

**Івано-Франківський національний технічний
університет нафти і газу**

Л. Р. Смолівик, А. М. Краснодембський

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ

КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ

2011

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

**Івано-Франківський національний технічний
університет нафти і газу**

Кафедра вищої математики

Л. Р. Смолоник, А. М. Краснодембський

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ

КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Для студентів напрямку підготовки
6.030601 “Менеджмент”

*Рекомендовано методичною радою
університету*

Івано-Франківськ

2011

УДК 519.8

ББК 22.18

С- 51

Рецензент: зав. кафедри вищої математики ІФНТУНГ
доктор технічних наук, Мойсишин В. М.

Рекомендовано методичною радою університету
(протокол N від 2011 р.)
Смоловик Л. Р., Краснодембський А. М.
С- 51 Контрольні завдання. Дослідження операцій.
Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2011. - 41 с.

МВ 02070855-3566-2011

Контрольні завдання призначені для проведення контрольних робіт з основних розділів курсу «Дослідження операцій»: лінійне, нелінійне, динамічне і сіткове програмування.

Призначено для підготовки бакалаврів за напрямом 6.030601 “Менеджмент ” заочної та дистанційної форм навчання.

УДК 519.8

ББК 22.18

МВ 02070855-3566-2011 © Смоловик Л. Р.,
Краснодембський А. М., 2011
© ІФНТУНГ, 2011

УДК 519.8

ББК 22.18

С- 51

Рецензент: зав. кафедри вищої математики ІФНТУНГ
доктор технічних наук, Мойсишин В. М.

Рекомендовано методичною радою університету
(протокол N від 2011 р.)

Смоловик Л. Р., Краснодембський А. М.

С- 51 Контрольні завдання. Дослідження операцій.
Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2011. - 41с.

МВ 02070855-3566-2011

Контрольні завдання призначені для проведення
контрольних робіт з основних розділів курсу
«Дослідження операцій»: лінійне, нелінійне, динамічне і
сіткове програмування.

Призначено для підготовки бакалаврів за напрямом
6.030601 “Менеджмент” заочної та дистанційної форм
навчання.

УДК 519.8

ББК 22.18

МВ 02070855-3566-2011 © Смоловик Л. Р.,
Краснодембський А. М., 2011
© ІФНТУНГ, 2011

Завідувач кафедри
вищої математики

В. М. Мойсишин

Член експертно-рецензійної
комісії університету

П. Д. Романко

Нормоконтролер

Г. Я. Онуфрик

Інженер I категорії

Л. З. Костюк

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1. Теоретичні питання.....	5
2. Задача 1.....	8
3. Задача 2.....	9
4. Задача 3.....	11
5. Задача 4.....	13
6. Задача 5.....	15
7. Задача 6.....	17
8. Задача 7.....	19
9. Задача 8.....	21
10. Задача 9.....	23
11. Задача 10.....	25
12. Задача 11.....	27
13. Задача 12.....	29
14. Задача 13.....	31
15. Задача 14.....	34
Перелік рекомендованих джерел.....	41

ВСТУП

Основна мета процесу дослідження операцій полягає в знаходженні оптимального способу дії при розв'язанні тієї чи іншої задачі організаційного керування в умовах, при яких мають місце обмеження відносно техніко-економічних характеристик і дефіциту ресурсної бази. Використання терміну дослідження операцій завжди зумовлює застосування математичних методів для моделювання процесів економічних систем і аналізу їх функціональних характеристик. Тому математичні методи й моделі займають у дослідженнях операцій центральне місце. В дослідженні операцій головна роль належить математичному моделюванню. Для побудови математичної моделі необхідно мати строге уявлення відносно мети функціонування досліджуваної системи і володіти інформацією про обмеження, що визначають область допустимих значень керованих змінних. Мета та обмеження повинні бути представлені у вигляді функцій від керованих змінних. Проведений економіко-математичний розрахунок має привести до визначення оптимальної стратегії впливу на об'єкт керування за умови виконання множини прийнятих обмежень.

Модель, будучи у подальшому прообразом реальної системи, представляє собою найбільш суттєві для опису системи співвідношення у вигляді цільової функції та сукупності обмежень. При розв'язанні конкретних прикладних задач керування використання методів дослідження операцій припускає:

- побудову економіко-математичних моделей для задач прийняття рішень у складних ситуаціях або в умовах ризику та невизначеності;
- вивчення взаємозв'язків і залежностей, які в майбутньому послужать основою прийняття вигідних рішень і вироблення критеріїв ефективності, які дають можливість оцінити перевагу того чи іншого сценарію розвитку.

Можна сказати, що дослідження операцій – математична теорія використання кількісних методів аналізу в процесі прийняття рішень у різних галузях цілеспрямованої діяльності. Основним методом теорії дослідження операцій є метод математичного моделювання в тісному поєднанні з використанням програмних продуктів і засобів комп'ютерної техніки.

При побудові економіко-математичної моделі слід вміло володіти наступними поняттями: критерій оптимальності, цільова функція, система обмежень, рівняння зв'язку, розв'язок моделі. Критерієм оптимальності називається деякий показник, який має економічний зміст та служить способом формалізації конкретної мети керування і виражається за допомогою

цільової функції через фактори моделі. Критерій оптимальності визначає розуміння змісту цільової функції. У деяких випадках в якості критерію оптимальності може виступати одна із вихідних характеристик об'єкта моделювання. Цільова функція математично зв'язує між собою фактори моделі, і її значення визначається значеннями цих величин. Змістовне тлумачення цільовій функції надає тільки критерій оптимальності. Система обмежень визначає границі, існування області дійсних та допустимих розв'язків і характеризує основні зовнішні та внутрішні властивості об'єкта. Обмеження визначають область відбуття процесу, границі зміни параметрів та характеристик об'єкта. Рівняння зв'язку являються математичною формалізацією системи обмежень. Розв'язком математичної моделі називається такий набір (сукупність) значень змінних, які задовольняють її рівняння зв'язку.

Таким чином, дослідження операцій – наукова дисципліна, яка займається розробкою та практичним використанням методів найбільш вигідного керування різними організаційними системами.

ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ

1. Суть методу Жордана-Гаусса.
2. Які є види моделей економічних задач?
3. Загальна математична модель задач лінійного програмування.
4. Які є форми задач лінійного програмування?
5. Як здійснити перехід до канонічної форми задачі лінійного програмування?
6. Поняття опуклих множин.
7. Поясніть геометричну інтерпретацію задачі лінійного програмування.
8. Що називається областю допустимих планів і який план є опорним?
9. Сформулюйте основні аналітичні властивості розв'язків задачі лінійного програмування.
10. Суть алгоритму графічного методу розв'язання задач лінійного програмування.
11. Суть алгоритму симплексного методу розв'язання задач лінійного програмування.
12. Сформулюйте умови оптимальності розв'язку задачі симплексним методом.
13. Суть методу штучного базису.
14. Дайте економічну інтерпретацію пари двоїстих задач.
15. Сформулюйте правила побудови двоїстої задачі до заданої прямої.
16. Сформулюйте основні теореми двоїстості та дайте їх економічне тлумачення.
17. Як за розв'язком прямої задачі знайти розв'язок двоїстої?
18. Запишіть усі можливі види прямих і двоїстих задач.
19. Суть двоїстого симплекс-методу.
20. Яка задача лінійного програмування називається цілочисловою?
21. Опишіть алгоритм методу Гоморі.
22. Опишіть економічну і математичну постановку класичної транспортної задачі і вкажіть її відмінність від загальної задачі лінійного програмування.
23. Вкажіть необхідні і достатні умови існування розв'язку транспортної задачі.
24. Як перетворити відкриту транспортну задачу на закриту?
25. Які ви знаєте методи побудови початкового опорного плану?
26. Що означає вироджений опорний план і як його позбутися?
27. Суть методу потенціалів.
28. Назвіть умови оптимальності транспортної задачі.
29. Що називається конфліктною ситуацією?
30. Що таке гра?
31. Що таке хід гри?

