Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу Міністерство освіти і науки України

> Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису

#### Кропивницький Дмитро Романович

УДК 681.5.015:622.24

#### **ДИСЕРТАЦІЯ**

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ МЕХАНІЧНОГО БУРІННЯ ГВИНТОВИМИ ВИБІЙНИМИ ДВИГУНАМИ

174 – Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка

17 – Електроніка, автоматизація та електронні комунікації

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_ Кропивницький Д. Р.

Науковий керівник: **Горбійчук Михайло Іванович,** доктор технічних наук, професор

Івано-Франківськ – 2023

#### АНОТАЦІЯ

*Кропивницький Д. Р.* Математичне моделювання та оптимальне керування процесом механічного буріння гвинтовими вибійними двигунами. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 174 – автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка (17 – Електроніка, автоматизація та електронні комунікації). – Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Івано-Франківськ, 2023.

Метою дисертаційного дослідження є розроблення математичних моделей процесу механічного буріння гвинтовими вибійними двигунами і на цій основі синтезувати систему оптимального керування.

У дисертаційній роботі наведене теоретичне узагальнення і вирішення актуальної науково-практичної задачі оптимального керування процесом буріння нафтових і газових свердловин гвинтовими вибійними двигунами (ГВД) в умовах невизначеності за критерієм вартості метра проходки з врахуванням раціонального відпрацювання доліт за озброєнням, що дало змогу синтезувати відповідну систему оптимального керування.

Вирішення такої задачі має важливе значення для нафтогазової галузі так як дає змогу підвищити техніко-економічні показники процесу спорудження нафтогазових свердловин.

У вступі розкрито стан наукової проблеми її значущість, обґрунтовано актуальність теми дисертаційного дослідження, відображено зв'язок дисертаційної роботи з науковими програмами, планами, темами; сформульовано мету та визначено основні задачі обраного напрямку дослідження; подано наукову новизну практичне значення отриманих результатів, зроблено аналіз особистого внеску здобувача в публікаціях за темою роботи, подано відомості про кількість публікацій автора та ступінь апробації роботи.

У першому розділі описаний технологічний процес поглиблення свердловини та розглянуто його як об'єкт автоматизації, який характеризується великою кількістю режимних параметрів, що в тій чи іншій мірі визначають його ефективність. Показано, що процес буріння є складною системою, в якій відбуваються процеси, що мають різну тривалість, різну природу та характеризується різною кількістю можливих керуючих впливів, вибір яких зумовлений способом буріння. Зазначено, що буріння з використанням гвинтових вибійних доліт має ряд переваг при спорудженні похило-скерованих та горизонтальних свердловин.

Проведений аналіз літературних джерел в області моделювання та ідентифікації процесу буріння як об'єкта автоматизації показав, що на теперішній час не існує задовільної теорії руйнування гірських порід, на основі якої можливе створення математичних моделей придатних для розв'язання задач оптимізації процесу буріння. Тому для розв'язання задач оптимального керування використовують емпіричні моделі, які отримують за результатами спостережень за процесом механічного буріння.

Зазначено актуальність задачі побудови математичних моделей процесу буріння з використанням штучного інтелекту (зокрема, теорії генетичних алгоритмів та нечітких множин) і на цій основі розроблення методу побудови емпіричних моделей придатного для вирішення задачі оптимального керування процесу механічного буріння з застосуванням ГВД та з врахуванням невизначеностей, які притаманні технологічним параметрам.

В другому розділі запропоновано математичну модель процесу поглиблення свердловини при бурінні гвинтовими вибійними двигунами, в яку входить аналітична залежність, що встановлює взаємозв'язок між кутовою швидкістю асинхронного двигуна і тиском промивальної рідини. На основі встановленої залежності було зроблено висновок про вибір керуючих дій – осьового навантаження на долото та тиску промивальної рідини на виході із маніфольду.

Для вирішення задачі оптимального керування процесом поглиблення свердловини за допомогою гвинтових вибійних двигунів створені емпіричні моделі, у яких технологічні параметри (осьове навантаження на долото і тиск промивальної рідини) трактуються як нечіткі величини з трикутною функцією належності. Для спрощення арифметичних операцій над нечіткими числами трикутну функцію належності, яка є недиференційованою в деяких точках, що ускладнює побудову математичної моделі, було апроксимовано гаусовою функцією, яка є диференційованою на всій області визначення.

Запропоновано метод удосконалення емпіричних моделей технологічного процесу буріння, для якого характерним є недостатня кількість інформації про вхідні та вихідні значення параметрів об'єкта. Розроблений метод побудови емпіричних поліноміальних моделей із застосуванням теорії генетичних алгоритмів для випадку, коли вхідні величини моделей – осьове навантаження на долото і тиск промивальної рідини - трактуються як нечіткі величини, що дозволило формалізувати невизначеність процесу поглиблення свердловини.

В третьому розділі розроблений метод оптимального керування процесом механічного буріння з ГВД-приводом, який поєднує у собі раціональне відпрацювання доліт за озброєнням і вибір оптимальних керуючих дій – осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини за критерієм мінімуму вартості метра проходки при умові, що відомі обмеження на керуючі дії. Показано, що збільшення осьового навантаження до критичного значення призводить до деформації бурової колони, що може спричинити аварійну ситуацію. Для визначення критичного значення осьового навантаження побудовано систему диференціальних рівнянь, для розв'язку якої використано метод Рунге-Кутта та розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення в середовищі МаtLab, результатом якого є побудова графічних залежностей зміни прогину бурильної колони при різних значеннях згинаючого моменту.

За результатами обчислень синтезовано емпіричні моделі визначення точки максимального прогину бурильної колони у вигляді полінома 2-го порядку, параметри яких обчислено за методом найменших квадратів. Адекватність моделей перевірено за допомогою коефіцієнта кореляції, значення якого дорівнює 0.9997,

що свідчить про узгодженість між розрахунковими та експериментальними даними.

Розроблено програмне забезпечення для визначення оптимального часу перебування долота на вибої свердловини та визначення оптимальних значень керуючих дій за критерієм мінімуму вартості метра проходки свердловини.

В четвертому розділі розроблено дворівневу схему оптимального керування процесом поглиблення свердловини. Тут розв'язана задача другого рівня керування, яка зводиться до підтримки оптимальних значень керуючих дій, визначених на першому рівні системи.

Для синтезу і аналізу автоматичної системи керування електричним приводом бурового насосу, який є елементом системи оптимального керування процесом буріння розроблено математичні моделі електричного приводу та псевмокомпенсатора бурового насосу.

На основі методу структурних перетворень синтезована каскадно-зв'язана система керування буровим насосним агрегатом, завданням якої є підтримання постійної витрати і тиску бурового розчину. Система має два контури - основний (базовий), за допомогою якого здійснюється стабілізація тиску промивальної рідини на виході із компенсатора і додатковий, функція якого зменшення впливу зовнішніх збурень – температури зовнішнього середовища і моменту на роторі електричного двигуна.

Для визначення параметрів налаштування регуляторів двох контурів розроблена методика розв'язку оптимізаційної задачі з узагальненим квадратичним критерієм.

В результаті аналізу поставленої задачі було зроблено висновок про те, що система автоматичного керування буровим агрегатом володіє астатизмом третього порядку. Тому для базового контуру доцільно обрати регулятор з ПІ-алгоритмом керування, а в додатковий контур, включити П-регулятор, що створює структуру, яка має вищу швидкодію.

Наукова новизна дисертаційної роботи визначається такими положеннями: *вперше*:

— формалізована задача оптимального керування процесом поглиблення свердловин з використанням гвинтових вибійних двигунів за вартісним критерієм, що дало змогу розробити метод розв'язання поставленої задачі, який включає в себе два етапи – на першому етапі за допомогою ітераційної процедури визначають тривалість процесу закінчення чергового рейсу буріння, а на другому - обчислюють оптимальні керуючі дії за вартісним критерієм з врахуванням обмежень на осьове навантаження на бурове долото і на тиск промивальної рідини;

– створена математична модель бурового насосного агрегату з регульованим електричним приводом, що дало змогу синтезувати структурну схему каскадно-зв'язаної системи автоматичного керування, яка стабілізує тиск промивальної рідини на виході із маніфольду з корекцією відносно зовнішніх впливів - температури зовнішнього середовища і моменту на роторі електричного приводу;

– удосконалено метод створення емпіричних математичних моделей процесу поглиблення нафтогазових свердловин у частині обґрунтування апроксимації трикутної функції належності гаусовською функцією, що дало змогу отримати прості залежності між параметрами таких функцій і на цій основі синтезувати оптимальні за структурою емпіричні моделі, в яких враховано «розмитість» технологічних параметрів – осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини;

– *знайшов подальший розвиток* метод створення каскадно-зв'язаної системи автоматичної стабілізації тиску бурового розчину на виході із маніфольду з корекцію відносно зовнішніх впливів, що дало змогу створити структурну схему такої системи та формалізувати задачу розрахунку параметрів налаштування регуляторів як основного, так і допоміжного контурів системи керування буровим насосним агрегатам як задачу нелінійного програмування.

Отримані результати дисертаційного дослідження мають практичне значення, які полягають в розробці алгоритмічного і програмного забезпечення синтезу емпіричних моделей оптимальної складності процесу поглиблення свердловини з використанням методів штучного інтелекту; створенні алгоритмічного і програмного забезпечення для розв'язання задачі оптимального керування процесом буріння з ГВД за критерієм мінімум вартості метра проходки та для обчислення значення критичного навантаження на долото при бурінні свердловини числовим методом, виходячи із допустимого викривлення колони бурильних труб.

Окремі розділі дисертаційної роботи знайшли своє впровадження в навчальний процес при вивченні дисциплін «Оптимальне та адаптивне керування в нафтогазовій промисловості», «Теорія автоматичного керування» студентами спеціальності 174 — «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка», що підтверджується відповідним актом.

Ключові слова: процес буріння, свердловина, гвинтовий вибійний двигун, тиск, осьове навантаження, оптимізація, автоматизація, система керування, генетичні алгоритми, математичні моделі, моделювання, нечіткі величини, апроксимація, програмне забезпечення.

#### ABSTRACT

*Kropyvnytskyi D. R.* Mathematical Modeling and Optimal Control of Mud Motor Drilling Process. - Qualification scientific work on the manuscript rights.

The aim of the dissertation research is to develop mathematical models of the mechanical drilling process using mud motors and, based on this, to synthesize an optimal control system.

The dissertation work provides a theoretical generalization and solution to the current scientific and practical problem of optimal control in the drilling process of oil and gas wells using mud motors under conditions of uncertainty regarding the criterion of the cost per meter of penetration, taking into account the rational utilization of the drilling tool life, which allowed to synthes the corresponding optimal control system.

The solution to such a problem is of significant importance for the oil and gas industry, as it enables the improvement of the technical and economic indicators of the oil and gas well construction process.

The introduction provides an exposition of the current state of the scientific problem, its significance, and justifies the relevance of the dissertation research topic. It reflects the connection of the dissertation work with scientific programs, plans, and themes. The introduction formulates the purpose and defines the main tasks of the chosen research direction. It presents the scientific novelty and practical significance of the obtained results, analyzes the personal contribution of the researcher in publications related to the work's theme, and provides information about the number of publications by the author and the degree of the thesis's approval.

The first chapter describes, the technological process of well drilling, considering it as an object of automation characterized by a large number of operational parameters that, to some extent, determine its efficiency. It is demonstrated that the drilling process is a complex system in which processes with different durations and natures occur. It is characterized by a varying number of possible control influences, the selection of which depends on the drilling method. It is noted that drilling using mud motor bits has several advantages when constructing directional and horizontal wells. The analysis of literary sources in the field of modeling and identification of the drilling process as an object of automation has shown that, at present, there is no satisfactory theory of rock destruction on which the creation of mathematical models suitable for solving optimization problems in the drilling process could be based. Therefore, to address optimal control problems, empirical models are used, derived from observations of the mechanical drilling process.

The relevance of the task of constructing mathematical models of the drilling process using artificial intelligence, specifically the theory of genetic algorithms and fuzzy sets, is noted. And based on this, the development of a method for creation empirical models suitable for solving the problem of optimal control of the mechanical drilling process using mud motors and taking into account the uncertainties inherent in technological parameters.

A mathematical model of the well-drilling process with mud motors is proposed In the second chapter, which includes an analytical relationship that establishes the connection between the angular velocity of the asynchronous motor and the pressure of the drilling fluid. Based on the established dependency, a conclusion was drawn regarding the choice of control actions – the axial load on the bit and the pressure of the drilling fluid at the manifold outlet.

To address the problem of optimal control in the well-drilling process using mud motors, empirical models have been created. In these models, technological parameters (axial load on the bit and pressure of the drilling fluid) are treated as fuzzy variables with a triangular membership function. To simplify arithmetic operations with fuzzy numbers, the triangular membership function, which is non-differentiable at certain points, complicating the construction of a mathematical model, was approximated by a Gaussian function, which is differentiable across its entire domain.

There was proposed method for improving empirical models of the drilling technological process, which is characterized by an insufficient amount of information about the input and output values of the object's parameters. The developed method involves constructing empirical polynomial models using the theory of genetic algorithms in cases where the input variables of the models – axial load on the bit and pressure of the

drilling fluid – are treated as fuzzy variables. This approach allows the formalizing of uncertainty for the well-drilling process.

A method for optimal control of the mechanical drilling process with a mud motor drive is developed In third chapter. This method combines rational tool life utilization and the selection of optimal control actions – axial load on the bit and pressure of the drilling fluid – based on the criterion of minimizing the cost per meter of penetration, while considering known constraints on control actions. It is demonstrated that increasing the axial load to a critical value leads to the deformation of the drilling column, which can result in an emergency situation. To determine the critical value of the axial load, a system of differential equations is constructed, and the Runge-Kutta method is employed for its solution. Algorithmic and software support in the MatLab environment is developed, resulting in the construction of graphical dependencies illustrating the deflection of the drilling column under various values of bending moment.

Based on the calculation results, empirical models for determining the point of maximum deflection of the drilling column were synthesized in the form of a second-order polynomial. The parameters of these models were calculated using the least squares method. The adequacy of the models was verified using the correlation coefficient, with a value of 0.9997, indicating a high agreement between the calculated and experimental data.

Software has been developed to determine the optimal time for the bit to stay in the wellbore and to identify optimal control values based on the criterion of minimal cost per meter of penetration.

Two-level scheme of optimal control for the well-drilling process has been developed In the fourth chapter. In this section, the problem of the second level of control is solved, which involves maintaining optimal control values determined at the first level of the system.

To synthesize and analyze the automatic control system of the electric drive of the drilling pump, which is an element of the optimal drilling process control system, mathematical models of the electric drive and the pseudo-compensator of the drilling pump have been developed.

Based on the method of structural transformations, a cascade-interconnected control system for the drilling pump unit has been synthesized. The objective of this system is to maintain a constant flow rate and pressure of the drilling fluid. The system consists of two loops - the primary (base) loop, which stabilizes the pressure of the drilling fluid at the outlet of the compensator, and the additional loop, which functions to reduce the influence of external disturbances, such as the temperature of the external environment and the moment on the rotor of the electric motor.

There was developed a methodology, to determine the tuning parameters of the controllers for the two loops, treating it as an optimization problem with a generalized quadratic criterion.

Upon analyzing the stated problem, the conclusion was drawn that the automatic control system of the drilling unit exhibits third-order astatism. Therefore, for the primary loop, it is advisable to choose a controller with a PI control algorithm, while for the additional loop, incorporating a P-controller is beneficial, creating a structure with higher speed.

The scientific novelty of the dissertation work is determined by the following propositions:

- the problem of optimal control in the well-drilling process using mud motors was formalized based on a cost criterion. This allowed the development of a solution method, which comprises two stages. In the first stage, the duration of the completion of the next drilling cycle is determined through an iterative procedure. In the second stage, optimal control actions are computed based on the cost criterion, taking into account constraints on the axial load on the drill bit and the pressure of the drilling fluid.

- a mathematical model of the drilling pump unit with a controllable electric drive was created, enabling the synthesis of a structural scheme for a cascade-interconnected automatic control system. This system stabilizes the pressure of the drilling fluid at the manifold outlet with corrections for external influences such as the temperature of the external environment and the moment on the rotor of the electric drive.

- the method for creating empirical mathematical models of the oil and gas well drilling process was improved, particularly in justifying the approximation of the triangular membership function by a Gaussian function. This enhancement facilitated the derivation of simple relationships between the parameters of such functions and, based on this, the synthesis of structurally optimal empirical models. These models take into account the "fuzziness" of technological parameters, such as axial load on the drill bit and pressure of the drilling fluid.

- the method for creating a cascade-interconnected automatic pressure stabilization system for drilling fluid at the manifold outlet with corrections for external influences has been further developed. This development enabled the creation of a structural scheme for such a system and the formalization of the problem as a nonlinear programming task for calculating the tuning parameters of controllers for both the main and auxiliary loops of the drilling pump unit control system.

The obtained results of the dissertation research have practical significance, including the development of algorithmic and software tools for synthesizing empirical models of optimal complexity for the drilling process using artificial intelligence methods. Additionally, algorithmic and software solutions have been created for solving the problem of optimal control of the drilling process with a downhole motor based on the criterion of minimizing the cost per meter drilled and for calculating the critical load on the bit during drilling using numerical methods, considering the allowable deformation of the drill string.

Individual sections of the dissertation have found application in the educational process for students studying disciplines such as "Optimal and Adaptive Control in the Oil and Gas Industry" and "Automatic Control Theory" within the specialty 174 - "Automation, Computer-Integrated Technologies, and Robotics". This is confirmed by the relevant documentation.

**Keywords:** drilling process, well, mud motor, pressure, axial load, optimization, automation, control system, genetic algorithms, mathematical models, modeling, fuzzy variables, approximation, software.

#### СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

Наукові праці, в яких опубліковано основні наукові результати дисертації:

1. Кропивницька В. Б., Кропивницький Д. Р. Визначення адекватності математичної моделі контролю механічної швидкості проходки свердловини. *Методи та прилади контролю якості*. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2015. № 2 (35). С. 105-110. <u>https://core.ac.uk/download/pdf/80561288.pdf</u>

2. Горбійчук М. І., Кропивницький Д. Р. Математична модель процесу поглиблення свердловини під час буріння гвинтовими вибійними двигунами. Збірник наукових праць національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова. Миколаїв: видавничий дім "Гельветика", 2021. №1 (484). С. 68-74. <u>https://eir.nuos.edu.ua/items/6c18ec55-3754-47a9-819e-f89df02f4a24</u>

3. Горбійчук М. І., Кропивницький Д. Р. Числовий метод обчислення критичного навантаження на долото при бурінні свердловин. *Automation o ftechnological and business processes*. Odessa, 2021. Volume 13. Issue 1. C. 31-42. https://doi.-org/10.15673/atbp.v13i1.1998

4. Горбійчук М. І., Кропивницький Д. Р. Оптимальне керування процесом поглиблення свердловини з врахуванням стану озброєння долота. *Вісник Хмельницького національного університету.* Том 1. №1, 2023 (317). С. 58-66. <u>https://doi.org/10.31891/2307-5732-2023-317-1-58-66</u>

5. Mykhail Horbiychuk, Dmytro Kropyvnytskyi, Vitalia Kropyvnytska. Improving Empirical Models of Complex Technological Objects Under Conditions of Uncertainty. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Харків, 2023. №2(122). C. 53–63. <u>https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.276586</u>

6. Кропивницький Д. Р., Горбійчук М. І. Побудова математичної моделі бурового насосного агрегату для автоматичної системи керування тиском на його виході. *Методи та прилади контролю якості*. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2023. № 1 (50). С. 48-59. <u>https://doi.org/10.31471/1993-9981-2023-1(50)-48-59</u>

#### Опубліковані праці апробаційного характеру:

7. Кропивницький Д.Р. Структура таблиць бази даних інформаційновимірювального комплексу СКУБ-М2. *Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості ІТОТП 2017*: тези доп. всеукр. наук.-практ. конф. аспірантів, молодих вчених і студентів, 10-13 жовтня 2017 р. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2017 С. 19-22.

8.Кропивницька В. Б., Кропивницький Д. Р. Взаємозв'язок підсистем процесу буріння свердловин. *Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості ІТОТП* 2017: тези доп. всеукр. наук.-практ. конф. аспірантів, молодих вчених і студентів, 8 жовтня 2020 р. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2020. С. 89-90.

9.Кропивницька В. Б., Кропивницький Д. Р. Побудова діаграми Ісікави для структурного аналізу процесу буріння. *«Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення»*: тези доп. міжн. інтернет-конф., 8 червня 2021 р. Тернопіль., 2021. Випуск 59. С. 29-30. <u>http://www.konferenciaonline.org.ua/ua/article/id-194/</u>

10. Кропивницький Д. Р., Кропивницька В. Б. Дослідження амплітудно-фазових характеристик бурильної колони *«Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення»*: тези доп. міжн. інтернет-конф. 7-8 червня 2022 р. Тернопіль., 2022. Випуск 68. С. 85-86.

11. Кропивницький Д. Р., Кропивницький В. Р. Формалізація процесу механічного буріння при використанні гвинтових вибійних двигунів. *Нафтогазова енергетика*: тези доп. міжн.-техн. конф., 21-24 вересня 2021 р. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2021. С. 50-51.

12. Кропивницький Д. Р. Взаємозв'язок кутової швидкості асинхронного двигуна та тиску промивальної рідини при ГВД-бурінні. *Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості ІТОТП 2022*: тези доп. всеукр. наук.-практ. конф. аспірантів, молодих вчених і студентів, 13 жовтня 2022 р. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2022. С. 100-102

### **3MICT**

	стор.
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	17
ВСТУП	18
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ РОБІТ В ОБЛАСТІ ОПТИМАЛЬНОГО	
КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ БУРІННЯ НАФТОГАЗОВИХ	
СВЕРДЛОВИН	25
1.1 Загальна характеристика процесу буріння нафтових і газових	
свердловин як об'єкта автоматизації	25
1.2 Огляд робіт в області моделювання та ідентифікації процесу	
буріння свердловини як об'єкта керування	36
1.3 Застосування штучного інтелекту в моделюванні процесу	50
буріння	
1.4 Вибір і обґрунтування напрямку досліджень	53
РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ	
ПОГЛИБЛЕННЯ СВЕРДЛОВИН ПРИ БУРІННІ ГВИНТОВИМИ	
ВИБІЙНИМИ ДВИГУНАМИ	55
2.1 Математична модель процесу поглиблення свердловини при	
бурінні гвинтовими вибійними двигунами	55
2.2 Емпіричні моделі залежностей $v_0(F,P)$ , $K_{\varepsilon}(F,P)$ і $K_{g}(F,P)$	65
2.3 Синтез оптимальної за структурою емпіричної моделі на основі	
генетичних алгоритмів	81
2.4 Алгоритмічне і програмне забезпечення задачі синтезу	
оптимальних за складністю емпіричних моделей процесу поглиблення	
свердловини	85
Висновки до розділу	89
РОЗДІЛ З. ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ	
МЕХАНІЧНОГО БУРІННЯ З ГВД-ПРИВОДОМ	90

3.1 Постановка задачі	90
3.2 Формалізація задачі оптимального керування	93
3.3 Числовий метод обчислення критичного навантаження на долото	
при бурінні свердловин	99
3.4 Програмне забезпечення задачі оптимізації процесу поглиблення	
свердловини	117
Висновки до розділу	125
РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА СИНТЕЗ	
СИСТЕМИ БУРОВИМ НАСОСНИМ АГРЕГАТОМ	126
4.1 Функціональна схема системи оптимального керування процесом	
механічного буріння	126
4.2 Математична модель електричного приводу бурового насосу як	
об'єкта автоматичного керування	127
4.3 Математична модель пневмокомпенсатора бурового насосу	134
4.4 Синтез системи автоматичного керування буровим насосним	
агрегатом з асинхронним приводом	145
Висновки до розділу	155
ВИСНОВКИ	159
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ НА ДЖЕРЕЛА	163
ДОДАТКИ	177

#### ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- ГВД гвинтовий вибійний двигун
- ШІ штучний інтелект
- МНК метод найменших квадратів
- ТП тиристорний перетворювач
- ЕД електричний двигун
- БН буровий насос
- ББНА-буровий насосний агрегат
- ПО пристрій обмеження
- СК система керування
- АІС автономний інвертор струму
- ФП функціональний перетворювач
- П підсилювач
- РПД регулятор подачі долота

#### ВСТУП

Обґрунтування вибору теми досліджень. На початок лютого 2022 року український енергетичний сектор був одним із найбільших у Європі, його потужності залишаються високими і зараз, хоча були значні пошкодження через російське вторгнення. Наприклад, Україна увійшла до топ-10 країн Європи за встановленою потужністю електрогенерації, є однією з трьох провідних країн за видобутком газу та має найбільші підземні газові сховища в Європі [1].

Україна має значні запаси вуглеводнів, які залягають на територіях Донецько-Дніпровської впадини, Карпатського регіону та на шельфі Чорного моря. Розвідані запаси нафти і газу залягають на значних глибинах, які сягають 6 – 8 тис. м. За даними Державної служби геології та надр України, потенційні запаси енергоресурсів (нафта і природний газ) на українському шельфі Чорного моря оцінюються у 2,3 млрд т умовного палива (еквівалент 2,3 трлн куб. м), що становить близько 40 % усіх енергетичних запасів України. Основні запаси і видобуток нафти належать до Східного регіону, де зосереджено 51,18% розвіданих запасів і видобувається 1125 тис. т нафти в рік (67,32% від загального видобутку України) [1]. Отже, одним з завдань щодо відновлення енергетичної галузі України є збільшення видобутку природного газу та вуглеводнів на існуючих родовищах та розробка нетрадиційних газових родовищ [1].

Можливості підвищення ефективності процесу спорудження нафтогазових свердловин - в реалізації як технологічних рішень (спорудження похилоскерованих свердловин із застосуванням гвинтових вибійних двигунів), так і у впровадженні методів оптимального керування процесом механічного буріння.

Складність останньої задачі в тому, що процесу буріння притаманна невизначеність, яка виникає внаслідок значної протяжності каналу передачі даних про технологічні параметри, а певне число параметрів можна оцінити лише опосередковано. Крім того, процес буріння розвивається у часі, а залежності між технологічними параметрами і показниками процесу буріння мають нелінійний характер. На даний момент не існує задовільної теорії руйнування гірських порід, спираючись на яку можна було б створити математичні моделі придатні до розв'язання задач оптимального керування процесом механічного буріння.

Тому зусилля як вітчизняних, так і зарубіжних вчених (М. А. Александров, Т. Н. Алієв В. Г. Беліков, В. А. Бражников, М. І. Горбійчук, Л. М. Заміховський, К. С. Іманов, Г. Н. Семенцов, І. П. Петров, Е. М. Galle, Н. В. Woods, Е. Е. Halda, S. Ohara, R. J. Lawrence та ін.) були спрямовані на розроблення емпіричних моделей і на цій основі формалізації задач оптимального керування процесом механічного буріння.

У більшості робіт задача оптимізації процесу буріння розглядалась з позиції детермінізму, де не враховувався стохастичний характер процесу поглиблення свердловин. Частково ця проблема вирішена в роботах [2, 3].

Проте процес буріння протікає в умовах значної невизначеності, що вимагає при створенні математичних моделей використовувати методи штучного інтелекту [4], зокрема, теорії нечітких множин і генетичних алгоритмів.

Таким чином, наукові дослідження у напрямку створення математичних моделей для буріння з використанням гвинтових вибійних двигунів, які враховують нелінійність процесу та його невизначеність, і на цій основі розроблення методів оптимального керування за вартісним критерієм є актуальною науковою задачею.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Вибраний напрямок досліджень щодо оптимального керування процесом механічного буріння є частиною тематичного плану науково-дослідних робіт Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу (ІФНТУНГ). Наукові дослідження, виконані в дисертаційні роботі, відповідають тематиці науково-дослідної роботи «Автоматизоване керування детермінованими і стохастичними об'єктами», № державної реєстрації 0123U102619, яка виконується на кафедрі «Автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій» ІФНТУНГ. Аспірант був безпосереднім виконавцем окремих розділів роботи, які стосувались технологічними математичного моделювання та оптимального керування процесами при спорудженні свердловини.

Мета і задачі досліджень. Метою дисертаційного дослідження є розроблення математичних моделей процесу механічного буріння з використанням гвинтових вибійних двигунів і на цій основі синтезувати систему оптимального керування.

Поставлена мета була досягнута шляхом виконання таких наукових задач:

 аналіз літературних джерел в області математичного моделювання і оптимального керування процесом механічного буріння з метою вибору і обґрунтування напрямку досліджень;

 математичне моделювання процесу поглиблення свердловини з врахуванням особливостей, які притаманні бурінню з використанням гвинтових вибійних двигунів;

– розроблення рекомендацій щодо вибору критичного осьового навантаження на долото на основі числового моделювання;

 удосконалити метод вибору оптимальних керуючих впливів для буріння гвинтовими вибійними двигунами з використанням методів нечіткої логіки і генетичних алгоритмів;

 розробити математичну модель бурового агрегату з асинхронним регульованим приводом за частотою обертання вала бурового насосу і на цій основі синтезувати функціональну схему оптимального керування процесом механічного буріння;

– розробити алгоритмічне і програмне забезпечення задач – створення емпіричних моделей з врахуванням нечіткості технологічних параметрів; ідентифікації параметрів емпіричних моделей на основі методу генетичних алгоритмів; обчислення оптимальних керуючих впливів – осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини – за вартісним критерієм.

Об'єктом дослідження є технологічний процес поглиблення свердловин за допомогою гвинтових вибійних двигунів, який протікає в умовах апріорної невизначеності.

Предметом дослідження є автоматизовані системи оптимального керування процесом поглиблення нафтогазових свердловин за допомогою гвинтових

вибійних двигунів, в основі синтезу яких лежать методи та алгоритми визначення оптимальних керуючих дій в умовах апріорної невизначеності та нелінійних властивостей процесу буріння.

Методи дослідження. В основу виконаних досліджень покладено методи аналітичного моделювання (розроблення математичної моделі насосного агрегату з електричним регульованим приводом); теорії і методів нечітких множин і генетичних алгоритмів (синтез емпіричних моделей оптимальної складності процесу поглиблення свердловин); методи нелінійного програмування (обчислення оптимальних керуючих впливів – осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини за вартісним критерієм); методи апроксимації (при розрахунку критичних навантажень на долото).

Наукова новизна отриманих результатів полягає у формалізації задачі оптимального керування процесом механічного буріння з використанням гвинтових вибійних двигунів; у розробці емпіричних моделей оптимальної складності на основі теорії генетичних алгоритмів; удосконалення методу визначення критичного навантаження на бурове долото; розроблення математичної моделі бурового насосного агрегату з регульованими електричним приводом; синтез структурної системи оптимального керування процесом механічного буріння нафтогазових свердловин гвинтовими вибійними двигунами.

Загальний науковий результат – створення математичних моделей процесу поглиблення нафтогазових свердловин за допомогою гвинтових вибійних двигунів і синтез на цій основі структурної схеми системи оптимального керування процесом механічного буріння, який протікає в умовах апріорної невизначеності.

Наукова новизна дисертаційної роботи визначається такими положеннями: вперше:

— формалізована задача оптимального керування процесом поглиблення свердловин з використанням гвинтових вибійних двигунів за вартісним критерієм, що дало змогу розробити метод розв'язання поставленої задачі, який включає в себе два етапи — на першому етапі за допомогою ітераційної процедури визначають тривалість процесу закінчення чергового рейсу буріння, а на другому - обчислюють оптимальні керуючі дії за вартісним критерієм з врахуванням обмежень на осьове навантаження на бурове долото і на тиск промивальної рідини;

– створена математична модель бурового насосного агрегату з регульованим електричним приводом, що дало змогу синтезувати структурну схему каскадно-зв'язаної системи автоматичного керування, яка стабілізує тиск промивальної рідини на виході із маніфольду з корекцією відносно зовнішніх впливів - температури зовнішнього середовища і моменту на роторі електричного приводу;

#### удосконалено

– метод створення емпіричних математичних моделей процесу поглиблення нафтогазових свердловин у частині обґрунтування апроксимації трикутної функції належності гаусовською функцією, що дало змогу отримати прості залежності між параметрами таких функцій і на цій основі синтезувати оптимальні за структурою емпіричні моделі, в яких враховано «розмитість» технологічних параметрів – осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини;

#### знайшов подальший розвиток

– метод створення каскадно-зв'язаної системи автоматичної стабілізації тиску бурового розчину на виході із маніфольду з корекцію відносно зовнішніх впливів, що дало змогу створити структурну схему такої системи та формалізувати задачу розрахунку параметрів налаштування регуляторів як основного, так і допоміжного контурів системи керування буровим насосним агрегатам як задачу нелінійного програмування.

Практичне значення отриманих результатів. Наукові положення, висновки і рекомендації, сформульовані у дисертаційні роботі, мають таке практичне значення:

 розроблено алгоритмічне і програмне забезпечення синтезу емпіричних моделей оптимальної складності процесу механічного буріння з використанням методів нечіткої логіки і генетичних алгоритмів; – створено алгоритмічне і програмне забезпечення розв'язання задачі оптимального керування процесом поглиблення свердловини за допомогою гвинтового вибійного двигуна за вартісним критерієм в умовах апріорної невизначеності, а також для обчислення критичного навантаження на долото числовим методом, виходячи із допустимого викривлення колони бурильних труб;

– окремі розділи дисертаційної роботи впроваджені у навчальний процес при вивченні студентами спеціальності 174 таких дисциплін як «Оптимальне та адаптивне керування в нафтогазовій промисловості» та «Теорія автоматичного керування» (акт впровадження – додаток Д).

Особистий внесок здобувача. Основні результати теоретичних і практичних досліджень, які є змістом дисертаційної роботи, одержані автором особисто. У наукових працях, виконаних у співавторстві автору належить:

[1] – розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення для обробки експериментальних даних за допомогою методу найменших квадратів та здійснено оцінку точності для кожного типу моделі за значенням середньоквадратичного відхилення;

[2] – отримана аналітична залежність, що встановлює взаємозв'язок між кутовою швидкістю асинхронного двигуна і тиском промивальної рідини;

[3] – розроблено алгоритм визначення критичного значення навантаження на долото, здійснено перевірку адекватності емпіричних моделей за значенням коефіцієнта кореляції;

[4] – розроблено метод та програмне забезпечення для розв'язку задачі оптимального керування процесом буріння;

[5] – розроблення методики та алгоритмічного забезпечення побудови емпіричних моделей процесу поглиблення нафтогазових свердловин при врахуванні нечіткості режимних параметрів - осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини на виході із маніфольду, а також опробування розроблених алгоритмів на експериментальних даних;

[6] – розроблено аналітичні математичні моделі для бурового насоса з асинхронним приводом та пневмоконденсатора, побудовано структурні схеми

бурового насосного агрегату та його компонент, на основі яких синтезовано систему автоматичного керування бурового насосного агрегату з асинхронним приводом.

Апробація результатів дисертації. Основні результати роботи доповідались і отримали позитивну оцінку на наступних семінарах, конференціях:

1) Науковий семінар кафедри АКІТ (щорічно з 2019 р.) ІФНТУНГ;

2) Всеукраїнська науково-практична конференція аспірантів, молодих вчених і студентів «Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості» (м. Івано-Франківськ: 2017, 2020, 2022).

 Міжнародна технічна конференція «Нафтогазова енергетика» (м. Івано-Франківськ, 2021).

4) Міжнародна інтернет конференція «Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення» (м. Тернопіль: 2021, 2022).

Публікації. Основні результати роботи викладені в 12 публікаціях, у тому числі у 6 статтях; п'ять з них входять до фахових видань категорії Б, і одна стаття [5] опублікована у журналі, що індексується у наукометричній базі «Scopus». Матеріали дисертацій доповідались на 6 наукових конференціях і опубліковані у вигляді тез доповідей.

Структура та об'єм роботи. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів основної частини, висновків, списку використаних джерел, додатків. Загальний обсяг друкованого тексту становить 193 сторнки, з них: 145 сторінок основного тексту, 40 рисунків, і 3 таблиці, список використаних джерел містить 137 найменувань на 14 сторінках, 6 додатків на 17 сторінках.

#### РОЗДІЛ 1

### АНАЛІЗ РОБІТ В ОБЛАСТІ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ БУРІННЯ НАФТОГАЗОВИХ СВЕРДЛОВИН

# 1.1 Загальна характеристика процесу буріння нафтових і газових свердловин як об'єкта автоматизації

Україна має значні резерви вуглеводнів і, відповідно, значний потенціал для їх використання. Дослідження провідних українських геологів та розробників показали, що у нашій країні існують достатні потенційні запаси вуглеводнів для задоволення потреб національної економіки. Збільшення запасів та підвищення видобутку власних вуглеводнів можливе, перш за все, завдяки виконанню наступних завдань:

1. Розширення видобутку нафти та газу шляхом активного розвитку нових нафтогазових родовищ і збільшення обсягів геологорозвідувального і експлуатаційного буріння.

2. Підвищення долі видобування нафти та газу з родовищ шляхом ефективного використання сучасних технологій і обладнання

З метою активного розвитку видобутку нафти і газу та досягнення енергетичної незалежності, в Україні все більше використовують технології глибокого буріння і підвищення продуктивності свердловин.

В Україні буріння нафтових і газових свердловин ведеться на територіях Донецько-Дніпровської западини, Карпатського регіону та на шельфі Чорного моря (до 2014 року) [1]. Буріння свердловин у цих регіонах, характеризується значними глибинами і складними гірничо-геологічними умовами. Тому, для оптимізації управління процесом буріння в умовах початкової та поточної невизначеності щодо структури та параметрів бурового об'єкта, поряд з удосконаленням технічного обладнання та технологій буріння, важливою є наукова задача моделювання та ідентифікації процесу буріння [2]. Важливо зауважити, що процес буріння нафтових і газових свердловин є ключовою технологічною операцією, а ефективність та вартість буріння свердловин мають прямий вплив на собівартість видобутку вуглеводнів.

В Україні найбільш поширеними є три основні способи обертового буріння свердловин для видобутку нафти і газу: роторний спосіб, буріння гідравлічними вибійними двигунами та електробуріння [5]. У випадку роторного буріння, привідний двигун (дизельний або електричний), який знаходиться на поверхні свердловини, обертає долото через колону бурильних труб. При бурінні гвинтовими вибійними двигунами чи електробурами двигун знаходиться на вибої свердловини і з'єднаний з бурильною колоною, а долото, через редуктор, пов'язане з валом ГВД або електробура [6], при цьому енергія потоку промивальної рідини перетворюється в механічну енергію обертання вала [7, 8].

У залежності від задач, які необхідно вирішити при бурінні нафтових і газових свердловин в конкретних геолого-технічних умовах вибирають найбільш ефективний спосіб буріння. При бурінні глибоких похило-спрямованих та горизонтальних свердловин найбільш ефективним є використання занурювального приводу, який передає крутний момент безпосередньо на породоруйнуючий інструмент, при цьому бурильна колона не обертається на відміну від наземного приводу, який передає обертання породоруйнуючому інструменту через бурильну колону, що, в свою чергу, призводить до сильного зносу бурильної колони по зовнішньому діаметру [ 9 ].

Для процесу буріння нафтогазових свердловин характерним є перебудова та часта зміна робочих режимів. Це пов'язано з рядом факторів, таких як: стохастична зміна властивостей порід, що розбурюються, зміна властивостей породоруйнуючого інструменту в процесі буріння, зміна властивостей та витрати промивальної рідини, нарощення колони бурильних труб, підйом керну та інших.

На думку американських фахівців, потужність бурової установки, виражена через розмір капіталовкладень, є одним із найважливіших критеріїв обгрунтування необхідності автоматизації технологічного процесу буріння. Крім того, ще однією особливістю, яка характеризує процес буріння, є виникнення частих та сильних збурювальних впливів, що призводять до економічних втрат [10].

Процес буріння, особливо глибоких свердловин, що протікає в умовах значної невизначеності [2], піддається сильним і випадковим збуренням, які носять як гірничо-геологічний, так і техніко-технологічний характер.

З точки зору витрати матеріальних та трудових ресурсів, які задіяні при будівництві свердловини, процес буріння є не тільки виробничим процесом, а й науково-дослідним, адже при цьому, крім видобутку вуглеводнів, отримується інформація про будову земних надр.

Тому процес буріння можна поділити на два етапи:

– підготовчий, тобто проектування свердловини, який носить детермінований характер;

 виробничий, безпосередньо процес поглиблення свердловини, який змінюється в часі і набуває характер стохастичного, науково-дослідного та інформаційного процесу.

Якщо розглядати процес буріння з точки зору автоматичного управління, то можна зробити висновок, що дана область ще не досліджена належним чином. Аналіз діаграм, що містять записи параметрів режимів буріння з максимально можливою частотою показує, що і параметри, і показники процесу буріння практично безперервно змінюються.

Керуючі впливу від системи управління до керованого об'єкта повинні надходити своєчасно з врахуванням поточних умов буріння. Від того як швидко відбувається реакція на зміну умов буріння, залежить і кінцевий результат, і якість управління. Так як процес буріння є динамічний, постійно розвивається в часі і потребує зміни керуючих впливів з метою досягнення оптимальних режимів, тому автоматизована система управління має перевагу перед людиною.

Процес буріння є складним технологічним процесом з великою кількістю режимних параметрів, значення яких впливає його ефективність. Крім того, для нього характерним є взаємодія режимних параметрів між собою, що не завжди дозволяє зразу визначити керуючі впливи. Це особливо важливо при виникненні

різних технологічних ситуацій, де рішення необхідно прийняти бурильнику. Адже, для підвищення ефективності процесу буріння, його необхідно вести на оптимальному рівні з врахуванням технічних та технологічних обмежень.

Автоматизоване керування процесом буріння дозволяє одночасно змінювати два-три параметри із високою частотою, що недоступно для людини. Основна перевага автоматизації полягає у зменшенні часу між змінами режимів, оперативному пошуку оптимального режиму та швидкій перебудові налаштувань у відповідь на змінені умови. Також вона дозволяє практично усунути відхилення від нормативних технологічних режимів процесу буріння, які можуть спричинити аварійні ситуації [11, 12]. Автоматизація процесу буріння дозволяє в повній мірі використати ЕОМ для обчислення оптимальних режимів процесу буріння, враховуючи непрямі показники, такі як оцінка відносного зношення озброєння долота, механічна швидкість буріння, рейсова швидкість буріння та ін. Такі непрямі показники розраховують за допомогою ЕОМ [13], за допомогою розроблених програм [14] з використанням інформації про основні параметри процесу буріння, які можна виміряти серійною контрольно-вимірювальною апаратурою, наприклад такі як, витрата та температура бурового розчину на вході в свердловину, температура бурового розчину на виході зі свердловини, тиск бурового розчину на вході в свердловину, вага бурового інструменту, крутний момент на роторі, частота обертання ротора та ін. [15, 16].

Отже, процес буріння є складною системою, в якій відбуваються процеси, що мають різну тривалість, різну природу та характеризується різною кількістю можливих керуючих впливів, вибір яких обумовлюється способом буріння.

Як і для будь-якого технологічного процесу, для процесу буріння є характерним наявність вхідних і вихідних змінних, власних параметрів та внутрішніх і зовнішніх збурень, які важко піддаються контролю і приводять до зміни параметрів системи, внаслідок чого погіршується ефективність функціонування системи, знижується її надійність та зменшується міжремонтний період обладнання бурової установки [17]. Параметри, які є сталими протягом деякого часового інтервалу процесу буріння і не залежать від способу буріння відносяться до власних параметрів системи. Такі параметри визначають на стадії проєктування свердловини: тип колони бурильних труб; тип бурової установки; глибина свердловини на початок чергового рейсу; тип долота, його діаметр, кількість шарошок та ін.

Параметри, які не піддаються контролю та вимірюванню в процесі буріння відносять до збурюючих факторів f(t). До них можна віднести: повздовжні та поперечні коливання колони; пластові тиски; пружні сили, які діють на колону; сили тертя колони бурильних труб об стінки свердловини; фізико-механічні властивості порід вибою свердловини (абразивність, контактна міцність, пластичність, густина, пористість та ін.), які мають найбільший вплив на ефективність буріння і є головною причиною недетермінованих збурень [18].

Параметри, які залежать від вхідних впливів відносяться до керованих параметрів, які характеризують показники процесу буріння. До них відносяться: проходка на долото h(t); механічна швидкість буріння v(t); рейсова швидкість буріння  $v_p(t)$ ; зношення озброєння  $\mu(t)$  і опор долота g(t) та ін. [18].

Основними вхідними параметрами, які можна виміряти і контролювати є [2, 18]:

- швидкість обертання долота  $n_{\partial}(t)$ ;

- осьове навантаження на долото F(t);

- витрата та якість промивальної рідини, що подається в свердловину Q(t);

гідравлічна потужність, яка спрацьовує в отворах долота N<sub>∂</sub>;

 розташування отворів в породоруйнівному інструменті по відношенню до шарошок та вибою свердловини;

- час роботи *t*<sub>б</sub> породоруйнівного інструменту на вибої свердловини.

В роботі [17] показано, що процес буріння нафтових і газових свердловин є багатовимірним об'єктом керування класу МІМО, тобто для нього є характерним наявність декількох вхідних та декількох вихідних впливів. Структурна схема такого об'єкту показана на рис. 1.1.





На рисунку позначено два вектори — вектор вхідних керуючих дій X(t), до якого входять осьове навантаження на долото F(t), частота обертання долота n(t), витрата промивальної рідини Q(t) та вектор вихідних координат Y(t), який містять такі складові: оцінка стану опор долота g(t) та оцінка стану озброєння долота  $\varepsilon(t)$ , величина проходки свердловини h(t). З показників, що характеризують стан об'єкта керування безпосередньо вимірюванню підлягає тільки проходка на долото h(t), а оцінки стану озброєння та опор шарошок долота можна обчислити за значенням механічної швидкості буріння та моментом на долоті.

При вимірюванні параметрів приладами в інформаційно-вимірювальних каналах утворюються похибки вимірювання, які на рис. 1.1 позначаються як  $e_F$ ,  $e_n$ ,  $e_Q$ ,  $e_h$  і мають назву адитивних шумів.

Оскільки система взаємодіє з навколишнім середовищем, то на неї діють збурення, які позначено вектором *f*. Параметри долота *d* відносяться до власних параметрів системи: діаметр долота, тип долота, кількість шарошок тощо.

