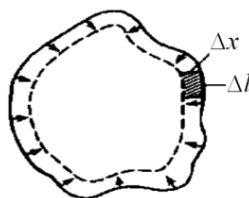
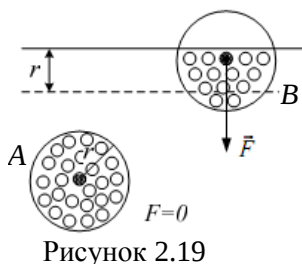
$$U_m = C_V T - \frac{a}{V_m}.$$

Вона зростає зі збільшенням температури й об'єму газу.

2.5. Властивості рідин. Поверхневий натяг

2.5.1. Поверхневий натяг. Коефіцієнт поверхневого натягу

Рідина є агрегатним станом речовини, проміжним між газоподібним і твердим. У газах молекули рухаються хаотично, тому немає ніякої закономірності в їхньому взаємному розташуванні. Для твердих тіл спостерігається *далекий порядок* у розташуванні часток, тобто їхнє впорядковане розташування, що повторюється на більших відстанях. У рідинах є *ближній порядок* у розташуванні часток, тобто їхнє впорядковане розташування, що повторюється на відстанях, порівнянних з міжчастковими.



Починаючи з деякої мінімальної відстані силами притягання між молекулами можна знехтувати. Ця відстань (порядку 10^{-9} м) називається *радіусом молекулярної дії* r , а сфера радіуса r – *сферою молекулярної дії*.

Сили, які діють на молекулу A , в об'ємі рідини від оточуючих молекул спрямовані в різні сторони і тому скомпенсовані. Для молекули B , яка розташована на поверхні, рівнодійна сил $\vec{F}$ не дорівнює нулю і напрямлена в середину рідини (рис. 2.19). Таким чином, результуючі сили всіх молекул поверхневого шару чинять на рідину тиск, який називається *молекулярним* (або *внутрішнім*).

Молекули поверхневого шару рідини мають більшу потенційну енергію, ніж молекули усередині рідини. Ця додаткова енергія, називається *поверхневою енергією*, яка пропорційна площі поверхні ΔS :

$$\Delta E = \sigma \Delta S, \quad \text{де } \sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S}$$

- **коефіцієнт поверхневого натягу рідини**, який рівний зміні поверхневої енергії при ізотермічній зміні площі поверхні на одиницю.

Рідина за відсутності зовнішніх сил буде приймати таку форму, щоб при заданому об'ємі вона мала мінімальну поверхню, тобто форму кулі.

Поверхневий шар рідини аналогічний до розтягнутої пружної плівки, в якій діють сили натягу.

Нехай під дією сил поверхневого натягу поверхня рідини скоротилася, і контур перемістився в положення, позначене штриховою лінією (рис. 2.20). Сили, які діють на елемент Δl контуру, здійснюють роботу:

$$\Delta A = f \Delta l \quad \Delta x = f \Delta S,$$

де f – сила поверхневого натягу, що діє на одиницю довжини контуру поверхні рідини.

Оскільки ця робота відбувається завдяки зменшенню поверхневої енергії, тобто:

$$\Delta A = \Delta E, \quad \text{то } \sigma = f, \quad \sigma = \frac{f}{\Delta l}.$$

Коефіцієнт поверхневого натягу σ дорівнює силі поверхневого натягу, що припадає на одиницю довжини контуру, що обмежує вільну поверхню рідини. Одиниця поверхневого натягу – ньютон на метр (Н/м) або джоуль на квадратний метр (Дж/м²). Поверхневий натяг з підвищенням температури зменшується, тому що збільшуються відстані між молекулами рідини.

Речовини, що послабляють поверхневий натяг рідини, називаються *поверхнево-активним*. Мило сильно зменшує поверхневий натяг води (приблизно з $7,5 \cdot 10^{-2}$ до $4,5 \cdot 10^{-2}$ Н/м).

Цукор, сіль збільшують поверхневий натяг рідини завдяки тому, що їхні молекули взаємодіють із молекулами рідини сильніше, ніж молекули рідини між собою.

2.5.2. Змочування

Крапля води розтікається на склі і приймає форму, зображену на рис. 2.21, у той час як ртуть на тій самій поверхні перетворюється в трохи сплюснену краплю. У першому випадку говорять, що рідина *змочує* тверду поверхню, у другому – *не змочує її*.

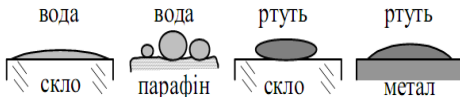


Рисунок 2.21

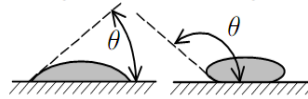


Рисунок 2.22

Змочуванням називається явище викривлення вільної поверхні рідини при дотику рідини з поверхнею твердого тіла.

Для змочувальної рідини сили притягання між молекулами рідини й твердого тіла більші, ніж між молекулами самої рідини, і рідина прагне збільшити поверхню зіткнення із твердим тілом. Для незмочувальної рідини сили притягання між молекулами рідини й твердого тіла менші, ніж між молекулами рідини, і рідина прагне зменшити поверхню свого дотику із твердим тілом.

Поверхня рідини, яка викривлена на межі із твердим тілом, називається меніском.

Лінія, по якій меніск пересікається із твердим тілом, називається периметром змочування.

Явище змочування характеризується крайовим кутом θ між поверхнею твердого тіла і меніском в точках їх перетину (в точках периметру змочування). Рідина змочує тверде тіло, якщо крайовий кут гострий $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$, і не змочує тверде тіло, якщо крайовий кут тупий $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ (рис. 2.22).

Якщо $\theta = 0$ то змочування вважається повним, у випадку ж $\theta = 180^\circ$ - повне не змочування.

2.5.3. Тиск під викривленою поверхнею рідини

Якщо поверхня рідини не плоска, а викривлена, то вона, намагаючись зайняти найменшу площу, чинить на рідину *надлишковий (додатковий) тиск*.

Сферично випукла поверхня здійснює на об'єм рідини додатковий тиск, який зумовлений силами внутрішнього натягу, які спрямовані всередину рідини, $\Delta p = 2\sigma/R$, де R – радіус сфери. Якщо поверхня рідини ввігнута, то результуюча сила поверхневого натягу напрямлена із рідини і тиск всередині рідини $\Delta p = -2\sigma/R$.

Надлишковий тиск всередині мильної бульбашки радіуса R зумовлений дією обох поверхневих шарів тонкої сферичної мильної плівки $\Delta p = 4\sigma/R$.

В загальному випадку надлишковий тиск для довільної поверхні рідини описується *формулою Лапласа*.

$$\Delta p = \sigma(1/R_1 + 1/R_2)$$

де R_1 і R_2 – радіуси кривизни двох будь-яких взаємно-перпендикулярних перерізів поверхні рідини в даній точці. Радіус кривизни додатний, якщо центр кривизни відповідного перерізу є усередині рідини, і негативний, якщо центр кривизни є поза рідиною.

Для сферичної поверхні ($R_1 = R_2 = R$) надлишковий тиск рівний $\Delta p = 2\sigma/R$, для циліндричної ($R_1 = R$ і $R_2 = \infty$) – надлишковий тиск $\Delta p = \sigma(1/R_1 + 1/\infty) = \sigma/R$

У випадку плоскої поверхні ($R_1 = R_2 = \infty$) сили поверхневого натягу надлишкового тиску не створюють.

2.5.4. Капілярні явища

Капілярами називаються вузькі циліндричні трубки із діаметром менше міліметра. *Капілярністю* називається явище зміни рівня рідини в капілярах занурених у рідину (рис. 2.23).

Рідина в капілярах піднімається чи опускається на таку висоту h , при якій тиск стовпа рідини (гідростатичний тиск) ρgh , врівноважується надлишковим тиском Δp .

$$2\sigma/R = \rho gh,$$

де ρ - густина рідини, g - прискорення вільного падіння.

Висота підняття (глибина опускання) рідини в капілярі:

$$h = (2\sigma)/(\rho g R) = (2\sigma \cos\theta)/(\rho g r),$$

де r – радіус капіляра, θ - крайовий кут.

Капілярні явища відіграють важливу роль у природі й техніці. Наприклад, вологообмін у ґрунті, у рослинах, всмоктування води бетоном, дія гнотів тощо.

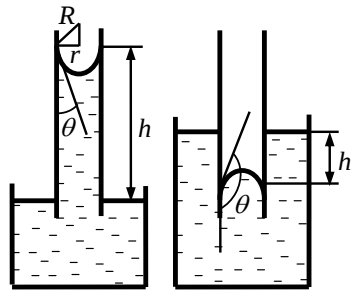


Рисунок 2.23

2.6. Тверді тіла. Фазові переходи

2.6.1. Тверді тіла. Моно- і полікристали

Тверді тіла являють собою агрегатний стан речовини, який характеризується постійністю форми й об'єму. Розрізняють дві групи твердих тіл: *кристалічні* й *аморфні*. Відмінною особливістю кристалічного стану є *анізотропія* – залежність фізичних властивостей (наприклад, теплопровідності, модуля пружності та ін.) від напрямку. Анізотропія кристалів зумовлена упорядкованим розташуванням частинок (атомів, молекул, іонів), які утворюють кристалічні решітки. *Кристалічна решітка* – це упорядкована структура, яка характеризується регулярним розташуванням частинок з періодичною повторюваністю у трьох вимірах. Точки, у яких розташовані частинки, називаються *вузлами кристалічної решітки*.

Тіла, властивості яких однакові в усіх напрямках, називаються *ізотропними*. Ізотропними є гази, більшість рідин і

аморфні тіла. Особливістю *аморфних тіл* є відсутність визначеної температури плавлення, оскільки вони являють собою насправді дуже переохолоджені в'язкі рідини. Прикладом аморфних тіл є скло, пластмаси. Деякі речовини (сірка, цукор, гліцерин) можуть існувати як у кристалічному, так і в аморфному стані.

Усі кристалічні тіла поділяються на дві групи: моно- і полікристали. *Монокристал* – це кристалічне тіло, частинки якого утворюють єдину тривимірну кристалічну решітку. Прикладом є кристали кухонної солі, кварцу, льоду.

Полікристали – це тверді тіла, які складаються з великої кількості хаотично розташованих кристалічних зерен (мілких монокристалів). Кожне з цих монокристалічних зерен є анізотропним, але оскільки вони орієнтовані хаотично, то у цілому полікристалічне тверде тіло ізотропне (метали, сплави і тощо).

2.6.2. Типи кристалічних решіток твердих тіл

Усі кристали можна класифікувати за двома ознаками:

- *кристалографічна ознака* класифікує кристали, ураховуючи тільки просторову періодичність у розташуванні частинок;
- *фізична ознака* класифікує кристали залежно від виду частинок, які розташовані у вузлах решітки.

Головна відмінність періодичної структури – це її *симетрія*, тобто властивість суміщатися із собою при деяких просторових переміщеннях, наприклад. при паралельному переносі, повороті тощо. Кристалічній решітці відповідають 230 комбінацій елементів симетрії. Із симетрією пов'язане поняття тривимірної періодичної структури – просторової решітки або *решітки Браве*, яка може бути складена повторенням

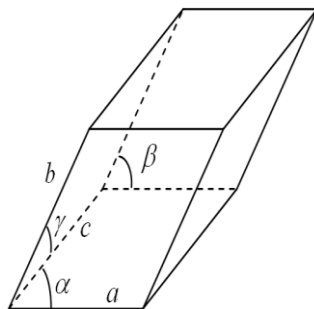


Рисунок 2.24

у просторі одного й того самого елементу – *елементарної комірки*. Усього існує 14 типів решітки Браве, які різняться типом симетрії. Елементарна комірка – це паралелепіпед, параметри якого – ребра a , b , c і кути α , β , γ (рис. 2.24). За параметрами елементарні комірки поділяються за сімома кристалографічними системами: *кубічною, гексагональною, тригональною, тетрагональною, ромбічною, моноклінною, триклінною*.

За фізичними ознаками розрізняють 4 типи кристалів.

Атомні кристали. У вузлах кристалічної решітки є нейтральні атоми, які утримуються ковалентним зв'язком квантово-механічного походження. Типові представники: алмаз, графіт, германій, кремній (рис. 2.25а).

Молекулярні кристали. У вузлах є нейтральні молекули, між якими діють Ван-дер-Ваальсові сили притягання. До молекулярних кристалів належать лід H_2O , сухий лід CO_2 .

Іонні кристали. У вузлах кристалічної решітки по чергово є іони різних знаків. Зв'язок між ними зумовлений електричними (кулонівськими) силами притягання. Типовий представник – сіль NaCl (рис. 2.25б).

Металічні кристали. У вузлах кристалічної решітки є позитивно заряджені іони металу, між якими рухаються вільні (валентні) електрони, що утворюють електронний газ. Зв'язок у металічних кристалах забезпечений силами притягання між позитивними іонами у вузлах кристала і негативним електронним газом.

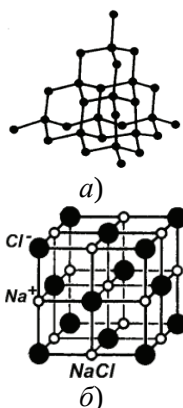


Рисунок 2.25

2.6.3. Дефекти у кристалах

Міцність кристалів залежить від виду зв'язку між частинками, з яких побудований кристал, від типу симетрії, від кількості сусідів у частинок, тобто, насамперед, від упаковки кри-

стала. Але ідеально правильна структура може існувати тільки у малих об'ємах.

Відхилення від впорядкованого розташування частинок у вузлах решітки називаються *дефектами кристалічної решітки*. Існують *макроскопічні дефекти*, які звичайно виникають на стадії утворення і росту кристалів (тріщини, сторонні вкраплення), а також *мікроскопічні дефекти*, що зумовлені відхиленнями від періодичності на атомарному рівні.

Мікроскопічні дефекти поділяються на точкові та лінійні. До *точкових* дефектів належать вакансії, міжвузлові атоми і домішкові атоми. *Вакансія* – це відсутність атома у вузлі решітки. *Міжвузловий атом* – це атом, що проник у міжвузловий простір. *Домішковий атом* – це атом домішки, що замінив атом основної речовини у вузлі, або той, що проник між вузлами (рис. 2.26).

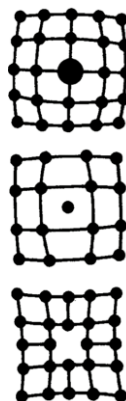


Рисунок 2.26

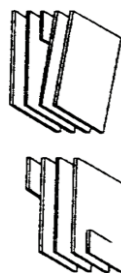


Рисунок 2.27

Лінійні дефекти або дислокації – це дефекти, які порушують правильність чергування атомних площин у кристалі. *Крайова дислокація* виникає у результаті зміщення атомних площин, коли одна з них обривається у середині кристалу. *Гвинтова дислокація* виникає, коли кристал фактично складається з однієї атомної площини, яка вигнута по гвинтовій лінії. Дислокації істотно впливають на фізичні властивості кристалів (рис. 2.27).

2.6.4. Теплоємність твердих тіл

Розглянемо тверде тіло, яке має атомну кристалічну решітку, у вузлах якої знаходяться атоми, що коливаються відносно свого рівноважного положення. На один ступінь вільності молекули, згідно із законом Больцмана, припадає у середньому

кінетична енергія, що дорівнює $kT/2$. Таким чином, на один коливальний ступінь вільності припадає енергія kT . Оскільки частинка може коливатися відносно положення своєї рівноваги у будь-якому напрямку, звідси випливає, що вона має три ступені вільності ($i = 3$). Тому значення повної середньої енергії атома $\langle \varepsilon_0 \rangle = 3kT$.

Отже, внутрішня енергія одного моля атомарного кристала дорівнює

$$U_m = \langle \varepsilon_0 \rangle N_A = 3kTN_A = 3RT.$$

З іншого боку, оскільки об'єм твердого тіла величина стала,

$$\Delta U_m = C_V \Delta T.$$

Звідси: $C_V = 3R$, тобто атомна теплоємність усіх хімічно простих кристалічних тіл однакова. Ця залежність називається **законом Дюлонга і Пті**. Вона була експериментально встановлена у 1819 р.

Для хімічно складних тіл молярна теплоємність $C_V = 3nR$ (n – число атомів у молекулі).

Експерименти показують, що закон Дюлонга і Пті виконується тільки за досить високої температури ($T > 300$ К), а навіть за кімнатної температури має наближений характер. Зі зниженням температури теплоємність усіх твердих кристалічних тіл зменшується $C_V \sim T^3$ і в міру наближення до абсолютного нуля прямує до нуля. Поведінка теплоємності за низьких температур була пояснена Ейнштейном і Дебаєм, виходячи з квантової теорії.

2.6.5. Фазові переходи

Одна й та ж речовина може перебувати у твердому, рідкому, газоподібному станах, або у різних фазах. **Фазою** називається сукупність частинок однакового хімічного складу, що знаходяться в однаковому фізичному стані та відокремлені поверхнею поділу. Прикладом є твердий, рідкий і газоподібний

стан речовини, феромагнітний і парамагнітний стан, провідний і надпровідний стан.

*Перехід речовини з однієї фази в іншу називають **фазовим переходом**, або **фазовим перетворенням**. Якщо дві або більше фаз речовини за деяких умов існують одночасно і при цьому маси їхніх фаз не змінюються за рахунок інших, то має місце *фазова рівновага*.*

Розрізняють фазові переходи першого і другого роду.

*Фазовий перехід першого роду характеризується стрибкоподібною зміною стану речовини з поглинанням або виділенням *теплоти фазового переходу*. Цей перехід відбувається у вузькому інтервалі температури і супроводжується зміною енергії, густини тощо. До фазових переходів першого роду належать, зокрема, випаровування (кипіння) і конденсація, плавлення і кристалізація (рис. 2.28).*

Фазовий перехід другого роду характеризується стрибкоподібною зміною властивостей речовини без поглинання або виділення теплоти. Густина речовини при цьому не змінюється. Прикладом такого фазового переходу є перетворення феромагнетика на парамагнетик при температурі Кюрі, перехід провідника у стан надпровідності при температурі надпровідного переходу, перехід із однієї кристалографічної модифікації в іншу.

Процес руйнування кристалічної решітки і перехід з кристалічного стану в рідкий називається *плавленням*. Він відбувається за постійної температури – *температурі плавлення* $T_{пл}$. Теплота $Q_{пл}$ поглинається тілом і йде на роботу з руйнування кристалічної решітки. Обернений процес переходу з рідкого стану в кристалічний називається *кристалізацією*, відбувається за температури кристалізації $T_{кр} = T_{пл}$ і супроводжується виділенням теплоти $Q_{кр} = Q_{пл}$.

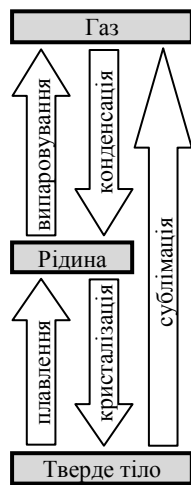


Рисунок 2.28

Процес відриву молекул від вільної поверхні рідини і перехід з рідкої фази у газову називається *випаровуванням*, а процес відриву молекул від вільної поверхні твердого тіла і перехід з твердої фази у газову називається *сублімацією*.

Процес обернений випаровуванню, тобто перехід із газової фази у рідку називається *конденсацією*. Він супроводжується виділенням теплоти.

Кипіння рідини – це процес внутрішнього пароутворення, яке відбувається всередині рідини. Він відбувається при постійній температурі, яка визначається з умови рівності пружності (тиску) насиченої пари зовнішньому атмосферному тиску.

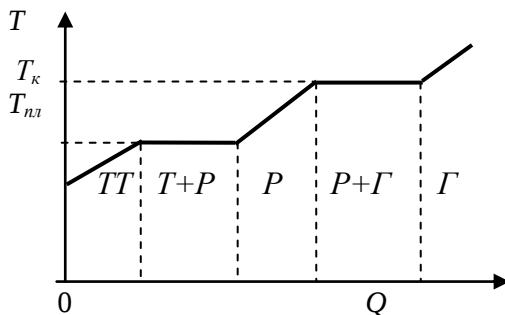


Рисунок 2.29

Із діаграми $T(Q)$ (рис. 2.29) видно, що температури фазових переходів (плавлення – $T_{пл}$, кипіння – T_k) є температурами фазової рівноваги, коли дві фази речовини існують одночасно.

2.6.6. Діаграма стану

Для наочного зображення фазових перетворень користуються діаграмою стану речовини (рис. 2.30), де у вигляді графіків $P = f(T)$ представлені стани рівноваги двох співіснуючих фаз: рідина – насичена пара (крива випаровування (КВ)), тверде тіло – рідина (крива плавлення (КП)), тверде тіло – насичена пара (крива сублімації (КС)).

Крива випаровування закінчується у *критичній точці* К, де зникає різниця між рідким і газоподібним станом речовини. Тому можливий *безперервний перехід* з рідкого стану речовини у газоподібний в обхід критичної точки, без перетинання кривої випаровування, тобто перехід, що не супроводжується фазовими перетвореннями.

Перехід з твердої фази у рідку або газоподібну може бути тільки стрибкоподібним (у результаті фазового переходу), тому криві плавлення і сублімації не обриваються, оскільки між кристалічним і рідким станом речовини існує принципова відмінність: кристал – це впорядкована структура, на відміну від рідкого або газоподібного стану.

Криві випаровування, плавлення і сублімації поділяють площину (P, T) на три ділянки, які відповідають діапазонам існування речовини у трьох різних агрегатних станах: твердому, рідкому і газоподібному. Точка П на діаграмі стану відповідає рівноважному співіснуванню трьох фаз: твердої, рідкої та газоподібної. Ця точка називається *потрійною точкою*. Кожна речовина має свою потрійну точку. Потрійна точка для води відповідає температурі $T_{\text{птр}} = 273,16 \text{ К}$ (або $0,01 \text{ }^{\circ}\text{С}$), $P_{\text{птр}} = 609 \text{ Па}$ і є реперною точкою для побудови термодинамічної температурної шкали.

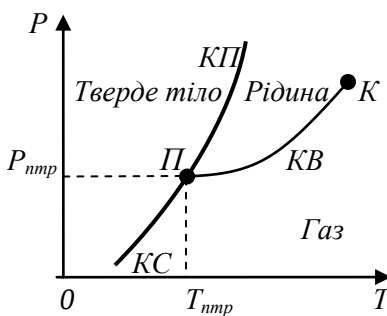


Рисунок 2.30

Тангенс нахилу кривої фазового переходу визначається формулою Клапейрона-Клаузіуса:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)},$$

де L , T – теплота і температура фазового переходу відповідно, $(V_2 - V_1)$ – зміна об'єму речовини при фазовому переході.

3.1. Електростатика

3.1.1. Електричний заряд. Закон Кулона.

Електростатика - розділ фізики, який вивчає взаємодію електричних зарядів, нерухомих в інерціальній системі відліку.

Електричний заряд – внутрішня властивість тіл або частинок, яка характеризує їх здатність до електромагнітної взаємодії.

Одиниця вимірювання електричного заряду 1 Кл в системі СІ є похідною одиницею. 1 Кл - електричний заряд, який проходить через поперечний переріз провідника при силі струму 1 ампер за 1 секунду.

Найменший заряд в природі, або елементарний заряд рівний $e=1,6\cdot 10^{-19}\text{ Кл}$.

Носій елементарного від'ємного заряду – електрон. Його маса $m_e=9,1\cdot 10^{-31}\text{ кг}$. Носій елементарного додатного заряду – протон. Його маса $m_p=1,67\cdot 10^{-27}\text{ кг}$.

Властивості електричного заряду:

- існують *додатні і від'ємні заряди*. Однойменні заряди відштовхуються, різноіменні – притягаються.
- електричний заряд *інваріантний* – його величина не залежить від системи відліку, тобто від того, рухається він чи перебуває у стані спокою.
- електричний заряд *дискретний* – заряд довільного тіла кратний елементарному заряду.
- електричний заряд *адитивний* – заряд системи тіл (часток) рівний сумі зарядів тіл (часток), які входять в систему.

Закон збереження електричного заряду: алгебраїчна сума електричних зарядів в ізольованій системі тіл є величиною постійною.

Точковим електричним зарядом називається заряджене тіло, розмірами якого можна знехтувати в даних умовах.

Довільне заряджене тіло можна розглядати як сукупність точкових зарядів. Часто зручніше вважати, що заряди розподілені в зарядженому тілі неперервно – вздовж лінії (заряджена нитка), поверхні (заряджена пластина), і об’єму.

Лінійна густина електричного заряду $\tau = dq/dl$,

де dq – заряд малої ділянки зарядженої лінії довжиною dl .

Поверхнева густина електричного заряду $\sigma = dq/dS$,

де dq – заряд малої зарядженої поверхні площею dS .

Об’ємна густина електричного заряду $\rho = dq/dV$,

де dq – заряд малої ділянки зарядженого об’єму dV .

Закон Кулона: сила взаємодії двох точкових нерухомих електричних зарядів прямо пропорційна добуткові цих зарядів, обернено пропорційна квадратові відстані між ними і напрямлена вздовж прямої, яка сполучає ці заряди:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

де r – відстань від заряду q_1 до заряду q_2 , $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала, ϵ – діелектрична проникність середовища. Для вакууму $\epsilon = 1$. У векторній формі закон Кулона можна представити у вигляді:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{\vec{r}^3} \vec{r}.$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений від заряду q_1 до заряду q_2 .

3.1.2. Напруженість електростатичного поля

Електричні заряди взаємодіють між собою через особливу матеріальну субстанцію, яка називається *електричним полем*. Електричне поле описується двома величинами: потенціалом (енергетична скалярна характеристика поля) і напруженістю (силова векторна характеристика поля).

Напруженість електричного поля - фізична векторна величина рівна силі з якою електричне поле діє на одиничний позитивний точковий заряд, вміщений у дану точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}.$$

Напруженість електричного поля точкового електричного заряду q у вакуумі (середовищі) у векторній формі рівна:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\vec{r}^3} \vec{r}, \quad (\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\vec{r}^3} \vec{r}).$$

де $\vec{r}$ - радіус-вектор, що з'єднує дану точку поля із зарядом q .

В скалярній формі: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, \quad (E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}).$

Одиниця напруженості електричного поля в системі СІ – $1 \text{ В/м} = 1 \text{ Н/Кл}$, де V (вольт) – одиниця потенціалу електричного поля.

Принцип суперпозиції електричних полів: напруженість електричного поля створеного системою нерухомих електричних зарядів рівна векторній сумі напруженостей полів, створених кожним із зарядів зокрема:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i.$$

Геометрично електричне поле зображають силовими лініями або **лініями напруженості електричного поля** – лінія, в кожній точці якої вектор напруженості є дотичним до самої лінії. На рис. 3.1 зображено силові лінії точкових зарядів, системи різнойменних і однойменних зарядів:

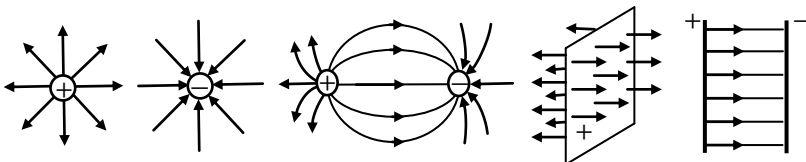


Рисунок 3.1

Лінії напруженості ніколи не перетинаються. Для точкових зарядів, лінії напруженості радіальні прямі, що виходять із додатного заряду і входять у від'ємний заряд.

Густина силових ліній характеризує величину напруженості електричного поля.

3.1.3. Потік вектора напруженості електричного поля.

Теорема Остроградського-Гауса

Розглянемо деяку поверхню з нескінченно малою площею dS (елементарну поверхню) з одиничним вектором нормалі $\vec{n}$ (рис.3.2). Нехай в центрі елементарної поверхні напруженість електричного поля рівна $\vec{E}$.

Елементарним потоком вектора напруженості електричного поля називається скалярна величина, рівна скалярному добуткові вектора напруженості електричного поля і одиничного вектора нормалі на площу елементарної поверхні:

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = E \cdot \cos \alpha \cdot dS,$$

де α – кут між векторами $\vec{E}$ і $\vec{n}$.

Потік вектора напруженості електричного поля через довільну поверхню S визначається за формулою:

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS.$$

Він пропорційний числу силових ліній, які пронизують цю поверхню.

Теорема Остроградського-Гауса для напруженості електричного поля: потік вектора напруженості електричного поля через довільну замкнену поверхню рівний алгебраїчній сумі електричних зарядів, охоплених цією поверхнею, поділеній на електричну сталу і діелектричну проникність середовища.

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i.$$

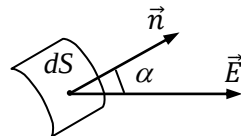


Рисунок 3.2

Теорема Остроградського-Гауса підкреслює той факт, що джерелом електростатичного поля є заряди обох знаків.

3.1.4. Розрахунок електричних полів за допомогою теореми Остроградського-Гауса

Для розрахунку електричного поля створеного зарядженим тілом необхідно розбити це тіло на точкові заряди і визначити напруженість електричного поля в деякій точці простору за принципом суперпозиції. Для деяких симетричних тіл розрахунок електричного поля значно спрощується при використанні теореми Остроградського-Гауса. Розглянемо деякі приклади таких розрахунків.

а) Електричне поле рівномірно зарядженої кулі.

Нехай куля радіусом R рівномірно заряджена по об'єму з об'ємною густиною заряду

$$\rho = \frac{dq}{dV}.$$

Для рівномірного розподілу заряду можна вважати що

$$\rho = \frac{q}{V}, \text{ або } \rho = \frac{3q}{4\pi R^3}$$

$$\text{Об'єм кулі рівний: } V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

Виберемо замкнену поверхню S у формі сфери радіусом r , центр якої співпадає з центром зарядженої кулі (рис.3.3а). Розглянемо випадок коли $r \leq R$, тобто визначимо напруженість електричного поля всередині зарядженої кулі. Запишемо теорему Остроградського-Гауса для випадку неперервного розподілу електричного заряду.

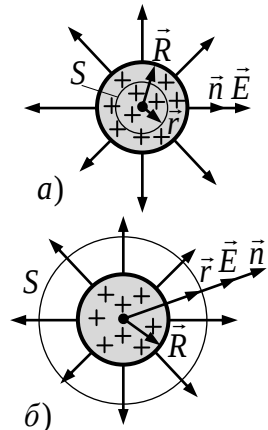


Рисунок 3.3

$$\oint_S \vec{E} \cdot \cos \alpha \cdot dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV.$$

Оскільки $\alpha=0^\circ$ і $\rho=const$, тому

$$\oint_S E \cdot dS = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \int_V dV.$$

З міркувань симетрії випливає, що величина E за модулем постійна у всіх точках сферичної поверхні S , тому:

$$E \cdot \oint_S dS = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \int_V dV.$$

Поверхневий та об'ємний інтеграли відповідно рівні:

$$\oint_S dS = 4\pi r^2, \quad \int_V dV = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Підставимо вирази, отримаємо:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{3q}{\varepsilon_0 \cdot 4\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \cdot r.$$

Всередині рівномірно зарядженої по об'єму кулі напруженість електричного поля прямо пропорційна відстані від центру кулі до даної точки (рис. 3.4).

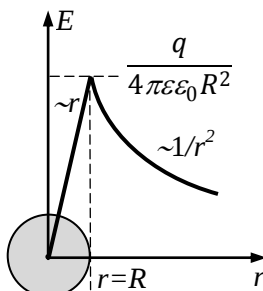


Рисунок 3.4

Розглянемо випадок коли $r \geq R$, тобто визначимо напруженість електричного поля ззовні зарядженої кулі (рис.3.3б). Запишемо теорему Остроградського-Гауса.

$$\oint_S E \cdot \cos \alpha \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i.$$

Виходячи з міркувань симетрії можна стверджувати, що модуль E однаковий в усіх точках поверхні S . Врахуємо також, що поверхня S охоплює кулю з зарядом q , тоді:

$$E \cdot \oint_S dS = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Спростивши, отримаємо:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Зовні зарядженої кулі напруженість електричного поля, як і для точкового заряду, обернено пропорційна квадратів відстані від центру кулі до даної точки простору (рис. 3.4).

б) Електричне поле нескінченної зарядженої прямої.

Нехай довга пряма, рівномірно заряджена електричним зарядом з лінійною густиною заряду τ .

$$\tau = \frac{dq}{d\ell}.$$

Для рівномірного розподілу заряду $\tau=q/l$.

Як замкнену поверхню виберемо циліндричну поверхню радіусом r , висотою l (рис. 3.5).

Застосуємо теорему Остроградського-Гауса:

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i.$$

Інтеграл по замкненій поверхні S запишемо як суму трьох інтегралів: по бічній поверхні, по першій і другій основах. Сумарний заряд, який охоплений поверхнею S , рівний зарядові на ділянці прямої довжиною l :

$$\sum_{i=1}^n q_i = q = \tau \cdot l.$$

Підставимо в теорему Остроградського-Гауса:

$$\begin{aligned} & \int_{\text{бічн.п.}} E \cdot \cos 0^\circ \cdot dS + \int_{\text{осн.1}} E \cdot \cos 90^\circ \cdot dS + \\ & + \int_{\text{осн.2}} E \cdot \cos 90^\circ \cdot dS = \frac{1}{\epsilon_0} \tau \cdot l \end{aligned}$$

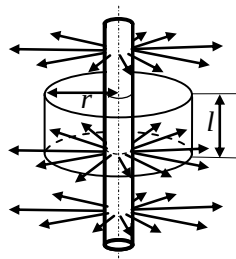


Рисунок 3.5

Оскільки $\cos 0^\circ = 1$ і $\cos 90^\circ = 0$, то одержимо:

$$\int_{\text{бічн.п.}} E \cdot dS = \frac{\tau l}{\epsilon_0}.$$

З міркувань симетрії випливає, що модуль E є однаковим в усіх точках бічної поверхні. Тому винесемо E за знак інтегралу:

$$E \int_{\text{бічн.п.}} dS = \frac{\tau \ell}{\varepsilon_0}.$$

Інтеграл по бічній поверхні рівний площі цієї поверхні:

$$\int_{\text{бічн.п.}} dS = 2\pi \cdot r \cdot \ell.$$

Підставивши формули отримаємо:

$$E \cdot 2\pi r \ell = \frac{\tau \ell}{\varepsilon_0}, \quad \text{або} \quad E = \frac{\tau}{2\pi \varepsilon_0 r}.$$

Напруженість електричного поля, створеного нескінченною рівномірно зарядженою прямою обернено пропорційна до відстані між даною точкою простору і прямою. Ця формула справедлива також для нескінченного прямого рівномірно зарядженого циліндра.

в) Електричне поле нескінченної зарядженої площини.

Розглянемо нескінченну площину рівномірно заряджену електричним зарядом з поверхневою густиною заряду σ :

$$\sigma = \frac{dq}{dS}.$$

У випадку рівномірного розподілу електричного заряду q по поверхні S поверхнева густина заряду рівна:

$$\sigma = \frac{q}{S}.$$

Як замкнену поверхню виберемо циліндричну поверхню з площею основи $S_{\text{осн}}$ вісь якої перпендикулярна до зарядженої площини, (рис. 3.6).

Застосуємо теорему Остроградського-Гауса

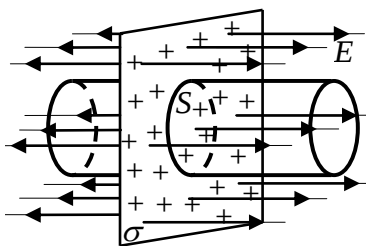


Рисунок 3.6

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i.$$

Інтеграл по замкненій поверхні S запишемо як суму трьох інтегралів. Сумарний заряд, який охоплений поверхнею S рівний зарядові круга площею $S_{\text{осн.}}$, який вирізує циліндр S на зарядженій площині.

$$\sum_{i=1}^n q_i = q = \sigma \cdot S_{\text{осн.}}$$

$$\int_{\text{бічн. п.}} E \cdot \cos 90^\circ \cdot dS + \int_{\text{осн. 1}} E \cdot \cos 0^\circ \cdot dS + \int_{\text{осн. 2}} E \cdot \cos 0^\circ \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \sigma \cdot S_{\text{осн.}}$$

Оскільки $\cos 0^\circ = 1$ і $\cos 90^\circ = 0$, то $E \int_{\text{осн. 1}} dS + E \int_{\text{осн. 2}} dS = \frac{\sigma S_{\text{осн.}}}{\varepsilon_0}$.

Інтеграли по поверхнях основ рівні: $\int_{\text{осн. 1}} dS = \int_{\text{осн. 2}} dS = S_{\text{осн.}}$

Отже:
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Напруженість електричного поля, створеного нескінченною рівномірно зарядженою площиною не залежить від відстані до площини, тобто є однаковою в усіх точках простору по обидва боки від зарядженої площини. Це поле є однорідним. Його силові лінії перпендикулярні до площини.

Напруженість електричного поля між двома паралельними різноіменно зарядженими площинами $E = \sigma / \varepsilon_0$.

3.2. Робота, потенціал електростатичного поля

3.2.1. Робота сил електростатичного поля. Циркуляція вектора напруженості електричного поля.

Нехай електричний заряд q здійснює елементарне переміщення $d\vec{l}$ під дією сили $\vec{F}$ електричного поля напруженістю $\vec{E}$ (рис. 3.7). Тоді виконана полем елементарна робота рівна:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}.$$

Напруженість електричного поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \quad \text{Звідси } \vec{F} = q\vec{E}.$$

Елементарна робота $dA = q\vec{E}d\vec{\ell}$,
або $dA = q \cdot E \cdot \cos \alpha \cdot d\ell$.

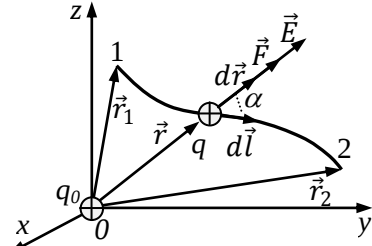


Рисунок 3.7

Проінтегрувавши вираз, одержимо формулу роботи при переміщенні електричного заряду q в електричному полі з напруженістю $\vec{E}$ вздовж траєкторії l :

$$A = q \int_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell}.$$

Якщо точковий електричний заряд q здійснює переміщення в полі іншого точкового електричного заряду q_0 , тоді модуль напруженості електричного поля створеного зарядом q_0 рівний

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2}.$$

З рисунка видно, що $dr = dl \cos \alpha$.

Підставимо у вираз для елементарної роботи:

$$dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \cdot dr.$$

Проінтегрувавши цей вираз, отримаємо:

$$A = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Робота сил електричного поля не залежить від форми траєкторії, а залежить лише від положення початкової і кінцевої точки. Тому електростатичне поле - потенціальне.

При переміщенні електричного заряду q по замкненій траєкторії точки 1 і 2 будуть співпадати тому $r_1 = r_2$. При цій умові, робота буде дорівнювати нулеві. Отже, має місце рівність:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0.$$

Інтеграл по замкнутому контуру L від скалярного добутку вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$ на елементарний вектор довжини контуру $d\vec{l}$ називається циркуляцією вектора напруженості електричного поля. Отриманий вираз – *це теорема про циркуляцію вектора напруженості електричного поля: циркуляція вектора напруженості електростатичного поля по замкнутому контуру рівна нулю.*

3.2.2. Потенціальна енергія заряду. Потенціал

В потенціальному полі тіла володіють потенціальною енергією. Робота консервативних сил рівна зміні потенціальної енергії з протилежним знаком

$$A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r_2} = W_{n1} - W_{n2}.$$

Потенціальна енергія взаємодії двох точкових зарядів на відстані r_1 і r_2 відповідно рівна:

$$W_{n1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1}, \quad W_{n2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r_2}$$

Для однойменних зарядів потенціальна енергія їх взаємодії (відштовхування) додатна, для різнойменних (притягання) – від’ємна.

Для характеристики консервативного поля використовують поняття потенціалу. **Потенціал електричного поля** – скалярна фізична величина рівна потенціальній енергії одиничного позитивного точкового заряду, вміщеного в дану точку поля

$$\varphi = \frac{W_n}{q}, \quad \text{або} \quad \varphi = \frac{A_{1\infty}}{q},$$

де $A_{1\infty}$ - робота по переміщенню заряду q з даної точки на безмежність.

Одиниця потенціалу в системі СІ – Вольт (В). *1 В – потенціал такої точки поля, в якій точковий позитивний заряд величиною 1 Кл має потенціальну енергію 1 Дж.*

Потенціал точкового заряду рівний:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

Якщо точковий електричний заряд q взаємодіє з іншими точковими зарядами $q_1, q_2, \dots, q_n$, то його потенціальна енергія рівна сумі потенціальних енергій взаємодії з кожним із зарядів

$$W_n = \sum_{i=1}^n W_{ni}.$$

Поділимо рівність на q :

$$\frac{W_n}{q} = \sum_{i=1}^n \frac{W_{ni}}{q}.$$

Використовуючи означення потенціалу можна записати:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i.$$

Принцип суперпозиції потенціалу електростатичних полів:

Потенціал поля системи зарядів рівний алгебраїчній сумі потенціалів кожного заряду зокрема.

3.2.3. Різниця потенціалів

Робота, яка виконується силами електростатичного поля при переміщенні заряду q_0 із точки 1 в точку 2, рівна:

$$A = W_{n1} - W_{n2} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2),$$

Різниця потенціалів точок 1 і 2 в електростатичному полі визначається роботою, яка виконується силами поля, при переміщенні одиничного позитивного заряду із точки 1 у 2.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0}.$$

Записавши роботу у вигляді $A_{12} = q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$, отримаємо:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}.$$

3.2.4. Градієнт потенціалу. Еквіпотенціальні поверхні

Між напруженістю електростатичного поля, яка є його *силовою характеристикою*, і потенціалом – *енергетичною характеристикою поля* існує зв'язок.

Робота з переміщення одиничного точкового позитивного заряду з однієї точки поля в іншу уздовж осі x ($x_2 - x_1 = dx$), рівна $E_x dx$. З іншого боку робота рівна $\varphi_1 - \varphi_2 = -d\varphi$. Прирівнявши обидва вирази, можемо записати

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x},$$

де диференціювання проводиться по x .

Врахувавши осі y і z , вектор $\vec{E}$ рівний:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}\right),$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, - одиничні орти. Із означення градієнта випливає:

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi,$$

Напруженість $\vec{E}$ поля дорівнює градієнту потенціалу зі знаком мінус. Знак мінус означає, що вектор напруженості поля $\vec{E}$ спрямований у бік зменшення потенціалу (рис. 3.8).

Розподіл потенціалу електростатичного поля графічно зображають **еквіпотенціальними поверхнями** – поверхнями, у всіх точках яких потенціал φ однаковий.

Потенціал поля точкового заряду рівний, $\varphi = q/(4\pi\epsilon\epsilon_0 r)$. В цьому випадку, еквіпотенціальні поверхні - концентричні сфери. З іншого боку, лінії напруженості у випадку точкового заряду – радіальні прямі. Отже, лінії напруженості *перпендикулярні* еквіпотенціальним поверхням.

Робота по переміщенню заряду уздовж еквіпотенціальної поверхні дорівнює нулю, **Вектор $\vec{E}$ завжди перпендикулярний до еквіпотенціальних поверхонь.** Еквіпотенціальні пове-

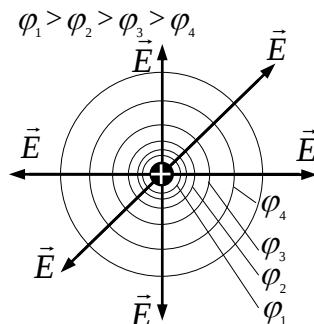


Рисунок 3.8

рхні проводять так, щоб різниці потенціалів між будь-якими двома сусідніми поверхнями були однакові. Там, де поверхні розташовані густіше, напруженість поля більша (рис. 3.8).

Потенціали електричних полів деяких заряджених тіл.

а) Різниця потенціалів між точками, що лежать на відстанях x_1 і x_2 від рівномірно зарядженої нескінченної площини, рівна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_1^2 dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1).$$

б) Різниця потенціалів між зарядженими площинами, відстань між якими рівна d , рівна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \int_0^d dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

в) якщо розглянути рівномірно заряджену сферичну поверхню радіуса R , то різниця потенціалів між двома точками, які лежать на відстанях $r_1 > R$ і $r_2 > R$ від центру сфери ($r_2 > r_1$), рівна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Якщо $r_1 = r$ і $r_2 = \infty$, то потенціал поля поза сферичною поверхнею, рівний

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

3.3. Діелектрики і провідники в електричному полі

3.3.1. Діелектрики в електричному полі.

Електричним диполем називається система двох однакових за модулем різнойменних зарядів, відстань l між якими значно менша за відстань з якої диполь розглядається. Плечем диполя називається вектор $\vec{l}$ напрямлений від негативного заряду до позитивного. **Дипольним моментом** називається век-

торна фізична величина, рівна добутку позитивного заряду на плече диполя (рис. 3.9)

$$\vec{p} = q \cdot \vec{\ell}.$$

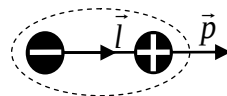


Рисунок 3.9

Діелектриками називаються речовини, які в нормальних умовах не проводять електричний струм. Реальні діелектрики, хоч і дуже погано, але проводять електричний струм.

Всі діелектрики можна розділити на три типи: *неполярні діелектрики, полярні діелектрики та іонні кристали.*

Неполярними називаються діелектрики, в молекулах яких за відсутності зовнішнього електричного поля, центри розподілу позитивних і негативних зарядів співпадають. У таких молекул **відсутній дипольний момент** $\vec{p} = 0$. До неполярних діелектриків відносяться гази H_2 , N_2 , O_2 , CO_2 тощо.

Полярними називаються діелектрики, в молекулах яких, за відсутності зовнішнього електричного поля, центри розподілу позитивних і негативних зарядів не співпадають. Молекули таких діелектриків можна вважати електричними диполями. До полярних діелектриків відносяться гази SO_2 , H_2S , NH_3 , рідини H_2O , HCl , C_6H_6 та інші речовини.

За відсутності зовнішнього електричного поля внаслідок теплового руху дипольні моменти молекул орієнтовані хаотично. Тому сумарний дипольний момент і електричне поле в довільному макроскопічному об'ємі діелектрика рівне нулю.

Іонні діелектрики. Іонні кристали представляють собою кристалічну ґратку із правильним чергуванням позитивно та негативно заряджених іонів (наприклад Na^+ , Cl^-). До іонних кристалів відносяться $NaCl$, KCl , KBr , LiF та інші

При внесенні діелектрика в зовнішнє електричне поле відбувається його **поляризація** – процес орієнтації диполів або поява під дією електричного поля орієнтованих вздовж поля диполів. Існує три види поляризації.

Електронна, або деформаційна поляризація неполярного діелектрика – виникнення у атомів індукованого дипольного моменту завдяки деформації електронних орбіт.

Орієнтаційна або дипольна поляризація полярного діелектрика – орієнтація існуючих дипольних моментів молекул вздовж поля (орієнтація тим сильніша, чим більша напруженість електричного поля і нища температура).

Іонна поляризація іонного діелектрика. В зовнішньому електричному полі іони частково зміщуються від положень рівноваги. При цьому виникає внутрішнє електричне поле, яке частково компенсує зовнішнє.

Діелектрики при поляризації деформуються. Це явище називається електрострикцією.

3.3.2. Вектор Поляризації. Діелектрична сприйнятливість

Помістимо діелектрик в електричне поле плоского конденсатора (рис. 3.10). Внаслідок поляризації діелектрика на його протилежних поверхнях виникнуть зв'язані електричні заряди протилежних знаків з поверхневою густиною $+\sigma_p$ і $-\sigma_p$. В об'ємі діелектрика позитивні і негативні заряди будуть взаємно компенсувати один одного. Однак, кожна молекула діелектрика буде мати деякий дипольний момент $\vec{p}_i$.

Вектором поляризації називається векторна сума електричних дипольних моментів молекул одиниці об'єму поляризованого діелектрика

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i,$$

де N – число молекул в об'ємі V .

Для більшості діелектриків, вектор поляризації прямо пропорційний до напруженості електричного поля

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}.$$

χ – діелектрична сприйнятливість.

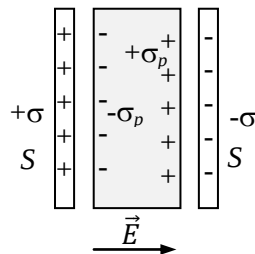


Рисунок 3.10

Напруженість результуючого електричного поля рівна

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}_p,$$

де $\vec{E}_0$ – напруженість електричного поля при відсутності діелектрика, $\vec{E}_p$ – напруженість поля, створеного поляризаційними зарядами. Поляризаційні заряди на протилежних гранях діелектрика утворюють дві паралельні різнойменно заряджені площини з поверхневою густиною заряду σ_p . Можна показати, що напруженість поля поляризаційних зарядів рівна

$$E_p = \chi E.$$

Результуюча напруженість рівна

$$E = E_0 - \chi E; \quad E = \frac{E_0}{1 + \chi}.$$

Діелектричною проникністю середовища називається фізична величина, рівна відношенню напруженості електричного поля у вакуумі до напруженості електричного поля у середовищі

$$\varepsilon = 1 + \chi = \frac{E_0}{E}.$$

Вона безрозмірна величина і показує, в скільки разів поле послаблюється діелектриком.

3.3.3. Електричне зміщення. Теорема Остроградського-Гауса для вектора електричного зміщення

Електричною індукцією (електричним зміщенням) називається векторна фізична величина, яка пропорційна до напруженості, не залежить від діелектричних властивостей середовища і визначається рівністю:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}.$$

Врахувавши, що $\varepsilon = 1 + \chi$:

$$\vec{D} = (1 + \chi)\varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E}; \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

Одинця електричного зміщення – Кл/м².

Вектор та модуль індукції електричного поля створеного точковим зарядом q , відповідно, рівні:

$$\vec{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad D = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2}.$$

Аналогічно до ліній напруженості, можна ввести лінії електричного зміщення. Через області поля, де є зв'язані заряди лінії вектора $\vec{D}$ проходять не перериваючись.

Потік вектора $\vec{D}$ крізь довільну замкнуту поверхню рівний

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} \cdot \vec{n} \cdot dS.$$

Помножимо теорему Остроградського-Гауса на множник $\varepsilon\varepsilon_0$. Враховуючи, що він постійний, отримаємо:

$$\oint_S \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = \sum_{i=1}^n q_i, \quad \oint_S \vec{D} \cdot \vec{n} \cdot dS = \sum_{i=1}^n q_i.$$

Теорема Остроградського-Гауса для індукції електричного поля: потік вектора індукції електричного поля через довільну замкнену поверхню рівний алгебраїчний сумі електричних зарядів, охоплених цією поверхнею.

3.3.4. Сегнетоелектрики

Існують діелектрики, які мають дуже великі значення діелектричної проникності. Вони називаються *сегнетоелектриками*. Приклад – сегнетова сіль ($\varepsilon=10000$) $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$, титанат барію і свинцю BaTiO_3 , PbTiO_3 .

Сегнетоелектрики складаються із *областей спонтанної поляризації - доменів*. У сусідніх доменах орієнтація дипольних моментів різна. Тому вектор поляризації сегнетоелектрика в середньому рівний нулю і за відсутності зовнішнього електричного поля сегнетоелектрик неполяризований (рис. 3.11). Якщо сегнетоелектрик внести в зовнішнє електричне поле, то вектори поляризації доменів встановлюються в напрямі, близькому до напрямку поля і сегнетоелектрик поляризується в

цілому (рис. 3.12). Між вектором поляризації сегнетоелектрика $\vec{P}$ і напруженістю зовнішнього електричного поля $\vec{E}$ існує складна залежність, яка називається діелектричним гістерезисом (рис. 3.13).