32. Дайте визначення платіжної матриці.
33. Сформулюйте принцип мінімаксу.
34. Поняття парної гри з нульовою сумою.
35. Які властивості мають оптимальні стратегії гравців?
36. Сформулюйте основну теорему теорії ігор.
37. Як здійснюються зведення гри до задачі лінійного програмування?
38. Як записуються у загальному вигляді задачі нелінійного програмування?
39. Суть методу множників Лагранжа.
40. Яка задача математичного програмування називається дробово-лінійною?
41. Як можна розв'язувати задачу дробово-лінійного програмування, коли вона має тільки дві змінні, три і більше невідомих?
42. Яка функція називається опуклою?
43. Поняття функції Лагранжа.
44. Сформулюйте необхідні та достатні умови існування сідлових точки для деякої диференційованої функції.
45. Теорема Куна-Таккера.
46. Сформулюйте задачу квадратичного програмування.
47. Сформулюйте задачу динамічного програмування.
48. Сформулюйте принцип оптимальності Р. Белмана.
49. Наведіть приклади економічних задач, що належать до класу задач динамічного програмування.
50. Дайте означення сіткового графа і основних його елементів.
51. Сформулюйте правила побудови сіткового графа.
52. Опишіть алгоритм пошуку найкоротшого шляху мережі.
53. Сформулюйте правила обчислення часових характеристик сіткового графа.

Задача1. Розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь методом Жордана-Гаусса

$$1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 16 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \\ -2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -13 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 11 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -14 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 5 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 13 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 5 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -20 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 11 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 11 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -5 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 19 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 5 \\ 6x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 47 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 15 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 7 \\ -x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = -19 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 10 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 12 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = -1 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 13 \\ -3x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 26 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 13 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 17 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 11 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 - 4x_5 = -12 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 21 \\ -3x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 6x_5 = -13 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 9 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 16 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 19 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ -x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 29 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 22 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 13 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 17 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 11 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 13 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 17 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 11 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 4 \\ x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 3x_4 - x_5 = 61 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 21 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 47 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 + x_5 = 27 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} -x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = -2 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 14 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 - x_5 = 7 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = 13 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - x_5 = 6 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 8 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} -x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 + x_5 = 37 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 - 4x_5 = 17 \\ -x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = -4 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} -3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 5x_5 = -14 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 21 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 3 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} -2x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 + 2x_5 = -10 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 8 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 14 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 21 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = -4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + 4x_5 = 9 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 + 3x_5 = 0 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 8 \end{cases}$$

Задача 2. Графічним методом визначити оптимальний план задачі лінійного програмування

$$1. \begin{cases} f = x_1 + 2x_2 \rightarrow \min(\max); \\ x_2 \geq 1 \\ x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} f = 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \min(\max); \\ 3x_1 + 4x_2 \geq -12 \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} f = x_1 - 2x_2 \rightarrow \min; \\ x_1 - 2x_2 \geq 0 \\ 2x_1 + 2x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \min(\max); \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_2 \geq 2 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} f = 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \min(\max); \\ x_1 - x_2 \leq 2 \\ -2x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} f = x_1 + 2x_2 \rightarrow \min(\max); \\ -x_1 + 3x_2 \leq 10 \\ x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min(\max); \\ -x_1 + 4x_2 \leq 20 \\ x_1 \geq 5 \\ x_2 \geq 5 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} f = x_1 - 3x_2 \rightarrow \min(\max); \\ -x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} f = x_1 + 2x_2 \rightarrow \min(\max); \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 = 5 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} f = x_1 + x_2 \rightarrow \min(\max); \\ x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - 2x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$11. \quad f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \min(\max);$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$12. \quad f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \min(\max);$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1 \geq 2 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$13. \quad f = -x_1 - 2x_2 \rightarrow \min(\max);$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$14. \quad f = -3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 \leq 0 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$15. \quad f = -x_1 + x_2 \rightarrow \min(\max);$$

$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \geq -8 \\ x_1 - 2x_2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$16. \quad f = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} 0 \leq x_1 \leq 6 \\ 0 \leq x_2 \leq 5 \end{cases}$$

$$17. \quad f = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 \leq 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$18. \quad f = -3x_1 - 2x_2 \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$19. \quad f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$20. \quad f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min(\max);$$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 \geq 10 \\ 4x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$21. \quad f = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min(\max);$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 0 \\ x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$22. \quad f = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 \leq 24 \\ x_1 + x_2 \geq -4 \\ -3 \leq x_1 \leq 2 \end{cases}$$

$$23. \quad f = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} 0 \leq x_1 \leq 6 \\ 0 \leq x_2 \leq 5 \end{cases}$$

$$24. \quad f = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ 2x_1 - x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$25. \quad f = -x_1 - 2x_2 \rightarrow \min ;$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq -1 \\ x_1 - x_2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Задача 3. Розв'язати задачу лінійного програмування симплексним методом

$$1. \quad z = 5x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - x_3 \geq -3 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$2. \quad z = x_1 - 3x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_2 + 4x_3 \leq 7 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$3. \quad z = -x_1 - x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 8 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$4. \quad z = -x_1 - 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$5. \quad z = x_1 + 3x_2 + 9x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 \geq -2 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$6. \quad z = x_1 + 3x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -x_2 - 2x_3 \geq -6 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$7. \quad z = x_1 + 3x_2 + 9x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 \geq -2 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$8. \quad z = 3x_1 - 2x_2 - x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$9. \quad z = 2x_1 - x_2 - 3x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -2 \\ -x_1 + 6x_2 \leq -4 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$10. \quad z = -3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_2 + x_3 \leq 4 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 \geq -8 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,4 \end{cases}$$

$$11. \quad z = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ -2x_1 + 2x_3 \geq -4 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$12. \quad z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_3 \leq 2 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$13. \quad z = 2x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 4$$

$$\begin{cases} -x_2 - x_3 \geq -2 \\ x_1 + x_3 \leq 2 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 3$$

$$20. \quad z = 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 3$$

$$14. \quad z = -2x_1 - 3x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 40 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 3$$

$$21. \quad z = x_1 + 5x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 3$$

$$15. \quad z = x_1 - 5x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_3 = 4 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 3$$

$$22. \quad z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 4$$

$$16. \quad z = 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 8 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 3$$

$$23. \quad z = 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 3$$

$$17. \quad z = 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 8 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 3$$

$$18. \quad z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 10 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 3$$

$$24. \quad z = -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 3$$

$$19. \quad z = 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 3x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 6 \end{cases}$$

$$25. \quad z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2$$

Задача 4. Розв'язати задачу методом штучного базису

$$1. \quad f = x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 10x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 14x_2 + 10x_3 - 10x_4 = 11; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\} \end{cases}$$

2. $f = -2x_1 - 3x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 11, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 13; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

3. $f = 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\} \end{cases}$$

4. $f = -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 1; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\} \end{cases}$$

5. $f = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 \leq 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 7; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