Керуючі дії повинні бути такими, щоб під їхнім впливом об'єкт керування можна було перевести з деякого початкового стану в кінцевий стан, який оцінюється за такими критеріями як проходка на долото, проходка за рейс, степінь відпрацювання долота та ін. Крім того, зміна значення однієї керуючої дії не повинна зумовлювати зміну іншої, тобто вони повинні бути взаємонезалежні [2]. З метою досягнення оптимальних результатів процесу буріння нафтових і газових свердловин, як керуючі впливи доцільно обрати такі параметри: осьове навантаження на долото F(t), швидкість обертання долота  $n_d(t)$  та витрату бурового розчину Q(t) [2, 19].

При обертовому бурінні руйнування породи здійснюється в результаті того, що на долото одночасно діють навантаження і крутний момент. Під впливом навантаження долото вкручується в породу, а під впливом крутного моменту сколює її [6].

При роторному бурінні енергія потужності від двигунів передається через лебідку до ротора (спеціального обертового механізму), який встановлюється на поверхні свердловини. Бурильна колона обертається завдяки ротору і є каналом передачі енергії долоту, що кріпиться до неї і обертається разом з колоною.

Ідея буріння з застосуванням вибійних двигунів у тому, що вибійний двигун встановлюється на долото, далі йде бурильна колона до поверхні і відбувається обертання долота за рахунок того, що вибійний двигун переводить енергію, яка підводиться до нього в механічне обертання долота. Якщо це гідравлічний вибійний двигун, значить це енергія бурового розчину, який рухається від бурового насосу по бурильній колоні до долота (рис.1.2), якщо електробур, то це електрична енергія, яка подається до нього через провідний канал зв'язку (кабель, який монтується всередині колони).



Рисунок 1.2 – Функціональна схема динамічної системи основних агрегатів бурової установки при бурінні ГВД

Важливою особливістю обертового буріння є одночасне промивання свердловини протягом усього періоду роботи долота на вибої.

Гвинтовий вибійний двигун є найпоширенішим гідравлічним вибійним приводом породоруйнівного інструменту, що застосовується в даний час при бурінні глибоких інтервалів, при бурінні похило-спрямованих та горизонтальних свердловин, при ремонті свердловин, при бурінні цементних мостів та піщаних пробок. На сьогоднішній день розроблено та серійно випускається понад 20 типорозмірів цих машин різної модифікації (наприклад, діаметр варіюється в межах від 40 до 240 мм) [5, 20].

ГВД на даний момент застосовують досить широко, але вони мають обмеження, які звужують область їх застосування. Це пов'язано з можливістю їх експлуатації в деякому температурному діапазоні, крім того, ГВД залежать від властивостей бурового розчину по густині та по агрегатному стану.

На даний час використовується буріння з ГВД, які сумістили в собі особливості турбобурів, як первинного об'єкта для спорудження свердловин, так і кращі особливості роторного буріння: моментоємкість і т. д. При використанні ГВД реалізуються їх переваги в порівнянні з турбобурами, зокрема менша залежність від діаметра, а також підвищений питомий момент двигуна.

ГВД складається з наступних елементів: ротор-гвинт, статор, який є нерухомим відносно ротора та ущільнювач двигуна. Ротор має на один виток гвинтової поверхні менше ніж статор для того, щоб утворювались порожнечі для протікання бурового розчину, який в свою чергу створює обертання вибійного двигуна. Шпиндель передає крутний момент і осьове навантаження на долото, сприймає реакцію забою і гідравлічне осьове навантаження, яке діє в робочих органах, а також радіальні навантаження від долота і шарнірного з'єднання [21].

Одним з найважливіших вузлів ГВД є опори: осьові та радіальні. На працездатність осьових опор великий вплив має динамічне навантаження від продольних коливань низу бурової колони. Крім того, на роботу опор негативно впливає буровий розчин з великим вмістом твердої фази та абразивних частинок.

Ключовою особливістю ГВД є те, що він має жорстку механічну характеристику, тобто він працює по редукторному принципу. Якщо він не може справитись з навантаженням, яке на нього діє, то він пробує провернути долото, але при цьому на поверхні ми бачимо різке зростання тиску, таким чином є можливість зразу відкоригувати режим буріння, на відміну від турбобура, який в такій ситуації просто зупиняється. У табл. 1.1 занесені деякі показники, за якими порівнювали різні способи буріння.

Парамотр	Роторне	Буріння вибійними двигунами		
параметр	буріння	Турбобур	ГВД	Електробур
1	2	3	4	5
Глибина занурення				
• < 3500 м	+	+	+	+
• 3500 — 4200 м	+	-	+	+
• >4200 м	+	-	+	+
Температура на вибої				
• <140 °C	+	+	+	+
• >140 °C	+	-	-	-
Профіль свердловини				
• вертикальна	+	+	+	+
• похило-спрямована	-	+	+	+
• горизонтальна	-	+	+	+
Густина бурового розчину				
• <1,7 кг/м <sup>3</sup>	+	+	+	+
> 1,7 кг/м <sup>3</sup>	+	-	-	+
Відбір керна	+	+	+	+
Буріння горизонтальних				
свердловин > 500 м	-	+-	+	+

Таблиця 1.1 — Порівняльний аналіз способів обертового буріння

Кінець таол	I.I.	
-------------	------	--

1	2	3	4	5
Тип промивальної рідини				
• газ/піна	+	-	-	+
• буровий розчин з				
аерацією				
- висока	+	-	-	+
- низька	+	+	+	+
• буровий розчин	+	+	+	+
Висока механічна				
швидкість V <sub>мех</sub>	-	+	+	+

При високих температурах всі вибійні двигуни виходять з ладу, наприклад, електробур може перегріватись, в турбобурах і ГВД відбувається процес оплавлення і надзвичайно швидке зношення гумових ущільнень, підшипників та ін.

При використанні в якості бурового розчину газу, піни чи бурового розчину з високим ступенем аерації, турбобури та ГВД не використовують, так як вони обертаються за рахунок гідравлічної енергії, а у випадку використання вище згаданих розчинів ефективність управління буде падати або стане навіть неможливою, так як вони не зможуть передати потрібну потужність. Крім того, буде ускладнена передача даних з вибою свердловини на поверхню.

Кожен з цих методів має свої переваги та обмеження, які можуть варіюватися в залежності від умов родовища, глибини свердловини, типу гірських порід та ефективності використання. Вибір конкретного способу буріння може бути здійснений на основі геологічних умов, фінансових можливостей та технічних потреб.

З точки зору керуючих впливів, буріння з використанням гвинтових вибійних двигунів є найбільш ефективним методом, оскільки дозволяє дотримуватись високої точності управління процесом буріння. Там, де необхідно підтримувати високу частоту обертання вибійного двигуна, доцільно використовувати турбобури. Турбобуріння також має значний контроль над швидкістю та напрямком буріння, що робить його ефективним у важкодоступних родовищах. Роторне буріння, хоча й менш точне з точки зору керування, проте є простим у використанні та може бути ефективним у певних умовах та типах порід.

В роботі [22] показано, що якщо привід ротора має абсолютно жорстку механічну характеристику і долото потрапляє в передаварійний режим через його блокування, напруга кручення, що залежить від швидкості обертання колони бурильних труб, різко зростає, що може спричинити поломку труб. Проте у випадку, якщо звичайний або верхній привід ротора [23] має м'яку механічну характеристику, під час збільшення моменту на долоті швидкість обертання двигуна зменшується, і напруга в колоні бурильних труб буде меншою, ніж у першому випадку з абсолютно жорсткою механічною характеристикою. Таким чином, для обмеження механічних напруг в бурильних трубах та захисту їх від аварій доцільним є використання приводу ротора з м'якими механічними характеристиками n = f (М). Але перевагою використання приводу з жорсткими характеристиками є те, що він забезпечує незалежність осьового навантаження, частоти обертання та промивальної рідини між собою, на відміну від цього, привід з м'якими характеристиками при збільшенні моменту на долоті призводить до зменшення швидкості обертання долота.

Отже, при роторному бурінні доцільно використовувати як керуючі впливи такі параметри як осьове навантаження на долото F(t) та частоту його обертання  $n_{\partial}(t)$ . Крім того, для роторного способу буріння витрату бурового розчину Q(t)можна вважати частково керованою величиною, оскільки для кожного рейсу долота її кількість та якісний склад установлюється дискретно і визначається таким чином, щоб швидкість буріння була оптимальною. А при бурінні вибійними двигунами (турбобуром або ГВД) як керуючі параметри, які мають властивість взаємонезалежності є витрата промивної рідини Q(t) та осьове навантаження на долото F(t). Оскільки швидкість обертання долота  $n_{\partial}(t)$  функціонально залежить від цих параметрів, то при зміні F(t) або Q(t) вона теж зміниться [22].

# 1.2 Огляд робіт в області моделювання та ідентифікації процесу буріння свердловини як об'єкта керування

Управління процесом буріння нафтових і газових свердловин сьогодні часто включає в себе методи моделювання з використанням ретроспективних даних і даних, отриманих в режимі реального часу. Приклади такого моделювання, яке використовується сьогодні, включають в себе роботи з контролю і візуалізації, а також оптимізації процесу буріння, виконані в Норвегії [24].

Слід зазначити, що методи моделювання, які використовуються під час планування і проектування бурових робіт не завжди можуть бути застосовані в режимі реального часу. Це викликано тим, що для їх функціонування потрібно знати частоту оновлення параметрів моделі і час реакції бурових установок на зміну команд управління. Моделі, які застосовуються, повинні враховувати деякі особливості автоматизації процесу буріння [24]:

 потрібна гнучка і масштабована модель, з додатковими функціональними можливостями в напрямку її покращення;

 поточні дані про процес буріння не завжди доступні через відмови давачів або обладнання каналів зв'язку, що працюють в суворих умовах бурової установки;

 ширина смуги пропускання частот для передачі даних вимірювань і керуючих дій обмежена;

діагностичні алгоритми також залежать від доступної пропускної здатності;

– моделі повинні, як і раніше, забезпечувати надійну оцінку даних з врахуванням того, що закон розподілу отриманої вибірки, як правило невідомий і можливі суттєві відхилення у значеннях даних, і надійне діагностування з врахуванням оцінки точності прогнозування зміни станів процесу буріння [25];

 моделі повинні бути налаштованими для обліку фізичної реакції машин і засобів управління ними.
Автори робіт [24, 26÷28] мають різні точки зору на розвиток автоматизованого буріння, але, як правило, вважають, що множина моделей різних процесів повинна застосовуватись одночасно і в інтерактивному режимі.

Моделі оптимізації процесу буріння свердловин повинні визначати параметри режимів буріння для досягнення екстремального значення вибраного критерію оптимальності (найвищої та (або) безпечної швидкості буріння) і вносити невелике коректування по мірі оновлення даних буріння в режимі реального часу. Моделі, які описують роботу бурового інструменту повинні контролювати поширення механічних пошкоджень (наприклад, тріщин), щоб запобігти аварійним ситуаціям. Вимірювання в долоті повинні направляти дії по оптимізації ваги і крутного моменту на деякий час, щоб продовжити термін служби долота і оптимізувати швидкість буріння. Моделі рідини можуть передбачити тиск уздовж стовбура свердловини при бурінні, спуску-підйому або циркуляції цементу. Всі ці моделі доступні сьогодні, але вони, як правило, застосовуються самостійно і не завжди можуть бути доступні в режимі реального часу або близькому до реального масштабу часу.

Оновлення конфігурації моделей, як правило, виконується вручну з використанням оновлених даних, отриманих шляхом різних вимірювань, випробування свердловини або аналізу відхилень від запланованого режиму робіт [24].

В літературних джерелах [2, 17, 18, 22, 24, 29] технологічний процес буріння свердловини розглядається як складний об'єкт керування, для якого із множини факторів визначаються керуючі впливи і збурення. В більшості випадків множину факторів розділяють на чотири групи (рис.1.1): x(t) – керуючі впливи; некеровані параметри f(t), що визначаються режимами буріння заданими геолого-технічним нарядом; збурювальні впливи f(t); показники процесу буріння Y(t), що визначаються множино вихідних параметрів.

Взаємозв'язок між параметрами буріння є складним [17], основна задача полягає у тому, щоб визначити, яка комбінація робочих умов призводить до мінімальної вартості буріння.

Найбільш відомі і найбільш вживані для оптимального керування технологічним процесом буріння свердловин математичні моделі наведені в табл. 1.2.

Автори	Математична модель	Параметри моделі	
1	2	3	
	Диференці	йні моделі	
Е. М. Галле,	$dh_C F^{\alpha_f} r(n) = V a^{-p}$	С <sub>f</sub> – буримість породи; α <sub>f</sub> – показник	
Х. Б. Вудс	$\frac{dt}{dt}C_f - \frac{a_f^p}{a_f^p} = V_j a_f^p$	степеня, який залежить від	
(CIIIA)	$d\mathfrak{u}$ $i_f$	властивостей породи; r(n) – функція	
	$\frac{1}{dt} = A_f^{-1} \frac{g}{a_f m_f}$	швидкості обертання долота; $a_f$ –	
	da n	коефіцієнт зношування озброєння	
	$\frac{dq}{dt} = \frac{n}{S_{\alpha}\varphi(F)}$	долота; q – фізичне зношування опор	
	$a = 0.028125u^2 + 6u + 1$	долота; <i>µ</i> – зношення озброєння долота:	
	$a_f = 0.928125\mu^2 + 6\mu + 1$	р=1 при рівному поступову зношуванні,	
		p=0,5 самозаточуванні чи зношуванні зі	
		сколюванням і викришуванням; $\varphi(F)$ –	
		функція осьового навантаження на	
		долото; $A_{f}$ характеристика	
		абразивності породи; S <sub>Q</sub> –	
		характеристика промивної рідини;	
ВНДІКРнафта	$\frac{dh}{dt} = V_{\epsilon}(F)\xi$	$B_1, B_2, \alpha_1, \alpha_2$ – коефіцієнти, які залежать	
	$dt = v_0(1) \varsigma$	від конкретних геолого-технічних умов	
	$\frac{d\mu}{dt} = -B_1 F^{\alpha_1} \xi$	буріння свердловини.	
	$\frac{dg}{dt} = -B_2 F^{\alpha_2}$		
	F = var, n = const,		
	$\mu(0) = 1, g(0) = 1$		

Таблиця 1.2 - Математичні моделі процесу буріння свердловин [25÷34]

Продовження табл.1.2

1	2	3	
Н.В.Габашвілі	$\frac{dh}{dt} = AF^{\alpha_1}n^{\beta_1}\frac{1}{(1+K\mu)F}$	$A, B, C, K, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3, \beta_3$ – параметри і коефіцієнти, які залежать від конкретних умов буріння.	
	$\frac{d\mu}{dt} = \frac{BF^{\alpha_2}n^{\beta_2}}{1+K\mu}$		
	$\frac{dg}{dt} = CF^{\alpha_3}n^{\beta_3}$		
	F = var, n = var,		
	$\mu(0) = 0,  g(0) = 0$		
Г. Н. Семенцов,	$\frac{dh}{dh} = \frac{K_1 F^{\alpha_1} n^{\beta_1}}{K_1 F^{\alpha_2} n^{\beta_2}}$		
М. І. Горбійчук	dt ε	озброєння долота;	
	$\frac{d\varepsilon}{dt} = K_2 F^{\alpha_2} n^{\beta_2}$	$K_1, K_2, K_3, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3, \beta_3 -$ коефіцієнти і показники степеня, які	
	$\frac{dg}{dt} = K_3 F^{\alpha_3} n^{\beta_3}$	залежать від типу долота і фізико-	
	$F = var, n = var,$ $\varepsilon(0) = 1, g(0) = 0$	порід.	
	Емпіричн	ні моделі	
ВНДІБТ	$V = \frac{an^{\alpha}\overline{F}^2 n^{\beta_1}}{1 + \left(B\overline{F}\right)^4} e^{-\beta n\overline{F}^2 t}$	$a, b, \alpha, \beta$ – параметричні коефіцієнти; $C_0$ – степінь зношення долота, відносно	
	$t_0 = \frac{C_0}{\beta n \overline{F}^2}$	одиниці. У нового долота $C_0=0$ , у повністю зношеного $C_0=1$ ;	
	$C = \frac{\left(t_0 + T\right)C + d}{h}$	$t_0$ – час зношення опори чи тривалість роботи долота; $\bar{F} = F/D$ – відносне	
		осьове навантаження на одиницю	
		діаметра долота; <i>T</i> – технологічна пауза	
		між періодами механічного буріння	
		(спуск, підйом, необхідні допоміжні	
		операції і т.д.), год.;	

Кінець таблиці 1.2

1	2	3
		<i>q</i> – вартість метра проходки
		свердловини; $C_{\delta}$ – вартість години
		роботи бурової; <i>d</i> – вартість долота.
В. С. Федоров,	$V = f_1^I \left( \beta^1, F, n, \sigma, \Delta P, L \right)$	$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ – параметричні коефіцієнти;
М. Г. Бінгхем і	$T = f^{I}(\beta^{2} F n)$	<i>T</i> <sub>o</sub> – довговічність озброєння долота;
ін.	$\mathbf{r}_{o} - \mathbf{J}_{2} \left( \mathbf{p}, \mathbf{r}, n \right)$	<i>T</i> <sub>on</sub> – довговічність опор; σ – густина
	$T_{on} = f_3^I \left( \beta^3, F, n \right)$	породи; $\Delta P = P_p - P_{nn}$ , $P_p$ – тиск стовпа
		рідини; <i>Р<sub>пл</sub> –</i> пластовий тиск.
В. П. Миронов,	$V = V_0 e^{-\alpha t} + \Theta(t)$	$t_k$ – час підйому долота; $C_M$ – константа,
Б. І. Шхинек	V	яка визначається експериментально; V <sub>p</sub>
	$t_k = t \left  \frac{T_p}{V} \ge C \right $	– рейсова швидкість; V – середня
		механічна швидкість; $\theta(t)$ – випадкова
		складова з нульовим математичним
		сподіванням.
Векторно-матрична модель		рична модель
Е. Х. Сабітов і	$f_i = f_i(\overline{p}, \overline{x}, \overline{u}),  i = \overline{1, l},$	ar ho — вектор режимів буріння
ін.	$h(F,n,t) = h_{\pi}(F,n)$	розміреності $l; \bar{x}$ – вектор коефіцієнтів
	$\left(1-e^{-\beta_i(F,n)t}\right),$	розмірності <i>m</i> ; <i>ū</i> – вектор вибійних умов
		розмірності 2; $h_{\partial}$ – допустима проходка
	$h_{\mathcal{A}}(F,n)=a_{1}F^{a_{2}}n^{a_{3}}$	на долото; $\beta_i$ – інтенсивність зношення
	$\beta_i(F,n) = b_1 F^{b_2} n^{b_3}$	озброєння долота; $M_y$ – середній
	$T(F,n) = \gamma_{2}F^{\gamma_{2}}n^{\gamma_{3}}$	питомий момент на долоті;
		$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 -$
	$M_y = const$	параметричні коефіцієнти; <i>T</i> <sub>o</sub> –
		зношення опор долота.

Диференціальні моделі володіють однаковою структурою і відрізняються простором змінних. Так модель Е. М. Галлле і Х. Б. Вудса описує процес системою

диференціальних рівнянь в просторі трьох змінних: проходки, відносного зношення долота і відносного зношення його опор.

Механічна швидкість проходки V=dh/dt, визначається диференціюванням проходки в часі, враховує зміни буримості породи, які характеризуються коефіцієнтами C<sub>f</sub> і  $\alpha_f$ . Буримість породи тісно пов'язана з властивостями промивальної рідини і визначає крутизну кривої V(F) і також характеризує взаємодію долота з породою. Коефіцієнт  $\alpha_f$  в моделі авторами приймається рівним  $\alpha_f < 1$ . Проте експериментально доведено [30], що це справедливо тільки в випадках легкобуримих порід. В умовах буріння твердих порід і на великих глибинах доцільно прийняти  $\alpha_f = 1$ . Оскільки, зношення озброєння долота є недосяжними для вимірювання в процесі буріння величиною, то в моделі введений непрямий показник, що характеризує цей параметр – оцінка стану озброєння долота. При цьому залежність оцінки стану озброєння долота від фізичного зношення встановлена експериментальними методами шляхом статистичних обробки великої кількості промислових даних [29 ÷ 32]. Звичайно, що в кожному конкретному випадку можливі розбіжності між фактичними і обчисленими значеннями коефіцієнта а<sub>f</sub>. Показник степеню *p*, прийнятий американськими вченими для характеристики різних форм зношення озброєння долота, теж визначений експериментально. Вважають, що при p = 0.5 (самозаточування чи зношування зі сколюванням і викришуванням) кінцева швидкість при повністю зношеному озброєнні дорівнює  $0.35V_0$ , а при p = 1 – приблизно  $0.13V_0$ .

Друге рівняння моделі Е. М. Галле і Х. Б. Вудса описує швидкість зношення озброєння долота в залежності від абразивних властивостей порід і режимних параметрів: осьового навантаження на долото і швидкості його обертання. Внаслідок неможливості вимірювати швидкість зношення озброєння долота в процесі поглиблення, ця залежність також є емпіричною. Теж саме можна відмітити і для третього рівняння, яке описує технічний стан опор долота. Коефіцієнт, що характеризує властивості промивальної рідини  $S_Q$ , визначається в кожному конкретному випадку експериментальним шляхом. Таким чином, математична модель Галле – Вудса для цілей оперативного оптимального

керування не може бути використана внаслідок необхідності параметричної ідентифікації коефіцієнтів моделі, невимірюваності зношення озброєння долота і неадекватності на великих глибинах і при бурінні твердих порід.

Моделі, розроблені вченими ВНДІКР нафта [33] і Н. В. Габашвілі та інших, мають однакову з моделлю Галле – Вудса структуру. В праві частини рівнянь входять постійні параметри, які залежать від властивостей породи, промивальної рідини, типу долота і вони повинні визначатися в кожному рейсі долота окремо. Крім того, область використання математичної моделі Н. В. Габашвілі і ін. звужена, так як вона розроблена для бурових установок з регульованою швидкістю обертання долота. Таку ж структуру має модель, розроблена Г. Н. Семенцовим, М. I. Горбійчуком [2]. Модель складається з трьох диференціальних рівнянь в просторі координат: проходка h, оцінка відносного зношення озброєння долота  $\varepsilon$  і оцінка відносного зношення опор долота *ξ*ол. На відміну від попередніх, вона містить показник, введений авторами для оцінювання зношення озброєння долота безпосередньо в процесі поглиблення свердловини. Оцінка проводиться у відповідності з залежністю  $\varepsilon = V_0 \cdot V_t^{-1}$ , в яку входить два вимірювальних параметра. Причому початкова механічна швидкість  $V_0(F, n)$  залежить також від великої кількості невимірюваних факторів і тому автори пропонують визначити її експериментально. Рівняння моделі описують процес поглиблення свердловини, коли зношення озброєння долота випереджає зношення його опор. В протилежному випадку автори, виходячи із передбачення, що інтегральне зношення опор долота являє собою адитивну функцію його елементарних зношень [2, 34], ввели третє рівняння в модель. Конкретний вигляд правої частини рівнянь моделі залежить від фізико-механічних властивостей розбурюваних порід. Це потребує ідентифікації коефіцієнтів моделей в кожному конкретному випадку, але, на відміну від інших моделей, ця математична модель дозволяє проводити ідентифікацію в процесі поглиблення свердловини, тобто оперативно – не очікуючи закінчення рейсу долота, чому сприяє вимірюваність оцінки відносного зношення озброєння долота є.

Модель ВНДІБТ описує процес поглиблення свердловини також трьома рівняннями, і на відміну від диференційних моделей дозволяє прогнозувати очищення вибою. Рівняння, яке описує зміну механічної швидкості проходки, відображає S-подібну форму кривої V(F) [35]. Коефіцієнти моделі  $a, b, \alpha, \beta$ визначаються експериментально, але відмінність в їх визначенні полягає в тому, що вони знаходяться емпірично в аналогічних умовах буріння, а не є результатом усереднення результатів великої кількості пробурених раніше свердловин. Залежність механічної швидкості від умов очищення вибою характеризують коефіцієнти *a* і *b*, причому коефіцієнт *a* відображає якість, а *b* – кількість промивальної рідини, яка протікає через отвори долота. Коефіцієнт b тісно пов'язаний з навантаженням на долото при максимальній механічній швидкості буріння і залежить від витрати промивальної рідини і гідравлічної потужності на долоті. Автори моделі наполягають, що не вдається знайти аналітичні залежності, які б дозволяли обчислити коефіцієнти *a* і *b*, що обумовлює їх визначення емпіричним шляхом. Друге рівняння моделі дозволяє знайти час роботи долота, що визначається тільки зношенням опор шарошок, при чому коефіцієнт залежить від будови долота і знаходиться емпірично.

У модель входить також рівняння вартості метра проходки свердловини q, яка мінімізується в процесі вибору оптимальної керуючої дії – осьового навантаження на долото  $F_{ont}$  і швидкості обертання  $n_{onm}$ . Перевага цієї моделі – наявність в ній трьох вимірювальних в процесі буріння параметрів і показників – осьового навантаження на долото. F, швидкості обертання n і механічної швидкості проходки V. Недоліком  $\epsilon$  – обмеженість використання, викликана тим, що для цілей керування не враховується зношення озброєння долота, і необхідність визначення коефіцієнтів a, b,  $\alpha$ ,  $\beta$  емпіричним шляхом під час буріння свердловин. Це знижує можливості оперативного використання моделі для оптимального керування.

Моделі В. С. Федорова відображають взаємозв'язок механічної швидкості проходки, довговічності озброєння і опор долота з параметрами процесу буріння. Ці математичні моделі досить повно описують процес поглиблення свердловини, але до них входить велика кількість неспостережних і невимірюваних параметрів.

Для визначення моменту часу, коли долото доцільно підіймати із свердловини для заміни в зв'язку із його зношенням, розроблена математична модель [36], яка описує процес рівняннями механічної швидкості проходки і умовою підйому долота. Проте, модель не врахує інших основних факторів, що впливають на процес буріння і тому її використання для цілей керування ускладнено.

Для вибору оптимального режиму буріння використовуються також емпіричні рівняння взаємодії долота з породою при різних режимах буріння, виявлені на основі стендових експериментів і векторно-матрична модель [35].

В результаті проведеного аналізу можна відмітити, що коефіцієнти всіх наведених математичних моделей визначаються для конкретного геологотехнічних умов, тому для їх уточнення з метою використання в інших умовах необхідні додаткові експерименти або на стендах, або пробне буріння свердловини, або використання даних, одержаних на свердловинах, що були раніше пробурені на цьому родовищі.

Різноманітність фізико-механічних і абразивних властивостей породи в свердловині, що буриться і свердловині, яка використовується для параметричної ідентифікації коефіцієнтів математичної моделі, приводить до значної похибки їх визначення і втрати оперативності керування.

Диференційні моделі, що найбільш часто використовуються для оптимального керування поглибленням свердловин, містять невимірювальні в процесі буріння показники – відносне зношення озброєння і опор долота. В меншій мірі ці недоліки відносяться до моделі Г. Н. Семенцова і М. І. Горбійчука, які дозволяють вимірювати величину оцінки відносного зносу озброєння долота і зношення його опор під час роботи долота. Це дозволяє відносного використовувати модель для оперативного керування процесом поглиблення свердловин. Однак ця модель розроблена для поглиблення свердловини шарошковим долотом із певною формою зношення зуба. Таким чином, перевірка математичної моделі технологічного процесу поглиблення з метою виявлення її адекватності при інших формах зношення зубів а також для алмазних доліт PDC залишається актуальною задачею.

Експериментальним визначенням залежності механічної швидкості від осьового зусилля V(F) і швидкості обертання долота V(n) займалось багато дослідників, але до сьогодні питання методично не вирішене навіть стосовно характеру цих залежностей, тобто наявності або відсутності екстремуму механічної швидкості буріння від режимних параметрів F і n. Математичні моделі механічної швидкості буріння класу V(F, n) наведені в табл. 1.3.

Автори	Математична модель	Параметри моделі
Е. М. Галле, Х.	$V = C F^{\alpha_f} r(n)$	$C_f$ – буримість породи; $\alpha_f$ – показник
Б. Вудс	$V = C_f - \frac{a_f^p}{a_f^p}$	степеня, який залежить від
(CIIIA)		властивостей породи; <i>r</i> ( <i>n</i> ) – функція
		швидкості обертання долота; $a_f$ –
		коефіцієнт зношування озброєння
		долота.
ВНДІКР нафта	$V = V_0(F)\xi$	
	F = var, n = const,	
Г. Н. Семенцов,	$V - \frac{K_1 F^{\alpha_1} n^{\beta_1}}{1 - 1}$	
М. І. Горбійчук	3	озброєння долота;
	$F = var, n = var, \varepsilon(0)=1$	$K_1, \alpha_1, \beta_1$ –коефіцієнти і показники
		степеня, які залежать від типу
		долота і фізико-механічних
		властивостей гірських порід.
ВНДІБТ	$V = an^{\alpha} \overline{F}^2 n^{\beta_1} e^{-\beta n \overline{F}^2 t}$	$a, b, \alpha, \beta$ – параметричні
	$V = \frac{1}{1 + (B\overline{F})^4} e$	коефіцієнти;
		$\bar{P} = \frac{P}{D}$ – відносне осьове
		навантаження на одиницю діаметра
		долота, кН/см.

Таблиця 1.3 - Математичні моделі механічної швидкості буріння класу V(F, n)

	2	3
В. С. Федоров	$V = K_z \left(\frac{F}{T}\right)^x n^y \varepsilon(t)$	<i>К</i> <sub>б</sub> – коефіцієнт буримості порід;
	$^{o}(d)$	$\varepsilon(t) - функція зношення долота;$
		<i>x</i> , <i>y</i> – емпіричні коефіцієнти.
В. П. Миронов,	$V = V_0 e^{-\alpha t} + \Theta(t)$	$\theta(t)$ – випадкова складова з
Б. І. Шхинек		нульовим математичним
		сподіванням.
М. А. Мислюк,	$V = K_0 e^{K_1 \Delta p + K_2 \sqrt{L}} \cdot \left(\frac{F}{d}\right)^x n^y \varepsilon(t)$	<i>K</i> <sub>0</sub> , <i>K</i> <sub>1</sub> , <i>K</i> <sub>2</sub> , <i>K</i> <sub>3</sub> – коефіцієнти рівнянь
О. В. Лужаниця		моделей;
	$(F)^x$	$\beta = K_1 \Delta p + K_2 L + K_3 L;$
	$V = K_0 e^{\kappa_1 d p + \kappa_2 d} \cdot \left(\frac{d}{d}\right) n^{\gamma} \varepsilon(t)$	$\Delta p$ – пороговий тиск;
	$V = K_0 e^{\beta} \left(\frac{F}{d}\right)^x \cdot n^y \varepsilon(t)$	L – довжина свердловини;
		$\varepsilon(t) - функція зношення долота;$
	$(\mathbf{E})^{x}$	<i>х</i> , <i>у</i> – емпіричні коефіцієнти.
	$V = K_0 L^{K_1} e^{K_2 \Delta p} \cdot \left(\frac{r}{d}\right) n^{\gamma} \varepsilon(t)$	
	$V = K_0 e^{K_2 \frac{\Delta p}{L}} \cdot \left(\frac{F}{d}\right)^x n^y \varepsilon(t)$	

Отже, науковці не мають спільної думки щодо характеру аналітичної залежності механічної швидкості буріння від технологічних параметрів і поточного часу. Тому в роботі [37] запропоновано використовувати математичні моделі загального виду з метою отримання результатів, що не залежать від характеру апроксимуючої функції

$$h = V_{0} \Psi = V_{0} (F, n, Q, \alpha_{i}) \cdot \Psi (F, n, Q, \alpha_{i}, \beta_{i}, t_{i}),$$

$$V = V_{0} \varphi = V_{0} (F, n, Q, \alpha_{i}) \cdot \varphi (F, n, Q, \alpha_{i}, \beta_{i}, t_{i}),$$

$$K = K (F, n, \beta_{i}),$$

$$\varphi = \frac{d\Psi}{dt}.$$
(1.4)

де h – поточне значення проходки;  $V_0$  – механічна швидкість буріння незатупленим долотом;  $\psi$  – функція зношення; F, n, Q – параметри режиму буріння (осьове навантаження, швидкість обертання долота, кількість промивальної рідини відповідно); t – час буріння; V – поточна швидкість буріння;  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  – коефіцієнти, що характеризують систему «долото-порода вибою свердловини»;  $\varphi$  – інтенсивність функції зношення; K – коефіцієнт зношення долота.

Якщо в модель (1.4) для конкретного способу буріння і певного типу долота підставити конкретні характеристики об'єкта керування  $V_0(F, n, Q, \alpha_i)$  і  $\varphi(F, n, Q, K, \alpha_i, \beta_i, t)$ , то буде отримана математична модель для нього, яку можна використати для визначення оптимальних керуючих впливів за вибраним показником оптимальності [37].

Швидкість проходки відіграє ключову роль у контролі ефективності буріння та витрат, пов'язаних з цим процесом [38]. Низька швидкість проходки призводить до збільшення часу буріння, що, в свою чергу, збільшує витрати на буріння та сприяє значним економічним втратам [39, 40]. З іншого боку, збільшення швидкості проходки понад його оптимальне значення призводить ДО несправностей під час буріння, таких як зайва вібрація, швидке нагрівання долота та зношення його озброєння [41, 42], що є причиною частішої заміни долота, що призводить до збільшення часу та витрат на буріння. В роботі [43] розглянута математична модель, яка дозволяє знизити час буріння та витрати на нього, одночасно пом'якшуючи вібрацію під час буріння. Якщо швидкість проходки перевищує оптимальне значення, управління тиском у свердловині стає складнішим, а ймовірність виникнення викиду рідини зростає [44]. Для знаходження оптимального значення швидкості проходки свердловини, знаходять комбінацію таких режимних параметрів, щоб критерій оптимальності набував свого оптимального значення — мінімум собівартості 1 м проходки або максимум 1 м проходки. Комплексне керування швидкістю проходки має різні аспекти, включаючи прогнозування, оптимізацію, а також певні інструкції щодо значень режимних параметрів для досягнення оптимальної швидкості [45].

Протягом кількох десятиліть останніх значну увагу приділяли непараметричним моделям. Основна причина їх зростаючої популярності полягає в тому, що вони не мають конкретної форми регресійної функції, яка характеризує зв'язок між вхідними та вихідними величинами [46]. Вони вимагають лише слабких ідентифікаційних припущень і таким чином мінімізують ризик неправильної специфікації моделі. Проте, основним недоліком даного методу є те, що при його використанні не враховано особливості непараметричного оцінювання, таких як вибір ядра та асимптотично спадна підтримка локального оцінювання. Цього недоліку можна уникнути при використанні методу опорних векторів [47], який займає важливе місце у сучасній теорії побудови емпіричних моделей. Його лінійна версія є близькою до методу гребеневої регресії [48]. Ідея цього методу полягає в побудові гіперплощини, яка ділить елементи вибірки оптимальним чином. Причому гіперплощина повинна максимально розділяти позитивні і негативні приклади з множини, яка навчається. В основі побудови алгоритму навчання опорних векторів лежить поняття ядра скалярного добутку опорного вектора і вектора, взятого із вхідного простору, що є суттєвим недоліком. Ядро необхідно обчислити для всіх можливих пар точок, що може бути неможливим при навчанні і привести до довгих обчислень при прогнозуванні нових точок. Ефективність методу опорних векторів сильно залежить від підбору параметрів.

Для побудови регресійних моделей об'єктів, які функціонують в умовах невизначеності, може бути використаний апарат нечітких множин. Так, у роботі [49] синтезована емпірична модель у вигляді полінома першого порядку, у якій коефіцієнти моделі подані як нечіткі числа з трикутною функцією належності. Процедура визначення коефіцієнтів такої моделі зводиться до задачі лінійного програмування.

Подібний підхід до побудови регресійних моделей запропонований у роботі [50]. Емпірична модель є поліномом першого порядку з нечіткими коефіцієнтами. Обчислення параметрів моделі здійснювалось за критерієм мінімумів сум площ функцій належності нечітких коефіцієнтів. Його використання забезпечує підбір нечітких чисел (коефіцієнтів моделі), які є найменш розмитими та мають модальні значення максимально наближені до нуля.

У роботах [51, 52] для синтезу регресійних моделей першого порядку запропонована процедура, яка подібна до тої, що розроблена у роботі [50]. Додатково використаний метод штучної ортогоналізації планів пасивного експерименту, який ґрунтується на нечіткій кластеризації даних.

Реалізація описаних процедур, що формують методологію, дозволяє отримувати адекватні математичні моделі та знаходити оптимальне за кінцевим станом управління складними технологічними процесами в умовах невизначеності.

Інший підхід [53] до побудови регресійних моделей першого порядку ґрунтується на допущенні, що вхідні величини об'єкта – нечіткі числа, а коефіцієнти моделі мають гаусову функцію належності. Після проведення машинних обчислювальних експериментів отримують уточнену функцію належності. Ці дві функції порівнюються і на основі такого порівняння формується процедура найменших квадратів обчислення коефіцієнтів емпіричної моделі.

Аль-Бетаїрі та інші [54] використали множинний регресійний аналіз для оптимізації величини проходки як функції керованих і некерованих змінних. Вони також досліджували і враховували коефіцієнти кореляції та чутливість мультиколінеарності параметрів буріння. Майдла та Охара [55] представили комп'ютерне програмне забезпечення для оптимального вибору типу шарошкового долота та оптимальних значень режимних параметрів — швидкості обертання долота, осьового навантаження на долото та зносу долота для мінімізації витрат на буріння.

В роботі [56] представлено новий підхід до оптимізації швидкості проходки як функції швидкості обертання долота з врахуванням вібрації та напруги, що виникає в такій динамічній системі як бурова колона. Алум і Егбон [57] провели серію досліджень, які дозволили зробити висновок, що зниження тиску в затрубному просторі є єдиним параметром, який суттєво впливає на проходку, і вони запропонували аналітичну модель для оцінки проходки на основі моделі, введеної Бургойном і Янгом [58]. Запропоновані методи побудови емпіричних моделей об'єктів, які функціонують в умовах невизначеності, мають той недолік, що вони охоплюють лише невеликий клас моделей і для обчислення їх коефіцієнтів необхідно використовувати досить складні обчислювальні процедури.

### 1.3 Застосування штучного інтелекту в моделюванні процесу буріння

Для нафтогазової промисловості актуальним було і є використання комп'ютерних технологій при проведенні розвідувальних та видобувних робіт. Нафтовидобувні компанії активно впроваджують прогресивні ідеї в напрямку підвищення ефективності робіт, економії коштів, зменшення впливу на навколишнє середовище, підвищення безпеки праці. Дослідження ринку в секторі нафтогазової індустрії, проведені компанією GlobalData дозолило зробити прогнозування, що застосування штучного інтелекту щороку буде зростати понад 10% до 2027 року [59].

Застосування штучного інтелекту в процесі буріння нафтових і газових свердловин відкриває широкі можливості для його оптимізації та підвищення ефективності. Основні сфери застосування ШІ в в процесі буріння [60]:

1. Прогнозування та аналітика: ШІ використовується для аналізу великих обсягів даних, що дозволяє прогнозувати параметри процесу буріння, визначати оптимальні режими роботи, та прогнозувати можливі проблеми чи ускладнення.

2. Автоматизація та оптимізація: ШІ може контролювати бурові системи, щоб автоматично регулювати параметри буріння, відповідно до отриманих даних та умов, що дозволяє підтримувати оптимальні швидкості та зменшувати витрати.

3. Здатність до самонавчання та підтримка рішень: ШІ допомагає в розробці моделей для прогнозування відмов у буровому обладнанні та розробці стратегій підтримки рішень для попередження можливих проблем.

4. Здатність навчатись на великих наборах даних в реальному часі: ШІ використовується для аналізу даних, що надходять в реальному часі з давачів та обладнання з бурової установки, що дозволяє операторам швидко реагувати на будь-які зміни та втручатися у процес за необхідності.

5. Підвищення безпеки: ШІ допомагає визначати потенційні небезпеки чи ризики, що можуть виникнути під час буріння, та надає рекомендації щодо запобігання них.

Отже, застосування штучного інтелекту стає все більш затребуваним для вирішення складних проблем в нафтогазовій промисловості. У всьому світі розробляються і впроваджуються методи ШІ в процес побудови бурових установок і безпосередньо в процес буріння.

В роботі [61] розглянуто різні підходи до побудови математичної моделі механічної швидкості проходки, на основі чого було зроблено висновок про доцільнсть застосування у відомих математичних моделях, таких як моделі Янга та Hareland i Hoberock [62÷63], застосування прогресивного стохастичного методу та генетичних алгоритмів, які дозволяють здійснити прогнозування значень швидкості проходки

В роботах багатьох авторів розглянуто питання застосування методів машинного навчання та використання ШІ в процесі буріння для попередження ускладнень та аварій.

Останнім часом багато дослідників розробляють програмне забезпечення для оптимізації процесу буріння та інтелектуальні експертні системи, які дозволяють мінімізувати конструкцію свердловини (за критерієм мінімуму вартості) та мінімізувати появу аварійних ситуацій [64÷68], однак більшість цих експертних систем не зосереджуються на аналітичних, напіваналітичних та емпіричних моделях швидкості проходки.

В роботі [69] автори використали алгоритм "Shuffled Frog Leaping" (SFL) для оптимізації значення проходки як функції швидкості обертання долота, навантаження на долото та швидкості потоку бурового розчину. Крім того, застосування цього метаевристичного еволюційного алгоритму дозволяє оптимізувати функцію мінімуму питомої гідравлічної енергії, яка створюється потоком рідини. Ідея застосування цього алгоритму в тому, що кожний режимний параметр F, n, Q – представляє собою «жабу», значення якої виводиться на основі моделі швидкості проходки. В результаті роботи алгоритму, кожна «жаба»

автоматично переходить до найкращого значення проходки, таким чином досягаючи майже оптимального рішення.

Для знаходження оптимального значення швидкості проходки в режимі реального часу в роботі [70] було запропоновано комбінацію нейронної мережі з бджолиним алгоритмом, так як процес буріння включає численні ефективні параметри, то явно врахувати значення кожного неможливо. Для знаходження оптимального значення швидкості проходки тут враховувались сім вхідних параметрів та проведено експеримент на трьох ділянках свердловини, і результати показали покращення швидкості проходки на 20-30%.

Ванг та Салехі [71] використовували штучний інтелект для прогнозування оптимальних параметрів бурового розчину, який подається в свердловину та виконали аналіз чутливості вхідних параметрів створеної моделі за допомогою методу прямої регресії. Цінністю даної роботи є те, що була проведена перевірка ком'ютерних моделей фактичними польовими даними, яка показала, що розроблена математична модель штучної нейронної мережі для прогнозування гідравлічних процесів в бурінні, досить точно дозволяє передбачити залежність тиску насоса від глибини в аналогічних пластах породи.

Останнім часом було проведено різноманітні дослідження з використанням штучного інтелекту в галузі нафтового інженерінгу [72÷75].

Отже, новітні технологій автоматизації технологічного процесу буріння свердловини ґрунтуються на концепції так званої «розумної свердловини» [76], що полягає у використанні спеціальних інтелектуальних пристроїв для вимірювання технологічних умов від рівня пласта нафти і газу до поверхні в режимі on line. Такий підхід дозволяє здійснювати порівняння фактичних значень перебігу процесу з ідеальними, що представлені у відповідній математичній моделі, і виконувати налаштування для оптимізації процесу шляхом створення коректуючих впливів на вхідні та вихідні потоки змінних. Для того, щоб процес управління міг розглядатись як процес реального часу, коректуючі впливи повинні генеруватись з однаковою швидкістю як від рівня поверхневого управління так і з нижніх рівнів, на основі поєднання інформації, що контролюється електронно або гідравлічно. Це дозволить коректно відслідковувати процес поглиблення та впливати на зміни в ньому, отримані в результаті порівнянь з попередніми вимірюваннями.

Застосування таких багаторівневих інтелектуальних технологій управління дозволяє оптимізувати процес управління технологічним процесом буріння свердловини.

#### 1.4 Вибір і обґрунтування напрямку досліджень

Україна має значні запаси вуглеводнів, які залягають на територіях Донецько-Дніпровської западини, Карпатського регіону та на шельфі Чорного моря. Буріння свердловин в цих регіонах характеризується значними глибинами і ведеться в складних геолого-технічних умовах.

Буріння свердловин здійснюється трьома способами – роторним, турбінним, за допомогою електробурів та із застосуванням вибійних гвинтових двигунів (ГВД). Найбільш поширеним є роторне буріння. Останнім часом широкого розповсюдження набуває буріння з застосуванням гвинтових вибійних двигунів. Адже вони мають багато і технологічних, і експлуатаційних переваг, основними з яких є – високий обертовий момент, широкий спектр частот обертання валу шпинделя (діапазон 100 – 200 об/хв.), що підвищує ефективність відпрацювання більшості типів сучасних шарошкових і безопірних доліт. Крім того застосування ГВД дає змогу ефективно вирішувати технологічні задачі пов'язані з спорудженням похило-скерованих свердловин.

Буріння з використанням ГВД має ряд особливостей. Одна з них використання гідравлічної потужності бурової рідини для обертання долота на вибої свердловини, що зумовлює розв'язання актуальної наукової задачі – виявлення керуючих впливів і на цій основі створення математичної моделі придатної для оптимального керування процесом механічного буріння.

Більшість робіт присвячених розв'язанню проблеми оптимального керування процесом буріння стосувались роторного буріння, що пояснюється незалежністю керуючих впливів – осьового навантаження на долото і частоти його обертання.

Буріння за допомогою ГВД дає змогу реалізувати управління процесом поглиблення свердловин за допомогою двох незалежних керуючих впливів – осьового навантаження на долото і частоти його обертання, що робить його конкурентоспроможним з роторним бурінням.

На теперішній час питання оптимального керування процесом буріння із застосуванням ГВД недостатньо висвітлені як в зарубіжній, так і в вітчизняній літературі. Це пояснюється тим, що буріння протікає в умовах зміни геологотехнічних умов. Процес буріння характеризується значною невизначеністю і нелінійною залежністю основних показників процесу буріння – проходки на долото, стану озброєння на долото, швидкістю проходки – від режимних параметрів осьового навантаження на долото, частоти його обертання, якості і кількості бурового розчину.