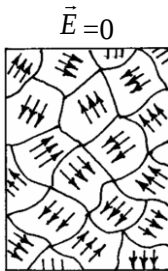


Рисунок 3.11

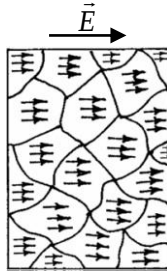


Рисунок 3.12

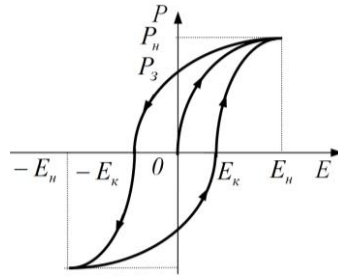


Рисунок 3.13

Із збільшенням напруженості зовнішнього електричного поля величина вектора поляризації зростає і потім досягає насичення P_n . Якщо після цього напруженість електричного поля зменшувати і довести до нуля, то величина вектора поляризації буде зменшуватись із запізненням і досягне деякого *залишкового значення* P_3 . Залишкова поляризація зникне лише при накладанні певного електричного поля протилежного напрямку $-E_k$. Напруженість E_k поля, при якій усувається залишкова поляризація даного діелектрика, називається його *коерцитивною силою*. Аналогічною є залежність вектора поляризації від напруженості електричного поля і при його зворотному напрямку.

Температура, вище за яку зникають сегнетоелектричні властивості, називається *точкою Кюрі*. В точці Кюрі, зростає тепловий рух частинок, порушується орієнтація дипольних моментів в областях спонтанної поляризації, домени руйнуються і сегнетоелектрик перетворюється в полярний діелектрик. *Перетворення сегнетоелектриків у точці Кюрі є фазовим переходом другого роду*.

Під час поляризації під дією електричного поля різнойменно заряджені частинки в діелектрику зміщуються в протилеж-

них напрямках, що приводить до його деформації. Це явище називається *електрострикцією*. Значна електрострикція проявляється в сегнетоелектриках, в кристалах кварцу та інших діелектриках. Має місце і зворотнє явище. Якщо діелектрик деформувати, то на гранях перпендикулярних до напрямку деформації виникають протилежні за знаком заряди. Це явище називається *п'єзоелектричним ефектом*.

Електрети - діелектрики, які здатні тривалий час зберігати стан поляризації. Поляризовані електрети є електричними аналогами постійних магнітів. Вони використовуються як джерела постійного електричного поля.

3.3.5. Провідники в електричному полі

Провідниками називають тіла, які мають вільні електричні заряди, тобто такі заряджені частинки, які можуть вільно переміщатись по об'єму провідника. Розглянемо металевий провідник, в якому вільними зарядами є електрони.

Помістимо провідник в однорідне зовнішнє електричне поле. Під дією зовнішнього поля з напруженістю $\vec{E}$ електрони в провіднику будуть переміщатись в напрямку, протилежному до напрямку поля $\vec{E}$, внаслідок чого в провіднику виникне внутрішнє електричне поле $\vec{E}_{\text{вн}}$, протилежне за напрямком до зовнішнього. Переміщення електронів буде продовжуватись до тих пір, поки внутрішнє поле не скомпенсує зовнішнє. При цьому напруженість результуючого електричного поля всередині провідника стане рівною нулеві. Таким чином, зовнішнє електричне поле не може проникнути всередину провідника. Тобто електричного поля всередині провідника завжди немає.

Явище виникнення в провіднику внутрішнього електричного поля, рівного за величиною і протилежного за напрямком

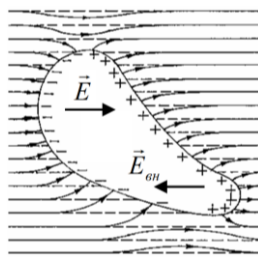


Рисунок 3.14

до зовнішнього, називається електростатичною індукцією. Це явище використовується для захисту електронних приладів від впливу зовнішнього електричного поля. З цією метою електричний прилад вміщують у замкнену металеву оболонку, яку, як правило, заземлюють. Такий метод захисту називається електростатичним захистом або екрануванням.

Оскільки всередині провідника $\vec{E}=0=-grad\phi$, то $\phi=const$.

Таким чином, потенціал електричного поля всередині провідника і на його поверхні є постійною величиною, а сама поверхня провідника є еквіпотенціальною. Внаслідок цього силові лінії зовнішнього електричного поля біля провідника викривляються таким чином, що стають перпендикулярними до поверхні провідника (рис. 3.14).

3.3.6. Електроємність відокремленого провідника

Експериментально встановлено, що різні провідники, будучи однаково зарядженими, мають різні потенціали.

Електроємністю відокремленого провідника називається фізична величина, рівна зарядові, який необхідно надати провідникові, щоб змінити його потенціал на одиницю.

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta \phi}.$$

Електроємність залежить від форми, розмірів провідника, діелектричної проникності оточуючого середовища і не залежить від матеріалу провідника, його агрегатного стану, наявності в провіднику порожнин.

Одиниця електроємності в системі СІ Фарад (Ф). 1 Ф – електроємність такого провідника, потенціал якого змінюється на 1 В при зміні його заряду на 1 Кл.

Оскільки потенціал поверхні зарядженої кулі радіусом R :

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R},$$

то електроємність провідної кулі: $C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$.

Електроємністю 1 Ф володіє куля радіусом $R=9 \cdot 10^6$ м. Електроємність Землі $C=0,7$ мФ.

3.3.7. Конденсатори. Електроємність конденсатора

Якщо до провідника із зарядом q наблизити інший провідник, то на їх поверхнях виникнуть індуковані заряди. Вони послабляють поле, створене зарядом q , тим самим понижують потенціал провідника і підвищують ємність.

Конденсатором - система двох провідників (обкладок) із однаковими за величиною і протилежними за знаком зарядами, розміщені на близькій віддалі і розділені шаром діелектрика.

Електроємністю конденсатора називається фізична величина, рівна зарядові, який необхідно перенести з однієї обкладки на іншу, щоб різниця потенціалів між ними змінилась на одиницю

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},$$

де $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – різниця потенціалів між обкладками.

За формою обкладок конденсатори поділяють на плоскі, циліндричні і сферичні.

Плоский конденсатор складається з двох плоских паралельних пластин площею S кожна, які перебувають на відстані d одна від одної (рис. 3.15).

Поверхнева густина заряду на пластинах $\sigma = q/S$. Між обкладками міститься діелектрик з діелектричною проникністю ϵ .

Напруженість електричного поля ззовні конденсатора рівна нулю. Напруженість електричного поля між обкладками рівна:

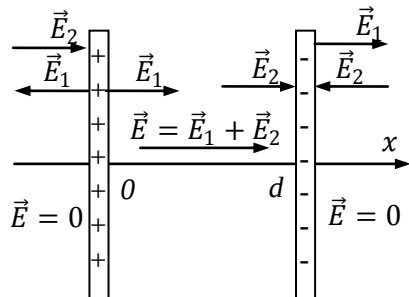


Рисунок 3.15

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 S}.$$

Електроємність *плоского конденсатора* рівна:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{\frac{\sigma d}{\varepsilon_0}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}.$$

Електроємність *циліндричного конденсатора*, який складається з двох коаксіальних циліндричних провідників з радіусами R_1 і R_2 , які вставлені один в одний, рівна:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\ell}{\ln(R_2 / R_1)}.$$

Для *сферичного конденсатора*, який складається з двох концентричних сферичних провідників з радіусами R_1 і R_2 :

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}.$$

3.3.8. З'єднання конденсаторів у батареї

Найпоширенішим є *паралельне і послідовне з'єднання*.

При *паралельному з'єднанні конденсаторів* (рис. 3.16) напруга на всіх конденсаторах однакова, а заряд батареї конденсаторів рівний сумі зарядів на кожному з них:

$$U = U_i, \quad q = \sum_{i=1}^n q_i, \quad \text{де } q_i = C_i U.$$

Підставивши ці значення у формулу для ємності, одержимо формулу електроємності при паралельному з'єднанні конденсаторів:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{U} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i U}{U} = \sum_{i=1}^n C_i.$$

При *послідовному з'єднанні конденсаторів* (рис.3.17) заряди всіх конденсаторів од-

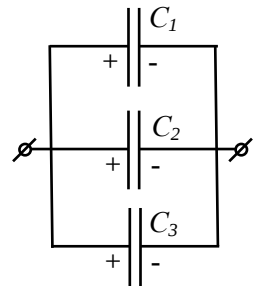


Рисунок 3.16

накові, а напруга батареї конденсаторів рівна сумі напруг на кожному з них:

$$q=q_i, U = \sum_{i=1}^n U_i, \text{ де } U_i = \frac{q}{C_i}$$

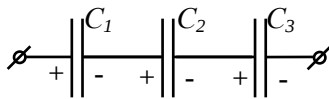


Рисунок 3.17

Електроємність при послідовному з'єднанні конденсаторів визначається з формули:

$$U = \frac{q}{C} = \sum_{i=1}^n U_i = \sum_{i=1}^n \frac{q}{C_i}, \text{ або } \frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

3.3.9. Енергія зарядженого провідника і конденсатора

Розглянемо відокремлений провідник з електроємністю C і електричним зарядом q . Потенціал провідника рівний $\varphi = q/C$.

Перенесемо з нескінченності, де потенціал рівний нулю, елементарний заряд dq на поверхню провідника. При цьому електричним полем буде виконана робота

$$dA = -\varphi dq.$$

Підставивши значення потенціалу через ємність і проінтегрувавши, дістанемо формулу **енергії зарядженого провідника**

$$W = \int \frac{q \cdot dq}{C} = \frac{1}{C} \int q \cdot dq = \frac{q^2}{2C}.$$

Врахувавши що $C = q/U$, можна отримати інші формули:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2}; \quad W = \frac{q \cdot \varphi}{2}.$$

Енергія електричного поля зарядженого конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q \cdot U}{2}.$$

На прикладі плоского конденсатора можна виразити енергію поля через його напруженість. Оскільки $C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d$, $U = Ed$, можна записати

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \cdot Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \cdot V.$$

Враховуючи, що $D = \varepsilon \varepsilon_0 E$ – індукція електричного поля, можна виразити енергію зарядженого плоского конденсатора через такі характеристики електричного поля як напруженість та індукція, а також через об'єм простору, в якому локалізоване електричне поле.

$$W = \frac{E \cdot D}{2} \cdot V.$$

Об'ємною густиною енергії електричного поля називається фізична величина рівна енергії електричного поля в одиниці об'єму простору, де міститься електричне поле

$$\omega = \frac{dW}{dV} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{E \cdot D}{2}.$$

Одиниця об'ємної густини енергії – 1 Дж/м³.

3.4. Постійний електричний струм

3.4.1. Електричний струм. Густина електричного струму

Електричним струмом називається впорядкований рух електричних зарядів.

Речовини, які містять вільні електричні заряди здатні переміщуватись по всьому об'єму тіла під дією електричного поля, називаються провідниками. Вільні електричні заряди в провідниках називаються носіями струму.

Носіями електричного струму в металах є електрони, в електролітах – позитивно й негативно заряджені іони, в газах – електрони та іони. За напрямком струму приймається напрямок переміщення позитивних зарядів.

Силою струму називається скалярна фізична величина, рівна зарядові, який проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

У випадку постійного струму сила струму рівна $I = q/t$.

Одиниця сили струму в системі СІ - ампер (А). Ця одиниця є однією із основних в системі СІ.

Густиною струму називається векторна фізична величина, яка чисельно рівна силі струму, який проходить через одиничний поперечний переріз провідника, перпендикулярний до напрямку струму і має напрямок швидкості позитивно заряджених частинок

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_{\perp}}.$$

Сила струму визначається як потік вектора густини струму.

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}.$$

У випадку постійного струму : $J=I/S$.

3.4.2. Закон Ома. Електричний опір

В процесі проходження електричного струму сили електричного поля виконують деяку роботу по переміщенню заряду. Для характеристики цієї роботи використовується поняття електричної напруги.

Електричною напругою на ділянці кола називається скалярна фізична величина, яка рівна роботі електричних і сторонніх сил по переміщенню одиничного позитивного заряду на цій ділянці

$$U = \frac{dA}{dq}.$$

У випадку постійного струму напруга рівна

$$U = \frac{A}{q}.$$

Одиницею напруги в системі СІ є вольт (В). 1 В рівний напрузі, за якої виконується робота в 1 Дж при переміщенні електричного заряду 1 Кл на даній ділянці кола.

Закон Ома для однорідної ділянки кола: сила струму в провіднику прямо пропорційна прикладеній напрузі і обернено пропорційна опору провідника.

$$I = \frac{U}{R},$$

де R – електричний опір провідника.

Опір провідника характеризує здатність провідника перешкоджати проходженню по ньому струму завдяки перетворенню енергії струму у внутрішню енергію провідника.

Одиниця опору - Ом. 1 Ом це опір провідника по якому протікає струм силою 1 А при прикладеній напрузі 1 В.

Величина, обернена до електричного опору, називається *електричною провідністю* провідника

$$G = \frac{1}{R}.$$

Одиниця провідності - Сіменс (См). 1 См рівний електричній провідності провідника опором 1 Ом.

Електричний опір циліндричного провідника залежить від його геометричних розмірів і матеріалу, з якого він виготовлений

$$R = \rho \frac{\ell}{S},$$

де ℓ – довжина провідника, S – площа його поперечного перерізу, ρ – питомий опір провідника, який залежить від матеріалу з якого виготовлений провідник, і температури. Величина, обернена до питомого опору – питома електропровідність

$$\sigma = \frac{1}{\rho}.$$

Опір і питомий опір провідника пропорційні температурі

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad \rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

де R_0 і ρ_0 – опір і питомий опір за температури 0°C , α – температурний коефіцієнт опору, t – температура в по шкалі Цельсія.

При температурі, близькій до абсолютного нуля, опір деяких провідників стає рівним нулю. Це явище називається *надпрові-*

дністю. Якщо в замкнутому колі, складеному з надпровідника, створити електричний струм, то він циркулюватиме тривалий час, практично не зменшуючись протягом тижнів і місяців.

3.4.3. Закон Ома в диференційній формі

Підставимо вираз $R=\rho l/S$ в закон Ома $I=U/R$:

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l}.$$

Врахувавши, що $\sigma=1/\rho$ - питома електропровідність, а $E=U/l$ напруженість електричного поля в провіднику, а густина струму $J=I/S$, можна записати:

$$j = \frac{E}{\rho}; \quad j = \sigma \cdot E.$$

Або у векторній формі $\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho}; \quad \vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}.$

Отриманий вираз – це **закон Ома в диференційній формі**.

Він пов'язує густину струму в кожній точці всередині провідника з напруженістю електричного поля в тій самій точці і співпадає з напруженістю за напрямом.

3.4.4. Сторонні сили. Електрорушійна сила.

Для виникнення і існування струму необхідно:

- наявність вільних носіїв заряду – заряджених частинок, здатних переміщуватися впорядковано;
- наявність електричного поля, енергія якого повинна певним чином поповнюватися.

Якщо в колі діють тільки сили електростатичного поля, то при переміщенні носіїв потенціали всіх точок кола вирівнюються і електростатичне поле зникає.

Для існування постійного струму необхідно наявність в колі *присторою*, здатного створювати і підтримувати різницю потенціалів завдяки силам *не електричної природи*.

Сили неелектричної природи, які переносять заряди в даному пристрої, називаються сторонніми.

Пристрій, в якому сторонні сили переносять електричні заряди *проти сил електричного поля* і підтримують постійною різницю потенціалів в колі, називається **джерелом струму**.

Природа сторонніх сил може бути різна. В гальванічних елементах – сторонні сили мають хімічну природу, в генераторах – механічну природу і т.д. Роль джерела струму в електричному колі така ж, як і роль насоса, який необхідний для підтримання течії рідини в гідравлічній системі.

Замкнутий контур L , утворений джерелом струму і провідником, під'єднаним до його полюсів, утворюють електричне коло.

Робота, необхідна для переміщення заряду q по замкнутому контуру L

$$A = A_{\text{ел}} + A_{\text{см}} = \oint_L \vec{F}_{\text{ел.}} \cdot d\vec{\ell} + \oint_L \vec{F}_{\text{см.}} \cdot d\vec{\ell}.$$

Вона складається із роботи електричних сил і роботи сторонніх сил. Оскільки електростатичні сили консервативні, то робота цих сил по замкнутому контурі рівна нулю

$$\oint_L \vec{F}_{\text{ел.}} \cdot d\vec{\ell} = 0.$$

Отже робота:

$$A_{\text{см}} = \oint_L \vec{F}_{\text{ст.}} \cdot d\vec{\ell}.$$

Введемо величину $\mathcal{E}$, яка називається електрорушійною силою

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{см}}}{q}.$$

Електрорушійною силою називається фізична величина, рівна роботі сторонніх сил по переміщенню одиничного позитивного заряду по замкнутому електричному колу.

3.4.5. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола

Розглянемо неоднорідну ділянку електричного кола, тобто таку ділянку, яка містить джерело електричного струму з електрорушійною силою ε і внутрішнім опором, тобто опором самого джерела струму r . Нехай до ділянки кола прикладена різниця потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ (рис. 3.18). Опір провідників ділянки рівний R і по провідниках тече постійний струм силою I . Згідно із законом Ома, сила струму рівна

$$I = \frac{U}{R + r},$$

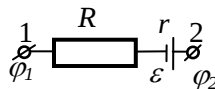


Рисунок 3.18

де $(R+r)$ – повний опір ділянки кола.

Згідно з означенням електричної напруги у випадку постійного струму, одержимо

$$U = \frac{A_{\text{стор.}} + A_{\text{ел.}}}{q}, \quad \text{або} \quad U = \varepsilon + \varphi_1 - \varphi_2,$$

де, $A_{\text{ст}} = q \varepsilon$ - робота сторонніх сил, $A_{\text{ел}} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ - робота електростатичних сил рівна, отже закон Ома запишемо:

$$I = \frac{\varepsilon + \varphi_1 - \varphi_2}{R + r}.$$

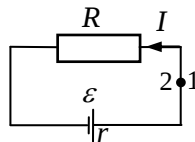


Рисунок 3.19

Це **закон Ома для неоднорідної ділянки кола**: сила струму в неоднорідній ділянці кола прямо пропорційна сумі електрорушійної сили на ділянці, різниці потенціалів на кінцях ділянки і обернено пропорційна повному опору ділянки.

Розглянемо замкнене електричне коло, яке можна отримати з неоднорідної ділянки кола, з'єднавши точки 1 і 2 (рис. 3.19).

В цьому випадку потенціали цих точок зрівнюються $\varphi_1 = \varphi_2$ і можна записати **закон Ома для повного кола**:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Сила струму прямо пропорційна електрорушійній силі джерела струму і обернено пропорційна повному опору кола.

3.4.6. Розгалужені електричні кола. Закони Кірхгофа

Для розрахунку складних розгалужених електричних кіл зручно користуватись законами Кірхгофа, які є наслідками закону збереження електричного заряду і законів Ома.

Вузлом електричного кола називається місце з'єднання трьох або більше провідників (рис. 3.20). Виходячи із закону збереження електричного заряду, для вузла А, можна записати

$$q_1 + q_2 - q_3 - q_4 - q_5 = \text{const},$$

де q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 – заряди, які за деякий однаковий проміжок часу надходять до вузла А, чи виходять із нього. Продиференціюємо вираз по часу

$$\frac{dq_1}{dt} + \frac{dq_2}{dt} - \frac{dq_3}{dt} - \frac{dq_4}{dt} - \frac{dq_5}{dt} = 0.$$

Врахувавши що $I = dq/dt$, можна отримати:

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0.$$

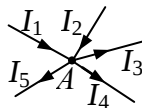


Рисунок 3.20

Сили струмів, які ідуть до вузла вважають додатними, а струми, які ідуть від вузла - від'ємними. Можна записати математичний запис **першого закону Кірхгофа**

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0.$$

Алгебраїчна сума сил струмів у вузлі, рівна нулю.

Розглянемо довільний замкнутий контур, який умовно виділимо в складному розгалуженому електричному колі (рис. 3.21). Нехай внутрішні опори джерел струму рівні нулю. На кожній ділянці контуру виберемо довільним чином напрямки струмів. Виберемо довільним чином напрямком обходу по контуру, який будемо вважати додатним. Запишемо для кожної ділянки контуру закон Ома для неоднорідної ділянки кола

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1}{R_1} \\ I_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2}{R_2} \\ I_3 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4 + \varepsilon_3}{R_3} \\ I_4 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1 + \varepsilon_4}{R_4} \end{cases}.$$

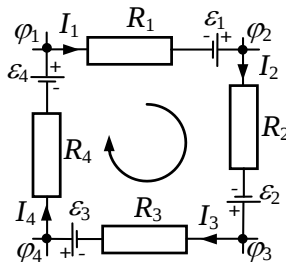


Рисунок 3.21

Помножимо кожне з рівнянь на опори R_1, R_2, R_3, R_4 відповідно

$$\begin{cases} I_1 \cdot R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1 \\ I_2 \cdot R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2 \\ I_3 \cdot R_3 = \varphi_3 - \varphi_4 + \varepsilon_3 \\ I_4 \cdot R_4 = \varphi_4 - \varphi_1 + \varepsilon_4 \end{cases}.$$

Додамо алгебраїчно рівняння системи

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4.$$

Якщо виділений контур містить n ділянок, то в загальному випадку можна записати

$$\sum_{i=1}^n I_i \cdot R_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i.$$

Це математичний запис **другого закону Кірхгофа**: при обході по замкнутому контурі алгебраїчна сума добутків сил струмів на опори рівна алгебраїчній сумі електрорушійних сил. При цьому струм вважається додатним, якщо його напрямок співпадає з напрямком обходу за контуром; електрорушійна сила вважається додатною, якщо при обході здійснюється перехід через неї із знаку “мінус” на знак “плюс”.

3.4.7. Послідовне і паралельне з'єднання провідників

Послідовне з'єднання провідників R_1 і R_2 (рис. 3.22). Електричне коло не має розгалужень, усі провідники ввімкнені в

коло по черзі, один за одним. За одну секунду через поперечний переріз кожного з провідників проходить один і той же заряд, отже, сила струму в усіх провідниках однакова

$$I=I_1=I_2.$$

При проходженні заряду послідовно через усі провідники виконується робота, яка рівна сумі робіт виконаних на кожному провіднику. Тому загальна напруга рівна сумі напруг на всіх провідниках $U=U_1+U_2$.

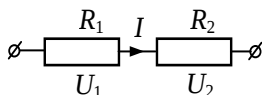


Рисунок 3.22

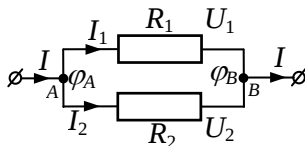


Рисунок 3.23

Поділимо напругу U на силу струму I . Врахувавши при цьому, що $I=I_1=I_2$

$$\frac{U}{I} = \frac{U_1}{I_1} + \frac{U_2}{I_2}.$$

Врахувавши закон Ома $I=U/R$, або $R=U/I$, загальний опір при послідовному з'єднанні двох провідників рівний:

$$R=R_1+R_2.$$

Якщо послідовно з'єднано n провідників, то:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i.$$

Паралельне з'єднання провідників R_1 і R_2 (рис. 3.23). Оскільки потенціали початків провідників у вузлі рівні ϕ_A , а потенціали кінців провідників у вузлі рівні ϕ_B , то різниці потенціалів і напруги на всіх провідниках однакові

$$U=U_1=U_2.$$

Сила струму, який надходить до вузла A , повинна дорівнювати сумі сил струмів, які виходять з цього вузла. $I=I_1+I_2$.

Поділимо на напругу U і одержимо

$$\frac{I}{U} = \frac{I_1}{U_1} + \frac{I_2}{U_2}.$$

Врахувавши закон Ома $I=U/R$, або $1/R=I/U$, отримаємо загальний опір при паралельному з'єднанні двох провідників.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Якщо паралельно з'єднано n провідників то:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

3.4.8. Робота і потужність струму. Закон Джоуля-Ленца

Розглянемо ділянку кола опором R , до якої прикладена напруга U і по якій тече струм силою I . Елементарна робота по переміщенню по колу елементарного заряду dq

$$dA = U \cdot dq.$$

Елементарний заряд $dq = I \cdot dt$. Підставимо у вираз для роботи

$$dA = I \cdot U \cdot dt.$$

Звідси, *робота електричного струму*

$$A = \int I \cdot U \cdot dt.$$

Для постійного струму ($I=const$, $U=const$):

$$A = I \cdot U \cdot t.$$

Потужність, рівна роботі, виконаній за одиницю часу

$$P = \frac{dA}{dt}, \quad P = I \cdot U.$$

Якщо електричний струм не виконує роботу проти зовнішніх сил і не змінюється внутрішня енергія провідника, то робота струму рівна кількості теплоти, яка виділяється в провіднику

$$A = Q = \int I \cdot U \cdot dt.$$

Із закону Ома для ділянки кола $U=IR$. Отже:

$$Q = \int I^2 \cdot R \cdot dt.$$

Закон Джоуля-Ленца в інтегральній формі:

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t.$$

Кількість теплоти, яка виділяється в провіднику при проходженні електричного струму, прямо пропорційна квадрату сили струму, опору провідника і часу проходження струму.

Розглянемо циліндричний провідник з площею поперечного перерізу dS , довжиною dl , по якому проходить струм dI . За час dt в ньому виділиться кількість теплоти dQ , яка рівна

$$dQ = dI^2 R dt.$$

Опір провідника і струм рівні відповідно:

$$R = \rho \frac{d\ell}{dS}; \quad dI = j \cdot dS.$$

Підставимо у закон Джоуля-Ленца $dQ = \rho j^2 dV dt$, де $dV = dS \cdot dl$ – об'єм провідника.

Питома теплова потужність струму називається фізична величина, рівна кількості теплоти, яка виділяється в одиниці об'єму провідника за одиницю часу

$$\omega = \frac{dQ}{dV \cdot dt} = \rho \cdot j^2.$$

Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі: *питома теплова потужність струму прямо пропорційна питомому опору провідника і квадратові густини струму.*

Цей вираз можна бути представлений у вигляді

$$\omega = \sigma E^2.$$

Це другий варіант закону Джоуля-Ленца в диференціальній формі: питома теплова потужність струму прямо пропорційна питомій електропровідності провідника і квадрату напруженості електричного поля.

3.5. Електричний струм у металах, електролітах і газах

3.5.1. Електричний струм в металах

Носіями струму в металах є вільні електрони.

Електрони провідності виникають внаслідок відщеплення валентних електронів від атомів. Metали мають кристалічну будову. У вузлах кристалічної ґратки розміщені іони. В просторі між іонами рухаються електрони провідності. В класичній електронній теорії провідності металів, електрони провідності вважаються електронним газом, який розглядається як одноатомний ідеальний газ.

$$\text{Середня швидкість теплового руху електронів } \langle v_T \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}},$$

При кімнатній температурі ($T=300\text{ K}$) $\langle v_T \rangle = 1,1 \cdot 10^5 \text{ м/с}$. Хаотичний тепловий рух електронів не може привести до виникнення струму. При накладанні зовнішнього електричного поля на металевий провідник, крім хаотичного теплового руху виникає впорядкований рух електронів (електричний струм).

Закон Ома. Виразимо силу і густину струму через середню швидкість $\langle \vec{v} \rangle$ впорядкованого руху електронів в провіднику. За час dt через поперечний переріз провідника S переноситься заряд

$$dq = n \cdot q_0 \cdot \langle v \rangle \cdot S \cdot dt,$$

де n – концентрація носіїв струму, q_0 – заряд носія струму.

Сила струму рівна $I = dq/dt$; $I = q_0 \cdot n \cdot \langle v \rangle \cdot S$.

Густина струму рівна $j = I/S = q_0 n \langle v \rangle$.

Нехай в металевому провіднику діє електричне поле $E = \text{const}$. Під дією сили $F = q_0 E$ заряд q_0 рухається рівноприскоренно із прискоренням $a = q_0 E / m$ і в кінці вільного пробігу набуває максимальну швидкість

$$v_{\max} = \frac{q_0 E}{m} \tau,$$

де $\tau = \langle l \rangle / \langle v_T \rangle$ - середній час вільного пробігу, який рівний відношенню середньої довжини вільного пробігу $\langle l \rangle$ до середньої швидкості хаотичного руху електронів $\langle v_T \rangle$.

Середня швидкість впорядкованого руху електронів

$$\langle v \rangle = \frac{v_{\max} + 0}{2} = \frac{q_0 E}{2m} \tau = \frac{q_0 E}{2m} \frac{\langle l \rangle}{\langle v_T \rangle}.$$

Тоді густина струму дорівнює

$$j = q_0 \cdot n \cdot \langle v \rangle = \frac{q_0 n q_0 E}{2m} \frac{\langle l \rangle}{\langle v_T \rangle} = \frac{q_0^2 n}{2m} \frac{\langle l \rangle}{\langle v_T \rangle} E.$$

Отже, закон Ома з електронної точки зору:

$$j = \sigma E, \quad \text{де } \sigma = \frac{q_0^2 n}{2m} \frac{\langle l \rangle}{\langle v_T \rangle}$$

Питома електропровідність прямопропорційна квадрату елементарного заряду q_0 , концентрації носіїв заряду n , середній довжині вільного пробігу зарядів $\langle l \rangle$, і обернено пропорційна подвоєному добутку маси електрона m , на його швидкість хаотичного руху $\langle v_T \rangle$.

Закон Джоуля-Ленца з електронної точки зору. Питома теплова потужність визначається за формулою:

$$\omega = \frac{dQ}{dV \cdot dt} = \frac{I \cdot U \cdot dt}{dV \cdot dt} = \frac{j dS \cdot E dl}{dS \cdot dl} = jE.$$

Підставивши значення густини струму за класичною електронною теорією провідності металів, отримаємо:

$$\omega = \frac{q_0^2 n}{2m} \frac{\langle l \rangle}{\langle v_T \rangle} E^2.$$

Питома теплова потужність прямо пропорційна квадрату заряду, концентрації носіїв заряду, середній довжині вільного пробігу електронів, квадрату напруженості електричного поля, і обернено пропорційна подвоєному добутку маси електрона на його середню швидкість теплового руху.

Закон Відемана-Франца. Метали що мають високу електропровідність, одночасно мають і високу теплопровідність. Відношення коефіцієнта теплопровідності λ до питомої провідності σ - є величина стала для всіх металів і залежить тільки від температури.

$$\frac{\lambda}{\sigma} = \alpha T. \quad \text{Коефіцієнт } \alpha = 3 \left(\frac{k}{q_0} \right)^2,$$

де k – стала Больцмана, q_0 – заряд електрона.

Класична електронна теорія провідності металів пояснює більшість явищ провідності, проте має ряд недоліків, зокрема: не може пояснити явище надпровідності; дає неправильну залежність опору від температури; дає неправильне числове значення теплоємності металів. Правильне пояснення цих явищ дає *квантова теорія провідності*.

3.5.2. Емісійні явища. Робота виходу

Робота виходу електрона – робота, яку потрібно виконати, щоб перенести електрон з поверхні металу у вакуум.

Робота виходу залежить від хімічної природи металів і від чистоти їх поверхні.

Робота виходу вимірюється в електрон-вольтах (eV). 1 eV – робота яку виконують сили поля при переміщенні елементарного електричного заряду між точками між якими різниця потенціалів 1 В. $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, то **1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж**.

Електронна емісія – явище вильоту електронів з металу при наданні їм енергії, яка рівна або більша за роботу виходу.

Термоелектронна емісія – випускання електронів нагрітими металами. Приклад використання – електронні лампи.

Фотоелектронна емісія – емісія електронів з металу під дією електромагнітного випромінювання. Приклад використання фотодатчики.

Вторинна електронна емісія – виліт електронів з поверхні речовини при бомбардуванні їх пучком електронів. відношення числа вторинних електронів n_2 до числа первинних n_1 , які викликали емісію, називається коефіцієнтом вторинної електронної емісії $\delta = n_2/n_1$. Приклад використання фотоелектронні помножувачі.

Автоелектронна емісія – емісія електронів із поверхні металів під дією сильного зовнішнього електричного поля.

3.5.3. Електричний струм в електролітах

Більшість чистих рідин погано проводить електричний струм. При розчиненні в рідині інших речовин її електропровідність значно збільшується. Внаслідок теплового руху, зіткнень з іншими молекулами, молекула розчиненої речовини розпадається на іони. *Явище розпадання молекул на іони при розчиненні називається електролітичною дисоціацією, а самі розчини називаються електролітами.*

Проходження електричного струму через електроліт супроводжується явищем *електролізу – виділенням на електродах складових частин розчиненої речовини та інших речовин, які можуть виникати внаслідок вторинних хімічних реакцій.* Провідники, в яких проходження струму супроводжується електролізом, називаються *електролітами.*

Перший закон електролізу Фарадея: *маса речовини, яка виділяється на кожному з електродів, прямо пропорційна величині заряду, який переноситься через електроліт*

$$m = k \cdot q,$$

де k – електрохімічний еквівалент. Він чисельно рівний масі речовини, яка виділяється в результаті електролізу при проходженні електричного заряду в 1 Кл. При проходженні постійного струму I протягом часу t електричний заряд рівний

$$q = I \cdot t.$$

Отже, перший закон Фарадея набере вигляду

$$m = k \cdot I \cdot t.$$

Другий закон електролізу Фарадея: *електрохімічний еквівалент речовини прямо пропорційний хімічному еквіваленту*

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z},$$

де A/Z – хімічний еквівалент речовини - відношення атомної маси речовини A до її валентності Z , $F = 9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль – постійна Фарадея.

Об'єднаний закон електролізу Фарадея

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z} \cdot q; \quad m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z} \cdot I \cdot t.$$

3.5.4. Електричний стум в газах. Плазма

При дії **іонізатора** (сильний нагрів, опромінення) нейтральні молекули (атоми) газу розщеплюються на іони і вільні електрони – відбувається **іонізація газу**.

Енергія іонізації – енергія, яка необхідна для того, щоб із молекули (атома) газу вибити електрон.

Рекомбінація – процес обернений до іонізації. Додатні і від'ємні іони, додатні іони і електрони при зіткненні з'єднуються у нейтральні молекули (атоми).

Газовий розряд – процес проходження струму через іонізований газ.

Розряд в газі, який існує тільки при дії зовнішніх іонізаторів, називається **несамостійним газовим розрядом**.

Розряд в газі, який існує після припинення дії зовнішніх іонізаторів називається **самостійним газовим розрядом**.

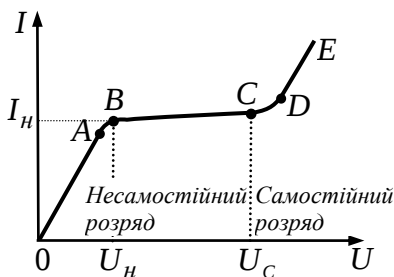


Рисунок 3.24

Вольт-амперна характеристика газового розряду представлена на рис. 3.24. При малих напругах (ділянка OA) справджується закон Ома

$$J = q \cdot n(\mu_+ + \mu_-) \cdot E,$$

де q – заряд іона, n – число пар іонів в одиниці об'єму, μ_+ і μ_- – рухливості катіонів та аніонів, E – напруженість електричного поля. При напрузі, більшій від U_A , закон Ома порушується. На ділянці BC струм досягає насичення. Число зарядів, які створюються іонізатором, рівне числу зарядів, які досягають електродів. Струм насичення I_n визначається потужністю іонізатора.

При напрузі U_C , яка називається **напругою запалення або напругою пробою**, розряд газу переходить у самостійний. Електрони протягом часу вільного пробігу набувають достатньо великої енергії і, стикаючись з нейтральними молекулами, іонізують їх. Вторинні електрони також іонізують молекули газу внаслідок чого кількість електронів та іонів лавиноподібно зростає (ділянка CD). При великих напругах, крім електронних, виникають і іонні лавини. Сила струму різко зростає без збільшення напруги (ділянка DE).

Залежно від тиску газу, величини прикладеної напруги та інших умов можуть існувати різні види самостійного розряду: *тліючий, іскровий, коронний і дуговий розряд*.

Тліючий розряд виникає при низькому тиску. Використовується в лампах денного світла, рекламних газорозрядних трубках, плазмових екранах телевізорів тощо.

Коронний розряд виникає при високому тиску в сильно неоднорідному полі поблизу електродів з малою кривизною поверхні. При цьому, виникає світіння у вигляді корони, яка оточує провідник. Виникнення коронного розряду в високоевольтних лініях електропередач приводить до втрат електроенергії. Тому використовують проводи великого діаметру або системи проводів для зменшення напруженості поля.

Іскровий розряд виникає в повітрі при високій напрузі, яка рівна напрузі пробою. При цьому повітряний проміжок між електродами пробивається іскрою у вигляді яскравого зигзагоподібного тонкого каналу з розгалуженнями. В іскрових каналах відбувається інтенсивний процес іонізації, нагрівання

газу до високої температури, яка може досягати 100000 К і зростання тиску до сотень атмосфер. Тому іскровий розряд супроводжується звуковими ефектами у формі тріску, грому. Прикладом іскрового розряду є блискавка. Сила струму в блискавці може досягати сотень тисяч ампер. Це явище використовується в електроіскровому методі різання, свердління та інших методах високоточної обробки металів.

Дуговий розряд виникає: а) якщо після запалювання іскрового розряду від потужного джерела поступово зменшувати відстань між електродами; б) проминувши стадію іскри, якщо електроди (наприклад вугільні) доторкнути, а потім розвести. Температура газу в каналі електричної дуги досягає 5000 °С – 6000 °С. Сила струму в дузі може досягати тисяч ампер при напрузі в декілька десятків вольт. Дуговий розряд використовують в дугових лампах, як джерелах світла, для зварювання і різання металів, в дугових печах для виплавки сталі, чавуну.

В усіх видах електричного розряду газ перебуває в іонізованому стані і являє собою плазму.

Плазмою називається стан газу з високим ступенем іонізації. Об'ємна густина позитивних і негативних зарядів практично однакова, тому плазма є електронейтральною.

Плазма – найбільш поширений стан речовини у Всесвіті. Зорі складаються із повністю іонізованої високотемпературної плазми. Холодні туманності і міжзоряний простір складаються з низькотемпературної плазми. Плазма використовується в джерелах світла, газових лазерах, для зварки, плавки та інших видів обробки речовини.

4.1. Магнітне поле у вакуумі

4.1.1. Магнітне поле. Рамка зі струмом

В 19 столітті дослідним шляхом були дослідженні закони взаємодії постійних магнітів і провідників із струмами. Досліди показали, що подібно до того, як в просторі навколо електричних зарядів виникає електростатичне поле, так і *в просторі навколо струмів і постійних магнітів виникає силове поле, яке називається магнітним.*

Були встановлені два експериментальні факти:

- 1) Магнітне поле діє тільки на рухомі заряди.
- 2) Рухомі заряди створюють магнітне поле.

Цим магнітне поле відрізняється від електростатичного, яке діє як на рухомі, так і на нерухомі заряди.

Магнітне поле не діє на нерухомі заряди.

Характер взаємодії магнітного поля на струм залежить від:
а) форми провідника, по якому тече струм; б) розміщення провідника; в) напрямку протікання струму.

Для дослідження електростатичного поля використовують пробний заряд. Для дослідження магнітного поля використовується *замкнутий плоский контур із струмом (рамка із струмом)*, розміри якого малі в порівнянні із відстанню до струмів, які створюють магнітне поле.

Орієнтація контуру в просторі характеризується напрямком нормалі $\vec{n}$ до контуру. Як додатний напрямок нормалі вибирають напрямок пов'язаний із струмом правилом правого гвинта (правилом свердлика).

За додатний напрямок нормалі приймається напрямок поступального руху правого гвинта, який обертається в напрямку струму, що тече в контурі (рис. 4.1).

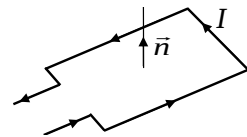


Рисунок 4.1

Магнітне поле чинить на рамку зі струмом орієнтуючу дію, повертаючи її певним чином. Ця властивість використовується для вибору *напрямку магнітного поля*.

За напрямком магнітного поля в даній точці приймається такий напрямок, вздовж якого розміщується додатній напрямок нормалі до контура зі струмом, або напрямок, який співпадає із напрямком сили, яка діє на північний полюс (N) магнітної стрілки, яка знаходиться в даній точці поля.

4.1.2. Магнітна індукція. Магнітний момент

Контур зі струмом характеризується **магнітним моментом** $\vec{p}_m$, який дорівнює добутку сили струму I , що протікає у контурі, на площу поверхні контуру S :

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n},$$

де $\vec{n}$ одиничний вектор нормалі до поверхні рамки. Напрямок $\vec{p}_m$ збігається з додатним напрямком нормалі до контуру (рис. 4.2).

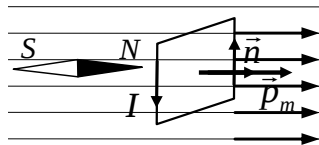


Рисунок 4.2

Обертальний момент сил M , що діє на контур, залежить і від властивостей контуру і від властивостей поля в даній точці:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}].$$

Якщо контур зі струмом повернути на 90° від рівноважного положення, то на нього буде діяти максимальний обертальний момент $M_{\max}$ ($M_{\max} = p_m B \sin 90^\circ$).

Якщо в дану точку магнітного поля поміщати контури з різними магнітними моментами, то на них діятимуть різні обертальні моменти, але відношення $M_{\max}/p_m$ для всіх контурів однакове і слугить кількісною характеристикою магнітного поля:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}.$$

Магнітна індукція $\vec{B}$ в даній точці магнітного поля визначається максимальним обертальним моментом, що діє на контур з одиничним магнітним моментом.

Одиниця магнітної індукції – тесла (Тл): 1 Тл – магнітна індукція такого магнітного поля, в якому на рамку з магнітним моментом $1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$ діє максимальний момент сили $1 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Магнітна індукція – силова характеристика магнітного поля.

За напрямок магнітної індукції $\vec{B}$ приймається напрямок магнітного моменту контуру p_m , який перебуває в рівноважному положенні у цьому полі.

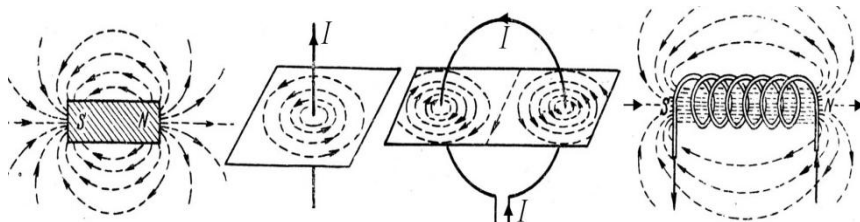


Рисунок 4.3

Для графічного зображення магнітних полів зручно користуватись **лініями магнітної індукції** – лінії, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямком вектора $\vec{B}$. Вигляд лінії магнітної індукції простих полів показано на рис. 4.3.

Лінії індукції магнітного поля замкнені. Вони завжди охоплюють провідники із струмом.

4.1.3. Мікро- і макроструми. Напруженість поля

Макроструми – електричні струми, які протікають по провідниках і електричних колах. **Мікроструми** – електричні струми зумовлені рухом електронів в атомах і молекулах.

Намагніченість постійних магнітів є наслідком існування мікрострумів.

Якщо поблизу тіла помістити провідник із струмом (макрострум), то мікроструми у всіх атомах певним чином орієнтуються, створюючи в тілі додаткове магнітне поле.

Вектор магнітної індукції $\vec{B}$ характеризує *результуюче магнітне поле, створене всіма мікро- і макрострумами*.

При одному і тому ж макрострумі, вектор індукції $\vec{B}$ в різних середовищах буде мати різні значення. Магнітне поле макрострумів описується **вектором напруженості магнітного поля** $\vec{H}$.

Для однорідного ізотропного середовища магнітна індукція

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

де $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\text{Гн/м}$ – магнітна стала, μ - **магнітна проникність** середовища. Безрозмірна величина, яка показує, у скільки разів магнітне поле макрострумів H підсилюється завдяки мікрострумам середовища.

Одиниця напруженості магнітного поля $\vec{H}$ - ампер на метр (А/м) – *напруженість такого магнітного поля, індукція якого у вакуумі рівна $4\pi\cdot10^{-7}\text{Тл}$.*

Вектор магнітної індукції $\vec{B}$ є аналогом вектора напруженості електростатичного поля $\vec{E}$, а вектор напруженості магнітного поля $\vec{H}$ є аналогом вектора електричного зміщення $\vec{D}$.

Для магнітного поля також справедливий принцип суперпозиції: *магнітна індукція результуючого поля, створеного кількома струмами або рухомими зарядами, рівна векторній сумі магнітних індукцій полів, створених кожними струмом або рухомим зарядом окремо.*

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \Delta\vec{B}_i.$$

Можна замінити суму інтегралом: $\vec{B} = \int_l d\vec{B},$

4.1.4. Закон Біо-Савара-Лапласа

На основі численних дослідів французькі вчені Ж. Біо і Ф. Савар дійшли таких висновків:

а) у всіх випадках індукція B магнітного поля електричного струму пропорційна до сили струму I ;

б) магнітна індукція залежить від форми і розмірів провідника зі струмом;

в) магнітна індукція B у будь-якій точці поля залежить від розташування цієї точки відносно провідника зі струмом.

Лаплас узагальнив результати експериментів Біо і Савара у вигляді диференціального закону, який називається законом **Біо-Савара-Лапласа**: *елемент провідника $d\vec{l}$ із струмом I створює в довільній точці A індукцію магнітного поля*

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3},$$

де $d\vec{l}$ – вектор, що чисельно рівний довжині dl елемента провідника і збігається за напрямком з напрямком електричного струму, $\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений від елемента провідника dl до точки поля A (рис. 4.4).

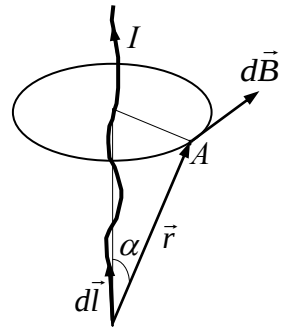


Рисунок 4.4

Напрямок вектора $d\vec{B}$ перпендикулярний до $d\vec{l}$ і $\vec{r}$, тобто перпендикулярний до площини, в якій вони лежать, і збігається з дотичною до лінії магнітної індукції.

Модуль індукції $d\vec{B}$ магнітного поля малого елемента dl провідника зі струмом прямо пропорційний до сили струму I , довжини елемента dl провідника, обернено пропорційний до квадрата відстані r від елемента провідника до розглядуваної точки поля, а також залежить від кута α між напрямками струму і радіус-вектора $\vec{r}$ (рис. 4.4):

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}.$$

Закон Біо-Савара-Лапласа дає змогу розрахувати індукцію магнітного поля електричного струму, що проходить по провіднику скінченних розмірів і будь-якої форми.

4.1.5. Магнітне поле прямолінійного струму

Розглянемо прямий провідник MN , по якому проходить струм I (рис. 4.5). Відповідно до закону Біо-Савара-Лапласа вектор магнітної індукції $d\vec{B}$ поля, створеного в точці A елементом dl провідника зі струмом I , чисельно рівний

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і $\vec{r}$.

У точці A , всі вектори $d\vec{B}$ напрямлені перпендикулярно до площини рисунка. Вектор $\vec{B}$ чисельно рівний алгебраїчній сумі модулів векторів $d\vec{B}$ (за принципом суперпозиції):

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0 \mu Idl \sin \alpha}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \int \frac{dl \sin \alpha}{r^2}.$$

Замінімо dl і r через одну змінну α :

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{CD}{\sin \alpha}, \quad CD = r d\alpha.$$

$$\text{Тоді:} \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{R d\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

У результаті індукція магнітного поля прямолінійного провідника MN у точці A дорівнює:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{R d\alpha \cdot \sin \alpha}{\frac{R^2}{\sin^2 \alpha}} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\sin \alpha d\alpha}{R} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

Якщо провідник MN нескінченно довгий, то $\alpha_1=0$, а $\alpha_2=\pi$.

Отже, магнітна індукція нескінченно довгого провідника зі струмом ($\cos 0=1$, $\cos \pi=-1$) дорівнює: $B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I}{R}$.

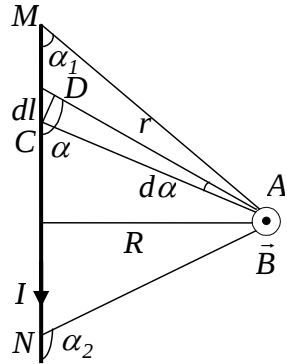


Рисунок 4.5

4.1.6. Магнітне поле колового струму

Знайдемо індукцію магнітного поля в центрі O , колового струму радіусом R , по якому протікає струм I (рис. 4.6):

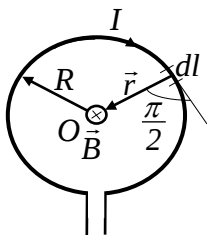


Рисунок 4.6

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl \sin(\widehat{dl \vec{r}})}{r^2}, \quad \sin(\widehat{dl \vec{r}}) = 1, \quad r = R.$$

Тоді
$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl}{R^2}.$$

Усі вектори $d\vec{B}$ магнітних полів, які створені в точці O різними ділянками $d\vec{l}$ колового струму, напрямлені перпендикулярно до площини рисунка. Тоді:

$$B = \int_0^l dB = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} dl = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} 2\pi R.$$

Отже, магнітна індукція поля колового струму дорівнює:

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}.$$

Магнітна індукція котушки із струмом на осі катушки

$$B_K = \mu_0 \mu \frac{IN}{2R},$$

де N – кількість витків катушки.

4.1.7. Закон Ампера

На провідник зі струмом, що знаходиться в магнітному полі, діє **сила Ампера**.

Сила Ампера, з якою магнітне поле діє на елемент довжини dl провідника зі струмом, що перебуває в магнітному полі, прямо пропорційна до сили струму I в провіднику і до векторного добутку елемента довжини $d\vec{l}$ на магнітну індукцію $\vec{B}$:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}].$$

Напрямок сили Ампера можна знайти за правилом лівої ру-

ки: якщо долоню лівої руки поставити так, щоб у неї входили лінії магнітної індукції, а чотири витягнуті пальці спрямувати в напрямку електричного струму в провіднику, то відставлений на 90° великий палець покаже напрямок сили, що діє на провідник з боку поля (рис. 4.7).

Модуль сили Ампера рівний:

$$dF = IBdl \sin \alpha,$$

де α - кут між векторами $d\vec{l}$ і $\vec{B}$.

Із закону Ампера, при $\alpha=90^\circ$:

$$B = \frac{1}{I} \frac{dF_{\max}}{dl}.$$

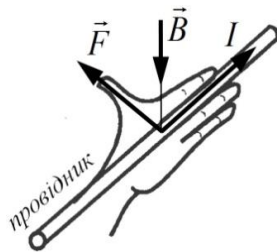


Рисунок 4.7

Магнітна індукція $\vec{B}$ чисельно дорівнює силі, що діє з боку поля на одиницю довжини провідника, по якому протікає електричний струм одиничної сили і який розташований перпендикулярно до напрямку магнітного поля.