6. $f = 3x_1 + x_2 - 2x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

7. $f = x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 11; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

8. $f = 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 5; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\} \end{cases}$$

9. $f = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 8; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

10. $f = 3x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 \geq 10, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 3; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

11. $f = x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 = 2; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\} \end{cases}$$

12. $f = 12x_1 + 27x_2 + 6x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 6, \\ 6x_1 + 9x_2 + 2x_3 \geq 22; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

13. $f = 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 + x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 10, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 24; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\} \end{cases}$$

14. $f = 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 6; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\} \end{cases}$$

15. $f = 2x_1 + 4x_2 + 20x_3 - 5x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8; \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 8; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\} \end{cases}$$

16. $f = 8x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 5x_4 - 6x_5 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_5 = 20; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 5\} \end{cases}$$

17. $f = -x_1 + 2x_2 + x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 5; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\} \end{cases}$$

18. $f = -2x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 \leq 5, \\ 2x_1 + 2x_2 \geq 3; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

19. $f = -x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_4 = 1, \\ -x_1 + 5x_2 + x_5 = 10; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 5\} \end{cases}$$

20. $f = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -2x_1 + 4x_3 \geq 3, \\ 5x_1 + 3x_2 \geq 14; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2\} \end{cases}$$

21. $f = -x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 1; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

22. $f = -2x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - x_5 = 2; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 5\} \end{cases}$$

23. $f = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

24. $f = 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 11, \\ 3x_1 - x_2 + 6x_3 = 23; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

25. $f = 8x_1 - 6x_2 - 5x_3 + 2x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 4x_1 - 6x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 20; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\} \end{cases}$$

Задача 5. Записати двоїсту задачу до поставленої задачі лінійного програмування. Розв'язати одну із задач симплекс-методом і визначити оптимальний план іншої задачі

$$1. \quad z = -30x_1 + 10x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 3 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$2. \quad z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_3 \geq 15 \\ x_1 + 4x_2 \leq 40 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$3. \quad z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ 2x_1 + x_2 \geq 10 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$4. \quad z = 5x_1 + 12x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 8 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$5. \quad z = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$6. \quad z = 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 1 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$7. \quad z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 6 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,2 \end{cases}$$

$$8. \quad z = 4x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 5 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$9. \quad z = -3x_1 - 4x_2 - 5x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 6 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$10. \quad z = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 20 \\ 3x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$11. \quad z = -x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$12. \quad z = 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 \leq 1 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 9 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$13. \quad z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 4 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

$$14. \quad z = 10x_1 + 40x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 20 \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 25 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ -x_1 + 2x_2 \leq -2 \\ -x_1 - 2x_2 \leq -2 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,2$$

15. $z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq -4 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

16. $z = x_1 + 5x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 = 4 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,3$$

17. $z = 9x_1 + 8x_2 + 10x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 6 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,3$$

18. $z = 8x_1 + 8x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 \geq 3 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,3$$

19. $z = 14x_1 + 15x_2 - 24x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ -2x_1 - 3x_2 + 6x_3 \leq -3 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,3$$

20. $z = x_1 - x_2 \rightarrow \max$

21. $z = x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 20 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,3$$

22. $z = 2x_1 + x_2 + 3x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,3$$

23. $z = -x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq -2 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,3$$

24. $z = -x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,3$$

25. $z = x_1 + 8x_2 + 10x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -1 \\ x_j \geq 0, \quad j=1,3 \end{cases}$$

Задача 6. Розв'язати задачу лінійного програмування за умови, що змінні x_1, x_2, x_3 – невід'ємні цілі числа

1. $f = -x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + x_3 \leq 6, \\ 2x_1 + 2x_3 \leq 11; \end{cases}$$

2. $f = 2x_1 - 3x_2 - x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_3 \leq 11, \\ 4x_1 + 6x_2 \leq 13; \end{cases}$$

3. $f = 3x_1 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 7; \end{cases}$$

4. $f = -4x_1 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 \geq -6, \\ 3x_2 + 2x_3 \leq 10; \end{cases}$$

5. $f = 4x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_3 \leq 7, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 \geq -6; \end{cases}$$

6. $f = -x_1 + 2x_2 - 4x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 \leq 6, \\ 3x_1 + 3x_2 \leq 13; \end{cases}$$

7. $f = x_1 + 4x_2 - x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 \geq -5, \\ 3x_1 + 4x_3 \leq 10; \end{cases}$$

8. $f = -3x_1 + 4x_2 - x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 \leq 11, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 \leq 6; \end{cases}$$

9. $f = 2x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 \geq -6, \\ 3x_2 + 4x_3 \leq 13; \end{cases}$$

10. $f = 3x_1 - 4x_2 - x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 14, \\ 2x_1 + 3x_3 \leq 14; \end{cases}$$

11. $f = 3x_1 + x_2 - 3x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 4x_3 \geq -8, \\ 6x_1 + 3x_3 \leq 13; \end{cases}$$

12. $f = 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 \leq 11, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 7; \end{cases}$$

$$13. \quad f = -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 13, \\ 4x_1 + 3x_3 \leq 11; \end{cases}$$

$$20. \quad f = -3x_1 - 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 \leq 11, \\ 6x_1 + 4x_3 \leq 13; \end{cases}$$

$$14. \quad f = 3x_1 - 2x_2 - x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_3 \leq 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 6; \end{cases}$$

$$21. \quad f = 2x_1 - 3x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 \leq 11, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 7; \end{cases}$$

$$15. \quad f = 4x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_2 + 3x_3 \leq 13, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 3; \end{cases}$$

$$22. \quad f = -4x_1 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_2 + 3x_3 \leq 13, \\ 3x_1 - x_2 - 4x_3 \geq -6; \end{cases}$$

$$16. \quad f = -x_1 - 3x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_2 + 4x_3 \leq 11, \\ 2x_1 + 2x_3 \leq 11; \end{cases}$$

$$17. \quad f = -2x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 5, \\ 2x_1 + 3x_3 \leq 14; \end{cases}$$

$$23. \quad f = 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 \geq -7, \\ 6x_1 + x_3 \leq 11; \end{cases}$$

$$18. \quad f = -2x_1 - 4x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_3 \leq 10, \\ 6x_2 + 3x_3 \leq 13; \end{cases}$$

$$24. \quad f = -3x_1 + x_2 - 2x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_2 + 6x_3 \leq 11, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 14; \end{cases}$$

$$19. \quad f = -3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 7, \\ 2x_1 + 3x_3 \leq 14; \end{cases}$$

$$25. \quad f = x_1 - 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \leq 13, \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 7; \end{cases}$$

Задача 7. Знайти оптимальний план транспортної задачі

1.

$a_j \setminus b_j$	200	150	300	210	240
180	7	4	9	1	5
350	2	2	5	8	4
260	6	3	1	5	2
190	1	8	9	3	9
120	4	6	3	2	7

2.

$a_j \setminus b_j$	170	250	290	190	150
120	6	3	8	2	4
200	1	3	4	7	3
190	5	2	2	4	1
310	2	7	5	2	8
230	3	5	2	3	6

3.

$a_j \setminus b_j$	290	270	180	200	200
360	5	2	7	3	3
190	2	4	3	6	2
200	4	1	3	3	2
170	3	6	4	1	7
220	2	4	1	4	5

4.

$a_j \setminus b_j$	200	150	300	210	240
230	4	1	6	4	2
240	3	5	2	5	1
190	3	2	4	2	3
170	4	5	3	2	6
220	1	3	2	5	4

5.