Слід відзначити, що на теперішній час не існує задовільної теорії руйнування гірських порід, на основі якої можливе створення математичних моделей придатних для розв'язання задач оптимізації процесу буріння. Одним із шляхів подолання виниклих труднощів - створення емпіричних моделей на основі узагальнення і оброблення даних отриманих під час буріння свердловин.

Тому, актуальною залишається задача побудови математичних моделей і на цій основі розроблення методу придатного для вирішення задачі оптимального керування процесом механічного буріння зі застосуванням ГВД з врахуванням невизначеностей, які притаманні технологічним параметрам.

Вирішення поставленої задачі передбачає створення математичних моделей, формалізацію задачі оптимального керування за вартісним критерієм з врахування обмежень на керуючі впливи та з врахування невизначеності, яка виникає при оцінці технологічних параметрів.

Для розв'язання поставленої задачі буде використаний математичний апарат нечітких множин і методи побудови емпіричних моделей з використанням теорії генетичних алгоритмів.

# РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПОГЛИБЛЕННЯ СВЕРДЛОВИН ПРИ БУРІННІ ГВИНТОВИМИ ВИБІЙНИМИ ДВИГУНАМИ

## 2.1 Математична модель процесу поглиблення свердловини при бурінні гвинтовими вибійними двигунами

При спорудженні орієнтовано-направлених свердловин останнім часом стали використовувати гвинтові вибійні двигуни (ГВД), що пояснюється цілим рядом технологічних і експлуатаційних переваг таких машин. Серед них — високий обертовий момент, широкий діапазон частот обертання валу шпинделя в діапазоні 100 – 200 об/хв., що дає змогу ефективно відпрацьовувати більшість типів сучасних шарошкових і безопірних доліт [20].

Для ГВД, як і для роторного буріння, має місце незалежність частоти обертання породоруйнівного інструменту і осьового навантаження, що дає змогу ефективно розв'язувати задачі оптимального керування процесом механічного буріння за умови, якщо належним чином формалізована така задача.

Процес механічного буріння характеризується значною невизначеністю, складною функціональною залежністю факторів і параметрів, що зумовлюють процес поглиблення свердловини. Тому для розв'язання задач, пов'язаних з керуванням процесом буріння, різні автори пропонують емпіричні моделі з невеликою кількістю коефіцієнтів, які визначають за результатами експериментальних досліджень в лабораторних (стендових) або промислових умовах [2, 20, 77, 78].

Для вирішення задачі оптимального керування процесом поглиблення свердловини математична модель повинна бути подана у просторі станів, координатами якого є фактори, що характеризують взаємодію бурового інструмента з гірською породою. Вперше така модель була запропонована ученими США Galle E. M. i Woods H. B. [79, 80], яка отримана як результат статистичного узагальнення багатьох промислових досліджень. Тому вона може бути придатною лише для якісної оцінки того чи іншого варіанту управління процесом буріння.

Інший підхід запропонований авторами роботи [2]. Математичний опис процесу поглиблення свердловини при роторному бурінні ґрунтується на введенні трьох показників – проходки на долото та опосередкованих оцінок стану озброєння і опор долота, які характеризують взаємодію бурового інструмента з породою.

Буріння з використанням ГВД має ряд особливостей. Одна з них використання гідравлічної потужності бурової рідини для обертання долота на вибої свердловини, що зумовлює розв'язання актуальної наукової задачі – виявлення керуючих впливів і на цій основі створення математичної моделі придатної для оптимального керування процесом поглиблення орієнтовано скерованих свердловин.

Створення математичної моделі процесу поглиблення свердловини має цілий ряд специфічних особливостей [2] таких як не стаціонарність, не відтворюваність та стохастичність. Така особливість процесу буріння зумовлює погану організацію його внутрішньої структури [77].

Незважаючи на такі особливості процесу буріння, він повинен бути формалізований як багатовимірний об'єкт керування направленого перетворення вхідних керуючих впливів та вхідних контрольованих і не контрольованих збурень у реакцію об'єкта.

У загальному вигляді формалізований запис задачі оптимального керування процесом поглиблення свердловини має такий вигляд [2]:

$$\min(\max): R(\overline{x}, \overline{u}, \overline{w}, \overline{\Pi}), \qquad (2.1)$$

$$\frac{d\overline{x}}{dt} = \overline{f}\left(\overline{x}, \overline{u}, \overline{w}, \overline{\Pi}, \overline{K}_{v}\right), \qquad (2.2)$$

$$\overline{x}(t_0) = \overline{x}^{(0)}, \ \overline{x}(t_f) = \overline{x}^{(f)}.$$
(2.3)

$$\overline{u} \in U , \qquad (2.4)$$

де  $\bar{x}$  - вектор змінних стану процесу поглиблення свердловин;

*ū* - вектор впливів керування; *w* - вектор, компоненти якого фізикомеханічні властивості гірських порід;

П - вектор реологічних властивостей промивальної рідини;

 $\overline{K}_{\nu}$  - вектор постійних коефіцієнтів, які визначаються типом приводу долота, його типорозміром, глибиною свердловини та ін. ;

*U* - допустима область впливів керування.

На сьогодення не існує загальної теорії руйнування гірських порід породоруйнівним інструментом, на основі якої можна було б отримати аналітичну залежність (2.2).

Вивченню закономірності (2.2) присвячена значна кількість робіт, як вітчизняних, так і зарубіжних вчених, які ґрунтуються на допущенні, що фактори, які зумовлені фізико-механічними властивостями гірських порід, реологічними властивостями бурових розчинів, конструкцією та типом породоруйнівного інструменту, є незмінними і їх вплив враховується через параметри моделі [111].

Зроблене допущення дає змогу зробити висновок, що для роторного буріння і буріння гвинтовими вибійними двигунами (ГВД-буріння), основними факторами, які зумовлюють ефективність процесу руйнування гірських порід, є осьове навантаження на долото і частота його обертання [2].

Отже, для турбінного і ГВД-буріння вектор керуючих впливів  $\overline{u}$  своїми компонентами буде мати осьове навантаження на долото F і частоту його обертання  $n_d$ .

3 врахуванням зроблених допущень, залежність (2.2) набуде такого вигляду:

$$\frac{d\overline{x}}{dt} = \overline{f}\left(F, n_d, \overline{a}\right),\tag{2.5}$$

де  $\overline{a}$  – вектор постійних величин [111].

Для ГВД-буріння  $n_d$  залежить від тиску P і витрати бурового розчину (подачі) Q. Для ГВД, крім P і Q, його характеристики визначає і крутний момент M, між якими існують такі функціональні залежності [20]:

$$\omega = \omega_{id} - a_{\omega} M^{\alpha}, \qquad (2.6)$$

$$P = P_{id} + a_p M^{\beta}, \qquad (2.7)$$

де  $\omega = 2\pi n_d$  – кутова частота;  $\omega_{id}$  і  $M_{id}$  – кутова частота і крутний момент при холостому ході (P = 0);  $\alpha$  і  $\beta$  – показники нелінійності характеристик (2.6) і (2.7);  $a_{\omega}$  і  $a_p$  – експериментальні коефіцієнти.

Як показали експериментальні дослідження [20], в більшості випадків β≃1. Тому

$$P = P_{id} + a_p M . aga{2.8}$$

Гідравлічна потужність, що підводиться до валу ГВД  $N = QP + N_{sq}$ , внаслідок втрат перевищує корисну механічну потужність  $N_M = \omega M$ , яка витрачається на обертання долота. Потужністю стиснення потоку рідини  $N_{sq}$ , яка є незначною [20], можна знехтувати [111].

Якісним показником [20] балансу потужності ГВД є його коефіцієнт корисної дії (ККД)

$$\eta = \frac{N_M}{N}$$

Враховуючи значення  $N_M$  і N, отримуємо

$$\eta = \frac{M\omega}{QP}.$$
(2.9)

При ГВД-бурінні повинна забезпечуватись постійна потужність бурового насосу  $N_p$ , яка досягається двома способами [78, 79]. Перший з них передбачає заміну втулок і поршнів різних діаметрів, які входять в комплект бурового насосу, що забезпечує регулювання тиску бурового розчину у міру поглиблення свердловин. При такому регулюванні роботою бурового насосу потужність, яку розвиває насос, є значно меншою за номінальну [79].

Для реалізації другого способу буровий насос повинен бути оснащений регульованим частотним електроприводом. Це дає змогу плавно змінювати продуктивність бурового насосу і, як наслідок, значно зменшити невикористану

потужність. За допомогою регульованого електроприводу досягається збільшення механічної швидкості буріння до 20 % і зменшення тривалості спускопіднімальних операцій до 20 % [79].

Якщо регульований електропривод є асинхронний двигун, то механічна потужність, яка передається на вал двигуна, буде такою:

$$N_{mp} = M_{am}\Omega, \qquad (2.10)$$

де  $M_{am}$  – момент на валу двигуна;  $\Omega$  – кутова швидкість ротора двигуна.

Потужність  $N_{mp}$  передається буровому насосу, на виході якого подача Q під тиском P поступає до ГВД. Внаслідок втрат енергії при передачі її від електричного двигуна до бурового насосу буде мати місце таке співвідношення:

$$\eta_{dp} = \frac{N}{N_{mp}}.$$
(2.11)

Оскільки  $N = \frac{N_M}{\eta}$  і  $N_M = M\omega$ , то формула (2.11), яка визначає коефіцієнт

корисної дії системи «електричний двигун-буровий насос», набуде такого вигляду:

$$\eta_{dp} = \frac{M\omega}{\eta N_{mp}}.$$
(2.12)

3 врахуванням формули (2.6) вираз (2.12) прийме такий вигляд:

$$\eta_{dp} = rac{M\left(\omega_{id} - a_{\omega}M^{lpha}
ight)}{\eta N_{mp}}.$$

Якщо врахувати формулу (2.10), то отримаємо

$$\eta_{dp} = \frac{M\left(\omega_{id} - a_{\omega}M^{\alpha}\right)}{\eta M_{am}\Omega}.$$
(2.13)

Момент на валу електроприводу обчислюють за такою формулою [80]:

$$M_{am} = \frac{(1-s)m_1 U^2 r_2/s}{\Omega(r_1 + c_1 r_2/s)^2 + (x_{s1} + c_1 x_{s2})^2},$$
(2.14)

де *s* – ковзання; *U* – напруга живлення двигуна;  $m_1$  – число фаз обмоток статора;  $r_1$ ,  $r_2$  – активні опори статора і ротора;  $x_{s1}$ ,  $x_{s2}$  – індуктивні опори розсіювання статора і ротора;  $c_1$  – коефіцієнт приведення.

Між кутовою частотою Ω ротора і кутовою частотою ω<sub>1</sub> існує функціональний взаємозв'язок:

$$s = 1 - \frac{\Omega}{\omega_1} z_p, \qquad (2.15)$$

де *z<sub>p</sub>* – число пар полюсів статора.

Якщо значення *s* перерахувати за формулою (2.15) і отримане значення підставити в (2.14), то отримаємо залежність  $M_{am} = f_{am}(\Omega)$ , яка носить назву механічної характеристики асинхронного електричного двигуна [6].

Залежність  $M_{am} = f_{am}(\Omega)$  (рис. 2.1) є нелінійною функцією. На інтервалі значень [0;  $M_{max}$ ] залежність  $M_{am} = f_{am}(\Omega)$  можна апроксимувати прямою лінією

$$M_{am} = a_1 + a_2 \Omega, \qquad (2.16)$$

де 
$$a_1 = \frac{\Omega_1 M_{max}}{\Omega_1 - \Omega_m}; a_2 = -\frac{M_{max}}{\Omega_1 - \Omega_m},$$

де  $\Omega_1$  – кутова частота холостого ходу;  $M_{max}$  – максимальне значення крутного моменту;  $\Omega_m$  – кутова частота, при якій момент досягає свого максимального значення.



Рисунок 2.1 – Механічна характеристика асинхронного двигуна [6]

3 врахуванням формули (2.16) вираз (2.13) набуде такого вигляду:

$$\eta_{dp} = \frac{M\left(\omega_{id} - a_{\omega}M^{\alpha}\right)}{\eta\left(a_{1} + a_{2}\Omega\right)\Omega},$$
(2.17)

яка справедлива для діапазону частот  $[\Omega_1; \Omega_m]$ .

Момент, який виникає на валу ГВД, можна обчислити за такою формулою [20]:

$$M = P z_2 e^2 T \left( z_2 - 1 + \frac{4}{\pi} c_e \right),$$

де  $z_2$  – число зубців ротора ГВД; *е* – ексцентриситет (міжцентрова віддаль статора і ротора); *T* – крок гвинтової поверхні статора;  $c_e$  – безрозмірний коефіцієнт зачеплення.

Величини, які входять в останню формулу, окрім тиску *P*, визначаються конструкцією ГВД і тому будемо вважати їх постійними величинами. Введемо таке позначення:

$$k_z = z_2 e^2 T \left( z_2 - 1 + \frac{4}{\pi} c_e \right).$$

$$M = k_z P.$$
(2.18)

З врахуванням отриманого значення *M*, формулу (2.17) запишемо у такому вигляді:

$$\eta_{dp} = \frac{k_z P(\omega_{id} - A_{\omega} P^{\alpha})}{\eta(a_1 + a_2 \Omega) \Omega},$$
(2.19)

де  $A_{\omega} = k_z^{\alpha} a_{\omega}$ .

Параметри  $A_{\omega}$  і  $\alpha$ , які входять у формулу (2.17) визначимо із таких міркувань. Тормозний режим роботи ГВД має місце [20] при  $\omega = 0$ . Тоді, з врахуванням значення M, яке визначається за формулою (2.18), рівняння (2.6) набуде такого вигляду:

$$\omega_{id} - A_{\omega} P_T^{\alpha} = 0,$$

де  $P_T$  – тормозний тиск.

Із останнього рівняння знаходимо

$$A_{\omega} = \frac{\omega_{id}}{P_T^{\alpha}}.$$
(2.20)

Тепер запишемо рівняння (2.6) для номінального режиму роботи ГВД, врахувавши значення *M*. У результаті отримаємо

$$\omega_{nom} = \omega_{id} - A_{\omega} P_{nom}^{\alpha}$$

Після підстановки в отриманий враз значення  $A_{\omega}$ , із формули (2.20), приходимо до такого результату:

$$\omega_{nom} = \omega_{id} \left( 1 - \left( \frac{P_{nom}}{P_T} \right)^{\alpha} \right),$$

Розв'язавши останнє рівняння відносно α, знаходимо, що

$$\alpha = \frac{\ln(1 - \omega_{nom}/\omega_{id})}{\ln(P_{nom}/P_T)}$$

Знаючи значення  $\alpha$ , за формулою (2.20) визначимо параметр  $A_{\omega}$ .

Після очевидних перетворень формула (2.17) набуде такого вигляду:

$$a_2\Omega^2 + a_1\Omega - \frac{\varphi(P)}{\eta_s} = 0,$$

де  $\eta_s = \eta_{dp} \eta$ ;  $\varphi(P) = k_z P(\omega_{id} - A_\omega P^\alpha).$ 

Розв'язок останнього рівняння буде таким:

$$\Omega = \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 + 4\varphi(P)a_2/\eta_s}}{2a_2}.$$
 (2.21)

Аналіз співвідношення (2.21) показує, що тиск промивної рідини P і кутова швидкість вала бурового насосу  $\Omega$  функціонально зв'язані. Тільки один із них може бути вибраний як незалежний керуючий вплив. Виходячи з технологічних міркувань, доцільніше вибрати тиск промивальної рідини P [111]. Такої думки притримується, наприклад, і автор роботи [81].

Таким чином, допускаємо, що права частина диференціального рівняння (2.5) є функцією осьового навантаження на долото F і тиску промивальної рідини P на вході в свердловину. Такий підхід до заміни в (2.5)  $n_d$  на P має ту перевагу, що величина *Р* доступна до спостереження, а вимірювати значення  $n_d$  є досить проблематичним. Це означає, що рівняння (2.5) набуде такого вигляду [111]:

$$\frac{d\overline{x}}{dt} = \overline{f}\left(F, P, \overline{a}\right),\tag{2.22}$$

Компонентами вектор-функції  $\overline{f}(F,P)$ , що є правою частиною рівняння (2.21), будемо вважати [2]: поточне значення швидкості буріння  $v_t(F,P)$ , швидкість зносу зубів  $v_{\mu}(F,P)$  та опор  $v_g(F,P)$  долота.

Вектор змінних стану  $\bar{x}$ , який входить в рівняння (2.22), має своїми компонентами [2] - проходку на долото h(t), оцінку стану озброєння долота  $\xi(t)$  і оцінку стану опори g(t) для шарошкових доліт. У тому випадку, коли має місце випереджувальний знос озброєння шарошкового долота або буріння ведеться полікристалічним долотом типу PDC, вектор станів  $\bar{x}$  має два компоненти - h(t) і  $\xi(t)$ .

Із трьох компонентів h(t),  $\xi(t)$  і g(t) вектора змінних станів  $\overline{x}$  лише h(t)можна безпосередньо вимірювати в процесі буріння. Оцінки станів озброєння  $\xi(t)$ і g(t) визначають опосередковано [2] через інші технологічні параметри.

У роботі [82] стан озброєння долота запропоновано оцінювати відношенням початкової швидкості буріння  $v_0$  до її поточного значення  $v_t$ 

$$\xi = \frac{v_0}{v_t}.$$
 (2.23)

За аналогією з оцінкою ξ стан опор долота для ГВД-буріння можна опосередковано визначити відносною зміною моменту на долоті [2]

$$g = \frac{M - M_x}{M_{g,0}},$$
 (2.24)

де M - поточний момент ГВД;  $M_x$  - момент холостого ходу ГВД;  $M_{g,0}$  - момент для нового долота.

Якщо тепер врахувати формулу (2.18), то із (2.24) випливає, що оцінку стану опори долота можна визначити так [111]:

$$g = \frac{P - P_x}{P_{g,0} - P_x},$$
 (2.25)

де *P* - поточний тиск на стояку промивальної рідини; *P*<sub>g,0</sub> - тиск промивальної рідини на стояку для нового долота; *P*<sub>x</sub> - тиск промивальної рідини при холостому ході ГВД.

Відмітимо, що в [83] отримана формула, яка є аналогічною до співвідношення (2.25), як результат тривалого спостереження за процесом буріння з використанням ГВД для виявлення моменту закінчення чергового рейсу буріння за зносом опори шарошечного долота.

Формалізацію процесу механічного поглиблення свердловини з метою створення математичної моделі, придатної для розв'язання задачі оптимального керування, здійснимо при таких допущеннях [111]:

– привід бурового долота здійснюється ГВД, а для приводу бурового насоса використаний асинхронний двигун з регульованою частотою обертання;

 вся глибина свердловини розбита на інтервали, всередині яких фізикомеханічні властивості гірських порід незмінні;

– буріння ведеться шарошечними долотами або полікристалічним долотом типу PDC.

Виходячи із прийнятих допущень, математичну модель процесу поглиблення свердловин запишемо у такій формі [2]:

– для шарошечних доліт з випереджаючим зносом опор

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{v_0(F,P)}{\xi(t)},\tag{2.26}$$

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = K_{\xi}(F, P), \qquad (2.27)$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = K_g(F, P), \qquad (2.28)$$

де $v_0(F,P)$ -початкова швидкість буріння;  $K_{\xi}(F,P)$ ,  $K_g(F,P)$ -швидкості зміни оцінок технічного стану озброєння і опор долота.

За початковий відлік часу візьмемо початок чергового рейсу буріння, коли на вибій свердловини опустили нове долото. Тоді початкові умови будуть такими [111]:

$$h(0) = 0, \ \xi(0) = 1, \ g(0) = 1.$$

Значення для другої і третьої початкових умов витікає із способу визначення оцінок стану озброєння і опори долота.

для шарошечних доліт з випереджаючим зносом озброєння і полікристалічних доліт типу PDC

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{v_0(F,P)}{\xi(t)},\tag{2.29}$$

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = K_{\xi}(F, P)$$
(2.30)

з початковими умовами h(0) = 0,  $\xi(0) = 1$ .

За своєю структурою рівняння (2.26) – (2.30) аналогічні рівнянням, які отримані в роботі [2]. Принципіальна відмінність у тому, що їх праві частини, при зроблених допущеннях, визначаються осьовим навантаженням на долото і тиском бурового розчину, який використовується не тільки для транспортування вибуреної породи на денну поверхню, але й є джерелом енергії для ГВД [111].

Із-за складного характеру взаємодії бурового інструмента з гірською породою аналітичним шляхом отримати вирази залежностей, що входять у праві частини диференціальних рівнянь (2.26) – (2.30), на теперішній час не є можливим.

Для формалізації задачі оптимального керування процесом поглиблення свердловин за допомогою ГВД необхідно розроби метод побудови емпіричних моделей залежностей  $v_0(F,P)$ ,  $K_{\xi}(F,P)$  і  $K_g(F,P)$ , що і є метою подальших досліджень.

## **2.2** Емпіричні моделі залежностей $v_0(F,P)$ , $K_{\xi}(F,P)$ і $K_{g}(F,P)$

На теперішній час не існує теорії руйнування гірських порід, на основі якої можливо отримати аналітичні залежності  $v_0(F,P)$ ,  $K_{\xi}(F,P)$  і  $K_g(F,P)$ . Виходом

із такої ситуації є побудова емпіричних моделей на основі експериментальних досліджень. Допускаємо, що глибина свердловини розбита на інтервали, всередині яких залишаються незмінними фізико-механічні властивості гірських порід. Тоді початкова швидкість буріння  $v_0$  та швидкості зміни оцінок стану озброєння долота  $K_{\xi}$  та його опори  $K_g$  будуть функціями осьового навантаження на долото F та тиску P бурового розчину, тобто

$$v_0 = \varphi_v(F, P), \qquad (2.31)$$

$$K_{\xi} = \varphi_{\xi} (F, P), \qquad (2.32)$$

$$K_g = \varphi_g \left( F, P \right). \tag{2.33}$$

У буровій практиці залежності (2.31) — (2.33) прийнято описувати степеневими залежностями

$$\left\{v_{0}, K_{\xi}, K_{g}\right\} = k_{i} F^{\alpha_{i}} P^{\beta_{i}}, \ i = 1, 2, 3, \qquad (2.34)$$

де  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  - емпіричні коефіцієнти.

Вибір моделей (2.31) – (2.34) у формі (2.34) пояснюється їх простотою і малими обчислювальними затратами при визначенні емпіричних коефіцієнтів α<sub>i</sub> і β<sub>i</sub>. Як правило, моделі (2.31) – (2.34) лінеаризують. Після лінеаризації (2.34) набуває такого вигляду:

$$\ln\{v_0, K_{\xi}, K_g\} = \ln k_i + \alpha_i \ln F + \beta_i \ln P, \ i = 1, 2, 3, \qquad (2.35)$$

Значення  $v_0$ ,  $K_{\xi}$  і  $K_g$  обчислюють [2] за виміряним значенням проходки на долото h(t). На значення h(t) накладається адитивна перешкода  $\delta_h$ , яка є випадковою величиною. Оскільки величини  $v_0$ , і  $K_{\xi}$  опосередковано вимірюються за значенням h(t), то  $v_0$  і  $K_{\xi}$  є випадковими величинами. У роботі [2] показано, що дисперсії завад  $\sigma_{\delta,v_0}^2$  і  $\sigma_{\delta,K_{\xi}}^2$  для випадкових  $v_0$  і  $K_{\xi}$  можна обчислити за такими співвідношення:

$$\sigma_{\delta,\nu_0}^2 = \frac{\sigma_{e,\nu_0}^2}{\nu_0^2(F,P)} \left( 1 + \frac{\sigma_{e,\nu_0}^2}{2\nu_0^2(F,P)} \right),$$
(2.36)

$$\sigma_{\delta,K_{\xi}}^{2} = \frac{\sigma_{e,k_{\xi}}^{2}}{K_{\xi}^{2}(F,P)} \left( 1 + \frac{\sigma_{e,k_{\xi}}^{2}}{2K_{\xi}^{2}(F,P)} \right), \qquad (2.37)$$

де  $\sigma_{e,v_0}^2$ ,  $\sigma_{e,k_{\xi}}^2$  - асимптотичні значення дисперсій [2] випадкових величин  $v_0$  і  $K_{\xi}$ .

Із формул (2.36) і (2.37) випливає, що лінеаризація залежностей (2.31) і (2.32) можлива лише у тому випадку, коли  $\sigma_{\delta,v_0}^2 \rightarrow 0$  і  $\sigma_{\delta,K_{\xi}}^2 \rightarrow 0$ . Така умова буде мати місце, коли  $\sigma_{e,v_0}^2$  і  $\sigma_{e,k_{\xi}}^2$  набудуть нульових значень. Як показали експериментальні дослідження [2] остання умова практично ніколи не виконується. тому залежності (2.31) – (2.33) будемо апроксимувати поліномами певного порядку, а параметри такого полінома можна визначити за методом найменших квадратів.

Метод найменших квадратів (МНК), який використовується для побудови емпіричних моделей, допускає, що аргументи моделі вимірюються точно, а на вихідну величину накладається адитивна перешкода. У тому випадку, коли перешкоди у кожному спостереженні за вихідною величиною некорельовані і мають однакову дисперсію, тоді МНК для лінійної регресійної моделі дає найкращу незміщену оцінку [85]. Така ситуація рідко зустрічається на практиці. Як правило, вхідні і вихідні змінні знаходяться під дією перешкод, врахування яких при побудові емпіричних моделей, можливе, якщо використовувати баєсовський підхід [86].

У сучасній теорії побудови емпіричних моделей важливе місце займає метод опорних векторів [87]. Його лінійна версія є близькою до методу гребеневої регресії [88], а нелінійна версія – до методу непараметричного ядерного оцінювання [89].

У загальному випадку при побудові емпіричних моделей допускають, що структура моделі відома, а задачею ідентифікації є визначення параметрів такої моделі. Академіком О. Г. Івехненком та його школою розроблений метод побудови емпіричних моделей, який дістав назву метод групового врахування аргументів [90], де в процесі ідентифікації здійснюється вибір структури моделі із заданого класу моделей.

Інший підхід, який ґрунтується на ідеях методу групового врахування аргументів, у своїй реалізації використовує теорію генетичних алгоритмів [91, 92].

Дані, які використовують для побудови емпіричних моделей, вміщують неточності, що суттєво впливають на результат задачі ідентифікації [85]. Врахування перешкод, які накладаються на вхідні і вихідні величини моделі, вимагають знання, як правило, статистичних характеристик таких перешкод, які проблематично отримати в умовах спорудження свердловин. Альтернативним підходом врахування неточностей [49, 93], які супроводжують спостереження за вхідними і вихідними величинами процесу буріння є інтерпретація таких величин у термінах теорії нечітких множин.

Для урахування нечіткості у процесі емпіричного моделювання потрібно проводити певні арифметичні операції над нечіткими величинами. Виконання арифметичних операцій (додавання, віднімання, множення і ділення) стає можливим, якщо нечіткі числа розглядати як числа типу (*L*–*R*).

Припустимо, що x (осьове навантаження на долото F або тиск промивальної рідини P) є нечіткою величиною типу (L–R). Тоді функцію належності даного числа можна розглядати як композицію двох функцій: L-функції і R-функції [94].

$$\mu_{L-R}(z) = \begin{cases} L\left(\frac{a_x - x}{\alpha_L}\right), & x \le a_x, \\ R\left(\frac{x - a_x}{\alpha_R}\right), & x > a_x, \end{cases}$$

де Z<sub>0</sub> – модальне значення нечіткого числа;  $\alpha_L > 0$ ,  $\alpha_R > 0$  – лівий і правий коефіцієнти нечіткості.

Отже, будь-яке нечітке число, що відноситься до типу (L-R) можна однозначно описати трьома параметрами  $\langle a_x, \alpha_L, \alpha_R \rangle$ .

Якщо трикутна функція належності є симетричною відносно  $a_x$ , то вона належить до функцій (*L*–*R*)-типу. Оскільки вона є недиференційована в деяких точках із області визначення, то її незручно застосовувати для практичного використання.

Тому, для трикутної функції належності, яка має вигляд

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{2}{\Delta} (x - a_x) + 1, & x \in [a_x - \Delta/2; a_x], \\ -\frac{2}{\Delta} (x - a_x) + 1, & x \in [a_x; a_x + \Delta/2]. \end{cases}$$
(2.38)

доцільно виконати її апроксимацію гаусовою функцією

$$\mu_G(x) = \exp\left(-\frac{\left(x - a_x\right)^2}{2\alpha^2}\right),\tag{2.39}$$

де  $\mu(a_x)=\mu_G(a_x)=1$ ;  $\Delta$  – інтервал невизначеності нечіткої величини *x*;  $\alpha$  – коефіцієнт концентрації нечіткої величини *x*.

На кожному із інтервалів визначення  $x \in [a_x - \Delta/2; a_x]$  і  $x \in [a_x; a_x + \Delta/2]$  функції (2.38) і (2.39) є монотонними, тому вони будуть мати не більше двох спільних точок при їх апроксимації. Перша точка визначається значенням  $a_x$ , а друга буде мати місце, коли  $x = x_a$ . При такому значенні x буде мати місце співвідношення

$$\mu(x_a) = \mu_G(x_a) = \theta. \tag{2.40}$$

Значення величини  $a_x$  не впливає на форму функцій належності (2.38) і (2.39), а лише визначає їх положення на осі абсцис. Тому значення  $a_x$  не впливає на точність апроксимації функції (2.38) функцією (2.39). Нехай  $a_x = 0$ . Тоді формули (2.38) і (2.39) набудуть такого вигляду:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{2}{\Delta} x + 1, x \in [-\Delta/2; 0], \\ -\frac{2}{\Delta} x + 1, x \in [0; \Delta/2]. \end{cases}$$
(2.41)

$$i\mu_G(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2\alpha^2}\right).$$
(2.42)

З рівнянь (2.41) і (2.42) видно, що дані функції є симетричні відносно початку координат. Тому для апроксимації функції належності, доцільно обрати значення нечіткої величини *x* на інтервалі [0;Δ/2].

3 рівняння (2.41) знайдемо  $\mu(x_a)$ , якщо  $x \in [0; \Delta/2]$ , в результаті отримаємо

$$\mu(x_a) = -\frac{2}{\Delta}x_a + 1.$$

3 врахуванням умови (2.40), можемо записати

$$\theta = -\frac{2}{\Delta}x_a + 1.$$

Перепишемо останнє рівняння в такому вигляді

$$x_a = \frac{(1-\theta)\Delta}{2}.$$
(2.43)

З врахуванням значення *x<sub>a</sub>*, яке визначене формулою (2.43), функція належності (2.42) буде такою:

$$\mu_G(x_a) = \exp\left(-\frac{(1-\theta)^2 \Delta^2}{8\alpha^2}\right).$$

Оскільки  $\mu_G(x_a) = \theta$  (умова (2.40)), то запишемо

$$\theta = \exp\left(-\frac{\left(1-\theta\right)^2 \Delta^2}{8\alpha^2}\right)$$

3 останнього рівняння знаходимо

$$\alpha^2 = -\frac{\left(1-\theta\right)^2 \Delta^2}{8\ln\theta},\tag{2.44}$$

де  $0 < \theta < 1$ .

Аналіз формули (2.44) показує, що коефіцієнт концентрації  $\alpha$  функції належності (2.39) залежить від значення ординати, яка визначається точкою перетину функцій належності (2.38) і (2.39) при  $x \in [a_x - \Delta/2; a_x]$  і від основи  $\Delta$  трикутної функції належності.

Оскільки Δ апріорі відома величина, то точність апроксимації функції (2.38) функцією (2.39) буде залежати від значення ординати θ.

Точність апроксимації визначимо як суму квадратів відхилення ординат функції (2.42) від відповідних ординат функції (2.41)

$$E = \sum_{i=1}^{n} \left( \mu(x_i) - \mu_G(x_i) \right)^2, \qquad (2.45)$$

де  $x \in [0; \Delta/(2iT)]; T$  – крок дискретності; n – кількість ординат функції  $\mu(x)$  на відрізку  $x \in [0; \Delta/2]$ .

Параметр  $\theta$  виберемо із умови мінімуму виразу (2.45). Для цього у співвідношення (2.45) підставимо значення  $\mu_G(x_i)$ , яке визначено формулою (2.42). При цьому врахуємо значення величини  $\alpha^2$  за формулою (2.44). Тоді рівняння (2.45) буде мати вигляд

$$E(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \left( \mu_i - \exp\left(\frac{4x_i^2 \ln \theta}{\left(1 - \theta\right)^2 \Delta^2}\right) \right)^2, \qquad (2.46)$$

де  $\mu_i = \mu(x_i)$ .

Функція  $E(\theta)$  – нелінійна і значення  $\theta$ , яке мінімізує (2.46), можна знайти тільки числовим методом. Оскільки за допомогою відомих числових методів на певному інтервалі зміни  $\theta$  можна знайти лише локальний мінімум функції  $E(\theta)$  [95], то доцільно побудувати її графік (рис. 2.1).





З графіка видно, що функція (2.46) досягає свого найменшого значення на відрізку θ∈[0.4; 0.7]. Для знаходження мінімуму функції (2.46) скористаємося методом золотого січення [95] з використанням пакету MatLab.

Були вибрані наступні налаштування програми:

– початкова точка для пошуку локального мінімуму – 0.4;

- інтервал невизначеності нечіткої величини 0.5;
- похибка пошуку мінімуму функції (2.46) 10<sup>-6</sup>.

У результаті отримали такий розв'язок задачі:  $\theta^*=0.5152$ ;  $E(\alpha^*)=0.0703$ .

Рис. 2.2 ілюструє процес апроксимації функції (2.41) функцією (2.42).



Рисунок 2.2 – Апроксимація трикутної функції гаусовою функцією належності

Аналіз формули (2.46) показує, що значення  $E(\theta)$  залежить не тільки від  $\theta$ , але й від величини інтервалу невизначеності нечіткої величини  $\Delta$ . Значення  $\Delta \epsilon$  апріорною величиною і задається дослідником.

Щоб дослідити вплив величини  $\Delta$  на процес апроксимації, розв'язок задачі мінімізації функції (2.46) виконували для різних значень  $\Delta$  (табл. 2.1).

№ п/п	Δ	$E( heta^*)$	$\mathbf{\theta}^{*}$
1	1.0	0.1379	0.5137
2	0.8	0.1113	0.5139
3	0.6	0.0837	0.5145
4	0.4	0.0568	0.5161
5	0.2	0.0296	0.5196

Таблиця 2.1 – Результати апроксимації функції  $E(\theta^*)$  при різних значеннях  $\Delta$


На рис. 2.3 показано як змінюються  $\theta^*$  і  $E(\theta^*)$  залежно від зміни значення  $\Delta$ .

Рисунок 2.3 – Залежність  $\theta^*(\Delta)$  і  $E^*(\Delta)$  від зміни значення  $\Delta$ 

Як видно з рисунка 2.3, функція  $E^*(\Delta)$  має лінійний характер і монотонно зростає на всьому інтервалі  $\Delta$ , а значення  $\theta^*(\Delta)$  теж є лінійною функцією і майже не залежить від значення інтервалу невизначеності  $\Delta$ .

Значення коефіцієнтів функції  $E^*(\Delta)$  було обчислено за методом найменших квадратів

$$E^*(\Delta) = a_0 + a_1 \Delta, \qquad (2.47)$$

У результаті отримали - *a*<sub>0</sub>=0.0026 і *a*<sub>1</sub>=0.1355.

На рис. 2.3 символами «о» позначені значення отримані при розв'язуванні задачі мінімізації функції (2.46) («експериментальні» дані), а суцільна зелена лінія побудована за рівнянням (2.47). Як видно з графіку (рис.2.3) «експериментальні» і розрахункові значення збігаються. Це підтверджується і обчисленими значеннями похибки апроксимації, яка визначалась за формулою:

$$\delta = \sum_{i=1}^{N} \left( E_i^* - E^* \left( \Delta_i \right) \right)^2,$$

і при *N*=5 склала − δ=5.9·10<sup>-8</sup>.

Слід відмітити, що у роботі [90] без обґрунтування на основі інтуїтивних міркувань, було вибране значення  $\theta$ =0.5. Як випливає із табл. 2.1 значення  $\theta$ =0.5

мало відрізняється від значень  $\theta^*$ , які отримані як результат розв'язання задачі мінімізації (2.46).

Застосуємо розроблений метод апроксимації трикутної функції належності гаусовою функцією до побудови емпіричної моделі об'єкта типу MISO (багато входів – *m* і один вихід).

Відмітимо, що для моделей (2.31) – (2.32) *m* = 2.

Припускаємо, що на об'єкт діють зовнішні збурення, статистичні характеристики яких невідомі, крім того, збурення не піддаються вимірюванню. Тому, вхідні величини, які діють на систему будемо розглядати як нечіткі числа з трикутними функціями належності, які апроксимуємо гаусовими функціями.

Опишемо систему типу MISO такою емпіричною моделлю:

$$y(\bar{x}) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \prod_{j=1}^m x_j^{\varphi_{ij}}, \qquad (2.48)$$

де  $\sum_{j=1}^{m} \varphi_{ij} \leq r$ ; *m* - кількість змінних, *r* – найбільша степінь полінома (2.48).

Число членів N полінома (2.48), обчислюють за такою формулою [92]:

$$N = \frac{(r+m)!}{r!m!}$$

Структуру емпіричної моделі (2.48) визначає матриця степенів полінома (2.48):

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{01} & \phi_{02} & \cdots & \phi_{0m} \\ \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \phi_{N-1,1} & \phi_{N-1,2} & \cdots & \phi_{N-1,m} \end{bmatrix}$$

Оскільки вхідні величини *x<sub>j</sub>*, нечіткі числа, апроксимовані гаусовою функцією належності, то вихідна величина *y*, яка є лінійною по відношенню до своїх параметрів, є також нечітка величина з гаусовою функцією належності [94]

$$\mu(y) = \exp\left(-\frac{\left(y - a_{y}\right)^{2}}{2\alpha_{y}^{2}}\right), \qquad (2.49)$$

де  $a_y$  - модальне значення;  $\alpha_y$  - коефіцієнт концентрації нечіткої величини *у*.

Для знаходження параметрів  $a_y$  і  $\alpha_y$  функції належності (2.49) необхідно виконати арифметичні дії над нечіткими числами: множення додатних нечітких чисел, додавання нечітких чисел, множення нечіткого числа на чітку величину і піднесення до степені нечіткого числа.

В роботі [94] сформовані правила виконання арифметичних операцій над нечіткими числами, адаптуємо їх для випадку гаусових функцій належності (2.39). Тоді для характеристики будь-якого нечіткого числа достатньо мати два параметри – коефіцієнт нечіткості і модальне значення [114].

Нехай  $A_{LR}$  і  $B_{LR}$  – нечіткі числа з гаусовою функцією належності, які характеризуються двома параметрами  $A_{LR} = \langle a_1, \alpha_a \rangle$  і  $B_{LR} = \langle a_2, \alpha_b \rangle$ . Тому –  $C_{LR} = A_{LR} \pm B_{LR} = \langle a_c, \alpha_c \rangle$ , де  $a_c = a_1 \pm a_2$ ;  $\alpha_c = \alpha_a + \alpha_b$ .  $C_{LR} = A_{LR} B_{LR} = \langle a_c, \alpha_c \rangle$ , де  $a_c = a_1 a_2$ ;  $a_c = a_1 \alpha_b$ .  $C_{LR} = A_{LR} B_{LR} = \langle a_c, \alpha_c \rangle$ , де  $a_c = a_1 a_2$ ;  $a_c = a_1 \alpha_b + a_2 \alpha_a$  за умови, що  $a_1 > 0$  і  $a_2 > 0$ . Якщо  $a_1$  і  $a_2$  мають рівні знаки, то  $C_{LR} = A_{LR} B_{LR} = \langle a_c, \alpha_c \rangle$ , де  $a_c = a_1 a_2$ ;  $a_c = a_2 \alpha_a - a_1 \alpha_b$ . Для від'ємних значень  $a_1$  і  $a_2$  операція множення буде такою:  $C_{LR} = A_{LR} B_{LR} = \langle a_c, \alpha_c \rangle$ , де  $a_c = a_1 a_2$ ;  $a_c = a_2 \alpha_a - a_1 \alpha_b$ . Операція множення нечіткого числа  $a_1$  на чітке число q базується на твердженні, що чітке число можна подати як нечітке число  $B_{LR}$  з параметрами  $a_2 = q$ ,  $\alpha_b = \beta_b = 0$ . Тоді, при множенні двох нечітких чисел, для яких  $a_2 = q$ ,  $\alpha_b = \beta_b = 0$ , можна записати –  $C_{LR} = qA_{LR} = \langle a_c, \alpha_c \rangle$ , де  $a_c = qa_1$ ;  $a_c = q\alpha_a$ . В останніх формулах  $a_c$  трактується як деяка фізична величина, тому  $a_c > 0$  [114].

Знайдемо тепер  $\sum_{i=1}^{k} q_i A_i$ , де  $q_i$ ,  $A_i$ , – чіткі і нечіткі числа. Для нечіткого числа

 $A_i$  модальне значення дорівнює  $a_i$ , а коефіцієнти нечіткості  $\alpha_i$ ,  $i = \overline{1,k}$ . знайдемо спочатку  $q_1A_1+q_2A_2$ . Введемо такі позначення  $V_1=q_1A_1$  і  $V_2=q_2A_2$ . Тоді отримаємо нечітке число  $V=V_1+V_2$  з параметрами  $V_{LR}=\langle v, \alpha_v \rangle$ . За правилом додавання нечітких чисел  $V_1$  і  $V_2$  маємо  $v = v_1+v_2$ . Оскільки,  $v_1=q_1a_1$ ,  $v_2=q_2a_2$ ,  $\alpha_{v_1}=q_1\alpha_1$  і  $\alpha_{v_2}=q_2\alpha_2$ , то отримаємо  $(q_1A_1+q_2A_2)_{LR}=\langle a_s, \alpha_s \rangle$ , де  $v_s=q_1a_1+q_2a_2$ ,  $\alpha_s=q_1\alpha_1+q_2\alpha_2$ . Якщо отриманий результат поширити на довільне число доданків, то запишемо

$$\left\langle \sum_{i=1}^{k} q_i A_i \right\rangle_{LR} = \left\langle a_s, \alpha_s \right\rangle, \text{ ge } a_s = \sum_{i=1}^{k} q_i a_i, \ \alpha_s = \sum_{i=1}^{k} q_i \alpha_i.$$
(2.50)

Нехай степінь нечіткого числа  $A_{LR}^n = \langle a_d, \alpha_d \rangle$  дорівнює n=2. Тоді запишемо  $A_{LR}^2 = A_{LR} \cdot A_{LR}$ . Для визначення степеню нечіткого числа використаємо правило множення двох нечітких чисел, для яких  $a_1=a_2$  і  $\alpha_a=\alpha_b$ , отримаємо [114]

$$A_{LR}^2 = \langle a_{d,2}, \alpha_{d,2} \rangle$$
, ge  $a_{d,2} = a_1^2$ ,  $\alpha_{d,2} = 2a_1\alpha_a$ .

Для n=3, маємо  $A_{LR}^3 = A_{LR}^2 \cdot A_{LR}$ . Степінь числа  $A_{LR}^3$  розглядаємо як добуток двох нечітких чисел  $A_{LR}^2$  і  $A_{LR}$  з параметрами  $a_{d,2} = a_1^2$ ,  $a_1$ ,  $\alpha_{d,2}=2a_1\alpha_a$ , і  $\alpha_a$ . На основі правила множення двох нечітких чисел, маємо

$$A_{LR}^2 \cdot A_{LR} = \langle a_{d,3}, \alpha_{d,3} \rangle$$
, ge  $a_{d,3} = a_1^3$ ,  $\alpha_{d,3} = 3a_1^2 \alpha_a$ .

Отже, правило множення двох нечітких чисел можна поширити для отримання будь-якого степеню нечіткого числа на довільне ціле значення n ≥ 0.

$$A_{LR}^{n} = \langle a_{d}, \alpha_{d} \rangle, \text{ ge } a_{d} = a_{1}^{n}, \ \alpha_{d} = na_{1}^{n-1}\alpha_{a}.$$

$$(2.51)$$

Нехай задано добуток нечітких чисел  $A = \prod_{i=1}^{n} A_i$ . Необхідно знайти параметри нечіткого числа  $(A)_{LR} = \langle a_p, \alpha_p \rangle$ .

Для знаходження добутку двох нечітких чисел, які мають параметри  $a_1, a_2, \alpha_{a,1}$  і  $\alpha_{a,2}$ , отримали співвідношення:  $(A_1A_2)_{LR} = \langle a_{p,2}, \alpha_{p,2} \rangle$ , де  $a_{p,2}=a_1a_2, \alpha_{p,2}=a_1\alpha_{a,2}+a_2\alpha_{a,1}$ .

Обчислимо добуток трьох нечітких чисел і подамо його у такій формі:  $A=(A_1A_2)A_3$ . У дужках знаходиться добуток двох чисел, який можна розглядати як нечітке число з параметрами  $a_{p,2}=a_1a_2$  і  $\alpha_{p,2}=a_1\alpha_{a,2}+a_2\alpha_{a,1}$ , а нечітке число  $A_3$  має параметри  $a_3$  і  $\alpha_{a,3}$ . За правилом множення двох нечітких чисел  $(A_1A_2)$  і  $A_3$ отримаємо  $((A_1A_2)A_3)_{LR} = \langle a_{p,3}, \alpha_{p,3} \rangle$ , де  $a_{p,3}=a_{p,2}a_3$ ,  $\alpha_{p,3}=a_{p,2}\alpha_3+a_3\alpha_{p,2}$ . З врахуванням значень  $a_{p,2}$  і  $\alpha_{p,2}$  запишемо:  $a_{p,3}=a_1a_2a_3$ ,  $\alpha_{p,3}=a_2a_3\alpha_{a,1}+a_1a_3\alpha_{a,2}+a_1a_2\alpha_{a,3}$ .

Отже, для довільного числа співмножників, запишемо

$$\left(\prod_{i=1}^{n} A_{i}\right)_{LR} = \left\langle a_{p}, \alpha_{a,p} \right\rangle, \text{ ge } a_{p} = \prod_{i=1}^{n} a_{i}, \ \alpha_{a,p} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{a,i} \prod_{k=1, k \neq i}^{n} a_{k}.$$

$$(2.52)$$

У частковому випадку, коли  $A_1 = A_2 = ... = A_n = A$ , отримаємо залежність (2.51).