Магнітна індукція - силова характеристика поля.

4.1.8. Взаємодія паралельних струмів

Використовуючи закон Ампера, розраховуємо силу взаємодії між двома прямими нескінченно довгими провідниками зі струмами I_1 і I_2 , які розміщені паралельно один до одного на відстані R . Кожен із провідників створює магнітне поле, яке діє згідно з законом Ампера на другий провідник. Якщо електричні струми I_1 і I_2 однакового напрямку, то провідники притягуються (рис. 4.8а), а якщо напрямки струмів взаємно протилежні, то провідники відштовхуються (рис. 4.8б).

За законом Ампера на елемент $d\vec{l}$ провідника зі струмом I_2 діє сила $d\vec{F}_2$, яка числово дорівнює:

$$dF_2 = I_2 B_1 dl \sin \alpha, \quad \text{де } B_1 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1}{R}$$

- магнітна індукція поля, створеного струмом I_1 , враховуючи, що кут між векторами $d\vec{l}$ і $\vec{B}_1$ – прямий, отримуємо:

$$dF_2 = |d\vec{F}_2| = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl.$$

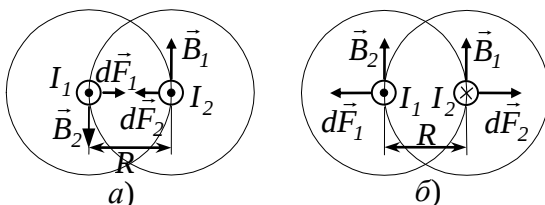


Рисунок 4.8

Відповідно на ділянку dl провідника зі струмом I_1 діє сила $d\vec{F}_1$, модуль якої:

$$dF_1 = |d\vec{F}_1| = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl.$$

Отже, для сил $d\vec{F}_1$ і $d\vec{F}_2$ можна написати загальну формулу:

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{R} dl.$$

Сила, що діє на одиницю довжини провідника $\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{R}.$

4.2. Сила Лоренца. Ефект Хола. Теорема Гауса. Закон повного струму.

4.2.1. Сила Лоренца

Так само як і на провідник із струмом, магнітне поле діє і на окремий заряд, який рухається в магнітному полі.

Сила, що діє на рухомий заряд в магнітному полі, називається **силою Лоренца**. Вона рівна:

$$\vec{F}_L = q[\vec{u} \vec{B}],$$

де $\vec{u}$ – швидкість руху заряду, $\vec{B}$ – індукція магнітного поля, яке діє на рухомий заряд, q – величина заряду.

Модуль сили Лоренца $F_L = Bq u \sin \alpha$, де α – кут між векторами $\vec{u}$ і $\vec{B}$.

Напрямок сили Лоренца визначається за правилом лівої руки: якщо долоню лівої руки розмістити так, щоб у неї входив вектор $\vec{B}$, а чотири витягнуті пальці спрямовувати вздовж вектора швидкості $\vec{u}$ руху позитивних зарядів, то відігнутий на 90° великий палець покаже напрямок сили, що діє на позитивний заряд. На негативний заряд сила діє в протилежному напрямку.

Магнітне поле не діє на нерухомі електричні заряди.

Сила Лоренца завжди перпендикулярна до швидкості руху зарядженої частинки, тому вона змінює лише напрямок цієї швидкості, не змінюючи її модуля. Отже, сила Лоренца робити не виконує і кінетична енергія частинки при русі в магнітному полі не змінюється.

Рух заряду, на який крім магнітного поля з індукцією $\vec{B}$, діє і електричне поле з напруженістю $\vec{E}$, описується **формулою Лоренца**:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{u} \vec{B}].$$

4.2.2. Рух заряду в магнітному полі

Вважаємо, що магнітне поле однорідне і на заряди не діють електричні поля. Розглянемо три можливих випадки:

1) $\vec{u} \parallel \vec{B}$ – заряд рухається вздовж ліній магнітної індукції (кут α між векторами $\vec{u}$ і $\vec{B}$ рівний 0 або π). Сила Лоренца рівна нулю. Магнітне поле на заряджену частку не діє, і вона рухається **рівномірно прямолінійно**.

2) $\vec{u} \perp \vec{B}$ – заряджена частинка рухається в магнітному полі перпендикулярно до ліній магнітної індукції (кут $\alpha = \pi/2$).

Сила Лоренца є стала за модулем і нормальна до траєкторії частинки. **Частинка рухатиметься по колу** радіуса r . Сила Лоренца за другим законом Ньютона буде створювати доцентрове прискорення $a_n = u^2/r$. Отже $F_n = ma_n$, тоді:

$$quB = \frac{mu^2}{r}. \quad \text{Звідси} \quad r = \frac{m u}{q B},$$

Використавши зв'язок $u = \omega r$, знайдемо циклічну частоту ω та період T обертання частинки навколо ліній індукції:

$$\omega = \frac{u}{r} = \frac{q}{m} B, \quad T = \frac{2\pi r}{u} = \frac{2\pi m}{B q}.$$

3) Якщо заряджена частинка рухається під кутом α до вектора $\vec{B}$ (рис. 4.9), то її рух можна подати у вигляді суперпозиції: а) рівномірного прямолінійного руху вздовж поля з швидкістю $u_{\parallel} = u \cos \alpha$; б) рівномірного руху по колу в площині, перпендикулярній до поля із швидкістю $u_{\perp} = u \sin \alpha$.

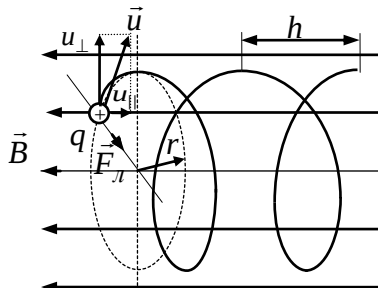


Рисунок 4.9

В результаті складання обох рухів виникає рух вздовж спіралі, вісь якої паралельна до магнітного поля. Крок спіралі

$$h = u_{\parallel} T = u T \cos \alpha = \frac{2\pi m u \cos \alpha}{q B}.$$

Напрямок закручування спіралі залежить від знаку заряду.

4.2.3. Ефект Холла

Ефект Холла – виникнення електричного поля в провіднику чи напівпровіднику із струмом, якщо він перебуває в магнітному полі. Ефект Холла – наслідок впливу сили Лоренца на рух носіїв струму.

Електричний струм I проходить через золоту пластинку у вигляді паралелепіпеда. Визначається різниця потенціалів $\Delta \phi$ між точками C і D на верхній і нижній гранях (рис. 4.10).

Якщо пластинку зі струмом помістити в однорідне магнітне поле, лінії магнітної індукції

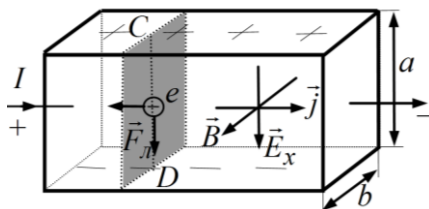


Рисунок 4.10

ції якого перпендикулярні до бічних граней пластинки, то різниця потенціалів $\Delta\varphi = \varphi_C - \varphi_D \neq 0$ і вона пропорційна силі струму I , магнітній індукції поля B і обернено пропорційна ширині b пластинки, тобто

$$\Delta\varphi = \varphi_C - \varphi_D = R_X \frac{IB}{b},$$

де $R_X = 1/(ne)$ - стала Холла, яка обернено пропорційна до добутку заряду електрона e на їх концентрацію n .

За вимірними значеннями сталої Холла можна визначити концентрацію носіїв струму, зробити висновок про природу провідності напівпровідників, оцінити середню довжину вільного пробігу електронів.

4.2.4. Закон повного струму для магнітного поля у вакуумі

Циркуляцією вектора $\vec{B}$ по замкненому контуру називається інтеграл

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl,$$

де $d\vec{l}$ – вектор елемента довжини контуру, напрямлений вздовж обходу контуру, $B_l = B \cos \alpha$ – проекція вектора $\vec{B}$ на дотичну до контуру, α – кут між векторами $\vec{B}$ і $d\vec{l}$.

Розглянемо магнітне поле прямого провідника зі струмом I , що перебуває у вакуумі (рис. 4.11). Лінії магнітної індукції цього поля - кола, площини яких перпендикулярні до провідника. Знайдемо циркуляцію вектора $\vec{B}$ вздовж кола радіуса r . У всіх точках кола вектор $\vec{B}$ рівний

$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{r}$ і напрямлений по дотичній до кола, тому $\cos \alpha = 1$.

$$\oint_L B dl \cos \alpha = \int_0^{2\pi r} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} dl = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} \int_0^{2\pi r} dl = \mu_0 I.$$

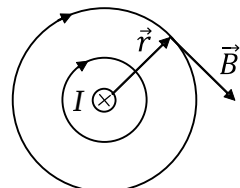


Рисунок 4.11

Звідси можна зробити два висновки:

1. Магнітне поле *прямолінійного струму* – **вихрове поле**, бо *циркуляція вектора $\vec{B}$ вздовж ліній індукції не дорівнює 0*;

2. *Циркуляція вектора $\vec{B}$ прямолінійного струму однакова вздовж будь-якої лінії індукції і дорівнює $\mu_0 I$* .

Магнітне поле, переважно, створюється кількома провідниками, по яких проходять струми I_1, I_2, I_3 тощо. На основі принципу суперпозиції магнітна індукція $\vec{B}$ результуючого поля дорівнює

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i.$$

$$\text{Тоді} \quad \oint_L B dl \cos \alpha = \oint_L \sum_{i=1}^n B_i dl \cos \alpha = \sum_{i=1}^n \oint_L B_i dl \cos \alpha.$$

Кожен з інтегралів, що стоїть під знаком суми, дорівнює або $\mu_0 I$, якщо струм охоплюється контуром, або 0. Отже,

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i,$$

де n – кількість провідників зі струмами, що охоплюються контуром L довільної форми. Кожний струм враховується стільки разів, скільки разів він охоплюється контуром.

Отже, **закон повного струму** для струмів провідності: *циркуляція вектора $\vec{B}$ по довільному замкненому контуру дорівнює добутку магнітної сталої μ_0 на алгебраїчну суму струмів, що охоплюються цим контуром*.

Наприклад, для системи струмів на рис. 4.12, алгебраїчна сума струмів

$$\sum_{i=1}^n I_i = -I_1 + I_2 + 2 \cdot I_3 - 0 \cdot I_4.$$

Закон повного струму справедливий лише для магнітного поля у вакуумі. Для поля у речовині слід враховувати молекулярні струми.

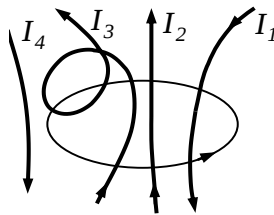


Рисунок 4.12

4.2.5. Магнітне поле довгого соленоїда

Соленоїд – циліндрична котушка завдовжки l , яка складається з великої кількості витків N , рівномірно намотаних на загальне осердя (рис. 4.13).

Циркуляція вектора $\vec{B}$ вздовж контуру у вигляді прямокутника $ACDF$, в якому сторона CD дуже віддалена від соленоїда і який охоплює всі N витків соленоїда, дорівнює

$$\oint_{ACDF} B dl \cos \alpha = \mu_0 NI.$$

Інтеграл вздовж контуру $ACDF$ можна подати у вигляді чотирьох інтегралів:

$$\begin{aligned} \oint_L B dl \cos \alpha &= \int_{DF} B dl \cos \alpha + \int_{FA} B dl \cos \alpha + \\ &+ \int_{AC} B dl \cos \alpha + \int_{CD} B dl \cos \alpha. \end{aligned}$$

Магнітне поле соленоїда практично локалізовано в його об'ємі і на великій відстані від соленоїда магнітна індукція поля рівна нулю. Тоді:

$$\oint_L B dl \cos \alpha \approx \oint_{FA} B dl \cos \alpha.$$

Магнітне поле в довгому соленоїді – **однорідне**. Вектори магнітної індукції однакові, тобто чисельно рівні і мають однакові напрямки. Крім того, вектор $\vec{B} \parallel \vec{dl}$ (FA), тому $\cos \alpha = 1$:

$$\oint_{FA} B dl = B \int_0^l dl = Bl = \mu_0 IN.$$

Магнітна індукція поля всередині соленоїда у вакуумі:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I,$$

де n – число витків на одиницю довжини соленоїда.

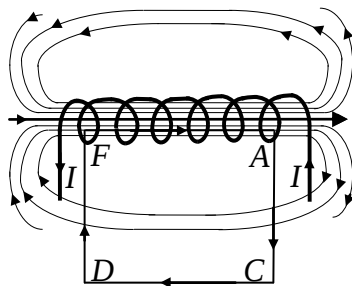


Рисунок 4.13

4.2.6. Магнітний потік. Теорема Гауса

Потоком вектора магнітної індукції (магнітним потоком) через площадку dS називається скалярна фізична величина, яка дорівнює добутку проекції B_n вектора $\vec{B}$ на напрямок нормалі $\vec{n}$ до площадки dS і величини цієї площадки:

$$d\Phi_B = B_n dS = (\vec{B} d\vec{S}),$$

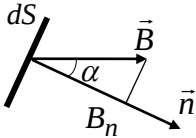


Рисунок 4.14

де $B_n = B \cos \alpha$ - проекція вектора $\vec{B}$ на напрямок нормалі до площадки dS (α - кут між векторами $\vec{n}$ і $\vec{B}$) (рис. 4.14), $d\vec{S} = dS\vec{n}$ - вектор, модуль якого дорівнює dS , а напрямок ється з нормаллю $\vec{n}$ до площадки dS .

Потік вектора магнітної індукції $\vec{\Phi}_B$ через довільну поверхню S дорівнює

$$\Phi_B = \int_S B_n dS = \int_S (\vec{B} d\vec{S}).$$

Якщо поле однорідне $B = \text{const}$, поверхня S плоска, то:

$$\Phi_B = BS \cos \alpha.$$

Одиниця магнітного потоку у СІ - Вебер (Вб). $1\text{Вб} = 1\text{ Тл} \cdot \text{м}^2$.

Теорема Гауса для магнітного поля: магнітний потік крізь довільну замкнену поверхню дорівнює нулю:

$$\oint_S (\vec{B} d\vec{S}) = \oint_S B_n dS = 0.$$

Ця теорема означає, що в природі нема магнітних „зарядів” і лінії індукції магнітного поля замкнені.

4.2.7. Робота при переміщенні провідника з струмом у магнітному полі

Робота dA , яку виконує сила Ампера при переміщенні елемента dl провідника зі струмом I у магнітному полі на відстань dx рівна (рис. 4.15):

$$dA = dF dx.$$

За законом Ампера $dF = IBdl \sin \alpha$.

Тоді $dA = IB \sin \alpha \, dl \, dx$.

Добуток $dl \, dx = dS$ – площа поверхні, яка описана елементом провідника dl при його переміщенні на dx .

З рис. 4.15 видно, що $B \sin \alpha = B_n$ – проекція вектора $\vec{B}$ на напрямок нормалі $\vec{n}$ до площини dS .

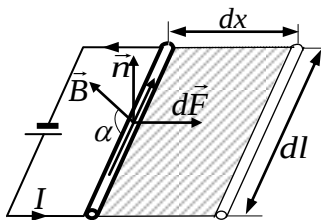


Рисунок 4.15

$B_n dS = d\Phi_B$ – магнітний потік крізь поверхню dS . Тоді:

$$dA = IB_n dS = Id\Phi_B.$$

Якщо сила струму стала $I = \text{const}$, то інтегруючи отримаємо:

$$A = I \Phi_B.$$

Робота, яку виконує сила Ампера при переміщенні в магнітному полі замкненого контура із струмом, дорівнює добутку сили струму на зміну магнітного потоку крізь поверхню, обмежену контуром.

4.3. Електромагнітна індукція. Індуктивність

4.3.1. Електромагнітна індукція. Правило Ленца.

Навколо провідників із струмом існує магнітне поле. Природно було поставити питання про можливість утворення електричного струму у провідниках за допомогою магнітного поля. М. Фарадей показав, що в замкненому провіднику виникає електричний струм при будь-яких змінах магнітного потоку через поверхню, охоплену цим провідником.

Явище виникнення електрорушійної сили при зміні магнітного потоку, що пронизує поверхню, яка охоплена провідним контуром, називається електромагнітною індукцією. Струм, що виникає у провідниках при електромагнітній індукції, називається індукційним струмом.

Виникнення індукційного струму завжди пов'язане із зміною магнітного потоку через поверхню, яку охоплює провідник. Ці

зміни можуть відбуватися з різних причин, зокрема через:

- переміщення постійного магніту відносно нерухомого провідника;
- переміщення контуру відносно нерухомого магніту;
- замикання та розмикання струму в обмотці нерухомого електромагніту, розміщеного поблизу провідника;
- відносне переміщення контуру і електромагніту;
- зміну магнітної індукції поля електромагніту (виймання осердя, або зміну струму реостатом);
- зміну напрямку струму в обмотці електромагніту;
- постійний рух контуру в неоднорідному магнітному полі;
- обертальний рух контуру в однорідному магнітному полі.

Отже, індукційний струм в замкненому провідному контурі виникає тільки тоді, коли змінюється магнітний потік, який проходить через площу, охоплену контуром.

Фарадей встановив, що напрямок індукційного струму в провіднику залежить від характеру зміни (збільшення чи зменшення) магнітного потоку ($\Delta\Phi > 0$ чи $\Delta\Phi < 0$) через його контур.

Загальне правило, за допомогою якого можна визначити напрямок індукційного струму, сформулював Ленц.

Індукційний струм у замкненому провіднику завжди має такий напрямок, що створений цим струмом власний магнітний потік протидіє тим змінам зовнішнього магнітного потоку, які збуджують індукційний струм.

Використовуючи правило Ленца для **визначення напрямку індукційного струму**, треба:

- 1) знайти причину, яка створює індукційний струм;
- 2) вважаючи, що індукційний струм протидіє цій причині, знайти напрямок його магнітного поля;
- 3) визначити напрямок індукційного струму за напрямком його магнітного поля.

Завдяки явищу електромагнітної індукції можна перетворити механічну енергію в електричну (електростанції), а також передавати електричну енергію з одного кола в інше (трансформатор).

Індукційний струм I_i у замкнутому провіднику з опором R виникає під дією ε_i , яку можна виразити за законом Ома

$$\varepsilon_i = I_i R.$$

Для кількісної характеристики явища електромагнітної індукції зручніше користуватися величиною ε_i , а не силою індукційного струму I_i .

Дослідження індукційного струму в контурах різної форми і розмірів показали, що EPC електромагнітної індукції ε_i в контурі пропорційна до швидкості зміни магнітного потоку Φ_B через поверхню, обмежену цим контуром (закон Фарадея):

$$\varepsilon_i = k \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

EPC електромагнітної індукції в контурі вважають позитивною, якщо магнітний момент $\vec{p}_m$ відповідного їй індукційного струму утворює гострий кут з лініями магнітної індукції того поля, яке наводить цей струм (рис. 4.16).

Тоді для випадку, зображеного на рисунку ліворуч, $\varepsilon_i < 0$, а для зображеного праворуч – $\varepsilon_i > 0$. В системі СІ $k = -1$ і

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Знак „–” є математичним виразом правила Ленца.

Яка природа EPC електромагнітної індукції? Максвелл припустив, що всяке змінне магнітне поле збуджує в навколишньому просторі електричне поле, яке і є причиною виникнення індукційного струму в провіднику. Циркуляція вектора E_B цього поля по контуру L провідника являє собою EPC електромагнітної індукції:

$$\varepsilon_i = \oint_L E_B dl = - \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

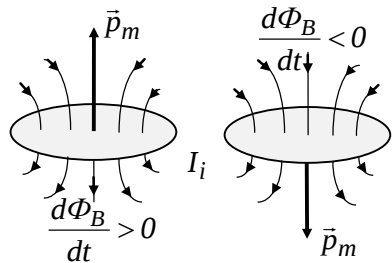


Рисунок 4.16

Ця формула є математичним виразом основного закону електромагнітної індукції:

Електрорушійна сила електромагнітної індукції в замкненому контурі чисельно дорівнює і протилежна за знаком зміні магнітного потоку за одиницю часу крізь поверхню, обмежену контуром.

Закон електромагнітної індукції Фарадея є наслідком закону збереження енергії.

4.3.2. Обертання рамки в магнітному полі

Явище електромагнітної індукції застосовується для перетворення механічної енергії в енергію електричного струму. Для цієї мети використовується **генератор**, принцип дії якого можна розглянути на прикладі плоскої рамки, що обертається в однорідному магнітному полі ($B = \text{const}$) (рис. 4.17).

Нехай рамка обертається із кутовою швидкістю $\omega = \text{const}$. Магнітний потік, зчеплений з рамкою площею S , у будь-який момент часу t , рівний

$$\Phi = B_n S = B S \cos \alpha = B S \cos \omega t,$$

де $\alpha = \omega t$ – кут повороту рамки в момент часу t .

При обертанні рамки, в ній виникає змінна ЕРС індукції

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t.$$

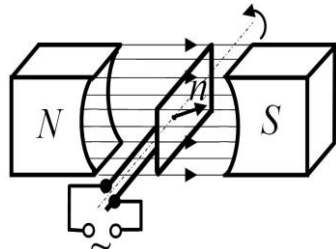


Рисунок 4.17

Максимальне значення ЕРС індукції $\varepsilon_{\max} = BS\omega$, отже

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{\max} \sin \omega t.$$

При рівномірному обертанні рамки в однорідному магнітному полі, в ній виникає змінна ЕРС, що змінюється за гармонійним законом.

Процес перетворення механічної енергії в електричну енергію. Якщо по рамці, поміщеній у магнітне поле, пропускати електричний струм, то на неї буде діяти обертаючий мо-

мент і рамка почне обертатися. Цей принцип використовується в *електродвигунах*.

4.3.3. Вихрові струми. Струми Фуко

Індукційний струм виникає не тільки в лінійних провідниках, але й у масивних суцільних провідниках, поміщених у змінне магнітне поле. Ці струми є замкненими в товщі провідника й тому називаються *вихровими*. Їх також називають *струмами Фуко*.

Струми Фуко також підкоряються правилу Ленца: їх магнітне поле спрямоване так, щоб протидіяти зміні магнітного потоку, що індукує вихрові струми.

Вихрові струми викликають нагрівання провідників. Тому для зменшення втрат на нагрівання якоря генераторів і сердечники трансформаторів роблять не суцільними, а виготовляють із тонких пластин, розділених шарами ізолятора.

Теплота яка виділяється струмами Фуко, використовується в індукційних металургійних, та мікрохвильових печах.

Вихрові струми виникають і в проводах, по яких тече змінний струм. Через виникнення вихрових струмів, змінний струм виявляється розподіленим по перетину провідника нерівномірно – він витісняється на поверхню провідника. Це явище одержало назву *скін-ефекту* (від англ. *skin* – шкіра). Тому провідники струму високої частоти роблять порожніми.

4.3.4. Явище самоіндукції. Індуктивність

Згідно із законом Фарадея, *ЕРС* індукції виникає при будь-яких змінах магнітного потоку Φ через поверхню, охоплену провідним контуром, незалежно від природи цього потоку

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}, \quad \text{де } N - \text{кількість провідних контурів.}$$

Під час проходження по контуру змінного струму власний магнітний потік змінюється і в контурі теж наводиться *ЕРС* індукції.

Явище виникнення в контурі ЕРС індукції при змінах власного магнітного потоку, пов'язаних із зміною струму в цьому контурі, називається **самоіндукцією**. Електрорушійна сила в цьому випадку називається ЕРС самоіндукції ε_c .

Магнітний потік, який виникає навколо провідника із струмом, пропорційний величині струму

$$\Phi = LI.$$

Параметр L характеризує індивідуальні властивості контуру. Його називають **коефіцієнтом індуктивності**, або просто **індуктивністю** контуру. Індуктивність контуру залежить від форми контуру, його розмірів та відносної магнітної проникності середовища, в якому він перебуває.

Індуктивністю замкненого контуру називається скалярна величина L , яка рівна відношенню магнітного потоку самоіндукції Φ до сили струму I в цьому контурі:

$$L = \frac{\Phi}{I}.$$

Одиниця індуктивності – генрі (Гн): 1 Гн – індуктивність такого контуру, магнітний потік самоіндукції якого при струмі 1 А дорівнює 1 Вб .

Застосовуючи до явища самоіндукції закон Фарадея:

$$\varepsilon_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt}.$$

Якщо індуктивність контуру стала ($L = \text{const}$), то

$$\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt}.$$

ЕРС самоіндукції прямо пропорційна швидкості зміни сили струму в контурі.

У виразі для ЕРС самоіндукції знак „–”, зумовлений правилом Ленца, показує, що наявність індуктивності контура приводить до сповільнення зміни струму в ньому. *Тобто індуктивність контуру є мірою його інертності відносно зміни струму.*

Якщо струм з часом збільшується то $\varepsilon_c < 0$, тобто струм са-

моіндукції напрямлений назустріч струму, який зумовлений зовнішнім джерелом і гальмує його зростання. Якщо струм з часом зменшується, то $\varepsilon_c > 0$, тобто індукційний струм має такий напрямок, як і спадний струм в контурі, і сповільнює його зменшення.

Індуктивність соленоїда. Нехай через соленоїд, що має N витків, проходить струм I від зовнішнього джерела. Цей струм створює в соленоїді магнітне поле, яке зосереджене в його об'ємі і це поле можна вважати однорідним. Весь об'єм магнітного поля соленоїда заповнений речовиною з магнітною проникністю μ . Якщо змінювати струм в соленоїді, то власний магнітний потік Φ_B , який пронизує його поперечний переріз, теж змінюватиметься. Магнітний потік Φ крізь площу S , що обмежена одним витком, дорівнює

$$\Phi = BS = \mu\mu_0 nSI = \mu\mu_0 \frac{NS}{l} I,$$

де l – довжина соленоїда.

В усьому соленоїді магнітний потік в N разів більший:

$$\Phi = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} I.$$

Порівнюючи цей вираз із виразом $\Phi = LI$, отримаємо:

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu\mu_0 \frac{N^2 Sl}{l^2} = \mu\mu_0 n^2 V.$$

Індуктивність соленоїда рівна добутку магнітної сталої на магнітну проникність, квадрат кількості витків на одиниці довжини і об'єм соленоїда.

4.3.5. Струми при замиканні і розмиканні кола

Явище самоіндукції найбільш яскраво проявляється у виникненні так званих **струмів замикання та розмикання** в колах, що містять котушки з великою індуктивністю.

Знайдемо закон зміни струму в колі, індуктивністю L , елек-

тричним опірм R , під час вмикання в це коло джерела EPC . Сила струму I дорівнює

$$I = \frac{\varepsilon - L \frac{dI}{dt}}{R},$$

де ε - EPC джерела струму, ввімкненого в коло. Індукційні явища в колі зумовлені лише явищем самоіндукції.

Розділимо змінні в цьому рівнянні:

$$IR = \varepsilon - L \frac{dI}{dt}, \quad \frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon - IR}{L}.$$

Вважаючи ε , R та L сталими та інтегруючи, дістанемо

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right).$$

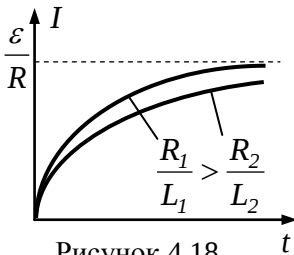


Рисунок 4.18

Для випадку вмикання джерела EPC початковий струм $I_0=0$ і отримуємо вираз для струму замикання

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right).$$

Струм у колі збільшується по закону експоненти (*а не миттєво*) до значення ε/R , яке відповідає величині постійного струму. Швидкість зростання пропорційна R/L (рис. 4.18).

4.3.6. Взаємна індукція. Трансформатори

Якщо два контури розміщені так, що магнітний потік, який створюється струмом в одному з них, хоч частково пронизує другий контур, то такі контури індуктивно пов'язані між собою і між ними виникає **взаємоіндукція**.

Явище виникнення EPC в одному із контурів при зміні сили струму в іншому називається **взаємоіндукцією**.

Принцип дії *трансформаторів*, які використовуються для підвищення і пониження напруги змінного струму, базується

на явищі взаємоіндукції (рис. 4.19). Трансформатори можуть підвищувати або понижувати напругу (струм) в залежності від кількості витків у обмотках.

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Якщо $N_2/N_1 > 1$ – підвищувальний трансформатор, $N_2/N_1 < 1$ – понижувальний.

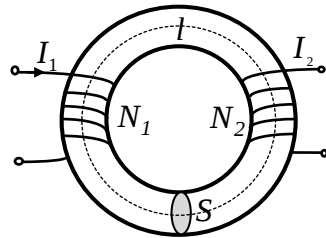


Рисунок 4.19

4.3.7. Енергія магнітного поля

Провідник, по якому протікає електричний струм, завжди оточений магнітним полем, причому магнітне поле появляється і зникає разом з появою і зникненням струму.

Енергія магнітного поля дорівнює роботі, яка затрачається струмом на створення цього поля.

Нехай провідний контур має індуктивність L . Якщо за час dt струм у контурі зростає на величину dI , то змінюється і його власний магнітний потік на величину $d\Phi$. При зміні магнітного потоку на величину $d\Phi$, джерелом струму виконується робота dA :

$$dA = I d\Phi.$$

Елементарна робота dA рівна зміні енергії соленоїда dW_m :

$$dW_m = dA \quad \text{і} \quad dW_m = I d\Phi.$$

Оскільки $d\Phi = L dI$, то $dW_m = L I dI$.

Інтегруючи цей вираз, знаходимо

$$\int_0^{W_m} dW_m = \int_0^I L I dI; \quad W_m = \frac{L I^2}{2}.$$

Це енергія, яка затрачена на утворення магнітного поля.

Магнітне поле соленоїда однорідне і зосереджене всередині соленоїда, а енергія поля розподілена в ньому з об'ємною густиною w_m , яка дорівнює

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

4.4. Магнітне поле в речовині.

4.4.1. Магнітні моменти електронів і атомів

В будь-якій речовині, вміщеній у зовнішнє магнітне поле, виникає особливий стан намагніченості і створюється внутрішнє магнітне поле.

Згідно з *гіпотезою Ампера*, в будь-якому тілі є мікроскопічні струми, зумовлені рухом електронів в атомах і молекулах.

Електрони в атомах рухаються по деяких замкнених орбітах. Електрон, що рухається по одній з таких орбіт (рис. 4.20), еквівалентний коловому струму, тому він має **орбітальний магнітний момент** $\vec{p}_{ml} = IS\vec{n}$, модуль якого $p_{ml}=IS$, де S – площа орбіти електрона: $S=\pi r^2$.

Вектор $\vec{p}_m$ напрямлений в той бік, що й індукція магнітного поля в центрі колового струму I .

З іншого боку, кожний електрон, що рівномірно рухається по орбіті, має **орбітальний механічний момент імпульсу**, який чисельно рівний $L_l = mvr$. Тоді

$$\frac{p_{ml}}{L_l} = \frac{e}{2m} = g,$$

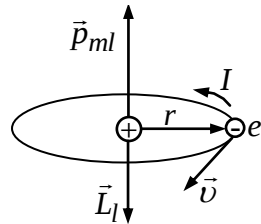


Рисунок 4.20

де g – гіромагнітне відношення орбітальних моментів.

Крім орбітальних моментів $\vec{p}_{ml}$ і $\vec{L}_l$, електрон має **власний механічний момент імпульсу** $\vec{L}_s$, що називається **спіном електрона**. Спін - невід'ємна властивість електрона, як заряд і маса. Спіну електрона $\vec{L}_s$ відповідає власний (спіновий) магнітний момент $\vec{p}_{ms}$.

Отже, *магнітний момент електрона складається з його орбітального і спінового магнітних моментів*. Відповідно ма-

гнітний момент атома дорівнює сумі магнітних моментів електронів, що входять до складу атома, і магнітного моменту ядра, який значно менший від моментів електрона. Тому магнітним моментом ядра, як правило, нехтують. Отже,

$$\vec{P}_{ma} = \sum_{i=1}^Z \vec{p}_{mli} + \sum_{i=1}^Z \vec{p}_{msi},$$

де Z – атомний номер хімічного елемента.

4.4.2. Діамагнітний ефект. Дамагнетики

Будь-яка речовина є **магнетиком**, тобто здатна під дією зовнішнього магнітного поля набувати магнітний момент (намагнічуватися).

На електрон, який обертається по орбіті, (як на замкнутий струм) діє обертальний момент сил. В результаті орбіта починає обертатися (**виникає прецесія орбіти**) навколо поля (рис. 4.21). Магнітний момент електрона $\vec{p}_{ml}$ описує конус навколо $\vec{B}$.

Теорема Лармора. Результатом впливу магнітного поля на орбіту електрона в атомі є прецесія орбіти з кутовою швидкістю ω_L .

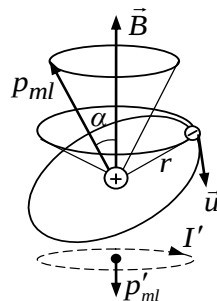


Рисунок 4.21

$$\omega_L = -\frac{e}{m} B,$$

де ω_L - **кутова швидкість прецесії Лармора**.

Прецесія орбіти обумовлює додатковий рух електрона навколо напрямку поля. Йому відповідає додатковий (індукований) струм I' із індукованим магнітним моментом p'_{ml} , напрямком якого протилежний (за правилом Ленца) до вектора $\vec{B}$.

Прецесія Лармора виникає у всіх без винятку речовинах.

Дані складові магнітних полів накладаються і утворюють власне магнітне поле речовини, яке послаблює зовнішнє магнітне поле. Цей ефект отримав назву **діамагнітного ефекту**.

Речовини, які намагнічуються у зовнішньому магнітному полі проти напрямку поля, називаються діамагнетиками.

Якщо немає зовнішнього магнітного поля, магнітні моменти молекул (атомів) діамагнетика дорівнюють нулю.

До діамагнетиків належать гази He, Ne, Ar, а також речовини H₂O, Cu, Zn, Ag, Hg, Pb, багато органічних сполук тощо.

Діамагнітний ефект малопомітний. Цей ефект виникає у всіх речовинах, які внесені у магнітне поле.

4.4.3. Парамагнетики

***Парамагнетиками** - речовини які намагнічуються вздовж зовнішнього магнітного поля.*

До парамагнетиків належать: Mg, Al, Ca, Cr, кисень атомарний і молекулярний, солі заліза, кобальту, нікелю, рідкісноземельних елементів тощо.

Векторна сума орбітальних магнітних моментів усіх електронів атома або молекули парамагнетика не дорівнює нулю. Атом загалом має деякий магнітний момент $\vec{\mu}_{\text{та}}$. Такі атоми (молекули) називаються парамагнітними.

За відсутності зовнішнього магнітного поля парамагнетик не намагнічений, оскільки внаслідок теплового руху власні магнітні моменти атомів орієнтовані хаотично.

При внесенні парамагнетика в однорідне магнітне поле, магнітна індукція якого дорівнює $\vec{B}$, встановлюється переважна орієнтація магнітних моментів атомів (молекул) вздовж поля (повній орієнтації перешкоджає тепловий рух атомів).

Парамагнетик намагнічується, створюючи власне магнітне поле, яке співпадає із зовнішнім полем і підсилює його.

*Цей ефект називається **парамагнітним**. Якщо парамагнітні властивості переважають над діамагнітними, то речовина є парамагнетиком.*

4.4.4. Намагніченість. Магнітне поле в речовині

Для кількісного опису намагнічування магнетиків введемо векторну величину – **намагніченість** $\vec{J}$, яка чисельно рівна магнітному моменту одиниці об'єму магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{V} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \vec{P}_{mai},$$

де N – кількість атомів (молекул), що знаходяться в об'ємі V , $\vec{P}_{mai}$ – магнітний момент i -го атома (молекули).

В несильних полях намагніченість $\vec{J}$ прямо пропорційна до напруженості поля $\vec{H}$, що викликає намагнічення, тобто

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

де χ – безрозмірна магнітна сприйнятливість речовини.

Для діамagnetиків χ від'ємна ($\chi < 0$ – поле молекулярних струмів протилежне зовнішньому полю). Для парамагнетиків χ додатна ($\chi > 0$ – поле молекулярних струмів співпадає із зовнішнім). Величина магнітної сприйнятливості для діа- і парамагнетиків дуже мала $|\chi| < 1$, $|\chi| \sim 10^{-6} - 10^{-4}$.

Магнітне поле $\vec{B}$ в речовині складається з двох полів: зовнішнього поля $\vec{B}_0$, яке створюється макрострумами, і внутрішнього поля $\vec{B}'$, яке створюється молекулярними струмами.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \text{ де вектор } \vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}.$$

Для опису поля $\vec{B}'$, що створюється молекулярними струмами, розглянемо однорідний ізотропний діамagnetик у вигляді колового циліндра перерізом S і довжиною l , який внесений у однорідне зовнішнє магнітне поле з індукцією $\vec{B}_0$ (рис. 4.22).

На внутрішніх ділянках будь-якого перерізу S циліндра молекулярні струми сусідніх атомів направлені назустріч один одному і взаємно компенсуються (рис. 4.22). Некомпенсова-

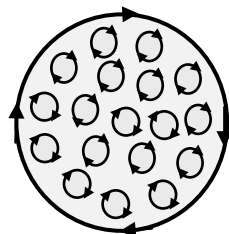


Рисунок 4.22

ними будуть лише молекулярні струми, які виходять на бічну поверхню циліндра.

Струми, які проходять по бічній поверхні циліндра, подібні до струму в соленоїді, магнітна індукція якого для $N=1$ рівна:

$$B' = \frac{\mu_0 I'}{l}.$$

Магнітний момент цього сумарного струму всередині магнетика $p = I'S = I'(V/l)$, де V – об'єм магнетика.

Намагніченість магнетика $J = p/V = I'/l$. Отже:

$$B' = \frac{\mu_0 I'}{l} = \mu_0 J.$$

Отже, магнітне поле в речовині $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J}$.

або

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} (1 + \chi)$$

Безрозмірна величина $\mu = 1 + \chi = B/B_0$ називається **магнітною проникністю** речовини.

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}.$$

Для діамagnetиків $\mu < 1$, для парамагнетиків $\mu > 1$.

4.4.5. Закон повного струму для поля в речовині

Цей закон (теорема про циркуляцію вектора B) є узагальненням закону повного струму для магнітного поля у вакуумі:

Циркуляція вектора магнітної індукції по деякому замкнутому контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів провідності і молекулярних струмів, що охоплюються цим контуром, помножену на магнітну сталу μ_0 .

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{l}) = \oint_L \vec{B}_L dl = \mu_0 (I + I'),$$

де I та I' – відповідно алгебраїчні суми струмів провідності (макрострумів) і молекулярних струмів (мікрострумів).

При цьому циркуляція вектора намагніченості $\vec{J}$ по довільному замкнутому контуру L рівна алгебраїчній сумі моле-

кулярних струмів, а циркуляція вектора $\vec{H}$ - сумі струмів провідності, які охоплюються контуром L .

$$\oint_L (\vec{J} d\vec{l}) = I', \quad \oint_L (\vec{H} d\vec{l}) = I.$$

Останній вираз – *теорема про циркуляцію вектора $\vec{H}$* .

4.4.6. Феромагнетики. Петля гістерезису. Домени

У хімічних елементів, а саме: залізі Fe , нікелі Ni , кобальті Co та їх численних сплавах виявлено властивість миттєво намагнічуватися навіть у слабких магнітних полях. Ці речовини називаються – **феромагнетиками**. *Феромагнетики підсилюють зовнішнє поле в сотні і тисячі разів* ($\mu=5000$ для заліза, $\mu=800000$ для супермалоля).

На відміну від слабوماгнітних речовин, в яких намагніченість J лінійно змінюється з ростом H , у феромагнетиків, при збільшенні H , намагніченість спочатку росте швидко, а потім виходить на насичення J_H (рис. 4.23).

Залежність намагніченості J від напруженості поля H визначається передісторією намагнічення феромагнетика (рис. 4.24). Це явище називається **магнітним гістерезисом**.

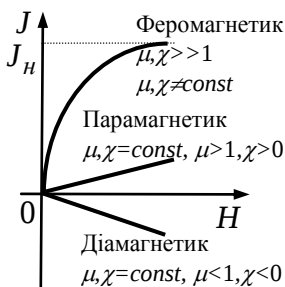


Рисунок 4.23

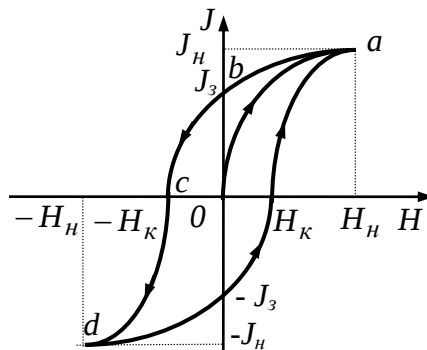


Рисунок 4.24

Якщо ферромагнетик намагнітити до насичення (крива $0a$), а потім зменшувати H (крива ab), то при $H=0$ в ферромагнетику залишиться **залишкова намагніченість** J_s . Це явище використовується для виготовлення *постійних магнітів*.

Щоб зменшити намагніченість до нуля, потрібно прикласти протилежно-направлене поле (точка C), із напруженістю H_k , яка називається **коерцитивна сила**. При дальшому збільшенні протилежного поля ферромагнетик перемагнічується (крива cd), досягаючи насичення (точка d). Далі процес повторюється в зворотному напрямку (крива da).

Таким чином, зміна намагніченості описується кривою $abcd$, яка називається **петлею гістерезису**.

Матеріали з великою коерцитивною силою мають широкую петлю гістерезису і називаються „магнітотвердими”. З них виготовляють постійні магніти.

„Магнітом’які” матеріали мають малу коерцитивну силу і вузьку петлю гістерезису. Їх використовують для виготовлення осердь трансформаторів.

Кількість тепла, яке виділяється під час перемагнічування, пропорційна до площі петлі гістерезису.

При певній температурі речовина із ферромагнітного стану переходить в парамагнітний. Цей перехід не супроводжується виділенням або поглинанням тепла. *Цю температуру називають **точкою Кюрі***.

При температурі, нижчій за точку Кюрі, ферромагнітне тіло складається із **доменів** – областей спонтанної намагніченості. Лінійні розміри доменів досягають 10^{-2} - 10^{-3} см. Це області, що охоплюють сотні атомних шарів, в яких напрямок намагнічення змінюється монотонно.

Коли зовнішнього магнітного поля немає, вектори магнітних моментів окремих доменів орієнтуються в просторі хаотично, так що результуючий магнітний момент усього тіла дорівнює нулю. Зовнішнє магнітне поле, яке діє на ферромагнетик, орієнтує магнітні моменти не окремих частинок як у

парамагнетиках, а цілих областей спонтанної намагніченості, домени починають збільшуватись в об'ємі за рахунок сусідніх доменів, що мають інші орієнтації намагніченості (рис. 4.25).

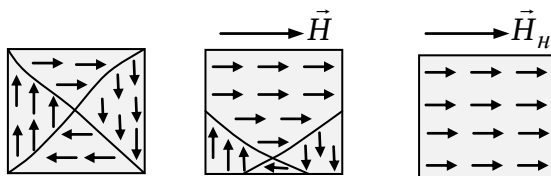


Рисунок 4.25

При досить сильному полі H_n всі домени повертаються в напрямку поля і феромагнетик намагнічується до насичення.

Магнітні властивості феромагнетиків визначаються **спіновими магнітними моментами електронів**.

Феромагнітні властивості мають лише кристалічні речовини, в атомах яких недобудовані внутрішні електронні оболонки з некомпенсованими спінами. У цих кристалах можуть виникати сили, які примушують спінові магнітні моменти електронів орієнтуватися паралельно один до одного, що і призводить до виникнення областей спонтанного намагнічення. Ці сили, що називаються **обмінними силами**, мають квантову природу.

4.4.7. Основи теорії Максвелла. Вихрове електричне поле

Максвелл розробив завершену теорію єдиного електромагнітного поля, яке утворюється довільною системою зарядів і струмів.

Теорія Максвелла - **макроскопічна теорія**. Теорія Максвелла є **теорією близькодії** – електричні і магнітні взаємодії поширюються із скінченною швидкістю і здійснюються за допомогою електричних і магнітних полів.

Для пояснення **явища електромагнітної індукції** в нерухомих провідниках Максвелл висунув гіпотезу:

змінне магнітне поле збуджує в навколишньому просторі

вихрове непотенціальне електричне поле, яке і є причиною виникнення індукційного струму в контурі.

Циркуляція цього поля рівна:

$$\oint_L (\vec{E}_B d\vec{l}) = - \frac{\partial \Phi_B}{\partial t}.$$

Врахувавши, що потік $\Phi_B = \int_S (\vec{B} d\vec{S})$, запишемо

$$\oint_L (\vec{E}_B d\vec{l}) = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \right).$$

Отже, циркуляція $\vec{E}_B$ не рівна нулю, тобто електричне поле $\vec{E}_B$, яке створюється змінним магнітним полем, як і саме магнітне поле є вихровим.

Сумарне електричне поле є сумою поля яке створюється зарядами $\vec{E}_q$ і вихрового $\vec{E}_B$ полів. Оскільки циркуляція $\vec{E}_q$ рівна нулю, то циркуляція сумарного поля:

$$\oint_L (\vec{E} d\vec{l}) = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \right) - \text{перше рівняння системи Максвела.}$$

4.4.8. Струм зміщення.

Максвелл припустив, що як і для магнітного поля, *всяка зміна електричного поля викликає у навколишньому просторі вихрове магнітне поле* (друге положення теорії Максвела).

Максвел назвав змінне електричне поле **струмом зміщення**, на відміну від струмів провідності, які зумовлені рухом зарядів.

$$\text{Густина струму зміщення: } \vec{j}_{zm} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

де $\vec{D}$ - вектор електричного зміщення.

Ввівши струм зміщення, Максвелл зробив висновок про те, що **кола будь-яких змінних струмів замкнені** так само, як і кола постійного струму. Замкненість таких кіл забезпечується

струмами зміщення, які „проходять” у тих ділянках, де немає провідників, наприклад, між обкладинками конденсатора під час його заряджання або розряджання. На кінцях провідника обривається лише струм провідності,

Повний струм в колах змінного струму завжди замкнений.

Повний струм, рівний сумі струмів провідності і струмів зміщення. Густина повного струму:

$$\vec{j}_{\text{повн}} = \vec{j} + \vec{j}_{\text{зм}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Струм зміщення має властивість створювати в просторі магнітне поле.

Максвел узагальнив теорему про циркуляцію вектора $\vec{H}$:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S} - \text{друге рівняння системи Максвелла}$$

Циркуляція вектора напруженості $\vec{H}$ магнітного поля вздовж замкнутого контура L дорівнює повному струму, що пронизує поверхню, обмежену цим контуром.

4.4.9. Рівняння Максвелла для електромагнітного поля

В основі теорії Максвелла лежать чотири **польові** рівняння.

I. Електричне поле може бути як потенціальним $\vec{E}_q$, так і вихровим $\vec{E}_B$. Циркуляція вектора напруженості $\vec{E}$ сумарного електричного поля

$$\oint_L (\vec{E} d\vec{l}) = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \right).$$

Це рівняння є виразом закону електромагнітної індукції. Воно вказує на те, що джерелами електричного поля можуть бути не тільки електричні заряди, але і змінні магнітні поля.

II. Узагальнена теорема про циркуляцію вектора $\vec{H}$ (закон повного струму):

$$\oint_L (\vec{H} d\vec{l}) = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

Це рівняння показує, що магнітні поля можуть збуджуватись або рухомими зарядами, або змінними електричними полями.

III. Теорема Остроградського-Гауса для потоку вектора електричного зміщення $\vec{D}$ крізь довільну замкнену поверхню S , що охоплює сумарний заряд q :

$$\oint_S (\vec{D} d\vec{S}) = q, \quad \text{або} \quad \oint_S (\vec{D} d\vec{S}) = \int_V \rho dV,$$

IV. Теорема Остроградського-Гауса для магнітного потоку крізь довільну замкнену поверхню S :

$$\oint_S (\vec{B} d\vec{S}) = 0.$$

Система рівнянь Максвелла доповнена **матеріальними рівняннями**, в які входять величини, що характеризують властивості середовищ, в котрих збуджуються поля:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

де μ, ε - відповідно магнітна і діелектрична проникність середовищ, μ_0, ε_0 - відповідно магнітна і електричні сталі. σ - питома провідність провідника.

Висновки із рівнянь Максвелла:

- джерелами електричного поля є або електричні заряди або змінні магнітні поля.
- магнітні поля можуть збуджуватися або рухомими зарядами (струмами), або змінними електричними полями.
- змінні електричні і магнітні поля взаємно зв'язані і породжують одне інше – вони утворюють єдине **електромагнітне поле**.

Рівняння Максвелла не симетричні відносно електричного і магнітного полів. Це пов'язано з тим, що в природі існують електричні заряди, але не існує магнітних.

Система рівнянь Максвелла пояснює виникнення і розповсюдження електромагнітних хвиль.

5 КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

5.1. Гармонічні коливання.

5.1.1. Гармонічні коливання та їх характеристики

Коливанням називається будь-який рух або зміна стану тіла, що характеризується тим чи іншим ступенем повторюваності в часі.

Фізична природа коливань може бути різною. Розрізняють: механічні, електромагнітні та інші коливання.

Коливання називаються **вільними або власними**, якщо вони здійснюються завдяки енергії, яка була надана, за відсутності в наступному зовнішніх періодичних впливів на коливну систему. Коливання називаються **періодичними**, якщо значення фізичних величин, які змінюються в процесі коливань, повторюються через однакові проміжки часу.

Найпростішим типом періодичних коливань є **гармонічні коливання** – коливання, за яких значення фізичної величини змінюється з часом за законом косинуса (синуса).

Гармонічні коливання величини s описуються рівнянням:

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

де A – амплітуда коливання; ω_0 – власна циклічна частота; φ_0 – початкова фаза коливань в момент часу $t=0$; $\omega_0 t + \varphi_0$ – фаза коливань в момент часу t .

Період коливання T – найменший проміжок часу, за який повторюються значення всіх фізичних величин, що характеризують коливання. За час T здійснюється одне повне коливання і фаза коливань отримує приріст 2π :

$$\omega_0(t + T) + \varphi_0 = (\omega_0 t + \varphi_0) + 2\pi. \quad \text{Звідси} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$

Частотою коливань називається величина, обернена до періоду коливань – кількість N повних коливань, що здійснюються за одиницю часу:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{N}{t} = \frac{\omega_0}{2\pi},$$

Одиниця частоти – герц (Гц) – процес, за якого за 1 секунду система здійснює одне коливання.

$$\text{Циклічна частота} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

Отже, *циклічна частота дорівнює кількості повних коливань, що здійснюється за 2π с.*

5.1.2. Диференціальне рівняння гармонічних коливань

Перша (швидкість) і друга (прискорення) похідні від коливної величини s , що характеризує гармонічні коливання, також здійснюють гармонічні коливання із тією ж частотою:

$$s' = \frac{ds}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$s'' = \frac{d^2 s}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi) = -\omega_0^2 s,$$

Із останнього рівняння отримаємо **диференціальне рівняння гармонічних коливань** для коливної величини s :

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \omega_0^2 s = 0, \text{ або } s'' + \omega_0^2 s = 0$$

Розв'язок цього рівняння має вигляд $s = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$.