$a_j \setminus b_j$	120	240	190	170	160
200	3	2	5	5	1
140	4	6	1	4	2
160	2	3	5	1	4
250	5	4	2	3	5
130	3	2	4	2	4

6.

$a_j \setminus b_j$	200	270	240	190	300
260	2	3	4	6	2
180	5	7	2	3	3

320	1	4	6	2	5
250	6	3	1	4	4
190	2	6	3	1	3

7.

$a_j \setminus b_j$	220	190	280	170	240
210	1	4	3	7	3
320	6	8	3	2	4
220	2	5	7	3	6
160	7	2	2	5	3
190	4	2	5	8	1

8.

$a_j \setminus b_j$	180	270	28\10	230	160
260	2	5	2	8	4
170	7	9	4	1	5
180	3	6	8	4	7
210	8	1	3	6	2
230	5	3	6	9	2

9.

$a_j \setminus b_j$	260	230	280	190	180
340	3	6	1	9	5
210	8	10	5	2	6
210	4	7	9	5	8
180	9	2	4	7	1
200	6	4	7	10	3

10.

$a_j \setminus b_j$	200	240	160	290	160
210	4	7	2	10	6
190	9	11	6	3	7
220	5	8	10	6	9
210	10	3	5	8	2
220	7	5	8	11	4

11.

$a_j \setminus b_j$	180	210	300	220	170	240
210	4	1	7	4	3	6
340	9	5	2	6	1	4
520	6	2	4	1	8	3
250	3	7	9	2	5	2

12.

$a_j \backslash b_j$	300	280	210	190	240	180
300	3	2	6	3	2	5
480	8	4	3	5	2	3
260	5	1	3	2	7	2
360	2	6	8	1	4	3

13.

$a_j \backslash b_j$	190	140	250	230	200	220
310	2	3	5	2	1	4
220	7	3	4	4	3	2
230	4	2	2	3	6	1
470	1	5	7	2	3	4

14.

$a_j \backslash b_j$	290	190	280	170	250	200
320	1	4	4	1	2	3
400	6	2	5	3	4	1
250	3	3	1	4	5	2
410	2	4	6	3	2	5

15.

$a_j \backslash b_j$	230	240	180	200	170	210
290	2	3	1	8	7	4
420	4	1	5	4	3	2
240	2	7	1	5	3	3
280	3	2	9	4	3	6

16.

$a_j \backslash b_j$	250	210	260	220	300	160
340						
390	7	6	8	3	2	4
260	5	5	2	4	7	2
410	4	7	3	5	4	6

17.

$a_j \backslash b_j$	200	160	300	160	180	230
300	4	2	1	5	3	2
410	3	6	4	1	2	4
290	5	3	5	4	3	3
230	4	4	3	2	1	5

18.

$a_j \backslash b_j$	180	280	270	210	270	190
400	3	1	2	5	4	2
280	4	2	3	1	3	2
330	3	4	4	2	2	4

390	5	1	5	4	2	3
-----	---	---	---	---	---	---

19.

$a_j \backslash b_j$	230	160	190	200	210	240
450	8	6	4	5	6	4
230	5	7	3	4	6	5
240	4	4	8	7	5	3
310	6	5	9	3	4	5

20.

$a_j \backslash b_j$	200	250	180	200	300	250
240	7	5	5	4	6	6
420	4	6	4	7	3	2
390	5	3	7	5	5	6
330	3	4	5	6	2	3

21.

$a_j \backslash b_j$	380	330	260	430
240	2	5	6	4
270	3	1	4	2
190	6	4	3	1
320	5	3	2	5
150	2	6	1	4
230	3	5	4	2

22.

$a_j \backslash b_j$	290	420	470	390
240	8	3	4	1

290	2	6	6	3
210	5	7	2	4
360	1	3	4	8
210	6	5	4	4
260	3	2	3	6

23.

$a_j \setminus b_j$	210	330	290	500
240	4	1	6	3
210	3	3	2	7
170	7	4	2	3
320	5	1	3	4
170	4	2	2	6
220	3	3	4	2

24.

$a_j \setminus b_j$	420	370	530	290
200	9	4	3	6
280	5	3	8	4
200	6	6	2	3
330	4	2	3	5
250	6	8	4	7
350	2	4	5	5

25.

$a_j \setminus b_j$	370	400	250	350
270	3	6	5	7
190	3	2	6	5
230	1	4	1	7
180	4	5	3	1
190	4	4	5	2
310	2	5	3	4

Задача 8. Знайти розв'язок матричної гри

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 7 & 5 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 1 & 6 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 0 & 7 \\ 2 & 3 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 4 \\ 2 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} 2 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} 0 & 7 & 0 & 1 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 & 2 \\ -1 & 6 & -4 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} 2 & 7 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{pmatrix} 7 & 2 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 8 & -2 \\ 0 & 7 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$19. \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 6 \\ 8 & 6 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$20. \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$21. \begin{pmatrix} 3 & 3 & 7 & 3 & 3 \\ 6 & 4 & 5 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$22. \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$23. \begin{pmatrix} 4 & 9 & 5 \\ 8 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$24. \begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 5 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

$$25. \begin{vmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & -1 \end{vmatrix}$$

Задача 9. Графічним методом знайти глобальні екстремуми нелінійної функції в області, визначеній нерівностями (в усіх варіантах вважати $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$)

$$1. f = (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 7)^2$$

$$6. f = 3(x_1 - 10)^2 + 6(x_2 - 11)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 9,5, \\ x_1 + 3x_2 \geq 4; \end{cases}$$

$$2. f = (x_1 - 9)^2 + (x_2 - 8)^2$$

$$7. f = 3(x_1 - 9)^2 + 5(x_2 - 14)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 7, \\ 2x_1 + x_2 \leq 11; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 5, \\ x_1 + x_2 \leq 8,5; \end{cases}$$

$$3. f = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 5)^2$$

$$8. f = 2(x_1 - 7)^2 + 3(x_2 - 12)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 7,5; \end{cases}$$

$$4. f = (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 6)^2$$

$$9. f = (x_1 - 7)^2 + 6(x_2 - 9)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 1, \\ x_1 + x_2 \leq 6,5; \end{cases}$$

$$5. f = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 9)^2$$

$$10. f = 3(x_1 - 8)^2 + 7(x_2 - 10)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 8, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 27; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \geq 3, \\ x_1 + x_2 \leq 5,5; \end{cases}$$

$$11. f = (x_1 - 10)^2 + (x_2 - 12)^2$$

$$18. f = 4(x_1 - 7)^2 + 7(x_2 - 10)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 11, \\ 7x_1 + 3x_2 \leq 49; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 7,5, \\ 0,5x_1 + 2x_2 \geq 1; \end{cases}$$

$$12. \quad f = (x_1 - 9)^2 + (x_2 - 10)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 12, \\ 2x_1 + x_2 \leq 16; \end{cases}$$

$$19. \quad f = 2(x_1 - 11)^2 + 5(x_2 - 13)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 3, \\ x_1 + x_2 \leq 11; \end{cases}$$

$$13. \quad f = 4(x_1 - 8)^2 + 6(x_2 - 12)^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 10; \end{cases}$$

$$20. \quad f = (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 9)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8; \end{cases}$$

$$14. \quad f = 4(x_1 - 6)^2 + 5(x_2 - 10)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 0,5x_2 \geq 1, \\ x_1 + x_2 \leq 8; \end{cases}$$

$$21. \quad f = (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 14)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 8, \\ 2x_1 + x_2 \leq 12; \end{cases}$$

$$15. \quad f = 3(x_1 - 10)^2 + 6(x_2 - 11)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 16; \end{cases}$$

$$22. \quad f = (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 10)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 9, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 35; \end{cases}$$

$$16. \quad f = 3(x_1 - 7)^2 + 3(x_2 - 6)^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8; \end{cases}$$

$$23. \quad f = 5(x_1 - 9)^2 + 7(x_2 - 11)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 36; \end{cases}$$

$$17. \quad f = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 8)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 15; \end{cases}$$

$$24. \quad f = (x_1 - 9)^2 + (x_2 - 12)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 9, \\ 2x_1 + x_2 \leq 14; \end{cases}$$

$$25. \quad f = 3(x_1 - 8)^2 + 5(x_2 - 9)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 + x_2 \geq 1; \end{cases}$$