Отримані формули (2.50) – (2.52) дають можливість знайти параметри нечіткої величини *y*, яка обчислюється за формулою (2.48), де  $c_i$ ,  $i = \overline{1, N}$  - чіткі числа.

Введемо позначення:  $\lambda_i = \prod_{j=1}^m x_j^{\varphi_{ij}}$ . Тоді  $y = \sum_{i=0}^N c_i \lambda_i$ . Якщо прийняти до уваги

формулу (2.50), то 
$$\left(\sum_{i=0}^{N} c_{i}\lambda_{i}\right)_{LR} = \langle a_{y}, \alpha_{\lambda} \rangle$$
, де  $a_{y} = \sum_{i=0}^{N} c_{i}a_{\lambda,i}$ ,  $\alpha_{\lambda} = \sum_{i=0}^{N} c_{i}\alpha_{\lambda,i}$ . Позначимо

 $\pi_{ij} = x_j^{\varphi_{ij}}$ . Тоді запишемо  $\lambda_i = \prod_{j=1}^m \pi_{ij}$ . Враховуючи введені позначення і рівняння

(2.52), отримаємо 
$$a_{\lambda,i} = \prod_{j=1}^{m} a_{\pi,ji}, \ \alpha_{\lambda,i} = \sum_{j=1}^{m} \alpha_{\pi,ji} \prod_{k=1,k\neq j}^{m} a_{\pi,ki}.$$
 Знайдемо параметри  $a_{\pi,ji}$  i

 $\alpha_{\pi,ji}$  нечіткої величини  $x_{j}^{\phi_{ij}}$ . Беручи до уваги формулу (2.51), приходимо до висновку, що  $a_{\pi,ji} = a_{x,i}^{\phi_{ij}}$  і  $\alpha_{\pi,ji} = \phi_{ij} a_{x,i}^{\phi_{ij}-1} \alpha_{x,i}$ , де  $a_{x,j}$ ,  $\alpha_{x,j}$  – модальне значення і коефіцієнт концентрації нечіткої величини  $x_j$ .

Знаючи 
$$a_{\pi,ji}$$
 і  $\alpha_{\pi,ji}$ , знаходимо  $a_{\lambda,i} = \prod_{j=1}^m a_{x,j}^{\varphi_{ij}}$ ,  $\alpha_{\lambda,i} = \sum_{j=1}^m \varphi_{ij} a_{x,j}^{\varphi_{ij}-1} \alpha_{x,j} \prod_{k=1,k\neq j}^m a_{x,k}^{\varphi_{ik}}$ 

З врахуванням отриманих результатів знаходимо модальне значення *a<sub>y</sub>* і коефіцієнт нечіткості α<sub>y</sub> нечіткої величини *y*. Запишемо,

$$\left(\sum_{i=0}^{N} c_{i} \prod_{j=1}^{m} x_{j}^{\varphi_{ij}}\right)_{LR} = \langle a_{y}, \alpha_{y} \rangle, \qquad (2.53)$$

$$\exists e \ a_{y} = \sum_{i=0}^{N} c_{i} \prod_{j=1}^{m} a_{x,j}^{\varphi_{ij}}, \qquad \alpha_{y} = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=1}^{m} c_{i} \varphi_{ij} a_{x,j}^{\varphi_{ij}-1} \alpha_{x,j} \prod_{k=1,k\neq j}^{m} a_{x,k}^{\varphi_{ik}}.$$

Нехай ү - зріз для функції належності (2.49). Тоді

$$\exp\left(-\frac{\left(y-a_{y}\right)^{2}}{2\alpha_{y}^{2}}\right)=\gamma,$$

де  $0 < \gamma < 1$ .

З отриманої залежності знаходимо

$$y = a_y + \alpha_y \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma^2}} \,.$$

Якщо враховувати *a<sub>y</sub>* і α<sub>y</sub>, які визначаються співвідношеннями (2.53), то емпіричну модель об'єкта запишемо в такому вигляді:

$$y = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \prod_{j=1}^{m} a_{x,j}^{\varphi_{ij}} + a_{\gamma} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=1}^{m} c_i \varphi_{ij} a_{x,j}^{\varphi_{ij}-1} \alpha_{x,j} \prod_{k=1,k\neq j}^{m} a_{x,k}^{\varphi_{ik}} , \qquad (2.54)$$

де  $a_{\gamma} = \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma^2}}$ . При цьому аргументи рівняння (2.48) трактуються як нечіткі

величини.

Оскільки всі змінні  $x_j$  емпіричної моделі (2.48) трактуються як нечіткі величини з трикутною функцією належності (2.38), які апроксимовані експоненціальною функцією (2.39), то  $\alpha_{x,j}$ ,  $j = \overline{1,m}$  будемо обчислювати за формулою (2.44)

$$\alpha_{x,j} = \eta \Delta_j, \ j = 1, m, \tag{2.55}$$

де 
$$\eta = (1-\theta) \left( 8 \ln \frac{1}{\theta} \right)^{-1/2}$$

3 врахуванням формули (2.55) емпірична модель (2.54) буде мати вигляд:

$$y = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \prod_{j=1}^m a_{x,j}^{\varphi_{ij}} + A_{\gamma} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=1}^m c_i \varphi_{ij} a_{x,j}^{\varphi_{ij}-1} \Delta_j \prod_{k=1,k\neq j}^m a_{x,k}^{\varphi_{ik}} , \qquad (2.56)$$

де  $A_{\gamma} = a_{\gamma} \eta$ .

Якщо підставити значення  $a_{\gamma}$  і  $\eta$ , то отримаємо  $A_{\gamma} = \frac{1}{2}(1-\theta)\sqrt{\frac{\ln\gamma}{\ln\theta}}$ .

Зробивши аналіз формул (2.48) і (2.56), можна зробити висновок, що нечіткість аргументів  $x_j$ ,  $j = \overline{1,m}$  приводить до того, що в моделі (2.56) появляється додатковий доданок. Це пояснюється тим, що неможливо безпомилково визначити значення величин  $x_j$ ,  $j = \overline{1,m}$ . У випадку, коли значення інтервалів невизначеності  $\Delta_j$ , де  $j = \overline{1,m}$  наближаються до нуля  $a_{x,j} \rightarrow x_j$ ,  $j = \overline{1,m}$ , моделі (2.48) і (2.56) стають тотожними. Запишемо модель (2.56) в іншій формі

$$y = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \left( \prod_{j=1}^m a_{x,j}^{\varphi_{ij}} + A_{\gamma} \sum_{j=1}^m \varphi_{ij} a_{x,j}^{\varphi_{ij}-1} \Delta_j \prod_{k=1,k\neq j}^m a_{x,k}^{\varphi_{ik}} \right).$$
(2.57)

Отже, отримана емпірична модель (2.57) є лінійною відносно своїх параметрів  $c_i$ . У тому випадку, коли  $\Delta_j=0$ ,  $j=\overline{1,m}$ , значення  $a_{x,j}=x_j$ ,  $j=\overline{1,m}$ , отримаємо емпіричну модель (2.48).

Якщо в рівнянні (2.57) вираз в дужках позначити через величину X, то отримаємо таке рівняння:

$$X_{i} = \prod_{j=1}^{m} a_{x,j}^{\varphi_{ij}} + A_{\gamma} \sum_{j=1}^{m} \varphi_{ij} a_{x,j}^{\varphi_{ij}-1} \Delta_{j} \prod_{k=1, k \neq j}^{m} a_{x,k}^{\varphi_{ik}}, \ i = \overline{0, N-1}.$$
(2.58)

Змінні  $X_i$ , для всіх  $i = \overline{0, N-1}$  можна розглядати як аргументи нечіткої емпіричної моделі (2.57). Кількість цих аргументів буде залежати від двох величин: *m* і *r*; де *m* – кількість вхідних величин моделі (2.48); *r* – степінь полінома (2.48).

З врахуванням прийнятого позначення (2.58) емпірична модель (2.48) буде мати вигляд:

$$y = \sum_{i=0}^{N} c_i X_i \,. \tag{2.59}$$

Допустимо, що результатом спостереження за роботою об'єкта (процесу поглиблення свердловини) є набір значень як вхідних, так і вихідних величин. Сформуємо із отриманих значень упорядковані структури  $X_r$  і  $\overline{Y}$ . Перша упорядкована структура це  $X_r$  - матриця спостережень за вхідними величинами об'єкта, а друга структура - $\overline{Y}$  це вектор спостережень за вихідною величиною об'єкта.

Для оцінки точності експериментальних даних (вектор  $\overline{Y}$ ) з розрахунковими (модель (2.59)) використаємо суму квадратів відхилень

$$J(\overline{c}) = \sum_{k=1}^{M} \left( Y_k - \overline{c}^T \overline{X}_k \right)^2, \qquad (2.60)$$

де M - кількість спостережень (розмірність вектора  $\overline{Y}$ );  $\overline{X}_k$  - вектор аргументів нечіткої моделі (2.60), компоненти якого обчислені для значень вхідних змінних моделі (2.48), в кожному експериментальному дослідженні.

Матриця спостережень  $X_r$  має розмір  $M \times m$ , в якій перший рядок значення змінних  $x_j$ ,  $j = \overline{1,m}$  у першому спостереженні, другий рядок значення  $x_j$  у другому спостереженні і т. д. Таким чином, матриця  $X_r$  буде мати вигляд:

$$X_{r} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{M1} & x_{M2} & \cdots & x_{Mm} \end{bmatrix},$$

де  $x_{ij}$ ,  $i = \overline{1, M}$ ,  $j = \overline{1, m}$  - значення j - тої вхідної величини в i - тому спостереженні.

Параметр  $a_{x,j}$  у формулі (2.58) відповідає значенню вхідних величин  $\hat{x}_j$ , які були отримані в результаті спостережень, тобто  $a_{x,j} = \hat{x}_j$ ,  $j = \overline{1,m}$ . Враховуючи прийняте позначення, рівняння (2.58) запишемо як [114]:

$$X_{ik} = \prod_{j=1}^{m} \hat{x}_{ij}^{\varphi_{kj}} + A_{\gamma} \sum_{j=1}^{m} \varphi_{kj} \hat{x}_{ij}^{\varphi_{kj-1}} \Delta_{j} \prod_{r=1, r\neq j}^{m} \hat{x}_{ir}^{\varphi_{ir}} , \ i = \overline{1, M} , \ k = \overline{0, N-1} .$$
(2.61)

Сформулюємо алгоритм обчислення компонент вектора  $\overline{X}_k$ : для i=k: k-тий рядок матриці Ф визначає степені полінома (2.48) при коефіцієнті  $c_k$ ; значення  $X_{ik}$ ,  $i = \overline{1, M}$  визначають при значеннях  $\varphi_{kj}$ , коли  $a_{x,j}$  приймає значення  $\hat{x}_{ij}$ , де  $\hat{x}_{ij}$  - елементи i-го рядка матриці  $X_r$ .

Мінімізація критерію наближення (2.60) відносно параметрів моделі *c<sub>i</sub>* дає змогу отримати матричне нормальне рівняння [85, 97]:

$$\left(F^{T}F\right)\overline{c} = F^{T}\overline{Y}, \qquad (2.62)$$

де  $F = \begin{bmatrix} \overline{X}_0 & \overline{X}_1 & \overline{X}_2 \cdots \overline{X}_k \cdots \overline{X}_{N-1} \end{bmatrix}$  - матриця розміром  $M \times N$ .

Стовпці матриці *F* визначаються елементами *X*<sub>*ik*</sub>. Для *k*-того стовпця матриці *F* отримаємо [114]:

$$\bar{X}_{k} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{11}^{\phi_{k1}} \hat{x}_{12}^{\phi_{k2}} \cdots \hat{x}_{1m}^{\phi_{km}} + A_{\gamma} \sum_{j=1}^{m} \phi_{kj} \hat{x}_{1j}^{\phi_{kj}-1} \Delta_{j} \prod_{r=1, r\neq j}^{m} \hat{x}_{1j}^{\phi_{kr}} \\ \hat{x}_{21}^{\phi_{k1}} \hat{x}_{22}^{\phi_{k2}} \cdots \hat{x}_{2m}^{\phi_{km}} + A_{\gamma} \sum_{j=1}^{m} \phi_{kj} \hat{x}_{2j}^{\phi_{kj}-1} \Delta_{j} \prod_{r=1, r\neq j}^{m} \hat{x}_{2j}^{\phi_{kr}} \\ \dots \\ \hat{x}_{i1}^{\phi_{k1}} \hat{x}_{i2}^{\phi_{k2}} \cdots \hat{x}_{im}^{\phi_{km}} + A_{\gamma} \sum_{j=1}^{m} \phi_{kj} \hat{x}_{ij}^{\phi_{kj}-1} \Delta_{j} \prod_{r=1, r\neq j}^{m} \hat{x}_{ij}^{\phi_{kr}} \\ \dots \\ \hat{x}_{M1}^{\phi_{k1}} \hat{x}_{M2}^{\phi_{k2}} \cdots \hat{x}_{Mm}^{\phi_{km}} + A_{\gamma} \sum_{j=1}^{m} \phi_{kj} \hat{x}_{Mj}^{\phi_{kj}-1} \Delta_{j} \prod_{r=1, r\neq j}^{m} \hat{x}_{Mj}^{\phi_{kr}} \end{bmatrix}, \quad k = \overline{0, N-1}.$$

Структура матриці  $\Phi$  визначається значенням полінома r і кількістю незалежних вхідних змінних m моделі. Матриця  $\Phi$  визначає клас моделей (2.59), при цьому деякі параметри кожної з моделей класу можуть приймати значення рівні нулю.

## 2.3 Синтез оптимальної за структурою емпіричної моделі на основі генетичних алгоритмів

Вибір оптимальної за структурою емпіричної моделі ґрунтується на теоремі Геделя, яка стверджує, що ніяка система аксіом не є повною: завжди знайдеться така теорема, для доведення якої необхідне зовнішнє доповнення - розширення початкової системи аксіом.

Щодо задачі синтезу моделі оптимальної складності із заданого класу моделей принцип зовнішнього доповнення означає, що вся множина спостережень розбивається на дві частини R і Q - перша із них навчальна, а друга перевірна.

Кількість спостережень в R і Q позначимо відповідно як  $N_R$  і  $N_Q$ .

Для знаходження найкращої моделі із заданого класу використаємо критерій регулярності або критерій зміщення [98].

Критерії регулярності та зміщення є такими [114]:

$$\Delta^{2}(Q) = \frac{\sum_{i=1}^{N_{Q}} (Y_{i} - y_{i})^{2}}{\sum_{i=1}^{N_{Q}} Y_{i}^{2}} , \qquad (2.63)$$
$$\Delta^{2}(R,Q) = \frac{\sum_{i=1}^{N} (y_{i}(R) - y_{i}(Q))^{2}}{\sum_{i=1}^{N} Y_{i}^{2}} . \qquad (2.64)$$

Для формування критерію (2.63) або (2.64) матрицю *F* розбиваємо на дві частини  $F_1$  і  $F_2$ . Вектор спостережень за вихідною величиною  $\overline{Y}$  також розбиваємо на дві частини  $\overline{Y_1}$  і  $\overline{Y_2}$ . Матриця  $F_1$  матиме розмір  $wM \times N$ , а матриця  $F_2$  буде мати розмір  $(1-w)M \times N$ . Кількість компонентів, які будуть відповідати розміру векторів  $\overline{Y_1}$  і  $\overline{Y_2}$  буде wM і (1-w)M відповідно. Значення w визначається обраним критерієм [98]: w = 0.7 - для критерію регулярності, w = 0.5 - для критерію зміщення.

Для ідентифікації параметрів моделі (2.59) доцільно використати метод, в основу якого покладено теорію генетичних алгоритмів [14].

Задамо упорядковану послідовність з нулів і одиниць. Якщо параметр моделі (2.59) має ненульове значення, то в послідовності задаємо одиницю, а нуль буде у тому випадку, коли відповідний параметр моделі (2.59) набуває нульового значення.

У теорії генетичних алгоритмів така упорядкована послідовність має назву – хромосома, а кожний її окремий елемент послідовності є геном.

На підготовчому етапі необхідно сформувати пул родичів хромосом. Всі хромосоми мають довжину *N* і формуються випадковим чином. Кожній з хромосом ставиться у відповідність деяка часткова модель із класу моделей (2.59). За допомогою фітнес-функції, яка описується критерієм регулярності або зміщення, здійснюється відбір найбільш «пристосованої» хромосоми зі сформованого пулу родичів. Такий відбір здійснюється шляхом мутації і

схрещування. Хромосома, яку отримали внаслідок відбору буде визначати структуру моделі (2.59) [114].

Алгоритм відбору найкращої хромосоми був розроблений в роботі [99]. Потрібно адаптувати його до розв'язку задачі синтезу оптимальної моделі, яка належить класу моделей (2.59). Такий алгоритм складається з таких кроків [99].

**Крок 1.** Формування початкової популяції. Випадковим чином формується початкова популяція хромосом із *T* особин. Кожна особина має *N* упорядкованих одиниць і нулів, які задають структуру *T* моделей із класу моделей (2.59) [99].

Крок 2. Оцінка пристосованості хромосоми у популяції. Для кожної хромосоми обчислюється значення фітнес-функції за таким алгоритмом. Нехай кількість нулів в хромосомі із популяції T дорівнює  $\omega$ . Тоді із матриць  $F_1$  і  $F_2$  можна видалити по  $\omega$  стовпців. Таким чином, матриці  $F_1$  і  $F_2$  будуть мати розміри  $wM \times (N-\omega)$  і  $(1-w)M \times (N-\omega)$  відповідно. Якщо відомі значення матриці  $\tilde{F}_1$  і вектора  $\bar{Y}_1$ , то можна записати матричне нормальне рівняння, яке аналогічне рівнянню (2.62)

$$\left(\tilde{F}_{1}^{T}\tilde{F}_{1}\right)\overline{c}_{F,1} = \tilde{F}_{1}^{T}\overline{Y}_{1}.$$
(2.65)

де  $\bar{a}_{F,1} = \left(a_{F,1}^{(0)}, a_{F,1}^{(1)}, \dots, a_{F,1}^{(N-c-1)}\right)^{T}$  - вектор ненульових параметрів моделі, який асоційований з черговою хромосомою. Розв'язавши рівняння (2.65), знаходимо вектор параметрів моделі, яка асоційована з черговою хромосомою із популяції *T*. Обчислюємо величину фітнес-функції для чергової хромосом, яка залежить від значень виходу моделі на точках перевірної множини [99]

$$\overline{y}(F_2) = F_2 \overline{c}_{F,1}. \tag{2.66}$$

Для інших хромосом із популяції *T* потрібно виконати аналогічні обчислення, результатом яких буде знайдено значення фітнес-функції  $H_F(ch_j)$ ,  $j = \overline{1,s}$  (*s* – кількість хромосом *ch* у популяції) для всіх хромосом із популяції *T* [99].

**Крок 3.** *Перевірка умови зупинки алгоритму*. Для значень, обчислених на другому кроці, знаходять

$$H_{F}(ch^{*}) = \min_{j \in \{1,2,\dots,s\}} : H_{F}(ch_{j}).$$
(2.67)

Якщо виконується умова  $H_F(ch^*) \le E$ , де E > 0, то кінець обчислень. Припинення роботи алгоритму відбувається ще у двох випадках [99]:

1) коли в результаті обчислень фітнес-функція зменшується несуттєво;

2) коли алгоритм завершив виконання заданої кількості ітерацій, хоч умова (2.67) не виконана.

Після завершення роботи алгоритму, внаслідок виконання будь-якої з трьох умов, формується набір хромосом ch. З даного набору вибирається хромосома  $ch^*$ , для якої виконується умова (2.67). Вона задає структуру моделі (2.59) оптимальної складності і формує матрицю  $F^*$ , видаляючи з неї стовпці, індекси яких збігаються із позицією гена у хромосомі  $ch^*$ . Перерахунок параметрів моделі (2.59) здійснюється шляхом розв'язання нормального рівняння, яке за аналогією з (2.65), запишемо у такому вигляді [99]:

$$(F^{*T}F^{*})\overline{c}^{*}=F^{*T}\overline{Y}.$$

Крок 4. Селекція хромосом. Серед хромосом із популяції T відбирають деяке число хромосом, які будуть брати участь у створенні нової популяції. Такий відбір здійснюється за принципом природної селекції, коли до нової популяції мають шанс потрапити хромосоми з найкращим значенням фітнес-функції. Існує цілий ряд методів селекції хромосом (турнірний метод, метод рулетки, елітарний метод, метод відсікання та ін.). Нами застосований турнірний метод, який є ефективним для задач мінімізації функцій [100]. Турнірна селекція передбачає, що популяція хромосом розбивається на підгрупи з наступним вибором найбільш пристосованих хромосоми із кожної підгрупи. Кількість особин у кожній підгрупі може бути різною, але найчастіше створюють підгрупи з 2 – 3 особин [99].

Крок 5. *Формування нової популяції потомків*. Відібрані хромосоми на четвертому кроці підлягають видозміні за допомогою двох операторів: мутації і схрещування. Оператор мутації застосовується значно рідше, ніж оператор

схрещування. Ймовірність схрещування досить висока -  $0,5 \le P_c \le 1$ . Тоді як ймовірність мутації  $0 \le P_m \le 0,1$  [99].

Для рівномірного закону розподілу генерується випадкове число  $p_m$  із інтервалу [0; 1] і, якщо виконується умова  $P_m \leq p_m$ , де  $P_m$  – вибране число із інтервалу [0; 0.1], відбувається мутація хромосом. Мутація у хромосомі здійснюється над генами, для яких справедлива умова  $P_m \leq p_m$ , заміною одиниці на нуль і навпаки – нуля на одиницю. Оператор мутації може застосовуватись як до пула предків, так і до пула нащадків [99].

Оператор схрещування застосовують до пулу нащадків. Із пулу нащадків випадковим чином вибирають пару хромосом. Генерують випадкове число  $p_c$  із інтервалу [0; 1]. Коли виконується умова  $P_c \leq p_c$ , де  $P_c$  – вибране число із інтервалу [0.5; 1], тоді до пари хромосом застосовують оператор схрещування. У протилежному випадку пара хромосом залишається без змін. Для пари хромосом, які підлягають схрещуванню, вибирається випадкове ціле число  $L_c$  (локус) із інтервалу [1; *N*–1]. Число  $L_c$  визначає точку схрещування для пари хромосом. Дія оператора схрещування приводить до того, що на позиціях від  $L_c$  до *N* пара родичів обмінюються своїми хромосомами. У результаті утворюються нова пара нащадків [99].

Крок 6. Після завершення кроку 5 треба перейти до кроку 2.

# 2.4 Алгоритмічне і програмне забезпечення задачі синтезу оптимальних за складністю емпіричних моделей процесу поглиблення свердловини

Функціональні залежності (2.31) – (2.33) будемо апроксимувати емпіричною моделлю (2.48), в якій число змінних m = 2, а степінь апроксимаційного полінома r = 2. Тоді у відповідності з формулою  $N = \frac{(r+m)!}{r!m!}$  число членів такого полінома буде дорівнювати N = 6.

Степані полінома (2.48) визначаються матрицею  $\Phi$ , яка має розмір  $N \times m$ . Сума елементів кожного рядка матриці  $\Phi$  не повинна перевищувати значення r. Отже,

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{01} & \phi_{02} \\ \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \\ \phi_{31} & \phi_{32} \\ \phi_{41} & \phi_{42} \\ \phi_{51} & \phi_{52} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Створимо емпіричну модель для співвідношень (2.31) – (2.33). Для цього спочатку запишемо вирази для  $X_i$  (формула (2.21)).

$$\begin{split} &i = 0: X_{0} = a_{x,1}^{\varphi_{01}} a_{x,2}^{\varphi_{02}} + A_{\gamma} \Big( \varphi_{01} a_{x,1}^{\varphi_{01}-1} \Delta_{1} a_{x,2}^{\varphi_{02}} + \varphi_{02} a_{x,2}^{\varphi_{02}-1} \Delta_{2} a_{x,1}^{\varphi_{01}} \Big), \\ &i = 1: X_{1} = a_{x,1}^{\varphi_{11}} a_{x,2}^{\varphi_{12}} + A_{\gamma} \Big( \varphi_{11} a_{x,1}^{\varphi_{11}-1} \Delta_{1} a_{x,2}^{\varphi_{12}} + \varphi_{12} a_{x,2}^{\varphi_{12}-1} \Delta_{2} a_{x,1}^{\varphi_{11}} \Big), \\ &i = 2: X_{2} = a_{x,1}^{\varphi_{21}} a_{x,2}^{\varphi_{22}} + A_{\gamma} \Big( \varphi_{21} a_{x,1}^{\varphi_{21}-1} \Delta_{1} a_{x,2}^{\varphi_{22}} + \varphi_{22} a_{x,2}^{\varphi_{22}-1} \Delta_{2} a_{x,1}^{\varphi_{21}} \Big), \\ &i = 3: X_{3} = a_{x,1}^{\varphi_{31}} a_{x,2}^{\varphi_{32}} + A_{\gamma} \Big( \varphi_{31} a_{x,1}^{\varphi_{31}-1} \Delta_{1} a_{x,2}^{\varphi_{32}} + \varphi_{32} a_{x,2}^{\varphi_{32}-1} \Delta_{2} a_{x,1}^{\varphi_{31}} \Big), \\ &i = 4: X_{4} = a_{x,1}^{\varphi_{41}} a_{x,2}^{\varphi_{42}} + A_{\gamma} \Big( \varphi_{41} a_{x,1}^{\varphi_{41}-1} \Delta_{1} a_{x,2}^{\varphi_{42}} + \varphi_{42} a_{x,2}^{\varphi_{42}-1} \Delta_{2} a_{x,1}^{\varphi_{41}} \Big), \\ &i = 5: X_{5} = a_{x,1}^{\varphi_{51}} a_{x,2}^{\varphi_{52}} + A_{\gamma} \Big( \varphi_{51} a_{x,1}^{\varphi_{51}-1} \Delta_{1} a_{x,2}^{\varphi_{52}} + \varphi_{52} a_{x,2}^{\varphi_{52}-1} \Delta_{2} a_{x,1}^{\varphi_{51}} \Big). \end{split}$$

Після врахування значень  $\phi_{ij}$ , які є елементами матриці  $\Phi$ , отримаємо

$$i = 0: X_{0} = 1,$$

$$i = 1: X_{1} = a_{x,1} + A_{\gamma}\Delta_{1},$$

$$i = 2: X_{2} = a_{x,2} + A_{\gamma}\Delta_{2},$$

$$i = 3: X_{3} = a_{x,1}a_{x,2} + A_{\gamma}(\Delta_{1}a_{x,2} + \Delta_{2}a_{x,1}),$$

$$i = 4: X_{4} = a_{x,1}^{2} + 2A_{\gamma}a_{x,1}\Delta_{1},$$

$$i = 5: X_{5} = a_{x,2}^{2} + 2A_{\gamma}a_{x,2}\Delta_{2}.$$

З врахуванням отриманих результатів формула (2.59) набуде такого вигляду:

$$y = c_0 + c_1 a_{x,1} + c_2 a_{x,2} + c_3 a_{x,1} a_{x,2} + c_4 a_{x,1}^2 + c_5 a_{x,2}^2 + A_{\gamma} \Big( c_1 \Delta_1 + c_2 \Delta_2 + c_3 \Big( \Delta_2 a_{x,1} + \Delta_1 a_{x,2} \Big) + 2 \Big( c_4 a_{x,1} \Delta_1 + c_5 a_{x,2} \Delta_2 \Big) \Big).$$
(2.68)

У тому випадку, коли на вхідні величини  $x_1 = F$  і  $x_2 = P$  не накладаються перешкоди, тоді значення зрізу  $\gamma = 1$  і  $A_{\gamma} = 0$ . Це означає, що емпірична модель (2.68) стає чіткою в якій  $a_{x,1} = x_1$  і  $a_{x,2} = x_2$ .

При реалізації нечіткої моделі (2.68) на ЕОМ значення величин  $a_{x,1}$  і  $a_{x,2}$  необхідно замінити їх модальними значеннями  $a_{x,1} = \hat{x}_1$  і  $a_{x,2} = \hat{x}_2$ .

Оскільки метою синтезу емпіричних моделей є визначення як структури моделі із заданого класу моделей, так і її параметрів *c<sub>i</sub>*, то модель (2.68) подамо в іншому вигляді [114]

$$y = c_{0} + c_{1} \left( a_{x,1} + A_{\gamma} \Delta_{1} \right) + c_{2} \left( a_{x,2} + A_{\gamma} \Delta_{2} \right) + c_{3} \left( a_{x,1} a_{x,2} + A_{\gamma} \Delta_{2} a_{x,1} + A_{\gamma} \Delta_{1} a_{x,2} \right) + c_{4} \left( a_{x,1}^{2} + 2A_{\gamma} a_{x,1} \Delta_{1} \right) + c_{5} \left( a_{x,2}^{2} + 2A_{\gamma} a_{x,2} \Delta_{2} \right).$$

$$(2.69)$$

Для ідентифікації емпіричної моделі (2.69) необхідно використати результати експериментального дослідження, які слід оформити у вигляді матриці  $X_r$ , яка для умов буріння буде такою:

$$X_{r} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \\ \cdots & \cdots \\ x_{M1} & x_{M2} \end{bmatrix},$$

де  $x_{i1}$ ,  $x_{i2}$  - значення осьового навантаження на долото та тиску промивальної рідини в *i*-му спостережені.

Разом з матрицею  $X_r$  формується матриця Y, розміром  $M \times 1$ :

$$\overline{Y} = \left(Y_1, Y_2, \cdots, Y_M\right)^T,$$

де Y<sub>i</sub> – значення проходки на долото в *i*-му спостережені.

За виміряними значеннями проходки на долото обчислюється початкова швидкість буріння  $v_0 = \frac{dY(t)}{dt}$ .

Оскільки проходка вимірюється лише в дискретні моменти часу  $t_i = i\Delta t$ , то похідну  $\frac{dY(t)}{dt}$  необхідно замінити першою різницею

$$v_{0,i} \simeq \frac{Y_i - Y_{i-1}}{\Delta t},$$
 (2.70)

де  $Y_i = Y(t_i); \Delta t = const$ .

Для ідентифікації залежності (2.32) визначимо значення  $K_{\xi,i}$  в дискретні моменти часу  $t_i$ . За визначенням  $K_{\xi} = \frac{d\xi(t)}{dt}$ . Враховуючи, що спостереження за проходкою здійснюється в дискретні моменти часу, будемо мати

$$K_{\xi,i} = \frac{\xi_i - \xi_{i-1}}{\Delta t} \,. \tag{2.71}$$

Оцінку стану озброєння долота є визначають [2] за такою формулою:

$$\xi = \frac{v_0}{v_t}.$$

Після переходу до дискретного часу отримаємо

$$\xi_i = \frac{v_{0,i}}{v_{t,i}}.$$

Оскільки величина вимірюється опосередковано за результатами спостережень за проходкою на долото, то виразимо значення  $\xi_i$  через  $Y_i$ . Отже,

$$\xi_i = \frac{v_{0,i}\Delta t}{Y_i - Y_{i-1}},$$
(2.72)

$$\xi_{i-1} = \frac{v_{0,i}\Delta t}{Y_{i-1} - Y_{i-2}} \,. \tag{2.73}$$

3 врахуванням формул (2.72) і (2.73), вираз (2.71) набуде такого значення:

$$K_{\xi,i} = v_{0,i} \left( \frac{1}{Y_i - Y_{i-1}} - \frac{1}{Y_{i-1} - Y_{i-2}} \right), \ i = \overline{0, M - 1}.$$
(2.74)

Таким чином, вихідним матеріалом для ідентифікації емпіричних моделей (2.31) і (2.32) є спостереження за зміною осьового навантаження на долото, за зміною тиску промивної рідини та за зміною значення проходки на долото. Перші

дві величини служать для формування матриці спостережень  $X_r$ , а значення проходки в дискретні моменти часу дає змогу обчислити величини  $v_{0,i}$  і  $K_{\xi,i}$  за формулами (2.70) і (2.74).

### Висновки до розділу

1. На основі аналізу процесу поглиблення свердловин за допомогою ГВД, коли, як привід бурових насосів, використовуються асинхронні двигуни з регульованою частотою обертання ротора, отримана аналітична залежність, що встановлює взаємозв'язок між кутовою швидкістю асинхронного двигуна і тиском промивальної рідини.

2. Встановлена залежність дала змогу зробити висновок, що для оптимального управління процесом поглиблення свердловин як керуючі дії слід вибрати осьове навантаження на долото і тиск промивальної рідини.

3. При вирішенні широкого спектру завдань, пов'язаних з ідентифікацією та оптимальним керуванням технологічними об'єктами, важливо враховувати невизначеність, яка виникає через взаємодію об'єкта з зовнішнім середовищем. У таких ситуаціях технологічні параметри доцільно розглядати як нечіткі величини з трикутною функцією належності. Показано, що здійснення арифметичних операцій над нечіткими числами стає значно простішим, якщо трикутну функцію належності апроксимувати гаусовою функцією. Із застосуванням методу найменших квадратів визначений параметр апроксимації, який дає змогу виразити коефіцієнт концентрації через інтервал невизначеності трикутної функції належності.

4. Розроблений метод побудови емпіричних поліноміальних моделей із застосуванням теорії генетичних алгоритмів для випадку, коли вхідні величини моделей — осьове навантаження на долото і тиск промивальної рідини - трактуються як нечіткі числа. Це дало змогу формалізувати процес механічного буріння і сформувати мету подальших досліджень.

# РОЗДІЛ З ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ МЕХАНІЧНОГО БУРІННЯ З ГВД-ПРИВОДОМ

#### 3.1 Постановка задачі

У міру вичерпання природних вуглеводнів приходиться проникати на все більші глибини у пошуках нових джерел нафти і газу. Для цього необхідно бурити глибокі свердловини, що тягне за собою значні матеріальні і фінансові ресурси. У цих умовах особливе значення мають як нові технологічні рішення – буріння нахилено-скерованих свердловин, впровадження безопорних алмазних доліт, так і методи, які дають змогу оптимального керування процесом механічного буріння за вартісним критерієм.

Впровадження методів оптимального керування, яке опирається на сучасні інформаційно-вимірювальні системи, обчислювальну і мікропроцесорну техніку та відповідне програмне забезпечення, може дати економію до 25 % на проводку свердловин [101].

Процес механічного буріння протікає у середовищі, характеристики якого важко спрогнозувати, так як вони змінюють своє значення як з глибиною свердловини, так і при переході від однієї свердловини до іншої, які бурять на одній площі. Тому процес буріння є нестаціонарним, стохастичним, таким, що розвивається у часі і в значній мірі є не відтворюваним [2].

У таких умовах важливою науковою задачею є розроблення і удосконалення методів і на їх основі створення алгоритмічного і програмного забезпечення системи оптимального керування процесом механічного буріння за вартісним критерієм.

Роботи з питань оптимального керування процесом механічного буріння охоплюють два напрямки. Перший з них відомий як задача раціонального відпрацювання бурових доліт. Рішення цієї задачі знайшло своє відображення у цілому ряді робіт [102÷105]. Застосовувати такі критерії можна лише в тому

випадку, коли відбувається зношення озброєння долота і цей фактор є вирішальний при бурінні свердловин шарошковими долотам. Навіть при використанні безопорних доліт, які мають значний ресурс роботи долота, в заключній стадії роботи на вибої свердловини постає задача їх раціонального відпрацювання.

За допомогою критеріїв відпрацювання доліт визначають такий час перебування долота на вибої свердловини, який забезпечує екстремум певного критерію [2]. При цьому допускають що осьове навантаження на долото і частота його обертання попередньо визначені.

Другий напрямок бере свій початок в роботах американських вчених Galle E.M. i Woods H.B. [106, 107]. У цих роботах на основі емпіричної моделі, яка узагальнювала результати промислових досліджень по багатьох свердловинах, розв'язана задача оптимального керування процесом буріння за умови, що керуючі дії осьове навантаження на долото і частота його обертання є функціями часу при наявності певних обмежень. Як критерій оптимальності був вибраний вартість метра проходки свердловини. Задача розв'язана із застосування принципу максимуму.

Пізніше подібна задача знайшла свій розв'язок в роботах [2, 108]. Недоліком такого підходу є неможливість плавного регулювання частоти обертання долота при роторному бурінні. Тому у роботі [109] для керування запропонована стратегія, яка названа субоптимальним керуванням, суть якої у тому, що на певному часовому інтервалі керуючі дії підгримуються постійними, а при досягненні певного розрахованого часу відбувається перемикання керуючих впливів з одного рівня на інший. Така стратегія простіша в реалізації, ніж керування процесом, коли керуючі дії є функціями часу.

Найпростішим методом оптимального керування є спосіб, коли керуючі дії осьове навантаження на долото і частота його обертання підтримуються постійними на протязі всього рейсу проходки.

Порівняльний аналіз трьох методів керування, коли керуючі дії є функціями часу, субоптимального керування і керування при постійних керуючих впливах показав [110], що при реалізації змінного в часі керування в порівнянні з режимом,

коли керуючі впливи постійні в часі, зменшення вартості проходки склало 2,7 %; реалізація субоптимального керування в порівнянні з режимом, коли керуючі впливи є незмінними протягом одного рейсу проходки, приводить до зменшення вартості проходки на 1,5 %; оптимальне керування в порівнянні з субоптимальним керуванням дає зменшення вартості проходки на 1,2 %.

Таким чином, реалізація керуючих дій як функцій часу дає незначний ефект у порівнянні з керуванням, коли осьове навантаження на долото і частота його обертання є незмінними величинами на протязі одного рейсу проходки.

Аналіз літературних джерел показує, що задачі раціонального відпрацювання доліт і оптимального керування процесом поглиблення свердловин розглядались як дві самостійні задачі. Проте вони тісно пов'язані між собою. Визначення оптимального часу перебування долота на вибої свердловини допускає, що певним чином вибрані керуючі впливи – осьове навантаження на долото і частота його обертання. І навпаки, для визначення оптимальних керуючих дій за вибраним критерієм оптимальності необхідно розв'язати задачу раціонального відпрацювання доліт.

Останнім часом при спорудженні орієнтовано-направлених свердловин знайшли своє застосування гвинтові вибійні двигуни (ГВД). За аналогією з термінами «роторне буріння», «турбінне буріння» і «електробуріння», процес спорудження нафтогазових свердловин зі застосуванням гвинтових вибійних двигунів будемо називати «ГВД-бурінням».

У другому розділі показано, що при ГВД-бурінні ефективність процесу характеризується осьовим навантаженням на долото і тиском промивальної рідини. Таким чином, задача оптимального керування процесом механічного буріння з ГВД-приводом буде такою: розробити метод оптимального керування процесом поглиблення свердловин, який поєднує у собі задачі раціонального відпрацювання доліт за озброєнням і вибір оптимальних керуючих дій – осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини за вартісними критерієм при умові, що відомі обмеження на керуючі дії.

## 3.2 Формалізація задачі оптимального керування

Допускаємо, що буріння здійснюється за допомогою ГВД-приводу і фактором, який зумовлює закінчення чергового рейсу буріння є знос озброєння долота. У такому випадку процес поглиблення свердловини описується системою рівнянь (2.29) і (2.30), які подамо у такому вигляді [111]:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{v_0(\bar{U})}{\xi(t)},\tag{3.1}$$

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = K_{\xi}\left(\overline{U}\right) \tag{3.2}$$

при таких початкових умовах h(0) = 0,  $\xi(0) = 1$ .

У рівняннях (3.1) і (3.2) прийняті такі позначення: h(t) - поточне значення проходки на долото;  $v_0(\bar{U})$  - початкова швидкість механічного буріння;  $\xi(t) = \frac{v_0(\bar{U})}{v(t)}$  - оцінка стану озброєння долота;  $K_{\xi}(\bar{U})$  - швидкість зміни оцінки стану озброєння долота;  $\bar{U} = (F_b, P_b)^T$  - вектор керуючих дій – осьове навантаження на долото  $F_b$  і тиск промивальної рідини  $P_b$  [121].

Як критерій оптимальності виберемо вартість метра проходки на долото, тобто

$$q_{c} = \frac{C_{d} \left( t_{d} + T_{lo} \right) + d_{c}}{h(t_{d})} , \qquad (3.3)$$

де  $C_d$  - вартість роботи бурової установки на протязі однієї години;  $t_d$  - час перебування долота на вибої свердловини;  $T_{lo}$  - тривалість спуско-піднімальних операцій;  $d_c$  - вартість долота.

Оскільки ми допустили, що  $\overline{U} = \text{const.}$  Тоді  $v_0 = v_0(\overline{U})$  і  $K_{\xi} = K_{\xi}(\overline{U})$  - постійні величини [121].

Розв'язок рівняння (3.2) при початковій умові  $\xi(0) = 1$  дасть такий результат:

$$\xi(t) = K_{\xi}t + 1. \tag{3.4}$$

У момент закінчення чергового рейсу  $t = t_d$  і  $\xi_f = \xi(t_d)$ . Тоді із рівняння (3.4) знаходимо, що

$$t_d = \frac{1}{K_{\xi}} (\xi_f - 1).$$
 (3.5)

Якщо врахувати рівняння (3.4), то співвідношення (3.1) прийме такий вигляд:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{v_0}{K_{\varepsilon}t + 1}.$$
(3.6)

Розв'язок диференціального рівняння (3.6) з початковою умовою h(0) = 0 буде таким:

$$h(t) = \frac{v_0}{K_{\xi}} \ln(K_{\xi}t + 1).$$
(3.7)

У момент закінчення чергового рейсу проходки  $t = t_d$  і, відповідно рівняння (3.7) набуде такого значення:

$$h(t_d) = \frac{v_0}{K_{\xi}} \ln \left( K_{\xi} t_d + 1 \right).$$

Із рівняння (3.4) випливає, що  $\xi_f = K_{\xi} t_d + 1$ . Тому

$$h(t_d) = \frac{v_0}{K_{\xi}} \ln \xi_f \,. \tag{3.8}$$

З врахуванням значень  $t_d$  і  $h(t_d)$ , які обчислені за формулами (3.5) і (3.8), критерій оптимальності (3.3) набуде такого значення [121]:

$$q_{c} = \frac{C_{d}\left(\left(\xi_{f} - 1\right) + K_{\xi}T_{lo}\right) + K_{\xi}d_{c}}{v_{0}\ln\xi_{f}}.$$
(3.9)

Параметри v<sub>0</sub> і K<sub>ξ</sub>, які входять в критерій оптимальності (3.9), визначаються як результат ідентифікації моделей (3.1) і (3.2).

Тривалість спуско-піднімальних операцій *T*<sub>lo</sub> залежить від багатьох факторів таких як глибина і кривизна свердловини і потужність приводу бурової лебідки.

Крім того значення  $T_{lo}$  визначається цілим рядом суб'єктивних факторів – складом бурової бригади, кваліфікацією її членів, сезонністю бурових робіт, погодними умовами та ін. Всі ці фактори привносять невизначеність в значення  $T_{lo}$ . Відомі спроби [112] прогнозування тривалості спуско-піднімальних операцій на поточний рейс буріння за результатами попередніх значень  $T_{lo}$ . Таке прогнозування здатне передбачити значення  $T_{lo}$  лише з певною ймовірністю.

Альтернативний спосіб [113] визначення значення  $T_{lo}$  ґрунтується на допущені, що  $T_{lo}$  є нечіткою величиною.

Допускаємо, що *T<sub>lo</sub>* як нечітка величина, характеризується трикутною функцію належності, яку апроксимуємо [114] гаусовою функцією

$$\mu(T_{lo}) = \exp\left(-\frac{\left(T_{lo} - \hat{T}_{lo}\right)^{2}}{2\sigma_{lo}^{2}}\right),$$
(3.10)

де  $\hat{T}_{lo}$ ,  $\sigma_{lo}$  - модальне значення і коефіцієнт розмитості нечіткої величини  $T_{lo}$ .

У другому розділі показано, що коефіцієнт розмитості обчислюється за такою формулою:

$$\sigma_{lo}^2 = -\frac{\left(1-\theta\right)^2 \Delta^2}{8 \ln \theta},$$

де  $\Delta$ -інтервал невизначеності (основа трикутної функції належності) нечіткої величини  $T_{lo}$ .

З достатньою для практики точністю можна прийняти, що  $\theta = \frac{1}{2}$ . Тоді

$$\sigma_{lo}^2 = A_{lo}\Delta^2, \qquad (3.11)$$

 $\exists e \ A_{lo} = -\frac{\left(1-\theta\right)^2}{8\ln\theta}.$ 

З врахуванням значення  $\sigma_{lo}^2$ , яке задано виразом (3.11), формула (3.10) буде такою:

$$\mu(T_{lo}) = \exp\left(-\frac{\left(T_{lo} - \hat{T}_{lo}\right)^{2}}{2A_{lo}\Delta^{2}}\right).$$
 (3.12)

Оскільки ми допустили, що  $T_{lo}$  нечітка величина, то і вартість метра проходки  $q_c$ , яка обчислюється за формулою (3.9), буде нечіткою величиною. Визначимо функцію належності нечіткої величини  $q_c$ .

Критерій оптимальності (3.9) запишемо у такому вигляді:

$$q_{c} = \frac{C_{d} \left(\xi_{f} - 1\right) + K_{\xi} d_{c}}{v_{0} \ln \xi_{f}} + \frac{C_{d} K_{\xi} T_{lo}}{v_{0} \ln \xi_{f}}.$$

Ведемо такі позначення:

$$a_{lo} = \frac{C_d \left(\xi_f - 1\right) + K_{\xi} d_c}{v_0 \ln \xi_f}$$
$$b_{lo} = \frac{C_d K_{\xi}}{v_0 \ln \xi_f}.$$

Тоді

$$q_c = a_{lo} + b_{lo} T_{lo} \,. \tag{3.13}$$

Формула (3.13) показує, що між нечіткими величинами  $T_{lo}$  і  $q_c$  існує лінійний функціональний зв'язок. Тоді із (3.13) визначимо

$$T_{lo} = \frac{1}{b_{lo}} \left( q_c - a_{lo} \right)$$

і отримане значення T<sub>lo</sub> підставимо у формулу (3.12). Отже,

$$\mu(q_{c}) = \exp\left(-\frac{\left(q_{c} - \left(a_{lo} + b_{lo}\hat{T}_{lo}\right)\right)^{2}}{2A_{lo}b_{lo}^{2}\Delta^{2}}\right).$$
(3.14)

У результаті отримали функцію належності нечіткої величини  $q_c$ , у якій  $\hat{q}_c = a_{lo} + b_{lo}\hat{T}_{lo}$ ,  $\sigma_q^2 = A_{lo}b_{lo}^2\Delta^2$ - модальне значення і коефіцієнт розмитості нечіткої величин  $q_c$ .