5.1.3. Механічні гармонічні коливання

Нехай матеріальна точка здійснює гармонічні коливання вздовж осі x навколо положення рівноваги (початку координат). Тоді для коливної точки:

$$\text{Зміщення: } x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

$$\text{Швидкість: } v = x' = A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi/2).$$

$$\text{Прискорення: } a = v' = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi)$$

Прискорення завжди напрямлене до положення рівноваги: віддаляючись від положення рівноваги, коливна точка рухається сповільнено, наближаючись до нього – прискорено.

Амплітуди швидкості і прискорення відповідно рівні $A\omega_0$ і $A\omega_0^2$.

Фаза швидкості відрізняється від фази зміщення на $\pi/2$, а фаза прискорення на π (рис. 5.1).

Сила що діє на коливну матеріальну точку масою m рівна:

$$F_x = ma_x = -m A \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -m \omega_0^2 x = -k x$$

Сили, що задовольняють умові $F = -kx$ - **пружні сили**. Сили F , що мають іншу природу, ніж пружні сили, але також задовольняють умову $F = -kx$, називаються **квазіпружними**, а $k = m\omega_0^2$ - **коефіцієнтом квазіпружної сили**.

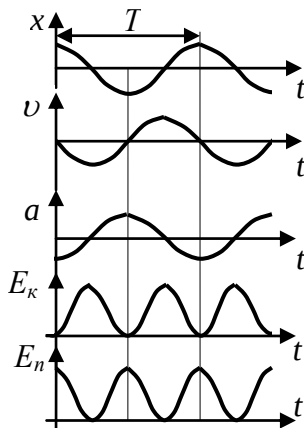


Рисунок 5.1

5.1.4. Енергія матеріальної точки, що здійснює коливання

Кінетична енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання, дорівнює:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенціальна енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання під дією квазіпружної сили, дорівнює:

$$E_n = -\int_0^x F_x dx = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2 = \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Повна механічна енергія коливної точки:

$$E = E_k + E_n = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2.$$

Повна енергія гармонічного коливання залишається сталою. У процесі коливання відбувається перетворення кінетич-

ної енергії в потенціальну і навпаки. В момент найбільшого відхилення точки від положення рівноваги повна енергія складається лише з потенціальної енергії. При проходженні точки через положення рівноваги повна енергія складається лише з кінетичної енергії, яка в цей момент є максимальною.

5.1.5. Пружинний маятник

Пружинний маятник – це тіло масою m , яке підвішене на невагомій абсолютно пружній пружині і здійснює гармонічні коливання під дією пружної сили $\vec{F} = -k\vec{x}$, де k – коефіцієнт жорсткості (рис. 5.2). На тіло діє і сила тяжіння $m\vec{g}$.

Запишемо основне рівняння динаміки для цього випадку:

$$m x'' = -k x, \quad x'' + \omega_0^2 x = 0.$$

де $\omega_0^2 = k/m$.

Отже, пружинний маятник здійснює вільні гармонічні коливання за законом

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

з власною циклічною частотою і періодом:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

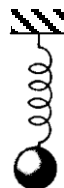


Рисунок 5.2

Період коливань T не залежить від амплітуди A .

Ця формула справедлива для пружних коливань у межах, в яких виконується закон Гука, та коли маса пружини мала порівняно з масою тіла.

Потенціальна і кінетична енергії пружинного маятника рівні відповідно:

$$E_n = \frac{kx^2}{2}, \quad E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

5.1.6. Фізичний маятник

Фізичний маятник – абсолютно тверде тіло, що здійснює

коливання під дією сили тяжіння навколо горизонтальної осі O , яка не проходить через його центр мас C (рис. 5.3).

Якщо фізичний маятник відхилено з положення рівноваги на невеликий кут α , то момент M обертальної сили $F\tau$ рівний:

$$M = J\varepsilon = J\alpha'' = F\tau = -mgl\sin\alpha \approx -mgl\alpha,$$

де J - момент інерції маятника відносно осі, що проходить через точку O , l - відстань між точкою підвісу і центром мас маятника, $\sin\alpha \approx \alpha$ відповідає малим коливанням маятника.

$$J\alpha'' + mgl\alpha = 0 \text{ або } \alpha'' + \frac{mgl}{J}\alpha = 0.$$

Позначивши $\frac{mgl}{J} = \omega_0^2$, отримаємо рівняння $\alpha'' + \omega_0^2\alpha = 0$.

При малих коливаннях фізичний маятник здійснює гармонічні коливання $\alpha = \alpha_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ з періодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}},$$

де $L = J/ml$ - приведена довжина фізичного маятника.

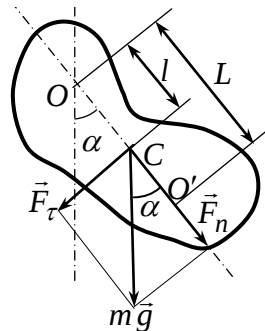


Рисунок 5.3

5.1.7. Математичний маятник

Математичним маятником називається матеріальна точка, яка підвішена на невагомій і нерозтяжній нитці, і яка коливається під дією сили тяжіння без тертя.

На практиці математичним маятником можна вважати важке тіло, яке підвішене на легкій довгій нитці.

Можна розглядати математичний маятник як окремий випадок фізичного, в якому вся маса зосереджена в центрі мас C на віддалі l від підвісу, що дорівнює довжині l нитки математичного маятника. Тоді момент інерції математичного маятника $J = ml^2$. Отже, період математичного маятника рівний:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Якщо приведена довжина L фізичного маятника дорівнює довжині l математичного маятника, то їх періоди коливань однакові.

Отже, *приведена довжина фізичного маятника – це довжина такого математичного маятника, період коливання якого дорівнює періоду коливань даного фізичного маятника.*

Математичний маятник зберігає площину, в якій він коливається. Періоди коливань маятників не залежить від амплітуди коливань.

5.1.8. Електричний коливальний контур.

Розглянемо *електромагнітні коливання*, при яких періодично змінюються електричні величини – заряд, сила струму, енергія електричного і магнітного полів. Для збудження і підтримання електромагнітних коливань потрібні певні системи, найпростішою з яких є реальний **коливальний контур** – коло, що складається з з'єднаних послідовно котушки індуктивності L , конденсатора ємності C і резистора опором R (рис. 5.4).

За законом Ома для ділянки кола $IR + U = \varepsilon_c$, де IR – спад напруги на резисторі, $U = q/C$ – напруга на конденсаторі,

$\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt}$ – ЕРС самоіндукції, отже,

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0.$$

Оскільки $I = \frac{dq}{dt}$ і $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$, то

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

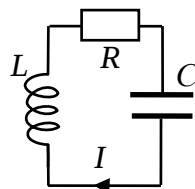


Рисунок 5.4

Диференційне рівняння коливань у коливальному контурі.

5.1.9. Стадії коливань в ідеальному коливальному контурі

Розглянемо послідовні стадії коливного процесу в ідеалізованому контурі, опір якого малий ($R=0$). Для збудження коливань в контурі конденсатор попередньо заряджають, надаючи його обкладкам заряди $\pm q$ (рис. 5.5).

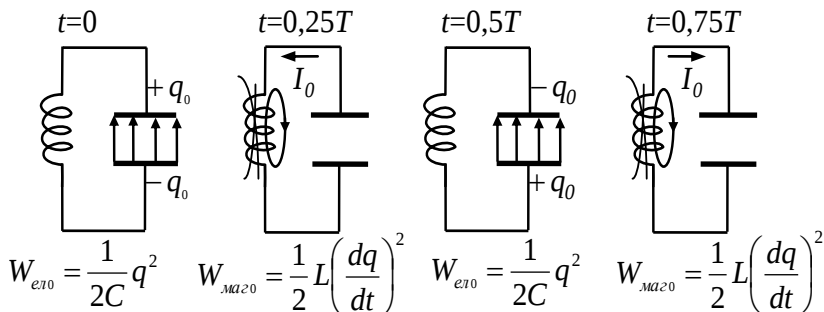


Рисунок 5.5

В початковий момент $t=0$ енергія електричного поля конденсатора $W_{\text{ел}}=q^2/(2C)$. Якщо замкнути конденсатор на котушку, то він почне розряджатися і в контурі потече струм I , який з часом зростає. Цей струм створить в котушці магнітне поле, що також зростає і в свою чергу викличе появу в котушці *ЕРС* самоіндукції. Під дією *ЕРС* самоіндукції виникає індукційний струм, який сповільнює наростання струму розрядки. Оскільки швидкість зміни струму розрядки конденсатора зменшується, то зменшується *ЕРС* самоіндукції і струм розрядки наростає. В результаті енергія електричного поля буде зменшуватися, а магнітного поля котушки - зростати. Оскільки ($R=0$), то згідно із законом збереження енергії повна енергія

$$W = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} L \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 = \text{const}.$$

Тому в момент $t=0,25 T$, коли конденсатор розрядиться, (рис. 5.5), енергія електричного поля дорівнює нулю, а енергія магнітного поля і струм досягають максимального значення,

відповідно $W_{\text{маг}0}$ і I_0 . З цього моменту струм у контурі починає зменшуватися і почне зменшуватися магнітне поле котушки, і в ній індукується струм, який тече в тому самому напрямку, що і струм розрядки конденсатора.

Конденсатор почне перезаряджатися, виникне електричне поле, що прагне зменшити струм, який зрештою буде дорівнювати нулю, а заряд на обкладках конденсатора досягне максимуму. Далі ті самі процеси почнуть проходити в зворотному напрямку (рис. 5.5) і система прийде у початковий стан.

Після цього почнеться повторення розглянутого циклу розрядження і зарядження конденсатора. Якщо втрати енергії не було б, то в контурі здійснювалися б періодичні незгасаючі коливання.

В контурі виникають коливання, які супроводжуються перетвореннями енергії електричного і магнітного полів. Такі коливання називаються електромагнітними.

5.1.10. Вільні гармонічні коливання в коливальному контурі

Власні електричні коливання в коливальному контурі є гармонічними, якщо електричний опір контура $R=0$.

Диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань заряду q в коливальному контурі (при $R=0$):

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0, \text{ або } \frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0,$$

Заряд q здійснює гармонічні коливання за законом:

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – власна циклічна частота контуру, q_0 – амплітуда коливань заряду конденсатора.

Період власних коливань – **формула Томсона:**

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Сила струму в коливальному контурі рівна

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_0 \omega \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right),$$

де $I_0 = \omega_0 q_0$ - амплітудне значення сили струму.

Упродовж першої половини періоду струм іде в одному напрямку, а протягом другої половини – в протилежному.

Напруга на конденсаторі також змінюється гармонічно:

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де $U_0 = q_0/C$ - амплітуда напруги.

Коливання струму I випереджують за фазою коливання заряду q на $\pi/2$, тобто коли струм досягає максимального значення I_0 , заряд і напруга дорівнюють нулю і навпаки.

$$\text{Оскільки } U_0 = \frac{q_0}{C} \text{ і } I_0 = \omega_0 q_0 = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}, \text{ то } U_0 = I_0 \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

5.1.11. Додавання гармонічних коливань

Нехай точка бере участь у двох гармонічних коливаннях однакової частоти, які напрямлені вздовж однієї прямої:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}).$$

Ці коливання зручно додати, користуючись методом *обертального вектора амплітуди*.

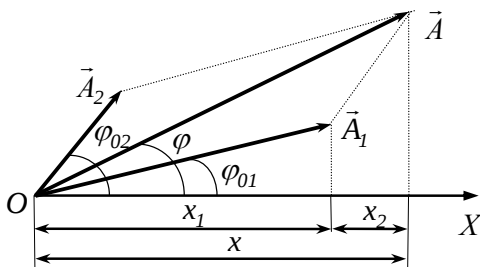


Рисунок 5.6.

Для цього відкладемо з точки O під кутом φ_{01} вектор амплітуди $\vec{A}_1$, а під кутом φ_{02} - вектор амплітуди $\vec{A}_2$ (рис. 5.6). За час T , що рівний періоду коливань, вектори амплітуд повертаються на кут 2π , а проекції їх кінців роблять одне повне коливання навколо O .

Оскільки вектори $\vec{A}_1$, і $\vec{A}_2$ обертаються з однаковою кутовою швидкістю, то різниця фаз $\varphi_{01}-\varphi_{02}$ між ними постійна.

Результуюче коливання описуються рівнянням

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

де A – амплітуда результуючого коливання, а φ – його початкова фаза.

Застосовуючи теорему косинусів, з рис. 5.6:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\varphi_{01} - \varphi_{02}).$$

Сумою двох гармонічних коливань одного напрямку і одної частоти буде гармонічне коливання в тому ж напрямку і з тією ж частотою.

Амплітуда A результуючого коливання залежить від різниці початкових фаз $\varphi_{02}-\varphi_{01}$ коливань, що додаються:

$$1). \varphi_{02} - \varphi_{01} = \pm 2m\pi, \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Тоді $\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = 1$ і $A = A_1 + A_2$.

$$2). \varphi_{02} - \varphi_{01} = \pm(2m+1)\pi, \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Тоді $\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = -1$ і $A = |A_1 - A_2|$.

5.1.12. Биття

Биттями називаються періодичні зміни амплітуди коливання, які виникають при додаванні двох гармонічних коливань одного напрямку з близькими частотами.

Нехай амплітуди коливань $A_1=A_2=A$, $\varphi_{01}=\varphi_{02}=0$, а частоти дорівнюють ω_0 , $\omega_0+\Delta\omega$, причому $\Delta\omega < \omega_0$.

Тоді рівняння коливань матимуть вигляд:

$$x_1 = A \cos \omega_0 t, \quad x_2 = A \cos(\omega_0 t + \Delta \omega t).$$

Додаючи ці вирази і застосовуючи тригонометричну формулу для суми косинусів, отримуємо:

$$x = x_1 + x_2 = \left(2 A \cos \frac{\Delta \omega}{2} t \right) \cos \omega_0 t.$$

Тому результуюче коливання x можна розглядати як синусоїдальне з частотою ω_0 й змінною амплітудою

$$A_{\sigma} = \left| 2 A \cos \frac{\Delta \omega}{2} t \right|.$$

На рис. 5.7 наведене биття для випадку $(\omega/\Delta\omega)=10$.

Частота биття дорівнює різниці частот коливань, що додаються, тобто $\omega_{\sigma} = \Delta\omega$. Період биття $T_{\sigma} = 2\pi/(\Delta\omega)$.

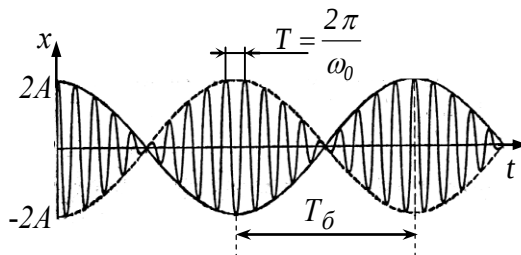


Рисунок 5.7

5.1.13. Додавання взаємно перпендикулярних коливань

Нехай два коливання однакової частоти ω , відбуваються у двох взаємно перпендикулярних напрямках, вздовж осі X , і осі Y . Виберемо початок відліку так, щоб початкова фаза першого коливання дорівнювала нулю:

$$x = A \cos \omega_0 t, \quad y = B \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

де φ - різниця фаз обох коливань.

Ці вирази – параметрична форма рівняння траєкторії, вздовж якої рухається точка, що бере участь в обох коливаннях. Якщо виключити з цих рівнянь параметр t , отримаємо:

$$\frac{x}{A} = \cos \omega_0 t, \quad \sin \omega_0 t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}},$$

$$\frac{y}{B} = \cos(\omega_0 t + \varphi) = \cos \omega_0 t \cos \varphi -$$

$$- \sin \omega_0 t \sin \varphi = \frac{x}{A} \cos \varphi - \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \sin \varphi;$$

Рівняння траєкторії результуючого коливання – рівняння еліпса, осі якого повернуті відносно координатних осей OX і OY . Такі коливання називають *еліптично поляризованими*.

$$\frac{x^2}{A^2} - 2 \frac{x}{A} \frac{y}{B} \cos \varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi.$$

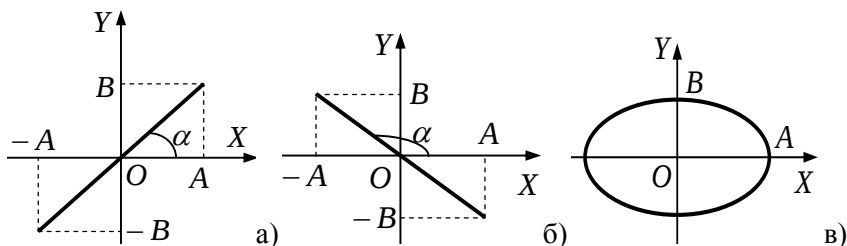


Рисунок 5.8.

Розглянемо частинні випадки.

1). $\varphi = \pm 2m\pi$, ($m=0, 1, 2, \dots$).

Тоді $\left(\frac{x}{A} - \frac{y}{B}\right)^2 = 0$; звідси $y = (B/A)x$.

Результуюче коливання є гармонічним вздовж прямої з частотою ω і амплітудою $\sqrt{A^2 + B^2}$ (рис. 5.8а). Пряма утворює з віссю X кут $\alpha = \arctg(B/A)$.

2). $\varphi = \pm(2m+1)\pi$, ($m=0, 1, 2, \dots$),

У цьому випадку $\left(\frac{x}{A} + \frac{y}{B}\right)^2 = 0$; і $y = -\frac{B}{A}x$.

Результуючий рух – це гармонічне коливання вздовж прямої $y=-(B/A)x$ (рис. 5.8б).

3). $\varphi=\pm(2m+1)\pi/2$, ($m=0, 1, 2,..$). В результаті $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$.

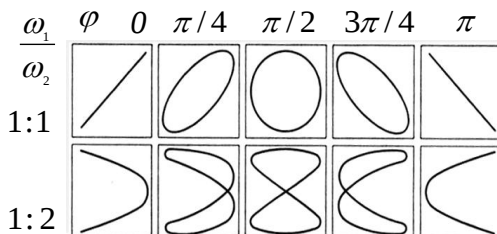


Рисунок 5.9

Це рівняння еліпса, осі якого збігаються з осями координат, а його півосі дорівнюють відповідним амплітудам (рис. 5.8в).

Якщо $A=B$, то еліпс вироджується в коло.

Якщо частоти взаємно перпендикулярних коливань, що додаються, різні, то замкнена траєкторія результуючого коливання досить складна.

Замкнені траєкторії, що описує точка, яка здійснює одночасно два взаємно перпендикулярні коливання, називаються **фігурами Ліссажу**. Їх форма залежить від співвідношення амплітуд, частот і різниці фаз коливань, що додаються (рис. 5.9).

5.2. Згасаючі та вимушені коливання. Змінний струм

5.2.1. Диференціальне рівняння згасаючих коливань

Згасаючим коливанням називається поступове послаблення коливань з часом, внаслідок втрати енергії коливної системи.

Згасання механічних коливань зумовлене тертям в коливній системі. Згасання в електричних коливних системах, в основному пов'язане із тепловими втратами і втратами на випромінювання електромагнітних хвиль. Інтенсивність згасання коливань визначається параметрами коливної системи.

Різні за природою коливні системи описуються однаковими рівняннями, тому для опису згасаючих коливань використовують єдиний підхід.

Диференційне рівняння вільних згасаючих коливань:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial s}{\partial t} + \omega_0^2 s = 0,$$

де s – коливна величина, $\beta = \text{const}$ – коефіцієнт згасання, ω_0 – циклічна частота вільних незгасаючих коливань коливальної системи (при $\beta=0$).

Розв'язок цього рівняння має такий вигляд

$$s = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

де $A = A_0 e^{-\beta t}$ – амплітуда загасаючих коливань, а A_0 – початкова амплітуда. $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – власна циклічна частота коливань дисипативної системи (рис. 5.10).

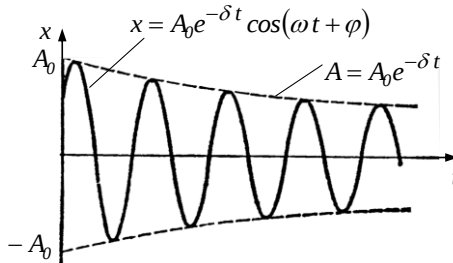


Рисунок 5.10

Згасаючі коливання – негармонічні коливання, бо в них ніколи не повторюються, наприклад, максимальні значення зміщення, швидкості і прискорення. Однак при згасаючих коливаннях величина s перетворюється в нуль, змінюючись в один і той самий бік, а також досягає максимальних і мінімальних значень через однакові проміжки часу:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Величину T тому називають періодом згасаючих коливань.

5.2.2. Логарифмічний декремент згасання. Добротність

Якщо $A(t)$ і $A(t+T)$ – амплітуди двох послідовних коливань, що йдуть одне за одним через проміжок часу T , то відношення

$$D = \frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T}$$

називається **декрементом згасання**, а його натуральний логарифм

$$\Delta = \ln D = \beta T$$

– **логарифмічний декремент згасання**.

Час релаксації τ коливної системи – проміжок часу, протягом якого амплітуда коливань зменшується в e разів.

$$\frac{A(t)}{A(t+\tau)} = \frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta(t+\tau)}} = e^{\beta \tau} = e.$$

Звідси $\beta \tau = 1$, або $\beta = 1/\tau$.

Коефіцієнт згасання β є фізична величина, обернена до часу релаксації коливної системи.

Нехай N – кількість коливань протягом часу релаксації:

$$\tau = NT, \quad \Delta = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}.$$

Логарифмічний декремент згасання величина, обернена до кількості коливань N протягом часу релаксації.

Добротністю **коливальної системи** називається величина Q , яка рівна добутку 2π на відношення енергії $E(t)$ коливальної системи в довільний момент часу t до зменшення цієї енергії за проміжок часу від t до $t+T$:

$$Q = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t+T)}.$$

Енергія $E(t)$ пропорційна до квадрату амплітуди $A(t)$, отже,

$$2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\Delta}}.$$

При малих значеннях Δ ($\Delta \ll 1$) $e^{-2\Delta} \approx 1 - 2\Delta$, отже:

$$Q = \frac{\pi}{\Delta} = \pi N = \frac{\pi}{\beta T_0} = \frac{\omega_0}{2\beta}.$$

Тут враховано, що при $\Delta \ll 1$ $\omega \approx \omega_0$ і період T згасаючих коливань практично дорівнює періоду T_0 вільних коливань.

5.2.3. Приклади вільних згасаючих коливань

Розглянемо згасаючі коливання різної фізичної природи:

Таблиця 5.1

	1) Пружинний маятник	2) Коливальний контур
Коливна величина	Зміщення x	Заряд q
Диференційне рівняння	$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0$	$q'' + 2\beta q' + \omega_0^2 q = 0$
Частота незгасаючих коливань ω_0	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Коефіцієнт згасання β	$\beta = \frac{r}{2m}$	$\beta = \frac{R}{2L}$
Частота згасаючих коливань $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}$	$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$
Добротність Q	$Q = \frac{\sqrt{km}}{r}$	$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$
Закон коливань	$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$	$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$

- 1) механічні коливання – пружинний маятник масою m , який здійснює малі коливання під дією пружної сили $F = -kx$ і сили тертя $F_T = -rv = -rx'$ (r – коефіцієнт опору);
- 2) електромагнітні коливання – коливання в реальному коливальному контурі, який складається із R , L , C .

Порівняємо обидва випадки із диференціальним рівнянням вільних згасаючих коливань системи $s'' + 2\beta s' + \omega_0^2 s = 0$, розв'язок якого має вигляд $s = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$ (табл. 5.1).

5.2.4. Диференціальне рівняння вимушених коливань

Для того, щоб в реальній коливній системі отримати незгадані коливання, потрібно компенсувати втрати енергії. Компенсація можлива за допомогою періодично діючого фактору $x(t)$, який змінюється за гармонічним законом.

$$x(t) = X_0 \cos \omega t.$$

Для механічних коливань таким фактором є вимушуюча сила $F = F_0 \cos \omega t$. Рівняння руху пружинного маятника:

$$x'' + \frac{r}{m} x' + \frac{k}{m} x = F_0 \cos \omega t.$$

Для електричного коливального контуру, роль $x(t)$ відіграє підключена до контуру зовнішня ЕРС, або змінна напруга $U = U_0 \cos \omega t$. Рівняння вимушених коливань у контурі

$$q'' + \frac{R}{L} q' + \frac{1}{LC} q = (U_m / L) \cos \omega t,$$

Отже, **диференціальне рівняння вимушених коливань:**

$$s'' + 2\beta s' + \omega_0^2 s = x_0 \cos \omega t.$$

Його загальний розв'язок дорівнює сумі загального розв'язку відповідного однорідного рівняння і частинного розв'язку неоднорідного (рис. 5.11):

$$s = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t_1 + \varphi_0) + A \cos(\omega t - \varphi),$$

де $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$. Перший доданок відіграє помітну роль лише на початковій стадії процесу виникнення коливань. Далі його роль зменшується через експоненційний множник $e^{-\beta t}$. Амплітуда вимушених коливань зростає, доки не досягне значення A .

Отже, усталені вимушені коливання системи, які виникають під дією вимушувальної сили, також є гармонічними:

$$x = A \cos(\omega t - \varphi).$$

Циклічна частота усталених вимушених коливань дорівнює циклічній частоті вимушувальної сили.

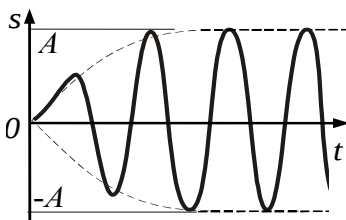


Рисунок 5.11

Амплітуда і початкова фаза цих коливань відповідно рівні:

$$A = \frac{x_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad \text{tg } \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

5.2.5. Резонанс. Резонансні криві

Амплітуда усталених вимушених коливань залежить від співвідношення між циклічними частотами вимушуючої сили (ω) і вільних коливань системи (ω_0).

На рис. 5.12 зображені **резонансні криві** – залежності усталеної амплітуди A вимушених коливань від частоти ω , при різних значеннях коефіцієнта згасання β .

Резонансна частота – частота, що співпадає з частотою власних коливань і при якій амплітуда вимушених коливань A досягає максимального значення.

Амплітуда вимушених коливань

$$A = \frac{x_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$$

досягає максимального значення при $\omega = \omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$, яка називається **резонансною частотою**.

(Перша похідна від знаменника $-4\omega(\omega_0^2 - \omega^2) + 8\beta^2\omega = 0$ рівна нулю при $\omega^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$).

Явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань при наближенні частоти вимушувальної сили до частоти власних коливань називається **резонансом**.

Підставивши $\omega = \omega_p$ у вираз для амплітуди A , отримаємо вираз для амплітуди при резонансі:

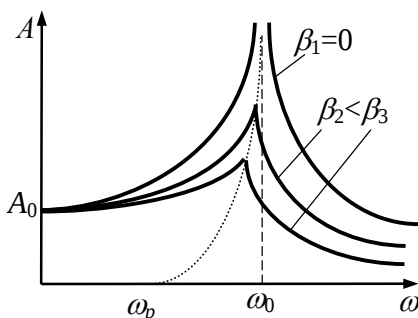


Рисунок 5.12

$$A_p = \frac{x_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}}.$$

Якщо згасання мале ($\beta^2 \ll \omega_0^2$) резонансна амплітуда рівна:

$$A_p = \frac{x_0}{2\beta\omega_0} = \frac{\omega_0}{2\beta} \frac{x_0}{\omega_0^2} = Q \frac{x_0}{\omega_0^2},$$

де Q – добротність коливної системи. Отже, **добротність** характеризує резонансні властивості коливної системи: чим більше значення Q , тим більше A_p .

5.2.6. Змінний електричний струм

Змінний струм - вимушені коливання струму в електричному колі, які співпадають із частотою вимушуючої ЕРС.

Нехай змінна напруга (або ЕРС) має вигляд $U = U_m \cos \omega t$, де U_m – амплітудне значення напруги.

На ділянці кола, що містить R, L, C закон Ома матиме вигляд:

$$q'' + \frac{R}{L} q' + \frac{1}{LC} q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t, \text{ або } L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = \frac{U_m}{L} \cos \omega t.$$

Розглянемо окремі випадки кола.

1) $R \neq 0, C \rightarrow 0, L \rightarrow 0$: електричне коло містить тільки активний опір R (рис. 5.13). За законом Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m \cos \omega t}{R} = I_m \cos \omega t.$$

Амплітуда сили струму рівна $I_m = \frac{U_m}{R}$.

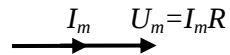
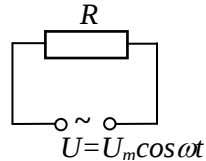


Рисунок 5.13

Коливання струму відбуваються в одній фазі із напругою.

Для наглядності зручно використовувати метод векторних діаграм, де кут між векторами рівний різниці фаз φ . (рис. 5.13)

2) $R \rightarrow 0, C \rightarrow 0, L \neq 0$: електричне коло містить тільки котушку індуктивності L (рис. 5.14). ЕРС самоіндукції в котушці

$$\varepsilon_C = -L \frac{dI}{dt}. \text{ Закон Ома } L \frac{dI}{dt} = U_L = U_m \cos \omega t,$$

звідки після інтегрування отримаємо

$$I = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t = I_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}).$$

Амплітуда сили струму рівна $I_m = \frac{U_m}{\omega L}.$

На котушці індуктивності, коливання напруги випереджує коливання струму на $\pi/2$.

$R_L = \omega L$ – **реактивний індуктивний опір**. Для постійного струму ($\omega=0$) котушка індуктивності опору не чинить.

3) $R \rightarrow 0, C \neq 0, L \rightarrow 0$: в електричному колі тільки конденсатор C (рис. 5.15).

$$\frac{q}{C} = U_C = U_m \cos \omega t$$

Сила струму

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega C U_m \sin \omega t = I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}),$$

де амплітуда сили струму рівна $I_m = \frac{U_m}{1/\omega C}.$

Таким чином, коливання напруги U_C відстає по фазі від коливань струму I через конденсатор на $\pi/2$.

$R_C = 1/\omega C$ – **реактивний ємнісний опір**. Якщо ($\omega=0$) $R_C = \infty$. Конденсатор не пропускає постійний струм.

4) в загальному випадку $R \neq 0, C \neq 0, L \neq 0$. Якщо напруга в колі змінюється за законом $U = U_m \cos \omega t$, то в електричному колі тече струм $I = I_m \cos(\omega t + \varphi)$, де I_m та φ визначаються формулами (із векторної діаграми рис. 5.16)

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

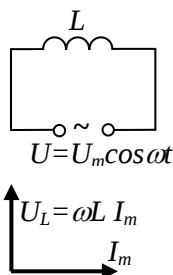


Рисунок 5.14

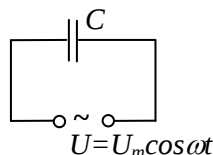


Рисунок 5.15

Величина $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}$ на-

зивається повним опором кола змінному струму.

$X = R_L - R_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ – реактивний опір. $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}$

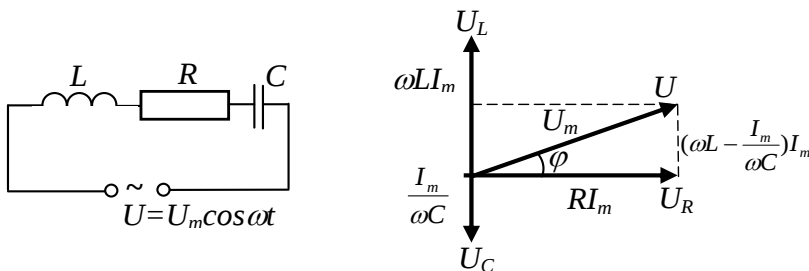


Рисунок 5.16

Закон Ома для кола змінного струму $I_m = \frac{U_m}{Z}$.

5.2.7. Резонанс напруг. Резонанс струмів

Резонанс напруг. Якщо $\omega L = 1/\omega C$, то $\varphi = 0$ – струм і наруга коливаються у фазі. В цьому випадку $Z = R$. Струм максимальний і визначається тільки активним опором. Спад напруги на конденсаторі U_C і на катушці індуктивності U_L однакові за амплітудою і протилежні по фазі. Це явище називається **резонансом напруг (послідовним резонансом)**.

Частота $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ називається резонансною.

Резонанс струмів. Якщо в коло змінного струму де паралельно включені C, L (рис 5.17), прикладена змінна наруга $U = U_m \cos \omega t$, то **струми** в вітці кола $1C2$ ($R=0, L=0$) і у вітці $1L2$ ($R=0, C=\infty$) **протилежні за фазою і рівні відповідно:**

$$I_{m1} = \frac{U_m}{1/\omega C} \quad I_{m2} = \frac{U_m}{\omega L}.$$

Амплітуда струму у зовнішньому колі рівна

$$I_m = |I_{m1} - I_{m2}| = U_m \left| \omega C - \frac{1}{\omega L} \right|.$$

Якщо $\omega = \omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, то $I_{m1}=I_{m2}$ і $I_m=0$.

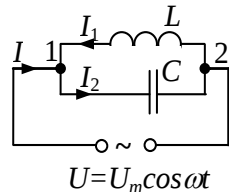


Рисунок 5.17

При паралельному включенні R, L, C , явище різкого зменшення амплітуди сили струму в зовнішньому колі, при наближенні частоти ω до резонансної частоти ω_p називається **резонансом струмів (паралельним резонансом)**.

В реальних колах $R \neq 0$, тому сила струму $I_m > 0$, але набуває найменшого значення.

5.2.8. Ефективне значення змінного струму. Потужність

Для змінного струму потрібно знайти еквівалент постійного струму, який виявляв би таку саму дію. Таким еквівалентом є теплова дія.

Ефективним (діючим) значенням змінного струму (напруги) називають таке значення постійного струму, при проходженні якого крізь резистор R за час t виділяється така ж кількість теплоти Q .

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

Миттєва потужність, яка виділяється в колі змінного струму.

$$P(t) = U(t)I(t) = U_m \cos \omega t \cdot I_m \cos(\omega t - \varphi).$$

Середнє значення миттєвої потужності за період називається **активною потужністю P струму**

$$P = U_{ef} I_{ef} \cos \varphi,$$

де $\cos \varphi$ - **коефіцієнт потужності**. $\varphi = \arctg(X/R)$.

Потужність в колі змінного струму залежить не тільки від струму і напруги, але і зсуву фаз між ними. Якщо в колі немає реактивного опору ($X=0$), то $\varphi=0$, і $P=IU$. Якщо коло

має тільки реактивний опір ($R=0$), то $\varphi=\pi/2$, і $P=0$, які б не були великі струми і напруга.

5.3. Хвильові процеси. Біжучі хвилі. Енергія хвиль

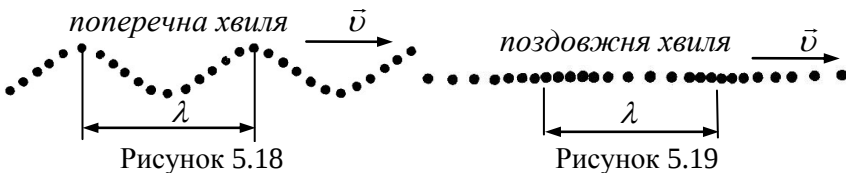
5.3.1. Хвильовий процес. Пружні хвилі

Розглянемо *пружне середовище*, між частинками якого існують сили взаємодії. Тіло, яке коливається в пружному середовищі, періодично діє на прилеглі до нього частинки середовища, виводячи їх з положення рівноваги і змушуючи здійснювати вимушені коливання. В середовищі поблизу тіла виникають пружні сили, які намагаються повернути частинки у положення рівноваги, а віддаленіші від тіла частинки виводять з положення рівноваги. Віддаленіші від тіла області середовища поступово втягуються в коливальний рух.

Процес поширення коливань у суцільному середовищі, яке неперервно розподілене в просторі і має пружні властивості, називається механічним хвильовим процесом, або механічною хвилею.

При поширенні хвилі частинки середовища не рухаються разом з хвилею, а коливаються біля своїх положень рівноваги. **Основна властивість всіх хвиль є перенесення енергії без перенесення речовини.**

Пружними (або механічними) хвилями називаються механічні збурення, що поширюються у пружному середовищі. Пружні хвилі бувають поперечні і поздовжні.



У *поперечних* хвилях частинки середовища коливаються в

площинах, які перпендикулярні до напрямку поширення хвилі (рис. 5.18). Поперечні хвилі можуть поширюватись в середовищі, в якому виникають пружні сили при деформації зсуву, тобто лише у твердих тілах.

У **поздовжніх** хвилях частинки коливаються в напрямку поширення хвилі (рис. 5.19). Ці хвилі можуть поширюватись у середовищах, в яких виникають пружні сили при деформації стиску і розтягу, тобто у твердих, рідких і газоподібних тілах.

5.3.2. Гармонічна пружна хвиля. Біжуча хвиля

Пружна хвиля називається **гармонічною**, якщо відповідній коливання частинок середовища є гармонічними.

Нехай гармонічна хвиля (поперечна або поздовжня) поширюється вздовж осі Ox зі швидкістю v . На рис. 5.20 зображено **графік хвилі**.

Відмінність графіку хвилі від графіку гармонічного коливання:

1) Графік хвилі – залежність зміщення всіх точок середовища від відстані до джерела коливань в даний момент часу $\xi = \xi(x)$ при $t = \text{const}$.

2) Графік гармонічного коливання – залежність зміщення даної частки від часу $\xi = \xi(t)$ при $x = \text{const}$.

Відстань між найближчими частинками, що коливаються з однаковою фазою, називається довжиною хвилі λ . Довжина хвилі – відстань, на яку поширюється хвиля за період:

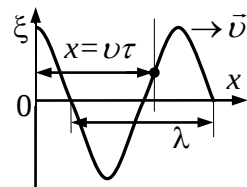


Рисунок 5.20

$$\lambda = vT \quad \text{і} \quad \lambda = \frac{v}{\nu}.$$

*Поверхня, до якої доходять коливання в деякий момент часу, називається **фронтом хвилі***.

*Поверхня, в якій всі частинки коливаються з однаковими фазами, називається **хвильовою***.

Хвильових поверхонь існує безліч, а хвильовий фронт у кожний момент часу один. Хвильові поверхні нерухомі, а хвильовий фронт весь час переміщується.

Плоска хвиля – хвиля, в якій хвильові поверхні площини.

Сферична хвиля – хвиля в якій хвильові поверхні сфери, центр яких знаходиться в джерелі хвилі.

Хвилі які переносять енергію у середовищі називаються **біжучими хвилями**.

5.3.3. Рівняння біжучої хвилі

Рівнянням хвилі називається вираз, який описує зміщення коливної частинки як функцію її координат x, y, z і часу t .

Нехай плоска хвиля поширюється вздовж осі OX і збуджується в площині $x=0$ (рис. 5.20). Коливання в площині OX :

$$\xi(0,t)=A\cos(\omega t-\varphi_0).$$

Щоб пройти шлях від площини $x=0$ до цієї площини, хвилі потрібен час $\tau=x/v$, де v – швидкість поширення хвилі. Отже, коливання частинок, що лежать у площині x , будуть запізнюватись на час τ від коливань частинок в площині $x=0$, тобто:

$$\begin{aligned}\xi(x,t) &= A\cos[\omega(t-\tau)+\varphi_0] = A\cos\left(\omega t - \omega\frac{x}{v} + \varphi_0\right) = \\ &= A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{T}\frac{x}{v} + \varphi_0\right) = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right).\end{aligned}$$

Введемо величину, яка називається **хвильовим числом**:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}.$$

Рівняння біжучої плоскої хвилі, що поширюється вздовж OX :

$$\xi(x, t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0),$$

де A – амплітуда коливань, яка називається амплітудою хвилі; $\omega=2\pi/T$ – циклічна частота хвилі; φ_0 – початкова фаза хвилі. Величина $(\omega t-kx+\varphi_0)$ називається фазою плоскої хвилі.

Зафіксуємо певне значення фази: $\omega t-kx+\varphi_0=const$.

Продиференціюємо вираз для фази: $\omega dt - k dx = 0$.

Величина dx/dt дає швидкість, з якою переміщається дане значення фази.

$$\text{Звідси} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega \lambda}{2\pi} = \frac{\lambda}{T} = v.$$

Швидкість v поширення хвилі є швидкістю переміщення фази хвилі і її називають **фазовою швидкістю**.

В загальному випадку, рівняння плоскої хвилі має вигляд:

$$\xi(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r} + \varphi_0).$$

У випадку сферичної хвилі рівняння хвилі

$$\xi(r, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0),$$

де r – відстань від центра хвилі до даної точки середовища.

Рівняння довільної хвилі є розв'язком **хвильового рівняння**.

Поширення хвиль в однорідному ізотропному середовищі описується **хвильовим рівнянням** – диференціальним рівнянням у частинних похідних:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad \text{або} \quad \Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

де $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

Якщо в середовищі поширюються кілька хвиль, для них справедливий **принцип суперпозиції (накладання) хвиль**.

5.3.4. Енергія хвилі

Поширення хвиль у пружному середовищі пов'язане з процесом передавання енергії від одних ділянок середовища до інших.

Потоком енергії Φ_E крізь довільну поверхню S називається фізична величина, яка чисельно рівна кількості енергії, яка передається через цю поверхню за одиницю часу:

$$\Phi_E = \frac{dE}{dt}.$$

Для характеристики потоку енергії вводиться векторна величина $\vec{j}$, яка називається густиною потоку енергії.

Густина потоку енергії – векторна величина, яка направлена у бік поширення хвилі і чисельно рівна потоку енергії $d\Phi_E$ крізь одиницю площі dS поверхні, яка розташована перпендикулярно до напрямку поширення хвилі:

$$j = \frac{d\Phi_E}{dS_n} = \frac{dE}{dt dS_n} = w v. \quad \vec{j} = w \vec{v}.$$

Вектор густини потоку енергії хвилі, який називається **вектором Умова**, дорівнює добутку вектора швидкості поширення енергії хвилі на величину її об'ємної густини.

5.4. Інтерференція хвиль. Рівняння стоячої хвилі. Електромагнітні хвилі

5.4.1. Інтерференція хвиль

Когерентність - узгоджене проходження в часі і просторі декількох коливань або хвильових процесів.

Дві хвилі називаються **когерентними**, якщо мають однакову частоту і різниця їх фаз залишається сталою в часі.

Інтерференцією хвиль називається явище, яке відбувається при накладанні двох або кількох когерентних хвиль, при якому має місце стійке в часі їх взаємне підсилення в одних точках простору і ослаблення в інших залежно від співвідношення між фазами цих хвиль.

Нехай накладаються дві когерентні сферичні хвилі, які збуджуються точковими джерелами S_1 і S_2 :

$$\xi_1 = \frac{A_1}{r_1} \cos(\omega t - k r_1 + \varphi_1), \quad \xi_2 = \frac{A_2}{r_2} \cos(\omega t - k r_2 + \varphi_2).$$

Амплітуда A результуючої хвилі в точці M дорівнює

$$A^2 = \left(\frac{A_1}{r_1} \right)^2 + \left(\frac{A_2}{r_2} \right)^2 + 2 \frac{A_1}{r_1} \frac{A_2}{r_2} \cos[k(r_2 - r_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)] .$$

Оскільки для когерентних джерел різниця початкових фаз $(\varphi_1 - \varphi_2) = \text{const}$, то результат інтерференції двох хвиль в різних точках залежить від величини $\Delta r = r_2 - r_1$, яка називається **геометричною різницею ходу** хвиль.

У точках, де, $k(r_2 - r_1) - (\varphi_2 - \varphi_1) = \pm 2m\pi$,
 $(m=0, 1, 2, \dots)$, спостерігається **інтерференційний максимум**: амплітуда результуючого коливання

$$A = \frac{A_1}{r_1} + \frac{A_2}{r_2}$$

В точках, де $k(r_2 - r_1) - (\varphi_2 - \varphi_1) = \pm (2m+1)\pi$,
 $(m=0, 1, 2, \dots)$, спостерігається **інтерференційний мінімум**: амплітуда результуючого коливання

$$A = \left| \frac{A_1}{r_1} - \frac{A_2}{r_2} \right|$$

m – порядок інтерференційного максимуму або мінімуму.

На рис. 5.21 наведені дві системи хвиль, які інтерферують; гребені хвиль зображені суцільними лініями, западини – пунктирними.

У місцях перетину двох гребенів або двох западин – максимуми коливань ($^{\circ}$), в місцях перетину гребенів і западин – мінімуми ($\bullet$).

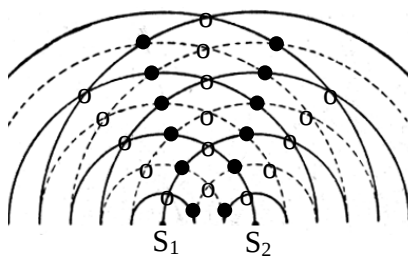


Рисунок 5.21

5.4.2. Рівняння стоячої хвилі

Стоячі хвилі – це хвилі, які утворюються при накладанні двох біжучих хвиль, що поширюються назустріч одна одній з однаковими частотами і амплітудами.

Нехай дві плоскі хвилі поширюються назустріч одна одній вздовж осі OX в середовищі без згасання. Рівняння цих хвиль

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx), \quad \xi_2 = A \cos(\omega t + kx),$$

Додавши ці рівняння і враховуючи, що $k = 2\pi/\lambda$, отримаємо **рівняння стоячої хвилі**:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos kx \cos \omega t = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t .$$

Множник $2A \cos(2\pi x/\lambda)$, який не залежить від часу, виражає амплітуду стоячих хвиль. Вона залежить від координати x , що визначає положення точок середовища (рис. 5.22).

У точках середовища, де $\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi$, ($m = 0, 1, 2, \dots$),

амплітуда $A_{cm} = A_{max} = 2A$. Точки, в яких A_{cm} максимальна, називаються **пучностями стоячої хвилі**.

У точках середовища, де $\frac{2\pi x}{\lambda} = (2m+1)\frac{\pi}{2}$, ($m = 0, 1, 2, \dots$)

$A_{cm} = A_{min} = 0$. Ці точки називаються **вузлами стоячої хвилі**.

Точки середовища, що є у вузлах, не коливаються.

Таблиця 5.2

Для біжучої хвилі	Для стоячої хвилі
Амплітуда коливань	
Всі точки середовища здійснюють коливання із однаковою амплітудою	Всі точки між двома вузлами коливаються із різними амплітудами
Фаза коливань	
Фаза коливань залежить від координати x розглядуваної точки	Всі точки між двома вузлами коливаються із однаковою фазою
	При переході через вузол фаза коливань змінюється на π ; Точки по різні боки від вузла коливаються в протифазі
Перенесення енергії	
Енергія коливного руху переноситься в напрямку поширення хвилі	Енергія не переноситься (накладання двох зустрічних біжучих хвиль)

Координати пучностей і вузлів відповідно рівні:

$$x_{II} = \pm m \frac{\lambda}{2}, \quad x_B = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2}.$$

Відстань між двома сусідніми пучностями (вузлами) рівна половині довжини хвилі λ біжучих хвиль (рис. 5.22). Її називають **довжиною стоячої хвилі**: $\lambda_{ст} = \lambda/2$. Порівняння стоячої і біжучої хвилі подано в табл. 5.2.

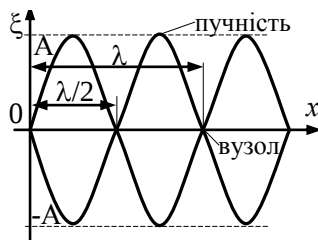


Рисунок 5.22

Стоячі хвилі утворюються на межі поділу двох середовищ.

5.4.3. Властивості електромагнітних хвиль

Електромагнітні хвилі – це сукупність електричного та магнітного полів, напруженості яких змінюються з часом за періодичним законом і які поширюються в просторі зі скінченною швидкістю окремо від зарядів.

Для збудження електромагнітних звиль необхідно створити в просторі змінне електричне поле (струм зміщення), або змінне магнітне поле. За цієї умови в просторі виникає послідовність взаємних перетворень електричного і магнітного полів, які поширюються від точки до точки. Цей процес можна вважати поширенням електромагнітної хвилі.

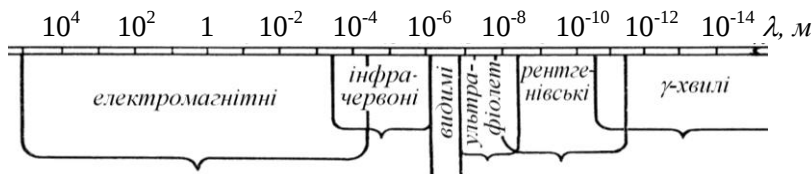


Рисунок 5.23

Електромагнітні хвилі мають широкий діапазон частот (довжин хвиль), і відрізняються властивостями, способами збудження, реєстрації. Розрізняють: радіо, світлові (видимі, інфрачервоні, ультрафіолет), рентгенівські і γ -хвилі (рис. 5.23).

З рівнянь Максвелла можна отримати рівняння плоскої

електромагнітної хвилі для векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$.

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

Фазова швидкість електромагнітних хвиль рівна

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}}, \quad \text{де } c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} - \text{ стала.}$$

Для вакууму $\mu=\varepsilon=1$ і $v=c$.

Оскільки $\mu\varepsilon>1$, то швидкість поширення електромагнітних хвиль у речовині завжди менша, ніж у вакуумі.

Величина $c=3\cdot 10^8$ м/с і збігається зі швидкістю світла у вакуумі. Це привело Максвелла до думки про електромагнітну природу світла.

*Вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ електромагнітної хвилі завжди взаємно перпендикулярні. Крім того, вони лежать у площині, перпендикулярній до напрямку поширення хвилі. Отже, електромагнітні хвилі є **поперечними**.*

*Коливання електричного і магнітного векторів у електромагнітній хвилі відбувається з **однаковою фазою**, а амплітуди цих векторів пов'язані співвідношенням*

$$E_0 \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} = H_0 \sqrt{\mu_0 \mu}.$$

Рівняння плоскої електромагнітної хвилі у векторній формі має вигляд $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx)$, $\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx)$.

*Косинусоїдальна або синусоїдальна електромагнітна хвиля називається **монохроматичною хвилею**.*

На рис. 5.24 наведені вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ поля плоскої монохроматичної хвилі в один і той самий момент часу. У фіксованій точці простору вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ змінюються з часом за гармонічним законом.

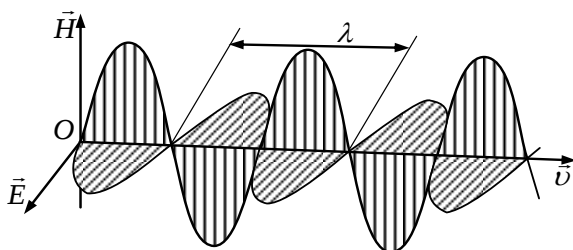


Рисунок 5.24

Площина, яка проходить через вектор $\vec{E}$ і вектор швидкості $\vec{v}$, називається **площиною поляризації хвилі**.

Довжина λ , період T , частота ν і швидкість поширення електромагнітної хвилі v зв'язані співвідношенням

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}.$$

Електромагнітне поле має енергію. Тому поширення електромагнітних хвиль пов'язане з перенесенням енергії.