Задача 10. Розв'язати задачу дробово-лінійного програмування

$$1. \quad f = \frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 9x_2 \geq 19, \\ -3x_1 + 10x_2 \leq 54; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

$$2. \quad f = \frac{x_1 - 4x_2}{x_1 + 5x_2} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 13; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

$$3. \quad f = \frac{x_1 + 4x_2}{3x_1 - x_2 + 4} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 27, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 + 2x_2 \geq 6; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

$$4. \quad f = \frac{x_1 - 4x_2 + 0}{x_1 + x_2 + 3} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_2 \leq 10, \\ x_1 - x_2 \leq 8; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

$$5. \quad f = \frac{x_1 + 4x_2}{3x_1 + 2x_2} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 8x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 1; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

$$6. \quad f = \frac{x_1 + 3x_2 + 0}{x_1 + x_2 + 2} \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ x_1 \geq 2; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

$$7. \quad f = \frac{x_1 - x_2 + 7}{x_1 + 2x_2 + 3} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 + x_2 \leq 7; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

$$8. \quad f = \frac{x_1 - x_2 + 1}{2x_1 + x_2 + 4} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 - 4x_2 \leq -8; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

$$9. \quad f = \frac{4x_1 - x_2}{x_1 + 2} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 1, \\ x_1 - x_2 \leq 1; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

$$10. \quad f = \frac{7x_1 + 4x_2}{x_1 + x_2 + 1} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 9, \\ 3x_1 - x_2 \leq 15; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

$$11. \quad f = \frac{x_1 - 4x_2 + 0}{x_1 + x_2 + 3} \rightarrow \min$$

$$12. \quad \begin{cases} x_2 \leq 6, \\ x_1 - x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$f = \frac{x_1 + x_2}{2x_1 + x_2 + 2} \rightarrow \max$$

$$13. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 - x_2 \leq 5; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$f = \frac{x_1 - x_2}{3x_1 + x_2 + 2} \rightarrow \min$$

$$14. \quad \begin{cases} -x_1 + 4x_2 \leq 5, \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 17; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$f = \frac{-x_1 + 3x_2}{x_1 + x_2 + 2} \rightarrow \max$$

$$15. \quad \begin{cases} x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 2, \\ 0 \leq x_1 \leq 10; \end{cases}$$

$$f = \frac{x_1 - x_2}{3x_1 + 2x_2 + 4} \rightarrow \min$$

$$16. \quad \begin{cases} -2x_1 + 5x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$f = \frac{x_1 - x_2}{3x_1 + x_2 + 1} \rightarrow \max$$

$$17. \quad \begin{cases} -x_1 + 4x_2 \geq 4; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$f = \frac{x_1 + x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max$$

$$18. \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 8, \\ -x_1 + 3x_2 + x_5 = 9; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 5\}. \end{cases}$$

$$f = \frac{x_1 - x_2 + x_3}{2x_1 + x_2 + 1} \rightarrow \max$$

$$19. \quad \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 = 4; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\}. \end{cases}$$

$$f = \frac{x_1 - x_2}{3x_1 + x_2} \rightarrow \max$$

$$20. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 6; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\}. \end{cases}$$

$$f = \frac{x_1 - x_2}{x_1 + 2x_2 + 1} \rightarrow \max$$

$$21. \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_4 = 6; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\}. \end{cases}$$

$$f = \frac{x_1 - x_2}{x_2 + 3} \rightarrow \max$$

$$22. \quad \begin{cases} x_1 - 4x_2 \leq 2, \\ x_1 - x_2 \leq 5; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$f = \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} \rightarrow \max$$

$$23. \quad \begin{cases} x_1 - 4x_2 \leq 2, \\ x_1 - x_2 \leq 5; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

23. $f = \frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$
- $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_4 = 7, \\ 3x_1 - x_2 + x_5 = 11; \end{cases}$ $x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 5\}$
24. $f = \frac{-4x_1 + x_2}{x_1 + 2x_2 + 1} \rightarrow \min$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_4 = 6; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 4\} \end{cases}$
25. $f = \frac{4x_1 - x_2 + x_3}{3x_2 + x_3} \rightarrow \max$

Задача 11. Дослідити на умовний екстремум функцію при даних обмеженнях

1. $F = \frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} + 2x_3^2 + 6x_3x_4 - 3x_4^2 - 2, \quad \frac{2}{x_1^2} + \frac{8}{x_2^2} = 1, \quad 2x_3 - x_4 = 6;$
2. $F = \ln x_1x_2 + x_3 + 2x_4 + 2, \quad x_1^3 + 2x_1x_2 + 8x_2^3 = 0, \quad x_3^2 + 2x_4^2 = 3;$
3. $F = \frac{2}{x_1} + \frac{1}{x_2} - 2x_3^2 + 3x_3x_4 + 3x_4^2 + 1, \quad \frac{8}{x_1^2} + \frac{2}{x_2^2} = 1, \quad x_3 - 2x_4 = 4;$
4. $F = \ln x_1x_3 - 6x_2 + 3x_4 - 1, \quad 8x_1^3 - 4x_1x_3 + x_3^3 = 0, \quad 2x_2^2 + x_4^2 = 3;$
5. $F = 3x_1^2 + \frac{1}{x_2} + 6x_1x_3 + 2x_3^2 + \frac{2}{x_4} - 1, \quad 2x_1 + x_3 = 3, \quad \frac{2}{x_2^2} + \frac{8}{x_4^2} = 4;$
6. $F = \ln x_2x_3 + 2x_1 + x_4 + 1, \quad 8x_2^3 + 8x_2x_3 + x_3^3 = 0, \quad 2x_1^2 + x_4^2 = 27;$
7. $F = 2x_1^2 + 6x_1x_2 - 3x_2^2 + \frac{2}{x_3} + \frac{1}{x_4} - 3, \quad 2x_1 - x_2 = 6, \quad \frac{8}{x_3^2} + \frac{2}{x_4^2} = 1;$
8. $F = \ln x_1x_4 - x_2 - 2x_3 - 2, \quad x_1^3 - 4x_1x_4 + 8x_4^3 = 0, \quad x_2^2 + 2x_3^2 = 48;$
9. $F = -2x_1^2 + \frac{1}{x_2} + \frac{2}{x_3} + 3x_1x_4 + 3x_4^2 + 2, \quad x_1 - 2x_4 = 4, \quad \frac{2}{x_2^2} + \frac{8}{x_3^2} = 1;$
10. $F = \ln x_3x_4 - 2x_1 - x_2 + 3, \quad 27x_3^3 + 18x_3x_4 + x_4^3 = 0, \quad 2x_1^2 + x_2^2 = 12;$
11. $F = -\frac{2}{x_1} + x_2^2 + 3x_2x_3 - 3x_2^3 + \frac{3}{x_4} - 5, \quad -\frac{4}{x_1^2} + \frac{3}{x_4^2} = 2, \quad -2x_2 + 3x_3 = 6;$
12. $F = \ln x_1x_2 - 3x_3 + 6x_4 - 3, \quad 27x_1^3 - 54x_1x_2 + x_2^3 = 0, \quad x_3^2 - 2x_4^2 = 12;$
13. $F = -3x_1^2 + \frac{2}{x_2} + \frac{1}{x_3} - 4x_1x_4 + x_4^2 + 4, \quad 3x_1 - x_4 = -4, \quad \frac{3}{x_2^2} - \frac{3}{x_3^2} = 1;$