Нехай  $\gamma_q$  значення рівня функції належності (3.14). Тоді має місце [94] така рівність:  $\mu(q_c) = \gamma_q$ , або, враховуючи (3.14), отримали рівняння

$$\exp\left(-\frac{\left(q_c-\left(a_{lo}+b_{lo}\hat{T}_{lo}\right)\right)^2}{2A_{lo}b_{lo}^2\Delta^2}\right)=\gamma_q,$$

з якого знаходимо

$$q_c = a_{lo} + b_{lo} \left( \hat{T}_{lo} + \Delta \sqrt{\frac{A_{lo}}{\ln \gamma_q^2}} \right).$$

Якщо врахувати значення  $a_{lo} = \frac{C_d (\xi_f - 1) + K_{\xi} d_c}{v_0 \ln \xi_f}$  і  $b_{lo} = \frac{C_d K_{\xi}}{v_0 \ln \xi_f}$ , то отримаємо

задачу мінімізації вартості метра проходки з врахуванням нечіткості величини T<sub>lo</sub>.

Отже, будемо розв'язувати таку задачу:

$$q_{c} = \frac{C_{d}\left(\left(\xi_{f}-1\right)+K_{\xi}\left(\hat{T}_{lo}+\Delta\sqrt{\frac{A_{lo}}{\ln\gamma_{q}^{2}}}\right)\right)+K_{\xi}d_{c}}{v_{0}\ln\xi_{f}}.$$
(3.15)

Знайдемо таке значення  $\xi_f$ , щоб функція (3.15) набула мінімального значення. Оскільки

$$\frac{dq_c}{d\xi_f} = \frac{1}{v_0 \ln\xi_f} \left( C_d - \frac{v_0}{\xi_f v_0 \ln\xi_f} \left( C_d \left( \xi_f - 1 \right) + K_{\xi} \left( \hat{T}_{lo} + \Delta \sqrt{\frac{A_{lo}}{\ln\gamma_q^2}} \right) \right) + K_{\xi} d_c \right) \right).$$

Враховуючи формулу (3.15) отримаємо

$$\frac{dq_c}{d\xi_f} = \frac{1}{v_0 \ln\xi_f} \left( C_d - \frac{v_0}{\xi_f} q_c \right).$$
(3.16)

Із необхідних умов існування мінімуму функції (3.16) випливає, що

$$\frac{1}{v_0 \ln \xi_f} \left( C_d - \frac{v_0}{\xi_f} q_c \right) = 0.$$

3 останнього рівняння знаходимо

$$\xi_f = \frac{v_0}{C_d} q_c.$$
 (3.17)

Співвідношення (3.17) є критерієм відпрацювання доліт [2] за умови, що відомі значення  $v_0$  і  $q_c$ .

Оскільки початкова швидкість проходки  $v_0$  і вартість метра пробуреної свердловини  $q_c$  є функціями керуючих дій – осьового навантаження на долото  $F_b$  і тиску промивальної рідини  $P_b$ , то виникає друга задача: знайти такі значення  $F_b$  і  $P_b$ , щоб критерій оптимальності (9) набув мінімального значення при обмеженнях на керуючі дії  $F_b$  і  $P_b$ , які визначенні множиною значень  $R_U$ .

Задачу вибору оптимальних керуючих дій запишемо у формалізованому вигляді [121]:

$$\min_{\overline{U}\in R_U} : q_c = \frac{C_d \left( \left(\xi_f - 1\right) + K_{\xi}\left(\overline{U}\right) \left(\widehat{T}_{lo} + \Delta \sqrt{\frac{A_{lo}}{\ln \gamma_q^2}}\right) \right) + K_{\xi}\left(\overline{U}\right) d_c}{v_0\left(\overline{U}\right) \ln \xi_f} , \quad (3.18)$$

де *R<sub>U</sub>* - область допустимих значень керуючих дій – осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини

$$\overline{U}_{min} \le \overline{U} \le \overline{U}_{max} . \tag{3.19}$$

Аналіз співвідношень (3.18) і (3.19) показує, що для визначення оптимальних керуючих дій на основі критерію (3.18) необхідно знати значення  $\xi_f$  (або  $t_d$ ).

Для вирішення поставленої задачі використаємо такий ітераційний алгоритм [121]:

*Крок* 1. Задаємось деяким початковим значенням  $\xi_f > 1$ .

Крок 2. Розв'язуємо оптимізаційну задачу (3.18) і (3.19) та обчислюємо нове значення  $\xi_f$ . Для визначення нового значення  $\xi_f$  необхідно розв'язати таке нелінійне алгебраїчне рівняння:

$$\xi_{f} \left( 1 - \ln \xi_{f} \right) - 1 + K_{\xi} \left( \hat{T}_{lo} + \frac{d_{c}}{C_{d}} + \Delta \sqrt{\frac{A_{lo}}{\ln \gamma_{q}^{2}}} \right) = 0.$$
 (3.20)

Крок 3. Покласти  $q_c^{(old)} = q_c$ .

Крок 4. Розв'язати задачу (3.18) і (3.19), використовуючи значення  $\xi_f$  знайдене на кроці 2.

Крок 5. Якщо виконується умова  $q_c < q_c^{(old)}$ , то перейти до кроку 2; інакше кінець обчислень.

Таким чином, розроблений метод оптимального керування процесом поглиблення свердловини включає розв'язання двох взаємозв'язаних задач – визначення оптимального часу перебування долота на вибої свердловини і знаходження таких керуючих дій: осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини, щоб вартість метра проходки набула мінімального значення.

## 3.3 Числовий метод обчислення критичного навантаження на долото при бурінні свердловин

Розв'язування здачі оптимального керування вимагає знання обмежень на керуючі впливи. При роторному способі буріння – це частота обертання ротора і осьове навантаження на долото. Граничне значення частоти обертання ротора елеватора зумовлене його енергетичною характеристикою.

Якщо приводом долота є гвинтовий вибійний двигун, то керуючими впливами будуть осьове навантаження на долото і тиск промивальної рідини [115]. Як і при роторному бурінні, максимальне значення тиску промивальної рідини визначається механічною характеристикою електричного приводу бурового насосу. Осьове навантаження на долото визначається [6] як різниця між зусиллям на крюку  $G_h$  і вагою бурильної колони в рідині  $G_g$  з врахуванням сумарної сили тертя  $F_{fr}$  бурильної колони об стінки свердловини

$$G = G_h - G_g + F_{fr}.$$
 (3.21)

Оскільки верхня частина бурильної колони утримується тальовою системою, а її нижня частина упирається об вибій свердловини, то існує нейтральний переріз [116], де не має ні стиску, ні розтягу. Положення такого перерізу змінюється під впливом гідростатичного тиску, що створюється буровим насосом [115]. Якщо знехтувати силою тертя, то із формули (3.21) випливає, що вага в промивній рідині частини бурильної колони, яка розміщена нижче нейтрального січення, створює навантаження на долото.

До певного критичного значення осьового навантаження на долото бурильна колона зберігає свою початкову форму. Збільшення осьового навантаження на долото приводить до згинання бурової колони и при певному значенні осьового навантаження на долото вона доторкнеться до стінки свердловини (рис. 3.1) [115].



Рисунок 3.1 – Схематичне зображення свердловини при критичному осьовому навантаженні на долото

На рис. 3.1 прийняті такі позначення:  $W_1$ ,  $F_1$  - вертикальна і горизонтальна реакції елеватора;  $W_2$  - вертикальна складова реакції вибою свердловини або навантаження на долото; F – горизонтальна реакція стінки свердловини;  $F_2$  – горизонтальна складова реакції вибою.

Виберемо таку систему координат. Вісь *X* направимо вниз в сторону вибою свердловини. Її початок розмістимо в точці *O* нейтрального перерізу. Координату *Y*, яка характеризує відхилення осі колони від свого недеформованого стану, направимо горизонтально від точки *O* зліва направо [115].

Для визначення критичного осьового навантаження на долото (рис. 3.2,а) складемо багатокутник сил [116], які діють на частину колони, що розміщена нижче перерізу *MN* (рис. 3.1).



Рисунок 3.2 – Багатокутник сил, що прикладені до колони нижче січення *MN* Прогин колони відбувається під дією сили зсуву *F<sub>sf</sub>*, яка виникає внаслідок дії згинаючого моменту *M<sub>bm</sub>*. Між силою зсуву *F<sub>sf</sub>* і згинаючим моментом існує таке співвідношення [117]:

$$F_{sf} = \frac{dM_{bm}}{dX}.$$
(3.22)

Величина згинаючого моменту зумовлена жорсткістю колони і обчислюється за такою формулою:

$$M_{bm} = EJ \frac{d^2 Y}{dX^2}, \qquad (3.23)$$

де *Е* – модуль Юнга для матеріалу колони бурильних труб; *J* – момент інерції поперечного перерізу труби.

Сила  $F_{CE}$  є векторною сумою сил (рис. 3. 2, б)  $F_{ED}$  і  $F_{CD}$ . Отже,

$$F_{CE} = F_{CD} - F_{ED}, (3.24)$$

де  $F_{CD}$  – вага частини колони, що розміщена нижче перерізу MN;  $F_{ED}$  – вага рідини, що витіснена частиною колони, яка розміщена нижче перерізу MN.

Силу  $F_{CE}$  визначимо як вагу частини колони, яка розміщена нижче перерізу MN, помножену на коефіцієнт  $k_G$ . Оскільки  $F_{CD} = V\rho_s g$ ,  $F_{ED} = V\rho_a g$  i  $F_{CE} = k_G V \rho_s g$ , де V – об'єм частини труби нижче перерізу MN;  $\rho_s$  i  $\rho_a$  – густини матеріалу труби і промивальної рідини, то рівняння (3.24) набуде такого вигляду:  $k_G V \rho_s g = V \rho_s g - V \rho_a g$ . Звідси  $k_G = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}$ . Сила виштовхування  $F_{rf}$ 

перпендикулярна перерізу *MN* [116]. Складемо векторне рівняння (рис. 3.2, а)

$$W_2 + F_2 + F_{CE} + F_{rf} + F_{st} + F_{cf} = 0. ag{3.25}$$

Вектори, що є складовими рівняння (3.25), спроектуємо на лінію *MN* (рис. 3.2а), прийнявши за додатний напрямок від точки *M* до точки *N*. У результаті приходимо до такого скалярного рівняння:

$$F_{st} + (W_2 - F_{CE})\sin\alpha + F_2\cos\alpha = 0.$$
 (3.26)

Зауважимо, що в (3.26) значення кута  $\alpha$  відраховуємо за годинниковою стрілкою. Тому  $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$ , що і зумовлює кінцевий вигляд формули (3.26).

У реальних умовах буріння кут  $\alpha \in$  досить малим. Тому мають місце такі співвідношення:  $\cos \alpha \approx 1$  і  $\sin \alpha \approx tg\alpha$ .

З врахуванням останніх співвідношень рівняння (3.26) набуде такого вигляду:

$$F_{st} + (W_2 - F_{CE}) tg\alpha + F_2 = 0.$$
 (3.27)

Позначимо через *p* вагу погонного метра колони в повітрі. Тоді вага погонного метра колони у рідині буде такою:

$$p_f = k_G p \,. \tag{3.28}$$

Визначимо координати точок початку  $X_1$ і кінця  $X_2$  бурильної колони (рис. 3.3).



Рисунок 3.3 – Прив'язка координати X до нейтрального перерізу бурової колони

Очевидно, що

$$X_1 = -\frac{W_1}{p_f}, \ X_2 = \frac{W_2}{p_f}.$$

Вагу колони, що розміщена нижче нейтрального перерізу *X* (рис. 3.3), обчислимо за такою формулою [115]:

$$k_G W = p_f \left( X_2 - X \right).$$

де W – вага частини колони, що розміщена нижче нейтрального перерізу X, у повітрі. Оскільки  $F_{CE} = k_G W$ , то

$$F_{CE} = p_f \left( X_2 - X \right).$$

Значення  $F_{CE}$  підставимо в (3.27) і врахуємо, що  $W_2 = p_f X_2$ . Тоді

$$F_{st} + p_f X tg\alpha + F_2 = 0$$

Враховуючи те, що  $tg\alpha = \frac{dY}{dX}$ , а із формул (3.22) і (3.23) випливає, що

 $F_{st} = EJ \frac{d^3Y}{dX^3}$ , то отримаємо таке диференціальне рівняння:

$$EJ\frac{d^{3}Y}{dX^{3}} + p_{f}X\frac{dY}{dX} + F_{2} = 0.$$

Перейдемо до безрозмірних величин:  $x = \frac{X}{m}$  і  $y = \frac{Y}{m}$ . Тоді

$$\frac{d^{3}y}{dx^{3}} + \frac{p_{f}m^{3}}{EJ}x\frac{dy}{dx} + \frac{m^{2}}{EJ}F_{2} = 0.$$
(3.29)

Значення виберемо таким, щоб  $\frac{p_f m^3}{EJ} = 1$ . Звідси знаходимо, що  $m = \left(\frac{EJ}{p_f}\right)^{1/3}$ .

Якщо тепер врахувати значення m, то  $\frac{m^2}{EJ}F_2 = \frac{F_2}{mp_f}$ . З врахуванням вибраного

значення *m* диференціальне рівняння (3.29) набуде такого вигляду:

$$\frac{d^{3}y}{dx^{3}} + x\frac{dy}{dx} + f_{2} = 0,$$
(3.30)

де  $f_2 = \frac{F_2}{mp_f}$ .

Якщо  $p_f$  має розмірність [H/m]; модуль Юнга  $E - [H/m^2]$ , а момент інерції  $J - [m^4]$ , то розмірність m - [m].

Оскільки в рівнянні (3.30) перший і другий доданки безрозмірні, то величина  $f_2$  також повинна бути безрозмірною величиною. Дійсно, якщо розмірність  $F_2 - [H]$ , а добуток  $mp_f$  має розмірність [H], то  $f_2$  - безрозмірна величина [115].

У роботі [116] рівняння (3.30) розв'язано шляхом пониження порядку диференціального рівняння (3.30), ввівши нову змінну  $z = \frac{dy}{dx}$ . Отримане нелінійне диференціальне рівняння

$$\frac{d^2z}{dx^2} + xz + f_2 = 0,$$

розв'язано шляхом представлення функції z у вигляді нескінченого степеневого ряду змінної x. У результаті отримали сімейство розв'язків, кожен із яких виражається через функції Бесселя дробових порядків. Перехід від функції z до функції y вимагає складних і громіздких обчислень. Тому кінцеві результати, які отримані внаслідок розв'язання рівняння (3.30), подані в роботі [118] не як аналітичні залежності, а у вигляді номограм, що звичайно знижує точність розв'язання цілого ряду практичних задач.

Оскільки метою роботи є знаходження критичного значення осьового навантаження на долото, яке визначається координатою  $x_2$ , то для розв'язання поставленої задачі скористаємося числовим методом [95].

Рівняння (3.30) подамо у вигляді системи диференціальних рівнянь, кожне із яких є диференціальним рівнянням першого порядку (система рівнянь у формі Коші)

$$\frac{dz_1}{dx} = z_2,$$

$$\frac{dz_2}{dx} = z_3,\tag{3.31}$$

$$\frac{dz_3}{dx} = -xz_2 - f_2,$$
$$y = z_1.$$

Для реалізації ітераційної процедури розв'язання рівняння (3.31) одним із числових методів, необхідно визначити початкові умови.

У точці нейтрального перерізу (рис. 3.2) відхилення вертикальної осі бурильної колони дорівнює нулю. Це означає, що  $y(0) = z_1(0) = 0$ .

Оскільки кут  $\alpha$  є досить малим, то  $tg(\alpha) \approx 0$ . З іншої сторони  $tg(\alpha) = \frac{dy}{dx} = z_2$ . Отже,  $\frac{dy}{dx}\Big|_{x=0} = z_2(0) = 0$ .

Із рівняння (3.23) випливає, що

$$\frac{d^2Y}{dX^2} = \frac{M_{bm}}{EJ}.$$

Переходячи до безрозмірних одиниць, отримуємо

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = m \frac{M_{bm}}{EJ}.$$

Якщо врахувати значення *m*, то приходимо до такого виразу:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = m_{bm},$$

де  $m_{bm} = \frac{M_{bm}}{m^2 p_f}$  – згинаючий момент в безрозмірних одиницях.

Оскільки 
$$\frac{d^2 y}{dx^2} = z_3$$
, то  $z_3(0) = m_{bm}(0)$ .

Диференціальне рівняння (3.30), яке подано у вигляді еквівалентної системи рівнянь (3.31), розв'яжемо методом Рунге-Кутта [95].

Для того, щоб скористатися методом Рунге-Кутта, систему диференціальних рівнянь (3.31) необхідно записати у матрично-векторній формі

$$\frac{d\overline{z}}{dx} = \overline{f}\left(x,\overline{z}\right),\tag{3.32}$$

де  $\overline{z} = (z_1, z_2, z_3)^T; \overline{f}(x, \overline{z}) = (z_2, z_3, -xz_2 - f_2)^T.$ 

Початкові умови для рівняння (3.32) будуть такі:  $\overline{z}(0) = (0, 0, m_{bm}(0)).$ 

Процес інтегрування системи рівнянь (3.31) закінчувався при виконанні умови  $y(x_k) \leq 0$ . Останнє співвідношення означає, що на інтервалі значень  $x \in [x_{k-1}; x_k]$  функція y(x) змінила свій знак на протилежний і при деякому значенні  $x_2$  виконується умова  $y(x_2) = 0$ .

У методі Рунге-Кутта інтегрування ведеться з постійним кроком h. Тому інтервал, який вміщує нуль функції y(x), обчислюється за допомогою такого співвідношення:

$$\Delta = x_k - x_{k-1}.$$

Оскільки  $x_k = kh$  і  $x_{k-1} = (k-1)h$ , то  $\Delta = h$ . Якщо  $x_{k-1}$  взяти як значення  $x_2$ , то похибка у визначенні  $x_2$  буде не більше h/2.

Для уточнення значення  $x_2$ , що належить інтервалу  $\Delta$ , за трьома значеннями  $y(x_{k-2}), y(x_{k-1})$  і  $y(x_k)$  побудуємо інтерполяційний поліном Лагранжа.

У випадку, коли інтерполяційні вузли розміщені на однаковій віддалі *h* один від одного, то інтерполяційний поліном синтезують за такою формулою [115]:

$$P_{N}(x) = \sum_{k=0}^{N} q_{k} \frac{\prod_{i=0}^{i=0} (x/h-i)}{\prod_{\substack{i=0\\i\neq k}}^{N} (k-i)}.$$
(3.33)

Для практичного застосування формули (3.33) введемо такі позначення:  $q_0 = y(x_{k-2}), q_1 = y(x_{k-1})$ і  $q_2 = y(x_k)$ . Тоді N = 2. З врахуванням прийнятих позначень, поліном Лагранжа  $P_2(x)$  буде поліномом другого порядку. Значення  $x_2$  - це більший корінь квадратного рівняння  $P_2(x) = 0$ .

На основі розробленого алгоритму обчислення значення *x*<sub>2</sub> було написано програму в середовищі MatLab для дослідження прогину бурильної труби.

Були вибрані такі значення: для крутного моменту - $m_{bm}(0) \in [0, 20, 0, 25, 0, 30, 0, 35, 0, 40];$  реакція вибою -  $f_2 \in [0, 4, 0, 5, 0, 6, 0, 7].$ 

Як приклад, на рис. 3. 4 показана зміна прогину труби y як функції координати x при  $f_2 = 0,4$  і при різних значеннях згинаючого моменту [115].



Рисунок 3.4 – Зміна прогину бурильної труби при різних значеннях згинаючого моменту

Аналіз рис. 3.4 показує, що зі збільшення осьового навантаження на долото зростає крутний момент, що зумовлює інтенсивність викривлення бурильної колони.

Критичне осьове навантаження на долото  $G_{ca}$  можна оцінити за значенням  $x_2$ . Якщо відома вага погонного метра труби p і значення  $k_G$ , то можна обчислити  $p_f = k_G p$ . Тоді  $G_{ca} = p_f x_2$ .

Для різних значень  $m_{bm}(0)$  і  $f_2$  були визначені значення  $x_2$  (рис. 3.5) як результат розв'язування рівняння  $P_2(x) = 0.$  [115]



Рисунок 3.5 – Зміна значень  $x_2$  як функції величин  $m_{\scriptscriptstyle bm}(0)$ і  $f_2$ 

Іншою важливою характеристикою, крім значення  $x_2$ , і яка також визначає критичне осьове навантаження на долото є максимальне значення функції  $y = \varphi(x)$  на інтервалі значень  $x \in [0; x_2]$ 

$$x_3 = \max_{x \in [0; x_2]} \varphi(x).$$

Величину  $x_3$  обмежують величиною позірного радіуса r

$$x_3 \leq r$$
.

Значення *г* обчислюють за такою формулою:

$$r=\frac{D-D_t}{2m},$$

де *D* – діаметр свердловини; *D*<sub>t</sub> – зовнішній діаметр нормальної (обтяженої) труби або замкового з'єднання.

У точці  $x_3$  функція  $\varphi(x)$  досягає свого максимального значення. Це означає

що 
$$\frac{dy}{dx}\Big|_{x=x_3} = 0$$
. Оскільки  $z_2 = \frac{dy}{dx}$ , то  $z_2(x_3) = 0$ . Отже, функція  $z_2(x)$  в точці  $x = x_3$ 

набуває нульового значення, а у – максимального значення (рис. 3 6).


Рисунок 3.6 – Зміна функцій y(x) і  $z_2(x)$ 

Для уточнення значення  $x_3$ , при якому функція y(x)досягає свого максимального значення, визначалось значення  $x_k$  за умови, що  $z_2(x_k) < 0$  і за трьома значеннями  $y(x_{k-2})$ ,  $y(x_{k-1})$  і  $y(x_k)$  будувався поліном Лагранжа за формулою (3.33) [115].

Оскільки у формулі (3.33) N = 2, то поліном Лагранжа матиме другий порядок

$$P_2(x) = a_{L,0} + a_{L,1}x + a_{L,2}x^2, \ x \in [x_{k-2}; x_k].$$

Функція  $P_2(x)$  досягає свого максимуму за умови:  $x = -\frac{a_{L,1}}{2a_{L,2}}, x \in [x_{k-2}; x_k].$ 

Тоді  $x_3 = x_{k-2} + x, x \in [x_{k-2}; x_k].$ 

Для значень  $m_{bm}(0) \in [0, 20, 0, 25, 0, 30, 0, 35, 0, 40]$  і реакції вибою -  $f_2 \in [0, 4, 0, 5, 0, 6, 0, 7]$  побудовані  $x_3 = \eta(m_{bm}, f_2)$  (рис. 3. 9).

За результатами обчислень, які відображені на рис. 3. 6, і рис. 3.7 синтезовані такі емпіричні моделі:

$$\pi = a_0 + a_1 m_{bm} + a_2 f_2 + a_3 m_{bm} f_2 + a_4 m_{bm}^2 + a_5 f_2^2, \qquad (3.34)$$

де  $\pi$  - одна із величин  $\hat{x}_2$  або  $\hat{x}_3$ .

Параметри моделі (3.34) обчислені за методом найменших квадратів, за такою формулою [119]:

$$\overline{a} = M^{-1} F^T \overline{\Pi} \,, \tag{3.35}$$

де  $\bar{a}$  – вектор параметрів моделі (3.34);  $M = F^T F$  – матриця Фішера; F – матриця, яка складена із функцій при відповідних коефіцієнтах і, які обчислені в «експериментальних» точках (результат розв'язання системи диференціальних рівнянь (3.31));  $\bar{\Pi}$  – вектор, компоненти якого «експериментальні» значення  $x_2$  або  $x_3$  [115].



### Рисунок 3.7 – Зміна величини прогину $x_3$ як функції величин $m_{bm}(0)$ і $f_2$

Були отримані такі значення коефіцієнтів моделі (3.34):

•  $\pi = \hat{x}_2$ ;  $a_0 = 1,6156$ ,  $a_1 = 9,5240$ ,  $a_2 = -5,29161$ ,  $a_3 = -5,1338$ ,  $a_4 = -3,2293$ ,  $a_5 = 3,8275$ .

•  $\pi = \hat{x}_3$ ;  $a_0 = 1,0440$ ,  $a_1 = 6,2949$ ,  $a_2 = -3,2820$ ,  $a_3 = -2,8914$ ,  $a_4 = -2,7279$ ,  $a_5 = 2,2395$ 

Рис. 3. 8 відображає результати побудови емпіричної моделі (3.34).

Адекватність моделей, які представлені формулою (3.34) перевірялась за допомогою коефіцієнта кореляції  $K_{\hat{x}x}$  між «дійсними» значеннями  $x_2^{(i)}$ або  $x_3^{(i)}$  та значеннями  $\hat{x}_2^{(i)}$ або  $\hat{x}_3^{(i)}$ , які обчислені за формулою (3.34)

$$K_{\hat{x}x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(\Pi^{(i)} - mean(\Pi^{(i)})\right) \left(\pi^{(i)} - mean(\pi^{(i)})\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\Pi^{(i)} - mean(\Pi^{(i)})\right)^{2} \sum_{i=1}^{N} \left(\pi^{(i)} - mean(\pi^{(i)})\right)^{2}}},$$
(3.36)

де  $mean(\Pi^{(i)}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \Pi^{(i)}$ ,  $mean(\pi^{(i)}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \pi^{(i)}$  - оцінки математичних сподівань для величин  $x_2^{(i)}$  і  $\hat{x}_2^{(i)}$  або  $x_3^{(i)}$  і  $\hat{x}_3^{(i)}$ .

За допомогою програмного забезпечення, розробленого в середовищі MatLab, за формулою (3.36) обчислено значення коефіцієнтів кореляції: для  $\pi = x_2$  $K_{ix} = 0,9998$  і для  $\pi = x_3$   $K_{ix} = 0,9997$ . Оскільки значення  $K_{ix}$  близьке до одиниці, то є всі підстави стверджувати, що емпірична модель (3.34) адекватно описує «експериментальні» дані.



Рисунок 3.8 – Залежність між розрахунковими і «експериментальними» даними

На рис. 3. 9 показаний графік залежностей  $\hat{x}_2$  і  $\hat{x}_3$ , який побудований з використанням моделі (3.34).



Рисунок 3.9 – Залежність значень  $x_2$  і  $x_3$  як функції величин  $m_{bm}$  і  $f_2$ 

За допомогою методу найменших квадратів (МНК) результати обчислень, які отримані як розв'язок системи диференціальних рівнянь (3.31), апроксимуємо поліномом степені *r* 

$$y(\bar{a},\bar{x}) = \sum_{i=0}^{L-1} a_i \prod_{j=1}^{n} x_j^{\varphi_{ij}},$$
 (3.37)

де  $\overline{a}$  – вектор коефіцієнтів емпіричної моделі (3.37) з компонентами  $a_i$ ,  $i = \overline{0, L-1}$ ;  $\overline{x} = (m_{bm}, f_2, x)^T$  – фактори моделі (3.37) (прийняті такі позначення:  $x_1 = m_{bm}, x_2 = f_2$ і  $x_3 = x$ ); n – кількість факторів моделі;  $z_{ij}$  – степені аргументів  $x_j$  приймають значення 0, 1, 2, ..., і задовольняють обмеженню  $\sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} \leq r$ ; r - максимальна степінь полінома (3.37).

Число членів емпіричної моделі (3.37) визначається за такою формулою [120]:

$$L = \frac{(r+n)!}{r!n!}.$$

Серія машинних експериментів показала, що при r = 3 емпірична модель (3.37) з високою точністю описує результати даних, які отримані як розв'язок

системи диференціальних рівнянь (3.31). Оскільки і n = 3, то число членів полінома (3.37) – L = 20.

Для значень  $m_{bm}(0) \in (0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5)$  і  $f_2 \in (0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7)$  обчислювались значення  $y_j$ , як розв'язок системи диференціальних рівнянь за таким алгоритмом.

Для чергового значення  $f_2^{(i)}$  із множини  $f_2$  обчислювались величини  $y_j$  для всіх значень  $m_{bm}^{(j)}(0)$ , що визначені множиною  $m_{bm}(0)$ . У результаті отримали вектор  $\overline{Y}_j$  розмірністю  $R = \sum_{j=1}^{N_m} R_j$ , де  $R_j$  – кількість значень  $y_j$ ,  $i = \overline{1, R_j}$ , якщо  $f_2 = f_2^{(i)}$ , а  $m_{bm}^{(j)}(0)$  послідовно приймає значення із множини  $m_{bm}(0)$ ;  $N_m$  – потужність множини  $m_{bm}(0)$ .

Величина  $y_j \in \phi$ ункцією безрозмірного аргументу *х*. При чисельному розв'язуванні системи рівнянь (3.31) методом Рунге-Кутта крок інтегрування *h* є незмінною величиною. Це означає, що величина *x* змінювала своє значення від 0 до  $x_f$  з постійним кроком *h*. Процес інтегрування закінчувався при виконанні умови  $y(x_k) \leq 0$ .

Для знаходження значення, при якому  $y(x_s)=0$ , починаючи з  $y(x_k)$ , визначались значення  $y(x_{k-1})$  і  $y(x_{k-2})$ . За отриманими значеннями  $y(x_{k-2})$ ,  $y(x_{k-1})$ і  $y(x_k)$  будувався поліном Лагранжа другого порядку. Внаслідок отримали квадратне рівняння

$$a_{L,1}x^2 + a_{L,2}x + a_{L,3} = 0$$

більший додатний корінь якого визначав значення  $x_{f}^{(j)}$ ,  $j = \overline{1, R_{j}}$ .

Параметри моделі (3.37) при r = 3 обчислювались за формулою (3.35), в якій  $\overline{\Pi} = \overline{Y}_f$ . Для знаходження елементів матриці F формувалась матриця спостережень X, яка складається із  $N_f$  блоків. Для кожного блоку його рядок обчислювався так:

$$\chi_{i} = \overline{O}_j m_{bm}^{(j)}(0) \quad \overline{O}_j f_2^{(i)} \quad \overline{x}_j ; i = N_f, \ j = \overline{1, N_m}$$

де  $\overline{O}_j$  – одинична матриця-стовпець розміром  $R_j$ ;  $\overline{x}_j$  – значення абсцис функції  $y(\overline{x}_j)$ , яка отримана як результат розв'язування системи диференціальних рівнянь (3.31) при значеннях  $m_{bm}^{(j)}(0)$  і  $f_2^{(i)}$ ;  $N_f$  – потужність множини значень  $f_2$ .

У результаті отримали матрицю спостережень розміром  $R \times 3$ .

З використанням матриці спостережень *X* формується матриця *F*, кожний стовпець, якої є значеннями регресу при відповідному коефіцієнті емпіричної моделі (3.37).

Обчислення елементів матриці F здійснюється за таким алгоритмом. Формується матриця степенів  $\Phi$ , елементи якої обчислюються за методом [90], при якому одиниця додається до вмісту q-го розряду вектору n (n - кількість аргументів моделі (3.37)). У результаті додавання відбувається послідовний перехід одиниці у старший розряд. При досягненні суми S = k ( $1 \le k \le r$ ) у нижчому розряді останній обтулюється. Сума елементів кожного рядка матриці  $\Phi$  не перевищує значення r. Розмір матриці  $\Phi - L \times n$ . Якщо відома матриця степенів  $\Phi$  поліному (3.37), то елементи матриці F обчислюються такою формулою:

$$f_{ij} = \prod_{j=1}^n x_j^{\varphi_{ij}}, \ i = \overline{1,R}, \ j = \overline{1,L}.$$

У середовищі MatLab створене програмне забезпечення, яке виконує такі процедури:

– розв'язує систему диференціальних рівнянь (3.31) при значеннях  $m_{bm}(0)$  і  $f_2$ , які задані відповідними множинами. При цьому зовнішній цикл формується за індексом *i*. За результатами обчислень формується матриця спостережень *X*.

– за описаним вище алгоритмом обчислюється матриця *F* і відповідно за формулою (3.35) були знайдені параметри моделі (3.37).

У результаті отримали модель у вигляді полінома степені *r* = 3 у такому вигляді:

$$y(x) = a_0 + a_1\theta_1 + a_2\theta_2 + a_3x + a_4\theta_1^2 + a_5\theta_1\theta_2 + a_6\theta_2^2 + a_7\theta_1x + a_8\theta_2x + a_9x^2 + a_{10}\theta_1^3 + a_{10}\theta_1^3$$

$$+a_{11}\theta_{1}^{2}\theta_{2} + a_{12}\theta_{1}\theta_{2}^{2} + a_{13}\theta_{2}^{3} + a_{14}\theta_{1}^{2}x + a_{15}\theta_{1}\theta_{2}x + a_{16}\theta_{2}^{2}x + a_{17}\theta_{1}x^{2} + a_{18}\theta_{2}x^{2} + a_{19}x^{3}.$$
 (3.38)  
У виразі (3.38) прийняті такі позначення:  $\theta_{1} = m_{bm}(0), \ \theta_{2} = f_{2}.$ 

На рис. 3.10 показані значення  $y(x_k)$ , які обчислені за формулою (3.38) і «експериментальні» значення для <u>k</u> - тої точки спостережень.



Рисунок 3.10 – Результати апроксимації «експериментальних» даних емпіричною моделлю (3.38)

Для перевірки відповідності розрахункових даних, отриманих за формулою (3.38), результатам розв'язання системи рівнянь (3.31) розрахований коефіцієнт кореляції між цими величинами з використанням співвідношення (3.36). Його значення  $K_{\hat{y}y} = 0,9997$  свідчить про високу ступінь відповідності між розрахунковими і «експериментальними» даними.

Для визначення асимптотичного значення [116] залежності y(x), необхідно із залежності (3.38) виключити величини  $\theta_1 = m_{bm}(0)$  і  $\theta_2 = f_2$ . Для цього скористаємося початковими умовами - y(0) = 0 і y'(0) = 0.

Отже, виходячи із виразу (3.38), маємо

 $a_0 + a_1\theta_1 + a_2\theta_2 + a_4\theta_1^2 + a_5\theta_1\theta_2 + a_6\theta_2^2 + a_{10}\theta_1^3 + a_{11}\theta_1^2\theta_2 + a_{12}\theta_1\theta_2^2 + a_{13}\theta_2^3 = 0.$ (3.39) Оскільки

$$y'(x) = a_3 + a_7\theta_1 + a_8\theta_2 + 2a_9x + a_{14}\theta_1^2 + a_{15}\theta_1\theta_2 + a_{16}\theta_2^2 + a_{17}\theta_1x^2 + 2a_{18}\theta_2x + 3a_{19}x^2,$$

то

$$a_{16}\theta_2^2 + \alpha_1(\theta_1)\theta_2 + \alpha_2(\theta_1) = 0,$$
 (3.40)

де  $\alpha_1(\theta_1) = a_8 + a_{15}\theta_1; \ \alpha_2(\theta_1) = a_3 + a_7\theta_1 + a_{14}\theta_1^2.$ 

Розв'язавши квадратне рівняння (3.40) і взявши додатній корінь, отримаємо

$$\theta_2 = \alpha(\theta_1),$$

$$de \ \alpha(\theta_1) = \frac{-\alpha_1(\theta_1) + \sqrt{\alpha_1^2(\theta_1) - 4a_{16}\alpha_2(\theta_1)}}{2a_{16}}.$$

Значення  $\theta_2 = \alpha(\theta_1)$  підставимо в (3.39). У результаті приходимо до такого рівняння:

$$a_{0} + a_{1}\theta_{1} + a_{2}\alpha(\theta_{1}) + a_{4}\theta_{1}^{2} + a_{5}\theta_{1}\alpha(\theta_{1}) + a_{6}\alpha^{2}(\theta_{1}) + a_{10}\theta_{1}^{3} + a_{11}\theta_{1}^{2}\alpha(\theta_{1}) + a_{12}\theta_{1}\alpha^{2}(\theta_{1}) + a_{13}\alpha^{3}(\theta_{1}) = 0.$$
(3.41)

Рівняння є нелінійним відносно шуканої змінної  $\theta_1$  і його розв'язок можливий лише числовим методом. Для розв'язання нелінійного алгебраїчного рівняння (3.41) був використаний метод дихотомії [95], що дав змогу отримати такий результат:  $\theta_1^* = m_{bm}(0) = 0,4712$  і  $\theta_2^* = f_2 = 0,3431$ .

Підставивши значення  $\theta_1^*$  і  $\theta_2^*$  в вираз (3.38), отримаємо залежність, яка виражає асимптотичні властивості осьового навантаження на долото (рис. 3. 11).



Рисунок 3.11- Асимптотика осьового навантаження на долото

Таким чином, критичне навантаження на долото при бурінні свердловин визначається двома факторами – довжиною від нейтрального перерізу до вибою свердловини  $x_2$  і значенням  $x_3$ , яке є точкою максимального прогину бурильної колони.

# 3.4 Програмне забезпечення задачі оптимізації процесу поглиблення свердловини

Процес оптимізації задачі (3.18) передбачає знання функціональних залежностей  $K_{\xi}(\overline{U})$  і  $v_0(\overline{U})$ , які шукали у вигляді поліномів n - го порядку. Допускалось, що змінні величини осьове навантаження на долото F і тиск промивальної рідини на маніфольді P, які є компонентами вектора  $\overline{U}$ , розглядались як нечіткі величини з трикутною функцією належності, яка апроксимована гаусовою функцією.

Метод побудови та алгоритмічне забезпечення емпіричних моделей  $K_{\xi}(\overline{U})$  і  $v_0(\overline{U})$  з врахуванням нечіткості значень *F* і *P* висвітлений в другому розділі.

Бурили свердловину в інтервалі 1071 – 1865 м з ГВД-приводом при таких технологічних параметрах:

- осьове навантаження на долото F = 29,4 98 кН
- тиск холостого ходу ГВД Рх.х. = 9,6 МПа;
- робочий тиск ГВД Рроб. = 10,6 14,5 МПа,
- витрата промивальної рідини Q = 35 л/с;
- тип долота 215.9 PDC С-ГВ.

У процесі роботи долота на вибої свердловини фіксувались значення проходки на долото (рис. 3.12), осьового навантаження на долото (рис. 3.13,а), тиску промивальної рідини (рис. 3.13,б).



Рисунок 3.12 – Проходка на долото



Рисунок 3.13 – Осьове навантаження на долото (а) та тиск промивальної рідини на маніфольді (б)

Початкова швидкість проходки обчислювалась за формулою

$$v_0(kT) = \frac{h(kT) - h((k-1)T)}{T}, \ k = \overline{1, N},$$
(3.42)

де Т - крок дискретизації.

Був вибраний такий крок дискретизації: T = 0,0317 год. На рис. 3.14 зображений графік залежності  $v_0(k)$ , яка обчислена за формулою (3.42).



Рисунок 3.14 – Початкова швидкість проходки у функції дискретного часу

Швидкість зміни оцінки стану озброєння долота визначають [2] за такою формулою  $K_{\xi} = \frac{d\xi}{dt}$ .

Оскільки оцінку стану озброєння  $\xi = \frac{v_0}{v_t}$ . Тому  $K_{\xi} = -\frac{v_0}{v_t^2} \cdot \frac{dv_t}{dt}$ . З врахуванням

того, що  $\frac{dv_t}{dt} = \frac{d^2h(t)}{dt^2}$ , будемо мати

$$K_{\xi} = -\frac{v_0}{v_t^2} \cdot \frac{d^2 h(t)}{dt^2}.$$
 (3.43)

Другу похідну 
$$\frac{d^2h(t)}{dt^2}$$
 апроксимували кінцевими різницями  
 $\frac{d^2h(t)}{dt^2} \simeq \frac{h(k+1) - 2h(k) + h(k-1)}{T^2}, \ k = \overline{1, N-1}.$  (3.44)

За формулами (3.43) і (3.44) обчислені значення  $K_{\xi}(k)$ . Графік функції  $K_{\xi}(k)$  зображений на рис. 3.15.



Рисунок 3.15 – Швидкість зміни оцінки стану озброєння долота

Апроксимація залежностей  $v_0$  і  $K_{\xi}$  як функцій керуючих впливів *F* і *P* здійснена за допомогою алгоритму синтезу оптимальної за структурою емпіричної моделі (розд. 2).

Були вибрані такі параметри обчислення алгоритму для моделі  $v_0(F, P)$ :

ct=3-найбільша степінь полінома

*X*-масив вхідних даних (матриця розміром *N*×*L*)

*N*=79-кількість дослідів; *L*=2-кількість змінних

L=2-кількість хромосом у популяції

ts=20-кількість хромосом у підгрупі

nkk=2000-максимальне число ітерацій генетичного алгоритму

*pc*=0.8-ймовірність схрещування (0.5<=*pc*<=1)

*pm*=0,01-ймовірність мутації (0<=*pm*<=0.1)

*kr* – показник, що дозволяє вибрати критерій селекції моделі: якщо *kr*=0, то обираємо критерій регулярності, при *kr*=1 буде обрано критерій зміщення;

f0 – показник, введений для вибору структури моделі: якщо f0=0, то у структурі полінома завжди присутній вільний член; при f0=1 - його присутність необов'язкова.

Машинні експерименти показали, що приведення змінних моделі F і P до безрозмірних одиниць покращує збіжність алгоритму за рахунок масштабованості змінних. Приведення змінних F і P до безрозмірних одиниць здійснювалось за такими формулами:

$$f = \frac{F}{F_{\text{max}}}; p = \frac{P}{P_{\text{max}}}$$

У результаті реалізації програмного забезпечення (додаток А), створеного в середовищі MatLab, отримана така емпірична модель:

$$v_0(f,p) = a_1 f + a_2 p + a_3 f^2 + a_4 p^2 + a_5 f p^2, \qquad (3.45)$$

де  $a_1 = -9.793963$ ;  $a_2 = 12.710089$ ;  $a_3 = 12.874326$ ;  $a_4 = -6.655934$ ;  $a_5 = -4.861203$ .

Рис. 3.16 у графічній формі зображає результати апроксимації експериментальних даних поліномом (3.45) (синім кольором відмічені експериментальні дані, а зеленим – розрахункові значення за формулою (3.45)).



Рисунок 3.16 – Апроксимація експериментальних даних залежністю (3.45)

Показник  $K_{\xi}$ , який характеризує швидкість зміни оцінки стану озброєння долота, як функція керуючих дій F і P був визначений за експериментальними даними (рис. 3.15). Апроксимація експериментальних даних здійснювалась поліномом третьої степені. Для оптимізації структури емпіричної моделі

використаний генетичний алгоритм, а критерієм відбору кращої моделі із вибраної множини моделей слугував критерій регулярності (2.63).

За допомогою програмного забезпечення, яке наведене у додатку, отримана емпірична модель, як апроксимація експериментальних даних (рис. 3.15). Параметри алгоритму аналогічні як і для моделі  $v_0(F,P)$  за винятком значення N=116. Як і у випадку моделі  $v_0(F,P)$ , аргументи залежності  $K_{\xi}(F,P)$  були приведені до безрозмірних одиниць. У результаті апроксимації експериментальних даних отримана така емпірична модель:

$$K_{\xi}(f,p) = a_1 f + a_2 p + a_3 f^2 + a_4 f^3 + a_5 f^2 p + a_6 f p^2, \qquad (3.46)$$

де  $a_1 = -0.142659$ ;  $a_2 = 1.110845$ ;  $a_3 = 0.580737$ ;  $a_4 = -0.319685$ ;  $a_5 = 1.663993$ ;  $a_6 = -2.736150$ .

На рис.3.17 зображений результат апроксимації експериментальних даних емпіричною моделлю (3.46).

Для визначення оптимального режиму процесу поглиблення свердловини розроблено програмне забезпечення у середовищі MatLab, де були вибрані такі вхідні дані:

L=1482 м -поточна глибина свердловини

vn=537 м/год-середня швидкість підйому бурильної колони

vc=667м/год.-середня швидкість спуску бурильної колони

Cd=1520 грн.- вартість години роботи бурової установки

dc=190000грн.-вартість долота

delta=5,1м-ширина інтервалу невизначеності

Fmin=29,4кH,Fmax=98кH-обмеження на осьове навантаження

Pmin=10 МПа ,Pmax=15 МПа-обмеження на тиск промивної рідини

gama=0,7-ширина зрізу



Рисунок 3.17 – Апроксимація експериментальних даних емпіричною моделлю (3.46)

Початкове значення оцінки стану озброєння долота було таким:  $\xi^{(0)} = 1.05$ . Програма працює в ітераційному режимі. Для розв'язання рівняння (3.20) на кожній ітерації обчислень необхідно ввести початок і кінець інтервалу локального кореня. Як приклад, на рис. 3.18 зображена залежність  $Y(\xi_f) = \xi_f (1 - \ln\xi_f) - 1 + K_{\xi} \left( \hat{T}_{lo} + \frac{d_c}{C_d} + \Delta \sqrt{\frac{A_{lo}}{\ln\gamma_q^2}} \right)$ , де  $\xi_f$  - змінна величина, яка

змінювалась в межах  $\xi_f \in [1,05;5]$ .



Рисунок 3.18 – Графік функції  $Y(\xi_f)$ 

Відмітимо, що графік функції  $Y(\xi_f)$  отриманий на кінцевій ітерації. Функція  $Y(\xi_f)$  монотонно зменшує своє значення і досягає значення нуля на інтервалі  $\xi_f \in [4; 4, 5]$ . За допомогою методу ділення інтервалу локального кореня наполовину (метод дихотомії) [95] знайдено значення кореня рівняння (3.20):  $\xi_f^* = 4.2831$ .

На кожній ітерації в ітераційному процесі розв'язувалась оптимізаційна задача (3.18) і (3.19), яка є задачею нелінійного програмування [121]. Для її розв'язання використана файл-функція fmincon, яка реалізує метод внутрішньої точки (бар'єрний метод [122]).