Об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі складається з об'ємних густин і електричного, і магнітних полів:

$$w = w_e + w_m = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Враховуючи вираз $\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2$, отримаємо, що густина енергії електричного і магнітного полів в кожен момент часу однакова, тобто $w_{el} = w_m$. Тому

$$w = 2w_e = \varepsilon_0 E^2 = \sqrt{\varepsilon_0 \mu\mu_0} EH = \frac{1}{v} EH.$$

Модуль густини потоку енергії чисельно рівний енергії, яку переносить хвиля за одиницю часу через одиницю площі поверхні, що розміщена перпендикулярно до напрямку поширення хвилі:

$$P = wv = EH.$$

Напрямок вектора $[\vec{E} \vec{H}]$ збігається з напрямком переносу енергій, а модуль цього вектора дорівнює EH . Отже, вектор густини потоку енергії електромагнітної хвилі, який називається **вектором Пойнтінга**, дорівнює: $\vec{P} = [\vec{E} \vec{H}]$.

6.1. Геометрична оптика. Фотометрія

6.1.1. Закони геометричної оптики. Повне відбивання

Оптика – розділ фізики, який вивчає природу світла, світлові явища і взаємодію світла із речовиною.

Оптику поділяють на: геометричну, хвильову, квантову.

Основні закони геометричної оптики.

Закон прямолінійного поширення світла: світло в оптично однорідному середовищі поширюється прямолінійно.

Світловий промінь - лінія вздовж якої переноситься світлова енергія. В оптично однорідному середовищі промені світла – прямі лінії (рис. 6.1).

Закон незалежності світлових пучків: ефект окремого пучка, не залежить від того, чи діють одночасно інші пучки або вони усунуті.

Закон відбивання: відбитий промінь лежить в одній площині з падаючим променем і перпендикуляром, проведеним до границі поділу двох середовищ у точці падіння; кут відбивання рівний куту падіння:

$$i'_1 = i_1.$$

Закон заломлення: падаючий промінь, заломлений промінь і перпендикуляр, проведений до границі поділу в точці падіння, лежать в одній площині; відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення величина стала для даних середовищ:

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = n_{21}, \text{ де } n_{21} = n_2/n_1 - \text{відносний показник заломлення.}$$

Абсолютний показник заломлення середовища n - відношення швидкості c електромагнітних хвиль у вакуумі до їхньої фазової швидкості v у середовищі: $n = c/v$.

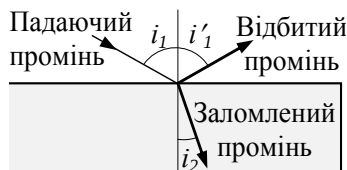


Рисунок 6.1

Оскільки $v = c / \sqrt{\epsilon\mu}$, то $n = \sqrt{\epsilon\mu}$.

Якщо світло поширюється із середовища із більшим показником заломлення n_1 у середовище із меншим показником заломлення n_2 ($n_1 > n_2$), (наприклад із скла у повітря), то $\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_2} > 1$, тобто кут заломлення більший за кут падіння.

При певному граничному куті i_{cp} кут заломлення стане рівним $\pi/2$. При кутах падіння $i_1 > i_{cp}$ відбувається явище **повного відбивання світла** (рис. 6.2).

$$\sin i_{cp} = \frac{n_2}{n_1} \sin \frac{\pi}{2} = \frac{n_2}{n_1} > 1$$

Це явище використовується в призмах повного відбивання і у світловодах.

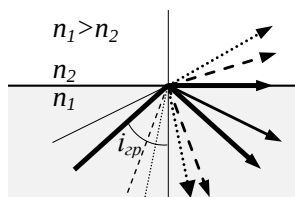


Рисунок 6.2

6.1.2. Тонкі лінзи

Лінзи - прозорі тіла, обмежені з двох сторін криволінійними поверхнями (одна з них може бути і плоска).

За формою бувають: 1) двоопуклі; 2) плосковипуклі; 3) двоввігнуті; 4) плосковвігнуті; 5) опукло-ввігнуті (рис. 6.3).

Лінза називається **тонкою**, якщо її товщина значно менша від радіусів кривизни R_1 і R_2 поверхонь, що обмежують лінзу. Для випуклої поверхні $R > 0$, для ввігнутої $R < 0$. На оптичних схемах лінзи позначають дво напрямленою стрілкою.

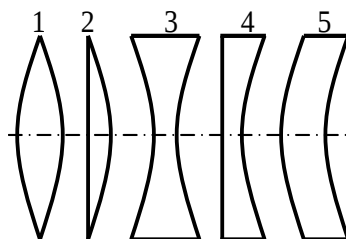


Рисунок 6.3

Головна оптична вісь – пряма, яка проходить через центри кривизни поверхонь лінзи. Решта ліній, що проходять через оптичний центр – **побічні оптичні осі** (рис. 6.4).

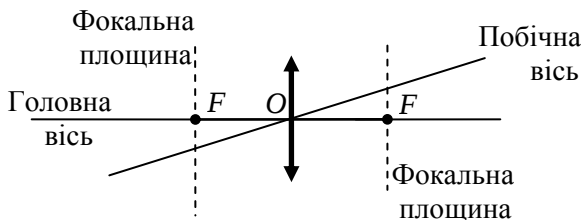


Рисунок 6.4.

Оптичний центр лінзи – точка, яка лежить на головній оптичній осі, через яку проходять промені, що не заломлюються.

Фокус лінзи F – точка, що лежить на головній оптичній осі, в якій перетинаються промені, які падають на лінзу паралельно головній оптичній осі.

Фокальна площина – площина яка проходить через фокус лінзи перпендикулярно до головної оптичної осі.

Фокусна відстань f – відстань між оптичним центром лінзи O і її фокусом F .

$$f = \frac{1}{(n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}.$$

Формула тонкої лінзи $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$

де a, b – відстань від лінзи до предмета і його зображення.

Якщо $a = \infty$ (промені падають на лінзу паралельним пучком), то $b = f$ (рис. 6.5а). Якщо $b = \infty$ (зображення на нескінченності), то промені виходять із лінзи паралельним пучком $a = f$ (рис. 6.5б).

Якщо лінза з обох боків оточена однаковим середовищем, то фокусні відстані рівні.

Величина $\Phi = 1/f$ – називається **оптичною силою лінзи**. Її одиниця – діоптрія (дптр). Діоптрія – оптична сила лінзи з фокусною відстанню 1 м. Якщо $\Phi > 0$ лінза збиральна, якщо $\Phi < 0$ – розсіювальна.

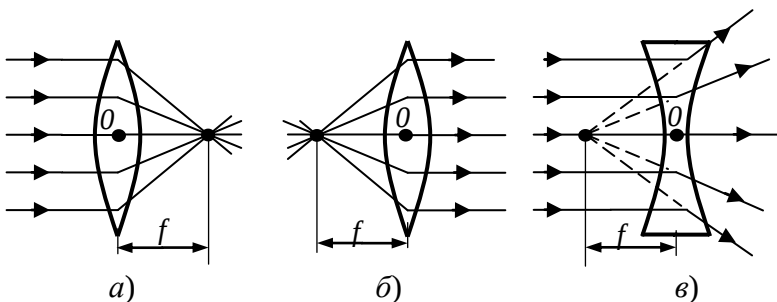


Рисунок 6.5

Розсіювальна лінза має уявні фокуси. В уявному фокусі сходяться (після заломлення) уявні продовження променів, що падають на розсіювальну лінзу паралельно до головної оптичної осі (рис. 6.5в).

6.1.3. Аберациї оптичних систем

Аберация – дефект, похибка зображення в оптичних системах. Вона проявляється в тому, що зображення втрачають чіткість і не точно відповідають зображуваним об'єктам.

Найпоширенішими є *геометричні аберациї*, такі як:

сферична аберация – дефект зображення, при якому промені, що проходять поблизу оптичної осі системи і промені, що проходять на віддалі від оптичної осі не збираються в одну точку.

Кома – аберация, що виникає при косому проходженні променів через оптичну систему.

Астигматизм – виникає при проходженні через систему хвилі із сферичним хвильовим фронтом.

Дисторсія – аберация, що призводить до геометричної невідповідності між об'єктом та його зображенням (рис. 6.6).

Поряд із геометричними існують інші аберациї, такі як:

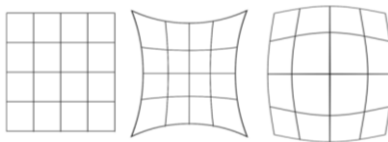


Рисунок 6.6

Хроматична аберація, пов'язана із різницею коефіцієнтів заломлення світла для світла різного кольору;

Внаслідок хвильової природи світла виникає **дифракційна аберація**, внаслідок неоднорідних температурних змін різних частин оптичного приладу - **термооптична аберація**.

Оптичні системи можуть мати кілька різних аберацій одночасно. Усунення аберацій часто є дуже складною проблемою.

6.1.4. Фотометричні величини

Фотометрія – розділ оптики, що вивчає енергетичні характеристики світла в процесах його випромінювання, поширення і взаємодії з речовиною. У фотометрії використовуються такі величини (табл. 6.1):

Таблиця 6.1

Назва фізичної величини, означення	Формула	Одиниця
1. Енергетичні величини		
Потік випромінювання Φ_e – відношення енергії W випромінювання до часу t , за яке випромінювання відбулося.	$\Phi_e = \frac{W}{t}$	Вт
Енергетична світність R_e – відношення потоку випромінювання Φ_e , до площі S ділянки поверхні, що випромінює потік.	$R_e = \frac{\Phi_e}{S}$	Вт/м ²
Енергетична сила світла I_e – відношення потоку випромінювання Φ_e джерела до тілесного кута ω , у межах якого це випромінювання поширюється.	$I_e = \frac{\Phi_e}{\omega}$	Вт/ср
Енергетична яскравість B_e – відношення енергетичної сили світла ΔI_e , елемента випромінюючої поверхні до площі ΔS проекції цього елемента на площу, перпендикулярну напрямку спостереження.	$B_e = \frac{\Delta I_e}{\Delta S}$	Вт/(ср·м ²)
Енергетична освітленість E_e – величина потоку випромінювання, що падає на одиницю освітлюваної поверхні.		Вт/м ²

Продовження таблиці 6.1

Назва фізичної величини, означення	Формула	Одиниця
2. Світлові величини		
Сила світла I – фізична величина, що характеризує світіння джерела світла в певному напрямку.		кандела (кд)
Світловий потік Φ – фізична величина, яка чисельно рівна кількості оцінюваної за зоровим відчуттям світлової енергії, що падає на поверхню за одиницю часу. <i>1 лм – світловий потік, що випускається точковим джерелом силою світла в 1 кд в тілесному куті в 1 ср (1 лм=1 кд·ср).</i>		люмен (лм)
Світність R – сумарний потік із світної поверхні площею S .	$R = \frac{\Phi}{S}$	лм/м ²
Яскравість B_φ світної поверхні в деякому напрямку φ це відношення сили світла I у цьому напрямку до площі S проекції світної поверхні на площину, перпендикулярну даному напрямку.	$B_\varphi = \frac{I}{S \cos \varphi}$	кд/м ²
Освітленість E – відношення світлового потоку Φ , що падає на поверхню, до площі S цієї поверхні. <i>1 лк – освітленість поверхні, на 1 м² якої падає світловий потік в 1 лм (1 лк=1 лм/м²).</i>	$E = \frac{\Phi}{S}$	Люкс (лк)

1) **енергетичні** – характеризують енергетичні параметри оптичного випромінювання без врахування дії на приймачі випромінювання;

2) **світлові** – характеризують фізіологічну дію світла і оцінюються по впливу на приймачі випромінювання. Різні приймачі випромінювання (око, фотоелементи тощо) мають різну чутливість до різних довжин хвиль. Світлові одиниці використовуються для видимого світла.

6.2. Інтерференція світла

6.2.1. Когерентність, монохроматичність світлових хвиль.

У фізиці використовується хвильова і корпускулярна теорії світла. Згідно з хвильовою (електромагнітною) теорією світлове випромінювання – це електромагнітні хвилі, довжина яких лежить в межах від 0,38 до 0,77 мкм. Згідно з корпускулярної (фотонної) теорії світлове випромінювання – це потік частинок – фотонів, які мають енергію, масу і імпульс.

Когерентністю називається узгоджене проходження в часі і просторі кількох коливальних або хвильових процесів.

Когерентні хвилі мають однакову частоту і в точках накладання – сталу різницю фаз.

Монохроматичні хвилі - хвилі однієї строго визначеної і постійної частоти.

Оскільки реальні джерела світла не дають строго монохроматичного світла, то хвилі, які випромінюються незалежними джерелами світла некогерентні. В джерелі світло випромінюється атомами, кожен із яких випромінює світло лише за час $\tau \approx 10^{-8}$ с. Тільки протягом цього часу хвилі, які випромінюються атомами, мають сталу амплітуду і фазу коливань.

Переривчасте випромінювання світла атомами у вигляді окремих короткочасних імпульсів називається **хвильовим цугом**.

Часом когерентності $\tau_{\text{ког}}$ називається середня тривалість одного цуга.

Відстань $l_{\text{ког}}$, на яку поширюється хвиля за час когерентності, називається **довжиною когерентності** або довжиною цугу, що відповідає немонахроматичній хвилі, яка розглядається:

$$l_{\text{ког}} = c \cdot \tau_{\text{ког}}.$$

Спостереження інтерференції світла можливе, якщо оптична різниця ходу менша довжини когерентності джерела світла. Для видимого сонячного світла $\tau_{\text{ког}} \approx 10^{-14}$ с, $l_{\text{ког}} \approx 10^{-6}$ м.

Когерентність коливань, які здійснюються в одній і тій самій точці простору, що визначається ступенем монохро-

матичності хвиль, **називається часовою когерентністю**.

Когерентність коливань, що відбуваються в один і той самий момент часу в різних точках площини, яка перпендикулярна до напрямку поширення хвилі, називається **просторовою когерентністю**.

Радіус когерентності $r_{\text{ког}} \approx \lambda / \varphi$,

де λ - довжина хвилі, φ - кутовий розмір джерела.

Для спостереження інтерференції світлових хвиль, джерела повині бути просторово когерентні.

6.2.2. Інтерференція світла

Інтерференцією світла називається перерозподіл інтенсивності світла в просторі внаслідок накладання двох або кількох когерентних хвиль, в результаті чого виникають максимуми і мінімуми інтенсивності.

Нехай в даній точці M дві монохроматичні хвилі із циклічною частотою ω , збуджують два коливання, причому до точки M одна хвиля пройшла шлях s_1 в середовищі з показником заломлення n_1 , друга - шлях s_2 , в середовищі n_2 . Фазова швидкість першої хвилі $v_1 = c/n_1$ другої $v_2 = c/n_2$.

$$x_1 = A_1 \cos \omega \left(t - \frac{s_1}{v_1} \right), \quad x_2 = A_2 \cos \omega \left(t - \frac{s_2}{v_2} \right).$$

Результуюча амплітуда рівна: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta$.

Інтенсивність результуючої хвилі ($I \sim A^2$):

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta.$$

Різниця фаз δ коливань, які збуджуються у точці M , рівна

$$\begin{aligned} \delta &= \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \omega \left(\frac{s_2}{c/n_2} - \frac{s_1}{c/n_1} \right) = \frac{\omega}{c} (s_2 n_2 - s_1 n_1) = \\ &= \frac{2\pi\nu}{c} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \end{aligned}$$

де врахували, що $\omega = 2\pi\nu$; $c/\nu = \lambda_0$ - довжина хвилі у вакуумі.

Добуток геометричної довжини шляху d світлової хвилі на показник заломлення n цього середовища називається **оптичною довжиною шляху**.

$$L = s \cdot n.$$

Різниця $\Delta = L_2 - L_1 = s_2 n_2 - s_1 n_1$ оптичних довжин шляхів, що пройшли хвилі, називається **оптичною різницею ходу**.

Умова інтерференційного максимуму: якщо оптична різниця ходу дорівнює парному числу півхвиль у вакуумі:

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \pm 2m \frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0, 1, 2, \dots),$$

то $\delta = \pm 2m\pi$, і коливання, що збуджуються в точці M , відбуваються в однакових фазах.

Умова інтерференційного мінімуму: Якщо оптична різниця ходу дорівнює непарному числу півхвиль у вакуумі:

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0, 1, 2, \dots),$$

то $\delta = \pm (2m + 1)\pi$ і коливання в точці M , у протифазі.

6.2.3. Методи спостереження інтерференції

Когерентні світлові промені можна отримати розділенням хвильового фронту від одного джерела на дві частини. Після проходження різних оптичних шляхів вони накладаються і інтерферують.

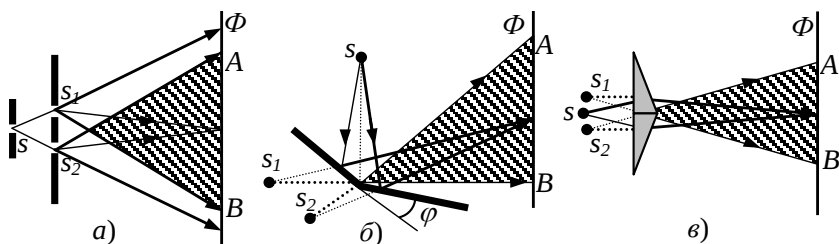


Рисунок 6.7

Метод Юнга. Світло від освітленої щілини S падає на дві щілини s_1 і s_2 , що відіграють роль когерентних джерел. Інтерференційна картина AB спостерігається на екрані Φ (рис. 6.7а).

Дзеркала Френеля. Світло від джерела s падає розбіжним пучком на два плоских дзеркала, розміщених під малим кутом φ . Роль когерентних джерел відіграють уявні s_1 і s_2 зображення джерела s (рис. 6.7б).

Біпризма Френеля. Світло від джерела s заломлюється в призмах так, що в результаті за призмою поширюються промені, які ніби вийшли із уявних когерентних джерел s_1 і s_2 (рис. 6.7в).

6.2.4. Розрахунок інтерференційної картини від двох когерентних джерел

Дві щілини s_1 і s_2 , знаходяться на відстані d і є когерентними джерелами (рис. 6.8). Екран Φ паралельний до щілин і знаходиться на відстані $l \gg d$.

Інтенсивність у довільній точці A визначається різницею ходу $\Delta = s_1 - s_2$, де $s_2^2 = l^2 + (x + d/2)^2$, $s_1^2 = l^2 + (x - d/2)^2$. Звідси $s_2^2 - s_1^2 = 2xd$, або $\Delta = s_1 - s_2 = 2xd / (s_1 + s_2)$. Із $l \gg d$ слідує $s_1 + s_2 \approx 2l$, тому $\Delta = xd/l$.

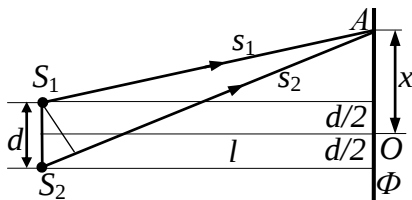


Рисунок 6.8

Положення максимумів: $\frac{xd}{l} = \pm m \lambda_0, \Rightarrow x_{\max} = \pm m \frac{l \lambda_0}{d}$.

Положення мінімумів: $\frac{xd}{l} = \pm (m + \frac{1}{2}) \lambda_0, \Rightarrow x_{\min} = \pm (m + \frac{1}{2}) \frac{l \lambda_0}{d}$.

Відстань Δx між двома сусідніми максимумами (мінімумами) називається *шириною інтерференційної смуги*

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0.$$

Інтерференційна картина представляє собою чергування на екрані світлих і темних смуг, паралельних між собою.

6.2.5. Інтерференція світла у тонких плівках

Нехай із повітря ($n_0=1$) на плоскопаралельну пластинку з показником заломлення n і товщиною d під кутом i падає плоска монохроматична хвиля (рис. 6.9а). В точці O промінь частково відіб'ється (1), а частково заломиться, і після відбивання на нижній поверхні пластини в точці C вийде із пластини в точці B (2). Промені 1 і 2 когерентні та паралельні. За допомогою збиральної лінзи їх можна звести в точку M .

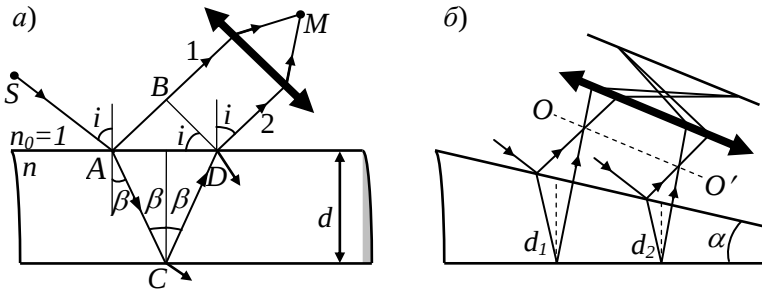


Рисунок 6.9

Слід зазначити, що при падінні електромагнітних хвиль на границю розділу двох середовищ – *при відбиванні світла від більш щільного середовища* ($n_0 < n$) *фаза змінюється на π* . Тобто це означає *втрату півхвилі при відбиванні*.

Із врахуванням цього, оптична різниця ходу променів

$$\Delta = (AC + CD)n - \left(AB - \frac{\lambda_0}{2}\right).$$

Використовуючи $\sin i = n \sin \beta$ (закон заломлення) $AC = CD = d / \cos \beta$, і $AB = AD \sin i = 2d \tan \beta \sin i$, запишемо

$$\begin{aligned} \Delta - \frac{\lambda_0}{2} &= \frac{2dn}{\cos \beta} - 2d \tan \beta \sin i = 2dn \left(\frac{1}{\cos \beta} - \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} \right) = \\ &= 2dn \cos \beta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i}. \end{aligned}$$

В точці M буде *інтерференційний максимум*, якщо:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda_0}{2} = 2m\frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0, 1, 2, \dots).$$

В точці M буде **інтерференційний мінімум**, якщо:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0, 1, 2, \dots).$$

Отже, для даних λ_0 , d і n кожному нахилу i променів відповідає своя інтерференційна смуга. *Інтерференційні смуги які виникають в результаті накладання променів падаючих на плоскопаралельну пластину під однаковими кутами, називаються **смугами рівного нахилу**.*

Якщо плоска хвиля падає на прозору пластинку *змінної товщини* – **клин** із малим кутом α між боковими гранями, то на екрані виникає система інтерференційних смуг – **смуг рівної товщини** – кожна із яких виникає при відбиванні від місць пластини, де товщина однакова (рис. 6.9б). Смуги рівної товщини локалізовані поблизу поверхні клина (OO').

Прикладом інтерференції світла в тонких плівках, є райдужне забарвлення мильних плівок, тонких плівок нафти або мінерального масла тощо.

6.2.6. Кільця Ньютона

Кільця Ньютона спостерігаються при відбиванні світла від повітряного зазору утвореного при дотику плоскоопуклої лінзи з великим радіусом кривизни R і плоскою пластиною (рис. 6.10а). Паралельний пучок світла падає нормально на плоску поверхню лінзи. При накладанні променів 1 та 2 виникають інтерференційні *смуги однакової товщини*, що мають, при нормальному падінні світла, вигляд концентричних кілець (рис. 6.10б).

$$\text{З трикутника } R^2 = (R - d)^2 + r^2,$$

$$R^2 = R^2 - 2Rd + d^2 + r^2.$$

Якщо R велике, то d мале ($d^2 \rightarrow 0$). Отже, $d = r^2 / 2R$.

Оптична різниця ходу Δ у відбитому світлі рівна

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2} = 2 \frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Із умови максимуму можна знайти **радіуси світлих кілець**.

$$\Delta_{\max} = m\lambda_0 = 2 \frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow$$

$$r_{m \max} = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda_0 R}, (m=0,1,\dots).$$

Із умови мінімуму можна знайти **радіуси темних кілець**.

$$\Delta_{\min} = (2m+1) \frac{\lambda_0}{2} = 2 \frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow$$

$$r_{m \min} = \sqrt{m\lambda_0 R}, (m=0,1,\dots).$$

Систему світлих і темних кілець отримують при освітленні монохроматичним світлом. При спостереженні в білому світлі інтерференційна картина має райдужне забарвлення.

Максимуми інтерференції у *прохідному світлі* відповідають мінімумам інтерференції у відбитому світлі і навпаки.

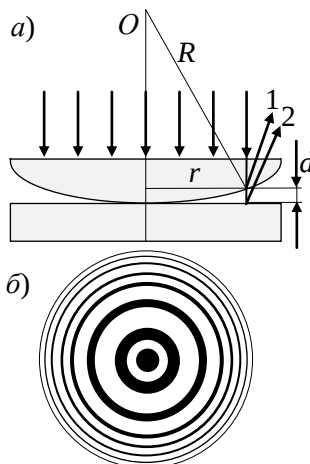


Рисунок 6.10

6.2.7. Застосування інтерференції світла

Просвітлення оптики. Об'єктиви оптичних приладів містять велику кількість лінз. Навіть незначне відбивання на кожній із поверхонь лінз, призводить до значної втрати світлового потоку. Крім того, в об'єктивах виникають бліки і фон розсіяного світла, які понижують ефективність оптичних систем. Якщо на границі середовищ створити умови при яких інтерференція відбитих променів 1 та 2 дає мінімум інтенсивності, то інтенсивність променів 3, які пройшли через оптичну систему буде максимальна.

Цього можна добитися нанесенням на поверхню лінзи тон-

кої плівки із показником заломлення $n_0 < n < n_c$, причому $n = \sqrt{n_0 n_c}$. В цьому випадку амплітуди відбитих променів будуть рівні, а умова мінімуму для відбитих променів $2nd = (2m+1)\lambda_0/2$. При $m=0$, **оптична товщина плівки** задовольняє умову

$$nd = \frac{\lambda_0}{4}$$

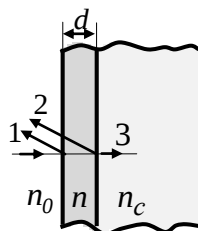


Рисунок 6.11

і відбувається гасіння відбитих променів. Для кожної довжини хвилі λ_0 повина бути своя товщина плівки d . Оскільки цього добитися неможливо, лінзи просвітлюють для $\lambda_0=550$ нм (зелений колір), до якого найбільш чутливе людське око (рис. 6.11).

Інтерферометри – оптичні прилади, де утворюється штучна різниця ходу хвиль.

При плавній зміні різниці ходу інтерферуючих пучків на $\lambda_0/2$, інтерференційна картина зміститься таким чином що на місці максимумів стануть мінімуми. Тому явище інтерференції використовують в **інтерферометрах**, за допомогою яких можна:

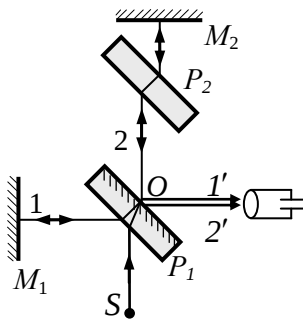


Рисунок 6.12

- вимірювати довжини світлової хвилі з великою точністю;
- вимірювати лінійні розміри тіл і коефіцієнти лінійного розширення тіл;
- визначити якість і точність шліфування різних поверхонь;
- вимірювати показники заломлення;
- вимірювати кутові розміри небесних тіл;
- вивчати структури спектрів різних речовин.

В **інтерферометрі Майкельсона** (рис. 6.12) монохроматичне світло від джерела S розділяється напівпрозорою пластинкою P_1

на два промені 1 і 2, які після відбивання від дзеркал M_1 і M_2 знову за допомогою P_1 зводяться в один пучок, в якому промені 1' і 2' створюють інтерференційну картину.

Виникаюча інтерференційна картина надзвичайно чутлива до будь-якої зміни різниці ходу (наприклад до зміщення одного із дзеркал).

6.3. Дифракція світла

6.3.1. Принцип Гюйгенса-Френеля

Дифракцією називається огинання хвилями перешкод, або в широкому розумінні – будь-яке відхилення поширення хвиль від законів геометричної оптики.

Явище дифракції пояснюється за допомогою **принципу Гюйгенса**: *кожна точка, до якої доходить хвиля, служить центром вторинних хвиль, а обвідна цих хвиль дає положення хвильового фронту в наступний момент часу* (рис. 6.13).

Принцип Гюйгенса є геометричним способом побудови хвильових поверхонь – розв'язує лише задачу про напрямок поширення хвильового фронту, але не зачіпає питання про амплітуду (інтенсивність) хвиль, що поширюються в різних напрямках.

Френель доповнив принцип Гюйгенса представленням про *когерентність вторинних хвиль та їх інтерференцію*.

Відповідно до принципу **Гюйгенса-Френеля**, світлова хвиля, яка збуджується довільним джерелом S , може бути представлена як результат суперпозиції (складання) когерентних вторинних хвиль, які випромінюються вторинними (фіктивними) джерелами – нескінченно малими елементами довільної замкнутої поверхні, що охоплює джерело S .

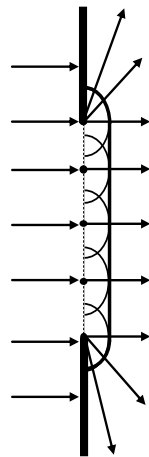


Рисунок 6.13

6.3.2. Зони Френеля

За допомогою принципу Гюйгенса-Френеля можна обґрунтувати виходячи з хвильових властивостей світла **закон прямолінійного поширення світла в однорідному середовищі**. Френель розв'язав цю задачу, розглянувши взаємну інтерференцію вторинних хвиль, і застосував прийом, який отримав назву **метод зон Френеля**.

Розглянемо в довільній точці M амплітуду світлової хвилі, яка поширюється в однорідному середовищі із точкового джерела S_0 (рис. 6.14). Згідно з принципом Гюйгенса-Френеля, замінимо дію джерела S_0 дією фіктивних джерел, розміщених на допоміжній поверхні S , яка є поверхнею фронту хвилі, що йде від S_0 (поверхня сфери із центром S_0). Розіб'ємо сферичну хвильову поверхню S на зони у вигляді кілець такого розміру, щоб відстань від країв зони до точки M відрізнялася на $\lambda/2$.

Позначивши амплітуди коливань 1-ої, 2-ої, m -ої зони через $A_1, A_2, \dots, A_m$ (причому $A_1 > A_2 > \dots > A_m$), отримаємо амплітуду результуючого коливання

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

При такому розбитті хвильової поверхні на зони виявляється, що амплітуда A_m від деякої m -ої зони Френеля рівна середньо-арифметичному від амплітуд сусідніх зон

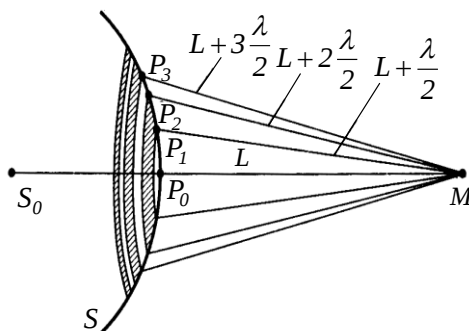


Рисунок 6.14

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$

Тоді результуюча амплітуда в точці M буде рівна

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2} = \left(\xrightarrow{m \gg 1} \right) = \frac{A_1}{2},$$

Оскільки при $m \gg 1$, $A_1 \gg A_m$.

Площі всіх зон Френеля рівні $s = \frac{\pi ab \lambda}{a + b}$,

де a – довжина відрізка $S_0 P_0$ – радіус сфери S , b – довжина відрізка $P_0 M$.

Радіус зовнішньої границі m -ої зони Френеля $r_m = \sqrt{\frac{ab}{a + b} m \lambda}$.

При $a = b = 0,1$ м і $\lambda = 0,5$ мкм радіус першої зони $r_1 = 0,16$ мм. Отже, поширення світла від S_0 до M відбувається так, немовби світловий потік поширюється всередині дуже вузького каналу вздовж $S_0 M$, тобто *прямолінійно*.

У такий спосіб хвильовий **принцип Гюйгенса-Френеля дозволяє пояснити прямолінійне поширення світла в однорідному середовищі**.

6.3.3. Дифракція сферичних хвиль. Дифракція Френеля

Дифракція Френеля – це дифракція сферичних світлових хвиль, а дифракційна картина спостерігається на скінченній віддалі від перешкоди, що викликала дифракцію.

Дифракція на круглому отворі.

Нехай сферична хвиля, що поширюється з точкового джерела S_0 , зустрічає на своєму шляху екран з круглим отвором (рис. 6.15). Вигляд дифракційної картини залежить від числа зон Френеля, які вкладаються в отворі.

Амплітуда хвилі в точці M екрану рівна $A = A_1/2 \pm A_m/2$, де знак «+» для випадку коли отвір відкриває *непарну кількість m зон Френеля*, а знак «-» - для *парного m* .

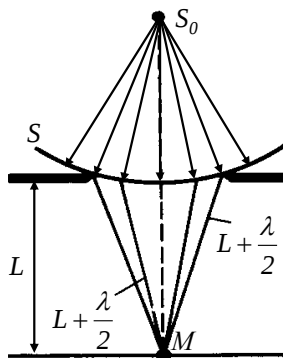


Рисунок 6.15

Дифракційна картина буде мати вигляд темних і світлих кілець із центром в точці M (якщо m – парне, то центральне кільце буде темне, якщо m – непарне, то світле).

Дифракція на диску.

Нехай сферична хвиля поширюється від точкового джерела S_0 , зустрічає на своєму шляху непрозорий диск (рис. 6.16). У такому разі закрити диском ділянку фронту хвилі треба виключити з розгляду і будувати зони Френеля потрібно, починаючи з країв диска.

Якщо диск закриває перші m зон Френеля, то амплітуда коливання в точці M екрану рівна:

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots = \frac{A_{m+1}}{2}.$$

Отже, в точці M завжди буде інтерференційний максимум, який відповідає половині дії першої відкритої зони Френеля.

Центральний максимум оточений концентричними темними і світлими інтерференційними кільцями, що чергуються.

Інтенсивність центрального максимуму послаблюється при збільшенні розміру диска. Якщо радіус диска набагато більший за радіус закритої ним центральної зони Френеля, то за диском буде звичайна тінь з дуже слабкою інтерференційною картиною в її межах.

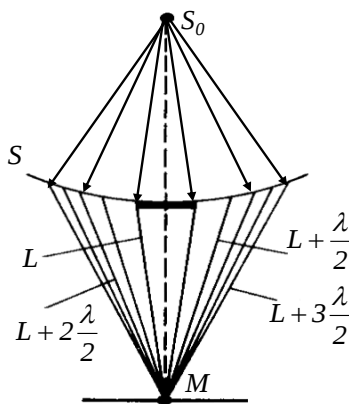


Рисунок 6.16

6.3.4. Дифракція Фраунгофера

Дифракція Фраунгофера – це дифракція плоских світлових хвиль, коли джерело світла і точка спостереження нескінченно віддалені від перешкоди, яка викликала дифракцію. Для здійснення дифракції Фраунгофера потрібно джерело світла S_0 помістити у фокусі збірної лінзи L_1 , а дифракційну картину досліджувати у фокальній площині другої збірної лінзи L_2 , встановленої за перешкодою (рис. 6.17).

Дифракція на одній щілині

Нехай паралельний пучок монохроматичного світла падає нормально на непрозору плоску поверхню, в якій прорізано вузьку довгу ($l \gg a$) щілину шириною $a = BC$. (рис. 6.17).

Оптична різниця ходу Δ між крайніми променями CN і BM , які поширюються від щілини, дорівнює $\Delta = CD = a \sin \varphi$.

Щілину BC можна розбити на зони Френеля, які мають вигляд смуг, паралельних до ребра B щілини. Ширина кожної зони вибирається так, щоб різниця ходу від країв зон дорівнювала $\lambda/2$, тому на ширині щілини поміститься $n = \Delta / (\lambda/2)$ зон.

Всі точки хвильового фронту в площині щілини мають однакову фазу і амплітуду коливань. Тому сумарна інтенсивність коливань від двох довільних сусідніх зон Френеля рівна нулю.

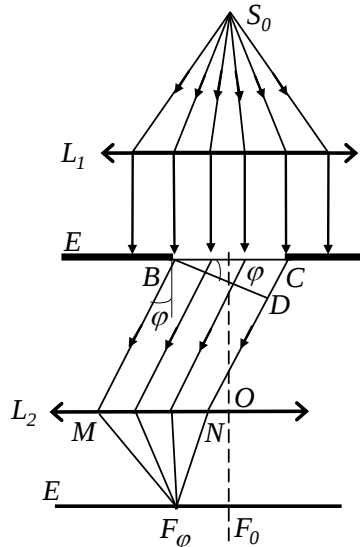


Рисунок 6.17

Якщо кількість зон парна, то $a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$, ($m=1,2,\dots$)

- умова **дифракційного мінімуму** в точці F_φ .

Якщо кількість зон непарна, то $a \sin \varphi = \pm (2m+1) \frac{\lambda}{2}$, ($m=1,2,\dots$)

- умова **дифракційного максимуму** в точці F_φ , що відповідає дії однієї некомпенсованої зони Френеля.

У напрямку $\varphi=0$ щілина діє як одна зона Френеля і в цьому напрямку інтенсивність світла найбільша – **центральный дифракційний максимум**.

Напрямки в яких амплітуда максимальна або рівна нулю

$$\sin \varphi_{\max} = \pm \frac{(2m+1) \lambda}{a} \frac{1}{2}, \quad \sin \varphi_{\min} = \pm \frac{m \lambda}{a}.$$

Розподіл інтенсивності на екрані, внаслідок дифракції називається **дифракційним спектром** (рис. 6.18).

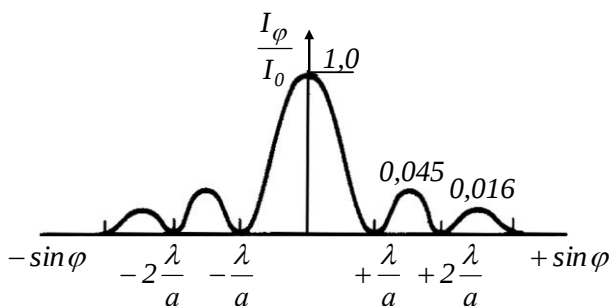


Рисунок 6.18

Інтенсивності центрального і наступних максимумів співвідносяться як $I_0:I_1:I_2:I_3=1:0,045:0,016:0,0083: \dots$, тобто основна частина світлової енергії зосереджена в центральному максимумі.

Положення дифракційних максимумів залежить від λ . При освітленні щілини білим кольором, центральний максимум білий – він спільний для всіх довжин хвиль. Бокові максимуми райдужно забарвлені. Оскільки $\lambda_{\text{фіол}} < \lambda_{\text{черв}}$, то в кожному дифракційному спектрі фіолетова лінія розташована ближче до центру дифракційної картини.

6.3.5. Дифракційна ґратка

Дифракційна ґратка (решітка) – це система з великої кількості однакових за шириною і паралельних одна до одної щілин, що лежать в одній площині і відокремлені непрозорими проміжками, однаковими за шириною (рис. 6.19).

Сумарна дифракційна картина є результатом взаємної інтерференції хвиль, які йдуть від всіх щілин – в дифракційній ґратці здійснюється **багатохвильова інтерференція** когерентних дифракційних променів, що йдуть від всіх щілин.

Якщо $BC=DP=a$ – ширина щілин; $CD=b$ – ширина непрозорих ділянок між щілинами, то $d=a+b$ – **період дифракційної ґратки (постійна ґратки)**.

$d=1/N_0$, де N_0 число щілин на одиницю довжини.

Оскільки щілини перебувають одна від одної на однакових відстанях, то різниця ходу променів, що йдуть від двох сусідніх щілин, будуть для даного напрямку φ однакові в межах всієї дифракційної ґратки:

$$\Delta=KD=(a+b)\sin\varphi=d\sin\varphi.$$

Очевидно, що в тих напрямках, в яких жодна із щілин не поширює світла, воно не буде поширюватися і при двох щілинах, тобто **головні мінімуми інтенсивності** будуть в напрямках, що визначаються умовою: $a\sin\varphi=\pm m\lambda$, ($m=1,2,3,\dots$).

Крім того, внаслідок взаємної інтерференції, в напрямках що визначаються умовою $d\sin\varphi=\pm(2m+1)\lambda/2$ світлові промені будуть гасити один одного – тобто виникнуть **додаткові мінімуми**. Навпаки дія однієї щілини буде підсилювати дію іншої, якщо $d\sin\varphi=\pm 2m\lambda/2$, ($m=1,2,3,\dots$) – **умова головних максимумів**.

Отже, якщо дифракційна ґратка містить N щілин, то:

- **Умова головних максимумів:** $d\sin\varphi=\pm m\lambda$, ($m=1,2,3,\dots$)
- **Між двома головними максимумами є $N-1$ додаткових мінімуми**, розділених вторинними максимумами, що створюють слабкий фон.

Амплітуда головного максимуму є сумою амплітуд коливань від кожної щілини $A_{\max}=NA_1$. Тому **інтенсивність головного максимуму** в N^2 разів більше інтенсивності I_1 , яка створюється одною щілиною в напрямку головного максимуму $I_{\max}=N^2I_1$.

На рис. 6.20 наведено розподіл інтенсивності I_φ від $\sin\varphi$ для

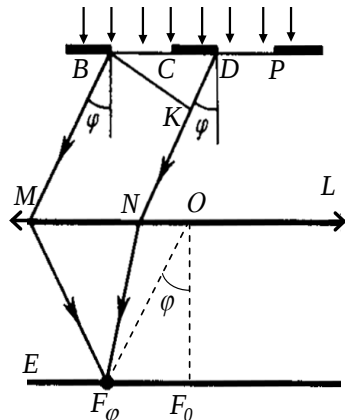


Рисунок 6.19

$N=4$ і $d/a=3$. Пунктирна крива, що проходить через вершини головних максимумів, зображує інтенсивність, яка зумовлена дифракцією на одній щілині.

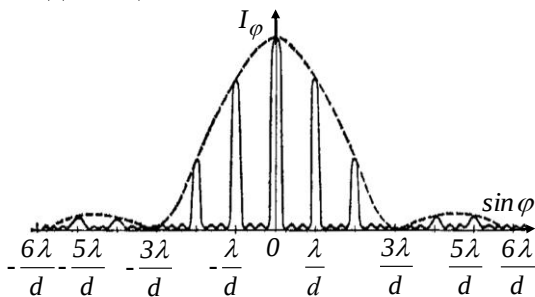


Рисунок 6.20

Положення головних максимумів залежить від довжини хвилі λ , тому при пропусканні через ґратку білого кольору всі максимуми крім центрального (білого, $m=0$), розкладуться в спектри, фіолетові області яких повернені до центру дифракційної картини, червоні – на зовні (рис. 6.21). Тому дифракційну ґратку можна використовувати як **спектральний прилад** для розкладання світла в спектр і вимірювання довжин хвиль.

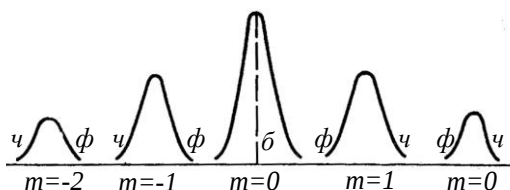


Рисунок 6.21

Оскільки $\sin \phi$ не може бути більше від одиниці, то **кількість головних максимумів** $m \leq d/\lambda$.

6.3.6. Дифракція на просторовій ґратці

Дифракція світла спостерігається на одномірних ґратках (система паралельних штрихів), на двомірних ґратках (штрихи нанесені у перпендикулярно на площині) і на **просторових**

(трехмірних) ґратках – просторових утвореннях в яких елементи структури мають геометрично правильне і періодичне розташування, а також постійні періоди ґраток, співрозмірні із довжиною хвилі.

Кристали є тримірні просторові утворення із постійною ґратки $\sim 10^{-10}$ м, і можуть бути використані для спостереження дифракції рентгенівського випромінювання ($\lambda \sim 10^{-12}$ - 10^{-8} м).

Кристалом можна вважати систему паралельних кристалографічних площин на відстані d одна від одної (рис. 6.22). Пучок паралельних монохроматичних променів (1, 2) падає під кутом ковзання θ (кут між напрямком падаючих променів та кристалографічною площиною) і збуджує атоми ґратки, котрі стають джерелами вторинних когерентних хвиль (1', 2) які інтерферують. Максимуми інтенсивності будуть спостерігатися в тих напрямках, в котрих всі відбиті атомними площинами хвилі будуть перебувати в однаковій фазі

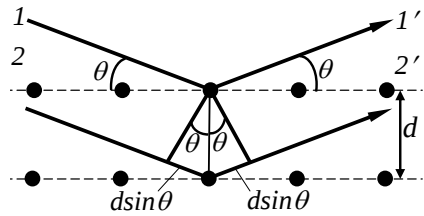


Рисунок 6.22

$2 d \sin \varphi = m \lambda$, ($m=1, 2, 3, \dots$) – **формула Вульфа-Брегів**.

Ця формула використовується в:

- **рентгеноструктурному аналізі** – якщо відома λ рентгенівського випромінювання, то спостерігаючи дифракцію на невідомому кристалі і вимірюючи θ і m можна знайти d , тобто визначити структуру речовини.
- **рентгеноспектрального аналізу** – якщо відома d то вимірюючи θ і m , можна знайти довжину хвилі падаючого рентгенівського випромінювання.

6.3.7. Роздільна здатність оптичних приладів

Якщо б існувала ідеальна оптична система без дефектів і аберацій, все одно зображення довільної світної точки, через

хвильову природу світла, буде у вигляді центральної світлої плями, оточеної темними і світлими кільцями.

Критерій Релея – зображення двох близько розташованих точкових джерел світла, або двох близьких спектральних ліній із однаковими інтенсивностями вважаються ще розділеними, якщо головний максимум дифракційної картини від першого джерела співпадає з першим дифракційним мінімумом того самого порядку від другого джерела. При цьому інтенсивність в проміжку між максимумами становить не більше ніж 80 % від інтенсивності максимуму. Цього достатньо для розділення ліній λ_1 і λ_2 , якщо критерій Релея порушений, то спостерігається одна лінія (рис. 6.23).

Роздільною здатністю об'єктива називається величина

$$R = \frac{1}{\delta\varphi},$$

де $\delta\varphi$ - найменша кутова відстань між двома точковими джерелами світла, при якій вони ще розділяються оптичним приладом.

Можна показати, що два джерела світла (дві зірки), спостережувані в об'єктиві в монохроматичному світлі, розділені, якщо кутова відстань між ними

$$\delta\varphi \geq \frac{1,22\lambda}{D},$$

де λ - довжина хвилі світла, D - діаметр об'єктива.

З використанням критерію Релея, роздільна здатність об'єктива

$$R = \frac{1}{\delta\varphi} = \frac{D}{1,22\lambda}.$$

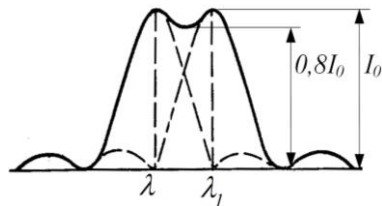


Рисунок 6.23

Для збільшення роздільної здатності оптичних приладів потрібно або збільшувати діаметр об'єктива, або зменшувати довжину хвилі.

Роздільною здатністю спектрального приладу називають безрозмірну величину $R = \lambda/\delta\lambda$, де $\delta\lambda$ - абсолютне значення мі-

німальної різниці довжин хвиль двох сусідніх спектральних ліній, при яких ці лінії реєструються роздільно.

Роздільна здатність дифракційної ґратки. Нехай максимум m -ого порядку для довжин хвиль λ_2 спостерігається під кутом $\varphi_{\max}$ ($d \sin \varphi_{\max} = m \lambda_2$). В тому ж порядку, найблищий дифракційний мінімум $\varphi_{\min}$ для хвилі λ_1 перебуває під кутом $\varphi_{\min}$ ($d \sin \varphi_{\min} = m \lambda_1 + \lambda_1/N$). За критерієм Релея $\varphi_{\max} = \varphi_{\min}$, звідки $m \lambda_2 = m \lambda_1 + \lambda_1/N$ або $\delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_1/mN$.

$$R_{\text{диф.гр}} = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = mN.$$

Таким чином, роздільна здатність дифракційної ґратки пропорційна порядку спектру m і числу щілин N .

6.4. Взаємодія електромагнітних хвиль із речовиною

6.4.1. Дисперсія світла

Дисперсією світла називається залежність показника заломлення n речовини від частоти ν (довжини хвилі λ) світла або залежність фазової швидкості v світла в середовищі від його частоти ν .

Дисперсію світла представляють у вигляді залежності $n=f(\lambda)$. Наслідком дисперсії є розклад у спектр пучка білого світла при проходженні його через призму.

Нехай монохроматичний пучок світла падає на призму з показником заломлення n під кутом α_1 (рис. 6.24). Кут δ – заломлюючий кут призми пов'язаний із кутом відхилення φ співвідношенням.

$$\varphi = \delta(n-1),$$

тобто кут відхилення променів призмою тим більший, чим більший заломлюючий кут призми. Оскільки

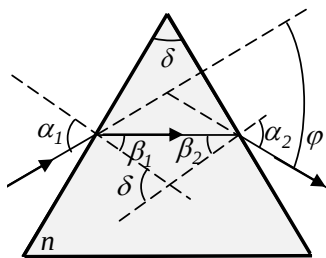


Рисунок 6.24

кут відхилення φ залежить від величини $(n-1)$, а n є функцією довжини хвилі, то промені різних довжин хвиль після проходження призми виявляються відхиленими на різні кути, тобто розкладається в спектр (веселку).

Дисперсія речовини D – величина, яка показує, як швидко змінюється показник заломлення n речовини з довжиною хвилі λ :

$$D = \frac{dn}{d\lambda}.$$

Дисперсію світла в середовищі називають **нормальною**, якщо із зростанням частоти ν світла абсолютний показник заломлення n середовища також зростає:

$$\frac{dn}{d\nu} > 0, \quad \left(\frac{dn}{d\lambda} < 0 \right).$$

Така залежність показника заломлення n від ν буде в тих областях частот, для яких середовище *прозоре*. Наприклад, звичайне скло прозоре для видимого світла і в цьому інтервалі частот має нормальну дисперсію.

Дисперсію світла в середовищі називають **аномальною**, якщо із зростанням частоти ν світла абсолютний показник заломлення n середовища *зменшується*:

$$\frac{dn}{d\nu} < 0, \quad \left(\frac{dn}{d\lambda} > 0 \right).$$

Аномальна дисперсія буде в області частот, які відповідають смугам інтенсивного поглинання світла речовиною. Для скла ці смуги лежать в ультрафіолетовій та інфрачервоній частині спектра. Аномальній дисперсії відповідає інтервал частот від ν_1 до ν_2 (рис. 6.25).

На рис. 6.26 наведені залежності показника заломлення n від довжини хвилі λ для скла (1), кварцу (2) і флюоріта (3). Показник заломлення n монотонно зростає зі зменшенням довжини хвилі λ . Отже, призмою *червоні промені*, що мають менший показник заломлення, ніж фіолетові промені, *відхи-*

люються на менший кут φ , ніж фіолетові.

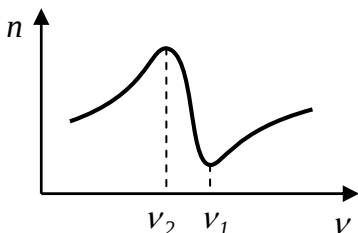


Рисунок 6.25

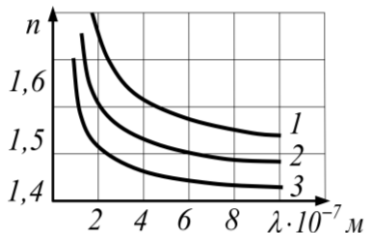


Рисунок 6.26

За допомогою призми, як і за допомогою дифракційної ґратки, можна визначити спектральний склад світла.