$$14. \quad F = \ln x_2 x_4 + 6x_1 - 3x_3 - 4, \quad 8x_2^3 + 16x_2 x_4 + x_4^3 = 0, \quad 2x_1^2 + x_3^2 = 12;$$

$$15. \quad F = 3x_1^2 + 5x_1 x_2 + x_2^2 + \frac{2}{x_3} - \frac{2}{x_4} + 3, \quad 3x_1 + 2x_2 = 5, \quad \frac{1}{x_1^2} + \frac{4}{x_2^2} = \frac{1}{20};$$

$$16. \quad F = \ln x_1 x_3 - 6x_2 - 3x_4 + 2, \quad 8x_1^3 - 16x_1 x_3 + x_3^3 = 0, \quad 2x_2^2 + x_4^2 = 3;$$

$$17. \quad F = -\frac{2}{x_1} + 2x_2^2 + 6x_2 x_4 + \frac{3}{x_3} - 3x_4^2 - 2, \quad -\frac{4}{x_1^2} + \frac{3}{x_3^2} = 8, \quad 2x_2 - x_4 = 3;$$

$$18. \quad F = \ln x_1 x_4 - 6x_2 + 3x_3 - 1, \quad 8x_1^3 + 16x_1 x_4 + x_4^3 = 0, \quad 2x_2^2 + x_3^2 = 3;$$

$$19. \quad F = \frac{3}{x_1} - 2x_2^2 + 3x_2 x_3 + 2x_3^2 - \frac{2}{x_4} + 1, \quad -\frac{9}{x_1^2} + \frac{1}{x_4^2} = 3, \quad x_2 - 2x_3 = -4;$$

$$20. \quad F = \ln x_2 x_3 + x_1 + 3x_4 - 4, \quad 8x_2^3 - 8x_2 x_3 + x_3^3 = 0, \quad x_1^2 + 3x_4^2 = 16;$$

$$21. \quad F = 3x_1^2 + 6x_1 x_3 + \frac{2}{x_2} + 2x_3^2 - \frac{1}{x_4} + 4, \quad 2x_1 + x_3 = 3, \quad \frac{8}{x_2^2} + \frac{2}{x_4^2} = 1;$$

$$22. \quad F = \ln x_2 x_4 - x_1 - 3x_3 + 5, \quad 8x_2^3 + 8x_2 x_4 + x_4^3 = 0, \quad x_1^2 + 3x_3^2 = 16;$$

$$23. \quad F = x_1^2 + 3x_1 x_4 + \frac{1}{x_2} + \frac{2}{x_3} - 3x_4^2 - 2, \quad -2x_1 + 3x_4 = 1, \quad \frac{1}{x_2^2} + \frac{4}{x_3^2} = 2;$$

$$24. \quad F = \ln x_3 x_4 + 4x_1 - x_2 - 3, \quad 8x_3^3 - 4x_3 x_4 + x_4^3 = 0, \quad 4x_1^2 + x_2^2 = 5;$$

$$25. \quad F = -3x_1^2 - 4x_1 x_2 + x_2^2 + \frac{3}{x_3} - \frac{1}{x_4} + 3, \quad 3x_1 - x_2 = 2, \quad \frac{1}{x_3^2} - \frac{1}{x_4^2} = 4.$$

Задача 12. Розв'язати задачу квадратичного програмування, використовуючи симплексний метод

$$1. \quad f = -2x_1 + 8x_2 - x_1^2 - x_2^2 \rightarrow \max; \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ -x_1 + x_2 \geq -8 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ 2x_1 + x_2 \leq 34 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$2. \quad f = -x_1^2 - x_2^2 + 10x_1 + 15x_2 \rightarrow \max; \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$4. \quad f = x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2 \rightarrow \min; \\ \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 6 \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

$$3. \quad f = -x_1^2 - 4x_2^2 + 2x_1 \rightarrow \max;$$

$$5. \quad f = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 2x_2 \rightarrow \min; \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$6. \quad f = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_2 \rightarrow \min ;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1 + 2x_2 \leq 4 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$7. \quad f = 32x_1 + 120x_2 - 4x_1^2 - 15x_2^2 \rightarrow \max$$

$$;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ 2x_1 - x_2 \leq 8 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$8. \quad f = 9x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \min ;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 0 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$9. \quad f = 4x_1^2 + 4x_2^2 + 8x_1 - 2x_2 \rightarrow \min ;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$10. \quad f = -2x_1^2 - x_2^2 + x_1 - 4x_2 \rightarrow \max ;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ -x_1 + x_2 \geq -4 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$11. \quad f = -2x_1^2 - 2x_2^2 + 5x_1 + 8x_2 \rightarrow \max ;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 12 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$12. \quad f = x_1 + 4x_2 + x_1x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2 \rightarrow \max$$

$$;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 12 \\ 3x_1 + x_2 \leq 15 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$13. \quad f = -x_1^2 - x_2^2 - 2x_3^2 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max ;$$

$$\begin{cases} x_2 \leq 12 \\ x_1 + 2x_3 \leq 14 \end{cases} ;$$

$$x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, 3\} .$$

$$14. \quad f = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 6x_2 \rightarrow \min ;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1 \leq 5 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 > 0 .$$

$$15. \quad f = 4x_1^2 + 9x_2^2 + 8x_1 + 4 \rightarrow \min ;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases} .$$

$$16. \quad f = 10x_1 + 20x_2 + x_1x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2 \rightarrow \max ;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 0 \\ 10 - x_1 - x_2 \geq 0 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$17. \quad f = 5x_1 + 2x_2 - x_1^2 + x_1x_2 - x_2^2 \rightarrow \max ;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1 + 2x_2 = 8 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$18. \quad f = 32x_1 + 120x_2 - 4x_1^2 - 3x_2^2 \rightarrow \max ;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ 2x_1 - x_2 = 8 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$19. \quad f = x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \min ;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 \geq 8 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$20. \quad f = x_1 + 3x_2 - 2x_1^2 - 3x_2^2 \rightarrow \max ;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 12 \\ x_1 + x_2 \geq 6 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$21. \quad f = 3x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 2x_2^2 \rightarrow \max ;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 0 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 20 \end{cases} ;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 .$$

$$22. \quad f = 8x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_1^2 - 2x_2^2 \rightarrow \max ;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 10, \\ 3x_2 + 4x_3 \leq 20; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0. \end{cases}$$

23. $f = 8x_1 + x_2 - x_1^2 \rightarrow \max;$
 $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 + 5x_2 = 20; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$

24.

$$f = 15x_1 + 8x_2 - x_1^2 + x_1x_2 - 3x_2^2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 + 2x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

25.