У результаті реалізації програмного забезпечення оптимізаційної задачі (3.18) і (3.19) (додаток Б) отримали такий результат:

Вартість метра проходки qc, грн/м qc=4.5267e+03 Осьове навантаження на долото, кН F=90.9087 Тиск промивної рідини (на маніфольді), МПа P=15.0000 Тривалість роботи долота на вибої, год. td=7.3942e+01 Проходка на долото, м h=6.8906e+01

На етапі ініціалізації змінних ітераційного процесу була задана початкова швидкість зміни оцінки стану озброєння долота  $\xi^{(0)} = 1,05$ , при цьому отримали вартість метра проходки qc<sup>(0)</sup> = 1.0523e+04 грн/м.

У процесі розв'язку задачі оптимізації були знайдені оптимальні значення  $f^*$ і  $p^*$  у безрозмірних одиницях при виконанні обмежень (3.19) і знайденого значення  $\xi^*$ . Перехід до фізичних величин здійснений за такими формулами:

$$F^* = f^* F_{\text{max}}; P^* = p^* P_{\text{max}}.$$

Таким чином, розроблене алгоритмічне і програмне забезпечення задачі оптимізації процесу поглиблення свердловини дає змогу визначити оптимальний режим процесу буріння в умовах нечіткої інформації про значення технологічних параметрів осьового навантаження на долото, тиску промивальної рідини та тривалості спуско-піднімальних операцій за умови, що відбувається випереджувальний знос озброєння долота або долото є безопорне.

#### Висновки до розділу

1. Розроблений метод оптимального керування процесом поглиблення свердловини за умови, що має місце випереджувальне зношення озброєння долота, включає розв'язання двох взаємозв'язаних задач – визначення оптимального часу перебування долота на вибої свердловини і знаходження таких керуючих дій: осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини, щоб вартість метра проходки набула мінімального значення.

2. Доведено, що максимальне значення осьового навантаження на долото, яка спричиняє прогин колони бурильних труб, визначається двома факторами – довжиною від нейтрального перерізу до вибою свердловини  $x_2$  і значенням  $x_3$ , яке є точкою максимального прогину бурильної колони.

3. Розроблено програмне забезпечення, яке дає змогу розв'язати дві взаємозв'язані задачі: визначення оптимального часу перебування долота на вибої свердловини і обчислення осьового навантаження на долото та тиску промивальної рідини за критерієм мінімуму вартості метра проходки свердловини.

Програмне забезпечення випробувано на експериментальних даних і показало свою роботоздатність та ефективність.

### РОЗДІЛ 4 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА СИНТЕЗ СИСТЕМИ БУРОВИМ НАСОСНИМ АГРЕГАТОМ

## 4.1 Функціональна схема системи оптимального керування процесом механічного буріння

У зв'язку широким впровадженням мікропроцесорної техніки виникають реальні можливості реалізувати складні алгоритми керування, які дадуть змогу здійснювати технологічний процес механічного буріння в оптимальному режимі.

На рис. 4.1 зображена функціональна схема системи оптимального керування процесом механічного буріння.



Рисунок 4.1 - Функціональна схема системи оптимального керування процесом механічного буріння

Допускаємо, що приводом бурового долота є гвинтовий вибійний двигун (ГВД). Математична модель процесу механічного буріння подана як система диференціальних рівнянь (2.26) –(2.28). Входам моделі є осьове навантаження на долото F, тиск бурового розчину P та поточне значення проходки h(t). Тиск P і поточне значення проходки h(t) є вихідними даними для обчислення оцінок стану

озброєння долота та його опори за формулами (2.23) і (2.24). Крім того, математична модель включає в себе такі величини як швидкості зміни оцінок станів озброєння  $K_{\xi}$  і  $K_{g}$ , які поряд з оцінкою стану озброєння  $\xi$  є виходами блоку, який реалізує математичну модель процесу поглиблення свердловини.

На основі інформації про значення величин  $\xi$ ,  $K_{\xi}$  і  $K_{g}$  та апріорної інформації такої як вартість долота  $d_{c}$ , вартість години роботи бурової установки  $C_{d}$ , тривалість спуско-піднімальних операцій  $T_{lo}$  формується критерій оптимальності у відповідності з формулою (3.9).

Результатом роботи блоку алгоритму оптимізації є значення сигналів  $G_F$  і  $G_p$ , які в певному масштабі задають значення осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини, що мінімізують критерій оптимальності (3.9). Оптимальні значення осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини повинні належати допустимій області, яка характеризує технічні і технологічні можливості бурової установки.

Сигнал  $G_F$  є вставкою регулятора подачі долота (РПД), завдання якого підтримувати оптимальне значення осьового навантаження на долото  $F^*$ .

За допомогою тиристорного перетворювача (ТП) задається необхідна частота обертання валу привідного електричного двигуна (ЕД). Вал привідного ЕД з'єднаний з буровим насосом (БН) за допомогою ланцюгової або клиноремінної передачі. Буровий насос забезпечує необхідну подачу промивальної рідини Q та створює тиск  $P^*$  на вході в маніфольд. Значення тиску  $P^*$  визначено з допустимої області керування за допомогою оптимізаційної процедури, яка мінімізує вартість метра проходки свердловини (3.9).

## 4.2 Математична модель електричного приводу бурового насосу як об'єкта автоматичного керування

Буріння свердловини на нафту і газ відбувається у взаємодії з буровим насосним агрегатом (БНА), який входить до складу бурової установки.

БНА має у своєму складі буровий поршневий насос, привідний двигун, силову передачу (ланцюгову або клиноремінну) та пристрій керування.

Буровий насос 1 (рис.4.2) створює потік рідини, яка характеризується витратою Q і тиском P. Ефективність процесу буріння у значній степені визначається режимом роботи бурового насоса. Створений ним потік бурового розчину, поступає до маніфольду 2, дальше по бурильних трубах 3 попадає до гвинтового вибійного двигуна 4, який приводить в обертовий рух долото. На поверхню буровий розчин разом з вибуреною порожою по затрубному просторі водиться зі свердловини.



Рисунок 4.2 - Схематичне зображення гідравлічної системи бурової установки

В основі ефективного керування асинхронним приводом лежить закон Костенка [123]

$$\gamma = \alpha \sqrt{\mu} , \qquad (4.1)$$

де γ – відносна напруга; α -відносна частота; μ – відносний момент на валу приводу. Всі відносні величини приведені до відповідних номінальних значень.

До електричного приводу бурових насосів пред'являється вимога забезпечення постійного моменту на його валу, що дає змогу підтримувати постійним тиск промивальної рідини на вході в свердловину. У такому випадку момент на валу двигуна повинен бути близьким до номінального, тобто  $\mu \rightarrow 1$  і як це випливає із формули (4.1)

$$\gamma = \alpha . \tag{4.2}$$

Оскільки  $\gamma = \frac{U_1}{U_{1,n}}$  і  $\alpha = \frac{f}{f_n}$ , де  $U_1$  і f – напруга і частота, то із (4.2) випливає,

що  $\frac{U_1}{f} = \frac{U_{1,n}}{f_n} = \operatorname{const}.$ 

Метод керування роботою асинхронного приводу, коли підтримується постійне співвідношення між напругою джерела живлення і частотою обертання валу двигуна носить назву  $\frac{U_1}{f}$  - керування.

Керування роботою приводу передбачає [124] незалежність керуючих дій, які визначають електромагнітний момент двигуна. Природно, що керуючі дії повинні бути спостережливими. В асинхронних машинах є тільки дві такі величини – напруга статора і струм ротора.

Струм ротора принципово не спостерігається. Тому для вибору другого керуючого впливу є три фізичні величини – основне потокозчеплення, потокозчеплення статора і ротора.

Потокозчеплення статора і робочий струм можна безпосередньо виміряти (спостерігати) і використати як керуючі дії.

Спрощена функціональна схема [124] системи частотного регулювання асинхронним приводом зображена на рис. 4.3.

Необхідна частота струму статора приводу задається вставкою регулятора  $U_{tr}$ . На виході елементу порівняння формується сигнал неузгодженості  $\varepsilon = U_{tr} - U_{\omega}$ ,

який пройшовши через пристрій обмеження (ПО), додається до сигналу  $U_{\omega}$ . У результаті формується сигнал  $U_{\omega s}$  на вході системи керування СКІ автономним інвертором струму АІС.



Рисунок 4.3 - Спрощена функціональна схема частотного регулювання асинхронними приводом

Вихідний сигнал  $U_{\beta}$  функціонального перетворювача ФП задає значення величини струму статора двигуна, який разом з сигналом  $U_i$  зворотного зв'язку по струму поступає через підсилювач П на вхід системи керування вентилями як сигнал  $U_{\gamma}$ . Пристрій обмеження ПО виконує функцію захисту приводу від перевантаження при різкому зростанні  $U_{ir}$ . Тоді відбувається обмеження сигналу  $U_{\beta}$  і відповідно сигналу  $U_{i,ir}$ , що приводить до обмеження значення моменту ротора приводу.

На асинхронний привод діє збурення зі сторони бурового насосу. Крім того відбуваються внутрішні зміни електричних параметрів приводу. Для компенсації дії зовнішнього середовища на привод у систему керування вводять від'ємний зворотний зв'язок.

Для синтезу і аналізу автоматичної системи керування електричним приводом бурового насосу створимо його математичну модель [125].

Електричний привод разом з буровим насосом утворюють динамічну систему, яку можна описати такими диференціальними рівняннями [126, 127]:

$$\frac{di_2'}{dt} = \frac{U_{1f} - i_2'(z_1 + z_2')}{L_s},$$
(4.3)

$$M_{dr} = \frac{3i_2'^2 r_2'}{\Omega_{sf} s_l},$$
(4.4)

$$J\frac{d\Omega}{dt} = M_{dr} - M_{dp}, \qquad (4.5)$$

де  $z_1 = \sqrt{(r_1/\alpha)^2 + x_1^2}$ ;  $x_m$ - повний індуктивний опір обмотки статора;  $z'_2 = \sqrt{(r'_2/\alpha)^2 + x'_2^2}$ ;  $x'_2 = \sigma x_2$ ;  $\sigma = k_{1\sigma} + k_{2\sigma} + k_{1\sigma}k_{2\sigma}$ ;  $k_{1\sigma} = x_{1\sigma}/x_m$ ;  $k_{2\sigma} = x_{2\sigma}/x_m$ ;  $x_1$ ,  $x_2$ індуктивні опори статора і ротора;  $x_{1\sigma}$ ,  $x_{2\sigma}$ - індуктивні опори розсіювання статора і ротора;  $r_1$ ,  $r'_2$  - активні опори статора і ротора;  $s_l$  – ковзання приводу;  $L_s$  - повна індуктивність двигуна;  $U_{f1}$  – напруга прикладена до статора приводу;  $\Omega_{sf} = \frac{2\pi f}{p_n}$  синхронна кутова швидкість;  $\Omega_1 = p_n \Omega_{sf}$ ; J - приведений момент інерції, який враховує інерційність всіх мас, що визначаються числами оборотів приводу;  $\Omega_1$ кутова швидкість ротора приводу;  $M_{dr}$ ,  $M_{dp}$  - моменти приводу і момент навантаження з сторони бурового насосу.

Лінеаризуємо систему рівнянь (4.3) – (4.5) відносно стаціонарного режиму роботи механізмів «привод-буровий насос». Ведемо такі позначення:  $i'_2 = i'^{(0)}_2 + \Delta i'_2$ ;  $U_{1f} = U_{1f}^{(0)} + \Delta U_{1f}$ ;  $\Omega = \Omega_0 + \Delta \Omega$ .

Зміна кутової швидкості ротора приводу на величину  $\Delta\Omega$ , викличе відхилення моментів  $M_{dr}$  і  $M_{dp}$  від їх усталених значень  $M_{dr}^{(0)}$  і  $M_{dp}^{(0)}$ . Ці відхилення позначимо як  $\Delta M_{dr}$  і  $\Delta M_{dp}$ . Тоді рівняння (4.5) у відхиленнях буде таким [125]:

$$J\frac{d(\Delta\Omega)}{dt} = \Delta M_{dr} - \Delta M_{dp}.$$
(4.6)

Оскільки  $U_{1f} = U_{1f}^{(0)} + \Delta U_{1f}$ і  $i'_2 = i'^{(0)} + \Delta i'_2$ , то рівняння (4.3) набуде такого вигляду:

$$\frac{d\left(\Delta i_{2}'\right)}{dt} = \frac{z_{1}+z_{2}'}{L_{s}} \cdot \frac{U_{1f}^{(0)}}{z_{1}+z_{2}'} + \frac{\Delta U_{1f}}{z_{1}+z_{2}'} - \left(i_{2}'^{(0)}+\Delta i_{2}'\right).$$

Враховуючи те, що  $i_2'^{(0)} = \frac{U_{1f}^{(0)}}{z_1 + z_2'}$ , отримаємо

$$\frac{d(\Delta i'_{2})}{dt} = \frac{z_{1} + z'_{2}}{L_{s}} \cdot \left(\frac{\Delta U_{1f}}{z_{1} + z'_{2}} - \Delta i'_{2}\right).$$
(4.7)

Рівняння (4.4) — нелінійне. Для його лінеаризації розкладемо нелінійну функцію  $M_{dr} = \frac{3i_2'^2 r_2'}{\Omega_{sf} s_l}$  в ряд Тейлора, обмежившись лише лінійним членом ряду

$$M_{dr}^{(0)} + \Delta M_{dr} = \frac{3(i_2^{\prime (0)})^2 r_2^{\prime}}{\Omega_{sf} s_l} + \frac{6i_2^{\prime (0)} r_2^{\prime}}{\Omega_{sf} s_l} \Delta i_2^{\prime}.$$

Очевидно, що  $M_{dr}^{(0)} = \frac{3(i_2^{\prime(0)})^2 r_2'}{\Omega_{sf} s_l}$ . Тому

$$\Delta M_{dr} = \frac{6i_2^{\prime (0)}r_2'}{\Omega_{sf}s_l}\Delta i_2'. \tag{4.8}$$

Рівняння (4.7) і (4.8) записані у відхиленнях, тому початкові умови – нульові.

Диференціальне рівняння перетворимо за Лапласом з врахуванням нульових початкових умов. Отже,

$$T_{z}s\Delta i_{2}'(s) = k_{z}\Delta U_{1f}(s) - \Delta i_{2}'(s)$$

$$(4.9)$$

де  $T_z = \frac{L_s}{z_1 + z_2'}$  - електромагнітна стала часу;  $k_z = \frac{1}{z_1 + z_2'}$ .

Із рівняння (4.9) знаходимо

$$\Delta i_2'(s) = \frac{k_z}{T_z s + 1} \Delta U_{1f}(s).$$

Якщо рівняння (4.8) перетворити за Лапласом і врахувати значення  $\Delta i'_2(s)$ , то будемо мати

133

$$\Delta M_{dr}(s) = \frac{k_{\Omega}}{T_z s + 1} \Delta U_{1f}(s), \qquad (4.10)$$

де  $k_{\Omega} = \frac{6i_{2}^{\prime(0)}r_{2}^{\prime}k_{z}}{\Omega_{sf}s_{l}}.$ 

Тепер перетворимо за Лапласом диференціальне рівняння (4.6) при нульових початкових умовах. Отже,

$$Js\Delta\Omega(s) = \Delta M_{dr}(s) - \Delta M_{dp}(s).$$

Звідси знаходимо

$$\Delta\Omega(s) = \frac{1}{J_s} \left( \Delta M_{dr}(s) - \Delta M_{dp}(s) \right). \tag{4.11}$$

Таким чином, рівняння (4.10) і (4.11) утворюють лінеаризовану математичну модель системи «привод-буровий насос», записану в термінах перетворення Лапласа [125].

На основі рівнянь (4.10) і (4.11) створена структурна схема системи «приводбуровий насос» як об'єкта автоматичного керування (рис 4.4).



# Рисунок 4.4 - Структурна схема системи «привод-буровий насос» як об'єкта автоматичного керування

На рис. 4.4 зроблені такі позначення:  $u_{f1} = \Delta U_{f1}$ ;  $m_{dr} = \Delta M_{dr}$ ;  $m_{dp} = \Delta M_{dp}$ ;  $\omega = \Delta \Omega$ .

Аналіз математичних моделей (4.10) і (4.11) показує, що система «приводбуровий насос» як об'єкт автоматичного керування представляє собою астатичну систему з астатизмом першого порядку [125].

#### 4.3 Математична модель пневмокомпенсатора бурового насосу

Буровий насос є поршневим агрегатом і в процесі його роботи виникають пульсації потоку рідини, для згладжування яких на виході бурового насосу встановлений пневмокомпенсатор (рис. 4.5) [125].



Рисунок 4.5 - Пневмокомпенсатор бурового насосу

Пневмокомпенсатор представляє собою ємність, яка розділена на дві частини діафрагмою. У нижню частину ємності поступає потік бурового розчину  $Q_p$  під тиском  $\tilde{p}$ . Верхня частина пневмокомпенсатора заповнена повітрям під тиском  $\tilde{p}_a$ . Дальше потік рідини Q подається до маніфольду (рис. 4.1).

Очевидно, що тиск рідини урівноважується тиском стисненого повітря, тобто має місце така рівність:

$$\tilde{p} = \tilde{p}_a. \tag{4.12}$$

У будь-який момент часу для пневмокомпенсатора справедливе рівняння матеріального балансу (допускаємо, що густина бурового розчину постійна величина)

$$\frac{dV}{dt} = Q_p - Q, \qquad (4.13)$$

де V - об'єм частини пневмокомпенсатора, заповненого рідиною.

Нехай  $V_0$  - повний об'єм пневмокомпенсатора, а  $V_a$  - об'єм, занятий повітрям. Тоді

$$V = V_0 - V_a. (4.14)$$

3 врахуванням (4.14) рівняння (4.13) буде таким:

$$-\frac{dV_a}{dt} = Q_p - Q. aga{4.15}$$

Буровий розчин подається в систему промивки свердловини під тиском від 14 до 18 МПа [128]. При таких тисках поведінка газу в пневмокомпенсаторі відрізняється від ідеального. Для опису стану реального газу використовують рівняння [129] подібне до рівняння, яке описує стан ідеального газу, з деяким поправочним коефіцієнтом *z*. Отже,

$$\tilde{p}_a V_a = z M_a R T_a \,, \tag{4.16}$$

де *M*<sub>*a*</sub> - маса газу; *R* - газова стала; *T*<sub>*a*</sub> - температура газу в пневмокомпенсаторі.

Для обчислення коефіцієнту стисливості газу *z* використано модифіковане рівняння стану Бенедикта-Вебба-Рубіна [130]

$$z^3 - z^2 - az - b = 0$$

Коефіцієнти а та в визначаються за формулами

$$a = \left(\frac{0,1237}{\tau} - \frac{0,3468}{\tau^2} - \frac{0,1188}{\tau^4}\right);$$
  
$$b = \left(\frac{0,0291}{\tau^2} - \frac{0,0273}{\tau^3} - \frac{0,039}{\tau^5}\right)\pi^2,$$

де π – приведений тиск, τ – приведена температура.

$$\pi = (P + 1,33 \cdot 10^{-4} P_a) / P_{\kappa p};$$
  
$$\tau = (t + 273) / T_{\kappa p};$$

Критичний тиск визначається як, МПа:

$$P_{_{KP}} = 4,67 - 0,1\Lambda$$

Критична температура газу обчислюється за рівнянням, К:

$$T_{\kappa p} = 99,8 + 162,8\Lambda$$

де  $\Lambda$ - відносна густина газу. Для повітря  $\Lambda = 1$ .

Розв'язок рівняння Бенедикта-Вебба-Рубіна здійснювався одним із числових методів [131].

Рівняння стану має три корені, тому вибирається корінь (значення величини Z), який задовольняв умові

$$0 < z_i \le 1, i \in \{1, 2, 3\}, z = z_i.$$

Із рівняння (4.16) знаходимо

$$V_a = \frac{M_a}{\tilde{p}_a} z R T_a.$$

З врахуванням знайденого значення V<sub>a</sub> формула (4.15) буде такою:

$$-\frac{d}{dt}\left(\frac{M_a}{\tilde{p}_a}zRT_a\right) = Q_p - Q.$$

Маса повітря *M<sub>a</sub>* в пневмокомпенсаторі і газова стала *R* незмінні величини. Тому

$$-M_a R \frac{d}{dt} \left( \frac{zT_a}{\tilde{p}_a} \right) = Q_p - Q.$$

Оскільки має місце рівність (4.12), то

$$-M_{a}R\frac{d}{dt}\left(\frac{zT_{a}}{\tilde{p}}\right) = Q_{p} - Q.$$
(4.17)

Для бурового поршневого насосу з асинхронним приводом, у якого м'яка характеристика «механічний момент-кутова швидкість», має місце наступне співвідношення [132]:

$$\frac{Q_p}{Q_{p,0}} = \frac{\Omega}{\Omega_0},\tag{4.18}$$

де індексом «0» означені відповідні номінальні значення.

Із рівняння (4.18) знаходимо

$$Q_p = Q_{p,0} \frac{\Omega}{\Omega_0}.$$
(4.19)

Тиск на виході бурового насосу після пневмокомпенсатора пропорціональний квадрату подачі рідини, тобто

$$\tilde{p} = k_q Q^2$$

Із останньої формули знаходимо

$$Q = \sqrt{\frac{\tilde{p}}{k_q}}.$$
(4.20)

Формули (4.19) і (4.20) підставимо в рівняння (4.17). У результаті отримаємо

$$-M_{a}R\frac{d}{dt}\left(\frac{zT_{a}}{\tilde{p}}\right) = Q_{p,0}\frac{\Omega}{\Omega_{0}} - \sqrt{\frac{\tilde{p}}{k_{q}}}.$$
(4.21)

Знайдемо

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{zT_a}{\tilde{p}}\right) = \frac{1}{\tilde{p}^2} \left[ \tilde{p}\left(T_a\frac{dz}{dt} + z\frac{dT_a}{dt}\right) - zT_a\frac{d\tilde{p}}{dt} \right].$$
(4.22)

Коефіцієнт стисливості газу  $z \in функцією тиску \tilde{p}$  і температури  $T_a$ , тобто

$$z = f_z(\tilde{p}(t), T_a(t)).$$
(4.23)

За правилом диференціювання неявних функцій

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial f_z}{\partial \tilde{p}} \cdot \frac{d\tilde{p}}{dt} + \frac{\partial f_z}{\partial T_a} \cdot \frac{dT_a}{dt}$$

Отримане значення  $\frac{dz}{dt}$  підставимо у формулу (4.22). У результаті прийдемо

до такого виразу:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{zT_a}{\tilde{p}}\right) = \frac{1}{\tilde{p}^2} \left[ T_a \left( \tilde{p} \frac{\partial f_z}{\partial \tilde{p}} - z \right) \frac{d\tilde{p}}{dt} + \tilde{p} \left( T_a \frac{\partial f_z}{\partial T_a} + z \right) \frac{dT_a}{dt} \right].$$

3 врахуванням останнього результату рівняння (4.21) набуде такого вигляду:

$$M_{a}R\left[T_{a}\left(\tilde{p}\frac{\partial f_{z}}{\partial \tilde{p}}-z\right)\frac{d\tilde{p}}{dt}+\tilde{p}\left(T_{a}\frac{\partial f_{z}}{\partial T_{a}}+z\right)\frac{dT_{a}}{dt}\right]=-\tilde{p}^{2}\left(Q_{p,0}\frac{\Omega}{\Omega_{0}}-\sqrt{\frac{\tilde{p}}{k_{q}}}\right).$$
(4.24)

Алгоритм знаходження коефіцієнта стисливості повітря як функції аргументів  $\tilde{p}$  і  $T_a$  не дає змогу у замкнутій формі знайти залежність (4.23). Тому за результатами обчислень значень *z* при заданих значеннях тиску  $\tilde{p}$  і температури  $T_a$  залежність (4.23) будемо апроксимувати поліномом певної степені.

На рис. 4.6 зображений план, за яким змінювались значення  $\tilde{p}$  і  $T_a$ . Кожній точці плану відповідала пара значень  $\left(\tilde{p}^{(i)}; T_a^{(i)}\right)$ ,  $i = \overline{1, N}$ . Початку обчислень відповідала т. 1 (рис. 4.3) з координатами  $\left(\tilde{p}^{(1)}; T_a^{(1)}\right)$ , де  $\tilde{p}^{(1)} = \tilde{p}_{\min}$ ,  $T_a^{(1)} = T_{a,\max}$ . Потім у процесі обчислень здійснювався перехід від т. 1 до т.2 і т. д. до т. N (рис. 4.3). Такий

перехід здійснюється з кроком  $h_1 = \frac{T_{\text{max}} - T_{\text{min}}}{N}$ . При такій організації обчислень здійснювався рух по точкам зверху вниз, тобто до досягнення граничної нижньої т. N. Після закінчення першого етапу обчислень, переходили до т. N+1 (рис. 4.6). При цьому значення тиску  $\tilde{p}^{(1)}$  збільшувалось на величину  $h = \frac{\tilde{p}_{\text{max}} - \tilde{p}_{\text{min}}}{N}$  і переходили до другого етапу обчислень. За аналогічною схемою обчислення продовжувались до досягнення точки з координатами ( $\tilde{p}_{\text{min}}, T_{a,\text{min}}$ ). Очевидно, що загальна кількість точок становить  $N^2$ .

Для обчислення коефіцієнта стисливості газу за планом, який зображений на рис. 4.6, розроблено програмне забезпечення в середовищі MatLab. Були вибрані такі вхідні дані алгоритму обчислень:  $\tilde{p}_{\min} = 10 M\Pi a$ ,  $\tilde{p}_{\max} = 20 M\Pi a$ ,  $T_{a,\min} = -20^{\circ}C$ :  $T_{a,\max} = 25^{\circ}C$ . Результат роботи програмного забезпечення задачі відображає рис. 4.7.

Апроксимація результатів обчислень, які розглядались як «експериментальні дані» здійснювалась регресійним поліномом другого порядку

$$z_{y} = a_{0z} + a_{1z}\tilde{p} + a_{2z}T_{a} + a_{3z}\tilde{p}^{2} + a_{4z}T_{a}^{2} + a_{5z}\tilde{p}T_{a}.$$
(4.25)



Рисунок 4.6 - План проведення обчислень для визначення коефіцієнта

стисливості повітря

Коефіцієнти регресійного полінома (4.25) визначені методом найменших квадратів:

$$\overline{a}_{z} = \left(F^{T}F\right)^{-1}F^{T}\overline{z}, \qquad (4.26)$$

де  $\bar{a}_z = (a_{0z}, a_{1z}, a_{2z}, a_{3z}, a_{4z}, a_{5z})^T$  - вектор параметрів моделі (4.25);  $F = \begin{bmatrix} L \ \bar{p} \ \bar{T}_a \ \bar{p}_*^2 \ T_*^2 \ \bar{p}_* \overline{T}_a \end{bmatrix}$ ; L - стовпцева матриця розміром  $N \times 1$ , всі елементи якої одиниці;  $\bar{p}$  і  $\bar{T}_a$  - вектори вхідних даних (значень тиску і температури), сформованих згідно плану обчислень (рис. 4.6); наявність «.» означає поелементні операції над відповідними стовпцевими матрицями.

У результаті обчислень отримали такі значення коефіцієнтів рівняння регресії (4.25) [125]:

Коефіцієнти регресійного полінома

a0=1.8415e-01; a1=2.0640e-02; a2=3.1680e-03;

a3=3.9441e-05; a4=2.9174e-05; a5=-2.0448e-04.

На рис. 4.7 зображена залежність коефіцієнта стиснення повітря z від тиску бурового розчину  $\tilde{p}$  і температури повітря всередині пневмокомпенсатора  $T_a$ . На тому ж рисунку поміщена залежність, яка побудована за формулою (4.25).



Рисунок 4.7 - Залежність коефіцієнта стиснення від  $\tilde{p}$  і  $T_a$ 

Для перевірки отриманої моделі на адекватність скористались знаходженням коефіцієнта кореляції  $K_{y}$  між «експериментальними значеннями»  $z_i$  та значеннями  $z_y^{(i)}$ , які розраховані за формулою (4.25)

$$K_{Z,Zy} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (z_i - \hat{z}) (z_y^{(i)} - \hat{z}_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} (z_i - \hat{z})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{N} (z_y^{(i)} - \hat{z}_y)^2}},$$

де  $\hat{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} z_i$ ,  $\hat{z}_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} z_y^{(i)}$  - оцінки математичних сподівань для величин  $z_i$  і  $z_y^{(i)}$ . Було отримано:  $K_{Z,Zy} = 0,9996$ , що свідчить про високу степінь кореляції між величинами  $z_i$  і  $z_y^{(i)}$  [125].

Для лінії регресії  $y_{M} = p_{0} + p_{1}z$ , (коефіцієнти  $p_{0}$  і  $p_{1}$  визначені за методом найменших квадратів), яка визначає взаємозв'язок між розрахунковими  $z_{y}^{(i)}$  і «експериментальними»  $z_{i}$  значеннями, побудований довірчий інтервал з ймовірністю (1- $\alpha$ ) (рис. 4.8) з використанням таких формул [131]:

$$L_i \leq z_i < U_i$$

Верхню U<sub>i</sub> і нижню L<sub>i</sub> межі довірчого інтервалу обчислюємо за формулами:

$$U_{i} = Y_{i} + t_{1-\alpha/2}S_{i},$$
$$L_{i} = Y_{i} - t_{1-\alpha/2}S_{i},$$

де  $S_i^2 = S_y^2 \left[ \frac{1}{N} + \frac{(z_i - \hat{z})^2}{\sum_{j=0}^{N-1} (z_j - \hat{z})^2} \right];$   $S_y^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{j=0}^{N-1} (z_j - z_{y,j})^2 -$ оцінка дисперсії

результату апроксимації.



Рисунок 4.8 - Довірчі інтервали для  $z_i$ 

Можна стверджувати, що з надійністю (1 - α) (довірчою ймовірністю) розрахований інтервал містить всі значення  $z_i$ , що є доказом адекватності отриманої математичної моделі (4.25).

Оскільки відома регресійна модель (4.25), то можна визначити часткові похідні, які присутні у формулі (4.24). Отже,

$$\frac{\partial f_z}{\partial \tilde{p}} = a_{1z} + 2a_{3z}\tilde{p} + a_{5z}T_a, \qquad (4.27)$$

$$\frac{\partial f_z}{\partial T_a} = a_{2z} + 2a_{4z}T_a + a_{5z}\tilde{p}.$$
(4.28)

3 врахуванням формул (4.27) і (4.28), вираз (4.24) набуде такого значення:

$$-M_{a}R\left[T_{a}\left(\tilde{p}\left(a_{1z}+2a_{3z}\tilde{p}+a_{5z}T_{a}\right)-z\right)\frac{d\tilde{p}}{dt}+\tilde{p}\left(T_{a}\left(a_{2z}+2a_{4z}T_{a}+a_{5z}\tilde{p}\right)+z\right)\frac{dT_{a}}{dt}\right]=$$
$$=\tilde{p}^{2}\left(\mathcal{Q}_{p,0}\frac{\Omega}{\Omega_{0}}-\sqrt{\frac{\tilde{p}}{k_{q}}}\right).$$

Оскільки  $z = f_z(\tilde{p}, T_a)$ , то останнє рівняння буде таким:

$$T_{a}\left(\tilde{p}\left(a_{1z}+2a_{3z}\tilde{p}+a_{5z}T_{a}\right)-f_{z}\left(\tilde{p},T_{a}\right)\right)\tilde{p}'+\tilde{p}\left(T_{a}\left(a_{2z}+2a_{4z}T_{a}+a_{5z}\tilde{p}\right)+f_{z}\left(\tilde{p},T_{a}\right)\right)T_{a}'=$$
$$=-\frac{\tilde{p}^{2}}{M_{a}R}\left(Q_{p,0}\frac{\Omega}{\Omega_{0}}-\sqrt{\frac{\tilde{p}}{k_{q}}}\right),$$
(4.29)

де  $\tilde{p}' = \frac{d\tilde{p}}{dt}; T'_a = \frac{dT_a}{dt}.$ 

Отримане рівняння (4.29) є нелінійним. Оскільки установка «привод-буровий насос» мають у своєму складі систему автоматичного керування кутовою швидкістю ротора асинхронного двигуна, то відхилення кутової швидкості  $\Delta\Omega$  від свого усталеного значення  $\Omega_0$  буде невеликим. Тому нелінійне рівняння (4.29) можна лінеаризувати відносно статичного режиму роботи системи. Нехай  $\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega$ ,  $\tilde{p} = \tilde{p}_0 + \Delta \tilde{p}$ ,  $T_a = T_a^{(0)} + \Delta T_a$ ,  $\tilde{p}' = \Delta \tilde{p}'$ ,  $T_a' = \Delta T_a'$ . Вирази, які знаходяться в лівій частині виразу (4.29) позначимо як

$$\varphi_1(\tilde{p}, T_a, \tilde{p}') = \left(-a_{0z}T_a - a_{2z}T_a^2 + a_{3z}T_a\tilde{p}^2 - a_{4z}T_a^3\right)\tilde{p}' , \qquad (4.30)$$

$$\varphi_2\left(\tilde{p}, T_a, T_a'\right) = \left(a_{0z}\tilde{p} + a_{1z}\tilde{p}^2 + 2a_{2z}T_a\tilde{p} + a_{3z}\tilde{p}^3 + 3a_{4z}\tilde{p}T_a^2 + 2a_{5z}\tilde{p}^2T_a\right)T_a'.$$
(4.31)

Відповідно для правої частини рівняння (4.29) введемо таке позначення:

$$\varphi_3(\tilde{p},\Omega) = \frac{Q_{p,0}}{\Omega_0} \Omega \tilde{p}^2 - \tilde{p}^2 \sqrt{\frac{\tilde{p}}{k_q}}.$$
(4.32)

Нелінійні залежності (4.30) – (4.32) лінеаризуємо відносно усталеного режиму роботи пневмокомпенсатора. Для цього нелінійні залежності (4.30) – (4.32) розкладемо в ряд Тейлора, обмежившись лише лінійними членами розкладу. Отже,

$$\varphi_{1}\left(\tilde{p}, T_{a}, \tilde{p}'\right) \simeq \varphi_{1}\left(\tilde{p}_{0}, T_{a}^{(0)}, \tilde{p}_{a}'^{(0)}\right) + \frac{\partial\varphi_{1}\left(\tilde{p}_{0}, T_{a}^{(0)}, \tilde{p}_{a}'^{(0)}\right)}{\partial\tilde{p}} \Delta\tilde{p} + \frac{\partial\varphi_{1}\left(\tilde{p}_{0}, T_{a}^{(0)}, \tilde{p}_{a}'^{(0)}\right)}{\partial T_{a}} \Delta T_{a} + \frac{\partial\varphi_{1}\left(\tilde{p}_{0}, T_{a}^{(0)}, \tilde{p}_{a}'^{(0)}\right)}{\partial\tilde{p}'} \Delta\tilde{p}',$$

$$(4.33)$$

$$\varphi_2(\tilde{p}, T_a, T_a') \simeq \varphi_2(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, T_a'^{(0)}) + \frac{\partial \varphi_2(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, T_a'^{(0)})}{\partial \tilde{p}} \Delta \tilde{p} + \frac{\partial \varphi_2(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, T_a'^{(0)})}{\partial T_a} \Delta T_a + 2 \varphi_2(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, T_a'^{(0)})$$

$$+\frac{\partial \varphi_2\left(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, T_a^{\prime(0)}\right)}{\partial T_a^{\prime}} \Delta T_a^{\prime}, \qquad (4.34)$$

$$\varphi_{3}(\tilde{p},\Omega) \simeq \varphi_{3}(\tilde{p}_{0},\Omega_{0}) + \frac{\partial \varphi_{3}(\tilde{p}_{0},\Omega_{0})}{\partial \tilde{p}} \Delta \tilde{p} + \frac{\partial \varphi_{3}(\tilde{p}_{0},\Omega_{0})}{\partial \Omega} \Delta \Omega.$$
(4.35)

Оскільки  $\tilde{p}'^{(0)} = 0$  і  $T'^{(0)}_a = 0$ , то в силу структури рівнянь (4.30) і (4.31)

$$\begin{split} & \varphi_1\Big(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, \tilde{p}_a^{\prime(0)}\Big) = \frac{\partial \varphi_1\Big(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, \tilde{p}_a^{\prime(0)}\Big)}{\partial \tilde{p}} = \frac{\partial \varphi_1\Big(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, \tilde{p}_a^{\prime(0)}\Big)}{\partial T_a} = 0, \\ & \varphi_2\Big(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, T_a^{\prime(0)}\Big) = \frac{\partial \varphi_2\Big(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, T_a^{\prime(0)}\Big)}{\partial \tilde{p}} = \frac{\partial \varphi_2\Big(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, T_a^{\prime(0)}\Big)}{\partial T_a} = 0. \end{split}$$

3 врахування останніх співвідношень формули (4.33) і (4.34) будуть такими:

$$\varphi_1(\tilde{p}, T_a, \tilde{p}') \simeq \frac{\partial \varphi_1(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, \tilde{p}'_a^{(0)})}{\partial \tilde{p}'} \Delta \tilde{p}',$$

$$\varphi_2(\tilde{p}, T_a, T_a') \simeq \frac{\partial \varphi_2(\tilde{p}_0, T_a^{(0)}, T_a'^{(0)})}{\partial T_a'} \Delta T_a'.$$

Приймаючи до уваги значення  $\varphi_1(\tilde{p},T_a)$ ,  $\varphi_2(\tilde{p},T_a)$  і  $\varphi_3(\tilde{p},\Omega)$ , які визначені формулами (4.33) – (4.35), будемо мати

$$\begin{split} \varphi_{1}(\tilde{p},T_{a},\tilde{p}') &\simeq \left(-a_{0z}T_{a}^{(0)}-a_{2z}\left(T_{a}^{(0)}\right)^{2}+a_{3z}T_{a}^{(0)}\tilde{p}_{0}^{2}-a_{4z}\left(T_{a}^{(0)}\right)^{3}\right)\Delta\tilde{p}', \\ \varphi_{2}(\tilde{p},T_{a},T_{a}') &\simeq \left(a_{0z}\tilde{p}^{(0)}+a_{1z}\left(\tilde{p}^{(0)}\right)^{2}+2a_{2z}T_{a}^{(0)}\tilde{p}^{(0)}+a_{3z}\left(\tilde{p}^{(0)}\right)^{3}\right)\Delta T_{a}' + \\ &+ \left(3a_{4z}\tilde{p}^{(0)}\left(T_{a}^{(0)}\right)^{2}+2a_{5z}\left(\tilde{p}^{(0)}\right)^{2}T_{a}^{(0)}\right)\Delta T_{a}' \\ \varphi_{3}(\tilde{p},\Omega) &\simeq \varphi_{3}(\tilde{p}_{0},\Omega_{0})+\tilde{p}^{(0)}\left(2Q_{p,0}-\frac{5}{2}\sqrt{\frac{\tilde{p}^{(0)}}{k_{q}}}\right)\Delta\tilde{p}+\frac{Q_{p,0}}{\Omega_{0}}\tilde{p}_{0}^{2}\Delta\Omega. \end{split}$$

Для усталеного режиму має місце таке співвідношення:  $\phi_3(\tilde{p}_0, \Omega_0) = 0$ .

Уведемо такі позначення: 
$$\alpha_0 = a_{0z}T_a^{(0)} + a_{2z}(T_a^{(0)})^2 - a_{3z}T_a^{(0)}\tilde{p}_0^2 + a_{4z}(T_a^{(0)})^3;$$
  
 $\alpha_1 = a_{0z}\tilde{p}_0 + 2a_{2z}\tilde{p}_0T_a^{(0)} + 3a_{4z}(T_a^{(0)})^2\tilde{p}_0 + a_{5z}\tilde{p}_0^2T_a^{(0)} + a_{5z}\tilde{p}_0^3T_a^{(0)} + a_{1z}\tilde{p}_0^2 + a_{3z}\tilde{p}_0^3;$   
 $\alpha_2 = \tilde{p}_0\left(\frac{5}{2k^{1/2}}\tilde{p}_0^{3/2} - 2Q_{p,0}\tilde{p}_0\right); \ \alpha_3 = \frac{Q_{p,0}}{\Omega_0}\tilde{p}_0^2; \ p = \Delta\tilde{p}; \ t_a = \Delta T_a; \ \omega = \Delta\Omega.$ 

З врахуванням прийнятих позначень лінеаризована модель пневмокомпенсатора, як це випливає із рівняння (4.29), буде такою:

$$-\alpha_0 \frac{dp}{dt} - \frac{\alpha_2}{M_a R} p = -\alpha_1 \frac{dt_a}{dt} - \frac{\alpha_3}{M_a R} \omega,$$

або

$$\alpha_0 \frac{dp}{dt} + \frac{\alpha_2}{M_a R} p = \alpha_1 \frac{dt_a}{dt} + \frac{\alpha_3}{M_a R} \omega.$$
(4.36)

Відмітимо, що рівняння (4.36), матиме зміст коли  $\alpha_0 > 0$  і  $\alpha_2 > 0$ .

Лінійне диференціальне рівняння (4.36), яке записане у відхиленнях, перетворимо за Лапласом, враховуючи нульові початкові умови. Отже,

$$\left(\alpha_0 s + \frac{\alpha_2}{M_a R}\right) p(s) = \alpha_1 s t_a(s) + \frac{\alpha_3}{M_a R} \omega(s).$$

Звідси знаходимо

$$p(s) = \frac{M_a R \alpha_1 s}{\alpha_2 \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_2} M_a R s + 1\right)} t_a(s) + \frac{\alpha_3}{\alpha_2 \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_2} M_a R s + 1\right)} \omega(s) \quad .$$

Уведемо позначення:  $T_{\omega} = \frac{\alpha_0}{\alpha_2} M_a R$ ,  $\tau_t = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} M_a R$ ,  $k_{\omega} = \frac{\alpha_3}{\alpha_2}$ . Тоді

$$p(s) = \frac{\tau_t s}{T_{\omega} s + 1} t_a(s) + \frac{k_{\omega}}{T_{\omega} s + 1} \omega(s).$$
(4.37)

Рівняння (4.37) описує динамічний процес у пневмокомпенсаторі при малих відхиленнях відповідних величин від своїх усталених значень.

Структурна схема пневмокомпенсатора зображена на рис. 4.9.


Рисунок 4.9 - Структурна схема пневмокомпенсатора

На основі математичних моделей системи «привод-буровий насос» і пневмокомпенсатора бурового насоса побудована структурна схема бурового насосного агрегату (рис. 4.10), яка об'єднує структурні схеми (рис.4.5) і (рис.4.9).



Рисунок 4.10 - Структурна схема бурового насосного агрегату

# 4.4 Синтез системи автоматичного керування буровим насосним агрегатом з асинхронним приводом

Завданням системи автоматичного керування буровим насосним агрегатом  $\epsilon$  підтримання постійної витрати і тиску бурового розчину. Оскільки на керований об'єкт (рис. 4.10) діють зовнішні збурення, що зумовлюють відхилення тиску від заданого значення, то в контур керування введено додатковий контур (рис. 4.11), який включає в себе регулятор з передавальною функцією  $W_{r2}(s)$  [125].



Рисунок 4.11 - Структурна схема автоматичного керування буровим насосним агрегатом з асинхронним приводом

Регулятор з передавальною функцією  $W_{r1}(s)$  є базовим, за допомогою якого здійснюється стабілізація тиску промивальної рідини на виході із компенсатора. Для зменшення впливу зовнішніх збурень – температури зовнішнього середовища і моменту на роторі електричного приводу – запропонований додатковий контур з регулятором  $W_{r2}(s)$  (рис. 4.11), на вхід якого поступає сигнал, як завдання, від регулятора  $W_{r1}(s)$  [125].

Для дослідження властивостей запропонованої системи автоматичного керування буровим насосним агрегатом знайдемо передавальні функції такої системи. Оскільки система є лінійною (лінеаризованою), то для неї дійсний принцип суперпозиції. Це означає, що реакцію системи на вхідні величини будемо шукати окремо за кожною вхідною величиною за умови, що інші вхідні величини відсутні.

Отже, знайдемо спочатку реакцію системи на вхідну величину  $g_p$ , прирівнявши значення  $m_{dp}$  і  $t_a$  до нуля (рис. 4.12).



Рисунок 4.12 - Структурна схема системи автоматичного керування буровим насосним агрегатом за умови, що  $m_{dp} = 0$ ,  $t_a = 0$ 

Для знаходження передавальної функції  $W_{yg}(s)$  скористаємось методом структурних перетворень [133, 134]. Вузол 1 (рис. 4.12) перемістимо за ходом сигналу через передавальні функції  $W_{r2}(s)$  і  $W_1(s)$ . У результаті отримаємо структурну схему, яка зображена на рис. 4.13.



Рисунок 4.13 - Структурна схема після перетворень

Аналіз отриманої структури (рис. 4.13) показує, що існують два контури, в яких відповідні елементи мають зустрічно-паралельне з'єднання.

Отже, передавальна функція першого контуру буде такою:

$$W_{\Sigma,1} = \frac{W_2}{1 + W_1 W_2 W_{r2} k_{\omega}} \,. \tag{4.38}$$

Знаючи передавальну функція  $W_{\Sigma,1}$ , знаходимо передавальну функцію замкненої системи відносно завдання  $g_p$  регулятора. Отже,  $W_{yg} = \frac{W_1 W_3 W_{r1} W_{r2} W_{\Sigma,1} k_p}{1 + W_1 W_3 W_{r1} W_{r2} W_{\Sigma,1} k_p}.$ 

З врахуванням значення  $W_{\Sigma,1}$  останній вираз буде таким:

$$W_{yg} = \frac{W_1 W_2 W_3 W_{r1} W_{r2} k_p}{1 + W_1 W_2 W_{r2} k_\omega + W_1 W_2 W_3 W_{r1} W_{r2} k_p},$$
(4.39)

Тапер знайдемо передавальну функцію системи за каналом « $m_{dp} - y_p$ ». Для цього прирівнюємо до нуля величини  $g_p$  і  $t_a$ , і перенесемо суматор 1 (рис. 4.12) за ходом сигналу через елементи з передавальними функціями  $W_{r1}$  і  $W_1$ . У результаті отримаємо структурну схему, яка зображена на рис. 4.14.