Відмінності в дифракційному і призматичному спектрах:

а) дифракційна ґратка розкладає падаюче світло безпосередньо по довжинах хвиль.

Дифракційною ґраткою червоні промені, що мають більшу довжину хвилі, ніж фіолетові, відхиляються сильніше.

Розклад білого світла в призмі відбувається за значеннями показника заломлення.

б) дифракційний спектр рівномірно розтягнутий на всіх своїх ділянках. Призматичний спектр білого світла стиснутий у червоній області і розтягнутий у фіолетовій, тому що показник заломлення скла в області коротких хвиль змінюється швидко, а в області довгих хвиль – повільно.

6.4.2. Поглинання світла

Поглинанням світла називається явище втрати енергії світловою хвилею, яка проходить через речовину, внаслідок перетворення енергії хвилі у інші форми енергії.

В результаті поглинання інтенсивність світла при проходженні через речовину зменшується:

$$\text{Закон Бугера} \quad I = I_0 \exp(-\alpha x),$$

де I – інтенсивність світла, що виходить із шару поглинаючого середовища завтовшки x ; I_0 – інтенсивність світла, що входить

у поглинаюче середовище. α - **коефіцієнт поглинання**, який залежить від довжини хвилі світла, хімічної природи і стану речовини і не залежить від інтенсивності світла. При $x=1/\alpha$ інтенсивність $I=I_0/e$. Отже, шар, товщина якого дорівнює $1/\alpha$, зменшує інтенсивність світла в e разів.

Види спектрів поглинання:

- **лінійчастий спектр поглинання** – характерний для одноатомних газів і парів металів, у яких атоми розміщені на значних відстанях один від одного. Коефіцієнт поглинання для більшості довжин хвиль близький до нуля і лише для дуже вузьких спектральних областей спостерігаються різні максимуми коефіцієнта поглинання. Ці лінії відповідають частотам власних коливань електронів в атомах.

- **спектр поглинання у вигляді смуг поглинання** – характерний для газів із багатоатомними молекулами. Структура цих смуг визначається складом і будовою молекул.

- **суцільні спектри поглинання** – мають рідкі і тверді діелектрики, що складаються з порівняно широких смуг поглинання, в межах яких коефіцієнт поглинання змінюється плавно. За межами цих смуг $\alpha \approx 0$, тобто діелектрики прозорі. Метали практично непрозорі для світла. Коефіцієнт α для них порядку 10^2 м^{-1} , (для скла $\alpha \approx 1 \text{ м}^{-1}$). Це зумовлено наявністю в металах вільних електронів. Під дією електричного поля в металі виникають швидкозмінні струми, що супроводжуються виділенням теплоти. Енергія світлової хвилі перетворюється у внутрішню енергію металу.

На рис. 6.27 показана типова залежність коефіцієнта поглинання α від довжини хвилі світла λ і залежність показника заломлення n від λ в області смуги поглинання. Всередині смуги поглинання спостерігається аномальна дисперсія.

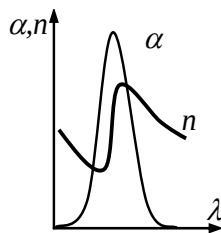


Рисунок 6.27

Залежністю коефіцієнта поглинання від довжини хвилі пояснюється забарвлення поглинаючих тіл.

6.5. Поляризація світла

6.5.1. Природне і поляризоване світло

Для опису закономірностей поляризації будемо розглядати тільки вектор напруженості електричного поля $\vec{E}$ – **світловий вектор**, оскільки він має визначальну дію на електрони в атомах речовини.

Світло – сумарне електромагнітне випромінювання великого числа атомів, які випромінюють незалежно. Тому всі орієнтації світлового вектора $\vec{E}$ рівноймовірні.

Природним називається світло з усіма можливими рівноймовірними орієнтаціями вектора $\vec{E}$ (рис. 6.28а).

Поляризоване – світло, в якому напрямки коливань вектора $\vec{E}$ певним чином упорядковані.

Частково поляризоване – світло з переважним напрямком коливання вектора $\vec{E}$ (рис. 6.28б).

Лінійно поляризоване – світло, в якому світловий вектор $\vec{E}$ коливається в одній площині (рис. 6.28в).

Площина, в якій відбувається коливання вектора $\vec{E}$, називається **площиною поляризації**.

Ступенем поляризації називається величина P :

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де $I_{\max}$ і $I_{\min}$ – максимальна і мінімальна інтенсивності частково поляризованого світла в перпендикулярних напрямках. Для природного світла $I_{\max}=I_{\min}$ і $P=0$. Для плоскополяризованого – $I_{\min}=0$ і $P=1$.

Поляризацією світла називається виділення лінійно поляризованого світла із природного або частково поляризованого.

Для поляризації використовують **поляризатори**. Ці прила-



Рисунок 6.28

ди вільно пропускають коливання, паралельні до площини поляризації - **головної площини**, і повністю або частково затримують коливання, які перпендикулярні до неї. Як поляризатори використовують кристали анізотропні по відношенню до коливань вектора $\vec{E}$: кристал турмаліну, ісландського шпату та ін..

6.5.2. Закон Малюса

Одним із природних кристалів, які використовуються як поляризатори, може бути турмалін.

Нехай на поляризатор (Π) падає природне світло інтенсивністю I_{np} (рис. 6.29). Коливання амплітуди A здійснюються в площині, яка утворює із площиною поляризатора кут φ . Це коливання можна розкласти на два складові коливання із амплітудами $A_{||}=A\cos\varphi$ і $A_{\perp}=A\sin\varphi$ (рис. 6.30). Інтенсивність хвилі яка пройшла пропорційна $A_{||}^2=A^2\cos^2\varphi$. В природному світлі значення φ рівноможливі, тому частка світла, яка пройшла через поляризатор рівна середньому значенню $\langle\cos^2\varphi\rangle=1/2$, а інтенсивність плоскополяризованого світла після поляризатора рівна

$$I_0=1/2(I_{np}).$$

Розмістимо на шляху плоскополяризованого світла другий поляризатор – **аналізатор** (A) під кутом φ до першого.

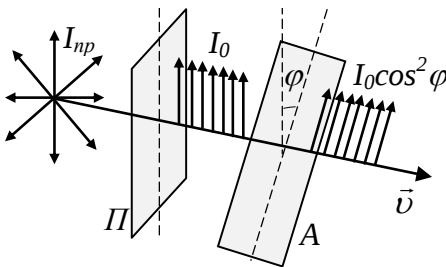


Рисунок 6.29

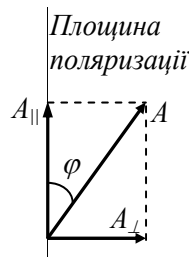


Рисунок 6.30

Інтенсивність I світла, яке пройшло через аналізатор, змінюється залежно від кута φ за **законом Малюса**:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi.$$

Отже, інтенсивність світла, що пройшла через аналізатор і поляризатор рівна $I = (1/2)I_{np} \cos^2 \varphi$. Тому $I_{max} = (1/2)I_{np}$, якщо площини поляризації обох кристалів паралельні і $I_{min} = 0$, коли перпендикулярні.

6.5.3. Поляризація на межі середовищ. Закон Брюстера

Якщо природне світло падає на межу поділу двох діелектриків наприклад, повітря і скла, то відбитий і заломлений промені **частково поляризовані**.

У відбитому промені переважають коливання, перпендикулярні до площини падіння ($\bullet$), в заломленому – коливання, паралельні площині падіння ($\leftrightarrow$) (рис. 6.31а).

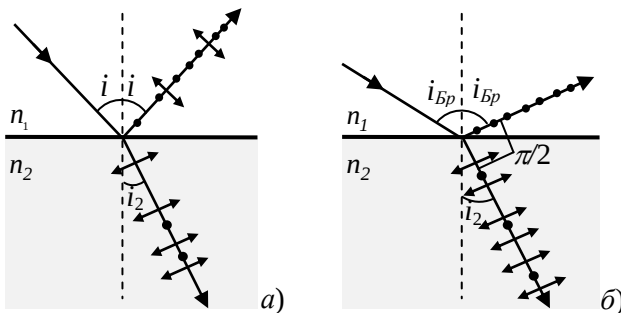


Рисунок 6.31

Ступінь поляризації обох променів залежить від кута падіння променів і показника заломлення.

Якщо кут падіння рівний куту Брюстера, який визначається співвідношенням

$$\operatorname{tg} i_{Br} = n_{21},$$

то відбитий промінь є плоскополяризованим (рис. 6.31б).

$n_{21} = n_2/n_1$ – відносний показник заломлення.

Якщо світло падає на границю поділу під кутом Брюстера i_{Br} , то заломлений промінь поляризований максимально, але не повністю. **Відбитий і заломлений промені взаємно перпендикулярні:**

$$\operatorname{tg} i_{\text{Бр}} = \frac{\sin i_{\text{Бр}}}{\cos i_{\text{Бр}}} = n_{21} = \frac{\sin i_{\text{Бр}}}{\sin i_2}.$$

Звідси $\cos i_{\text{Бр}} = \sin i_2$. Отже, $i_{\text{Бр}} + i_2 = \pi/2$.

Відбивання під кутом Брюстера дає змогу отримати лінійно поляризоване світло, однак його інтенсивність невелика і для скла ($n=1,5$) дорівнює близько 15 %, тобто основна його частина поширюється у напрямку заломленої хвилі.

6.5.4. Подвійне променезаломлення

Подвійне променезаломлення – здатність прозорих кристалів (крім оптично ізотропних кристалів кубічної системи) роздвоювати кожен падаючий на них світловий промінь. Це явище пояснюється особливостями поширення світла в анізотропних середовищах і впливає із рівнянь Максвелла.

Якщо на кристал спрямувати вузький пучок світла, то із кристалу вийдуть два просторово розділених променя паралельних один одному і падаючому променю. Навіть у випадку, коли промінь падає на кристал нормально, заломлений промінь розділяється на два: один із них є продовженням падаючого (називається **звичайний** (*o*)), а інший відхиляється (називається **незвичайний** (*e*)) (рис. 6.32).

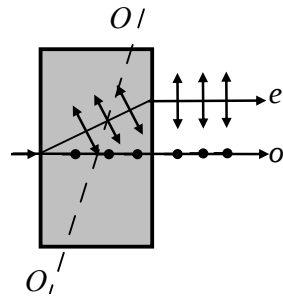


Рисунок 6.32

Напрямок в оптично анізотропному кристалі, вздовж якого промінь світла не зазнає подвійного променезаломлення, називається **оптичною віссю кристалу**. Площина, яка проходить через напрямок променя світла і оптичну вісь кристалу, називається **головною площиною кристалу**.

Звичайний і незвичайний промені повністю поляризовані у взаємно перпендикулярних напрямках. Коливання світлового вектора у звичайному промені перпендикулярне до головної

площини ($\bullet$), а в незвичайному промені коливання відбувається у головній площині ($\leftrightarrow$) (рис. 6.32).

Звичайний промінь поширюється у всіх напрямках кристалу із однаковою швидкістю $v_0=c/n_0$ – показник заломлення n_0 для нього величина постійна.

Незвичайний промінь поширюється в різних напрямках із різною швидкістю $v_e=c/n_e$ – показник заломлення n_e незвичайного променя є змінна величина, яка залежить від напрямку поширення променя.

6.5.5. Поляризаційні призми. Полярійди

Явище подвійного променезаломлення використовується при виготовленні поляризаційних пристроїв – **поляризаційних призм і полярійдів**.

В поляризаційній **призмі Ніколя** (рис. 6.33) – подвійних призмах з ісландського шпату, які склеєні вздовж лінії AB канадським бальзамом ($n=1,55$) – звичайний промінь ($n_0=1,66$)

знає повного внутрішнього відбивання (в точці M), а плоскополяризований незвичайний промінь ($n_e=1,55$) виходить із призми. (OO' – оптична вісь призми).

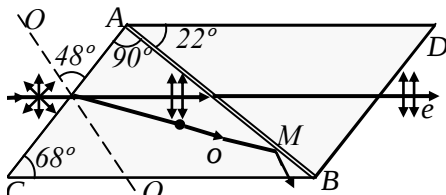


Рисунок 6.33

Коефіцієнт поглинання неоднаковий для звичайного і незвичайного променів і залежить від напрямку поширення світла в кристалі. Ця явище називається **дихроїзмом**. Значний дихроїзм у видимій області спектра мають кристали турмаліну, в якому коефіцієнт поглинання для звичайних променів в багато разів більший, ніж для незвичайних. Пластинка турмаліну завтовшки 1 мм практично повністю поглинає звичайні промені, і світло, що проходить крізь неї, буде лінійно поляризованим.

Поляризатори, для створення яких використане явище дихроїзму, називаються **полярійдами**.

6.5.6. Штучна оптична анізотропія

В оптично ізотропних речовинах можна створити *штучну оптичну анізотропію* під дією: *механічної деформації, електричного поля (ефект Керра), магнітного поля (ефект Коттона-Муттона)*.

Мірою анізотропії, що виникла, служить різниця показників заломлення звичайного і незвичайного променів $n_0 - n_e = \nu_0/c - \nu_e/c$.

Ефект Керра – оптична анізотропія речовини під дією електричного поля – пояснюється різною поляризацією молекул речовини в різних напрямках. Якщо прикласти різницю потенціалів до **ячейки Керра** – кювети із рідиною, яка розміщена між схрещеними поляризатором Π і аналізатором A , і в яку помістити пластини конденсатора, то рідина стає оптично анізотропною і світло проходить через аналізатор. За відсутності електричного поля світло через систему не проходить (рис. 6.34).

Різниця показників заломлення звичайного і незвичайного променів при поперечному електричному полі:

$$n_0 - n_e = k_1 E^2,$$

де k_1 – коефіцієнт, що залежить від довжини хвилі, температури і природи речовини.

Ефект Керра практично безінерційний ($\sim 10^{-10}$ с), тому він застосовується в швидкоплинних процесах: звукозапис, швидкісне фото – і кінознімання, в оптичній локації, комп'ютерах.

Ефект Коттона-Муттона – магнітний аналог ефекту Керра – виникнення оптичної анізотропії у деяких ізотропних речовинах при дії сильного магнітного поля. При цьому:

$$n_0 - n_e = k_2 H^2,$$

де k_2 – коефіцієнт, H – напруженість магнітного поля.

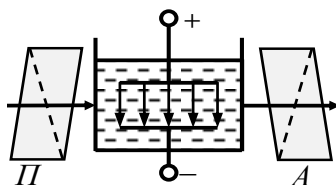


Рисунок 6.34

6.5.7. Обертання площини поляризації

Деякі **оптично активні речовини** (цукор, кварц) мають здатність обертати площину поляризації (рис. 6.35).

Кут обертання площини поляризації: $\varphi = \alpha l$, де l – товщина шару речовини, α – питоме обертання, яке залежить від природи речовини, температури та довжини хвилі.

Питоме обертання α дорівнює величині кута, на який повертається площина поляризації монохроматичного світла при проходженні шару завтовшки 1 м.

Для розчинів кут φ залежить також і від концентрації C оптично активної речовини, тобто

$$\varphi = \alpha C l,$$

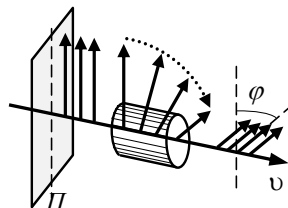


Рисунок 6.35

Залежно від напрямку обертання, оптично активні речовини поділяють на **право і ліво** обертаючі.

Оптична активність зумовлена: будовою молекул речовини і розміщенням частинок у кристалічній ґратці.

Властивості оптичної активності розчинів дають змогу визначити їх концентрації, тому їх широко використовують у цукрометрії.

Ефект Фарадея – обертання площини поляризації в оптично неактивних речовинах у зовнішньому магнітному полі. Кут повороту $\varphi = V H d$, де H – напруженість магнітного поля, d – товщина зразка, V – константа, яка залежить від природи речовини, і довжини світлової хвилі.

6.6. Квантова оптика

6.6.1. Теплове випромінювання і його характеристики

Теплове випромінювання здійснюється завдяки енергії теплового руху атомів і молекул речовини (внутрішньої енергії). Його мають всі тіла при температурі, вищій за 0 К.

Теплове випромінювання рівноважне – тіло за одиницю часу поглинає і випромінює однакову кількість енергії.

Кількісною характеристикою теплового випромінювання є **спектральна випромінювальна здатність тіла** $r_{\nu,T}$, яка чисельно рівна потужності випромінювання з одиниці площі поверхні цього тіла в одиничному інтервалі частот:

$$r_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,\nu+d\nu}^e}{S \cdot d\nu \cdot t},$$

де $dW_{\nu,\nu+d\nu}^e$ - енергія електромагнітного випромінювання, що випромінюється за t секунд з площі поверхні тіла S в інтервалі частот від ν до $\nu+d\nu$.

Кількість R_T енергії, що випромінюється з 1 м^2 поверхні тіла за 1 с у всьому діапазоні частот, називається **інтегральною випромінювальною здатністю**, або енергетичною світністю тіла.

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu.$$

Здатність тіл поглинати падаюче на них випромінювання характеризується **спектральною поглинальною здатністю** $a_{\nu,T}$, що показує, яка частина енергії $dW_{\nu,\nu+d\nu}$, що попадає за час t на площу S поверхні тіла, поглинається тілом:

$$a_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,\nu+d\nu}^{погл}}{dW_{\nu,\nu+d\nu}}.$$

Тіло, яке здатне поглинати повністю за будь-якої температури всю енергію електромагнітних хвиль, які падають на нього, незалежно від їх частоти, називається **абсолютно чорним тілом**.

Спектральна поглинальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює одиниці: $a_{\nu,T}=1$ для всіх частот і температур.

Абсолютно чорних тіл в природі не існує. Сажа, чорний бархат близькі до чорного тілі в пев-

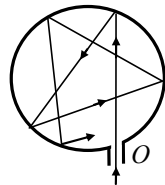


Рисунок 6.36

ному інтервалі частот. Найдосконалішою моделлю абсолютно чорного тіла може бути чорна (дзеркальна) із середини поверхня із невеликим отвором O (рис. 6.36). Світло, яке потрапляє всередину порожнини через отвір O , повністю поглинається.

Сіре тіло - тіло, поглинальна здатність якого менша від одиниці, але однакова для всіх частот і залежить лише від температури, матеріалу і стану поверхні тіла: $a_{\nu,T}^c = \text{const} < 1$.

6.6.2. Закони Кірхгофа, Стефана-Больцмана і зміщення Віна. Формула Релея-Джинса

Закон Кірхгофа визначає співвідношення між випромінювальною і поглинальною здатністю тіл.

Закон Кірхгофа: відношення випромінювальної здатності тіла до його поглинальної здатності не залежить від матеріалу тіла; воно є для всіх тіл універсальною функцією частоти ν і температури T .

$$\frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} = r_{\nu,T}^*.$$

Для чорного тіла $a_{\nu,T}^c = 1$, тому $r_{\nu,T}^* = r_{\nu,T}$, тобто **універсальна функція Кірхгофа $r_{\nu,T}^*$, це випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла.**

Першочергове завдання теорії теплового випромінювання полягає у визначенні вигляду функції Кірхгофа $r_{\nu,T}^*$.

Закон Стефана-Больцмана. Інтегральна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла пропорційна до четвертого степеня його абсолютної температури.

$$R_T^* = \sigma T^4,$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{К}^4)$ – **постійна Стефана-Больцмана.**

Закон Стефана-Больцмана не пояснює спектральний склад чорного тіла. Положення максимуму в спектрі його випромінювання описується експериментальним **законом зміщення Віна:** довжина хвилі λ_m , яка відповідає максимальному зна-

ченню випромінювальної здатності $r_{\lambda,T}^*$ абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна до його температури (рис. 6.37):

$$\lambda_m = \frac{b}{T},$$

де $b=2,898 \cdot 10^{-3}$ К·м – стала Віна.

При зниженні температури абсолютно чорного тіла максимум енергії його випромінювання зміщується в область великих довжин хвиль. Тому при охолодженні світних тіл в їх спектрі переважає довгохвильове випромінювання.

Застосовуючи до теплового випромінювання закон розподілу енергії за степенями вільності, Релей і Джинс отримали вираз залежності випромінювальної здатності чорного тіла $r_{\nu,T}^*$ від частоти. **Формула Релея-Джинса:**

$$r_{\nu,T}^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$

де $\langle \varepsilon \rangle = kT$ – середня енергія осцилятора із частотою ν .

Цей вираз узгоджується з експериментальними даними лише в області великих довжин хвиль і великих температур. Розбіжність між експериментальними кривими (суцільні лінії) і кривою, одержаною за допомогою формули Релея-Джинса (штрихова лінія), видно з рис. 6.37. Цей результат отримав назву „**ультрафіолетової катастрофи**”. Спроба отримати закон Стефана-Больцмана з формули Релея-Джинса не дає позитивного результату.

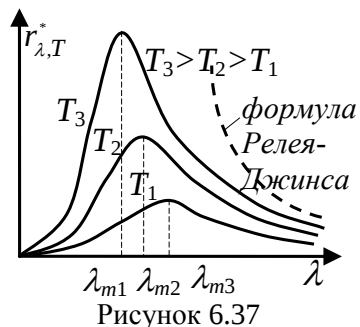


Рисунок 6.37

Отже, в рамках класичної фізики не вдалося пояснити закони розподілу енергії в спектрі абсолютно чорного тіла.

6.6.3. Квантова гіпотеза Планка

В 1900 р. М.Планк вперше знайшов правильний вираз для функції Кірхгофа і обґрунтував спектральні закономірності випромінювання абсолютно чорного тіла.

Нехай $\langle \varepsilon \rangle$ - середнє значення енергії осцилятора з власною частотою ν . Тоді випромінювальна здатність чорного тіла

$$r_{\nu,T}^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle.$$

Правильний вираз для середньої енергії осцилятора $\langle \varepsilon \rangle$ і функції Кірхгофа вдалось знайти Планку.

За квантовою гіпотезою Планка енергія ε осцилятора може набувати тільки певних дискретних значень, які дорівнюють цілому числу елементарних порцій - квантів енергії ε_0 . Атоми і молекули випромінюють енергію окремими порціями, або квантами, величина яких

$$\varepsilon_0 = h\nu,$$

де $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка.

Вираз для $\langle \varepsilon \rangle$ Планк отримав в такому вигляді:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\varepsilon_0}{e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} - 1}.$$

Отже, **формула Планка** для випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла має вигляд:

$$r_{\lambda,T}^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

В області малих частот ($h\nu < kT$) формула Планка збігається з формулою Релея-Джинса, а у випадку високих частот ($h\nu > kT$) – із законом зміщення Віна.

Таким чином, формула Планка є повним розв'язком основної задачі теплового випромінювання, сформульованої Кірхгофом.

Закони теплового випромінювання знайшли застосування в *пірометрах* – приладах для вимірювання температури на відстані

6.7. Квантова оптика. Фотоефект. Тиск світла. Ефект Комптона

6.7.1. Фотоелектричний ефект і його види

Фотоелектричний ефект (фотоефектом) називаються явища, вивільнення електронів під дією квантів електромагнітного випромінювання. Розрізняють:

1) **внутрішній фотоефект**, при якому відбувається лише збільшення кількості вільних електронів всередині речовини, але вони не виходять назовні. Виникає фотопровідність;

2) **вентельний фотоефект**, при якому на границі поділу напівпровідника і металу або на границі поділу двох напівпровідників під впливом квантів опромінювання виникає електрорушійна сила (за відсутності зовнішнього електричного поля). Використовується в сонячних батареях;

3) **зовнішній фотоефект** – виривання електронів з речовини під дією квантів електромагнітного випромінювання.

Схема дослідження зовнішнього фотоефекту зображена на рис. 6.38. Два електрода (катод K із досліджуваного металу і анод A) у вакуумній трубці підключені до батареї так, що можна змінювати величину і знак напруги. Фотострум (утворений потоком вирваних із катода електронів при освітленні його монохроматичним світлом) вимірюється амперметром. Залежність фотоструму I від напруги U між катодом і анодом - **воль-амперна характеристика фотоефекту** (рис. 6.39).

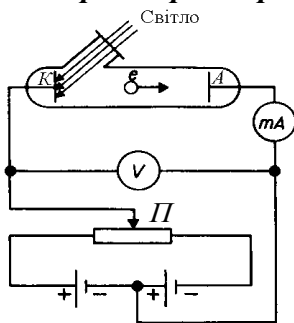


Рисунок 6.38

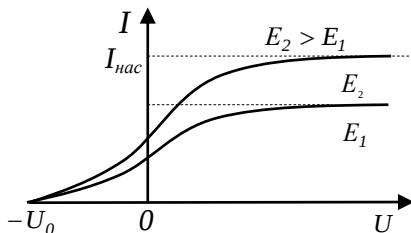


Рисунок 6.39

В міру зростання U струм збільшується, поки не виходить на насичення. Максимальне значення фотоструму $I_{\text{нас}}$, яке називається фотострумом насичення, відповідає таким значенням U , при яких усі електрони, що вибиваються з катода, досягають анода: $I_n = en$, де n – кількість електронів, які вилітають з катода за 1 с.

При $U=0$ фотострум не зникає. Електрони, вибиті з катода світлом, мають деяку початкову швидкість v і можуть досягати анода без зовнішнього поля. Для того щоб фотострум став нульовим, необхідно прикласти **затримуючу напругу** U_0 . При $U=U_0$ жоден з електронів не може подолати затримуючого поля і досягнути анода. Отже,

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = eU_0,$$

тобто, вимірявши U_0 , можна знайти максимальне значення швидкості v_{max} і кінетичної енергії фотоелектронів.

6.7.2. Закони фотоефекту. Формула Ейнштейна

Закони зовнішнього фотоефекту:

1. *Закон Столетова:* при фіксованій частоті падаючого світла кількість фотоелектронів, що вириваються з катода за одиницю часу, пропорційна до інтенсивності світла.

2. Максимальна початкова швидкість фотоелектронів v_{max} визначається лише частотою ν світла і не залежить від його інтенсивності (v_{max} зростає із збільшенням частоти ν).

3. Для кожної речовини існує „**червона межа**” **фотоефекту**, тобто максимальна довжина хвилі λ_{max} , при якій ще спостерігається фотоефект. Величина λ_{max} залежить від хімічної природи речовини і стану його поверхні.

Для пояснення механізму фотоефекту Ейнштейн припустив що **світло** із частотою ν не тільки **випромінюється** окремими квантами (відповідно до гіпотези Планка), але і **поширюється в просторі і поглинається речовиною окремими порціями**

(квантами), енергія яких рівна $\varepsilon_0 = h\nu$.

Кванти електромагнітного випромінювання, які рухаються із швидкістю світла у вакуумі ($\nu = c$), називаються **фотонами**.

Енергія падаючого фотона витрачається на виконання електроном роботи виходу A з металу і на надання електрону, який вилетів, кінетичної енергії $(m\nu_{\max}^2)/2$.

За законом збереження енергії

$$h\nu = A + \frac{m\nu_{\max}^2}{2}.$$

Це рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоелектру.

Максимальна кінетична енергія фотоелектрона лінійно зростає із збільшенням частоти падаючого випромінювання і не залежить від його інтенсивності. При деякій досить малій частоті $\nu = \nu_{\min}$ кінетична енергія фотоелектронів буде дорівнювати нулю. Енергії кванта вистачає тільки, щоб вирвати електрон з металу. Отже,

$$h\nu_{\min} = h \frac{c}{\lambda_{\max}} = A.$$

Величина $\lambda_{\max}$ залежить лише від роботи виходу електрона, тобто від хімічної природи речовини і стану її поверхні.

Зворотна напруга U_0 , при якій фотострум рівний нулю, називається затримуючим потенціалом. Робота поля

$$eU_0 = \frac{m\nu_{\max}^2}{2}.$$

Тоді формула Ейнштейна матиме вигляд: $h\nu = A + eU_0$.

Якщо замість роботи виходу підставити значення енергії фотона, що відповідає червоній межі фотоелектру, то

$$h\nu = h\nu_{\min} + eU_0 \quad \text{і} \quad eU_0 = h(\nu - \nu_{\min}).$$

6.7.3. Енергія, маса та імпульс фотона

Згідно з гіпотезою світлових квантів Ейнштейна світло випромінюється, поглинається і поширюється дискретними пор-

ціями – фотонами. **Енергія фотона** рівна:

$$\varepsilon_{\phi} = h\nu, \quad (\varepsilon_{\phi} = \frac{hc}{\lambda}).$$

Формулу для маси фотона можна безпосередньо вивести з формули, яка виражає взаємозв'язок маси і енергії в теорії відносності $\varepsilon_{\phi} = m_{\phi}c^2$. Отже, **маса фотона** рівна:

$$m_{\phi} = \frac{h\nu}{c^2}, \quad (m_{\phi} = \frac{h}{c\lambda}).$$

Фотон не має маси спокою m_0 . Фотон завжди рухається зі швидкістю $v=c$. **Імпульс фотона** рівний $p_{\phi} = m_{\phi}c$, отже:

$$p_{\phi} = \frac{\varepsilon_0}{c} = \frac{h\nu}{c}, \quad (p_{\phi} = \frac{h}{\lambda}).$$

6.7.4. Тиск світла

Якщо фотони мають імпульс, то світло, яке падає на поверхню, повинно чинити на неї тиск.

Лебедєв вперше експериментально виявив і виміряв тиск світла на тверді тіла і гази.

Прилад Лебедєва – це чутливі крутильні терези на легкому каркасі із закріпленими на ньому тонкими кружками, які розміщені симетрично відносно осі підвісу (рис. 6.40).

Одні кружки дзеркальні, інші – чорні. Цю систему підвішували на тонкій пружній нитці всередині закритого скляного балона, в якому створений вакуум. Тиск світла визначали за кутом закручування нитки.

Тиск світла на дзеркальні кільця з коефіцієнтом відбивання $\rho=1$ виявився у два рази більший, ніж на чорне кільце ($\rho=0$).

Нехай за одиницю часу на поверхню падає N фотонів. Якщо ρ - коефіцієнт відбивання світла від поверхні, то з N фото-

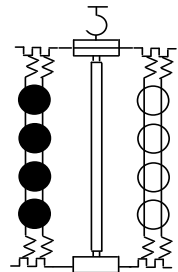


Рисунок 6.40

нів ρN дзеркально відбиваються, а $(1-\rho)N$ поглинаються. Поглинутий фотон передає поверхні імпульс p_i , а відбитий $-2p_i$.

Тиск світла на поверхню рівний імпульсу, який передають поверхні за одну секунду N фотонів

$$p = \rho N \frac{2h\nu}{c} + (1-\rho)N \frac{h\nu}{c} = (1+\rho)N \frac{h\nu}{c}.$$

Інтенсивність світла $I = Nh\nu/S$ – енергія всіх фотонів, що падають на одиницю площі поверхні за одиницю часу.

Величина $w = I/c$ – об'ємна густина енергії падаючого випромінювання. Отже,

$$p = \frac{I}{c}(1+\rho) = w(1+\rho).$$

Тиск сонячного випромінювання (в ясний день) на темну поверхню, приблизно становить $4 \cdot 10^{-6}$ Па.

6.7.5. Ефект Комптона

Особливо чітко проявляються корпускулярні властивості світла в **ефекті Комптона** – пружньому розсіянні коротковільового електромагнітного випромінювання (рентгенівського і γ -проміння), на вільних (або слабозв'язаних) електронах речовини, яке супроводжується збільшенням довжини хвилі.

Це збільшення $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не залежить від довжини хвилі λ падаючого випромінювання і природи речовини, а визначається тільки кутом розсіяння θ .

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \theta/2.$$

де $\lambda_c = h/(m_e c) = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м - **комptonівська довжина хвилі**, λ' - довжина хвилі розсіяного проміння.

Пояснити ефект Комптона можна на основі квантових уявлень про природу світла. Якщо вважати, що випромінювання є потоком фотонів, то ефект Комптона – це *результат пружного зіткнення рентгенівських фотонів з вільними електронами*

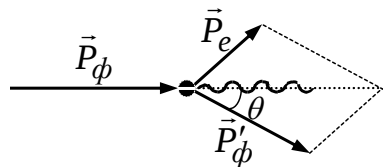


Рисунок 6.41

речовини (для легких атомів електрони слабо зв'язані з ядрами атомів, тому їх можна вважати вільними). У процесі цього зіткнення фотон передає електрону частину своїх енергії й імпульсу відповідно до законів їх збереження $W_{e0} + \varepsilon_{\phi} = W_e + \varepsilon'_{\phi}$ та $\vec{p}_{\phi} = \vec{p}_e + \vec{p}'_{\phi}$ (рис. 6.41).

Ефект Комптона не може спостерігатися у видимій області спектру, оскільки енергія фотона видимого світла співмірна із енергією зв'язку електрона із атомом.

*Світло має одночасно **хвильові** властивості, які проявляються в закономірностях його поширення, інтерференції, дифракції, поляризації, і **корпускулярні**, які проявляються в процесах взаємодії світла із речовиною (поглинання, випромінювання, розсіяння).*

Тиск світла, ефект Комптона, випромінювання чорного тіла і фотоефект служать доказом квантових (корпускулярних) уявлень про світло як про потік фотонів.

7 ФІЗИКА АТОМІВ І МОЛЕКУЛ

7.1. Теорія Бора для атома водню

7.1.1. Досліди Резерфорда. Планетарна модель атома

Перша спроба створення моделі атома на основі накопичених експериментальних даних належить Томсону. *Модель атома Томсона:* атом є рівномірно зарядженою кулею радіусом $\sim 10^{-10}$ м, всередині якої коливаються електрони; сумарний від'ємний заряд електронів дорівнює додатному заряду кулі. Модель Томсона виявилась неправильною.

Велику роль у розвитку уявлень про будову атома відіграли *досліди Резерфорда* щодо розсіяння α -частинок у речовині.

α -частинки є позитивно зарядженими частинками з заря-

дом $2e$ і масою, яка приблизно в чотири рази більша за масу атома водню.

Вузкий потік α -частинок падає на мішень – золоту фольгу завтовшки 10^{-6} – 10^{-7} м, що складається з декількох атомних шарів. При проходженні через фольгу α -частинки відхиляються на різні кути θ і потрапляють на екран (рис. 7.1).

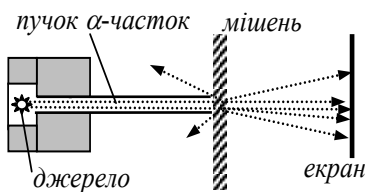


Рисунок 7.1

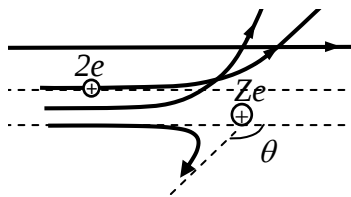


Рисунок 7.2

Резерфорд з'ясував, що потік α -частинок, пройшовши крізь фольгу, майже не відхиляється від прямолінійного напрямку і лише деякі частинки змінюють напрямок руху, відхиляючись на великі кути, близько 135 – 150° (рис. 7.2). *Висновки Резерфорда:*

1. Атом прозорий і частинки, на яких відбувається розсіювання, займають об'єм, значно менший за об'єм атома.
2. Розсіювання відбувається на позитивно заряджених частинках.
3. Маса частинки, на якій відбувається розсіювання, значно більша від маси α -частинки.

4. Розмір частинки, на якій відбувається розсіювання рівний $R \approx 10^{-14}$ м. В той же час, радіус атома $r \approx 10^{-10}$ м.

На підставі результатів дослідів з розсіянням α -частинок Резерфорд запропонував **планетарну модель атома** (оскільки вона нагадує вигляд сонячної систем).

В центрі атома є ядро, в якому зосереджено позитивний заряд Ze і практично вся маса атома. Лінійні розміри ядра $\sim 10^{-14}$ – 10^{-15} м. Навколо ядра в області з лінійними розмірами $\sim 10^{-10}$ м по замкнених орбітах рухаються Z електронів, утворюючи електронну оболонку атома.

Другий закон Ньютона для електрона, який рухається по

колу під дією сили Кулона:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze \cdot e}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r},$$

де m_e і v - маса і швидкість електрона на орбіті радіуса r .

Згідно з класичною електродинамікою, електрон, рухаючись прискорено ($a_n = v^2/r$) по коловій орбіті повинен постійно випромінювати електромагнітні хвилі і внаслідок цього втрачати енергію. В результаті електрон буде наближатися до ядра і впаде на нього. Крім того, електромагнітне випромінювання атома повинно мати неперервний спектр.

Застосування електродинаміки до ядерної моделі атома привело до суперечності з експериментальними фактами.

7.1.2. Лінійчастий спектр атома водню

Дослідження спектрів випромінювання розріджених газів, показали, що кожному газу властивий певний **лінійчастий спектр**, який складається з окремих спектральних ліній.

Так положення ліній атома водню у видимій області спектру описується **формулою Бальмера**:

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{k^2} \right), \text{ або } (v=c/\lambda) \text{ для частот } \nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

де $R'=1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$, $R=R'c=3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ - стала Рідберга. $k=3,4,5,\dots$

Пізніше в ультрафіолетовій області спектру була виявлена серія **Лаймана**: $\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{k^2} \right)$, ($k=2,3,4,\dots$).

В інфрачервоній області – серії:

$$\text{Пашена: } \nu = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{k^2} \right), (k=4,5,6,\dots);$$

$$\text{Брекета: } \nu = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{k^2} \right), (k=5,6,7,\dots);$$

Пфунда: $\nu = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{k^2}\right), (k=6,7,8,...);$

Хемфрі: $\nu = R\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{k^2}\right), (k=7,8,9,...).$

Спектральні серії водню наведені на рис. 7.3. Всі ці серії можуть бути описані *узагальненою формулою Бальмера*:

$$\nu = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

де $n=1, 2, 3, \dots$ - визначає серію, а $k=n+1, n+2, n+3, \dots$ - визначає окремі лінії серії. Із збільшенням k лінії серії зближуються; значення $k=\infty$ визначає *границю серії*.

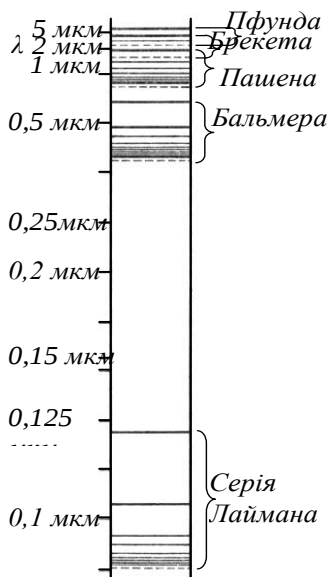


Рисунок 7.3

7.1.3. Постулати Бора

Бор поєднав планетарну модель атома Резерфорда із гіпотезою Планка про квантову природу світла. В основу своєї теорії Бор поклав три постулати.

Перший постулат Бора (постулат стаціонарних станів): існують стаціонарні стани атома з відповідними значеннями енергії $E_1, E_2, \dots E_n, \dots$ перебуваючи в яких, він не випромінює енергії.

Цим стаціонарним станам відповідають стаціонарні орбіти, по яких рухаються електрони, які, незважаючи на наявність у них прискорення, електромагнітних хвиль не випромінюють.

Другий постулат Бора (правило квантування орбіт): в стаціонарному стані атома електрон, рухаючись по коловій орбіті, повинен мати квантові значення моменту імпульсу, які задовольняють умову

$$L_n = m v_n r_n = n \hbar, \quad (n=1, 2, \dots), \quad \hbar = h / 2\pi,$$

де m – маса, v_n – швидкість, r_n – радіус орбіти електрона.

Третій постулат Бора (правило частот): при переході атома з одного стаціонарного стану в інший випромінюється або поглинається один фотон з енергією $h\nu = E_k - E_n$, яка дорівнює різниці енергій відповідних стаціонарних станів.

Випромінювання фотона відбувається при переході атома зі стану з більшою енергією E_k у стан з меншою енергією E_n , - електрон переходить на ближчу до ядра орбіту. Поглинання енергії супроводжується переходом атома у стан з більшою енергією, і електрон переходить на віддаленішу орбіту.

7.1.4. Досліди Франка і Герца

В дослідах Франка і Герца було експериментально доведено існування в атомах стаціонарних станів.

Схема їх установки наведена на рис. 7.4. Лампа заповнена парою ртуті, містить катод K , анод A і сітку C . Електрони, які емітуються з катода, прискорюються різницею потенціалів U між катодом і сіткою. В області між катодом і сіткою вони стикаються з атомами ртуті. Франк і Герц досліджували вольтамперну характеристику лампи (рис. 7.5).

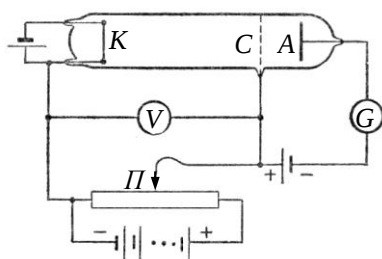


Рисунок 7.4

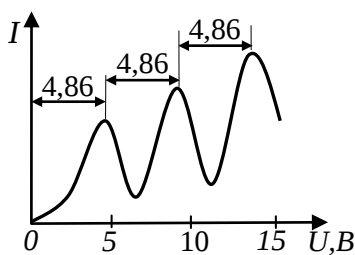


Рисунок 7.5

Перший збуджений стан атома ртуті має енергію 4,86 еВ. При збільшенні прискорюючого потенціалу U до цієї величини, зіткнення електронів з атомами ртуті стає непружним: електрон віддає енергію атому і той переходить у перший збуджений стан – струм у колі різко падає. При подальшому збіль-

шенні U , подібна поведінка струму спостерігається при енергіях *кратних* $\Delta E = 4,86 \text{ eV}$, коли електрони зазнають 2,3,.. непружних зіткнень. Таким чином, в атомі дійсно існують стаціонарні стани (підтвердження першого постулату Бора).

7.1.5. Спектр атома водню за теорією Бора

Розглянемо рух електрона в водневоподібній системі, по коловій стаціонарній орбіті. На електрон діє кулонівська сила, яка дорівнює доцентровій силі mv^2/r .

$$\frac{Ze \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}, \text{ або } \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{mv^2}{2}.$$

Підставивши сюди величину v із умови квантування $mvvr_n = n\hbar$, отримаємо радіус n -стаціонарної орбіти:

$$r_n = n^2 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Zme^2}, \text{ де } n=1, 2, 3, \dots$$

Для атома водню ($Z=1$) радіус першої орбіти електрона при $n=1$ називається **першим борівським радіусом** (a_0) і дорівнює

$$r_1 = a_0 = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{me^2} = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Повна енергія електрона у воднеподібній системі рівна сумі його кінетичної і потенціальної енергій:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Підставимо в цей вираз значення r_n . Тоді

$$E = -\frac{1}{2} \frac{Z^2 me^4}{8\hbar^2 \epsilon_0^2}, \quad (n=1, 2, 3, \dots).$$

Знак „-“ означає, що електрон перебуває у зв'язаному стані.

Ціле число n , яке визначає енергетичні рівні атома, назива-

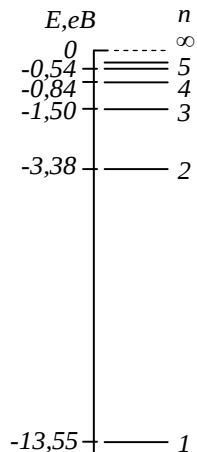


Рисунок 7.6

ється **головним квантовим числом**. Енергетичний стан з $n=1$ є **основним станом**, стани з $n>1$ – збуджені.

Надаючи n різні цілочислові значення, отримаємо для атома водню ($Z=1$) можливі рівні енергії (рис. 7.6). Атом водню має мінімальну енергію $E_1=-13,55 \text{ eV}$ при $n=1$ і максимальну $E_\infty=0$ при $n=\infty$. Значення $E_\infty=0$ відповідає **енергії іонізації** атома (відриву від нього електрона).

Згідно з третім постулатом Бора при переході електрона з k -ї орбіти на n -у випромінюється фотон з енергією

$$h\nu = E_k - E_n = -\frac{Z^2 me^4}{8h^2 \varepsilon_0^2} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) = hR \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ де } R = \frac{Z^2 me^4}{8h^3 \varepsilon_0^2}$$

- стала Рідберга, значення якої добре узгоджується з експериментально отриманим. Це підтверджує правильність теорії Бора для водневоподібної системи.

Теорія Бора не позбавлена внутрішніх протиріч, тому що з одного боку, застосовує закони класичної фізики, з іншого – ґрунтується на квантових постулатах. Вона змогла пояснити спектри водневоподібних систем, але не змогла пояснити їх інтенсивність і не дала відповіді на запитання: чому здійснюються ті чи інші переходи? За теорією Бора не вдалося описати атом гелію, що має крім ядра два електрони.

7.2. Основні поняття квантової механіки

7.2.1. Корпускулярно-хвильовий дуалізм

Оскільки було переконливо доведено, що світло проявляє корпускулярно-хвильовий дуалізм, де Бройль висунув гіпотезу про те, що **частинки речовини поряд з корпускулярними властивостями мають також і хвильові**.

Кожному об'єкту притаманні як корпускулярні характеристики – енергія E , імпульс p , так і хвильові характеристики – частота ν і довжина хвилі λ .

Співвідношення між корпускулярними і хвильовими харак-

теристиками часток такі ж, як і для фотонів. $E=h\nu$, і $p=h/\lambda$.

Інакше кажучи, *рух частки із швидкістю v пов'язаний з деяким хвильовим процесом, довжина хвилі якого визначається за формулою де Бройля*

$$\lambda=h/p.$$

Гіпотеза де Бройля була підтверджена експериментально в дослідях по дифракції електронів на природних дифракційних ґратках (на кристалах і плівках металів). Навіть у випадку слабких пучків, коли кожний електрон проходив перешкоду незалежно від інших електронів пучка, утворювалася дифракційна картина.

Повна енергія частинки визначається частотою хвиль де Бройля за допомогою співвідношення. $E=h\nu$.

Отже, корпускулярно-хвильовий дуалізм – універсальна властивість матерії.

Відкриття хвильових властивостей часток показало, що їх не можна уявити у вигляді маленьких кульок. Вони мають складну структуру з корпускулярними і хвильовими властивостями одночасно.

Для макротіл ніяких хвильових властивостей виявити не можна. Наприклад, якщо кулька масою $m=10^{-3}$ кг рухається зі швидкістю $v=10^2$ м/с, то $\lambda=h/(mv)=6,62\cdot 10^{-33}$ м. Тому хвильовими властивостями нехтують.

7.2.2. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга

Подвійна корпускулярно-хвильова природа мікрочастинок визначає ще одну незвичайну властивість мікрооб'єктів – *неможливо одночасно точно знайти координату та імпульс частки.*

Нехай вздовж осі OX рухається фотон, для якого точно відомий імпульс $p=p_x$, тобто $\Delta p_x \rightarrow 0$. Фотону відповідає хвиля, довжина якої визначається величиною імпульсу $\lambda=h/p$. При $\Delta p_x \rightarrow 0$ маємо $\Delta x \rightarrow \infty$. Отже, *якщо точно відомий імпульс, то локалізація фотона стає цілком невизначеною.*

Згідно з співвідношенням *невизначеностей Гейзенберга* для мікрочастинки не можна одночасно точно визначити координати (x,y,z) і певні відповідні проекції імпульсу (p_x,p_y,p_z) , причому невизначеності цих всіх величин задовольняють умови

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \quad \Delta z \Delta p_z \geq \hbar,$$

тобто добуток невизначеностей координати і відповідної їй проекції імпульсу не може бути меншим від величини $\hbar$.

Неможливість одночасно точно визначити координату і відповідну складову імпульсу не пов'язана з недосконалістю методів вимірювання та вимірювальних приладів, а є наслідком подвійної корпускулярно-хвильової природи мікрооб'єктів.

Співвідношення невизначеностей є квантовим обмеженням застосовності класичної механіки до мікрооб'єктів.

Якщо положення електрона можна визначити з точністю до розмірів атома, тобто $\Delta x \sim 10^{-10}$ м, тоді $\Delta v_x \geq 1,2 \cdot 10^6$ м/с.

Під час руху електрона навколо ядра по коловій орбіті $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м і $v = 2,3 \cdot 10^6$ м/с. Отже, невизначеність (похибка) швидкості Δv_x одного порядку з швидкістю і тому не можна говорити про рух електрона по певній траєкторії.

Співвідношення невизначеності $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$ можна записати:

$$\Delta x \Delta p_x = (v_x \Delta t) (m \Delta v_x) = \Delta (m v_x^2 / 2) \Delta t = \Delta E_k \Delta t \geq \hbar,$$

де ΔE_k – невизначеність кінетичної енергії частинки в деякому стані; Δt – час її перебування в цьому стані.

Отримане співвідношення справедливе не тільки для кінетичної, але і для повної енергії:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar.$$

Система, що має середній час життя Δt , не може бути охарактеризована чіткими значеннями енергії.

7.2.3. Хвильова функція і її статистичний зміст

В квантовій механіці стан мікрочастинки описується принципово по-новому – не координатами, а ймовірністю знаходження в даному об'ємі - тобто за допомогою хвильової функ-

ції $\Psi(x, y, z, t)$, яка є основним носієм інформації про ймовірність. Хвильова функція може бути комплексним числом. Сама функція $\Psi(x, y, z, t)$ не має фізичног змісту.

Борн запропонував **статистичну інтерпретацію хвильової функції**:

ймовірність знаходження частинки в об'ємі dV в момент часу t пропорційна до квадрату модуля хвильової функції $|\Psi|^2$ в цій точці в момент часу t .

Ймовірність знаходження частинки в об'ємі dV дорівнює:

$$dw = |\Psi|^2 dV,$$

де величина $|\Psi|^2 = dw/dV$ є **густиною ймовірності** – тобто визначає ймовірність знаходження частинки в одиничному об'ємі в околі точки з координатами x, y, z .

Таким чином, фізичний сенс має не сама функція Ψ , а квадрат її модуля $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$, яким визначається інтенсивність хвиль де Бройля (Ψ^* - функція комплексно спряжена із Ψ).

Ймовірність знайти частинку в момент часу t в об'ємі V згідно з теоремою додавання імовірностей, рівна

$$w = \int_V dw = \int_V |\Psi|^2 dV.$$

Функція Ψ задовольняє умові нормування: $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx dy dz = 1$,

де потрібний інтеграл обчислюють по всьому простору. Ця формула означає, що перебування частинки у просторі є достовірною подією і її ймовірність має дорівнювати одиниці.

За допомогою хвильової функції в квантовій механіці можна обчислити середні значення фізичних величин, які характеризують певний об'єкт, що перебуває в стані, який описує хвильова функція Ψ . Наприклад, середня відстань від електрона до ядра в атомі рівна:

$$\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r |\Psi|^2 dx dy dz.$$

7.3. Основи квантової механіки

7.3.1. Рівняння Шредінгера

Основне рівняння нерелятивістської квантової механіки – *рівняння Шредінгера* для вільної частинки має вигляд:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x, y, z, t)\Psi = -\frac{\hbar}{i}\frac{d\Psi}{dt}.$$

де $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial^2 x^2} + \frac{\partial^2}{\partial^2 y^2} + \frac{\partial^2}{\partial^2 z^2}$ оператор Лапласа, m – маса частки, U – потенціальна енергія частинки у силовому полі, Ψ – *шукана хвильова функція частинки*, $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця.