$$f = x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 + 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 0, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 18; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задача 13. Виробничому об'єднанню, що складається з чотирьох підприємств P_1, P_2, P_3, P_4 виділено для початкового розподілу суму засобів в розмірі S_0 . Вважається, що засоби виділені підприємству в розмірі x_k на початковий період, дають прибуток $I_k(x_k)$ (дивись свій варіант задачі). Визначити оптимальний розподіл засобів x_k підприємствам P_k

1. $S_0 = 100(20)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
20	4	3	5	2
40	7	6	7	4
60	9	8	9	7
80	11	11	12	10
100	12	13	14	12

2. $S_0 = 150(30)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0

30	7	6	5	4
60	9	8	7	6
90	12	11	10	9
120	14	13	12	12
150	15	14	13	14

3. $S_0 = 125(25)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
25	3	5	4	2
50	6	7	6	5
75	8	10	9	8

100	11	12	10	10
125	13	14	12	11

4. $S_0 = 75(15)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
15	2	3	1	4
30	5	6	4	7
45	8	9	7	9
60	11	12	10	11
75	13	14	12	13

5. $S_0 = 50(10)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
10	2	1	3	4
20	4	3	5	7
30	7	6	8	9
40	10	8	10	12
50	12	11	13	14

6. $S_0 = 175(35)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
35	3	5	2	4
70	7	8	6	7
105	11	12	9	10
140	13	15	13	12
175	15	17	16	15

7. $S_0 = ()$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
30	5	4	3	6
60	8	7	6	9
90	11	10	10	12
120	14	13	12	16
150	17	15	15	18

8. $S_0 = ()$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
15	3	2	1	4

30	6	5	4	9
45	10	8	7	12
60	13	11	10	16
75	15	14	13	18

9. $S_0 = 50(10)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
10	2	4	3	5
20	6	7	8	7
30	9	10	10	9
40	13	14	12	13
50	17	16	15	14

10. $S_0 = 100(20)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
20	5	4	2	3
40	8	7	6	8
60	12	11	10	11
80	15	14	14	13
100	17	16	15	15

11. $S_0 = 125(25)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
25	4	3	5	6
50	8	7	9	10
75	12	11	13	14
100	16	15	17	16
125	19	18	20	18

12. $S_0 = 25(5)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
5	1	3	2	1
10	4	6	7	5
15	7	8	9	7
20	10	11	12	11
25	14	13	15	12

13. $S_0 = 150(30)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
30	2	1	4	3
60	4	3	5	6
90	7	6	7	8
120	10	9	8	11
150	14	13	12	14

14. $S_0 = 75(15)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
15	3	4	1	2
30	5	6	4	5
45	7	9	8	7
60	10	12	11	11
75	12	14	13	12

15. $S_0 = 50(10)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
10	1	2	4	3
20	3	4	7	5
30	5	6	9	7
40	8	9	10	9
50	11	12	13	12

16. $S_0 = 175(35)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
35	5	3	4	5
70	9	8	7	10
105	13	14	11	15
140	17	16	15	18
175	20	19	18	21

17. $S_0 = 100(20)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
20	4	3	5	4
40	7	6	8	8
60	10	9	10	11
80	13	12	14	13
100	17	16	18	17

18. $S_0 = 125(25)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
25	5	6	4	3
50	8	9	7	6
75	11	12	10	9
100	13	14	12	12
125	15	16	14	15

19. $S_0 = 25(5)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
5	1	3	2	1
10	4	5	4	3
15	6	7	8	7
20	9	8	10	9
25	11	10	12	13

20. $S_0 = 75(15)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
15	3	2	1	4
30	6	5	4	6
45	8	7	7	9
60	11	10	9	12
75	14	13	12	15

21. $S_0 = 50(10)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
10	5	3	4	2
20	7	6	7	6
30	9	10	11	9
40	12	13	14	13
50	15	14	16	17

22. $S_0 = 100(20)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
20	6	4	5	3
40	8	7	8	7
60	11	10	12	11
80	14	13	15	14
100	18	17	17	16

23. $S_0 = 125(25)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
20	8	6	7	5
40	10	9	11	8
60	12	13	14	11
80	15	14	16	14
100	18	17	19	17

25	4	5	3	6
50	8	9	7	10
75	11	12	11	13
100	14	15	14	16
125	18	17	15	18

24. $S_0 = 150(30)$

x	I_1	I_2	I_3	I_4
0	0	0	0	0
30	3	2	4	3
60	7	6	8	9
90	10	9	11	10
120	14	13	15	15
150	17	18	17	18

25. $S_0 = 100(20)$

Задача 14. Скласти сітковий граф виконання комплексу робіт. Побудувати критичний шлях і знайти за який найкоротший час можна виконати роботи. Визначити ранній і пізній терміни настання подій в рамках знайденого часу

1.)

Робота	Події	Тривалість
--------	-------	------------

А	1-2	5
Б	1-3	8
В	1-4	4
Г	4-5	7
Д	4-3	3
Е	3-5	9
Є	3-7	10
Ж	3-6	5
З	2-6	6
И	6-9	8
І	5-8	6
Ї	7-9	10
Й	7-6	4
К	7-8	5
Л	8-9	4

2.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	4
Б	1-3	5
В	1-4	8
Г	2-5	7
Д	2-4	3
Е	4-5	9
Є	4-6	10
Ж	4-7	5
З	3-7	6
И	5-8	6
І	6-8	5
Ї	6-9	10
Й	6-7	4
К	7-9	8
Л	8-9	4

3.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	5
Б	1-7	10
В	1-3	8
Г	1-4	6
Д	2-7	12
Е	7-8	13
Є	7-6	5
Ж	4-3	5
З	4-5	7
И	3-6	8
І	6-8	11
Ї	6-10	15
Й	6-9	12
К	6-5	5
Л	5-9	6
М	9-10	8
Н	8-10	6

4.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	3
Б	1-7	8
В	1-3	6
Г	1-4	4
Д	2-7	10
Е	7-8	11
Є	7-6	3
Ж	4-3	3
З	4-5	5
И	3-6	6
І	6-8	9
Ї	6-10	13
Й	6-9	10
К	6-5	3
Л	5-9	4
М	9-10	6
Н	8-10	4

5.)

Робота	Події	Тривалість
--------	-------	------------

А	1-2	3
Б	1-3	9
В	1-4	4
Г	4-6	6
Д	3-6	4
Е	3-7	11
Є	3-5	10
Ж	2-5	7
З	2-3	3
И	6-9	9
І	7-6	3
Ї	7-9	11
Й	7-8	3
К	5-8	6
Л	8-9	4

А	1-2	4
Б	1-3	9
В	1-4	5
Г	1-7	11
Д	4-3	4
Е	4-5	6
Є	3-6	7
Ж	2-7	13
З	7-8	14
И	7-6	4
І	6-5	4
Ї	6-8	12
Й	6-10	16
К	6-9	13
Л	5-9	5
М	8-10	6
Н	9-10	8

6.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	9
Б	1-3	4
В	1-4	3
Г	2-7	11
Д	2-5	10
Е	2-6	4
Є	3-6	6
Ж	4-2	3
З	4-5	8
И	5-8	6
І	6-9	9
Ї	7-6	3
Й	7-8	4
К	7-9	11
Л	8-9	3

7.)