Рисунок 4.14 - Структурна схема системи автоматичного керування буровим насосним агрегатом за умови, що  $g_p = 0$ ,  $t_a = 0$ 

Із структурної схеми, яка зображена на рис. 4.14, знаходимо, що

$$W_{ym} = -\frac{W_3 W_{\Sigma,1} k_p}{1 + W_1 W_3 W_{r1} W_{r2} W_{\Sigma,1} k_p}$$

Після підстановки значення  $W_{\Sigma,1}$  із формули (4.38), останній вираз стане таким:

$$W_{ym} = -\frac{W_2 W_3 k_p}{1 + W_1 W_2 W_{r2} k_\omega + W_1 W_2 W_3 W_{r1} W_{r2} k_p}.$$
(4.40)

I на кінець, знайдемо передавальну функцію системи відносно збурення  $t_a$ . Після прирівнювання до нуля вхідних величин  $g_p$  і  $m_{dp}$  та перенесення суматора 1 (рис. 4.12) через передавальні функції  $W_{r1}$  і  $W_1$  за ходом сигналу, приходимо до структури, яка зображена на рис. 4.15.



# Рисунок 4.15 - Структурна схема системи автоматичного керування буровим насосним агрегатом за умови, що $g_p = 0$ і $m_{dp} = 0$

Безпосередньо із структурної схеми, яка зображена на рис. 4.15, знаходимо передавальну функцію системи відносно вхідної величини  $t_a$ , тобто

$$W_{yt} = \frac{W_4 k_p}{1 + W_1 W_3 W_{r1} W_{r2} W_{\Sigma,1} k_p}$$

Якщо врахувати формулу (4.38), то останній вираз буде таким:

$$W_{yt} = \frac{\left(1 + W_1 W_2 W_{r2} k_{\omega}\right) W_4 k_p}{1 + W_1 W_2 W_{r2} k_{\omega} + W_1 W_2 W_3 W_{r1} W_{r2} k_p}.$$
(4.41)

У формулах (4.39) – (4.41) фігурують передавальні функції регуляторів  $W_{r1}$  і  $W_{r2}$ , які мають вигляд:

$$W_{r1}(s) = C_{p0} + \frac{C_{p1}}{s}, \qquad (4.42)$$

$$W_{r2}(s) = C_{\omega 0} + \frac{C_{\omega 1}}{s}.$$
 (4.43)

Беручи до уваги значення передавальних функцій із рис. 4.11 та формули (4.42) і (4.43), отримаємо такі передавальні функції системи автоматичного керування буровим насосним агрегатом:

- за завданням  $g_p$  регулятору

$$W_{yt}(s) = \frac{k_{\Omega}k_{\omega}k_{p}(C_{p0}s + C_{p1})(C_{\omega0}s + C_{\omega1})}{Js^{3}(T_{z}s + 1)(T_{\omega}s + 1) + k_{\Omega}k_{\omega}(T_{\omega}s + 1)(C_{\omega0}s + C_{\omega1})s + A};$$
(4.44)

- за збуренням  $m_{dp}$  (зміна моменту на валу ротора електричного приводу)

$$W_{yt}(s) = -\frac{k_{\omega}k_{p}s^{2}(T_{z}s+1)}{Js^{3}(T_{z}s+1)(T_{\omega}s+1) + k_{\Omega}k_{\omega}(T_{\omega}s+1)(C_{\omega0}s+C_{\omega1})s+A}; \qquad (4.45)$$

- за збуренням t<sub>a</sub> (зміна температури навколишнього середовища)

$$W_{yt}(s) = \frac{Js^{4}(T_{z}s+1)\tau_{t}k_{p} + k_{\Omega}k_{\omega}k_{p}\tau_{t}s^{2}(C_{\omega0}s+C_{\omega1})}{Js^{3}(T_{z}s+1)(T_{\omega}s+1) + k_{\Omega}k_{\omega}(T_{\omega}s+1)(C_{\omega0}s+C_{\omega1})s+A},$$
(4.46)

де  $A = k_{\Omega} k_{\omega} k_{p} (C_{p0} s + C_{p1}) (C_{\omega 0} s + C_{\omega 1})$ 

Важливим показником, який характеризує роботу системи автоматичного керування буровим насосним агрегатом, є величина неузгодженості є. Знайдемо передавальну функцію неузгодженості  $W_{\varepsilon_g}(s)$  відносно вхідної величини  $g_p$ . Для знаходження  $W_{\varepsilon_g}(s)$  скористаємось методом суперпозиції. У відповідності з цим принципом необхідно прирівняти до нуля зовнішні впливи  $m_{dp}$  і  $t_a$ . Виконання такої процедури і переносу суматора 1 через передавальні функції  $W_{r2}(s)$  і  $W_1(s)$ приводить до результату, який зображений на рис. 4.16.

Використовуючи методи структурних перетворень, отримаємо таку передавальну функцію:

$$W_{\varepsilon g} = \frac{1}{1 + W_1 W_3 W_{\Sigma,1} W_{r1} W_{r2} k_p} \,. \tag{4.47}$$



Рисунок 4.16 - Структурна схема після структурних перетворень

Тепер в формулу (4.47) підставимо значення  $W_{\Sigma,1}$ , яке визначимо виразом (4.38). Результат буде таким:

$$W_{\varepsilon g} = \frac{1 + W_1 W_2 W_{r2} k_{\omega}}{1 + W_1 W_2 W_{r2} k_{\omega} + W_1 W_2 W_3 W_{r1} W_{r2} k_p}.$$
(4.48)

Якщо врахувати значення передавальних функцій (рис. 4.11), то вираз (4.48) набуде такого вигляду:

$$W_{\varepsilon g}(s) = \frac{Js^{3}(T_{z}s+1)(T_{\omega}s+1) + sk_{\Omega}k_{\omega}(T_{\omega}s+1)(C_{\omega 0}s+C_{\omega 1})}{Js^{3}(T_{z}s+1)(T_{\omega}s+1) + k_{\Omega}k_{\omega}(C_{\omega 0}s+C_{\omega 1})(T_{\omega}s+1)s+A}$$
(4.49)

де  $A = k_{\Omega} k_{\omega} k_{p} (C_{p0} s + C_{p1}) (C_{\omega 0} s + C_{\omega 1})$ 

Аналіз передавальної функції (4.49) показує, що усталене значення похибки керування  $\varepsilon_{\infty}$  при стрибкоподібному дорівнює нулю. Дійсно,

$$\lim_{t \to \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \to 0} s W_{\varepsilon g}(s) = 0.$$
(4.50)

Оскільки система автоматичного керування (рис. 3.11) володіє астатизмом третього порядку, то доцільно регулятор з передавальною функцією  $W_{r2}(s)$  взяти як пропорційний, тобто у формулі (4.49)  $C_{1\omega} = 0.3$  врахування нульового значення параметру регулятора  $C_{1\omega}$  передавальна функція (4.49) прийме такий вигляд:

$$W_{\varepsilon g}(s) = \frac{Js^{2}(T_{z}s+1)(T_{\omega}s+1) + k_{\Omega}k_{\omega}(T_{\omega}s+1)C_{\omega 0}s}{Js^{2}(T_{z}s+1)(T_{\omega}s+1) + k_{\Omega}k_{\omega}C_{\omega 0}(T_{\omega}s+1)s + k_{\Omega}k_{\omega}k_{p}C_{\omega 0}(C_{p0}s+C_{p1})}.$$
 (4.51)

За формулою (4.50) визначимо, що позиційна похибка системи  $\varepsilon_{\infty}$ , передавальна функція якої має вигляд (4.51), при стрибкоподібній зміні вхідній величині  $g_p$ , як і в попередньому випадку, також буде нульовою.

Крім того заміна ПІ-алгоритму керування на П-алгоритм підвищує швидкодію системи автоматичного керування буровим насосним агрегатом.

Після розкриття дужок в (4.51) і введення відповідних позначень, отримаємо

$$W_{\varepsilon g}(s) = \frac{\theta_0 s^4 + \theta_1 s^3 + \theta_2 s^2 + \theta_3 s}{\alpha_0 s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4},$$
(4.52)

 $\begin{aligned} & \text{де} \qquad \alpha_0 = T_z T_\omega J; \qquad \alpha_1 = \left(T_z + T_\omega\right) J; \qquad \alpha_2 = J + k_\Omega k_\omega C_{\omega 0} T_\omega; \qquad \alpha_3 = k_\Omega k_\omega C_{\omega 0} \left(1 + k_p C_{p 0}\right); \\ & \alpha_4 = k_\Omega k_\omega k_p C_{\omega 0} C_{p 1}; \quad \theta_0 = \alpha_0; \quad \theta_1 = \alpha_1; \quad \theta_2 = \alpha_2; \quad \theta_3 = k_\Omega k_\omega C_{\omega 0}. \end{aligned}$ 

Для визначення параметрів налаштування регуляторів (рис. 4.11) використаємо узагальнений інтегральний квадратичний критерій [135]

$$J_{ic} = \int_{0}^{\infty} \left( \varepsilon^{2}(t) + \tau^{2} \dot{\varepsilon}^{2}(t) \right) dt , \qquad (4.53)$$

де т - стала величина.

Для обчислення значення  $J_{ic}$  знайдемо зображення за Лапласом величини неузгодженості  $\varepsilon(t)$  за умови, що g(t) = 1(t). Отже,

$$\mathsf{E}(s) = W_{\varepsilon_g}(s)G_p(s).$$

Оскільки  $G_{p}(s) = \frac{1}{s}$ , то  $E(s) = \frac{W_{\varepsilon_{g}}(s)}{s}$ . З врахуванням формули (4.52), будемо

мати

$$E(s) = \frac{\theta_0 s^3 + \theta_1 s^2 + \theta_2 s + \theta_3}{\alpha_0 s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4}.$$
 (4.54)

Узагальнений квадратичний критерій (4.53) подамо як суму двох інтегралів

$$J_{ic} = J_{ic}^{(0)} + \tau^2 J_{ic}^{(1)}, \qquad (4.55)$$

де  $J_{ic}^{(0)} = \int_{0}^{\infty} \varepsilon^{2}(t) dt$ ;  $J_{ic}^{(1)} = \int_{0}^{\infty} \dot{\varepsilon}^{2}(t) dt$ .

Значення  $J_{ic}^{(0)}$  і  $J_{ic}^{(1)}$  можна виразити [135] через параметри передавальної функції (4.52), якщо відомі зображення за Лапласом похибки неузгодженості  $\varepsilon(t)$  та її похідної  $\dot{\varepsilon}(t)$ .

Зображення за Лапласом похибки неузгодженості  $\varepsilon(t)$  задано формулою (4.54). Знайдемо зображення за Лапласом функції  $\varepsilon(t)$ . За визначенням

$$L[\dot{\varepsilon}(t)] = sE(s) - \varepsilon(0). \qquad (4.56)$$

Значення  $\varepsilon(0)$  обчислимо за теоремою про початкове значення функції, тобто  $\lim_{t\to 0} \varepsilon(t) = \lim_{s\to\infty} sE(s)$ .

Беручи до уваги формулу (4.54), приходимо до висновку, що

$$\varepsilon(0) = \lim_{s \to \infty} s \frac{\theta_0 s^3 + \theta_1 s^2 + \theta_2 s + \theta_3}{\alpha_0 s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4} = \frac{\theta_0}{\alpha_0}$$

Оскільки значення E(s) виражається формулою (4.54), а  $\varepsilon(0) = \frac{\theta_0}{\alpha_0}$ , то у

відповідності з формулою (4.56) будемо мати

$$L[\dot{\varepsilon}(t)] = \frac{\theta_0 s^4 + \theta_1 s^3 + \theta_2 s^2 + \theta_3 s}{\alpha_0 s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4} - \frac{\theta_0}{\alpha_0}$$

З врахуванням того, що  $\theta_0 = \alpha_0$ , маємо

$$L[\dot{\varepsilon}(t)] = \frac{\theta_0 s^4 + \theta_1 s^3 + \theta_2 s^2 + \theta_3 s}{\alpha_0 s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4} - 1,$$

або

$$L[\dot{\varepsilon}(t)] = \frac{(\theta_1 - \alpha_1)s^3 + (\theta_2 - \alpha_2)s^2 + (\theta_3 - \alpha_3)s - \alpha_4}{\alpha_0s^4 + \alpha_1s^3 + \alpha_2s^2 + \alpha_3s + \alpha_4}$$

Введемо такі позначення:  $\delta_0 = \theta_1 - \alpha_1$ ;  $\delta_1 = \theta_2 - \alpha_2$ ;  $\delta_2 = \theta_3 - \alpha_3$ ;  $\delta_3 = -\alpha_4$ . Тоді

$$L[\dot{\varepsilon}(t)] = \frac{\delta_0 s^3 + \delta_1 s^2 + \delta_2 s + \delta_3}{\alpha_0 s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4}.$$
 (4.57)

Аналіз передавальних функцій (4.54) і (4.57) показує, що порядки їх поліномів чисельника і знаменника відрізняються на одиницю. У такому випадку

для обчислення значень  $J_{ic}^{(0)}$  і  $J_{ic}^{(1)}$  можна скористатись формулами, які отримані для різних значень *n*, де *n* - порядок полінома знаменника передавальних функцій (4.54) і (4.57).

Оскільки передавальні функції (4.54) і (4.57) мають тотожні знаменники, то значення  $J_{ic}^{(0)}$  і  $J_{ic}^{(1)}$  подамо у такому вигляді:

$$J_{ic}^{(0)} = \frac{J_{ic,N}^{(0)}}{J_{ic,D}} \text{ i } J_{ic}^{(1)} = \frac{J_{ic,N}^{(1)}}{J_{ic,D}}$$

Для *n* = 4 будемо мати [135]

$$J_{ic,D} = 2\alpha_{0}\alpha_{4} \left(\alpha_{1}\alpha_{2}\alpha_{3} - \alpha_{1}^{2}\alpha_{4} - \alpha_{0}\alpha_{3}^{2}\right),$$
(4.58)  
$$J_{ic,N}^{(0)} = \theta_{0}^{2} \left(\alpha_{2}\alpha_{3}\alpha_{4} - \alpha_{1}\alpha_{4}^{2}\right) + \alpha_{0}\alpha_{3}\alpha_{4} \left(\theta_{1}^{2} - 2\theta_{0}\theta_{2}\right) + \alpha_{0}\alpha_{1}\alpha_{4} \left(\theta_{2}^{2} - 2\theta_{1}\theta_{3}\right) + \theta_{3}^{2} \left(\alpha_{0}\alpha_{1}\alpha_{2} - \alpha_{0}^{2}\alpha_{3}\right)$$
(4.59)

 $J_{ic,N}^{(1)} = \delta_0^2 \left( \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 - \alpha_1 \alpha_4^2 \right) + \alpha_0 \alpha_3 \alpha_4 \left( \delta_1^2 - 2\delta_0 \delta_2 \right) + \alpha_0 \alpha_1 \alpha_4 \left( \delta_2^2 - 2\delta_1 \delta_3 \right) + \delta_3^2 \left( \alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0^2 \alpha_3 \right)$ 

Якщо прийняти до уваги, що  $\theta_1 = \alpha_1$  і  $\theta_2 = \alpha_2$ , то  $\delta_0 = 0$  та  $\delta_1 = 0$  і тоді остання формула буде такою:

$$J_{ic,N}^{(1)} = \alpha_0 \alpha_1 \alpha_4 \delta_2^2 + \delta_3^2 \left( \alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0^2 \alpha_3 \right).$$

3 врахуванням отриманих результатів формула (4.55) буде такою:

$$J_{ic} = \frac{1}{J_{ic,N}} \left( J_{ic,N}^{(0)} + \tau^2 J_{ic,N}^{(1)} \right).$$
(4.60)

Очевидно, що узагальнений квадратичний критерій (4.60) є функцією параметрів  $C_{\omega 0}$ ,  $C_{p 0}$  і  $C_{p 1}$  налаштування регуляторів (рис.4.11).

Поставимо таку задачу: знайти такі параметри налаштування П- і ПІалгоритмів керування, щоб критерій оптимальності (4.60) набув мінімального значення. При цьому необхідно врахувати, що  $C_{\omega 0} > 0$ ,  $C_{p0} > 0$  і  $C_{p1} > 0$ . Крім того вибір параметрів  $C_{\omega 0}$ ,  $C_{p0}$  і  $C_{p1}$  повинен бути таким, щоб система керування була б стійкою. Для визначення таких умов скористаємося критерієм Рауса-Гурвіца. Оскільки характеристичне рівняння системи має четвертий порядок, то матриця Рауса-Гурвіца буде такою:

$$G = \begin{bmatrix} \alpha_{1} & \alpha_{3} & 0 & 0 \\ \alpha_{0} & \alpha_{2} & \alpha_{4} & 0 \\ 0 & \alpha_{1} & \alpha_{3} & 0 \\ 0 & \alpha_{0} & \alpha_{2} & \alpha_{4} \end{bmatrix}$$

За умови, що всі коефіцієнти характеристичного рівняння додатні числа, система буде стійкою при виконання таких додаткових умов:

$$\Delta_1 = \alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0 \alpha_3 > 0,$$
  
$$\Delta_2 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 - \alpha_0 \alpha_3^2 - \alpha_1^2 \alpha_4 > 0.$$

Таким чином будемо розв'язувати таку задачу:

$$\min: J_{ic} \left( C_{\omega 0}, C_{p0}, C_{p1} \right)$$
(4.61)

при виконанні умов:

$$\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0 \alpha_3 > 0; \qquad (4.62)$$

$$\alpha_{1}\alpha_{2}\alpha_{3} - \alpha_{0}\alpha_{3}^{2} - \alpha_{1}^{2}\alpha_{4} > 0; \qquad (4.63)$$

$$C_{\omega 0} > 0, \ C_{p0} > 0, \ C_{p1} > 0.$$
 (4.64)

Задача (4.61) – (4.64) є задачею нелінійного програмування і для її розв'язування необхідно застосувати один із числових методів.

Програмне забезпечення задачі (4.61) – (4.64) реалізовано в середовищі MatLab за допомогою вбудованої функції fmincon (додаток Г). Вихідні дані для обчислень отримані як результат аналізу літературних джерел [124, 127, 136, 137]. У результаті вибрані такі дані:

Постійні часу: 
$$T_z = 11,06 c$$
;  $T_{00} = 0,78 c$ ;

Коефіцієнти передачі:  $k = k_{\Omega}k_{\omega} = 0,57; k_p = 0,79.$ 

Момент інерції J = 2, 2.

Стала величина у формулі (4.60)  $\tau = 2$ .

У результаті обчислень отримали такі значення параметрів налаштування регуляторів основного і додаткового контурів:

Для оцінки якості процесу побудований перехідний процес за каналом «завдання регулятору — вихід об'єкта» при умові, що  $C_{\omega 1} = 0$ . За такої умови формула (4.44) буде такою:

$$W_{yg}(s) = \frac{k_{\Omega}k_{\omega}k_{p}C_{\omega0}(C_{p0}s + C_{p1})}{Js^{2}(T_{z}s + 1)(T_{\omega}s + 1) + k_{\Omega}k_{\omega}C_{\omega0}s(T_{\omega}s + 1) + k_{\Omega}k_{\omega}k_{p}C_{\omega0}(C_{p0}s + C_{p1})}$$

З врахуванням числових даних отримали перехідний процес (рис. за каналом «завдання регулятору – вихід об'єкта»



Рисунок 4.17 - Перехідна характеристика системи за каналом «завдання регулятору – вихід об'єкта»

Якість процесу керування оцінювалась за двома показниками: перерегулювання і час регулювання.

За допомогою розробленої програми (додаток Г) обчислили такі значення показників процесу керування:

ПОКАЗНИКИ ЯКОСТІ ПРОЦЕСУ КЕРУВАННЯ Перерегулювання sigma= 1.1995% Час регулювання tc=10.9000 c

Таким чином, синтезована система автоматичного керування роботою бурового насосного агрегату забезпечує високі показники якості процесу керування. Перерегулювання становить  $\sigma = 1,2 \%$ , а час регулювання -  $t_c = 10,9 c$ .

#### Висновки до розділу

1. Створена функціональна схема оптимального керування процесом поглиблення свердловини, яка є дворівневою. На першому рівні розв'язується оптимізаційна задача за критерієм вартості метра проходки свердловини, що дає змогу визначити технологічні параметри (керуючі дії) – осьове навантаження на долото і тиск промивальної рідини. На другому рівні значення керуючих дій, визначених на першому рівні, є вставками регуляторів осьового навантаження на долото і частоти обертання асинхронного двигуна приводу бурового насосу.

2. Створена математична модель системи привод-буровий насос і пневмокомпенсатора бурового насосу, яка є нелінійною, та здійснено її лінеаризацію за умови малих відхилень вихідних параметрів моделі від їх усталених значень.

3. Синтезована каскадно-зв'язана система керування буровим насосним агрегатом, завданням якої є підтримання постійної витрати і тиску бурового розчину. Система має два контури - основний (базовий), за допомогою якого здійснюється стабілізація тиску промивальної рідини на виході із компенсатора. Для зменшення впливу зовнішніх збурень – температури зовнішнього середовища і моменту на роторі електричного приводу – запропонований додатковий контур з регулятором, на вхід якого поступає сигнал, як завдання, від регулятора першого контуру.

4. Розроблена методика визначення параметрів налаштування регуляторів як першого, так і другого контурів керування як оптимізаційна задача з узагальненим квадратичним критерієм. Аналіз отриманої задачі показав, що система автоматичного керування буровим агрегатом володіє астатизмом третього порядку. Тому доцільно базовий регулятор взяти з ПІ-алгоритмом керування, а в додатковий контур, включити П-регулятор, що створює структуру, яка володіє збільшеною швидкодією.

5. Показано, що задача визначення оптимальних налаштувань регуляторів як основного, так і додаткового контурів за узагальненим квадратичним критерієм є задачею нелінійного програмування, обмеження для якої сформовані, виходячи із умови стійкості замкненої системи.

#### ВИСНОВКИ

У дисертаційні роботі на основі проведених теоретичних i експериментальних досліджень розв'язано актуальну науково-технічну задачу, суть якої у розробці емпіричних моделей процесу поглиблення свердловини за допомогою гвинтових вибійних двигунів з врахуванням нечіткості даних про технологічні параметри та в розробці ефективного алгоритму синтезу оптимальних за складністю емпіричних моделей. Синтезовані емпіричні моделі оптимальної складності лягли в основу формалізації задачі оптимального керування процесом механічного буріння за критерієм вартості одного метра проходки з врахуванням обмежень на керуючі впливи – осьове навантаження на долото і на тиск бурового розчину на виході із маніфольду. Створена математична модель бурового насосного агрегату з асинхронним регульованим приводом бурового насосу, лягла в основу розробленої структурної схеми, яка є каскадно-зв'язаною з основним і допоміжними контурами керування.

Основні наукові та практичні результати дисертаційної роботи характеризуються такими висновками:

1. Аналіз наукових робіт в області математичного моделювання і оптимального керування процесом механічного буріння показав, що задача вибору оптимальних керуючих впливів у більшості випадків грунтувалась на детермінованих моделях. Оскільки на теперішній час не існує загальної теорії руйнування гірських порід буровими долотами, то для розв'язання задач оптимізації і оптимального керування використовують детерміновані емпіричні залежності. На противагу такому підходу у цілому ряді робіт процес поглиблення, що в межах одного пласта статистичні характеристики параметрів режиму механічного буріння залишаються незмінними, вирішується задача оптимізації процесу поглиблення свердловин. Основний недолік такого підходу є те, стохастичні властивості технологічних параметрів змінюються як у часі, як і з глибиною свердловини.

Тому в останній час зростає інтерес до методів штучного інтелекту, який дасть змогу знайти нові підходи до вирішення такої складної проблеми як керування процесом буріння в оптимальному режимі.

Слід відмітити, що більшість робіт з оптимального керування процесом механічного буріння стосувались роторного буріння, яке характеризується двома незалежними параметрами – осьовим навантаженням на долото і частотою обертання приводу колони бурильних труб. Питання оптимального керування процесом поглиблення свердловин з застосуванням вибійних гвинтових двигунів на теперішній час недостатньо висвітлені як в вітчизняних, так і в зарубіжних наукових працях.

Тому актуальним напрямком досліджень є розроблення методів і алгоритмів оптимального керування процесом поглиблення нафтогазових свердловин за допомогою вибійних гвинтових двигунів, які повинні гуртуватись на емпіричних моделях оптимальної складності, математичних моделях роботи бурового насосного агрегату. При вирішенні поставленої задачі будуть використані елементи штучного інтелекту, а саме, теорія нечітких множин і генетичні алгоритми.

2. На основі аналізу процесу поглиблення свердловин за допомогою ГВД, коли як привід буровових насосів використовуються асинхронні двигуни з регульованою частотою обертання ротора, отримана аналітична залежність, що встановлює взаємозв'язок між кутовою швидкістю асинхронного двигуна і тиском промивальної рідини.

Встановлена залежність дала змогу зробити висновок, що для оптимального управління процесом поглиблення свердловин як керуючі дії слід вибрати осьове навантаження на долото і тиск промивальної рідини на виході із маніфольду.

Для вирішення задачі оптимального керування процесом поглиблення свердловини за допомогою гвинтових вибійних двигунів створені емпіричні моделі, у яких технологічні параметри (осьове навантаження на долото і тиск промивальної рідини) трактуються як нечіткі величини з трикутною функцією належності. Показано, що реалізація арифметичних операцій над нечіткими числами значно спрощується, якщо трикутну функцію апроксимувати гаусовою функцією належності. Із застосуванням методу найменших квадратів визначений параметр апроксимації, який дає змогу виразити коефіцієнт концентрації через інтервал невизначеності трикутної функції належності.

Розроблений метод побудови емпіричних поліноміальних моделей із застосуванням теорії генетичних алгоритмів для випадку, коли вхідні величини моделей – осьове навантаження на долото і тиск промивальної рідини - трактуються як нечіткі величини, що дозволило формалізувати невизначеність процесу поглиблення свердловини.

3. Доведено, що максимальне значення осьового навантаження на долото, яка спричиняє прогин колони бурильних труб, визначається двома факторами – довжиною від нейтрального перерізу до вибою свердловини  $x_2$  і значенням  $x_3$ , яке є точкою максимального прогину бурильної колони, що дозволяє обгрунтувати вибір максимального значення навантаження на долото в задачі оптимізації.

4. Розроблений метод оптимального керування процесом поглиблення свердловини за умови, що має місце випереджувальне зношення озброєння долота, включає розв'язання двох взаємозв'язаних задач — визначення оптимального часу перебування долота на вибої свердловини і знаходження таких керуючих дій: осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини, щоб вартість метра проходки набула мінімального значення.

5. Розроблена математична модель бурового агрегату з асинхронним регульованим приводом за частотою обертання вала бурового насосу і на цій основі синтезована функціональна схема оптимального керування процесом механічного буріння, яка включає дві підсистеми – перша з них визначає оптимальні керуючі впливи (осьове навантаження на долото і тиск промивальної рідини), які є завданням регуляторам другої підсистеми. Один з них підтримує значення осьового навантаження на долото, а другий стабілізує тиск на виході маніфольду шляхом зміни частоти обертання валу бурового насосного агрегату.

6. Розроблено алгоритмічне і програмне забезпечення задачі синтезу емпіричних моделей оптимальної складності з врахуванням нечіткості

технологічних параметрів осьового навантаження на долото і тиску промивальної рідини; для побудови емпіричних моделей використана теорія генетичних алгоритмів, що дало змогу отримати моделі оптимальної складності.

Розроблене програмне забезпечення задачі оптимізації за вартісним критерієм дало змогу розв'язувати дві взаємозв'язані задачі: визначення оптимального часу перебування долота на вибої свердловини та обчислення осьового навантаження на долота та тиску промивальної рідини за критерієм мінімуму вартості метра проходки свердловини.

У результаті реалізації програмного забезпечення оптимізаційної задачі отримали такий результат:

вартість метра проходки qc=4.5267е+03, rph/m; осьове навантаження на долото F=90.9087,  $\kappa H$ ; тиск промивної рідини (на маніфольді) P=15.0000,  $M\Pi a$ ; тривалість роботи долота на вибої td=7.3942е+01, rod.; проходка на долото h=6.8906е+01, m.

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ НА ДЖЕРЕЛА

1. Проект плану відновлення України: матеріали робочої групи «Енергетична безпека». Національна рада з відновлення України від наслідків війни, липень 2022. 164 с.

2. Горбійчук М.І., Семенцов Г. Н. Оптимізація процесу буріння глибоких свердловин: монографія. Івано-Франківськ: Факел, 2003. 493 с.

3. Yang Lui, Chen G. A Stochastic Model for Drilling Optimization. *Mathematical and Computer Modelling*: An International Journal. 1999. May. Vol. 29. Issue 9. P. 95–99.

4. Горбійчук М. І., Гуменюк Т. В. Оптимізація процесу поглиблення свердловин на засадах генетичних алгоритмів. *Східноєвропейський журнал передових технологій*. 2008. № 5/3 (35). С. 44 – 47.

5. Буріння свердловин. У 5-и томах : довідник. Т. 1 : Загальні відомості. Бурові установки. Обладнання та інструмент / М. А. Мислюк, І. Й. Рибчич, Р. С. Яремійчук. К.: Інтерпрес ЛТД, 2002. 367 с.

6. Основи нафтогазової справи / Білецький В. С., Орловський В. М., Дмитренко В. І., Похилко В. М. Полтава: ПолтНТУ, 2017. 312 с.

7. Ясов В. Г. Аналіз сучасного стану гвинтових вибійних двигунів для буріння свердловин на нафту і газ . *Науковий вісник Національного технічного університету нафи і газу*. Івано-Франківськ. 2005. №2(11). С. 33-37.

8. Соколов В. І., Рассказова Ю. Б. Автоматизація процесів керування технологічним обладнанням з гідроприводом обертального руху. *Східно- Свропейський журнал передових технологій*. 2016. №2/2 (80). С. 44-50.

9. Буріння свердловин. У 5-и томах : довідник. Т. 3: Вертикальне та скероване буріння / М. А. Мислюк, І. Й. Рибчич, Р. С. Яремійчук. К.: Інтерпрес ЛТД, 2004. 294 с.

10. Majid Tolouei-Rad and Muhammad Aamir. Analysis of the Performance of Drilling Operations for Improving Productivity. EBOOK (PDF) ISBN 978-1-83968-713-

6, 2021. 90 p. URL: https://www.intechopen.com/chapters/75613 (дата звернення 23.01.2022).

11. Рудак С. М. Система контролю параметрів процесу буріння з метою запобігання аварій та ускладнень. *Автоматика та інформаційно-вимірювальна техніка*. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2006. № 6. С. 14-21.

12. Кожевников А. О., Baochang Liu, Пащенко А. А. Автоматизированные системы управления процессом бурения. Сборник научных трудов "Породоразрушающий и металлообрабатывающий инструмент - техника и технология его изготовления и применения. Києв, 2018. Выпуск 21. С. 40-45.

13. Чигур Л. Я. Удосконалення структури системи підтримки прийняття рішень для контролю технічного стану породоруйнівного інструменту. *Науковий вісник НЛТУ України*. 2015. Вип. 25.9. С. 250-255.

14. Матюха С. О., Шевченко Н. Ю., Останкова Л. А. Создание программного комплекса для управления технологическим процессом бурения. *Научный вестник ДГМА*. Краматорск. 2015. № 3 (18Е). С. 220-226.

15. Чесановський М. С., Шекета В. І., Процюк В. В. Особливості контролю параметрів процесу буріння в контексті підтримки прийняття релевантних рішень. *Prospecting and Development of Oil and Gas Fields*. 2018. 1(66). С. 92–100.

16. Rifaat Abdalla. Transforming the Industry: Digitalization and Automation in Oil and Gas Wells, June 2023. DOI: 10.5772/intechopen.112512. URL: https:// www.intechopen.com/online-first/88507 (дата звернення 4.11.2023).

17. Кропивницька В. Б. Процес буріння свердловини як складна система з багатокритеріальними оцінками процесів. *Методи та прилади контролю якості*.
2018. № 2 (41). С. 69-76.

18. Kuchmistenko O. Zvarych H. Mateik H. Volume energy density model as an integral controlled assessment of the properties of rocks at the borehole. *SWorldJournal*. Bulgaria. 2022. No. 15-01. P. 21-27.

19. Семенцов Г. Н., Борин В. С., Шавранський М. В. Оптимізація та оптимальне керування в нафтогазовій промисловості: навч. посіб. Івано-Франківськ : ІФНТУНГ, 2016. 236 с. 20. Одновинтовые гидравлические машины: В 2 т. Т.1. *Одновинтовые насосы* / Балденко Д. Ф., Балденко Ф. Д., Гноевых А. Н. М.: ООО «ИРЦ Газпром», 2005. 488с.

21. William C. Lyons. Working guide to drilling equipment and operations. Published by Elsevier Inc., 2010. 602 p.

22. Семенцов Г. Н., Гутак О. В. Моделювання та ідентифікація процесу буріння для задач оптимізації управління: монография. Одеса: КУПРІЄНКО СВ, 2014. 295 с.

23. Крижанівський Є.І., Міронов Ю.В. Системи верхнього привода в бурових установках. Аналітичний огляд параметрів і конструкцій. Івано-Франківськ: Факел, 2004. 56 с.

24. Thorogood I., Aldread W., Florence F., Ivoisen F. Drilling Automation: Technologies, Terminology and Parallels with Other Industries. *SPE IADC Drilling Conference and Exhibition Amsterdam*, 17-19 March 2009. The Netherlands, 2009. P.1-9. Paper SPE-9884.

25. Горбійчук М.І., Шуфнарович М.А., Лазорів О.Т. Оцінка точності прогнозування зміни станів коливних процесів із некратними частотами. Нафтогазова енергетика. 2014. № 2(22). С. 76-85.

26. Кропивницька В. Б., Кропивницький Д. Р. Визначення адекватності математичної моделі контролю механічної швидкості проходки свердловини. *Методи та прилади контролю якості*. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2015. № 2 (35). С. 105-110.

27. Eustis, Alfred W. The Evolution of Automation sn Drillig. *Annual Technical Conference and Exhibition*, 11-14 November 2007. Anaheim, 2007. SPE -111125-MS.

28. Shazaly S. Ahmed & Ahmed A. Ibrahim. Bourgoyne And Young Model Development Review. *International Journal of Engineering Science*. June 2019. 8(6). P. 164-174. DOI:10.5281/zenodo.3256067

29. Чигур Л. Я. Система підтримки прийняття рішень для управління відпрацюванням породоруйнівного інструменту стираючої дії в процесі буріння:

автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: 05.13.07 .Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2013. 20 с.

30. Бражников В.А. Математические модели показателей процесса бурения. *Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море*: ЭИ ВНИИОЭНГ. 1990. №8. С. 32-36.

31. П.І. Огородніков В.М. Світлицький В.І. Гоголь. Зносостійкість деяких елементів бурильної колони у процесі буріння. *Нафтогазова галузь України*. 2013. № 3. С. 24-28.

32. Юрич Л. Р. Метод забезпечення експлуатаційної надійності та оцінки залишкового ресурсу елементів бурильної колони. *Молодий вчений*. 2016. № 11(38).
 С. 54-56.

33. Габашвили Н.В., Кирия Т.А., Чхаидзе Л.Л. Применение методов математического програмирования для оптимизации режима бурения. Тбилиси: Мацнисреба, 1971. 94с.

34. Горбійчук М.І., Кропивницька В.Б. Моделювання та ідентифікація процесу заглиблення свердловин. *Науковий вісник ІФНТУНГ*. 2004. №1. С. 7-9.

35. Сабитов Э. Х., Шильман А. Б. Применение ЭВМ при проектировании строительства скважин. ТНТО. Сер. Автоматизация и телемеханизация нефтяной промышленности. М.:ВНИИОЭНГ, 1981. 45 с.

36. Пригоровська Т.О. Моделювання процесу буріння долотами з алмазнотвердосплавними пластинами в реальних умовах. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 2009. № 1(30). С. 54-58.

37. Кропивницька В.Б. Оптимальне керування процесом буріння нафтових і газових свердловин з дискретно-неперервною зміною керувальних дій: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: 05.13.07. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2007. 20 с.

38. Mohammad Najjarpour1, Hossein Jalalifar, Saeid Norouzi-Apourvari. A Review on Half a Century of Experience in Rate of Penetration Management: Application of Analytical, Semi-Analytical and Empirical Models. *Advances in Geo-Energy Research*. 2021. Vol. 5, No. 3. P. 252-273.

39. Liu, Z., Marland, C., Li, D., et al. An Analytical Model Coupled with Data Analytics to Estimate PDC Bit Wear. *SPE Latin America and Caribbean Petroleum En ring ginee Conference*, 21-23 May 2014. Maracaibo, Venezuela. 2014. Paper SPE 169451.

40. Anemangely, M., Ramezanzadeh, A., Tokhmechi, B., et al. Drilling Rate Prediction from Petrophysical Logs and Mud Logging Data Using an Optimized Multilayer Perceptron Neural Network. *Journal of Geophysics and Engineering*. 2018. 15(4). P. 1146-1159.

41. Barbosa L. F. F. M., Nascimento A., Mathias M. H. et al. Machine Learning Methods Applied to Drilling Rate of Penetration Prediction and Optimization-A Review. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2019. Vol. 183. Article ID 106332.

42. Hegde C., Millwater H., Pyrcz M., et al. Rate of Penetration (ROP) Optimization in Drilling with Vibration Control. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2019. Vol. 67. P. 71-81

43. Shi X., Liu G., Gong X., et al. An Efficient Approach for Real-Time Prediction of Rate of Penetration in Offshore Drilling. *Mathematical Problems in Engineering*. 2016. Vol. 2016. Article ID 3575380.

44. Mammadov E., Osayande N., Breuer J. et al. Predicting And Optimizing Rop In Competent Shale By Utilizing Mpd Technology. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. 28-30 September 2015. Houston, Texas, USA. 2013. Paper SPE 174805.

45. Wiktorski, E., Kuznetcov, A., Sui, D. ROP Optimization And Modeling In Directional Drilling Process. *Presented at the SPE Bergen One Day Seminar*, 5 April 2017. Bergen, Norway, 2017. Paper SPE 185909.

46. Pavel Cizek, Serhan Sadikoglu. Robust Ne Parametric Regression: A review. *WIREs Computational Statistics*. Volume 12. Issue 3. May/June 2020. e1442.

47. Hable, R., & Christmann, A. On Qualitative Robustness of Support Vector Machines. *Journal of Multivariate Analysis*. 2011. Vol. 102(6). P. 993-1007.

48. Norman Draper, Harry Smith. Applied Regression Analysis, 3 Edition Chichester: Wiley, 2016. 912 p. 49. Chen F., Chen Y., Zhou J., Liu Y. Optimizing h Value For Fuzzy Linear Regression With Asymmetric Triangular Fuzzy Coefficients. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2016. Vol. 47. P. 16–24. doi: 10.1016/j.engap-pai.2015.02.01

50. Raskin L., Sira O., Ivanchykhin Y. Models and Methods of Regression Analysis Under Conditions of Fuzzy Initial Data. *Eastern European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. 4/4(88). P. 12 – 19.

51. Muzzioli, S., Ruggieri B. Baets De. A Comparison of Fuzzy Regression Methods for The Estimation of the Implied Volatility Smile Function. *Fuzzy Sets and Systems*. 2015. Vol. 266. P. 131–143. doi: 10.1016/

52. Seraya, O.V., Demin, D.A. Linear regression analysis of a small sample of fuzzy input data. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2012. Vol. 44. Issue 7. P. 34-48. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v44.i7.40

53. Demin D. A. Artificial Orthogonalization in Searching of Optimal Control of Technological Processes Under Uncertainty Conditions. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2013. 5(9 (65)). P. 45–53.

54. Al-Betairi EA, Moussa MM, AlOtaibi S. Multiple Regression Approach to Optimize Drilling Operations in the Arabian Gulf Area. *SPE Drilling Engineering*. 1988. Vol. 3. Issue. 01. P. 83-88.

55. Maidla EE, Ohara S. Field Verification of Drilling Models and Computerized Selection of Drill Bit, WOB, And Drillstring Rotation. *SPE Drilling Engineering*. 1991. Vol. 6. P.189-195.

56. Ritto TG, Soize C, Sampaio R. Robust Optimization of the Rate of Penetration of a Drill-String Using a Stochastic Nonlinear Dynamical Model. *Computational Mechanics*. 2010. Vol. 5. P. 415-427.

57. Alum MA, Egbon F. Semi-Analytical Models on the Effect of Drilling Fluid Properties on Rate of Penetration (ROP). *Nigeria Annual International Conference and Exhibition*. 30 July-3 August 2011. Abuja, 2011. SPE-150806-MS.

58. Shazaly S., Ahmed & Ahmed A. Ibrahim. Bourgoyne And Young Model Development Review. *International Journal of Engineering Science*. June 2019. Vol. 8. Issue (6). P. 164 -174. DOI:10.5281/zenodo.3256067 59. Lara Virrey. AI in Mining: Q&A with GlobalData Thematic Analyst. Mining Technology. 2023. URL: https://www.mining-technology.com/comment/ai-inmining-qa-with-globaldata-thematic-analyst/?cf-view&cf-closed (дата звернення 25.10.2023)

60. ШІ на службі у нафтогазовидобувників. *Економічна правда*. 8 серпня 2023. URL: https://www.epravda.com.ua/columns/2023/08/8/703009/ (дата звернення 19.08.2023)

61. Mohammad Najjarpour1, Hossein Jalalifar, Saeid Norouzi-Apourvari. A Review on Half a Century of Experience in Rate of Penetration Management: Application Of Analytical, Semi-Analytical And Empirical Models. *Advances in Geo-Energy Research.* 2021. Vol. 5. No. 3. P. 252-273

62. Bourgoyne, A. T., Young, F. A Multiple Regression Approach to Optimal Drilling and Abnormal Pressure Detection. *Society of Petroleum Engineers Journal*. 1974. Vol. 14. Issue 4. P. 371-384.

63. Hareland G., Wu A., Rashidi B. A Drilling Rate Model for Roller Cone Bits and its Application. *International Oil and Gas Conference and Exhibition in Chi*na, 8-10 June 2010. Beijing, China, 2010. Paper Number: SPE-129592-MS.

64. 64 Чесановський, М. С., Шекета, В. І., Процюк, В. В. Особливості контролю параметрів процесу буріння в контексті підтримки прийняття релевантних рішень. *Prospecting and Development of Oil and Gas Fields*. 2018. № 1 (66). С. 92–100.

65. Hegde C., Wallace S., Gray K. Using Trees, Bagging, and Random Forests to Predict Rate of Penetration During Drilling. *SPE Middle East Intelligent Oil and Gas Conference and Exhibition* 15-16 September 2015. Abu Dhabi, UAE, 2015. Paper SPE 176792.

66. Mantha B., Samuel R. ROP Optimization Using Artificial Intelligence Techniques With Statistical Regression Coupling. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 26- 28 September 2016. Dubai, UAE, 2016. Paper SPE 181382. 67. Hegde, C. Gray K. E. Use of Machine Learning and Data Analytics to Increase Drilling Efficiency for Nearby Wells. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2017. Vol. 40. P. 327-335.

68. Najjarpour M., Jalalifar H., Apourvari S. N. The Effect of Formation Thickness on the Performance of Deterministic and Machine Learning Models for Rate of Penetration Management in Inclined and Horizontal Wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2020.Vol. 191. Article id.107160.

69. Yi P, Kumar A, Samuel R. Realtime Rate of Penetration Optimization Using fhe Shuffled Frog Leaping Algorithm. *Journal of Energy Resources Technology*. 2015. Vol. 137. Article id. 32902

70. Hankins D, Salehi S, Karbalaei Saleh F. An Integrated Approach for Drilling
Optimization Using Advanced Drilling Optimizer. *Journal of Petroleum Engineering*.
2015. Vol. 2015:12. Article ID 281276

71. Wang Y, Salehi S. Application of Real-Time Field Data to Optimize Drilling Hydraulics Using Neural Network Approach. *Journal of Energy Resources Technology*.
2015. Vol. 137. Article ID 62903

72. Koopialipoor M, Armaghani DJ, Hedayat A, et al. Applying Various Hybrid Intelligent Systems to Evaluate And Predict Slope Stability Under Static and Dynamic Conditions. *Soft Computing*. 2018. Vol.34. P.1-17

73. Koopialipoor M, Armaghani DJ, Haghighi M, Ghaleini EN. A Neurogenetic Predictive Model to Approximate Overbreak Induced By Drilling and Blasting Operation in Tunnels. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*. 2017. Vol. 33. P.1-10

74. Hasanipanah M, Armaghani DJ, Amnieh HB, et al. A Risk-Based Technique to Analyze Flyrock Results Through Rock Engineering System. *Geotechnical and Geological Engineering*. 2018. Vol. 34. P. 1-14

75. Koopialipoor M, Nikouei SS, Marto A, et al. Predicting Tunnel Boring Machine Performance Through a New Model Based on The Group Method of Data Handling. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*. 2018. Vol. 34. P. 1-15

76. Saputelli L., Kelessidis etc. Real-Time Decision-Making for Value Creation
While Drilling: "SPE/IADC middle east drilling technology conference & exhibition",
20-22 October 2003, Abu Dhabi, 2003. P. 1-19.

77. Автоматизація технологічних процесів у нафтовій та газовій промисловості: навч. посіб. / Г. Н. Семенцов, Я. Р. Когуч, Я. В. Куровець, М. М. Дранчук. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2015. 301 с.

78. Системы электроприводов исполнительных механизмов современных буровых установок - Электропривод буровых насосов. URL: https://forca.com.ua/knigi/obladnannya/sistemy-elektroprivodov-ispolnitelnyh-mehanizmov-sovremennyh-burovyh-ustanovok\_5.html (дата звернення 12.06.2021)

79. Чудик І. І., Ковбасюк М. І., Король Д. І. та ін. Проблеми і шляхи енергоефективної модернізації процесу промивання скерованих свердловин. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 2012. №2 (43). С. 23-30

80. Яцун М. А. Електричні машини: підручник. Львів: Львівська політехніка, 2011. 464 с.

81. В. Білецький, С. Ландар, Ю. Міщук. Моделювання силової секції гвинтових вибійних двигунів. *Mining of Mineral Deposits*. 2017. №11(3). С. 15-22.

82. Семенцов Г.Н., Горбийчук М.И., Бестелесный А.Г. и др. Аналитические и промысловые исследования износа зубьев шарошечных долот. Известия вузов: Нефть и газ. 1976. № 10. С. 34-37.