Для значної кількості фізичних явищ, які відбуваються в мікросвіті, наприклад, для опису поведінки електрона в атомі, важливо знаходити стаціонарні розв'язки рівняння Шредінгера, які не містять часу.

Для цього, запишемо *стаціонарне рівняння Шредінгера*, в якому потенціальна енергія $U = U(x, y, z) = \text{const}$ (не залежить від часу).

$$\Delta\psi(x, y, z) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi(x, y, z) = 0.$$

Це найважливіше співвідношення нерелятивістської квантової механіки. В нього як параметр входить повна енергія частинки E . Функції Ψ , які задовольняють рівняння Шредінгера при певному E , називають *власними функціями*.

Рівняння Шредінгера дає змогу знайти не тільки конкретний вигляд функції $\Psi(x, y, z, t)$ у заданому зовнішньому полі $U(x, y, z, t)$, а й визначити її зміну з часом. Знання ж Ψ -функції дає змогу знайти всі важливі фізичні параметри фізичної системи у будь-який момент часу.

7.3.2. Розв'язок стаціонарного рівняння Шредінгера

Розглянемо застосування рівняння Шредінгера до руху частинки в конкретних умовах.

Рух вільної частинки

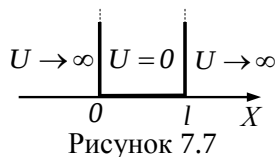
Для вільної частки $U(x)=0$ (рухається вздовж x) розв'язком рівняння Шредінгера $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$ буде функція $\Psi(x) = A \exp(-i\omega t + ikx)$, де $A = \text{const}$, $\omega = E/\hbar$, $k = p_x/\hbar$ – хвильове число, $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{P_x^2}{2m}$ – неперервний спектр енергій.

Тобто, вільна частка описується плоскою монохроматичною хвилею де Бройля. Ймовірність знаходження частки в даній точці простору $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^* = |A|^2$ – всі положення частки є рівно можливими. Частка може мати довільну енергію, тобто її енергетичний спектр неперервний.

Частинка в одномірній прямокутній потенціальній ямі

Розглянемо одномірну потенціальну яму (рис. 7.7):

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0; \\ 0, & 0 \leq x \leq l; \\ \infty, & x > l. \end{cases}$$



де l – ширина ями, а енергія відраховується від дна ями.

Рівняння Шредінгера у випадку одномірної ями:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0.$$

Частинка не проникає за границі ями. Тому на границях ями (при $x=0$ і $x=l$) неперервна хвильова функція повинна перетворюватися в нуль. Отже $\Psi(0) = \Psi(l) = 0$.

В межах ями ($0 \leq x \leq l$) рівняння Шредінгера має вигляд

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0, \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0, \quad \text{де } k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E.$$

Загальний розв'язок цього диференціального рівняння:

$$\Psi(x) = A \sin kx + B \cos kx.$$

Оскільки $\Psi(0)=0$, то $B=0$. Отже, $\Psi(x) = A \sin kl$.

Умова $\Psi(l)=A\sin kl=0$ виконується лише при $kl=n\pi$, де n – цілі числа, тобто необхідно, щоб $k=n\pi/l$. Тоді

$$k^2 = \frac{n^2 \pi^2}{l^2} = \frac{2m}{\hbar^2} E_n, \text{ отже } E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2},$$

де E_n – **рівні енергії**, n – **головне квантове число** ($n=1,2,3,\dots$).

Отже, енергія E_n частинки в потенціальній ямі з нескінченно високими стінками не може бути довільною, а набуває лише певні дискретні значення, тобто квантується.

Власні хвильові функції мають вигляд:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x.$$

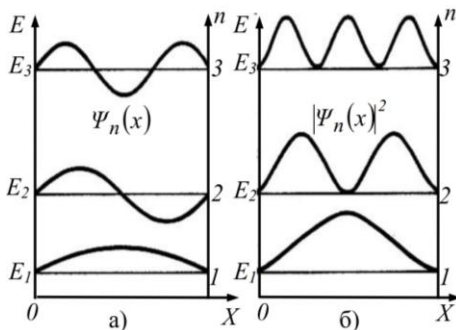


Рисунок 7.8

На рис. 7.8а наведені графіки функції $\Psi_n(x)$ при $n=1, 2, 3$, на рис. 7.8б – густини ймовірності знаходження частинки на різних відстанях від „стінок” ями для $n=1, 2, 3$.

Квантовий стан при $n=1$ є **основним станом**. Його енергія

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}.$$

Рівні розміщені тим густіше, чим більше n . Якщо n дуже велике, то характерна особливість квантових процесів – дискретність згладжується.

Якщо висота стінок скінченна, то ймовірність знаходження частинки ззовні поблизу стінок відмінна від нуля.

7.3.3. Атом водню у квантовій механіці

Розглянемо воднеподібні атоми, які складаються з нерухомого ядра із зарядом Ze і одного електрона (H, He^+, Li^{++} та ін.). Заряд ядра можна вважати точковим, а його електричне поле –

сферично-симетричним.

$$\text{Потенціальна енергія взаємодії електрона } U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

де r – відносна відстань між електроном і ядром.

Графічно функція $U(r)$ зображена на рис. 7.9.

Стан електрона описується хвильовою функцією Ψ , яка є розв'язком стаціонарного рівняння Шредінгера

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0,$$

де E – повна енергія електрона в атомі, а m – маса електрона.

Для $E < 0$ рівняння Шредінгера має розв'язки, що задовольняють вимоги до хвильової функції Ψ лише при власних значеннях енергії

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8\hbar^2 \epsilon_0^2} = -\frac{Z^2}{n^2} R h, \quad (n=1,2,3,\dots),$$

де R – стала Рідберга, n – головне квантове число.

Розв'язок рівняння Шредінгера для атома водню приводить до появи дискретних енергетичних рівнів. Нижній рівень E_1 , що відповідає мінімально можливій енергії – **основний**, всі інші ($E_n > E_1$) збуджені. При $E < 0$ рух електрона є зв'язаним. У міру зростання головного квантового числа n енергетичні рівні розміщуються тісніше і при $n \rightarrow \infty$ $E_\infty = 0$. При $E > 0$ рух електрона є вільний – він може покинути межі атома. **Енергія іонізації атома водню дорівнює:**

$$E_i = -E_1 = \frac{m e^4}{8 \hbar^2 \epsilon_0^2} = 13,55 \text{ eV}.$$

У квантовій механіці дискретні значення енергій є наслідком самої теорії, вони впливають безпосередньо з розв'язків рівняння Шредінгера.

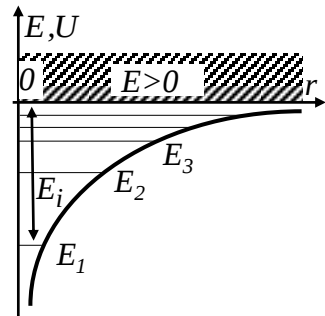


Рисунок 7.9

7.3.4. Квантові числа

Рівняння Шредингера задовольняють власні функції Ψ , що визначаються трьома квантовими числами: головним n , орбітальним l і магнітним m_l .

Головне квантове число n визначає енергетичні рівні електрона в атомі:

$$n=1, 2, 3, \dots$$

Орбітальне квантове число l при даному n набуває значення:

$$l=0, 1, 2, \dots, (n-1),$$

тобто всього n значень і визначає момент імпульсу (механічний орбітальний момент) електрона в атомі

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)},$$

Магнітне квантове число m при даному l набуває значення

$$m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l,$$

тобто разом $2l+1$ значень, і визначає проекцію моменту імпульсу електрона на заданий напрямок. Вектор $\vec{L}_l$ моменту імпульсу електрона може мати лише таку орієнтацію в просторі, при якій проекція L_{lz} на певний напрямок набуває квантових значень, кратних $\hbar$:

$$L_{lz} = \hbar m_l,$$

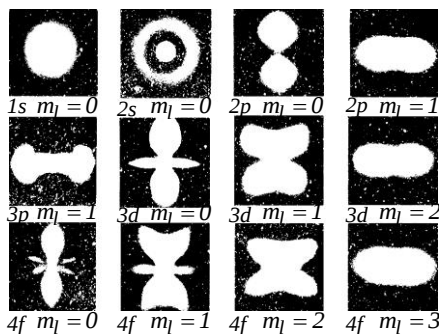


Рисунок 7.10

Квантові числа n і l характеризують розмір і форму електронної хмари, а квантове число m характеризує орієнтацію електронної хмари в просторі (рис. 7.10).

Ймовірність виявлення електрона в різних частинах атома різна. Електрон при своєму русі ніби „розмитий” по всьому об’єму, створюючи електронну хмару, густина якої характеризує ймовірність знаходження електрона в різних точках об’єму атома.

Стан електрона, що характеризується квантовим числом $l=0$, називається *s*-станом (електрон в цьому стані називається *s*-електроном), $l=1$ - *p*-станом; $l=2$ -*d*-станом; $l=3$ -*f*-станом тощо.

Значення головного квантового числа вказується перед умовним позначенням орбітального квантового числа:

$1s; 2s2p; 3s3p3d; 4s4p4d4f; \dots$

Правила відбору. *Переходи між електронними станами можливі тільки в тому випадку якщо:*

1) зміна Δl орбітального квантового числа l задовольняє умову: $\Delta l = \pm 1$;

2) зміна Δm магнітного квантового числа m задовольняє умову: $\Delta m = 0, \pm 1$.

Наприклад, у спектральних лініях атома водню серії Лаймана відповідають переходи $np \rightarrow 1s$ ($n=2,3,\dots$), серії Бальмера – $np \rightarrow 2s$, $ns \rightarrow 2p$, ($n=3, 4,\dots$).

7.3.5. Спін електрона

В електрона є власний механічний момент імпульсу $\vec{L}_s$, який називається **спіном електрона**, і власний магнітний момент $\vec{p}_{ms}$, що відповідає йому.

Часто спін електрона представляють як момент імпульсу пов'язаний із обертанням електрона навколо своєї осі. Проте, така модель призводить до абсурду (швидкість обертання повинна в 200 разів перевищувати швидкість світла).

Тому слід розглядати спін як внутрішню невідому властивість електрона (або частки), подібно до того як мікрочастка має масу і заряд.

Із законів квантової механіки випливає, що спін повинен бути квантований за законом $L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}$,

де s – називається **спіновим квантовим числом**.

За аналогією з орбітальним моментом імпульсу проекція L_{sz} квантується так, що вектор $\vec{L}_s$ може набувати $2s+1$ орієнтацій.

Оскільки для водню спостерігались лише дві орієнтації, то $2s+1=2$, звідси $s=1/2$.

Проекція спіна на напрямок зовнішнього магнітного поля, будучи квантовою величиною, визначається формулою

$$L_{sz} = m_s \hbar,$$

де m_s – *магнітне спінове число*, яке має два значення: $m_s = \pm 1/2$.

Отже, стан електрона визначається набором квантових чисел:

головного	n	$n=1, 2, 3, \dots$;
орбітального	l	$0, 1, 2, \dots, n-1$;
магнітного	m	$-l, \dots, -1, 0, 1, \dots, +l$;
магнітного спінового	m_s	$+1/2, -1/2$.

7.3.6. Принцип тотожності. Принцип Паулі

У квантовій фізиці частинки, що мають однакові фізичні властивості-масу, заряд, spin і т.д. називаються **тотожними**.

Принципи тотожності частинок: *тотожні частинки експериментально розрізнити неможливо.*

У квантовій механіці *тотожні частинки повністю втрачають свою індивідуальність і стають нерозрізними.*

Математично принцип тотожності можна записати:

$$|\Psi(x_1, x_2)|^2 = |\Psi(x_2, x_1)|^2,$$

де x_1, x_2 – сукупність просторових і спінової координат першої і другої частки. Можливі два випадки:

$$\Psi(x_1, x_2) = \Psi(x_2, x_1), \quad \text{і} \quad \Psi(x_1, x_2) = -\Psi(x_2, x_1).$$

Якщо при обміні частинок місцями хвильова функція не змінює знака, то вона називається **симетричною**, якщо змінює – **антисиметричною**. Властивість симетрії чи антисиметрії – ознака даного типу мікрочастинок.

*Симетрія хвильових функцій визначається **спіном часток**:*

- Частинки з півцілим спіном (електрони, протони, нейтрони) описуються антисиметричними хвильовими функціями. Ці частинки називаються **ферміонами**.

- Частинки з нульовим і цілочисловим спіном (π -мезони, фотони) описуються симетричними хвильовими функціями і

називаються **бозонами**.

Принцип Паулі: системи ферміонів зустрічаються в природі лише у станах, що описуються антисиметричними хвильовими функціями (квантово – механічне формулювання принципу Паулі).

Бозонів в однаковому стані може бути будь-яка кількість.

Простіше формулювання принципу Паулі: в одному і тому ж атомі не може бути більше від одного електрона з однаковим набором чотирьох квантових чисел n, l, m, m_s .

7.3.7. Розподіл електронів в атомі по станах

Електронна оболонка – сукупність електронів в багатоелектронному атомі, з однаковим головним квантовим числом n .

Максимальне число електронів, які перебувають у станах, які визначаються головним квантовим числом n , рівне

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2.$$

В кожній оболонці електрони розподілені на підоболонки, які відповідають даному значенню l (табл. 7.1).

Таблиця 7.1

Головне квантове число n	1	2	3	4	5
Символ оболонки	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>O</i>
Максимальне число електронів в оболонці	2	8	18	32	50
Обітальне квантове число l	0	0 1	0 1 2	0 1 2 3	0 1 2 3 4
Символ підоболонки	1s	2s 2p	3s 3p 3d	4s 4p 4d 4f	5s 5p 5d 5f 5g
Максимальне число електронів у підобол.	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 14 18

Оскільки $l=0, 1, \dots, n-1$, то кількість підоболонки n . Кількість електронів у підоболонці визначається m, m_s – максимальне число електронів у підоболонці рівне $2(2l+1)$.

7.3.8. Квантові статистики Бозе-Ейнштейна і Фермі-Дірака

Властивості твердих тіл можна пояснити на основі **квантової статистики** – розділу статистичної фізики, який досліджує системи з великого числа частинок, які підпорядковуються законам квантової механіки.

В основу квантової статистики покладено два принципи:

Принцип тотожності, або принцип нерозрізненості мікрочастинок: всі однакові частинки (наприклад, всі електрони в металі, всі протони в ядрах атомів) принципово не відрізняються одна від одної;

Принцип Паулі (лише для ферміонів): у кожному квантовому стані не може перебувати більш як одна частинка.

Слід пригадати, що в молекулярній фізиці класичних систем розподіл частинок ідеального газу по енергіях у зовнішньому потенціальному полі W при температурі T описується **розподілом Больцмана**

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{W}{kT}\right), \quad \text{де } k - \text{ стала Больцмана.}$$

У квантовій статистиці також використовується модель ідеального газу **квазічастинок**, причому основною характеристикою даного квантового стану із даним набором i квантових чисел, являється **число заповнення** N_i , яке вказує ступінь заповнення даного квантового стану тотожними частинками системи. Для системи часток, утворених **бозонами**, числа заповнення можуть приймати довільні цілі значення: 0, 1, 2, ... Для системи частинок утворених **ферміонами**, числа заповнення можуть приймати лише два значення: 0 для вільних станів і 1 для зайнятих. Сума всіх чисел заповнення повинна бути рівна числу частинок системи. Квантова статистика дозволяє підраховувати середню кількість частинок у даному квантовому стані, тобто визначити середнє число заповнення $\langle N_i \rangle$.

Ідеальний газ із бозонів – бозе-газ – описується **квантовою**

статистикою Бозе-Ейнштейна.

Розподіл Бозе-Ейнштейна – закон, який задає розподіл частинок по енергетичних станах в бозе-газі: при статистичній рівновазі і відсутності взаємодії середнє число часток в i -ому стані з енергією E_i рівне:

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - \mu}{kT}\right) - 1}.$$

Тут k – стала Больцмана, T – термодинамічна температура, μ – **хімічний потенціал** – термодинамічна функція, яка визначає зміну внутрішньої енергії системи при додаванні до неї однієї частинки за умови, що всі інші величини, від яких залежить внутрішня енергія, фіксовані.

Ідеальний газ із ферміонів – фермі-газ – описується **квантовою статистикою Фермі-Дірака.**

Розподіл Фермі-Дірака – закон, який задає розподіл частинок по енергетичних станах в фермі-газі: при статистичній рівновазі і відсутності взаємодії середнє число часток в i -ому стані з енергією E_i рівне:

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - \mu}{kT}\right) + 1}.$$

За високих температур, коли $\exp((E_i - \mu)/kT) \gg 1$, обидва розподіли Бозе-Ейнштейна і Фермі-Дірака переходять у **класичний розподіл Максвелла-Больцмана**

$$\langle N_i \rangle = A \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right), \quad \text{де } A = \exp\left(\frac{\mu}{kT}\right).$$

Отже, за високих температур обидва квантові гази ведуть себе подібно до класичного газу.

7.4. Рентгенівські промені. Спектри молекул. Лазери

7.4.1. Рентгенівські промені та їх спектри

Довжина хвилі рентгенівських променів $0,01 \cdot 10^{-8}$ мкм. Найпоширенішим джерелом рентгенівського випромінювання є рентгенівські трубки (рис. 7.11), в якій вилітаючи із катода K електрони бомбардують анод A , виготовлений із важких мета-

лів (*W, Cu, Pt* тощо).

Рентгенівське випромінювання, що виходить із анода, складається із *суцільного спектру гальмівного випромінювання*, яке виникає при гальмуванні електронів на аноді, і *лінійчастого спектру – характеристичного випромінювання*, яке визначається матеріалом анода.

Гальмівне випромінювання має короткохвильову границю $\lambda_{\min}$, яка називається *границею суцільного спектру* (рис. 7.12), і відповідає випадку коли вся енергія електрона переходить в енергію рентгенівського кванту.

$$E_{\max} = eU = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \quad \text{і} \quad \lambda_{\min} = \frac{hc}{eU},$$

де U – різниця потенціалів між катодом і анодом. $\lambda_{\min}$, - не залежить від матеріалу анода, а визначається тільки напругою.

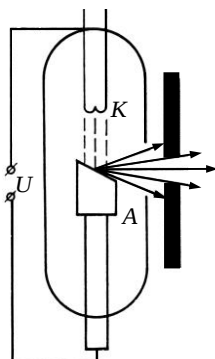


Рисунок 7.11

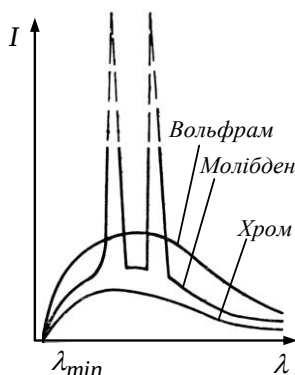


Рисунок 7.12

При підвищенні напруги на рентгенівській трубці, на фоні суцільного спектра виникають лінійчастий спектр. Його називають *характеристичним* (рис. 7.12).

Механізм виникнення лінійчастих спектрів можна пояснити так. Якщо під впливом падаючих електронів високих енергій на атоми анода вибивається один із двох електронів 1s-стану *K*-оболонки, то звільнене місце може зайняти електрон з

якої-небудь зовнішньої оболонки (L, M, N , і т.д.). При цьому виникає K -серія. Аналогічно виникають інші серії. Схема виникнення серій показана на рис. 7.13.

Рентгенівські спектральні лінії утворюють серії, які позначають буквами K, L, M і т.д. Лінії в кожній серії позначають у порядку зменшення довжини хвилі індексами α, β, γ і т.д.

Закон Мозлі встановлює зв'язок між частотою спектральної лінії ν_0 і атомним номером Z елементу, який їх випромінює:

$$\nu_0 = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

де σ – стала екранування, яка постійна в межах однієї серії; $m=1, n=2, 3, \dots$ для ліній K -серії, $m=2, n=2, 3, \dots$ для L -серії і т.д. Для K -серії $\sigma=1$, для L -серії $\sigma=7,5$; R – стала Рідберга.

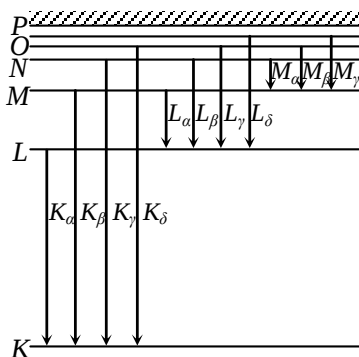


Рисунок 7.13

7.4.2. Енергетичні спектри молекул

Молекула – найменша частинка речовини, що складається з однакових або різних атомів, з'єднаних між собою хімічними зв'язками, і яка є носієм хімічних і фізичних властивостей цієї речовини.

Хімічні зв'язки зумовлені взаємодією зовнішніх валентних електронів атомів.

Найчастіше бувають два види зв'язку в молекулах.

Іонний (гетерополярний) зв'язок здійснюється силами кулонівського притягання атомів при переході електрона від одного атома до іншого. $NaCl, KBr, HCl$ і т.д.

Ковалентний (гомополярний) зв'язок здійснюється при уступленні валентних електронів двома сусідніми атомами (внаслідок тотожності часток). Він утворюється парою елект-

ронів з протилежно напрямленими спінами. Таку взаємодію називають *обмінною*. H_2 , N_2 , O_2 , CN тощо.

Молекула є квантовою системою і описується рівнянням Шредінгера, яке враховує рух електронів у молекулі, коливання атомів у молекулі, обертання молекул. Розв'язок цього рівняння – складна задача, яка зазвичай розбивається на дві: для електронів і ядер.

Повну енергію молекули можна подати у вигляді:

$$E = E_{ел} + E_{кол} + E_{об}.$$

$E_{ел}$ – енергія, зумовлена електронною конфігурацією; $E_{кол}$ – енергія, що відповідає коливанням молекули; $E_{об}$ – енергія, зв'язана з обертанням молекули. Відношення

$$E_{ел} : E_{кол} : E_{об} = 1 : \frac{m}{M} : \sqrt{\frac{m}{M}},$$

де m – маса електрона, M – величина порядку маси ядер атомів в молекулі.

Кожна із енергій квантується і визначається квантовими числами.

Частота ν кванта, який випускає молекула при зміні її енергетичного стану, дорівнює

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{\Delta E_{ел}}{h} + \frac{\Delta E_{кол}}{h} + \frac{\Delta E_{об}}{h},$$

де $\Delta E_{ел}$, $\Delta E_{кол}$, $\Delta E_{об}$ – зміни відповідних енергій молекули.

Спектр молекули складається з густо розміщених ліній, які утворюють смуги (рис. 7.14).

Будова молекул і властивості їх енергетичних рівнів проявляються в молекулярних спектрах – спектрах випромінювання (поглинання), що виникають при квантових переходах молекули на різні енергетичні рівні.

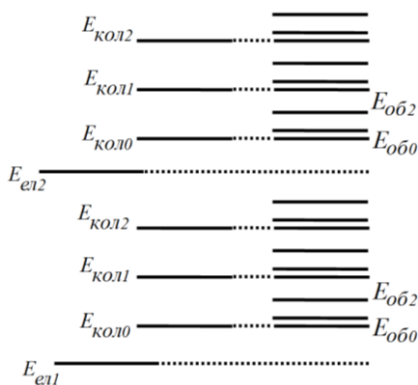


Рисунок 7.14

7.4.3. Поглинання, спонтанне і вимушене випромінювання

Розглянемо два квантових стани із енергіями E_1 і E_2 .

Поглинання. Якщо атом перебуває в основному стані 1, то під дією зовнішнього випромінювання може відбуватися вимушений перехід у збуджений стан 2, із поглинанням енергії (рис. 7.15).

Спонтанне випромінювання - процес випромінювання фотона збудженим атомом без зовнішнього впливу. Атом перебуваючи в збудженому стані 2, може спонтанно (без зовнішнього впливу) перейти в основний стан, випускаючи фотон із енергією $h\nu=E_2-E_1$. (рис. 7.15). Чим більша ймовірність спонтанних переходів, тим менший середній час життя атома в збудженому стані. Спонтанне випромінювання некогерентне.

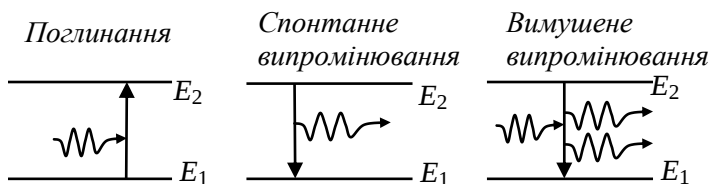


Рисунок 7.15

Вимушене випромінювання. Ейнштейн постулював, що крім поглинання і спонтанного випромінювання повинен існувати третій, якісно інший тип взаємодії. Якщо на атом, що знаходиться у збудженому стані 2, діє зовнішнє випромінювання з частотою, що задовольняє умову $h\nu=E_2-E_1$, то виникає **вимушений** перехід в основний стан 1 із випромінюванням фотона з тією самою енергією $h\nu$ (рис. 7.15). При подібному переході відбувається **вимушене випромінювання** атомом фотона, додатково до того фотона, під дією якого відбувається перехід.

Щоб середовище підсилювало падаюче на нього випромінювання, необхідно створити нерівноважний стан системи, при якому кількість атомів у збудженому стані було би більшою, ніж їх кількість в основному стані. Такі стани називаються ста-

нами з *інверсною заселеністю*. Створення нерівноважного стану речовини називається *накачуванням*. Накачування можна здійснити оптичним, електричним й іншими способами.

У середовищах, які перебувають в інверсному стані, вимпшене випромінювання може перевищувати поглинання, внаслідок чого падаючий пучок світла при проходженні через ці середовища буде підсилюватися.

7.4.4. Лазери

Ефект підсилення випромінювання в активних середовищах використовується в *оптичних квантових генераторах*, або *лазерах*. Слово „лазер” скорочено означає підсилення світла. Лазери поділяють:

- *За типом активного середовища* (твердотільні, газові, напівпровідникові і рідинні).
 - *За методами накачування* (оптичні, теплові, хімічні, електроіонізаційні та ін).
 - *За режимом генерації* (неперервної або імпульсної дії).
- Лазери обов'язково мають три основні компоненти:

- 1) *активне середовище*, в якому створюється стан з інверсною заселеністю енергетичних рівнів;
- 2) *систему накачування* – пристрій для створення інверсії в активному середовищі;
- 3) *оптичний резонатор* – пристрій, який формує вихідний світловий пучок.

Накачування кристалу рубіну (Al_2O_3 із домішкою (0,03 %) Cr^{3+}) переводить іони хрому Cr^{3+} у короточасний збуджений стан 3 (1-3), із якого відбувається перехід без випромінювання в стан 2 (3-2). Час життя на рівні 2 в $\sim 10^5$ разів більший ніж на рівні 3, тому відбувається інверсна заселеність рівня 2. Спонтанні переходи в даній системі незначні. При переході (2-1) рубіновий лазер випромінює світло $\lambda_2=0,6943$ мкм, що лежать в червоній області спектра (рис. 7.16).

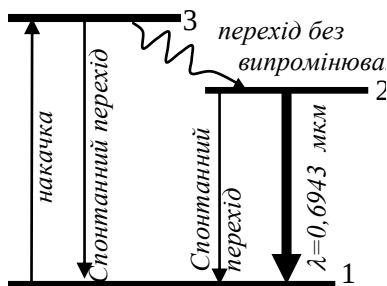


Рисунок. 7.16

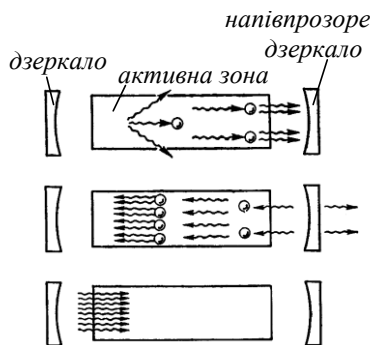


Рисунок 7.17

Для багаторазового підсилення лазерної генерації використовується – *оптичний резонатор* – пара паралельних дзеркал на одній оптичній осі, між якими міститься активне середовище (кристал, кювета із газом) (рис. 7.17). Фотони, які рухаються під кутами до осі кристалу, виходять із активної зони через бокову поверхню. Фотони, які рухаються вздовж оптичної осі, після багаторазового відбивання від дзеркал і підсилення в активній зоні, виходять через напівпрозоре дзеркало, створюючи строго напрямлений світловий пучок фотонів.

Властивості лазерного випромінювання: високою часовою і просторовою когерентністю; строгою монохроматичністю ($\Delta\lambda \sim 10^{-11}$ м); великою густиною потоку випромінювання; дуже малим кутовим розходженням в пучку.

7.4.5. Комбінаційне розсіяння світла

Комбінаційне розсіяння полягає у зміні спектрального складу світла при його розсіянні в речовині.

Якщо на речовину (газ, рідину, прозорий кристал) падає строго монохроматичне світло із частотою ν_0 , то в спектрі розсіяного світла поряд із частотою ν_0 джерела випромінювання спостерігається додаткові лінії із частотами $\nu = \nu_0 \pm \nu_i$, де ν_i – частоти коливальних або обертальних переходів молекул, які розсіюють.

Лінії в комбінаційному розсіянні з частотами, меншими від ν_0 ($\nu = \nu_0 - \nu_i$), називають **червоними супутниками**, а з частотами, більшими від ν_0 ($\nu = \nu_0 + \nu_i$), – **фіолетовими супутниками**.

Закономірності комбінованого розсіювання світла пояснює квантова теорія. Комбінаційне розсіювання – це процес непружного зіткнення фотонів із молекулами, під час якого один фотон поглинається і один фотон випромінюється молекулою.

Якщо енергії фотонів однакові, то в розсіяному світлі спостерігається незміщена лінія. Якщо молекула під дією світла перейде у збуджений стан, то випущений фотон матиме меншу частоту – виникає червоний супутник. Якщо молекула перейде із збудженого стану в основний, то випущений фотон матиме більшу частоту – виникає фіолетовий супутник.

Інтенсивність фіолетових супутників є меншою від інтенсивності червоних. При підвищенні температури речовини, інтенсивність фіолетових супутників зростає, а червоних залишається практично сталою.

7.5. Елементи фізики твердого тіла

7.5.1. Енергетичні зони в кристалах

Тверде кристалічне тіло розглядається в **зонній теорії твердих тіл** як строго періодична структура, в якій атомні ядра створюють періодичне електричне поле. Задача полягає в тому, щоб описати поведінку електронів у цьому полі.

Розв'язати рівняння Шредінгера для такої системи неможливо, тому використовують **наближення** (спрощення), які дозволяють звести задачу багатьох тіл до *одноелектронної задачі* про один електрон, який рухається в заданому зовнішньому полі.

Квантово-механічна система поділяється на важкі і легкі частки – ядра і електрони. Маси і швидкості цих частинок суттєво відрізняються. Вважаючи, що ядра у вузлах кристалічної ґратки нерухомі – *рух електрона розглядають у постій-*

ному періодичному полі ядер.

Далі використовується наближення **самоузгодженого поля**. Взаємодія даного електрона із всіма іншими електронами замінюється дією на нього стаціонарного електричного поля.

Отже, в зонній теорії багато електронна задача зводиться до задачі руху одного електрона у зовнішньому періодичному полі – усередненому і узгодженому полі всіх електронів і ядер.

Розглянемо об'єднання тотожних атомів у кристал. Поки атоми ізольовані, тобто перебувають на великих відстанях r , вони мають однакові схеми енергетичних рівнів. У міру їх зближення хвильові функції зовнішніх електронів починають перекриватися і внаслідок принципу Паулі, енергетичні рівні атомів розщеплюються і розширюються в **дозволену енергетичну зону** (заштриховану на рис. 7.18), утворюючи **зонний енергетичний спектр**.

Енергетичні рівні внутрішніх електронів не розщеплюються, або розщеплюються слабо.

Зони дозволених енергій розділені областями заборонених енергій – **забороненими зонами**.

Електрони в твердих тілах можуть переходити з однієї дозволеної зони в іншу. Для переходу електрона з нижньої зони в сусідню верхню зону необхідно затратити енергію, що дорівнює **ширині забороненої зони**, яка розміщена між ними.

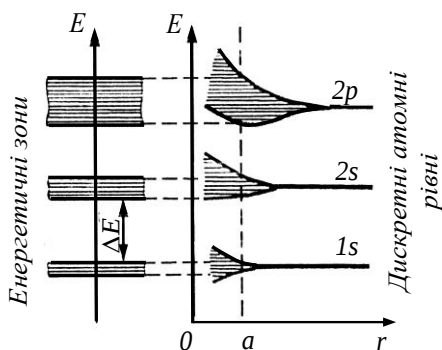


Рисунок 7.18

7.5.2. Метали, діелектрики і напівпровідники

У зонній теорії твердих тіл відмінності в електричних властивостях різних типів твердих тіл пояснюється: 1) **шириною**

заборонених енергетичних зон; 2) різним заповненням дозволених енергетичних зон.

Валентна зона – зона, повністю заповнена електронами.

Зона провідності – яка, або частково заповнена електронами, або вільна.

Метали:

а) Якщо найвища зона із електронами заповнена лише частково, то енергії теплового руху електронів ($kT \approx 10^{-4}$ eВ) достатньо для того, щоб електрони почали переходити на вільні рівні в зоні (стали вільними) і забезпечувати провідність металу (рис. 7.19а).

б) Якщо валентна зона перекривається вільною зоною (провідності), то утворюється гібридна зона, яка заповнена валентними електронами частково, що також забезпечує провідність металів (рис. 7.19б).

Діелектрики і напівпровідники .

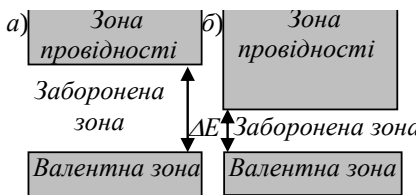
У випадку *діелектрика* ширина ΔE забороненої зони декілька eВ; тепловий рух не може перекинути електрони із валентної зони у зону провідності (рис. 7.20а)

У випадку *напівпровідника* ширина ΔE забороненої зони декілька ~ 1 eВ, тому електрони завдяки тепловому руху, або завдяки зовнішньому впливу можуть отримати енергію ΔE і подолати заборонену зону (рис. 7.20б).

Іноді речовини поділяють за величиною питомого опору при кімнатній температурі: $\rho = 10^{-8} - 10^{-6}$ Ом·м – провідники; $\rho = 10^{-8} - 10^{-5}$ Ом·м - напівпровідники; $\rho = 10^9 - 10^{17}$ Ом·м – діелектрики.



Рисунок 7.19



Діелектрик Напівпровідник

Рисунок 7.20

7.5.3. Власна провідність напівпровідників

Напівпровідники - тверді тіла, які при $T=0\text{ K}$ мають повністю зайняту електронами валентну зону, відокремлену від зони провідності порівняно вузькою ($\Delta E \leq 1\text{ eV}$) забороненою зоною. У зоні провідності немає електронів.

У природі напівпровідники існують у вигляді хімічних елементів (елементи IV, V, VI груп), наприклад, Si, Ge, As, Se, і хімічних сполук (оксиди, сульфіді, селеніді, сплави елементів різних груп).

Розрізняють **власні і домішкові** напівпровідники. Власними напівпровідниками є хімічно чисті напівпровідники (Si, Ge і т.д). Їх провідність називається **власною провідністю**.

На рис. 7.21 наведена спрощена схема структури власного напівпровідника. При $T=0\text{ K}$ і за відсутності інших зовнішніх факторів власні напівпровідники ведуть себе як діелектрики. При підвищенні температури електрони з верхніх рівнів валентної зони можуть переходити на нижні рівні зони провідності (рис. 7.21). При накладанні на кристал електричного поля вони переміщуються проти поля і створюють електричний струм.

Провідність власних напівпровідників, зумовлена електронами, називається **електронною провідністю** або провідністю *n-типу*.

Внаслідок теплових переходів електронів із валентної зони в зону провідності у валентній зоні виникають **вакантні стани**, які називаються **дірками**. У зовнішньому електричному полі на це вакантне місце (дірку), яке звільнилось від електрона може переміститися електрон із сусіднього рівня, а дірка з'явиться в тому місці, яке звільнив електрон і т.д. Такий процес рівнозначний переміщенню дірки в напрямку, протилежному до руху електрона, так, ніби дірка мала позитивний заряд, який дорівнює за величиною заряду електрона.

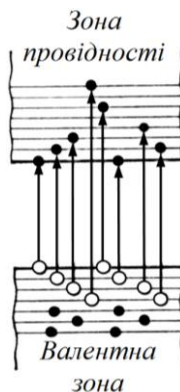


Рисунок 7.21

*Провідність власних напівпровідників, зумовлена дірками, називається **дірковою провідністю** або провідністю *p*-типу.*

Отже, у власних напівпровідниках спостерігаються два механізми провідності – **електронна і діркова**. Число електронів у зоні провідності дорівнює числу дірок у валентній зоні, тобто $N_e = N_p$.

Провідність напівпровідників є збудженою, тобто з'являється лише під дією зовнішніх факторів (температури, опромінювання, сильних електричних полів і т.д.).

Поряд з процесом **генерації** носіїв заряду відбувається і процес їх **рекомбінації**: вільний електрон може зайняти вакантне місце - дірку. В результаті для кожної температури встановлюється рівноважна концентрація електронів і дірок.

7.5.4. Домішкова провідність напівпровідників

*Провідність напівпровідників, зумовлена домішками, називається **домішковою провідністю**, а самі напівпровідники – домішковими напівпровідниками.*

Домішками є атоми сторонніх елементів, надлишкові атоми, пусті вузли або атоми в міжвузлях і механічні дефекти.

При заміщенні атома германію *Ge* п'ятивалентним атомом арсену *As* один електрон не може утворити ковалентний зв'язок, він виявляється зайвим і може бути, при теплових коливаннях ґратки, легко відщеплений від атома - *стати вільним* (рис. 7.22).

З точки зору зонної теорії введення домішки спотворює періодичне поле ґратки, що приводить до виникнення в забороненій зоні енергетичного рівня *D* валентних електронів арсену, який називається домішковим рівнем (рис. 7.23). Цей рівень розміщується від дна зони провідності на відстані $\Delta E_D = 0,015$ еВ. Уже за звичайних температур енергія теплового руху достатня для того, щоб перевести електрони з домішкового рівня в зону провідності.

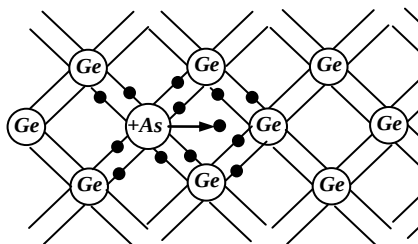


Рисунок 7.22

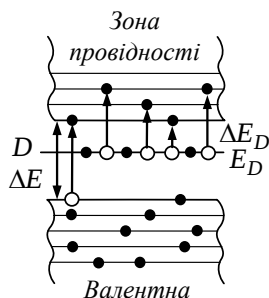


Рисунок 7.23

Отже, в напівпровідниках з домішкою, валентність якої на одиницю більша, ніж валентність основних атомів, носіями струму є електрони, виникає *електронна провідність n-типу*.

Напівпровідники з такою провідністю називаються електронними (n-типу).

Домішки, які є джерелом електронів, називаються **донорами**, а енергетичні рівні цих домішок – **донорними рівнями**.

Нехай тепер в ґратку германію (Ge) введено домішковий атом індію (In) з трьома валентними електронами. Для утворення зв'язків з чотирма сусідами в атома індію не вистачає одного електрона, один із зв'язків залишається незаповнений і четвертий електрон може бути захоплений від сусіднього атома германію, де утворюється дірка (рис. 7.24). Дірки переміщуються в ґратці Ge як вільні позитивні заряди.

Згідно із зонною теорією введення тривалентного атома в ґратку Ge приводить до виникнення в забороненій зоні домішкового рівня A , не зайнятого електронами (рис. 7.25). Цей рівень локалізується вище верхнього краю валентної зони на $\Delta E_a = 0,01$ eВ. При порівняно низьких температурах електрони з валентної зони переходять на домішкові рівні і, зв'язуючись з атомами індію, втрачають здатність переміщатися в ґратці германію. Носіями струму є лише дірки, що виникають у валентній зоні.

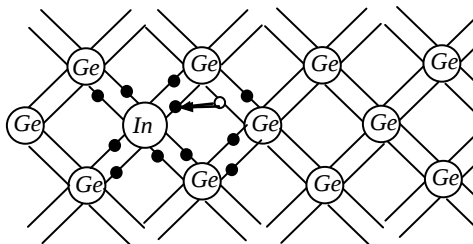


Рисунок 7.24

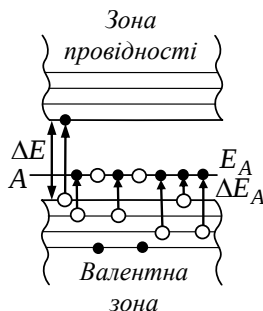


Рисунок 7.25

Отже, в напівпровідниках з домішкою, валентність якої на одиницю менша, ніж валентність основних атомів, носіями струму є дірки – виникає *діркова провідність*.

Напівпровідники з такою провідністю називаються дірковими (p-типу).

Домішки, що захоплюють електрони з валентної зони напівпровідника, називаються **акцепторами**, а енергетичні рівні цих домішок – **акцепторними рівнями**.

Домішкова провідність напівпровідників зумовлена, в основному, носіями одного знака: електронами – у випадку донорної домішки, і дірками у випадку акцепторної. Ці носії струму називаються *основними*.

7.5.5. Фотопровідність напівпровідників

Фотопровідність напівпровідників – збільшення електропровідності напівпровідників під дією квантів електромагнітного випромінювання – може бути пов'язана із властивостями як самої речовини, так і наявних в ній домішок.

Власна фотопровідність. Якщо енергія фотонів більша за ширину забороненої зони ($h\nu \geq \Delta E$), електрони можуть бути закинуті із валентної зони в зону провідності, що призведе до появи додаткових електронів (у зоні провідності) і дирок (у валентній зоні).

Домішкова провідність. Якщо напівпровідник має домішки,

то фотопровідність може виникати і при $h\nu < \Delta E$: при донорній домішці фотон повинен мати енергію $h\nu \geq \Delta E_D$, при акцепторній домішці $h\nu \geq \Delta E_A$. При поглинанні світла відбувається перехід електрона із донорних рівнів у зону провідності у випадку напівпровідника n -типу. Якщо напівпровідник p -типу – перехід електрона із валентної зони на акцепторний рівень.

Отже, якщо $h\nu \geq \Delta E$ для власних напівпровідників, і $h\nu \geq \Delta E_{D(A)}$ для домішкових напівпровідників, то в напівпровіднику збуджується фотопровідність.

Звідси можна знайти **червону межу фотопровідності** – максимальну довжину λ_0 хвилі, при якій ще фотопровідність збуджується:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\Delta E} \quad \text{і} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{\Delta E_{D(A)}},$$

Для власних і домішкових напівпровідників відповідно.

7.5.6. Люмінесценція твердих тіл

Люмінесценція – це оптичне випромінювання тіла, що є надлишковим над тепловим того самого тіла і яке не припиняється одразу після усунення причини, що викликала свічення.

Тіла, які здатні під дією різного виду збудження світитися, називають **люмінофорами**.

Залежно від способу збудження розрізняють: **фотолюмінесценцію** (під дією світла), **рентгенолюмінесценцію** (під дією рентгенівських променів), **катодолюмінесценцію** (під дією електронів), **радіолюмінесценцію** (під дією γ -променів, протонів, нейтронів), **хемілюмінесценцію** (при хімічних перетвореннях).

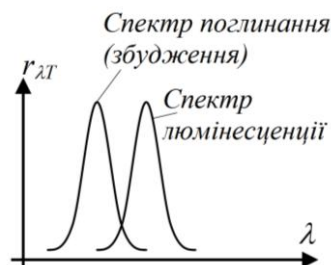


Рисунок 7.26

За тривалістю свічення умовно розрізняють: **флуоресцен-**

цію ($t \leq 10^{-8}$ с) і **фосфоресценцію** – свічення, яке триває тривалий час після припинення збудження.

Згідно з **правилом Стокса** довжина хвилі люмінесцентного випромінювання завжди більша за довжину хвилі світла, яка викликала цю люмінесценцію. (рис. 7.26).

Складні, виготовлені штучно кристалічні речовини з дефектами внутрішньої структури, які мають високі люмінесцентні властивості, називаються **кристалофосфорами**.

На прикладі кристалофосфорів розглянемо механізм виникнення фосфоресценції з точки зору зонної теорії твердих тіл. Між валентною зоною і зоною провідності кристалофосфора розміщені домішкові рівні активатора A . Для виникнення довготривалого свічення кристалофосфор повинен мати центри захвату, або пастки для електронів (L_1, L_2). Тривалість процесу міграції електрона до моменту його рекомбінації із іоном активатора визначається часом перебування електронів у пастках (рис. 7.27).

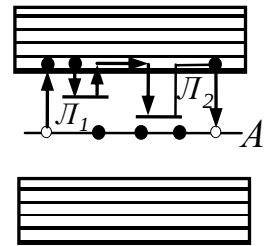


Рисунок 7.27

7.5.7. p-n Перехід. Діод. Транзистор

Границя контакту двох напівпровідників, один з яких має електронну, а інший діркову провідність, називається **електронно-дірковим переходом** (або **p-n переходом**).

p-n перехід зазвичай створюється при спеціальній обробці кристалів, наприклад *методом сплавлення*. Кристал германію n-типу та індію стискають і нагрівають в печі до температури 500 °С. Атоми індію дефундують на деяку глибину в германій, утворюючи проміжний шар гарманію, збагаченого індієм р-типу провідності. На границі розплаву, що закристалізувався, і монокристала германію, що має n-провідність, утворюється p-n - перехід.

Електрони із n -напівпровідника, де їх концентрація вища, будуть дифундувати в p -напівпровідник. Дифузія дірок відбувається в іншому напрямку. В n -напівпровіднику через вихід електронів поблизу границі залишається некомпенсований *додатний об'ємний заряд* іонізованих донорних атомів. В p -напівпровіднику через вихід дірок поблизу границі утворюється *від'ємний об'ємний заряд* нерухомих акцепторів. Ці об'ємні заряди створюють *запірний рівноважний контактний шар*, який протидіє подальшому переходу електронів і дірок (рис. 7.28). Товщина шару p - n - переходу в напівпровідниках становить $\sim 10^{-6}$ - 10^{-10} м.

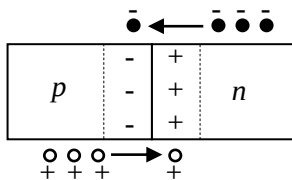


Рисунок 7.28

Опір запірного шару можна змінити за допомогою *зовнішнього електричного поля*.

Якщо прикладене до p - n - переходу зовнішнє електричне поле направлене протилежно до поля контактного шару (рис. 7.29), то товщина контактного шару і його опір зменшуються. Відповідно, в цьому напрямку електричний струм проходить крізь p - n - перехід у напрямку від p - до n - напівпровідника. Напрямок зовнішнього поля в цьому випадку називається *пропускним (прямим)*. Струм через p - n - називається *прямим*.

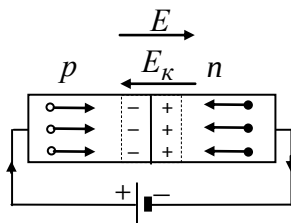


Рисунок 7.29

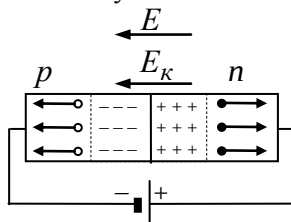


Рисунок 7.30

Якщо прикладене до p - n - переходу зовнішнє електричне поле співпадає з полем контактного шару (рис. 7.30), то запірний шар розшириться і його опір зростає. Напрямок зовнішнього поля, який розширює контактний шар, називається *запірним (зворотним)*. В цьому напрямку електричний струм через p - n - перехід практично не проходить. Струм у

запірному шарі створюється лише завдяки неосновним носіям струму (електронів в p - напівпровіднику і дірок в n - провіднику).

Отже, p - n -перехід має **односторонню провідність**. Одностороння провідність p - n -переходу використовується в **напівпровідникових діодах** (випрямлячах), що містять один p - n -перехід.

Поєднання двох p - n -переходів використане в **напівпровідникових транзисторах** для підсилення електричного сигналу. Винайдення транзистора вважається одним із найбільших відкриттів ХХ століття.

Для прикладу в транзисторі типу p - n - p (рис. 7.31) робочими “електродами” є **база** (n -типу провідності посередині транзистора), **емітер** і **колектор** (p -типу провідності по обидві сторони від бази). p - n -перехід між **емітером** і **базою** включається в електричне коло у **прямому** напрямку, а n - p -перехід між **базою** і **колектором** – у **зворотному** напрямку. На вхідний опір $R_{вх}$ подається вхідна напруга, а з вихідного опору $R_{вих}$ знімається підсилена вихідна.

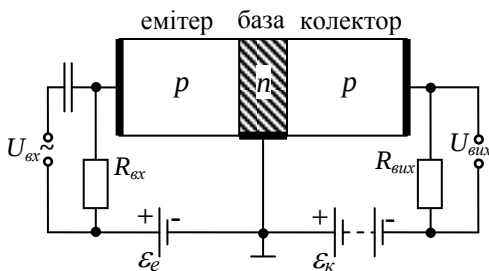


Рисунок 7.31

Пройходження струму в колі емітера зумовлене в основному рухом дірок (основних носіїв струму) і супроводжується “вкиданням” їх в область бази. Тут дірки захоплюються полем, яке діє всередині n - p -переходу база-колектор (притягаються до від’ємного колектора), внаслідок чого змінюється

струм колектора. Тому зміна струму в колі емітера викликає зміну струму в колі колектора.

Приклавши між емітером і базою змінну напругу, можна отримати в колі колектора змінний струм, а на вихідному опорі – змінну напругу. Величина підсилення залежить від властивостей p - n -переходів, опорів навантаження і напруг батарей. Зазвичай $R_{ex} \ll R_{вих}$, тому $U_{ex} \ll U_{вих}$, (підсилення може сягати 10000). Оскільки потужність змінного струму що виділяється на $R_{вих}$, може бути більша за потужність в колі емітера, то напівпровідниковий транзистор дає підсилення потужності.

8 ЯДЕРНА ФІЗИКА

8.1. Будова ядра. Дефект маси. Енергія зв'язку

8.1.1. Розмір, склад і заряд ядра

Ядро – центральна частина атома, в якій зосереджена практично вся маса атома і його позитивний заряд.

В дослідах Резерфорда з проходження α -частинок через металеву фольгу було виявлено, що атомні ядра мають розмір $\sim 10^{-14}$ - 10^{-15} м, в той час як розмір атома $\sim 10^{-10}$ м.

Атомне ядро складається з елементарних частинок протонів (p) і нейтронів (n), які вважаються двома зарядовими станами однієї частинки - **нуклона**. Протон має позитивний заряд, що дорівнює заряду електрона, нейтрон - нейтральна частинка. Маси нуклонів рівні:

$$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1836 m_e,$$

$$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1839 m_e.$$

Масове число A – загальна кількість нуклонів в ядрі. До складу ядра входять Z протонів та N нейтронів, тому $A = Z + N$. Атомне ядро характеризується зарядом Ze , де e – заряд протона, Z – **зарядове число** ядра.