Робота	Події	Тривалість
--------	-------	------------

8.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	8
Б	1-3	13
В	1-4	9
Г	1-7	15
Д	3-6	11
Е	4-3	8
Є	4-5	10
Ж	2-7	17
З	7-8	18
И	7-6	8
І	6-5	8
Ї	6-8	16
Й	6-9	17
К	6-10	20
Л	5-9	9
М	9-10	10
Н	8-10	12

9.)

Робота	Події	Тривалість
--------	-------	------------

А	1-2	4
Б	1-3	10
В	1-4	8
Г	2-3	5
Д	2-5	6
Е	4-7	5
Є	4-8	6
Ж	4-3	4
З	3-7	10
И	5-7	9
І	5-6	7
Ї	7-6	3
Й	6-9	4
К	7-9	8
Л	8-9	5

А	1-2	5
Б	1-3	8
В	1-4	6
Г	1-5	10
Д	4-3	5
Е	4-7	7
Є	2-5	12
Ж	3-6	8
З	5-6	5
И	5-8	13
І	6-8	11
Ї	6-10	15
Й	6-9	12
К	6-7	5
Л	7-9	6
М	8-10	6
Н	9-10	8

10.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	5
Б	1-3	11
В	1-4	9
Г	2-6	6
Д	2-3	5
Е	3-5	10
Є	4-3	4
Ж	4-5	5
З	4-7	6
И	7-9	5
І	6-5	9
Ї	6-8	7
Й	5-8	3
К	8-9	4
Л	5-9	8

12.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	4
Б	1-3	9
В	1-4	7
Г	1-5	5
Д	2-3	11
Е	3-6	12
Є	3-7	4
Ж	4-7	7
З	5-4	4
И	5-8	6
І	7-6	10
Ї	7-10	14
Й	7-9	11
К	7-8	4
Л	6-10	5
М	8-9	5
Н	9-10	7

11.)

Робота	Події	Тривалість
--------	-------	------------

13.)

Робота	Події	Тривалість
--------	-------	------------

А	1-2	8
Б	1-3	11
В	1-4	3
Г	2-7	6
Д	2-6	5
Е	2-3	3
Є	3-6	10
Ж	4-3	5
З	4-5	6
И	5-8	7
І	5-6	9
Ї	7-9	5
Й	6-9	8
К	6-8	4
Л	8-9	4

А	1-2	5
Б	1-3	7
В	1-4	4
Г	1-7	11
Д	2-5	6
Е	2-3	4
Є	3-6	7
Ж	4-7	13
З	5-8	5
И	6-5	4
І	7-6	4
Ї	7-9	14
Й	6-9	12
К	6-10	16
Л	6-8	13
М	8-10	7
Н	9-10	5

14.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	9
Б	1-3	11
В	1-4	5
Г	2-5	7
Д	2-6	6
Е	2-3	5
Є	3-6	12
Ж	4-7	7
З	4-3	6
И	5-9	6
І	6-9	10
Ї	6-8	5
Й	7-6	11
К	7-8	8
Л	8-9	5

15.)

Робота	Події	Тривалість
--------	-------	------------

16.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	7
Б	1-3	9
В	1-4	11
Г	1-5	6
Д	2-6	8
Е	2-3	6
Є	5-4	13
Ж	3-7	9
З	4-8	14
И	4-7	6
І	6-9	7
Ї	7-8	12
Й	7-10	16
К	7-9	13
Л	7-6	6
М	8-10	7
Н	9-10	9

17.)

Робота	Події	Тривалість
--------	-------	------------

А	1-2	3
Б	1-3	9
В	1-4	4
Г	2-6	8
Д	3-6	11
Е	3-7	12
Є	3-5	5
Ж	4-3	6
З	4-5	6
И	5-9	7
І	6-8	7
Ї	7-6	5
Й	7-8	6
К	7-9	10
Л	8-9	5

А	1-2	6
Б	1-3	8
В	1-4	15
Г	3-4	12
Д	3-5	6
Е	2-4	11
Є	2-6	13
Ж	4-6	5
З	5-4	5
И	6-9	12
І	6-10	10
Ї	4-8	8
Й	5-7	7
К	8-7	5
Л	7-10	6
М	8-10	8
Н	9-10	5

18.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	7
Б	1-3	10
В	1-4	7
Г	4-5	6
Д	4-3	6
Е	3-5	5
Є	3-7	11
Ж	3-6	10
З	2-6	9
И	6-8	7
І	7-8	6
Ї	7-9	11
Й	7-6	5
К	5-9	7
Л	8-9	5

19.)

Робота	Події	Тривалість
--------	-------	------------

20.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	6
Б	1-3	15
В	1-4	8
Г	2-6	13
Д	2-3	11
Е	4-3	12
Є	4-5	6
Ж	3-6	5
З	3-7	8
И	5-3	5
І	6-9	12
Ї	6-10	10
Й	5-8	7
К	7-8	5
Л	7-10	8
М	8-10	6
Н	9-10	5

21.)

Робота	Події	Тривалість
--------	-------	------------

А	1-2	6
Б	1-3	7
В	1-4	10
Г	2-5	9
Д	3-7	8
Е	3-4	7
Є	4-7	7
Ж	4-6	12
З	4-5	11
И	7-9	10
І	6-9	12
Ї	6-5	6
Й	6-8	7
К	5-8	8
Л	8-9	6

А	1-2	6
Б	1-3	4
В	1-6	13
Г	2-6	10
Д	2-4	4
Е	3-5	11
Є	3-6	9
Ж	4-9	5
З	4-6	3
И	6-7	6
І	6-5	3
Ї	5-8	10
Й	5-10	8
К	7-9	3
Л	7-10	6
М	8-10	3
Н	9-10	4

22.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	4
Б	1-3	6
В	1-4	9
Г	2-7	7
Д	3-5	7
Е	3-4	6
Є	4-5	6
Ж	4-6	12
З	4-7	10
И	6-7	6
І	6-8	7
Ї	6-9	12
Й	5-9	9
К	7-8	8
Л	8-9	4

23.)

Робота	Події	Тривалість
--------	-------	------------

24.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	10
Б	1-3	8
В	1-5	17
Г	3-6	15
Д	2-4	8
Е	2-5	14
Є	3-5	13
Ж	4-5	7
З	4-9	9
И	5-6	7
І	5-8	10
Ї	6-10	12
Й	6-7	14
К	8-9	7
Л	7-10	7
М	8-10	10
Н	9-10	8

25.)

Робота	Події	Тривалість
А	1-2	4
Б	1-3	10
В	1-4	8
Г	2-6	6
Д	2-3	5
Е	3-5	10
Є	4-5	5
Ж	4-7	6
З	6-3	4
И	6-5	9
І	6-8	7
Ї	5-7	5
Й	5-9	8
К	7-9	5
Л	8-9	4

ПЕРЕЛІК
рекомендованих джерел

1. Смолівик Л.Р., Витвицька О.М., Гресько К.В., Краснодембський А.М., Нісонський В.П. Дослідження операцій.-Івано-Франківськ: 2009.-140с.
2. Ульяновченко О.В. Дослідження операцій в економіці.- Харків: Гриф, 2002.-579с.
3. Бугір М.К., Якімов Ф.Р. Посібник по розв'язуванню задач з математичного програмування. – Тернопіль:Поліграфіст, 1997.-207с.
4. Лавренчук В.П., Веренич І.І., Готинчак Т.І., Дронь В.С., Кондур О.С. Вища математика. Частина 3.- Чернівці, Рута, 2002.-168с.
5. Акулич І.Л. Математическое программирование в примерах и задачах.- М.:Висш.шк., 1986.-327с.