83. Балденко Ф. Д. Расчеты бурового оборудования: учебное пособие. М.:РГУ нефти и газа им. Н. М. Губкина, 2012. 428 с.

84. Ус С.А., Коряшкіна Л.С. Моделі й методи прийняття рішень: навч. посіб. Д.: НГУ, 2014. 300 с.

85. Синєглазов В. М., Сільвестров А. М. Теорія ідентифікації: підручник. Київ: НАУ, 2015. 471с.

86. Бідюк П. І., Калініна І. О., Гожий О. П. Байєсівський аналіз даних: монографія. Херсон: КВ ФОП Вишемирський В. С., 2021. 208 с.

87. Hable, R., & Christmann, A. On Qualitative Robustness of Support Vector Machines. *Journal of Multivariate Analysis*. 2011. Vol. 102(6). P. 993–1007 88. Norman Draper, Harry Smith. Applied Regression Analysis, 3 Edition Chichester: Wiley. 2016. 912 p.

89. Gyorfi L., Kohler M., Krzyzak A., Walk H. A Distribution Free Theory of Nonparametric Regression. New York; Berlin; Heidelberg: Springer, 2002. 647 p.

90. Ивахненко А. Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. К.: Наукова думка, 1981. 286 с.

91. Горбійчук М. І. Когутяк М. І., Василенко О. Б, Щупак І. В. Метод синтезу математичних моделей на засадах генетичних алгоритмів. Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. 2009. № 4 (33). С. 72-79.

92. Mikhail I. Gorbiychuk, Vera M. Medvedchuk, Alla N. Lazoriv. Analysis of Parallel Algorithm of Empirical Models Synthesis on Principles of Genetic Algorithms. Journal of Automation and Information Sciences. 2016. Vol. 48, is. 2. P. 54 -73.

93. Xilong Liu, Yizeng Che. A Systematic Approach to Optimizing h Value for Fuzzy Linear Regression with Symmetric Triangular Fuzzy Numbers. <u>*Mathematical*</u> <u>*Problems in Engineering*</u>. 2013. Article ID 210164.

94. Раскин Л. Г., Серая О. В., Воловщиков В. Ю. Нечеткая математика: учебн. Х.: НТУ «ХПИ», 2016. 203 с.

95. Горбійчук М. І., Пістун Є. П. Числові методи і моделювання на ЕОМ. Івано-Франківськ: Факел, 2010. 403 с.

96. Горбійчук М. І., Скріпка О. А., Пашковський Б. В. Оптимальний розподіл кількості газоперекачувальних агрегатів в умовах невизначеності при заданих обсягах на перекачку природного газу. *East European Scientific Journal*. 2016. Volume 2. Issue 3 (7). Р. 53 – 58.

97. В.П. Нечаєв, Т.М. Берідзе, В.В. Кононенко, Н.В. Рябушенко, О.М. Брадул. Теорія планування експерименту. Київ: ВД «Кондор», 2005. 231 с.

98. Дранишников Л. В. Інтелектуальні методи в управлінні. Кам'янське: ДДТУ, 2018. 416 с.

99. Gorbiychuk Mikhail I., Humenyuk\_Taras V. <u>Synthesis Method of Empirical</u> Models Optimal by Complexity under Uncertainty Conditions. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2016. vol. 48, is. 9. P. 64 -74. 100. Rudkovskaya D., Zieliński M., Rutkovskiy L. Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte. Kraków: Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999. 410 st.

101. Shyrmovska N., Voronych A., Zaiachuk Ya., Karpash M., Lazoriv O. Specialized Computer System Controlling the Technological Parameters of the Drilling Rig. 15th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM), 26 February - 02 March 2019. Polyana, Ukraine. 2019. I NSPEC Accession Number: 18868152.

102. Ulugbek Mannanov, Javokhir Toshov, and Lazizjon Toshniyozov. Perspective Solutions for the Design of Drilling Tools. IVth International Innovative Mining Symposium. E3S Web of Conferences. January 2019. DOI:10.1051/e3sconf/201910503027

103. Крижанівський Є. І., Яким Р. С., Шмандровський Л. Є., Петрина Д. Ю. Теоретичні основи обґрунтованого вибору критеріїв відмов і шляхів підвищення довговічності тришарошкових бурових доліт. Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». 2009. № 56. С. 6-11.

104. Zina Rabbouche, Khochemane Lakhdar, Ouafae Bennis. Study of the Determination of the Rational Operating Regime of percussion Drilling Machines. *International Journal of Engineering and Technology*. 2017. Vol. 9(2). P. 1068-1083.

105. Юрич Л. Р. Удосконалення технології буріння свердловин з врахуванням стану породоруйнівного інструменту: дис.... канд. техн. наук: 05.15.10 / ІФНТУНГ. Івано-Франківськ, 2021. 184 с.

106. Galle E.M., Woods H.B. Bit weight and rotary speed for lowest- cast drilling. *Oil and Gas J.* 1960. 58. № 49. P. 167- 176.

107. 8. Galle E.M., Woods H.B. Practical ways to find proper bit weight and rotary speed. *Oil and Gas J.* 1960. 58. № 47. P. 160-166.

108. Применение методов математического программирования для оптимизации режима бурения. / Н.В. Габашвили, Т.А. Кирия, Л.Г. Чачашвили, Л.Л. Чхаидзе. Тбилиси: Мацниереба, 1971. 94 с.

109. Горбійчук М.І., Кропивницька В.Б. Субоптимальне керування процесом заглиблення свердловин. *Нафтова і газова промисловість*. 2003. №1. С.24-25.

110. Горбійчук М.І., Кропивницька В. Б. Методи оптимального керування процесом буріння. *Автоматика –2004*: матеріали 11<sup>-ої</sup> міжн. конф. з автомат. управління. 27-30 вересня 2004 р. Київ, 2004. т.2. С.11.

111. Горбійчук М.І., Кропивницький Д. Р. Математична модель процесу поглиблення свердловини під час буріння гвинтовими вибійними двигунами. Збірник наукових праць національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова. Миколаїв: видавничий дім "Гельветика", 2021. №1 (484). С. 68-74.

112. Горбійчук М. І., Кропивницька В. Б Прогнозування тривалості спускопіднімальних операцій. *Восточно-Европейский журнала передовых технологий*. 2006. № 2/2(20). С. 37 – 40.

113. Горбійчук М. І., Гуменюк Т. В. Оптимізація процесу поглиблення свердловин в умовах невизначеності. *Автоматика 2015*: матеріали 22-ї міжн. конф. з автомат. управління, 10–11 вересня 2015 р. Одеса: ТЕС, 2015. С. 40–41.

114. Horbiychuk M., Kropyvnytskyi D., Kropyvnytska V. Improving empirical models of complex technological objects under conditions of uncertainty. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. №2 (122). 2023. P. 53-63.)

115. Горбійчук М. І., Кропивницький Д. Р. Числовий метод обчислення критичного навантаження на долото при бурінні свердловин. *Методи та прилади контролю якості*. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2022. №1(48). С. 116-126.

116. Вудс Г., Лубинский А. Искревление скважин при бурении / пер. с англ.М.: Гостехиздат, 1960. 161 с.

117. James M. Gere, Stephen P. Timoshenko. Mechanics of Materials. Brief Edition. 1999. 913 p.

118. Султанов Б. З. Управление устойчивостью и динамикой бурильной колонны. М.: Недра, 1991. 208 с.

119. Ермаков С. М., Ермаков С. М., Жиглявский А. А. Математическая теория оптимального эксперимента. М.: Наука, 1987. 320 с.

120. Горбійчук М. І., Когутяк М. І., Заячук Я. І. Індуктивний метод побудови математичних моделей газоперекачувальних агрегатів природного газу. *Нафтова і газова промисловість*. 2008. № 5. С. 32 – 35.

121. Горбійчук М. І., Кропивницький Д. Р. Оптимальне керування процесом поглиблення свердловини з врахуванням стану озброєння долота. *Вісник Хмельницького національного університету*. Том 1. № 1, 2023 (317). С. 58-66.

122. Горбійчук М. І. Математичні методи оптимізації. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2018. 302 с.

123. Основи електроприводу: конспект лекцій / укл. В.В. Лишук, С.П.Літковець. Луцьк : Технічний коледж Луцького НТУ, 2020. 168 с.

124. Електропривод: підручник / Лавріненко Ю. М. та ін. К.: Ліра-К, 2009. 504 с.

125. Кропивницький Д. Р., Горбійчук М. І. Побудова математичної моделі бурового насосного агрегату для автоматичної системи керування тиском на його виході. *Методи та прилади контролю якості*. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2023. № 1 (50). С. 48-59.

126. Чермак И., Петерка В., Заворка И. Динамика регулируемых систем в теплоэнергетике и химии: пер с ческ. М.: Мир, 1972. 623 с.

127. Костинюк Л. Д. Математичні та структурні моделі асинхронних двигунів, побудованих на основі однофазних заступних схем. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»*. Електроенергетичні та електромеханічні системи. 2008. № 615: С. 46-50.

128. Пащенко О. А. Вплив гідростатичного тиску на енерговитрати при бурінні свердловин. *Породоразрушающий и металлообрабатывающий инструмент — техника и технология его изготовления и применения*. 2016. Вып. 19. С. 107-112.

129. Коефіцієнтстисливості(газів).URL:http://en.citizendium.org/wiki/Compressibility\_factor\_(gases)(датазвернення06.03.2023)

130. Himmelblau David M., Riggs James B. Basic Principles and Calculations in Chemical Engineering: Eighth Edition. Prentice Hall, 2012. 857 p.

131. Andrew F. Hayes. Statistical methods for communication science. New Jersey, 2015. 507 p.

132. Ловчев С. В., Рощункин В. Н., Намака В. А. Буровые насосы с регулируемой подачей: монография. М.: Недра, 1977. 270 с.

133. Попович М. Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування: підручник. 2-ге вид., перероб. і доп. К.: Либідь, 2007. 656 с.

134. Горбійчук М. І. Моделювання об'єктів і систем керування в нафтовій і газовій промисловості: навчальний посібник. Частина 3. Івано-Франківськ: ІФДТУНГ «Факел», 1999. 235 с.

135. Ньютон Дж. К., Гулд Л. А., Кайзер Дж. Ф. Теория линейных следящих систем: пер. с англ. М.: Физматгиз, 1961. 407 с.

136. Костюк Л. Д., Мороз В. І., Паранчук Я. С. Моделювання електроприводів: навч. посібник. Львів: Видавництво НУ «Львівська політехніка», 2004. 404 с.

137. Семенцов Г. Н., Лагода А. I. Статистична ідентифікація динамічних характеристик бурових насосних установок для задач оптимізації управління. *Modern engineering and innovative technologies*. 2019.Issue 9. Part 2. C. 12 – 30.

#### **ДОДАТКИ**

#### ДОДАТОК А

Програма побудови емпіричних моделей  $v_0(F, P)$  або  $K_{\varepsilon}(F, P)$ 

% % Побудова емпіричних моделей v0(F,P) або Kt(F,P) % Ідентифікатор вибору моделі: % ms=1-модель v0(F,P) ms=0-модель Kt(F,P) % Вихідні дані % F-осьове навантаження на долото Р-тиск промивальної рідини % v0-початкова швидкість буріння (ms=1; Т-крок дискретизації % Кt-швидкість зміни оцінки стану озброєння долота (ms=0) T=0.0317;fprintf('Choose a model type \n') ms=input('ms='); if ms==1 load Dril addition nV=length(v0); tnV=(0:nV-1)\*T; plot(tnV,v0) title('Початкова швидкість проходки, м/год.') F max=max(F); P max=max(P); XX=[F/F max P/P max v0]; else load DrilKe nV=length(Kt); tnV=(0:nV-1)\*T; plot(tnV,Kt) title('Швидкість зміни оцінки стану озброєння долота, 1/год.') F max=max(F); P max=max(P); XX=[F/F max P/P max Kt]; End Figure %РЕАЛІЗАЦІЯ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ % N-кількість дослідів; ct- степінь полінома % L-кількість змінних (параметрів керування) % X- матриця розміром NxL; k сг-кількість хромосом у підгрупі % n-кількість хромосом у популяції; n ga- число ітерацій ГА % p crossing (0.5<=p crossing<=1) - ймовірність схрещування % p mutation(0<=p mutation<=0.1)-ймовірність мутації %NA, NB -Навчальна і перевірочна множини експериментальних даних %kr – критерій селекції моделі, критерій регулярності якщо % kr=0; критерій зміщення, якщо kr=1. %epsilon1-найменше значення приросту критерію селекції, %при якому алгоритм припиняє свою роботу %epsilon-точність розв'язку задачі; %f0-вибір структури моделі n=20; ct=3; kr=0; k cr=3; p crossing=0.8; p mutation=0.01; alpha1=0.2; alpha2=0.15;f0=1; gama=0.7; n ga=2000; A=sqrt(log(1/gama^2)); [a,K Yy,Y]=fun KropyvFuzzy(XX,ct,n,n ga,k cr,p crossing,p mutat ion, kr, f0, alpha1, alpha2, A);

## Продовження додатку А

```
Підпрограми
```

```
function
[a,K Yy,y]=fun KropyvFuzzy(XX,ct,n,n ga,k cr,p crossing,p mutation,k
r,f0,... alpha1,alpha2,A)
    % Генетичний алгоритм (нечітка ідентифікація)
    «Використані підпрограми: Population, chromosome new,
    %fun Gauss, fun fodFuzzy, fun papametr
    epsilon=0.000001; ea1=1; epsilon1=ea1*epsilon;
    ea = 1;delta = ea * epsilon;
    if round (n/2) - n/2 \sim = 0
      n = n-1; end
     [N Lz]=si ze(XX);X=XX;Y=XX(:,Lz);X(:,Lz)=[]; L=Lz-1;
    if kr==0
       NA=round(0.7*N);
    else
      NA=round(0.5*N);
    end
   NB=N-NA; XA=X; XB=X; YB=Y(NA+1:N); YA=Y(1:NA);
    §____.
    % Побудова матриці спостережень XD та матриці полінома Р
    XD=fun fodFuzzy(X,alpha1,alpha2,A);
    k=factorial(ct+L)/(factorial(ct)*factorial(L));
    if ct==2
       XD(:,k+1:length(XD(1,:)))=[];
    end
   XDB=XD; XDA=XD; XDB(1:NA,:)=[]; XDA(NA+1:N,:)=[];
    %_____
    %Формування попупуляції хромосом
    %chromosome-матриця популяції
    %к-кількість членів полінома
    %_____
    %Етап ініціалізації
    [Chromosome, chromosome] = Population (n, k, f0);
    % Турнірний метод для формування пулу родичів
    for i z=1:n ga
    for i=1:n
    «Випадковий вибір k cr хромосом
       ks=unidrnd(n,1,k cr); CHROMOSOME=Chromosome(ks,:);
    %Пошук найкращої хромосоми
       for k i=1:k cr
          if k i>1
              clear gh
          end
          t=1;Chromosomeh=CHROMOSOME(k i,:);
       if f0==1
```

## Продовження додатку А

```
for j=1:k
        if Chromosomeh(j)==0
            t=t+1; qh(t)=j;
            end
        end
    else
        for j=1:k-1
        if Chromosomeh(j) == 0
            t=t+1; gh(t)=j+1;
              end end
        end
   if t == 1
        Fg = XD; Fg B = XDB; Fg A = XDA;
   else
        M = length(gh);
        if M == k
            L1 = unidrnd(k, 1, 1);
          gh(L1) =[]; Chromosome(k i,L1)=1;
        end
        Fg=XD; Fg_B=XDB; Fg_A=XDA; Fg(:,gh)=[];
        Fg B(:, gh) = []; Fg A(:, gh) = []; End
% Розв'язок системи нормальних piвнянь Gaussian method
[ zm, zn] = size(Y);
 if zm == 1
    A = [Fg A'*Fg A Fg A'*Y A'];
 else
    A = [Fg A' * Fg A Fg A' * Y A];
                                  end
 [a A, ier] = fun Gauss(A A);
    if ier == 0
        error('There is a resolution')
                                           end
%Оцінка критерію відбору моделі
if kr==0
    y m =Fg B*a A;
    if zm==1
        K_V(k_i) = sum((Y_B'-y_m).^2) / sum(Y_B.^2);
    else
        K_V(k_i) = sum((Y_B-y_m).^2) / sum(Y_B.^2);
    end
else
     A B=[Fg B'*Fg B Fg B'*Y B]; [a B, ier]=fun Gauss(A B);
    if ier==0
        error('There is a resolution')
                                            end
   y B=Fg*a B; y A=Fg*a A;
    K V(k i)=sum((y A-y B).^2)/sum(Y.^2); end end
vt=ks(Ih);[Kb min,Ih]=min(K V);
P cromosome(i,:)=chromosome(vt,:);
K ga(i)=Kb min; I ga(i)=vt;
End
```

#### Продовження додатку А

```
%Пошук найменшого значення критерію селекції
     [ Kga min, Ih] = min(K ga);
     delta = Kga min;
     if delta <= epsilon</pre>
         if i z == 1
             chromosome=P_chromosome;
                   break
                              end
         end
     if i z>1
         DL = abs(Kgal-Kga min);
         if DL == 0
             [Chromosome, chromosome] = Population(n, k, f0);
         elseif DL<=epsilon1</pre>
             break
         end end
     Kgal = Kga min;
                        plot(i z,Kga min
     % Формування нов, 'х')
     hold on
     ої пари
     for j=1:2
        C(j,:)=unidrnd(n,1,n);
                                   end
     clear chromosome Chromosome
     kc=0;
     % Схрещування
     for i=1:n/2
         if p crossing==1
     [chromosome1, chromosome2, chromosomei1, chromosomei2]=chromosome
new(k,C,i,P crossinghromosome);
      % Нова група родичів
             chromosome(i+kc,:)=[chromosomei1 chromosome2];
            chromosome(i+kc+1,:)=[chromosomei2 chromosome1];
kc=kc+1;
         else
             P crossing=unifrnd(0,1,1);
             if P crossing<=p crossing</pre>
     [chromosome1, chromosome2, chromosomei1, chromosomei2]=chromosome
new(k,C,i,P_crossinghromosome);
          % Нова група родичів
                 chromosome(i+kc,:)=[chromosomei1
                                                         chromosome2];
chromosome(i+kc+1,:)=[chromosomei2 chromosome1]; kc=kc+1;
             else
     C2=C(2,i);C1=C(1,i); chromosome(i+kc,:)=P chromosome(C1,:);
     chromosome(i+kc+1,:)=P chromosome(C2,:); kc=kc+1;
                  end
           end
     end
```
181

```
%Мутація
if p mutation~=0
    for ii=1:n
                    P mutation=unifrnd(0,1,1);
     if P mutation<=p mutation L2=unidrnd(k,1,1)</pre>
                 if chromosome(ii,L2) == 0 chromosome(ii,L2) =1;
                 else chromosome(ii,L2)=0;
                                               end
           continue
     else
                       end
                                  end
                                        end
    if f0==1
                  Chromosome=chromosome;
   else Chromosome=chromosome; Chromosome(:,1)=[]; end end
hold off
% Знаходження параметрів моделі
if i z==n ga
    fprintf(Algorithm stop after reaching n ga\r')
    [a,y,cn]=fun papametr(XD,Y,chromosome,Ih,zm);
elseif DL<=epsilon1</pre>
    fprintf(There is no reduction in the selection criteria \langle r' \rangle
    [a,y,cn]=fun papametr(XD,Y,chromosome,Ih,zm);
else
   fprintf(The set accuracy of the solution has been achieved \r')
   fprintf('Number of iterations i=%4.0f\r',i z)
   [a,y,cn]=fun papametr(XD,Y,chromosome,Ih,zm);end
% Вивід результатів
fprintf('Model parameters \r')
if t==1
for i=1:k
   fprintf('a%3.0f=%12.6f\r',i,a(i))end
    elseif t>1; kn=1; nf=length(a);
        for i=1:k
            if cn(i)==0 as(i)=0; fprintf('a%3.0f=0\r',i)
            else
                for j=1:nf
                    if j==kn
        kn=kn+1; as(i)=a(j); fprintf('a%3.0f=%12.6f\r',i,as(i))
                    break end end end end
%Побудова графіків
ny=length(y); ty=1:ny; figure plot(ty,Y,'-o',ty,y,'-+') grid on
% Визначення коефіцієнта кореляції
K Yy=corrcoef(Y,y); figure plot(Y,y,'o') grid on
% Коефіцієнти регресії
p=polyfit(Y,y,1); P_corr=p(2)+p(1)*Y; hold on
plot(Y,P corr,'-') alpha=0.05;Sy=var(P corr);Y m=mean(Y);
N=length(Y);S y=Sy*(1/N+(Y.^2+Y m^2)/sum((Y-Y m).^2));
%Метрика Стьюдента
р t=1-alpha/2; v=N-length(p); %число степенів вільності
t al=tinv(p t,v);
s y=sqrt(S y); U t=P corr+t al*s y; U b=P corr-t al*s y;
[Y s, ind]=sort(Y); u t=U t(ind); u b=U b(ind);
hold on plot(Y s, u t, '-', Y s, u b, '-')
```

Кінець додатку А

```
%Формування матриці F (нечітка ідентифікація)
     function F=fun fodFuzzy(X,alpha1,alpha2,A)
     X1=X(:,1);n=length(X1); X2=X(:,2); L=ones(n,1);
     F1=[L X1+A*alpha1 X2+A*alpha2 X1.*X2+A*(X1*alpha2+X2*alpha1)];
     F2=[X1.^2+2*A*alpha1*X1*X2.^2+2*A*alpha2*X2*X1.^3+3*A*alpha1*X1.^2];
     F3=(X1.^2).*X2+A*(2*alpha1*X1.*X2+alpha2*X1.^2);
    F4=[X1.*X2.^2+A*(alpha1+2*alpha2*X1.*X2)*X2.^3+3*A*alpha2*X2.^2];
         F = [F1 F2 F3 F4];
     %Функція формування початової популяції
     function [Chromosome, chromosome]=Population(n, k, f0)
     if f0==1
       for i=1:n Chromosome(i,:)=unidrnd(2,1,k)-1;
       end
                chromosome=Chromosome;
     else
     for i=1:n
Chromosome(i,:)=unidrnd(2,1,k-1)-1;chromosome(i,:)=[1 Chromosome(i,:)];
     End
           end
     function [chromosome1, chromosome2, chromosomei1, chromosomei2]
= chromosome new(k,C,i,P chromosome)
     % Схрещування хромосом
     %k gen-кількість генів у хромосомі; %C chr-матриця пар хромосом
     %P chromosome-пул родичів; %c p-пара потомків
     L=unidrnd(k gen-1,1,1); C2=C CHR(2,i); C1=C CHR(1,i);
     chromosome1=P chromosome(C1,:); chromosome2=P chromosome(C2,:);
     chromosomei1 = chromosome1; chromosomei2 = chromosome2;
     chromosomei1(L+1:k gen)=[];chromosomei2(L+1:k gen)=[];
     chromosome1(1:L)=[]; chromosome2(1:L)=[];
          function [X, kga]=fun Gauss(A)
     %Обчислення параметрів моделі
     %XD-матриця функцій при коефіцєнтах полінома
     %Gh-матриця "нульових" генів; %best ch - "найкраща" хромосома
     %Y-масив вихідних даних; chromosome-матриця хромосом
     %Ih-номер хромосоми, що мінімізує критерій відбору
     % у-вихід моделі; а-коефіцієнти моделі;
     best ch=chromosome(Ih,:); k=length(best ch); t=1;
        for i=1:k
            if best ch(i) == 0;
                qn(t)=i; t=t+1; end end
        F=XD;
        if t~=1
        F(:,gn)=[];
                      end
                      A=[F'*F F'*Y'];
        if zm==1
                     A=[F'*F F'*Y];
        else
                                         end
        [a, ier]=fun Gauss(A);
        if ier==0 error('There is a resolution') end
        y=F*a;
end
```

## додаток б

#### Програма оптимізації процесу поглиблення свердловини

```
% Оптимізація процесу заглиблення свердловини
§ _____
% Вихідні дані
% L-поточна глибина свердловини
% vn-середня швидкість підйому бурильної колони
% vc-середня швидкість спуску бурильної колони
% Cd-вартість метра проходки свердловини
% dc-вартість долота
% delta-ширина інтервалу невизначеності
% av-вектор коефіцієнтів залежності v0=f(F,P)
% аК-вектор коефіцієнтів залежності Ке=f(F,P)
% Fmin, Fmax-обмеження на осьове навантаження
% Pmin, Pmax-обмеження на тиск промивної рідини
% дата-ширина зрізу
8 _____
              _____
% Використані підпрограми: fun drilcost, fun DrilKx,
% fun ZeroXi, fun Dril h, fun Solve
% -----
load Dril FhPQv
L=1482; vn=537;
        Cd=1520;
vc=667;
dc=19000; teta=0.5;
delta=5.1; xi=1.05;
av=[-9.793963 12.710089 12.874326 -6.655934 -4.861203];
aK=[-0.142659 1.110845 0.580737 -0.319685 1.663993 -2.736150];
Fmin=5;
Fmax=10;
Pmin=10;
Pmax=15;
fmin=Fmin/Fmax; fmax=1;
pmin=Pmin/Pmax;pmax=1;
qama=0.7;
vcn=vc*vn/(vc+vn);
Tlo=L/vcn;
Alo=(1-teta)^{2}(8*log(teta));
x0=[(fmin+fmax)/2;(pmin+pmax)/2];
% -----
%Оптим. вартості метра проходки
lb=[fmin;pmin];ub=[fmax;pmax];%Формування. обмежень
options=optimset('Display', 'off');
[x,fval]=fmincon(@fun drilcost,x0,[],[],[],[],lb,ub,[],...
   options, av, aK, Cd, dc, Tlo, delta, xi, Alo, gama);
q old=fval;
```

```
% Обчислення часу перебування долота на вибої свердловини
N=100; Xi max=5;
Xi min=1; Txi=(Xi max-Xi min)/N;
Xi=Xi min:Txi:Xi max;
K Xi=fun DrilKx(x,aK);
Dl=delta*sqrt(Alo/(2*log(gama)));
Y xi=Xi.*(1-log(Xi))-1+K Xi*(Tlo+dc/Cd+Dl);
plot(Xi,Y xi)
grid on
%_____
%Із графіка функції знаходимо інтервал локального нуля
% Їх значення вводимо у командному вікні
%_____
fprintf('BBegirb a\n'); a=input('a=');
fprintf('BBegitb b\n'); b=input('b=');
Kdelta=K Xi*(Tlo+dc/Cd+Dl);
xi=fun ZeroXi(Kdelta,a,b);
options=optimset('Display', 'off');
 [x1, fval 1]=fmincon(@fun drilcost, x0, [], [], [], [], lb, ub, [], ...
    options, av, aK, Cd, dc, Tlo, delta, xi, Alo, gama);
qc=fval 1;
if qc<q old
    x=x1;
    K Xi=fun DrilKx(x,aK);
    Y xi=Xi.*(1-log(Xi))-1+K Xi*(Tlo+dc/Cd+Dl);
    plot(Xi,Y xi)
    grid on
    fprintf('BBegits a\n');
                              a=input('a=');
   fprintf('BBegitb b\n');
                               b=input('b=');
   Kdelta=K Xi*(Tlo+dc/Cd+Dl);
   xi=fun ZeroXi(Kdelta,a,b);
   options=optimset('Display', 'off');
x1,fval 1]=fmincon(@fun drilcost,x0,[],[],[],[],lb,ub,[],...,
options, av, aK, Cd, dc, Tlo, delta, xi, Alo, gama);
   q old=qc;
   qc=fval 1;
end
Ke U=fun DrilKx(x1,aK);
td=(xi-1)/Ke U; h=fun Dril h(x1,av,aK,td);
fprintf('Вартість метра проходки qc, грн/м\n')
fprintf('qc=7.4e\n',qc)
fprintf('Осьове навантаження на долото, кH\n')
fprintf('F=%7.4f\n',x(1)*Fmax*9.8)
fprintf('Тиск промивної рідини (на маніфольді), МПа\n')
fprintf('P=7.4f n', x(2) *Pmax)
fprintf('Тривалість роботи долота на вибої, год.\n')
fprintf('td=\%7.4e\n',td)
fprintf('Проходка на долото, м\n')
fprintf('h=\%7.4e\n',h)
```

#### Кінець додатку Б

```
Підпрограми
    function qc=fun drilcost(x,av,aK,Cd,dc,Tlo,delta,xi,Alo,gama)
    Ke U=aK(1) * x(1) + aK(2) * x(2) + aK(3) * x(1)^{2} + aK(4) * x(1)^{3} + aK(5) * x(1)
^2*x(2)+aK(6)*x(1)*x(2)^2;
    v0 U=av(1) * x(1) + av(2) * x(2) + av(3) * x(1)^{2} + av(4) * x(2)^{2} + av(5) * x(1)
*x(2)^2;
    qc1=Cd*(xi-1+Ke U*(Tlo+delta*sqrt(Alo/(2*log(gama)))))+...
        Ke U*dc;
    qc2=v0 U*log(xi);
    qc=qc1/qc2;
    function Ke U=fun DrilKx(x,aK)
    Ke U=aK(1) * x(1) + aK(2) * x(2) + aK(3) * x(1)^{2} + aK(4) * x(1)^{3} + aK(5) * x(1)
^2*x(2)+aK(6)*x(1)*x(2)^2;
    function c=fun ZeroXi(Kdelta,a,b)
    Ya=fun Solve(a,Kdelta);
    Yb=fun Solve(b,Kdelta);
    if Ya*Yb>0
        error('Неправильний інтервал локального нуля');
    end
    <u><u><u></u></u></u>
    %Обчислення кількості ітерацій
    %Bxiд: epselon - точність розв. задачі f(x)=0
    «Вихід: N - число ітерацій
    %_____
    epselon=1e-6;
    N=1+round((log((b-a)/epselon))/log(2));
    %Реалізація процедури методу дихотомії
    for k=1:N
        c = (a+b)/2;
        Yc=fun Solve(c,Kdelta);
        if Yc==0
            a=c;
           b=c;
        elseif Yb*Yc>0
            b=c;
            Yb=Yc;
        else
            a=c;
            Ya=Yc;
        end
        if b-a<epselon, break, end
    end
        c=(a+b)/2;
    function fx=fun Solve(x,Kdelta)
```

```
fx=x*(1-\log(x))-1+Kdelta;
```

# Робочий протокол експериментального спостереження закономірностей процесу буріння

Інтервал застосування високооборотного ГВД 1071 – 1865,7м. Режими буріння: F = 3 - 10 т; Q = 59 л/с; 35 л/с; Px.x. = 9,6 МПа; Рроб. = 10,6 - 14,5 МПа; швидкість обертання силового верхнього приводу (СВП) – 30 - 64 об/хв. Модель ГВД -7LZ172T-5 ; зовнішній діаметр -172 мм; долото 215.9 РDС С-ГВ; Геологія порід — середньої твердості з невеликими інтервалами м'яких порід; Планована швидкість — 50-70 м/год.

N⁰	Година	Глибина,	Осьове	Тиск на	Витрата,	Швидкість
п/п		М	навантаження, т	вході, Мпа	л/с	проходки, м/год
1	13:55	1071,71	1,47	87,6	60	40,9
2	13:56	1073,642	1,825	87,9	64	13,06
3	13 : 57	1075,574	4,015	96,36	64	61,35
4	13:58	1077,506	4,53	116,8	62	36,08
5	13 : 59	1079,438	7,2	124,1	60	136,36
6	14:00	1081,37	6,8	124,8	58	211,4
7	14:01	1082,63	8,03	138,7	58	122,7
8	14:02	1083,89	5,84	125,2	61	95,5
9	14:03	1085,15	11,68	240,9	62	231,8
10	14:04	1086,41	8,53	186,7	62	233,2
11	14:05	1087,67	6,02	102,2	64	233,2
12	14:06	1089,13	4,38	98,55	64	233,2
13	14:07	1090,59	5,11	116,8	62	62,7
14	14:08	1092,05	8,03	142,35	62	163,6
15	14:09	1093,51	6,57	146,3	61	57,3
16	14:1	1094,97	4,015	135,05	61	109,1
17	14:11	1095,644	9,49	160,6	61	95,5
18	14:12	1096,318	8,03	162,79	61	68,2
19	14:26	1099,514	3,723	131,4	58	68,2
20	14:27	1100,688	4,6	132,86	56	57,3
21	14:28	1101,862	4,745	138,7	58	127,8
22	14:29	1103,036	5,84	154,03	59	95,5
23	14:3	1104,21	7,665	233,6	54	54,5
24	14:31	1104,29	5,622	186,5	58	54,5
25	14:32	1104,37	2,92	146	58	54,5
26	14:33	1104,45	4,38	222,65	58	30
27	14:34	1104,53	2,334	116,8	56	30
28	14:35	1104,61	1,533	120,45	58	30

Таблиця В.1 - Режимні параметри процесу буріння свердловини

## Продовження додатку В

# Продовження табл. В.1

29	14:36	1105,534	1,314	105,85	58	28,06
30	14:37	1106,847	1,095	102,2	58	40,9
31	14:38	1107,382	1,46	120,45	58	47,7
32	14 : 39	1108,306	2,92	124,1	56	70,9
33	14:4	1109,23	1,46	116,8	56	68,2
34	11:15	1819,22	1,47	147	35	38
35	11:16	1819,952	2,94	110	35	50
36	11:17	1820,684	4,26	125	35	31
37	11:18	1821,416	4,48	125	35	63
38	11:19	1822,148	3,10	132	35	50
39	11:2	1822,88	5,70	140	35	63
40	11:21	1823,71	0,81	118	35	38
41	11:22	1824,54	2,21	120	35	48
42	11:23	1825,37	2,01	110	35	44
43	11:24	1826,2	0,59	140	35	75
44	11:25	1827,03	7,35	173	35	38
45	11:26	1827,7	1,62	118	35	69
46	11:27	1828,37	8,20	176	35	38
47	11:28	1829,04	1,84	114	35	40
48	11:29	1829,71	4,41	125	35	36
49	11:3	1830,38	3,53	121	35	31
50	11:31	1830,874	4,85	118	35	31
51	11:32	1831,368	3,01	121	35	38
52	11:33	1831,862	4,41	118	35	38
53	11:34	1832,356	7,58	121	35	40
54	11:35	1832,85	5,88	125	35	40
55	11:36	1833,154	8,01	121	35	40
56	11:37	1833,458	11,76	140	35	13
57	11:38	1833,762	11,03	132	35	23
58	11:39	1834,066	9,70	141	35	25
59	11:4	1834,37	3,68	132	35	25
60	11:41	1834,858	13,23	147	35	25
61	11:42	1835,346	8,84	151	18	25
62	11:43	1835,834	2,06	154	13	25
63	11:44	1836,322	8,82	176	35	63
64	11:45	1836,81	14,70	209	35	137
65	11:46	1837,494	9,58	184	34	137
66	11:47	1838,178	8,02	132	35	137
67	11:48	1838,862	3,75	121	35	63
68	11:49	1839,546	5,15	140	35	75
69	13:23	1842,85	4,41	118	35	30
70	13:24	1843,04	1,84	125	35	30
71	13:25	1843,23	11,03	132	35	13
72	13:26	1843,86	5,88	125	35	37
73	13:27	1844,49	12,49	136	35	50
74	13:28	1845,12	9,63	138	35	44
75	13:29	1845,75	12,86	147	35	31

# Кінець додатку В

## Кінець табл. В.1

76	13:3	1846,38	7,21	125	35	28
77	13:31	1847,156	8,08	132	35	31
78	13:32	1847,932	2,21	113	35	44
79	13:33	1848,708	8,82	125	35	38
80	13:34	1849,484	14,55	121	35	29
81	13:35	1850,26	9,56	125	35	38
82	13:36	1850,784	9,70	125	35	44
83	13:37	1851,308	14,55	118	35	38
84	13:38	1851,832	11,39	132	35	31
85	13:23	1842,85	4,41	118	35	30
86	13:24	1843,04	1,84	125	35	30
87	13:25	1843,23	11,03	132	35	13
88	13:26	1843,86	5,88	125	35	37
89	13:27	1844,49	12,49	136	35	50
90	13:28	1845,12	9,63	138	35	44
91	13:29	1845,75	12,86	147	35	31
92	13:3	1846,38	7,21	125	35	28
93	13:31	1847,156	8,08	132	35	31
94	13:32	1847,932	2,21	113	35	44
95	13:33	1848,708	8,82	125	35	38
96	13:34	1849,484	14,55	121	35	29
97	13:35	1850,26	9,56	125	35	38
98	13:36	1850,784	9,70	125	35	44
99	13:37	1851,308	14,55	118	35	38
100	13:38	1851,832	11,39	132	35	31
101	13:41	1853,594	14,11	125	35	50
102	13:42	1854,308	6,03	114	35	50
103	13:43	1855,022	9,56	118	35	19
104	13:44	1855,736	8,09	125	35	25
105	13:45	1856,45	6,25	121	35	38
106	13:46	1857,222	5,88	125	35	56
107	13:47	1857,994	5,88	125	35	44
108	13:48	1858,766	8,45	125	35	56
109	13:49	1859,538	7,35	125	35	53
110	13:5	1860,31	11,02	125	35	50
111	13:51	1860,912	11,39	125	35	38
112	13:52	1861,514	9,56	131	35	35
113	13:53	1862,116	6,40	132	35	31
114	13:54	1862,718	8,45	128	35	28
115	13:55	1863,32	6,20	125	35	25
116	13:56	1863,93	8,67	125	35	28
117	13:57	1864,54	6,25	132	35	50
118	13:58	1865,15	7,35	125	35	38
119	13 : 59	1865,76	5,20	110	35	50

189

#### Програма розрахунку параметрів регуляторів

```
% Розрахунок параметрів регуляторів
% (узагальнений квадратичний критерій)
% Вхідні дані
% Tz, Tom-постійні чсу; Ј-момент інерції К, kp-передавальні коефіцієнти
% х0-вектор початкові значень С0 і С1 в оптимізаційному процесі
% tk-кінцевий час для перехідної характермстики
% N-кількість ординат графіка
% tau-постійна величина в узагальненому
% квадратичному квадратичному критерії
%
% Оптимізаційний процес пошуку значень C0 і C1 K=koM*kom
%
Tz=11.06; Tom=0.78; K=0.57; kp=0.79;
J=2.2; tau=2; x0=[1;2.1;1.5];
[x,fval]=fmincon(@fun OptDr,x0,[],[],[],[],[],[0;0;0],[],@fun nonDr);
fprintf('ПАРАМЕТРИ НАЛАШТУВАННЯ РЕГУЛЯТОРІВ\n')
fprintf('Cw0=\%7.4e\n',x(1))
fprintf('Cp0=%7.4e\ln', x(2))
fprintf('Cp1=\%7.4e\n',x(3))
     _____
% Побудова перехідного процесу
%
tk=20; N=200; h=tk/N; t=0:h:tk; Cw0=x(1); Cp0=x(2); Cp1=x(3);
B0=K*kp*Cw0*Cp0; B1=K*kp*Cw0*Cp1; A0=Tz*Tom*J; A1=(Tz+Tom)*J;
A2=J+K*Tom*x(1); A3=K*x(1)*(1+kp*x(2)); A4=K*kp*x(1)*x(3);
num=[B0 B1]; den=[A0 A1 A2 A3 A4]; W=tf(12.7*num,den);
y=step(W,t); plot(t,y) grid on
 _____
% ОБЧИСЛЕННЯ ПОКАЗНИКІВ:
% sigma-перерегулювання
% tc-час регулювання
gamma=0.01; n=length(y); yc1=y(end)+gamma; yc2=y(end)-gamma;
sigma = (max(y) - y(end)) / y(end);
for i=n:-1:1
   if or(y(i)>=yc1,y(i)<=yc2)</pre>
      break
   end
end
tc=t(i);
        fprintf('\n')
fprintf('ПОКАЗНИКИ ЯКОСТІ ПРОЦЕСУ КЕРУВАННЯ\n')
fprintf('Перерегулювання\r')
fprintf('sigma=%7.4f%%\n', sigma*100);
fprintf('Час регулювання\n')
fprintf('tc=%7.4f c\n',tc);
```

#### Підпрограми

```
% Узагальнений квадратичний критерій
function Jic=fun OptDr(x)
Tz=11.06; Tom=0.78; K=0.57; kp=7.9; J=2.2; tau=2;
a0=Tz*Tom*J; a1=(Tz+Tom)*J; a2=J+K*Tom*x(1); a3=K*x(1)*(1+kp*x(2));
a4=K*kp*x(1)*x(3); b0=a0;b1=a1;b2=a2; b3=K*x(1); d2=b3-a3;d3=-a4;
JicD=2*a0*a4* (a1*a2*a3-a1^2*a4-a0*a3^2);
JicN0=b0^2*(a2*a3*a4-a1*a4^2)+a0*a3*a4*(b1^2-2*b0*b2)+...
   a0*a1*a4*(b2^2-2*b1*b3)+b3^2*(a0*a1*a2-a0^2*a3);
JicN1=a0*a1*a4*d2^2+d3^2*(a0*a1*a2-a0^2*a3);
Jic=(JicN0+tau^2*JicN1)/JicD;
% Обмеження задачі мінімізація узагальненого
% квадратичного критерію
function [c,ceq]=fun nonDr(x)
Tz=11.06; Tom=0.78; K=0.57; kp=7.9; J=2.2;
a0=Tz*Tom*J; a1=(Tz+Tom)*J;
a2=J+K*Tom*x(1); a3=K*x(1)*(1+kp*x(2));
a4=K*kp*x(1)*x(3);
c1 = -a1 * a2 + a0 * a3;
c2=-a1*a2*a3+a0*a3^2+a1^2*a4;
c=[c1;c2];
ceq=[];
```

## додаток д

### СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

1. Кропивницька В. Б., Кропивницький Д. Р. Визначення адекватності математичної моделі контролю механічної швидкості проходки свердловини. *Методи та прилади контролю якості*. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2015. № 2 (35). С. 105-110. <u>https://core.ac.uk/download/pdf/80561288.pdf</u>

2. Горбійчук М. І., Кропивницький Д. Р. Математична модель процесу поглиблення свердловини під час буріння гвинтовими вибійними двигунами. Збірник наукових праць національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова. Миколаїв: видавничий дім "Гельветика", 2021. №1 (484). С. 68-74. <u>https://eir.nuos.edu.ua/items/6c18ec55-3754-47a9-819e-f89df02f4a24</u>

3. Горбійчук М. І., Кропивницький Д. Р. Числовий метод обчислення критичного навантаження на долото при бурінні свердловин. *Automation o ftechnological and business processes*. Odessa, 2021. Volume 13. Issue 1. С. 31-42. <u>https://doi.-org/10.15673/atbp.v13i1.1998</u>

4. Горбійчук М. І., Кропивницький Д. Р. Оптимальне керування процесом поглиблення свердловини з врахуванням стану озброєння долота. *Вісник Хмельницького національного університету*. Том 1. №1, 2023 (317). С. 58-66. https://doi.org/10.31891/2307-5732-2023-317-1-58-66

5. Mykhail Horbiychuk, Dmytro Kropyvnytskyi, Vitalia Kropyvnytska. Improving Empirical Models of Complex Technological Objects Under Conditions of Uncertainty. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Харків, 2023. №2(122). C. 53–63. <u>https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.276586</u>

6. Кропивницький Д. Р., Горбійчук М. І. Побудова математичної моделі бурового насосного агрегату для автоматичної системи керування тиском на його виході. *Методи та прилади контролю якості*. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2023. № 1 (50). С. 48-59. <u>https://doi.org/10.31471/1993-9981-2023-1(50)-48-59</u>

7. Кропивницький Д.Р. Структура таблиць бази даних інформаційновимірювального комплексу СКУБ-М2. *Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості ІТОТП 2017*: тези доп. всеукр. наук.-практ. конф. аспірантів, молодих вчених і студентів, 10-13 жовтня 2017 р. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2017 С. 19-22.

8. Кропивницька В. Б., Кропивницький Д. Р. Взаємозв'язок підсистем процесу буріння свердловин. *Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості ITOTП 2017*: тези доп. всеукр. наук.-практ. конф. аспірантів, молодих вчених і студентів, 8 жовтня 2020 р. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2020. С. 89-90.

9. Кропивницька В. Б., Кропивницький Д. Р. Побудова діаграми Ісікави для структурного аналізу процесу буріння. *«Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення»*: тези доп. міжн. інтернет-конф., 8 червня 2021 р. Тернопіль., 2021. Випуск 59. С. 29-30. <u>http://www.konferenciaonline.org.ua/ua/article/id-194/</u>

10. Кропивницький Д. Р., Кропивницька В. Б. Дослідження амплітудно-фазових характеристик бурильної колони *«Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення»*: тези доп. міжн. інтернет-конф. 7-8 червня 2022 р. Тернопіль., 2022. Випуск 68. С. 85-86.

11. Кропивницький Д. Р., Кропивницький В. Р. Формалізація процесу механічного буріння при використанні гвинтових вибійних двигунів. *Нафтогазова енергетика*: тези доп. міжн.-техн. конф., 21-24 вересня 2021 р. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2021. С. 50-51.

12. Кропивницький Д. Р. Взаємозв'язок кутової швидкості асинхронного двигуна та тиску промивальної рідини при ГВД-бурінні. *Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості ІТОТП 2022*: тези доп. всеукр. наук.-практ. конф. аспірантів, молодих вчених і студентів, 13 жовтня 2022 р. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2022. С. 100-102.

додаток ж

# Акт про використання в навчальному процесі кафедри «Автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій» ІФНТУНГ результатів дисертаційної роботи

<text><text><text><text>

кафедри Кропивницький Д. Р., склали цей акт у тому, що матеріали дисертації «Математичне моделювання та оптимальне керування процесом механічного буріння гвинтовими вибійними двигунами» аспіранта Кропивницького Д. Р., впровалжені у навчальний процес при вивченні дисциплін: «Оптимальне та адаптивне керування в нафтогазовій промисловості» та «Теорія автоматичного керування» для студентів спеціальності 174 – Автоматизація, комп'ютерноінтегровані технології та робототехніка.

В. о. директора інституту IT, к.т.н., доцент

4000

Володимир ПІХ

<u>8.0</u> Завідувачкафедри АКІТ, к.т.н., доцент

Андрій ЛАГОЙДА

Аспірант

Дмитро КРОПИВНИЦЬКИЙ