Ядро хімічного елемента X із атомним номером Z і масовим числом A позначається ${}_Z^AX$.

Зарядове число Z характеризує одночасно: а) число протонів в ядрі; б) число електронів в електрично нейтральному атомі; в) порядковий номер елемента в періодичній системі.

Ізотопами називаються ядра із однаковими атомним номером Z (числом протонів), але різним A (числом нейтронів $N=A-Z$). Наприклад ізотопи водню ($Z=1$): *протій* - ${}_1^1H$ ($Z=1$, $N=0$), *дейтерій* - ${}_1^2H$ ($Z=1$, $N=1$), *тритій* - ${}_1^3H$ ($Z=1$, $N=2$).

Ізобарами називаються ядра із однаковим масовим числом A , але різним Z . Наприклад: ${}_{81}^{210}Tl$, ${}_{82}^{210}Pb$, ${}_{83}^{210}Bi$.

Ізотонами називаються ядра із однаковим числом нейтронів $N=A-Z$. Наприклад: ${}_{6}^{13}C$, ${}_{7}^{14}N$, ${}_{8}^{15}O$,

Найважчий із природних елементів є ізоотоп урану ${}_{92}^{238}U$. елементи із атомними номерами більшими за 92 називаються *трансурановими*. Вони отримані штучно в результаті ядерних перетворень.

Радіус ядра визначається емпіричною формулою:

$$R = R_0 \sqrt[3]{A}, \text{ де } R_0 = (1,3 \div 1,7) \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

Густина ядерної речовини є приблизно однакова для всіх ядер $\approx 10^{17} \text{ кг/м}^3$.

Масу в ядерній фізиці виражають в **атомних одиницях маси** (а.о.м.). За атомну одиницю маси приймається $1/12$ частина маси атома вуглецю ${}^{12}C$. $1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$. Згідно із співвідношенням Ейнштейна $E=mc^2$ масу атомів визначають також в одиницях енергії: **$1 \text{ а.о.м.} = 931,50 \text{ MeV}$** .

Власний момент імпульсу ядра – спін ядра – складається із спінів нуклонів (спін нуклона $1/2$) та орбітальних моментів імпульсу нуклонів. Обидві ці величини є векторними, тому спін є їх векторною сумою. Спін ядра квантується за законом:

$$L_{\text{я}} = \hbar \sqrt{I(I+1)},$$

де I – спінове ядерне квантове число, яке набуває цілі або напівцілі значення $0, 1/2, 1, 3/2$. Ядра з парним значенням A мають цілий спін, ядра з непарним – напівцілий спін.

Магнітні властивості атома, переважно, визначаються магнітними властивостями електронів.

Протони і нейтрони розміщуються таким чином, що їх спіни і магнітні моменти взаємно компенсуються. Відмінні від нуля спіни існують лише у ядер, які складають з непарної кількості протонів або нейтронів.

8.1.2. Дефект маси і енергія зв'язку ядра

Мас-спектрометричні дослідження показали, що **маса ядра менша, ніж сума мас нуклонів, з яких воно складається**.

Зменшення маси нуклонів викликане переходом їх із вільного стану у зв'язаний стан в атомному ядрі. Виникнення зв'язаного стану нуклонів відбувається під дією ядерних сил притягання.

Енергію $E_{зв}$, яка виділяється при утворенні ядра, називають **енергією зв'язку ядра**.

Із закону збереження енергії випливає і зворотний висновок: для розділення ядра необхідно затратити таку саму кількість енергії, яка виділяється при його утворенні.

Стійкість ядра як сукупність нуклонів у зв'язаному стані, підтримується відносним зменшенням енергії системи на

$$E_{зв} = \Delta m c^2, \quad \text{або} \quad E_{зв}(\text{Мев}) = \Delta m(\text{а.о.м}) \cdot 931 \text{ Мев},$$

де Δm - **дефект маси ядра** дорівнює різниці між масою нуклонів, що утворюють ядро, і масою ядра:

$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m_{я},$$

де m_p , m_n , $m_{я}$ - маси протона, нейтрона, ядра, відповідно.

Оскільки в таблицях наводять масу атомів, а не ядер, то Δm виражають через масу атома:

$$\Delta m = Zm_H + (A-Z)m_n - m_{ат},$$

де $m_H = m_p + m_e$ - маса атома водню ${}^1_1\text{H}$, $m_{ат} = m_{я} + Zm_e$, m_e - маса

електрона.

Питома енергія зв'язку – енергія зв'язку δE_{36} , що припадає на один нуклон.

Питома енергія зв'язку характеризує стійкість ядер. Її залежність від масового числа наведена на рис. 8.1.

Ядра елементів в середній частині таблиці Менделєєва ($28 < A < 138$) від $^{28}_{14}\text{Si}$ до $^{138}_{56}\text{Ba}$ найбільш стійкі, в цих ядрах $\delta E_{36} \sim 8,7$ МеВ/нуклон.

Зменшення питомої енергії зв'язку у важких атомних ядер пояснюється тим, що при зростанні числа протонів у ядрі збільшується й енергія їх кулонівського відштовхування.

Отже, важкі і легкі ядра менш стійкі. Це означає, що енергетично вигідні такі процеси: 1) *поділ важких ядер на більш легкі*; 2) *злиття легких ядер у важчі (синтез)*.

Під час обох процесів виділяється величезна кількість енергії. Ці процеси були здійснені практично.

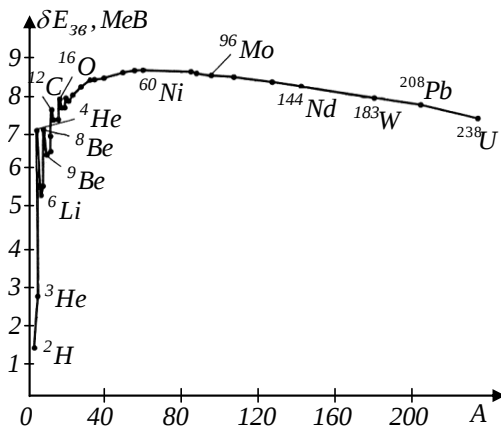


Рисунок 8.1

8.1.3. Властивості ядерних сил. Моделі ядра

Атомні ядра є досить стійкими системами. Це вказує на те, що в ядрах атомів діють специфічні сили притягання, які називають **ядерними силами**. Властивості ядерних сил:

1. Ядерні сили є силами **притягання**.
2. Ядерні сили є **короткодійними**. Їхня дія проявляється тільки на відстані порядку 10^{-15} м.
3. Ядерні сили **досить значні**, тому таку взаємодію називають **сильною**. Питома енергія зв'язку сягає 7-8,5 МеВ.

4. Ядерним силам властива **зарядова незалежність**: величина ядерних сил не залежить від заряду нуклонів.

5. Ядерні сили мають **властивість насичення**: кожен нуклон в ядрі взаємодіє лише з обмеженою кількістю найближчих до нього нуклонів.

6. Ядерні сили залежать від **орієнтації спінів нуклонів**, які взаємодіють. Система з протона і нейтрона утворює ядро-дейтрон лише у випадку коли їх спіни паралельні.

8. Ядерні сили **не є центральними силами** тобто силами, що діють вздовж лінії, яка з'єднує центри нуклонів.

Донині не створена єдина послідовна теорія атомного ядра. Тому користуються наближеними ядерними моделями. З багатьох моделей ядра, найбільш використовувані дві: краплинна та оболонкова.

Краплинна модель ядра. Вона ґрунтується на аналогії між поведінкою нуклонів у ядрі та молекул у краплині рідини - короткодія ядерної взаємодії, однакова густина ядерної речовини в різних ядрах (нестисливість), властивість насичення ядерних сил. Ця модель трактує ядро, як *краплю електрично зарядженої нестисливої рідини*, що підкоряється законам квантової механіки.

Краплинна модель ядра пояснила механізми ядерних реакцій, особливо ділення важких ядер, дозволила отримати напівемпіричну формулу для енергії зв'язку нуклонів у ядрі.

Оболонкова модель ядра. Базується на припущенні, що нуклони в ядрі розташовуються на дискретних рівнях (оболонках), заповнюючи їх згідно з принципом Паулі.

Стійкість ядер залежить від ступеня заповнення таких оболонок. Вважається, що ядра з повністю заповненими оболонками найбільш стійкі - **магічні ядра**, у яких число протонів Z або нейтронів N рівне одному із *магічних чисел*: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Ядра у яких магічними є і Z і N , називаються **двічі магічними**. Двічі магічних ядер є п'ять: ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$.

8.2. Радіактивність

8.2.1. Радіоактивність. Закон радіоактивного розпаду

Радіоактивністю називають самовільне (спонтанне) перетворення ядер нестійких ізотопів одних елементів у ядра ізотопів інших елементів, що зумовлено внутрішніми причинами та супроводжується α -, β -, γ -випромінюванням, а також інших частинок (нейтронів, протонів).

Радіоактивність, яка спостерігається в ядрах, що існують у природних умовах, називається **природною**. Радіоактивність ядер, які отримані за допомогою ядерних реакцій, називається **штучною**.

Природні радіоактивні перетворення ядер, які відбуваються спонтанно, називаються **радіоактивним розпадом**. Ядро, що виникло внаслідок розпаду, називають **дочірнім** ядром, а ядро, яке розпалося, – **материнським**.

Можна припустити, що число ядер dN , які розпадаються за інтервал часу від t до $t+dt$, пропорційне до проміжку часу dt і кількості N ядер, які ще не розпались на момент часу t :

$$-dN = \lambda N dt.$$

Тут λ - стала величина, яку називають **сталю розпаду, або радіоактивною сталою**. Знак „-“ вказує на те, що кількість радіоактивних ядер під час розпаду зменшується ($dN < 0$).

Стала розпаду $\lambda = -(dN/N)/dt$ дорівнює відносному зменшенню кількості ядер, які зазнають розпаду, за одиницю часу. Стала λ визначає швидкість радіоактивного розпаду.

Розділивши в рівнянні $dN = -\lambda N dt$ змінні, та проінтегрувавши, отримуємо:

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt; \quad \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t.$$

Закон радіоактивного розпаду - $N = N_0 e^{-\lambda t}$,

де N_0 - початкова кількість ядер, які не розпались в момент

часу $t=0$, N – кількість ядер, які не розпались в момент часу t .

Періодом піврозпаду називається час, протягом якого початкова кількість ядер речовини розпадається наполовину.

$$\frac{N_0}{N} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}, \quad \text{звідки } T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Стала розпаду λ є оберненою величиною до **середнього часу життя** τ певного радіоактивного елементу. $\tau = 1/\lambda$.

Закон радіоактивного розпаду можна записати $N = N_0 e^{-t/\tau}$, де τ - час, за який кількість ядер при радіоактивному розпаді зменшиться в e разів.

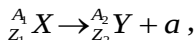
Кількість атомів, що розпадається за одну секунду, називається **активністю A препарату**.

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N; \quad \text{або} \quad A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N.$$

Одиниця активності препарату - беккерель (Бк). 1 Бк - один розпад за секунду. Часто користуються позасистемною одиницею - **кюрі (Ки): 1 Ки = $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк.**

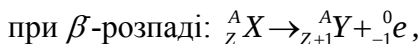
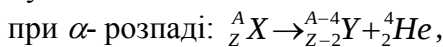
8.2.2. Правила зміщення

Радіоактивний розпад записують у вигляді рівняння



де ${}_{Z_1}^{A_1}X$ – материнське радіоактивне ядро, ${}_{Z_2}^{A_2}Y$ – дочірнє ядро (продукт розпаду), a – частинка, яка випускається.

При радіоактивному розпаді виконується **закон збереження енергії, закон збереження зарядових та масових чисел**. Ці закони при радіоактивному розпаді формують у вигляді **правил зміщення**, які дають змогу встановити, яке ядро виникає внаслідок розпаду материнського ядра в різних типах радіоактивного розпаду:



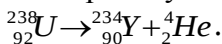
при β^+ -розпаді: ${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-1}^AY + {}_{+1}^0e$.

де ${}_{-1}^0e$, ${}_{+1}^0e$ – позначення електрона і позитрона відповідно, ${}_2^4\text{He}$ ядро атома гелію (α -частинка).

Ядра, які виникають внаслідок радіоактивного розпаду, також можуть бути радіоактивними. Послідовність такого процесу приводить до виникнення ланцюжка радіоактивних перетворень, який закінчується стабільним елементом. Сукупність елементів, яка утворює такий ланцюжок, називається **радіоактивним сімейством**.

8.2.3. Альфа-розпад

α -розпадом називається випускання ядрами деяких хімічних елементів α -частинок. Він характерний для важких ядер ($A > 200$, $Z > 82$) і підкоряється правилу зміщення, наприклад:



Альфа-випромінювання відхиляється електричними і магнітними полями, має високу іонізуючу здатність і малу проникну здатність (поглинається шаром алюмінію завтовшки $\sim 0,05$ мм). α -випромінювання – це потік іонізованих атомів гелію. Заряд α -частинки дорівнює $+2e$, а маса рівна масі ядра ізотопу гелію ${}_2^4\text{He}$.

В момент α -розпаду, всередині важких ядер утворюються α -частинки, кожна з яких складається з двох протонів і двох нейтронів. Їх відокремленню сприяє властивість насичення ядерних сил. Можливість α -розпаду викликана тим, що маса материнського ядра m_m більша від суми мас дочірнього ядра m_d і α -частинки $\Delta m = m_m - (m_d + m_\alpha)$.

Отже, при α -розпаді виділяється енергія $E_\alpha = \Delta mc^2$. Енергія α -розпаду (4-9 МеВ) виділяється у вигляді кінетичної енергії продуктів розпаду: α -частинки і дочірнього ядра.

Проходячи через речовину, α -частинка витрачає свою ене-

ргію на непружні зіткнення з атомами, переважно на їх іонізацію. Очевидно, що довжина пробігу α -частинки повинна залежати від її початкової енергії. Дослідним шляхом Гейгер знайшов емпіричну формулу, яка пов'язує початкову швидкість v α -частинки з її пробігом R_α у повітрі при 0°C :

$$R_\alpha = bv^3, \quad \text{де } b = 9,7 \cdot 10^{-28} \text{ с}^3/\text{м}^2 - \text{ стала.}$$

Законом Гейгера-Неттола: чим більша стала розпаду λ радіоактивного елементу, тим більший пробіг α -частинок, які він випускає. Закон Гейгера-Неттола записують формулою

$$\ln \lambda = A + B \ln R_\alpha, \quad \text{де } A, B - \text{емпіричні константи.}$$

Дослідження показують, що здебільшого ядра випромінюють не одну, а кілька груп α -частинок, енергії яких утворюють дискретний спектр. Його називають тонкою структурою α -спектру.

8.2.4. Бета-розпад

β -розпадом називається процес спонтанного перетворення нестабільного ядра в ядро-ізобар із зарядом, який відмінний на $\Delta Z = \pm 1$, за рахунок вильоту електрона (позитрона) або захоплення електрона.

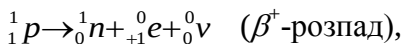
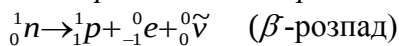
Період піврозпаду β -радіоактивних ядер змінюється від $\approx 10^{-2}$ с до $2 \cdot 10^{15}$ років. Енергія β -розпаду коливається в межах від 18 KeV (для ${}^3_1\text{H}$) до 16,6 MeV (для ${}^{14}_7\text{N}$).

β -Випромінювання відхиляється електричними і магнітними полями; його іонізуюча здатність значно менша (приблизно на два порядки), а проникна здатність значно більша (поглинається шаром алюмінію 2 мм), ніж у α -частинок. β -Випромінювання – це потік швидких електронів, або позитронів.

Терміном β -розпад називають три типи ядерних перетворень: **електронний β -розпад**, **позитронний β^+ -розпад**, а також **електронне захоплення (К-захоплення)**.

При перших двох типах перетворень із ядра вилітає елект-

рон ${}^0_{-1}e$ (позитрон ${}^0_{+1}e$) і електронне антинейтрино ${}^0_0\bar{\nu}$ (електронне нейтрино ${}^0_0\nu$). β -електрони народжуються в результаті процесів, які відбуваються всередині ядра при *перетворенні нейтрона в протон або протона в нейтрон*.



де 1_0n і 1_1p - позначення нейтрона і протона.

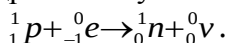
Енергія спокою нейтрона більша за енергію спокою атома водню (протона і електрона разом) на 782 кеВ. Завдяки цій енергії може відбуватися спонтанне перетворення нейтрона в протон - β -розпад (і за межами ядра також). І справді, електрони що утворюються при β -розпаді вільних нейтронів, мають енергію 782 кеВ.

β^+ -розпад для вільного протона спостерігатися не може, але для протонів, які є в ядрі, ця реакція можлива.

β -електрони мають суцільний спектр енергій від нуля до деякого максимального значення E_{max} (рис. 8.2).

Повна енергія, яку втрачає ядро під час β -розпаду, рівна E_{max} , і вона по різному розподіляється між електроном і антинейтрино. Якщо енергія електрона $E=E_{max}$ – вся енергія виноситься електроном. Якщо енергія електрона нульова – вся енергія виноситься антинейтрино.

При **електронному захопленні** (*K-захопленні*), ядро спонтанно захоплює електрон з однієї із внутрішніх оболонок атома, випускаючи нейтрино. Один з протонів ядра перетворюється у нейтрон, заряд ядра зменшується на одиницю.



При *K-захопленні*, крім нейтрино, ніякі інші частинки не випромінюються. Електронне захоплення супроводжується

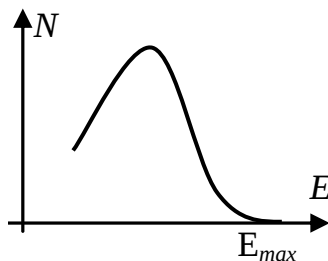


Рисунок 8.2

характеристичним рентгенівським випромінюванням, що виникає при заповненні вакансій, які утворюються в електронній оболонці атома.

8.2.5. Гамма-випромінювання

γ -випромінювання не відхиляється електричними і магнітними полями, володіє відносно слабкою іонізуючою і надзвичайно великою проникною здатністю (проходить крізь шар свинцю завтовшки 5 см), дифрагує на кристалах. γ -випромінювання – це короткохвильове електромагнітне випромінювання з дуже малою довжиною хвилі $\lambda < 10^{-10}$ м і ясно вираженими корпускулярними властивостями.

γ -випромінювання не самостійний вид радіоактивності. Воно супроводжує α -та β -розпади, виникає також під час ядерних реакцій, гальмування заряджених частинок, їх розпаду та ін. *γ -випромінювання не викликає зміни заряду і масового числа ядер, воно випускається дочірнім ядром, яке в момент свого утворення перебуває у збудженому стані.*

Перехід ядра із збудженого в основний стан відбувається за час 10^{-13} – 10^{-14} с.

Спектр γ -випромінювання дискретний, що доказує дискретність енергетичних станів атомних ядер.

γ -кванти мають нульову масу спокою, тому при проходженні через середовище вони або поглинаються, або розсіюються. Основними процесами, які супроводжують проходження γ -квантів крізь речовину, є: при $E_\gamma \leq 100$ кеВ - **фотоефект** (вибивання γ -квантом електрона із внутрішніх оболонок атома), при $E_\gamma \sim 0,5$ МеВ - **ефект Комптона**, при $E_\gamma > 1,02$ МеВ - **утворення електрон-позитронних пар**.

8.2.6. Дозиметричні величини

Поглинута доза випромінювання – фізична величина, що

дорівнює відношенню енергії поглинутого випромінювання до маси опромінюваної речовини. Одиниця поглинутої дози випромінювання – грей (Gp): $1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг}$ – доза випромінювання, при якій опромінюваній речовині масою 1 кг передається енергія іонізуючого випромінювання 1 Дж .

Експозиційна доза випромінювання – фізична величина, що дорівнює відношенню суми електричних зарядів всіх іонів одного знака, створених електронами, звільненими в опромінюваному повітрі (при повному використанні іонізуючої здатності електронів), до маси цього повітря.

Одиниця експозиційної дози випромінювання – кулон на кілограм ($Kл/Kг$). Часто користуються позасистемною одиницею – рентген (P): $1 P = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/Кг}$.

При експозиційній дозі, яка дорівнює одному рентгену, в 1 м^3 сухого повітря при нормальному атмосферному тиску виникає сумарний заряд іонів одного знака величиною $0,33 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}$.

Біологічна доза – величина, яка вказує вплив випромінювання на організм.

Одиниця біологічної дози – біологічний еквівалент рентгена (*бер*): 1 бер – доза довільного виду іонізуючого випромінювання, яка здійснює таку саму біологічну дію, яку здійснює доза рентгенівського або γ - випромінювання в $1 P$ ($1 \text{ бер} = 10^{-2} \text{ Дж/кг}$).

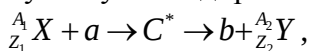
Потужність дози випромінювання – величина, яка дорівнює відношенню дози випромінювання до часу опромінювання.

8.3. Ядерні реакції

8.3.1. Ядерні реакції.

Ядерні реакції – це перетворення атомних ядер при взаємодії з елементарними частинками, з γ -квантами або між собою.

Ядерні реакції записують у вигляді рівняння



де C^* - проміжне ядро у збудженому стані.

Тип ядерної реакції визначається видом взаємодіючої і виділеної частинок (a , b). Якщо вони збігаються (a , a), реакцію називають розсіянням частинки a . У такому разі склад ядер не змінюється. Якщо в ядерній реакції частинка a зникає (поглинається ядром), а замість неї появляється нова частинка b , склад ядра змінюється: відбувається ядерне перетворення.

Під час ядерної реакції зберігається загальна кількість нуклонів і сумарний заряд, а відбувається лише перерозподіл нуклонів і заряду між ядрами та частинками.

Для ядерних реакцій виконуються закони збереження енергії та імпульсу.

Ядерні реакції класифікуються за такими ознаками:

1) **за механізмом взаємодії** - прямі реакції, реакції із утворенням проміжного ядра;

2) **за тепловим ефектом** - екзотермічні (із виділенням енергії), ендотермічні (із поглинанням енергії);

3) **за родом частинок, що беруть в них участь** - реакції під дією нейтронів, заряджених частинок, γ -квантів;

4) **за енергією частинок, що їх викликають** - реакції при малих (≈ 1 eV), середніх (до 10 MeV), високих енергіях (10–100) MeV;

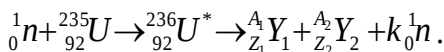
5) **за родом ядер, що беруть участь в реакції** - реакції на легких ($A > 50$), середніх ($50 < A < 100$), важких ядрах ($A > 100$);

6) **за характером ядерних перетворень** - реакції з випусканням нейтронів, заряджених частинок, реакції захоплення.

8.3.2. Ланцюгова реакція поділу

Суть реакцій поділу ядра в тому, що важке ядро під дією нейтронів, а також інших частинок ділиться на декілька більш легких ядер, найчастіше на два близькі за масою ядра.

Поділ атомних ядер може відбуватися різними шляхами. Спостерігається більше, ніж 30 різних варіантів реалізації процесу поділу, зокрема



Особливістю поділу ядра є те, що він супроводжується випусканням двох–трьох вторинних нейтронів, які називаються нейтронами поділу. Вони можуть знову викликати реакцію поділу сусідніх ядер.

При цьому іде лавиноподібне наростання числа актів ділення – починається **ланцюгова реакція поділу** – ядерна реакція, в котрій частинки, які викликали реакцію, утворюються як продукти цієї реакції.

Умовою виникнення ланцюгової реакції поділу є наявність нейтронів, які розмножуються.

Коефіцієнт розмноження k -нейтронів, називається відношення кількості нейтронів у даному поколінні до їх кількості в попередньому поколінні.

При $k > 1$ йде **наростаюча реакція**, кількість поділів безперервно росте, і реакція може стати вибуховою. При $k = 1$ йде **самопідтримуюча реакція**, при якій кількість нейтронів з часом не змінюється. При $k < 1$ йде **загасаюча реакція**.

Частина вторинних нейтронів не бере участі в підтриманні ланцюгової реакції поділу – захоплюється домішками, виходить із зони реакції без захвату ядром, втрачає енергію в процесах непружнього розсіяння тощо.

Тому **коефіцієнт розмноження** залежить від природи речовини яка ділиться, а для даного ізотопу – від його кількості, а також від розмірів і форми **активної зони** – простору, де відбувається ланцюгова реакція поділу.

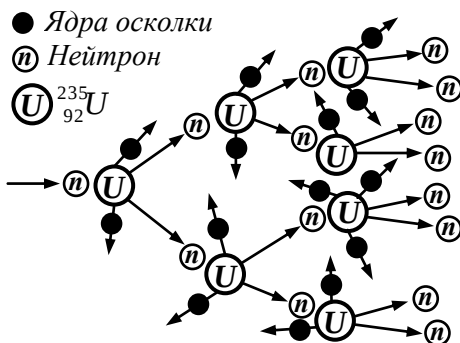


Рисунок. 8.3

Мінімальні розміри активної зони, при яких можливе здійснення ланцюгової реакції, називають **критичними розмірами**. Мінімальна маса речовини, що ділиться, яка необхідна для здійснення ланцюгової реакції, називається **критичною масою**.

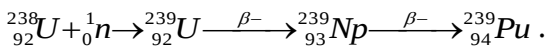
Ланцюгові реакції поділу поділяють на **керовані** і **некеровані**. Вибух атомної бомби – приклад некерованої реакції. Керовані ланцюгові реакції поділу здійснюються в ядерних реакторах. Схематично ланцюгова реакція поділу ядер ${}_{92}^{235}\text{U}$ зображена на рис. 8.3.

8.3.3. Ядерний реактор

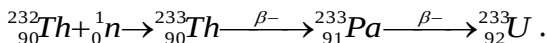
В природі існує три ізотопи, котрі можуть служити ядерним паливом або сировиною для його отримання.

1) ${}_{92}^{235}\text{U}$ - в природному урані його вміст 0,7 %;

2) ${}_{92}^{238}\text{U}$ - в природному урані його вміст приблизно 99,3 % - використовується для отримання трансуранового елемента плутонія за схемою



3) ${}_{90}^{232}\text{Th}$ - служить сировиною для отримання штучного ядерного палива ${}_{92}^{233}\text{U}$ за схемою



Ядерний реактор – пристрій, в якому здійснюється і підтримується керована ланцюгова реакція поділу.

В активній зоні реактора (рис. 8.4) розміщені тепловиділяючі елементи 1 і сповільнювачі 2, в яких нейтрони сповільнюються. Тепловиділяючі елементи – це блоки з радіоактивного матеріалу. За рахунок енергії, що виділяється при поділі ядер, вони розігріваються і нагрівають теплоносії (вода, рідкий натрій).

Активна зона оточується тепловідбивачем 4, що зменшує витік нейтронів. Керування ланцюговою реакцією здійснюється

спеціальними керуючими стержнями 5 з матеріалу, що сильно поглинає нейтрони.

Теплоносій у парогенераторі віддає своє тепло парі, яка в паровій турбіні обертає електричний генератор, струм від якого надходить в електричну мережу.

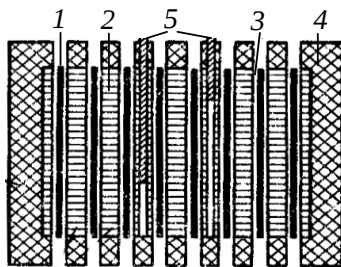


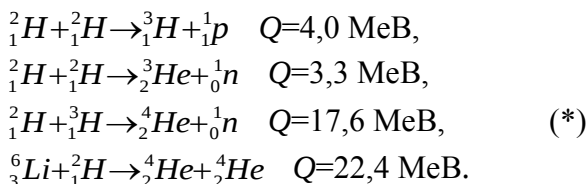
Рисунок 8.4

Ядерні реактори розрізняють: за типом ядерного палива, за типом сповільнювача, за енергією нейтронів, за будовою, за призначенням.

8.3.4. Реакція синтезу атомних ядер

Реакція синтезу атомних ядер – термоядерна реакція – це утворення із легких ядер більш важких.

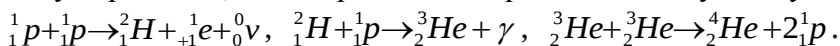
При реакції синтезу питома енергія зв'язку ядер різко зростає при переході від ядер дейтерію ${}^2_1\text{H}$ і тритію ${}^3_1\text{H}$ до літію ${}^6_3\text{Li}$ і гелію ${}^4_2\text{He}$, що призводить до виділення великої кількості енергії.



В реакціях синтезу виділяється значно більше енергії в розрахунку на один нуклон, ніж в реакціях поділу (наприклад при діленні ядра урану ${}^{238}_{92}\text{U}$ виділяється 200 MeV, що складає 0,84 MeV/нуклон), а в реакції (*) виділяється $17,6/5=3,5$ MeV/нуклон).

Реакції синтезу легких ядер, які пов'язані із подоланням кулонівського відштовхування, можуть протікати лише при надвисоких температурах $\sim 10^8$ - 10^9 K. Такі реакції називають

термоядерними реакціями синтезу і вони відбуваються в речовині яка знаходиться в стані плазми. Термоядерні реакції синтезу є джерелами енергії зірок. На Сонці, синтез ядер водню у ядра гелію, може протікати зокрема по такому циклу:



8.3.5. Типи взаємодій. Елементарні частинки

Розрізняють чотири типи фундаментальних взаємодій:

Сильна взаємодія властива протонам і нейтронам. Вона забезпечує існування атомних ядер (радіус дії $r \sim 10^{-16}$ м; інтенсивність $I \sim 1$).

Електромагнітна взаємодія. В ній беруть участь електричні заряди і фотони. Проявом цієї взаємодії є сила Кулона ($r = \infty$; $I \sim 1/137$).

Слабка взаємодія – притаманна всім часткам, крім фотонів. Найвідоміший її прояв – β -перетворення ядер ($r \sim 10^{-18}$ м; $I \sim 10^{-10}$).

Гравітаційна взаємодія – властива всім тілам Всесвіту. Проявляється у вигляді сили тяжіння. Гравітаційна взаємодія нехтовно мала у світі елементарних частинок ($r \sim \infty$; $I \sim 10^{-38}$).

Елементарними частинками називаються такі частинки, які не мають внутрішньої структури, що є простим з'єднанням інших стабільних частинок. Цей термін умовний.

При взаємодії з іншими частинками і полями елементарна частинка веде себе як одне ціле. Елементарні частинки можуть перетворюватись одна в одну. Елементарні частинки об'єднуються в три групи: *фотони, лептони і адрони*.

Група фотонів складається із одної частинки – фотона – кванта електромагнітної взаємодії.

Група лептонів складається із електрона, мюона, електронного і мюонного нейтрино, важкого лептона а також відповідних їм античастинок. Всі вони беруть участь тільки у електромагнітній і слабкій взаємодії.

Група адронів складається із мезонів (піони і каони) і ба-

ріони (нуклони (протон, нейтрон) і нестабільні частки). При розпаді баріона, поряд із іншими частинками завжди утворюється інший баріон – *закон збереження баріонного заряду*. Адрони мають як *сильну*, так і *електромагнітну взаємодію*.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Трофимова Т.И. Курс физики. - М: Высш. шк., 1985.
2. Савельев И.В. Курс физики, т.І. Механика. Молекулярная физика.
3. Савельев И.В. Курс физики, т.ІІ.Электричество и магнетизм.
4. Савельев И.В. Курс физики, т.ІІІ. Оптика. Атомная физика. Физика атомного ядра и элементарных частиц. - М.,1971.
5. Дущенко В.П., Кучерук І.М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки; Молекулярна фізика; термодинаміка.-К.-1993.
6. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальна фізика. Електрика і магнетизм.-К.: Вища школа, 1990.
7. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Оптика. Квантова фізика.-К.: Вища школа, 1991.

ДОДАТКИ

Основні фізичні константи

Швидкість світла у вакуумі	$c=2,99792 \cdot 10^8$ м/с
Магнітна константа	$\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Електрична константа	$\varepsilon_0=8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Гравітаційна стала	$G=6,6743 \cdot 10^{-11}$ Н м ² /кг ²
Стала Больцмана	$k=1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Стала Планка	$h=6,62607 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Стала Авогадро	$N_a=6,02214 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma=5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м ² К ⁴)
Елементарний заряд	$e=1,6021 \cdot 10^{-19}$ Кл
Маса спокою електрона	$m_e=9,109534 \cdot 10^{-31}$ кг
Маса спокою протона	$m_p=1,6726485 \cdot 10^{-27}$ кг
Атомна одиниця маси	1 а.о.м.= $1,6605 \cdot 10^{-27}$ кг
Абсолютний нуль температури	$T=-273,15^\circ\text{C}$

Приставки до позначення одиниць

піко	10^{-12}	п	мілі	10^{-3}	м	кіло	10^3	к
нано	10^{-9}	н	санти	10^{-2}	с	мега	10^6	М
мікро	10^{-6}	мк	деци	10^{-1}	д	гіга	10^9	Г

Грецький алфавіт

$A\alpha$	Альфа	$I\iota$	Йота	$P\rho$	Ро
$B\beta$	Бета	$K\kappa$	Каппа	$\Sigma\varsigma$	Сигма
$\Gamma\gamma$	Гамма	$\Lambda\lambda$	Лямбда	$T\tau$	Тау
$\Delta\delta$	Дельта	$M\mu$	Мю	$Y\upsilon$	Іпсилон
$E\varepsilon$	Епсілон	$N\nu$	Ню	$\Phi\phi$	Фі
$Z\zeta$	Дзета	$\Xi\xi$	Ксі	$X\chi$	Хі
$H\eta$	Ця	$O\omicron$	Омікрон	$\Psi\psi$	Псі
$\Theta\theta$	Тета	$\Pi\pi$	Пі	$\Omega\omega$	Омега

Періодична система хімічних елементів Д. І. Менделєєва

Г Р У П П И																		VIII									
№ елемента	I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII		№ елемента										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		17	18								
1	H Водень	He Гелій																									
2	Li Літій	Be Берилій	B Бор	C Вуглець	N Азот	O Кисень	F Фтор	Ne Неон																			
3	Na Натрій	Mg Магній	Al Алюміній	Si Кремій	P Фосфор	S Сірка	Cl Хлор	Ar Аргон																			
4	K Калій	Ca Кальцій	Sc Скандій	Ti Титан	V Ванадій	Cr Хроми	Mn Марганець	Fe Залізо	Co Кобальт	Ni Нікель																	
5	Rb Рубідій	Sr Стронцій	Y Йтрій	Zr Цирконій	Nb Ніобій	Mo Молибден	Tc Технецій	Ru Рутеній	Rh Родій	Pd Паладій																	
6	Cs Цезій	Ba Барій	*La Лантан	Hf Гафній	Ta Тантал	W Вольфрам	Re Рений	Os Осній	Ir Ірідій	Pt Платина																	
7	Fr Францій	Ra Радій	Ac Актиній	Th Торій	Pa Прутцій	U Уран	Np Нептуній	Pu Плутоній	Am Америцій	Cm Курій	Bk Берклій	Cf Каліфорній	Es Ейнштейній	Fm Фермій	Md Менделєєв	No Нобелій	Lr Лоренс										
8	R ₂ O		RO		R ₂ O ₃		RO ₂		R ₂ O ₅		RO ₃		R ₂ O ₇		RO ₄												
9	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
10	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
11	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
12	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
13	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
14	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
15	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
16	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
17	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
18	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
19	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
20	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
21	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
22	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
23	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
24	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
25	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
26	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
27	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
28	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
29	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
30	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
31	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
32	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
33	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
34	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
35	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
36	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
37	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
38	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
39	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
40	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
41	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
42	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
43	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
44	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
45	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
46	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
47	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
48	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
49	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
50	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
51	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
52	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
53	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
54	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
55	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
56	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
57	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
58	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
59	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
60	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
61	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
62	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
63	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
64	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
65	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃		R ₂ O ₅												
66	R ₂ O ₃		R ₂ O ₅		R ₂ O ₃																						

ЗМІСТ

ВСТУП	3
1 МЕХАНІКА.....	4
1.1 Кінематика	4
1.1.1. Механіка і її структура. Моделі в механіці	4
1.1.2. Система відліку. Траєкторія, шлях, переміщення.	5
1.1.3. Швидкість	6
1.1.4. Прискорення	7
1.1.5. Кінематика обертального руху	10
1.2. Динаміка матеріальної точки.....	12
1.2.1. Перший закон Ньютона. Сила. Маса. Імпульс.	12
1.2.2. Другий і третій закони Ньютона	13
1.2.3. Сили тертя.....	14
1.2.4. Закон збереження імпульсу. Центр мас системи	15
1.3. Робота та енергія.....	18
1.3.1. Енергія, робота, потужність	18
1.3.2. Кінетична й потенціальна енергії	19
1.3.3. Закон збереження енергії	22
1.4. Динаміка твердого тіла.....	23
1.4.1. Момент інерції.....	23
1.4.2. Кінетична енергія, робота обертового руху	24
1.4.3. Момент сили	26
1.4.4. Момент імпульсу. Рівняння динаміки обертального руху	26
1.4.5. Вільні осі. Гіроскоп.....	29
1.4.6. Деформації твердого тіла	30
1.5. Механіка рідин і газів	33
1.5.1. Тиск у рідині й газі.....	33
1.5.2. Рівняння нерозривності	34
1.5.3. Рівняння Бернуллі	35
1.5.4. Внутрішнє тертя в рідинах і газах. В'язкість.....	38
1.5.5. Рух тіл у рідинах і газах.....	40
2 МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА.....	42
2.1. Молекулярно-кінетична теорія ідеального газу.....	42

2.1.1. Методи дослідження термодинамічних систем	42
2.1.2. Тиск. Температура. Рівняння стану.....	43
2.1.3. Ідеальний газ. Дослідні закони ідеального газу.....	44
2.1.4. Рівняння стану ідеального газу.....	47
2.1.5. Основне рівняння МКТ	48
2.1.6. Середня довжина вільного пробігу молекул	50
2.1.7. Явища переносу. Дифузія. Закон Фіка.....	51
2.1.8. Теплопровідність. Закон Фур'є.....	52
2.1.9. Внутрішнє тертя. Закон Ньютона.....	53
2.1.10. Розподіл Максвелла	54
2.1.11. Барометрична формула. Розподіл Больцмана	56
2.2. Перший закон термодинаміки	57
2.2.1. Розподіл енергії за ступенями вільності молекул.....	57
2.2.2. Внутрішня енергія, робота, теплота	58
2.2.3. Перший закон термодинаміки	59
2.2.4. Робота газу. Графічне представлення роботи	60
2.2.5. Теплоємність.....	61
2.2.6. Перший закон термодинаміки для ізопроцесів	62
2.2.7. Адіабатний процес	63
2.2.8. Політропний процес.....	64
2.3. Другий закон термодинаміки	65
2.3.1. Коловий процес. Оборотні й необоротні процеси	65
2.3.2. Тепловий двигун. Цикл Карно.....	66
2.3.3. Ентропія	69
2.3.4. Другий та третій закони термодинаміки.....	70
2.4. Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Ваальса	72
2.4.1. Сили міжмолекулярної взаємодії	72
2.4.2. Рівняння Ван-дер-Ваальса.....	73
2.4.3. Ізотерми реального газу	74
2.4.4. Внутрішня енергія реального газу.....	75
2.5. Властивості рідин. Поверхневий натяг	76
2.5.1. Поверхневий натяг. Коефіцієнт поверхневого натягу	76
2.5.2. Змочування	78

2.5.3. Тиск під викривленою поверхнею рідини	79
2.5.4. Капілярні явища	79
2.6. Тверді тіла. Фазові переходи	80
2.6.1. Тверді тіла. Моно- і полікристали	80
2.6.2. Типи кристалічних решіток твердих тіл	81
2.6.3. Дефекти у кристалах	82
2.6.4. Теплоємність твердих тіл	83
2.6.5. Фазові переходи	84
2.6.6. Діаграма стану	86
3 ЕЛЕКТРИКА	88
3.1. Електростатика	88
3.1.1. Електричний заряд. Закон Кулона	88
3.1.2. Напруженість електростатичного поля	89
3.1.3. Потік вектора напруженості електричного поля. Теорема Остроградського-Гауса	91
3.1.4. Розрахунок електричних полів за допомогою теореми Остроградського-Гауса	92
3.2. Робота, потенціал електростатичного поля	96
3.2.1. Робота сил електростатичного поля. Циркуляція вектора напруженості електричного поля	96
3.2.2. Потенціальна енергія заряду. Потенціал	98
3.2.3. Різниця потенціалів	99
3.2.4. Градієнт потенціалу. Еквіпотенціальні поверхні	100
3.3. Діелектрики і провідники в електричному полі	101
3.3.1. Діелектрики в електричному полі.	101
3.3.2. Вектор Поляризації. Діелектрична сприйнятливість	103
3.3.3. Електричне зміщення. Теорема Остроградського- Гауса для вектора електричного зміщення	104
3.3.4. Сегнетоелектрики	105
3.3.5. Провідники в електричному полі	107
3.3.6. Електроємність відокремленого провідника	108
3.3.7. Конденсатори. Електроємність конденсатора	109
3.3.8. З'єднання конденсаторів у батареї	110

3.3.9. Енергія зарядженого провідника і конденсатора.....	111
3.4. Постійний електричний струм.....	112
3.4.1. Електричний струм. Густина електричного струму	112
3.4.2. Закон Ома. Електричний опір	113
3.4.3. Закон Ома в диференційній формі	115
3.4.4. Сторонні сили. Електрорушійна сила.	115
3.4.5. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола	117
3.4.6. Розгалужені електричні кола. Закони Кірхгофа.....	118
3.4.7. Послідовне і паралельне з'єднання провідників.....	119
3.4.8. Робота і потужність струму. Закон Джоуля-Ленца	121
3.5. Електричний струм у металах, електролітах і газах	122
3.5.1. Електричний струм в металах.....	122
3.5.2. Емісійні явища. Робота виходу.....	125
3.5.3. Електричний струм в електролітах	126
3.5.4. Електричний стум в газах. Плазма	127
4 МАГНЕТИЗМ.....	130
4.1. Магнітне поле у вакуумі.....	130
4.1.1. Магнітне поле. Рамка зі струмом	130
4.1.2. Магнітна індукція. Магнітний момент	131
4.1.3. Мікро- і макроструми. Напруженість поля	132
4.1.4. Закон Біо-Савара-Лапласа	133
4.1.5. Магнітне поле прямолінійного струму	135
4.1.6. Магнітне поле колового струму	136
4.1.7. Закон Ампера.....	136
4.1.8. Взаємодія паралельних струмів.....	137
4.2. Сила Лоренца. Ефект Хола. Теорема Гауса. Закон	повного струму. 138
4.2.1. Сила Лоренца.....	138
4.2.2. Рух заряду в магнітному полі	139
4.2.3. Ефект Холла.....	140
4.2.4. Закон повного струму для магнітного поля у вакуумі	 141
4.2.5. Магнітне поле довгого соленоїда	143
4.2.6. Магнітний потік. Теорема Гауса	144

4.2.7. Робота при переміщенні провідника з струмом у магнітному полі	144
4.3. Електромагнітна індукція. Індуктивність.....	145
4.3.1. Електромагнітна індукція. Правило Ленца.	145
4.3.2. Обертання рамки в магнітному полі	148
4.3.3. Вихрові струми. Струми Фуко.....	149
4.3.4. Явище самоіндукції. Індуктивність.....	149
4.3.5. Струми при замиканні і розмиканні кола	151
4.3.6. Взаємна індукція. Трансформатори	152
4.3.7. Енергія магнітного поля	153
4.4. Магнітне поле в речовині.....	154
4.4.1. Магнітні моменти електронів і атомів	154
4.4.2. Діамагнітний ефект. Дамагнетики.....	155
4.4.3. Парамагнетики	156
4.4.4. Намагніченість. Магнітне поле в речовині.....	157
4.4.5. Закон повного струму для поля в речовині	158
4.4.6. Феромагнетики. Петля гістерезису. Домени	159
4.4.7. Основи теорії Максвелла. Вихрове електричне поле	161
4.4.8. Струм зміщення.....	162
4.4.9. Рівняння Максвелла для електромагнітного поля ..	163
5 КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ.....	165
5.1. Гармонічні коливання.	165
5.1.1. Гармонічні коливання та їх характеристики	165
5.1.2. Диференціальне рівняння гармонічних коливань ..	166
5.1.3. Механічні гармонічні коливання.....	166
5.1.4. Енергія матеріальної точки, що здійснює коливання	167
5.1.5. Пружинний маятник	168
5.1.6. Фізичний маятник	168
5.1.7. Математичний маятник	169
5.1.8. Електричний коливальний контур.	170
5.1.9. Стадії коливань в ідеальному коливальному контурі	171

5.1.10. Вільні гармонічні коливання в коливальному контурі	172
5.1.11. Додавання гармонічних коливань	173
5.1.12. Биття	174
5.1.13. Додавання взаємно перпендикулярних коливань	175
5.2. Згасаючі та вимушені коливання. Змінний струм	177
5.2.1. Диференціальне рівняння згасаючих коливань	177
5.2.2. Логарифмічний декрамент згасання. Добротність	179
5.2.3. Приклади вільних згасаючих коливань	180
5.2.4. Диференціальне рівняння вимушених коливань	181
5.2.5. Резонанс. Резонансні криві.....	182
5.2.6. Змінний електричний струм.....	183
5.2.7. Резонанс напруг. Резонанс струмів	185
5.2.8. Ефективне значення змінного струму. Потужність	186
5.3. Хвильові процеси. Біжучі хвилі. Енергія хвиль	187
5.3.1. Хвильовий процес. Пружні хвилі	187
5.3.2. Гармонічна пружна хвиля. Біжуча хвиля	188
5.3.3. Рівняння біжучої хвилі	189
5.3.4. Енергія хвилі.....	190
5.4. Інтерференція хвиль. Рівняння стоячої хвилі. Електромагнітні хвилі	191
5.4.1. Інтерференція хвиль	191
5.4.2. Рівняння стоячої хвилі	192
5.4.3. Властивості електромагнітних хвиль	194
6 ОПТИКА.....	197
6.1. Геометрична оптика. Фотометрія	197
6.1.1. Закони геометричної оптики. Повне відбивання	197
6.1.2. Тонкі лінзи	198
6.1.3. Аберації оптичних систем	200
6.1.4. Фотометричні величини	201
6.2. Інтерференція світла	203
6.2.1. Когерентність, монохроматичність світлових хвиль.	203
6.2.2. Інтерференція світла	204

6.2.3. Методи спостереження інтерференції	205
6.2.4. Розрахунок інтерференційної картини від двох когерентних джерел.....	206
6.2.5. Інтерференція світла у тонких плівках	207
6.2.6. Кільця Ньютона.....	208
6.2.7. Застосування інтерференції світла	209
6.3. Дифракція світла	211
6.3.1. Принцип Гюйгенса-Френеля.....	211
6.3.2. Зони Френеля.....	212
6.3.3. Дифракція сферичних хвиль. Дифракція Френеля ..	213
6.3.4. Дифракція Фраунгофера.....	214
6.3.5. Дифракційна ґратка	216
6.3.6. Дифракція на просторовій ґратці	218
6.3.7. Роздільна здатність оптичних приладів	219
6.4. Взаємодія електромагнітних хвиль із речовиною	221
6.4.1. Дисперсія світла	221
6.4.2. Поглинання світла.....	223
6.5. Поляризація світла	225
6.5.1. Природне і поляризоване світло	225
6.5.2. Закон Малюса	226
6.5.3. Поляризація на межі середовищ. Закон Брюстера..	227
6.5.4. Подвійне променезаломлення.....	228
6.5.5. Поляризаційні призми. Поляроїди	229
6.5.6. Штучна оптична анізотропія.....	230
6.5.7. Обертання площини поляризації.....	231
6.6. Квантова оптика	231
6.6.1. Теплове випромінювання і його характеристики ...	231
6.6.2. Закони Кіргофа, Стефана-Больцмана і зміщення Віна. Формула Релея-Джинса.....	233
6.6.3. Квантова гіпотеза Планка.....	235
6.7. Квантова оптика. Фотоефект. Тиск світла. Ефект Комптона	236
6.7.1. Фотоелектричний ефект і його види	236
6.7.2. Закони фотоефекту. Формула Ейнштейна.....	237

6.7.3. Енергія, маса та імпульс фотона.....	238
6.7.4. Тиск світла	239
6.7.5. Ефект Комптона	240
7 ФІЗИКА АТОМІВ І МОЛЕКУЛ.....	241
7.1. Теорія Бора для атома водню	241
7.1.1. Досліди Резерфорда. Планетарна модель атома	241
7.1.2. Лінійчастий спектр атома водню.....	243
7.1.3. Постулати Бора.....	244
7.1.4. Досліди Франка і Герца	245
7.1.5. Спектр атома водню за теорією Бора.....	246
7.2. Основні поняття квантової механіки	247
7.2.1. Корпускулярно-хвильовий дуалізм.....	247
7.2.2. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга	248
7.2.3. Хвильова функція і її статистичний зміст	249
7.3. Основи квантової механіки	251
7.3.1. Рівняння Шредінгера	251
7.3.2. Розв'язок стаціонарного рівняння Шредінгера.....	251
7.3.3. Атом водню у квантовій механіці	253
7.3.4. Квантові числа.....	255
7.3.5. Спін електрона.....	256
7.3.6. Принцип тождності. Принцип Паулі.....	257
7.3.7. Розподіл електронів в атомі по станах.....	258
7.3.8. Квантові статистики Бозе-Ейнштейна і Фермі-Дірака	259
7.4. Рентгенівські промені. Спектри молекул. Лазери	260
7.4.1. Рентгенівські промені та їх спектри.....	260
7.4.2. Енергетичні спектри молекул	262
7.4.3. Поглинання, спонтанне і вимушене випромінювання	264
7.4.4. Лазери.....	265
7.4.5. Комбінаційне розсіяння світла	266
7.5. Елементи фізики твердого тіла	267
7.5.1. Енергетичні зони в кристалах	267
7.5.2. Метали, діелектрики і напівпровідники	268

7.5.3. Власна провідність напівпровідників	270
7.5.4. Домішкова провідність напівпровідників	271
7.5.5. Фотопровідність напівпровідників.....	273
7.5.6. Люмінесценція твердих тіл	274
7.5.7. p-n Перехід. Діод. Транзистор	275
8 ЯДЕРНА ФІЗИКА.....	278
8.1. Будова ядра. Дефект маси. Енергія зв'язку.....	278
8.1.1. Розмір, склад і заряд ядра.....	278
8.1.2. Дефект маси і енергія зв'язку ядра.....	280
8.1.3. Властивості ядерних сил. Моделі ядра	281
8.2. Радіактивність.....	283
8.2.1. Радіоактивність. Закон радіоактивного розпаду	283
8.2.2. Правила зміщення	284
8.2.3. Альфа-розпад.....	285
8.2.4. Бета-розпад	286
8.2.5. Гамма-випромінювання.....	288
8.2.6. Дозиметричні величини.....	288
8.3. Ядерні реакції	289
8.3.1. Ядерні реакції.	289
8.3.2. Ланцюгова реакція поділу	290
8.3.3. Ядерний реактор.....	292
8.3.4. Реакція синтезу атомних ядер.....	293
8.3.5. Типи взаємодій. Елементарні частинки	294
Перелік використаних джерел	295
додатки.....	296